

تجزیه و تحلیل سیگنالها

سیگنالهای متناوب

- یک سیگنال پیوسته متناوب با دوره تناوب T_0 است اگر:

$$x(t) = x(t+T_0) \quad , \text{for All } t$$

- اگر T_0 کوچکترین عددی باشد که رابطه فوق برای آن برقرار است، T_0 را دوره تناوب اصلی می نامند:

(مثال) $x(t) = \cos t , T_0 = \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots T_0 = 2\pi$

(مثال) $x(t) = \cos^2 \omega_0 t = 1 + \cos 2\omega_0 t \quad T_0 = \frac{\pi}{\omega_0} \quad 2\omega_0 T_0 = 2\pi$

(مثال) $x(t) = \cos t + \cos \frac{2t}{3} + \sin \frac{t}{5} \quad \frac{2}{3} T_0 = 2\pi$

$$T_2 = 3\pi , T_3 = 10\pi , T_1 = 2\pi ,$$

$$T_0 = 30\pi$$

کل از ۵.۵.۵ تها به دست می آید

مثال

مثال $x(t) = \cos t \cdot \cos 2t$

$$x(t) = \frac{1}{2} \cos 3t + \frac{1}{2} \cos t \quad 3T_0 = 2\pi$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{3}, T_2 = 2\pi \quad T_0 = 2\pi$$

برای سیگنال گسته، $x[n]$ یک سیگنال متناوب است اگر:

$$x[n] = x[n+N_0] \quad \text{for All } n$$

مثال $x[n] = \cos \frac{n}{3}$

$$N_0 = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi \quad \frac{1}{3} N_0 = 2\pi$$

$$x[n] = \cos[\pi n^2]$$

$$x[n] = x[n+N_0] \rightarrow \cos \pi(n+N_0)^2 \cos [\pi(n+N_0)^2]$$

$$\rightarrow \cos \pi n^2 = \cos(\pi n^2 + 2nN_0\pi + \pi N_0^2) = \cos(\pi n^2 + \pi N_0^2)$$



$$-\cos(\theta) = \cos(\theta + 2k\pi)$$

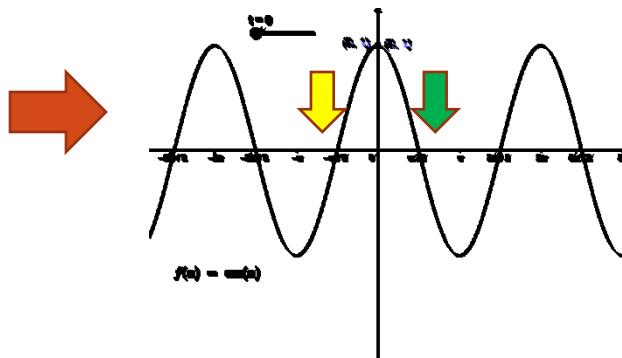
$$\cos [\pi(n+N_0)^2] \quad N_0 = 2$$

سیگنال زوج و فرد

$$x(t) = x(-t)$$

$$x[n] = x[-n]$$

- یک سیگنال زوج است اگر:



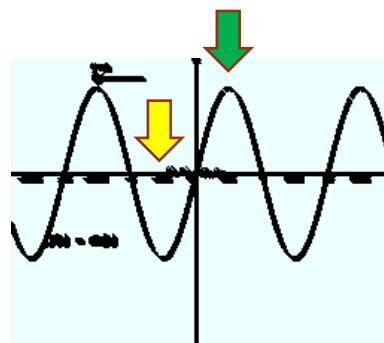
- مثال

- و فرد است اگر:

$$x(-t) = -x(t)$$

$$x[n] = -x[-n]$$

- مثال:



- می توان بخشهایی از یک سیگنال که زوج یا فرد است را نیز شناسایی کرد.
- برای تعیین قسمت زوج (Even) و (Odd) یک سیگنال:



$$x_e(t) = Ev\{x(t)\} = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$

$$x_o = Odd\{x(t)\} = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$



مثال

- قسمت های زوج و فرد سیگنالهای زیر را مشخص کنید:

$$1) x(t) = e^{j\omega_0 t}$$

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$$

$$x_e(t) = \frac{e^{jt\omega_0} + e^{-jt\omega_0}}{2} = \cos t\omega_0$$

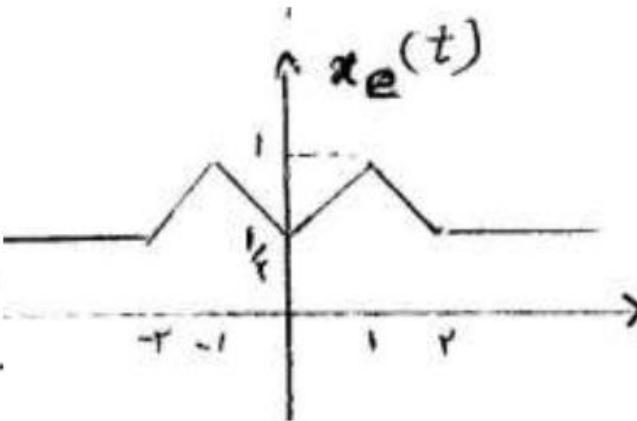
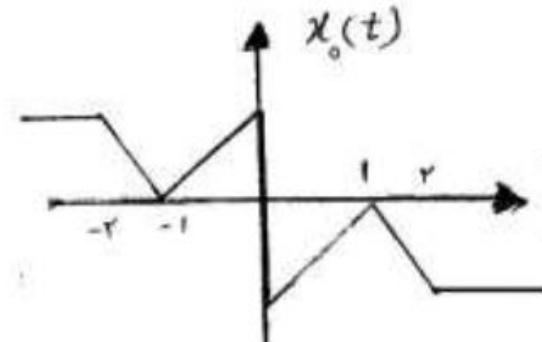
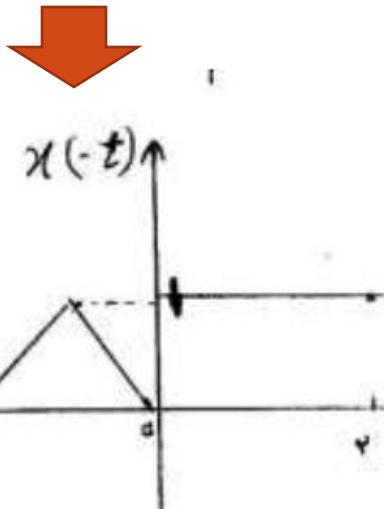
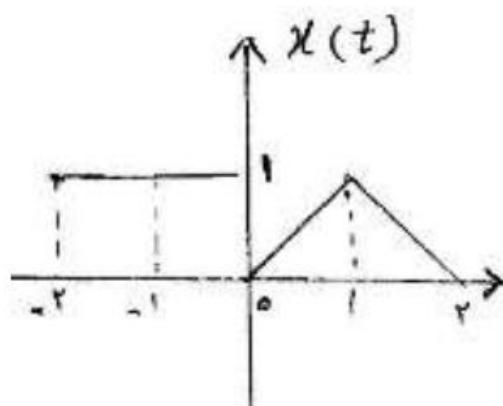
$$x_o(t) = \frac{e^{jt\omega_0} - e^{-jt\omega_0}}{2} = j \sin t\omega_0$$

$$x_e(t) = \frac{\cos \omega_0 t + j \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 (-t) + j \sin \omega_0 (-t)}{2}$$

$$x_e(t) = \frac{\cos \omega_0 t + j \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t - j \sin \omega_0 t}{2}$$

$$x_e(t) = \frac{2 \cos \omega_0 t}{2} = \cos \omega_0 t$$

2)



مثال

$$x(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ t & -1 < t < 0 \\ -t + 2 & -2 < t < -1 \\ 0 & t < -2 \end{cases}$$

$$x(-t) = \begin{cases} 1 & t < 0 \\ -t & 0 < t < 1 \\ t + 2 & 1 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$$

$$x_e(t) = Ev\{x(t)\} = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$

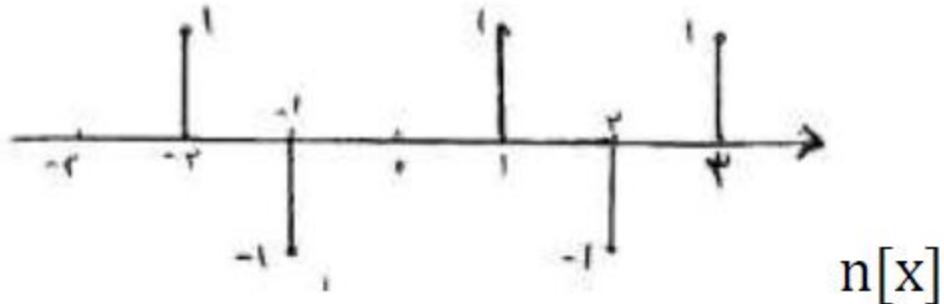
←

$$x_e(t) = \begin{cases} \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} & t < -2 \\ \frac{-t+2+1}{2} = \frac{-t+3}{2} & -2 < t < -1 \\ \frac{t+1}{2} & -1 < t < 0 \\ \frac{-t+1}{2} & 0 < t < 1 \\ \frac{t+3}{2} & 1 < t < 2 \\ \frac{1}{2} & t > 2 \end{cases}$$

→

مثال

• برای سیگنال گسته



$$x_e[-3] = \frac{x[-3] + x[3]}{2} = \frac{1}{2} = x_e[3]$$

⬇️ $x_e[-2] = 0 = x_e[2]$

$$x_e[-1] = 0 = x_e[1]$$

$$x_e[0] = 0 \quad x_e[n]$$