

ماشین آتماتی کر اندر فطی (LBA):

نوعی ماشین تورینگ است که از همه قوانین ماشین تورینگ تبعیت می‌کند با این تفاوت که خصائصی که در اختیار ماشین قرار می‌کنند (در ابتدای کار) در طول عملیات انجام شده قبل افزایش نیست، برخلاف نوار ماشین تورینگ که از دو طرف نامحدود است LBA از دو طرف محدود است.

□ بدینه است که با محدودیت اعمال شده زبان هایی که توسط تورینگ پذیرفته می‌شوند، محدودتر از زبان هایی است که توسط تورینگ پذیرفته می‌شوند.

گرامر های نامقید (نامحدود):

به گرامری که در آن تمام قواعد بکار رفته به صورت $(T|V)^*$ باشد گرامر نامقید کوئیم. یعنی هیچ محدودیتی در طرف پایه و راست اعمال نمی‌شود به هز اینکه طرف پایه قاعده نبایستی λ باشد.

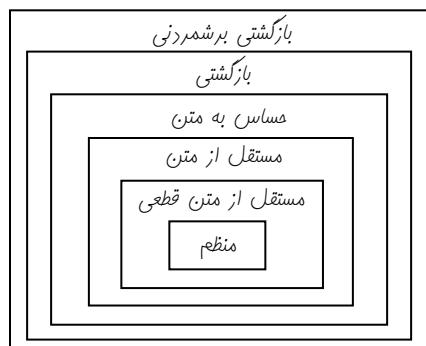
□ به زبان هایی که بتوان برای آنها گرامر نامحدود نوشت زبان های نامحدود (نامقید) کوئیند.

□ پذیرنده زبان های نامحدود، ماشین تورینگ است.

□ زبان های مساس به متن توسط LBA پذیرفته می‌شوند.

نکته: هر چند ماشین تورینگ کستره بسیار زیادی از زبان ها را می‌پذیرد، ولی هنوز زبان هایی هستند که توسط تورینگ هم پذیرفته نمی‌شوند، یعنی هیچ گرامر خاصی، حتی نامحدود برای آنها پیدا نمی‌شود.

شكل زیر تقسیم بندی زبان ها را نشان می‌دهد.



□ زبان هایی که توسط ماشین تورینگ پذیرفته می‌شوند به دو دسته تقسیم می‌شوند:

الف. بازگشتی برشمدردنی

ب. بازگشتی برشمدردنی

□ در زبان های بازگشتی به ازای هر رشته از زبان ماشین تورینگ در نهایت در یک وضعیت متوقف می‌شود، اگر آن وضعیت، وضعیت نهائی باشد، رشته پذیرفته می‌شود ولی اگر آن وضعیت غیر نهائی باشد، رشته پذیرفته نمی‌شود. به عبارت دیگر در این زبان ها، ماشین تورینگ صراحتاً می‌کوید که این رشته عضو زبان هست یا نه ولی در زبان های بازگشتی برشمدردنی ممکن است ماشین تورینگ هیچ وقت متوقف نشود.

خواص زبان های مستقل از متن:

□ زبان های مستقل از متن تحت عمل اجتماع، الماق، معکوس، بستار، ستاره ای بسته هستند ولی نسبت به اشتراک و متمم کیری و تفاضل بسته نیستند.

□ اگر I_1 زبانی مستقل از متن و I_2 زبانی منظم باشد آنگاه $I_1 \cap I_2 = I_1 - I_2$ هم مستقل از متن است.

□ قانونه زبان های نوع دوم (مستقل از متن) تحت همومorfیزم (همبریقت) بسته است.

لام تزریق برای زبان های مستقل از متن:

روال لام تزریق مانند لام تزریق برای زبان های منظم است با این تفاوت که رشته انتقامی از طرف ما، توسط هریف به پنج زیر رشته $z.y.z.y.z$ تقسیم می‌شود

به شرطی که $v.x.y \leq m-1$
 $v.y \geq 1$ باشد. و در نهایت رشته تزریقی به شکل $z^i xy^i uv^i$ می‌باشد که به ازای یک z (لفواه باید ثابت کنیم این رشته عضو زبان نیست).

مثال. ثابت کنید که زبان $a^n b^n c^n$ مستقل از متن نیست.

هل. به ازای m انتقالی از طرف هریف، $a^m b^m c^m$ را انتقال می‌کنیم که عضوی از زبان است، بدینه است که به هر نمودی که تغییره از طرف هریف صورت گیرد، پون v.x.y طولش کمتر از m است نمی‌تواند هر سه c, b, a را پوشش دهد، و در نهایت می‌تواند فقط a ها، فقط b ها، یا فقط c ها را پوشش دهد یا این که b, a را باهم پوشش دهد یا b, c را باهم، هنی برای این که شامل a, c, b باشد امکان پذیر نیست.

پس پون v.x.y نمی‌تواند هر سه a, b, c را پوشش دهد، و مطمئن هستیم که هر تزریقی از a تعداد لارکترها را نا مقابل فواهد کرد، یعنی رشته حاصله عضو زبان فواهد بود و معلم ثابت است.

مثال. ثابت کنید که زبان $\{w \mid l = n_a(w) = n_b(w) = n_c(w)\}$ مستقل از متن نیست.

برهان غلط. فرض کنیم l مستقل از متن باشد اشتراک این زبان با زبان $a^n b^n c^n$ که زبان منظم است برابر است غیر مستقل از متن (در مثال قبل ثابت شد ولی در امتحان باید ثابت شود)، و ما می‌دانیم اشتراک یک زبان منظم با یک زبان مستقل از متن تماماً زبانی مستقل از متن است پس فرض ما نادرست بوده و زبانی مستقل از متن نمی‌باشد.

مثال. زبان $\{a^n b^n \mid n \leq 200\}$ زبانی است \square

1. منظم

2- مستقل از متن و نه منظم \square

3- واپسیه به متن و نه مستقل از متن 4- بدون محدودیت و نه مساس به متن

لکته: زبان های محدود (زبان هایی که تعداد محدود کارکتر (ارزند) منظم می‌باشند.

مثال. کدام یک از زبان های زیر مستقل از متن است.

$$a^i b^j b^k c^i c^j c^k d^k -1$$

$$\square a^i b^j c^i c^j c^k d^k -2$$

$$a^i b^j b^k c^i c^j c^k d^k -3$$

4- ب و ج

مثال. بسته کدام یک از زبان های زیر با خود زبان برابر است.

$$l = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, |w| \bmod 2 = 0 \text{ OR } |w| \bmod 3 = 0\} -1$$

$$\square l = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = xyz \mid x \sqsubseteq yz\} -2$$

$$l = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = xyz, x = yz\} -3$$

$$l = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = xy, x = y^R\} -4$$

تمرینات اضافی:

1- مشخص کنید که زبان $L = \{a^n w w^R a^n : n \geq 0, w \in \{a, b\}^*\}$ مستقل از متن می‌باشد یا نه؟

مستقل از متن است کلام زیر، ا به آن نسبت می‌دهیم

$$S \rightarrow aSa \mid bAb \mid \lambda$$

$$A \rightarrow aAa \mid bAb \mid \lambda$$

2- ثابت کنید زبان $L = \{a^{n!} : n \geq 0\}$ مستقل از متن نمی‌باشد.

1) $\exists m \in N$

2) $w = a^{m!} \in L, |a^{m!}| \geq m$

$$3) w_i = \frac{a^{t_1}}{u} \cdot \frac{(a^{t_2})^i}{v} \cdot \frac{a^{t_{31}}}{x} \cdot \frac{(a^{t_4})^i}{y} \cdot \frac{a^{m!-(t_1+t_2+t_3+t_4)}}{z}$$

که $|vy| = t_2 + t_4 \geq 1, |vxy| = t_2 + t_3 + t_4 \leq m$ و $t_1 > t_2 + t_3 + t_4$ می‌باشد

$$4) i = 0 \Rightarrow w_i = a^{m!-(t_2+t_3)} \notin l$$

$$(m-1)! < m! - k < m! \quad \text{پس} \quad k \leq m$$

$$\text{پس} \quad k \leq m$$