۱-٤)کدگزاری اعداد:

برای نمایش اعداد و ترتیب نوشتن آنها کدهای متفاوتی وجود دارد که هر کدام با توجه به خصوصیتشان مورد استفاده قرار می گیرند . بعضی از کدها دارای وزن مشخص(مثل BCD، 2421،1-2-84 و..) و برخی بدون وزن (مثل افزون بر۳، گری و...) هستند.

وزن دار بودن به این معناست که با داشتن الگویی برای ساخت ارقام در نمایش باینری، بتوان معادل دهدهی آنرا بدست آورد. یعنی هر بیت دارای یک ارزش مشخص است که در صورت استفاده از آن بیت معادل آن ۱ و در صورت عدم استفاده معادل آن صفر است .مثلاً اگر کدی دارای وزن 4 3 2 1 باشد معادل باینری عدد 6 بصورت زیر محاسبه می شود:

باید دید که عدد 6 از کدامیک از اعداد وزن (یعنی 4,3,2,1) تشکیل شده است. از 4,2

بنابراین:

$$6 = 1\times4 + 0\times3 + 2\times1 + 0\times1$$

یعنی 6=1010

یا فرضاً عدد 9 :

$$9 = 1\times4 + 1\times3 + 1\times2 + 0\times1$$

یعنی 9=1110

۱-٤-۱) چند روش کدگزاری:

الف)کد BCD :

این کد برای نمایش ارقام دسیمال بکار رفته و از ٤ بیت برا ی هر رقم دسیمال استفاده میکند. این کد یک کد وزن دار با وزن 8421 است. این کد را NBCD نیز می نامند. مثلاً عدد 14 در این کد بصورت $\underset{1}{0001}\ \underset{4}{0100}$ نمایش داده می شود ویا مثلا عدد 3570بصورت زیر میباشد:

$$3570 = \underset{3}{0011}\ \ \underset{5}{0101}\ \ \underset{7}{0111}\ \ \underset{0}{0000}$$

در جدول (۱-۱) ارقام BCD مشخص است.

ب)کد افزون بر ۳ [1]:

این کد با افزودن ۳ واحد بر NBCD بدست می آید.یعنی معادل عدد صفر در NBCD، عدد ۳، در افزون بر ۳ می شود. این کد وزن دار نیست . در جدول(۱-۱) معادل هر رقم در افزون بر ۳ نمایش داده شده است.

مثال: معادل باینری عدد دسیمال 6، در کد افزون بر 3 چیست؟

$$6+3 \Rightarrow 9 \rightarrow 1001$$

مثال: معادل باینری عدد دسیمال 19، در کد افزون بر 3 چیست؟

حل: تک تک ارقام عدد مزبور را به علاوه ۳ می کنیم.

1 ⟶ 1+3=4 ⟶ 0100

9 ⟶ 9+3=12 ⟶ 1100

در مجموع جواب 01001100 میشود.

مثال: معادل عدد 10011010 از کد افزون بر 3، در مبنای 10 چیست؟

حل: عدد را ٤ تا ٤ تا جدا می کنیم. معادل هر ٤ بیت را از طریق وزن 8421 (NBCD) می یابیم. سپس از هر کدام از رقم های مزبور ۳ واحد کم می کنیم:

1001 ⟶ 9 ⟶ 9-3=6
1010 ⟶ 10 ⟶ 10-3=7

جواب ۶۷ میباشد.

ج)کدگری [2]:

---

[1] Execess-3

[2] gray

این کد کدی است بدون وزن که دارای خاصیت انعکاسی است یعنی هر عدد با عدد قبلی در یک بیت باید تفاوت داشته باشد:

$$0 \to 0000$$
$$1 \to 0001$$
$$3 \to 0011$$
$$2 \to 0010$$
$$6 \to 0110$$
$$\vdots \qquad \vdots$$

همانطوریکه مشخص است هر عدد با عدد قبلی در یک بیت تفاوت دارد.

روش کلی تبدیل یک عدد باینری به گِری:

فرمول کلی آن بصورت زیر است: اگر فرضاً عدد $(b_n b_{n-1} ... b_1)_2$ را بخواهیم به گری تبدیل نمائیم و عدد حاصل را $(G_n G_{n-1} ... G_1)$ بنامیم بصورت زیر انجام می شود:

$$\begin{cases} G_n = b_n \\ G_i = b_i \oplus b_{i+1} \qquad i=1,2,...,n-1 \end{cases}$$

که عملیات $\oplus (XOR)$بصورت زیر تعریف می شود:

$$0 \oplus 0 = 0 \qquad 0 \oplus 1 = 1 \oplus 0 = 1 \qquad 1 \oplus 1 = 0$$

اگر بخواهیم بصورت سریع و بدون استفاده از فرمول تبدیل کنیم بدین صورت عمل می کنیم که سمت چپ ترین بیت را مینویسیم برای بیت های دیگر هر بیت را با بیت سمت چپش XOR می کنیم و حاصل را می نویسیم.

مثال: عدد 1001011 را به گری تبدیل کنید:

با استفاده از فرمول:1001011

$$b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1 \longrightarrow G_7G_6G_5G_4G_3G_2G_1$$

$$G_7 = b_7 = 1$$
$$G_6 = b_6 \oplus b_7 = 0 \oplus 1 = 1$$
$$G_5 = b_5 \oplus b_6 = 0 \oplus 0 = 0 \Rightarrow (1101110)$$
$$G_4 = b_4 \oplus b_5 = 1 \oplus 0 = 1$$
$$G_3 = b_3 \oplus b_4 = 0 \oplus 1 = 1$$
$$G_2 = b_2 \oplus b_3 = 1 \oplus 0 = 1$$
$$G_1 = b_1 \oplus b_2 = 1 \oplus 1 = 0$$

روش کلی تبدیل عدد گری به باینری:

فرمول کلی تبدیل هر عدد گری به صورت $(g_n g_{n-1}...g_1)$ به باینری که بصورت $(b_n b_{n-1}..b_1)$ خواهد شد. عبارتست از:

$b_n = g_n$

$b_k = \sum_{i=k}^{n}(g_i)\bmod 2 \rightarrow$ باقیمانده حاصل تقسیم است mod منظور از k = 1,2,..., n-1.

مثال $(1010111)_G = (?)_b$:

1 0 1 0 1 1 1

$G_7 G_6 G_5 G_4 G_3 G_2 G_1$

$b_7 = G_7 = 1$

$b_6 = (G7 + G6)\bmod 2 = (1+0)\bmod 2 = 1\bmod 2 = 1$

$b_5 = (G_7 + G_6 + G_5)\bmod 2 = (1+0+1)\bmod 2 = 2\bmod 2 = 0$

$b_4 = (G_7 + G_6 + G_5 + G_4)\bmod 2 = (1+0+1+0)\bmod 2 = 2\bmod 2 = 0$

$b_3 = (G_7 + G_6 + G_5 + G_4 + G_3)\bmod 2 = (1+0+1+0+1)\bmod 2 = 3\bmod 2 = 1$

$b_2 = (G_7 + G_6 + G_5 + G_4 + G_3 + G_2)\bmod 2 = 4\bmod 2 = 0$

$b_1 = (G_7 + ... + G_1)\bmod 2 = 5\bmod 2 = 1$

حاصل: (1100101)

روش سریع تبدیل: اولین بیت از سمت چپ را می نویسیم سپس همان بیت حاصل را با رقم مجاور از عدد XOR کرده و تا آخرین بیت ادامه می دهیم

1 0 1 0 1 1 1

↓ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕

1 1 0 0 1 0 1

هر رقم حاصل با رقم مجاور بالایی XOR شده است.

مثال)عدد $(0011)_{gray}$ را به معادل باینری تبدیل کنید.

الف)0101   ب)0010

ج)1001   د)0010

0 0 1 1

$\oplus \quad \oplus \quad \oplus$

0 0 1 0 $\Rightarrow 0010$

در جدول(۱-۱) معادل ارقام دسیمال به گری آمده است.

نکته مهم: در صورتیکه یک عدد باینری بخواهد به گری تبدیل شود (همانند مثال های قبل) با روشهای فوق و بصورت پیوسته عمل می کنیم. اما در تبدیل اعداد دسیمال تک تک ارقام جداگانه تبدیل می شوند.

مثال:

$(84)=(\ ?\ )_G$

8 را جدا ، 4 را جدا تبدیل می کنیم:

8:(1000) → 1100

4:(0100) → 0110

حاصل کلی : (11000110)

د)کد افزون بر ۳ - گری:

اگر به هر واحد از کدگری که در جدول نشان داده شده است ۳ واحد اضافه کنیم کد افزون بر ۳-گری بدست می آید که در جدول نشان داده شده است.

مثال: معادل افزون بر۳- گری عدد ۲۶ چیست؟

$2:(0010)_2 \rightarrow (0011)_G = 3 \rightarrow +3 \rightarrow 6 : (0110)$

$6:(0110)_2 \rightarrow (0101)_G = 5 \rightarrow +3 \rightarrow 8 : (1000)$

جواب نهایی در افزون بر۳- گری :(01101000)

ه)سایر کدهای وزن دار:

کدهایی نظیر 4311,5211,84-2-1,3321,2421,... کدهای وزن دار دیگر هستند.

مثال: عدد 1011 در کد 1-2-84 کدام عدد است؟

$$1\times8+0\times4+1\times(-2)+1\times(-1)=8-2-1=5$$

در جدول ۱-۱) معادل ارقام ریسمال در دو کد 1-2-84، 2421 نشان داده شده است.

نکته مهم: در کدهایی نظیر 2421 یا 4221 برای نمایش برخی ارقام بیش از یک روش وجود دارد(بیشتر بدلیل وجود وزن تکراری) . در چنین مواقعی برای ساخت ارقام نیمه اول جدول (۰ تا ٤) از وزنهای سمت راست ابتدا استفاده میکنیم و در نیمه دوم جدول (۵ تا ۹) وزن های سمت چپ دارای اولویت هستند.

مثال: معادل عدد ۵۳۷ در کد 2421 و 4221 چیست؟

2421	2421	2421
<u>1011</u>	<u>0011</u>	<u>1101</u>
5	3	7

4221	4221	4221
<u>1001</u>	<u>0011</u>	<u>1101</u>
5	3	7

در ۵ و ۷ اولویت با وزنهای سمت چپ تر است. یعنی مثلا برای ساختن ۵ در 2421 از دو روش دیده میشود. یکی استفاده از 2 و 2 و 1 دیگری استفاده از 4 و1 . که مدل اول با توجه به اولویت با چپ بودن عدد ۵ صحیح است.اما در ۳ اولویت با وزن های راستی است.

دسیمال	BCD 8421	gray	افزون بر 3	افزون بر 3 gray	$84\bar{2}\bar{1}$	2421
0	0000	0000(0)	0011(3)	0011(3)	0000	0000
1	0001	0001(1)	0100(4)	0100(4)	0111	0001
2	0010	0011(3)	0101(5)	0110(6)	0110	0010
3	0011	0010(2)	0110(6)	0101(5)	0101	0011
4	0100	0110(6)	0111(7)	1001(9)	0100	1010
5	0101	0111(7)	1000(8)	1011(10)	1011	1011
6	0110	0101(5)	1001(9)	1000(8)	1010	1100
7	0111	0100(4)	1010(10)	0111(7)	1001	1101
8	1000	1100(12)	1011(11)	1111(15)	1000	1110
9	1001	1101(13)	1100(12)	0000(16)	1111	1111

جدول ۱-۱

نکته در کد گری ترتیب قرارگیری بصورت زیر است:

0	1	3	2	6	7	5	4
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	1	2	3	4	5	6	7

به همین ترتیب در کدهای متفاوت، ترتیب قرارگیری متفاوتی داریم.

پیشنهاد میگردد ترتیب کد گری تا معادل 7 در BCD یعنی ترتیب 26754 013 حفظ گردد تا در فصل بعد در جدول کارنو مورد استفاده قرار بگیرد.

تمرینات سری دوم:

۱- اعداد ۹- ، ۱۲+ ، ۱۳- را در هریک از سیستم های ۵بیتی علامت مقدار، مکمل۲ و مکمل۱ بصورت باینری نمایش دهید.

۲- معادل دسیمال اعداد باینری 01110 ، 10010 و 10110 در هر یک از سیستم های علامت مقدار، مکمل۲ و مکمل۱ چیست؟

۳- اعداد زیر را به گری تبدیل کنید:

$$(1101100)_B = (?)_G$$
$$(11001101)_B = (?)_G$$

۴- اعداد زیر را به باینری تبدیل نمائید.

$$(11011)_G = (?)_B$$
$$(111101)_G = (?)_B$$

۵- معادل اعداد الف)۶۲ ب) ۳٤۷ ج) ۱۹۵ در هر یک از کدهای زیر چیست؟

BCD ، 2421 ، 4221 ، افزون بر۳ ، افزون بر۳-گری ، گری ، 1-2-84