

مثال: زبان  $l_9$  و  $l_{10}$  چه رشته هائی را تولید می کنند.

$$l_9 = \{(a|b|c)^*, \Sigma = \{a, b, c\}\}$$

$$l_{10} = \{(a|bc)^*, \Sigma = \{a, b, c\}\}$$

حل: زبان  $l_9$ ،  $\Sigma^*$  را تولید می کند ( $l_9 = \Sigma^*$ ) و زبان  $l_{10}$  هر ترکیبی از  $a$  و  $bc$  ها را تولید می کند.

عبارات منظم (باقاعده):

1- اگر  $\Sigma$  الفبای مورد نظر باشد، هر عضو  $\Sigma$  یک عبارت منظم است

2- اگر  $\alpha$  عبارت منظم باشد،  $\alpha^*$  هم منظم است

3- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  عبارت های منظم باشند  $\alpha\beta$  هم منظم است (عبارات منظم نسبت به عمل الفاق بسته اند)

4- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  عبارت های منظم باشند  $(\alpha|\beta)$  هم منظم است

5- اگر  $l$  زبان منظمی باشد آنگاه  $\bar{l}$  یعنی متمم زبان  $l$ ، هم منظم است

$$r = (a^*(a|b)^*)^*, \Sigma = \{a, b\}$$

مثال: عبارت روبرو منظم است یا نه؟

توضیح:

$a$  عضو الفباء است پس منظم است به تویه به بند 2،  $a^*$  هم منظم است بنا به بند 3،  $(a|b)$  هم منظم است پس  $(a|b)^*$  هم منظم است و  $(a|b)^*$  به آخر  $a^*$  ملحق شده است پس عبارت  $a^*(a|b)^*$  منظم است پس بستار ستاره آن هم که همان عبارت  $r$  است منظم است.

زبان منظم: زبانی را منظم گویند اگر بتوان برای آن عبارت منظمی پیدا کرد.

مثال: ثابت کنید که زبان های زیر منظم اند (با پیدا کردن عبارات منظم)

$$l_1 = \{1, 01, 001, 0001, \dots\}, \Sigma = \{0, 1\}$$

حل: عبارت منظم  $(0^*1)$  تولید کننده زبان  $l_1$  است.

$$l_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{length}(w) = 2k, k \geq 0\}, \Sigma = \{a, b\}$$

حل: زبان بالائی منجر به تولید رشته هائی می شود که ترکیب های متلفی از 4 رشته  $ba, ab, bb, aa$  را دارا هستند، یعنی ما می توانیم هر رشته عضو زبان  $l$  را به رشته هائی با طول 2 به رشته هائی از رشته های گفته شده تجزیه کنیم حال می توانیم عبارت  $(ab|ba|bb|aa)^*$  را که یک عبارت منظم است بنویسیم، بدیهی است که این عبارت منظم زبان را توصیف می کند. همچنین عبارت منظم  $((a+b)(a+b))^*$  نیز همین زبان را تولید می کند.

مثال: ثابت کنید متمم زبان قبلی منظم است.

$$\bar{l} = \{w \in \Sigma^* \mid \text{length}(w) = 2k+1, k \in \mathbb{Z}^+\} \leftarrow (\bar{l} = \Sigma^* - l) \text{ می نویسیم}$$

واضح است که عبارت منظم  $(ab|ba|bb|aa)^*(a|b)$  زبان  $\bar{l}$  را تولید می کند

$$l = \{w \in \Sigma^* \mid \text{length}(w) = 3k, k \geq 0, \Sigma = \{a, b\}\}$$

مثال: ثابت کنید زبان  $l$  منظم است

حل: این زبان رشته هائی را از  $\Sigma^*$  شامل می شود که طولشان مضربی از سه

$$(aaa + aab + aba + abb + baa + bab + bbb + bba)^* = (\Sigma^3)^* = ((a+b)(a+b)(a+b))^* \text{ باشد.}$$

**مثال:** متمم زبان مثال قبل را بنویسید.

توضیح: متمم این زبان رشته هائی را شامل می شود، که آن رشته ها را به سه تائی هائی تجزیه کنیم نهایتا در آخر رشته یک کاراکتر و یا دو کاراکتر اضافه خواهد ماند پس می توانیم عبارت منظم مربوط به این زبان را به شکل  $(\Sigma^2 | \Sigma)(\Sigma^3)^*$  بنویسیم

□ کلا می توان گفت زبان هائی که با این تعریف توصیف می شوند یعنی زبان هائی که شامل رشته هائی هستند که روی الفبای  $(a, b)$  طولشان مضرب  $n$  است منظم اند.

□ در حالت کلی متمم زبان هائی که رشته هائی به طول مضرب  $n$  دارند، به شکل زیر است.

$$(\Sigma^n)^*(\Sigma | \Sigma^2 | \Sigma^3 | \dots | \Sigma^{n-1})$$

**مثال:** ثابت کنید که زبان  $l$  منظم است.

$$l = \{w \in \Sigma^* \mid n_{(b)}(w) = 2\}, \Sigma = \{a, b, c\}$$

این زبان رشته هائی از  $\Sigma^*$  را شامل می شود که فقط و فقط دو حرف  $b$  دارند

$$(a|c)^*b(a|c)^*b(a|c)^*$$

**مثال:** ثابت کنید که زبان  $l$  منظم است.

$$l = \{w \in \Sigma^* \mid n_{(b)}(w) + n_{(c)}(w) = 3\}, \Sigma = \{a, b, c\}$$

این زبان رشته هائی از  $\Sigma^*$  را شامل می شود که تعداد تکرار  $b$  ها و  $c$  ها مجموعا در آن برابر 3 باشد.

$$a^*(b+c)a^*(b+c)a^*(b+c)a^*$$

**مثال:** ثابت کنید که زبان  $l$  منظم است

$$l = \{w \in \Sigma^* \mid 200 \leq w \leq 700\}, \Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$$

جواب.  $(700) | (\Sigma^2)(2+3+4+5+6)$

1- یک عبارت منظم برای زبان  $l = \{a^n b^m \mid n \geq 1, m \geq 1, nm \geq 3\}$  بنویسید

$$l = a^*abbbb^* + a^*aaabb^* + a^*aabbb^*$$

2- عبارت منظمی بنویسید که شامل رشته ای از صفر ها و یک ها هستند و با یک شروع می شوند و شامل دو صفر متوالی نیستند.

$$(1+10)^*$$

3- عبارات منظم برای زبان های زیر، روی  $\Sigma = \{a, b\}$  بنویسید

$$l_1 = \{w \in \Sigma^* \mid n_a(w) \bmod 3 = 0\}$$

$$l_2 = \{w \in \Sigma^* \mid n_a(w) \bmod 5 > 0\}$$

$$l_2 = (b^*ab^*ab^*ab^*ab^*)(b^*(a+\lambda)b^*(a+\lambda)b^*(a+\lambda)b^*ab^*) \quad \text{و} \quad l_1 = (b^*ab^*ab^*ab^*)^*$$

4- یک توصیف ساده از زبان  $l = ((aa)^*b(aa)^* + a(aa)^*ba(aa)^*)$  ارائه کنید.

حل: تمام رشته هائی از  $a$  و  $b$  که شامل فقط یک  $b$  و تعداد  $a$  در آن زوج باشد.

5- یک عبارت منظم برای مجموعه  $\{a^n b^m \mid n+m = \text{زوج}\}$  بنویسید.

$$\text{حل: } (aa)^*(ab+\lambda)(bb)^* \quad \text{یا} \quad (aa)^*a(bb)^*b + (aa)^*(bb)^*$$

6- یک عبارت منظم برای زبان  $l = \{ab^n w \mid n \geq 3, w \in (a|b)^+\}$

$$\text{حل: } abbbb^*(a+b)^+$$

پایان جلسه دوم