

## 小测试 2

请在 20 分钟内完成下面 2 题

姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_

**Problem 1.** 我们将  $\mathbb{R}^4$  看作一个内积空间, 其中内积定义为点积。

- (1). (10 分) 使用 Gram–Schmidt 过程, 求出子空间  $W \subseteq \mathbb{R}^4$  的一个标准正交基  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$ , 其中子空间  $W$  由以下向量张成:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (2). (5 分) 在  $\mathbb{R}^4$  中, 求子空间  $W^\perp$  (正交补空间) 的一个标准正交基。

**Problem 2. (5 分)** 证明: 若  $A$  是一个正交矩阵, 那么  $A^2$  也是一个正交矩阵且  $\det(A^2) = 1$ 。