# Garat e XXVI Shtetërore në Fizikë 2025

## Klasa XII

**Detyra 1.** Një yll, rrezatimi i të cilit mund të përafrohet me rrezatimin e trupit të zi, rrezaton me fuqi të njëjtë rreth gjatësive valore $\lambda_1$ dhe $\lambda_2 = 2\lambda_1$. Gjatësia valore e rrezatimit maksimal është *160 nm* më e madhe se $\lambda_1$.

a) Përcaktoni gjatësinë valore në të cilën ylli rrezaton maksimalisht dhe temperaturën e sipërfaqes së tij.

b) Sa masë në njësi të kohës humb ylli nëse rrezja e tij është $R=2{,}8\cdot10^9\ m$?

Shpejtësia e dritës: $c = 2{,}99\cdot10^8\ \frac{m}{s}$

konstanta e Wien-it: $b = 2{,}89\cdot10^{-3}\ mK$

konstanta e Plankut: $h = 6{,}62\cdot10^{-4}\ J\ s$

konstanta e Boltzmann-it: $k_B=1.38\cdot10^{-23}\ \frac{J}{K}$

konstanta Stefan-Boltzmann-it: $\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}\ \frac{W}{m^2K^4}$

**Zgjidhja 1.** a) Duke përdorur ligjin e rrezatimit të Planck-ut:

$$\lambda_1^{-5}\left[exp\left(\frac{hc}{\lambda_1 kT}\right)-1\right]^{-1} = \lambda_2^{-5}\left[exp\left(\frac{hc}{\lambda_2 kT}\right)-1\right]^{-1}$$

Përdorim shkurtesën $\alpha = exp(hc/2\lambda_1 kT)$ dhe duke zëvendësuar $\lambda_2 = 2\lambda_1$ fitojmë:

$$\alpha^2 - 2\alpha + 1\ = 0.$$

Zgjidhja me kuptim fizik është:

$$\alpha = exp\left(\frac{hc}{2\lambda_1 kT}\right) = 31$$

Përdorim ligjin e Wien-it:

$$\lambda_{max}T = b$$

rezulton:

$$exp\left(\frac{hc\lambda_{max}}{2\lambda_1 kb}\right) = 31$$

Përdorim kushtin e dytë të detyrës: $\lambda_1 = \lambda_{max} - \Delta\lambda$, ku $\Delta\lambda = 160\ nm$, fitojmë:

$$\lambda_{max} = \frac{2\Delta\lambda\ \mathrm{kb}\ \ln 31}{2\ \mathrm{kb}\ \ln 31 - hc} = 577.5\ nm$$

Temperatura e sipërfaqes është:

$$T = \frac{\lambda_{max}}{b} = 5017.96\ K$$

b) Ylli humb energji nëpërmjet rrezatimit, të cilin duhet ta kompensojw për të mbajtur konstante temperaturën e sipërfaqes, pra:

$$\sigma ST^4 = \frac{\Delta \mathrm{m}c^2}{\Delta \mathrm{t}}$$

Ana e majtë shpreh fuqinë e rrezatimit (ligji Stefan-Boltzmann-it), kurse ana e djathtë është pasojë e ekuivalencës së masës dhe energjisë. Duke zëvendsuar shprehjen për sipërfaqen e sferës: $S = 4\pi R^2$ atëherë nga shprehja e fundit fitojmë:

$$\frac{\Delta \mathrm{m}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{4\pi R^2\sigma ST^4}{c^2} = 2.85\cdot10^{10}\ kg\ s^{-1}$$

**Detyra 2.** Një anije kozmike e cila në gjendje të qetësisë ka gjatësinë *350 m*, ka shpejtësi *0.82 c* ndaj një sistemi të caktuar referimi. Një mikrometeor, poashtu me shpejtësi *0.82 c* në këtë sistem, e kalon anijen kozmike në drejtim antiparalel. Sa kohë, e matur nga anija, i duhet mikrometeorit të kalojë përskaj anijes?

**Zgjidhja 2.** Le të jetë $S$ sistemi i referimit të mikrometeorit, dhe $S'$ sistemi i referimit të anijes kozmike. Supozojmë së $S$ lëviz në drejtim të boshtit $+x$. Le të jetë $u$ shpejtësia e mikrometeorit e matur në systemin $S$ dhe $v$ shpejtësia e sistemit $S'$ ndaj $S$ . Shpejtësia e mikrometeorit e matur në $S'$ mund të llogaritet nga

$$u = \frac{u' - v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

prej nga fitojmë

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

Do të zëvendësojmë vlerat për rastin e mikrometeorit ndaj anijes kozmike. Shpejtësia e anijes kozmike është $v = -0.82\ c$ dhe shpejtësia e mikrometeorit është $u = +0.82\ c$.

$$u' = \frac{0.82c - (-0.82c)}{1 - \frac{0.82c(-0.82c)}{c^2}} = 0.98\ c$$

ose $2.94 \times 10^8 \frac{m}{s}$. Vrojtuesi në anijen kozmike e matë kohën e kalimit të mikrometeorit përskaj anijes kozmike (kur kalon përskaj anijes kozmike) të barabartë me

$$\Delta t = \frac{d}{u'} = \frac{350\ m}{2.94 \times 10^8 \frac{m}{s}} = 1.2 \times 10^{-6} s$$

**Detyra 3.** Një shtresë e hollë me trashësi $L = 0.410\ \mu m$, e cila ndodhet e varur në ajër, ndriçohet me dritë e cila bie normal në sipërfaqen e saj. Indeksi i thyerjes së shtresës së hollë është $n = 1.50$. Në çfarë gjatësie valore drita e dukshme që reflektohet nga dy sipërfaqet e shtresës do të ketë interferencë të plotë konstruktive?

**Zgjidhja 3.** Nga kushti i interferencës konstruktive për shtresat e holla

$$2nL = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

ku $\lambda$ është numër i plotë $m = 0,1,2, \ldots$ , fitojmë vlerën e gjatësisë valore

$$\lambda = \frac{2nL}{m + \frac{1}{2}}$$

Vlera e vetme e $m$, e cila kur zëvendësohet në ekuacionin e mësipërm do të jep gjatësi valore e cila shtrihet në rangun e dritës së dukshme është $m = 1$. Prandaj,

$$\lambda = \frac{1230\ nm}{1 + \frac{1}{2}} = 492\ nm$$

**Detyra 4.** Në fig. 1 është paraqitur grafikisht varshmëria e inversit të zmadhimit (*1/m*), e prodhuar nga një thjerrë e hollë konvekse, ndaj distancës nga objekti *a*. Sa është gjatësia fokale e kësaj thjerre?

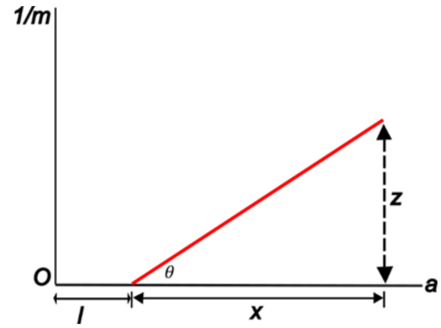


**Figura 1**

**Zgjidhja 4.** Nisemi nga ekuacioni i thjerrave të holla konvekse:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \qquad (1)$$

ku *f* është gjatësia fokale e thjerrës, *a* ëshë distanca mes objektit dhe qendrës së thjerrës dhe *b* është distanca mes thjerrës dhe imazhit. Nga ek. (1) gjejmë për b:

$$b = \frac{af}{a-f}$$

ose:

$$\frac{b}{a} = \frac{f}{a-f} \qquad (2)$$

Nga shprehja (2) gjejmë:

$$\frac{a}{b} = \frac{a-f}{f} = \frac{a}{f} - 1 \qquad (3)$$

Meqë zmadhimi, në vlerë absolute, për thjerrat e holla konvekse është:

$$m = \frac{b}{a}$$

Atëherë ek. (3) merr formën:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{f}a - 1 \qquad (4)$$

Ek.(4) dhe po ashtu nga grafiku shohim që raporti mes *1/m* dhe *a* ëshë linear dhe shprehet nga ekuacioni i drejtzës mes dy pikave:

$$y = mx + b \qquad (5)$$

Duke i krahasuar anëtar për anëtar ekuacionet (4) dhe (5) shohim që:

$$\frac{1}{m} = y$$
$$m = \frac{1}{f}$$
$$x = a$$
$$b = -1$$

Meqë në këtë detyrë kërkohet të gjendet gjatësia valore f, dhe meqë vlera e saj varet nga vlera e pjerrtësisë së drejtzës $m$ e cila siç dihet mund të definohet edhe kështu:

$$m = \tan(\theta) = \frac{z}{x}$$

Nga kjo shohim që:

$$\frac{1}{f} = m = \frac{z}{x}$$

Ose:

$$f = \frac{x}{z}$$

**Detyra 5.** Në tabelën e mëposhtme janë paraqitur vlerat e gjatësisë mesatare të rrugës së lirë ($\lambda$) të elektroneve nëpër një gaz, i cili ka vlera të ndryshme të shtypjes së matur, *P*:

| $\lambda(mm)$ | $P(Pa)$ |
|---|---|
| 35 | 1.5 |
| 30 | 5.8 |
| 25 | 6.5 |
| 16 | 8.0 |
| 10 | 14.5 |
| 7 | 18.9 |
| 6 | 24.7 |

Relacioni në mes gjatësisë mesatare të rrugës së lirë të elektronit dhe shtypjes së gazit jepet nga shprehja:

$$\left(\frac{\pi d^2}{4kT}\right) P\lambda = 1$$

ku *d* paraqet diametrin e molekulave të gazit, *T* është temperatura e gazit në Kelvin, *k* është konstanta e Boltzmann-it ($k = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$).

a) Të paraqitet në fletën milimetrike grafikisht varshmëria e $\lambda$ ndaj P.
b) Të linearizohet shprehja në formën $y = ax + b$, [a-pjerrtësia e drejtzës, b – intercepti i drejtzës me boshtin y] dhe të paraqitet në formë tabelare dhe grafikisht lineariteti i vlerave të tabelës së mësipërme.
c) Nga metoda e katrorëve më të vegjël, vlera e pjerrtësisë llogaritet me anë të formulës:

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

ku $n$ paraqet numrin e matjeve. Të llogaritet vlera e $a$-së dhe nëse temperatura e gazit është 298 K, të llogaritet vlera e diametrit të molekulës nga i cili përbëhet gazi?

d) Cili është kuptimi i vlerës së interceptit në këtë rast, dhe çfarë informacioni mund të nxjerrim për raportin mes $\lambda$ dhe P?

**Zgjidhja 5.** a) Grafiku $\lambda$ vs P duket sikurse në Fig. 2

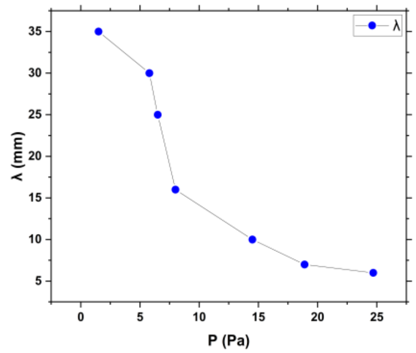


**Fig. 2.** Varshmëria e $\lambda$ ndaj $P$

b) Meqë në këtë rast, gjatësia mesatre e rrugës së lirë varet nga vlera e presioni dhe jo anasjelltas, linearizimi i shprehjes që lidh $\lambda$ dhe P është direkt:

$$\frac{1}{\lambda} = \left(\frac{\pi d^2}{4kT}\right) P \qquad (1)$$

dhe duke e krahasuar me ekuacionin e drejtëzës $y = ax + b$, shohim që: $\frac{1}{\lambda} = y$; $\left(\frac{\pi d^2}{4kT}\right) = a \; dhe \; P = x, b = 0$. Meqë në këtë rast kemi inversin e $\lambda$, kurse shtypja nuk ndryshon, formojmë tabelën si më poshtë:

| $y = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{mm}\right)$ | $x = P(Pa)$ |
|---|---|
| 0.028 | 1.5 |
| 0.033 | 5.8 |
| 0.040 | 6.5 |
| 0.062 | 8.0 |
| 0.100 | 14.5 |
| 0.143 | 18.9 |
| 0.166 | 24.7 |

Atëherë, grafiku i vlerave të linearizuara $\frac{1}{\lambda}$ $vs$ $P$ duket si në Fig. 2.1:

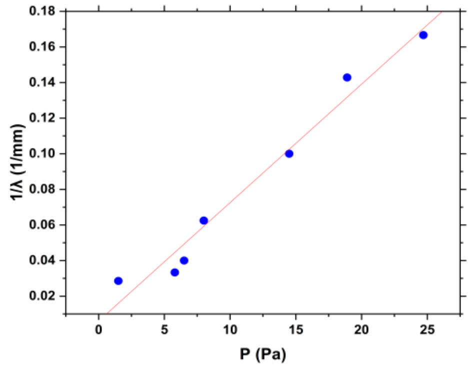


**Fig. 2.1.** Raporti linear mes $\lambda$ dhe P

c) Për të llogaritur vlerën e pjerrtësisë (gradientit) e përdorim formulën e mëposhtme:

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \qquad (2)$$

Duke shfrytëzuar vlerat nga tabela 1, fitojmë:

n=7

$\sum_{i=1}^{7} x_i y_i = 9.26286 \frac{Pa}{mm}$

$\sum_{i=1}^{7} x_i = 79.9\ Pa$

$\sum_{i=1}^{7} y_i = 0.572\ \frac{1}{mm}$

$\sum_{i=1}^{7} x_i^2 = 1319.69\ Pa^2$

$(\sum_{i=1}^{7} x_i)^2 = 6384.01\ Pa^2$

Duke i zëvendësuar vlerat e llogaritura në formulën (2), për vlerën e pjerrtësisë së drejtzës *a* fitojmë:

$$a = \frac{7 * 9.26286 \frac{Pa}{mm} + 79.9\ Pa * 0.572\ \frac{1}{mm}}{7 * 1319.69\ Pa^2 - 6384.01\ Pa^2} = \frac{110.54 \frac{Pa}{mm}}{2853.82\ Pa^2} = 0.0387\ \frac{1}{mm * Pa} = 38.7 \frac{1}{m * Pa}$$

Nga linearzimi i ek. (1), shohim që:

$$a = \frac{\pi d^2}{4kT}$$

Prej nga gjejmë shprehjen për diametër të molekulës:

$$d = \sqrt{\frac{4kTa}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 * 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} * 298K * 38.7 \frac{1}{m * Pa}}{3.14}} = 1.305 \times 10^{-12} m$$

d) Matematikisht intercepti paraqet pikëprerjen e drjtzës me boshtin y. Në rastin tonë, intercepti paraqet vlerën e $\lambda$ kur presioni është $P = 0\ Pa$, dhe duke qenë që intercepti është zero në këtë rast, atëherë

$$\frac{1}{\lambda} = 0$$

Kjo konditë plotësohet nëse $\lambda = \infty$, pra, nëse presioni i gazit tenton drejt zeros atëherë gjatësia mesatare e rrugës së lirë tenton në infinit.