

# Trabalho 2 - MEC2403 (Otimização)

Aluno Kleyton da Costa (2312730)  
Professor Ivan Menezes (MEC/PUC-Rio)  
Data 13 de dezembro de 2023

## 1 Introdução

Este trabalho tem como objetivo implementar dois métodos indiretos de otimização com restrições: penalidade e barreira. Para alcançar este objetivo foram considerados dois métodos de otimização que servirão como entrada para os métodos com restrição, sendo eles o método de Powell e o BFGS.

## 2 Metodologia

Nesta seção iremos descrever brevemente os métodos de Penalidade e Barreira.

O método de penalidade pode ser utilizado para converter problemas de otimização com restrições em problemas sem restrições. Isso ocorre através da inserção de um termo de penalidade na função objetivo, permitindo que os métodos sem restrições possam ser utilizados: Univariate, Powell, Steepest Descent, BFGS, Fletcher-Reeves e Newton-Raphson.

Considerando o problema geral de otimização, dado por:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } & f(x) \\ \text{S.t: } & g(x) \leq 0 \\ & h(x) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

em que  $f(x)$  é a função objetivo e  $g(x)$  e  $h(x)$  são as restrições do problema.

A estratégia de penalidade tem como objetivo minimizar uma função  $\phi$  com um parâmetro  $\rho$  de tal maneira que a função objetivo seja minimizada com base nas restrições ajustada pela penalização. Neste caso, temos que

$$\phi(x, \rho) = f(x) + \frac{1}{2}\rho p(x) \tag{2}$$

em que  $p(x)$  é a função penalidade.

Para o método da barreira a função  $\phi$  é dada por

$$\phi(x, \rho) = f(x) + \rho \sum_{l=1}^p -\frac{1}{c_l(x)} \tag{3}$$

Com isso, a solução do problema se encontra na minimização da função  $\phi$  com os métodos de otimização sem restrições já conhecidos.

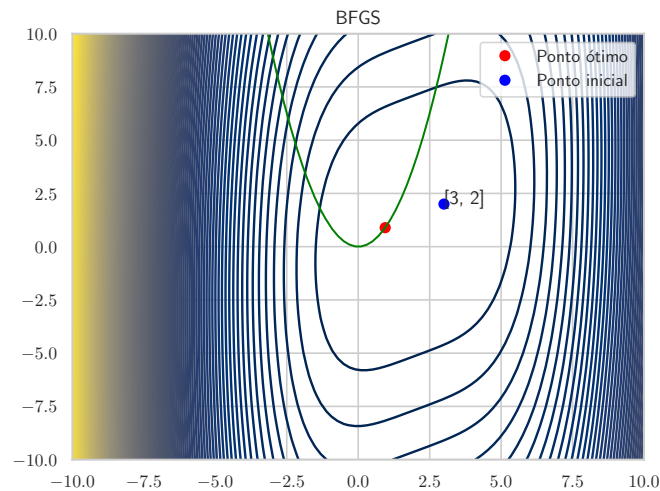
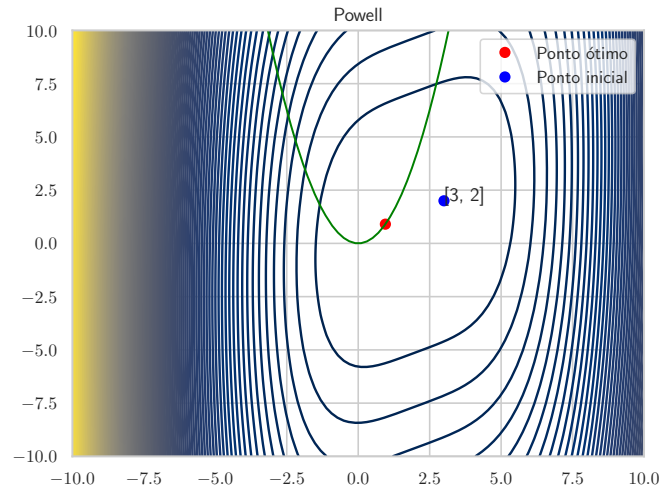
## 3 Resultados e discussão

Esta seção apresenta os resultados encontrados através da aplicação dos métodos indiretos para otimização com restrições.

### 3.1 Problema 1

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } & f(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2 \\ \text{S.t: } & x_1^2 - x_2 \leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Aplicando o método da **penalidade** para o problema proposto obtemos resultados para o método de Powell e para o método BFGS. Os gráficos abaixo apresentam as curvas de nível para a função objetivo e a linha para a penalidade (linha em verde). Além disso, é possível observar o ponto inicial e o ponto ótimo encontrado pelo algoritmo.

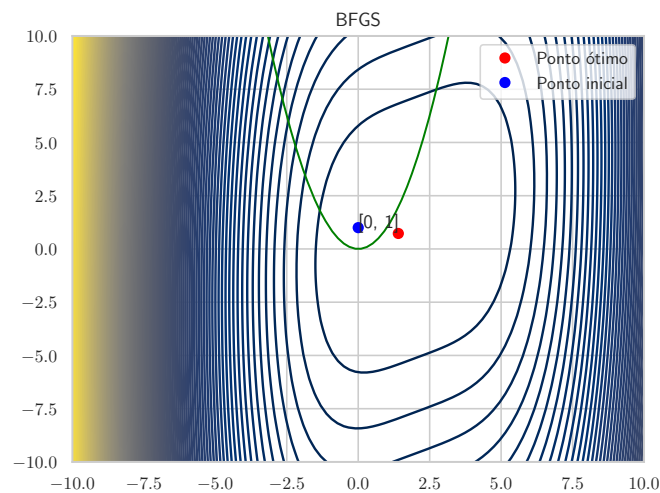
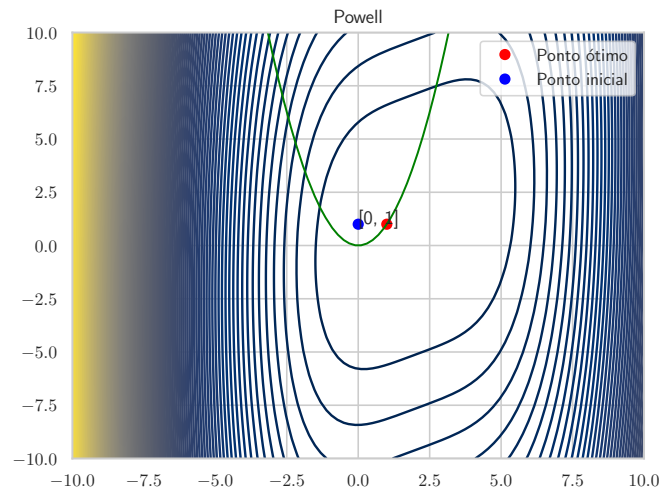


A tabela abaixo mostra que os métodos obtiveram resultados próximos.

Método	x	f(x)
Powell	[0.95017625 0.90283487]	1.946560
BFGS	[0.94425484 0.89161819]	1.946218

Aplicando o método da **barreira** para o problema proposto obtemos resultados para o método de Powell e para o método BFGS. Os gráficos abaixo apresentam as curvas

de nível para a função objetivo e a penalidade (linha em verde). Além disso, é possível observar o ponto inicial e o ponto ótimo encontrado pelo algoritmo.



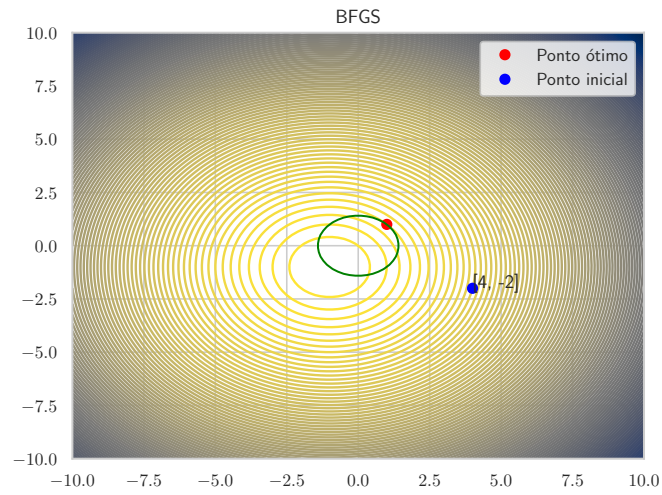
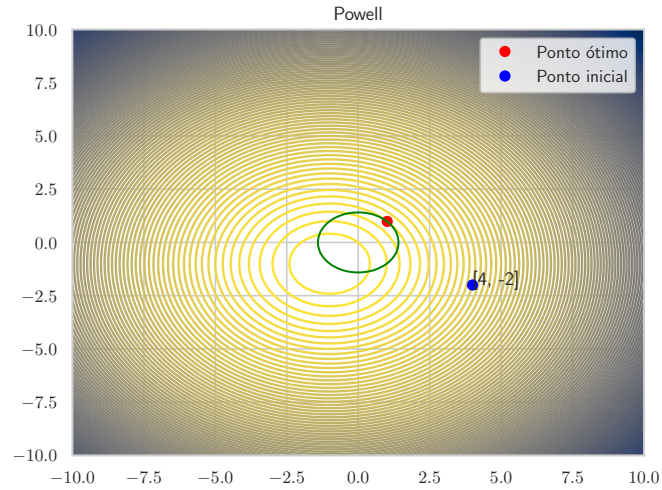
A tabela abaixo mostra que os métodos obtiveram resultados próximos.

Método	x	f(x)
Powell	[1. 1.]	-inf
BFGS	[1.40306585 0.72779351]	-0.676202

### 3.2 Problema 2

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar: } & f(x_1, x_2) = -[(x_1 + 1) ** 2 + (x_2 + 1) ** 2] \\
 \text{S.t: } & x_1^2 + x_2^2 - 2 \leq 0
 \end{aligned} \tag{5}$$

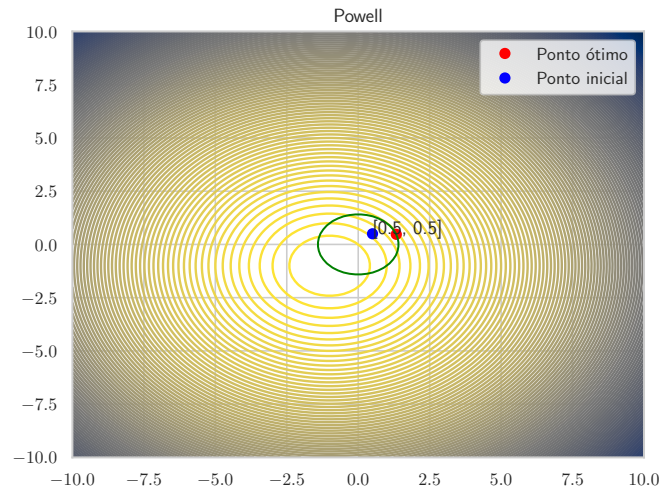
Aplicando o método da **penalidade** para o problema proposto obtemos resultados para o método de Powell e para o método BFGS. Os gráficos abaixo apresentam as curvas de nível para a função objetivo e a penalidade (linha em verde). Além disso, é possível observar o ponto inicial e o ponto ótimo encontrado pelo algoritmo.



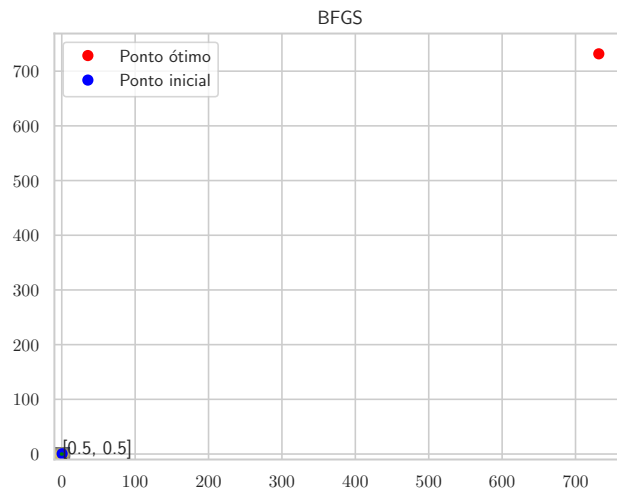
A tabela abaixo mostra que os métodos obtiveram resultados próximos.

Método	x	f(x)
Powell	[1.01428713 0.98550578]	-7.999586
BFGS	[0.99999644 1.00000356]	-8.000000

Aplicando o método da **barreira** para o problema proposto obtemos resultados para o método de Powell e para o método BFGS. Os gráficos abaixo apresentam as curvas de nível para a função objetivo e a penalidade (linha em verde). Além disso, é possível observar o ponto inicial e o ponto ótimo encontrado pelo algoritmo.



Observa-se que resultado para o método BFGS aplicando o método da barreira gerou um resultado incoerente com o observado no método de Powell. Nesse sentido, é preciso ainda realizar ajustes para que o método também funcione de maneira ótima.



A tabela abaixo mostra que os métodos obtiveram resultados próximos.

Método	x	f(x)
Powell	[1.33239072 0.47406219]	-1804760610479.078613
BFGS	[731.71480095 731.71480095]	-1073741.959054