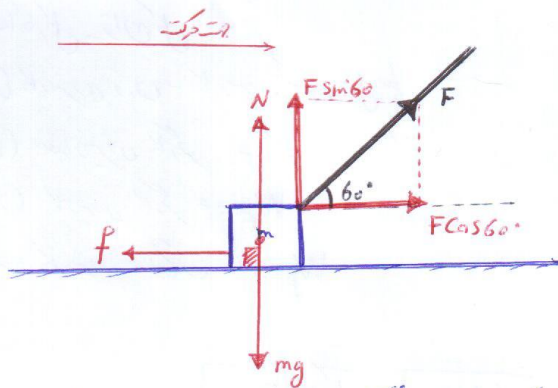


تین کارگری ارامہای به جرم 7.4 kg را با سرعت ثابت به اندازه 10 m جابجا کردند. نیروی کارگر F به این صورت است:



(الف) کار کل - توان کل

(ب) کار نیروی وزن - کار نیروی کشش سطح

(ج) مقدار نیروی کارگر $F = ?$

(د) کار نیروی کارگر $W_F = ?$

ها کار نیروی اصطکاک $W_f = ?$

(الف) $P = 0$ $W = 0$ $\alpha = 0$ حرکت یکنواخت. جسم با سرعت ثابت حرکت میکند (الف)

(ب) $W = Fd \cos \alpha$ \rightarrow $\begin{cases} W_{mg} = mg (10) \cos 90^\circ = 0 \\ W_N = N (10) \cos 90^\circ = 0 \end{cases}$

(ج) برای نیاسی نیرو باید به سرانق قوانین نیوتن (دینامیک) برویم. نیروی باید افقی یا عمودی باشد. اگر نیروی در راستای افق یا عمود نباشد باید تجزیه کرد. (پس ابتدا تجزیه F را انجام می‌دهیم)

برای نیاسی عمود حرکت $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N + F \sin 60^\circ - mg = 0 \rightarrow N = mg - F \sin 60^\circ$
 $N = 74 - 0.85F$

برای نیاسی افق حرکت $\Sigma F_x = ma \rightarrow F \cos 60^\circ - f = ma$ $\xrightarrow{\alpha = 0 \text{ متوازن}}$ $\frac{F}{2} - f = 0 \rightarrow f = \mu N$

$\frac{F}{2} = \frac{1}{2} (74 - 0.85F)$

$F = 74 - 0.85F \rightarrow F + 0.85F = 74$

$1.85F = 74 \rightarrow F = 40 \text{ N}$

(د) $W = Fd \cos \alpha$

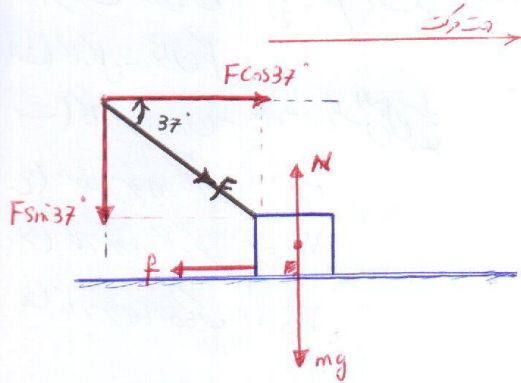
$W_F = 40 (10) \cos 60^\circ = 400 (\frac{1}{2}) = 200 \text{ J}$

(ه) $W_f = ?$

$W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_N + W_f + W_F$

$0 = W_f + 200 \rightarrow W_f = -200 \text{ J}$

مردن) کاری را برای جسم 5 kg را با سرعت ثابت به اندازه 10 m جابجا کند. نیروی کارگر F را پیدا کنید. ضریب اصطکاک 0.5 می باشد. محاسبه کنید:



الف) کار کل - توان کل
ب) کار نیروی وزن - کار نیروی عکس العمل سطح

ج) مقدار نیروی کارگر $F = ?$

د) کار نیروی کارگر $W_F = ?$

ه) کار نیروی اصطکاک $W_f = ?$

الف) $P = 0$ (توان کل) $W = 0$ (کار کل) $\xrightarrow{\text{حرکت یکنواخت} \rightarrow a=0}$ جسم با سرعت ثابت حرکت می کند

ب) $W = F d \cos \alpha$ \rightarrow $\begin{cases} \text{کار نیروی وزن } W_{mg} = mg(10) \cos 90^\circ = 0 \\ \text{کار نیروی عکس العمل } W_N = N(10) \cos 90^\circ = 0 \end{cases}$

ج) برای محاسبه نیروی سرخ دنیا یک نیروی دیگر داریم. (اگر نیروی افقی یا عمودی نباشد ابتدا باید تجزیه شود)

$\Sigma F_y = 0$ $\rightarrow N - mg - F \sin 37^\circ = 0 \rightarrow N = mg + F \sin 37^\circ$
 $\boxed{N = 50 + 0.6F}$

سرعت ثابت $a=0$ $\rightarrow \Sigma F_x = ma$ $\rightarrow F \cos 37^\circ - f = ma$ $\rightarrow 0.8F - f = 0$

$f = \mu N$ $\rightarrow 0.8F = \mu N$

$0.8F = 0.5(50 + 0.6F)$

$8F = 5(50 + 0.6F)$

$8F = 250 + 3F \rightarrow 5F = 250 \rightarrow \boxed{F = 50\text{ N}}$

د) $W = F d \cos \alpha$

کار $W_F = 50(10) \frac{\cos 37^\circ}{0.8} = 50(10)(0.8) = \boxed{400\text{ J}}$

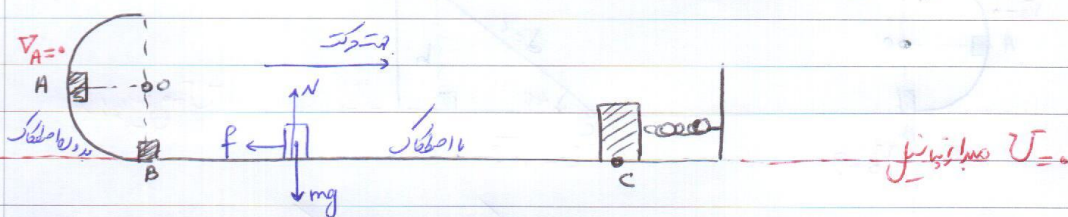
ه) $W_f = ?$

کار کل $W = W_{mg} + W_N + W_f + W_F$

$0 = W_f + 400 \rightarrow \boxed{W_f = -400\text{ J}}$

مثال) جسمی به جرم 1 kg از نقطه A بدون سرعت اولیه شروع به حرکت می‌کند. (دارای بدون اصطکاک) شروع دایره m را به سمت B در نقطه B دارد یک سطح افقی با اصطکاک به ضریب $\mu = 0.1$ می‌رود. در نقطه C با فنر با ثابت $k = 400 \text{ N/m}$ برخورد می‌کند. $(BC = 8 \text{ m})$

- الف) به کمک قانون تئوری انرژی سرعت جسم در نقطه B را محاسبه کنید.
 ب) به کمک رابطه کار، کار نیروی اصطکاک را در مسیر BC محاسبه کنید.
 ج) در مسیر BC مقدار گرما ایجاد شده؟
 د) حداکثر میزان فشردگی فنر در نقطه C چقدر است؟



الف) مسیر دایره‌ای بدون اصطکاک \leftarrow انرژی مکانیکی در در $E_A = E_B$

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$+mgh = \frac{1}{2} m V_B^2 \quad \Delta \quad \frac{10}{1} = \frac{V_B^2}{2} \quad \Delta \quad V_B = \sqrt{20} \text{ m/s}$$

ب) رابطه کار: $W = Fd \cos \alpha$
 کار نیروی اصطکاک در مسیر BC : $W_{f(BC)} = f(8) \cos 180^\circ \xrightarrow{-1} \frac{f=1 \text{ N}}{f_{(BC)}} \rightarrow W_{f(BC)} = -8 \text{ J}$
 $N = mg = 10 \rightarrow W_{f(BC)} = -8(0.1)(10) = -8 \text{ J}$

ج) $Q = |W_f| = 8 \text{ J}$ مقدار گرما تولید شده در مسیر BC

د) مسیر BC با اصطکاک است پس انرژی مکانیکی تغییر می‌کند $E_2 - E_1 = W_{\text{کار نیروی غیر محافظه کار}}$
 $E_C - E_B = W_{f(BC)}$

$(K_C + U_C) - (K_B + U_B) = W_{f(BC)}$

مکانیک انرژی

$\frac{1}{2} k x^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = -8$

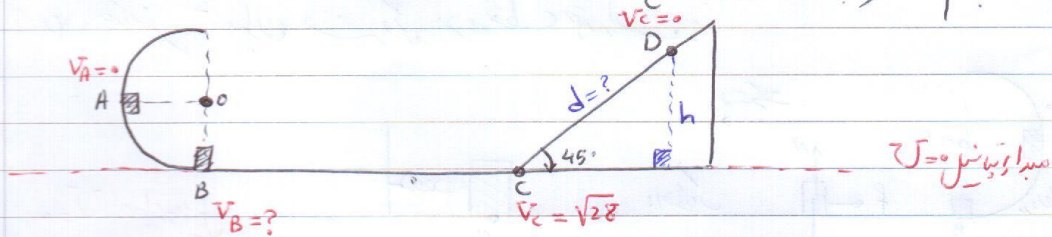
$\frac{1}{2} (400) x^2 - \frac{1}{2} (1) (20) = -8 \rightarrow 200 x^2 = 2 \rightarrow x^2 = \frac{2}{200} = 0.01$

حداکثر میزان فشردگی فنر در نقطه C $x = 0.1 \text{ m}$

تونی (جسمی آجرم 1kg بدون سرعت اولیه از نقطه A بر روی مسیر دایره‌ای و بدون اصطکاک شروع به حرکت می‌کند. $(R=2m)$
 تا نقطه B می‌رسد. پس مماس BC را طی کرده (B تا C اصطکاک). سرعت جسم در نقطه C، $V_C = \sqrt{28}$ می‌باشد.
 در نقطه C وارد یک سطح سیمابری می‌شود و در نهایت در نقطه D متوقف می‌شود. به کمک قانون تانژانتی

الف) سرعت جسم در نقطه B را محاسبه کنید.
 $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0.7$

ب) کار نیروی اصطکاک در مسیر BC را محاسبه کنید.
 ج) جسم حداکثر چه فاصله‌ای را در سطح سیمابری طی می‌کند تا متوقف شود؟



الف) مسیر AB بدون اصطکاک؛ پس انرژی مکانیکی تانژانتی دارد.
 $E_A = E_B \leftarrow E_1 = E_2$
 $K_A + U_A = K_B + U_B$
 (مبدأ پتانسیل را مشخص کنیم)

$$+mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow \frac{2 \cdot 0}{1} = \frac{V_B^2}{2} \rightarrow V_B^2 = 40 \rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{40} \text{ m/s}}$$

ب) مسیر BC با اصطکاک؛ پس انرژی مکانیکی تانژانتی ندارد.
 $E_2 - E_1 = W_{\text{ف (BC)}}$

$$E_C - E_B = W_{\text{ف (BC)}}$$

$$(K_C + U_C) - (K_B + U_B) = W_{\text{ف (BC)}}$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W_{\text{ف (BC)}} \rightarrow \frac{1}{2}(1)(28) - \frac{1}{2}(1)(40) = W_{\text{ف (BC)}}$$

$$\boxed{-2 \text{ J} = W_{\text{ف (BC)}}}$$

ج) سطح سیمابری بدون اصطکاک؛ پس انرژی مکانیکی تانژانتی دارد.
 $E_C = E_D \leftarrow E_1 = E_2$

$$K_C + U_C = K_D + U_D$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = +mgh \rightarrow \frac{1}{2}(28) = 10h \rightarrow 14 = 10h \rightarrow \boxed{h = 1.4 \text{ m}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} \rightarrow \sin 45^\circ = \frac{h}{d}$$

$$\frac{0.7}{1} = \frac{1.4}{d} \rightarrow \boxed{d = 2 \text{ m}}$$

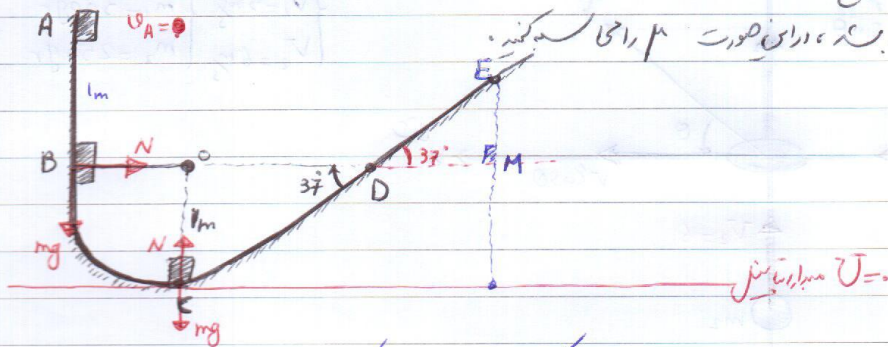
تمرین) جسمی به جرم 1 kg از نقطه A بدون سرعت اولیه رها می‌شود. سرعت جسم از A تا D بدون اصطکاک و بار است.
از نقطه D به بعد اصطکاک داریم. ضریب اصطکاک سیر D به بعد $\mu = ?$ می‌باشد. نهایتاً جسم در نقطه E متوقف می‌شود.
به کمک تئوری انرژی می‌توانیم حل کنیم!

$$\left. \begin{array}{l} AB = 1\text{ m} \\ R = 1\text{ m} \end{array} \right\} \text{ شعاع ربع دایره}$$

ان) سرعت جسم در نقاط B و C و D ،

(- نیروی کنش اصطکاک در نقاط B و C

ج) اگر $DE = 1\text{ m}$ باشد، در این صورت μ چقدر می‌شود.



الف) معادلات انرژی را استخراج کنیم. سیر AB بدون اصطکاک پس انرژی مکانیکی ثابت دارد $E_A = E_B$

$$K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow +mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_1$$

$$20 = \frac{v_B^2}{2} + 10 \rightarrow \frac{10}{1} = \frac{v_B^2}{2} \rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{20} \text{ m/s}}$$

$E_A = E_C \rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_C^2 \rightarrow \frac{20}{1} = \frac{v_C^2}{2} \rightarrow \boxed{v_C = \sqrt{40} \text{ m/s}}$$

چون سیر AD بدون اصطکاک می‌باشد و از طرف نقطه B و D یک شعاع ارتفاع قرار دارند پس $v_D = v_B = \sqrt{20}$

ب) سیر BC، سیر دایره‌ای است، از تئوری دایره‌ای استفاده می‌کنیم.

$$\text{برای نیروی گریز} = \frac{mv^2}{R}$$

B را نقطه : $N = \frac{mv_B^2}{R} \rightarrow N = \frac{1(20)}{1} = \boxed{20 \text{ N}}$

C را نقطه : $N - mg = \frac{mv_C^2}{R} \rightarrow N - 10 = \frac{1(40)}{1} \rightarrow \boxed{N = 50 \text{ N}}$

ج) سیر DE اصطکاک داریم. پس انرژی مکانیکی ثابت نیست. $E_2 - E_1 = W_{\text{فک}}$

$$E_E - E_D = W_{f(DE)}$$

$$(K_E + U_E) - (K_D + U_D) = f d \cos \alpha \quad f = \mu N \rightarrow$$

$$mgh_E - \left(\frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \right) = \mu N d \cos 180^\circ$$

$$1(10)(1.6) - \left(\frac{1}{2} + 10 \times 1 \right) = -\mu N \quad \begin{array}{l} N = mg \cos \alpha = 1(10) \cos 37^\circ \\ N = 10(0.8) = 8 \end{array}$$

$$16 - 20 = -\mu(8) \rightarrow \mu = \frac{4}{8} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

ضریب اصطکاک

$$\sin 37^\circ = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{EM}{DE}$$

$$0.6 = \frac{EM}{1}$$

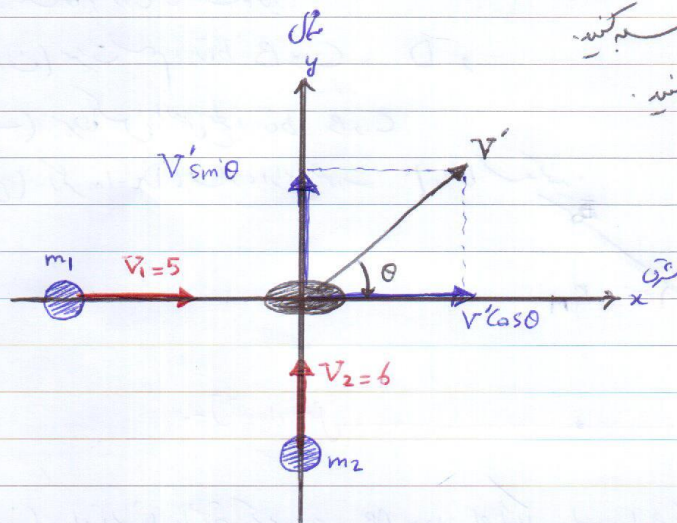
$$EM = 0.6$$

$$h_E = 1 + 0.6 = \boxed{1.6}$$

دو جسم به جرم 300 gr و 250 gr با سرعت 5 m/s به طرف سمت راست حرکت میکنند. جسم دیگری با جرم 250 gr و با سرعت 6 m/s به طرف سمت چپ می رود. این دو جسم برخورد میکنند و به هم می چسبند. حرکت خود ادامه میدهند.

الف) سرعت دو جسم بعد از برخورد را محاسبه کنید.

ب) زاویه پراکندگی (θ) را محاسبه کنید.



$$\begin{cases} V_1 = 5\text{ m/s} \\ V_2 = 6\text{ m/s} \end{cases} \begin{cases} m_1 = 300\text{ gr} \\ m_2 = 250\text{ gr} \end{cases}$$

دو جسم به هم برخورد کرده اند و پسند به حرکت خود ادامه میدهند. برخورد را در نظر بگیرید. فقط اندازه حرکت تغییر دارد:

$$P = P'$$

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V' \quad (\text{این رابطه را برای محور x و y بنویسیم})$$

$$\begin{cases} m_1 V_{1x} + m_2 V_{2x} = (m_1 + m_2) V'_x \\ m_1 V_{1y} + m_2 V_{2y} = (m_1 + m_2) V'_y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (300)(5) = (300 + 250) V'_x \\ 250(6) = (300 + 250) V'_y \end{cases}$$

$$\frac{V'_x = V' \cos \theta}{V'_y = V' \sin \theta} \rightarrow \begin{cases} 1500 = 550 V' \cos \theta \\ 1500 = 550 V' \sin \theta \end{cases} \quad \text{تقسیم از رابطه برهم} \quad *$$

$$1 = \tan \theta \rightarrow \boxed{\theta = 45^\circ}$$

$$1500 = 550 V' \cos 45^\circ$$

$$1500 = 550 (0.7) V'$$

$$1500 = 385 V'$$

$$V' = \frac{1500}{385} = \dots \quad \checkmark$$

$\theta = 45^\circ$ زاویه پراکندگی از رابطه * قرار داده ایم.