

Trabalho 2 - Diagrama de Voronoi

Aluno Kleyton da Costa (2312730)

Professor Waldemar Celes (DI/PUC-Rio)

1 Motivação

Este trabalho tem como objetivo implementar um diagrama de Voronoi a partir de um conjunto de pontos que não possui degenerações. Para este trabalho foi utilizado o algoritmo incremental.

2 Metodologia

A região de Voronoi de um determinado ponto p , que faz parte de uma nuvem de pontos S , é o conjunto de todos os pontos x que estão mais próximos de p do que de qualquer outra região q que também pertence a S . Sendo esta distância computada pela norma entre x e p e entre x e q , podemos definir a região de Voronoi de p como sendo

$$Vor(p) = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x - p\| \leq \|x - q\|, \forall q \in S\} \quad (1)$$

Dessa maneira, quando o nosso objetivo é particionar o plano em diferentes regiões com base na distância entre os pontos, podemos construir o Diagrama de Voronoi, ou seja, os limites que são definidos quando computamos as regiões de Voronoi para todos os p_i pontos de uma nuvem de pontos S .

O algoritmo incremental para a construção do diagrama de Voronoi, proposto por Peter Green e Robin Sibson em 1977, foi considerado para os experimentos realizados neste trabalho. Assim como o método incremental utilizado para a construção do fecho convexo e das triangulações, a ideia é considerar um diagrama de Voronoi construído para um determinado número i de posições e adicionar um novo local p ao plano, convertendo em seguida o diagrama de Voronoi construído para incluir a região de Voronoi p . Com uma complexidade assintótica $O(n^2)$, o funcionamento do algoritmo é descrito como

Dado $Vor(S)$, encontrar $Vor(p_i)$ que contenha um novo ponto p . Desenhar um segmento x_1x_2 para a bissetora $\overline{p_1p}$. Continuando a partir de x_2 , construir a região de Voronoi de p segmento por segmento até que acontece o retorno a x_1 . Por fim, deve-se remover o subdiagrama que está localizado dentro da região poligonal para se obter o novo diagrama de Voronoi, mas que passa a conter o ponto p . Esse processo pode ser observado na Figura 1

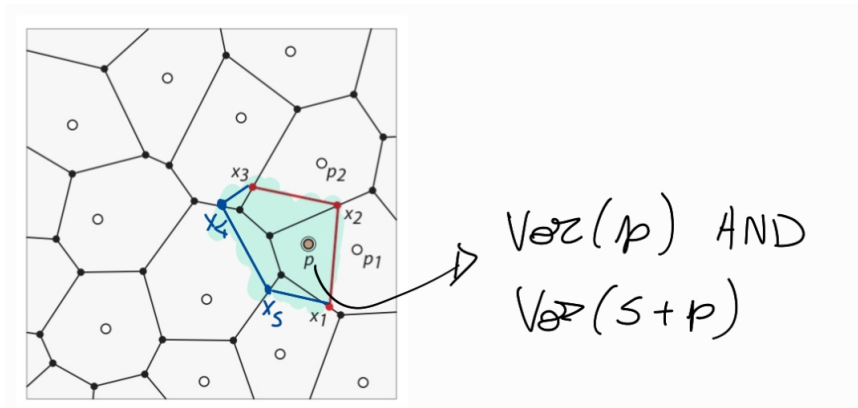


Figura 1: Desenho do funcionamento do algoritmo incremental

3 Experimentos

Utilizando as nuvens de pontos disponibilizadas, chegamos até a configuração de resultados apresentada nas Figuras 2 e 3.

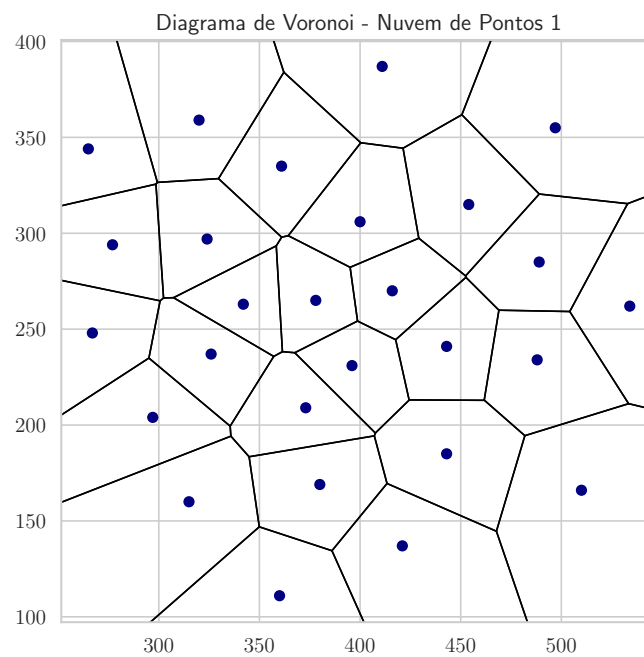


Figura 2: Diagrama de Voronoi para a nuvem de pontos 1

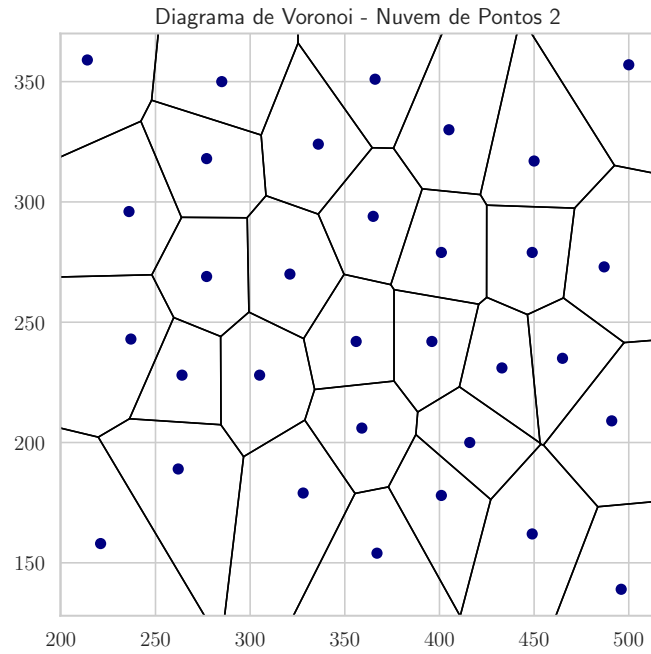


Figura 3: Diagrama de Voronoi para a nuvem de pontos 2

4 Considerações Finais

Neste trabalho foi apresentada a implementação do algoritmo de Voronoi considerando o algoritmo incremental. A complexidade assintótica do algoritmo sendo $O(n^2)$ traz certas limitações em termos de tempo de processamento para conjuntos de dados maiores. No entanto, o algoritmo consegue gerar os resultados de maneira satisfatória.