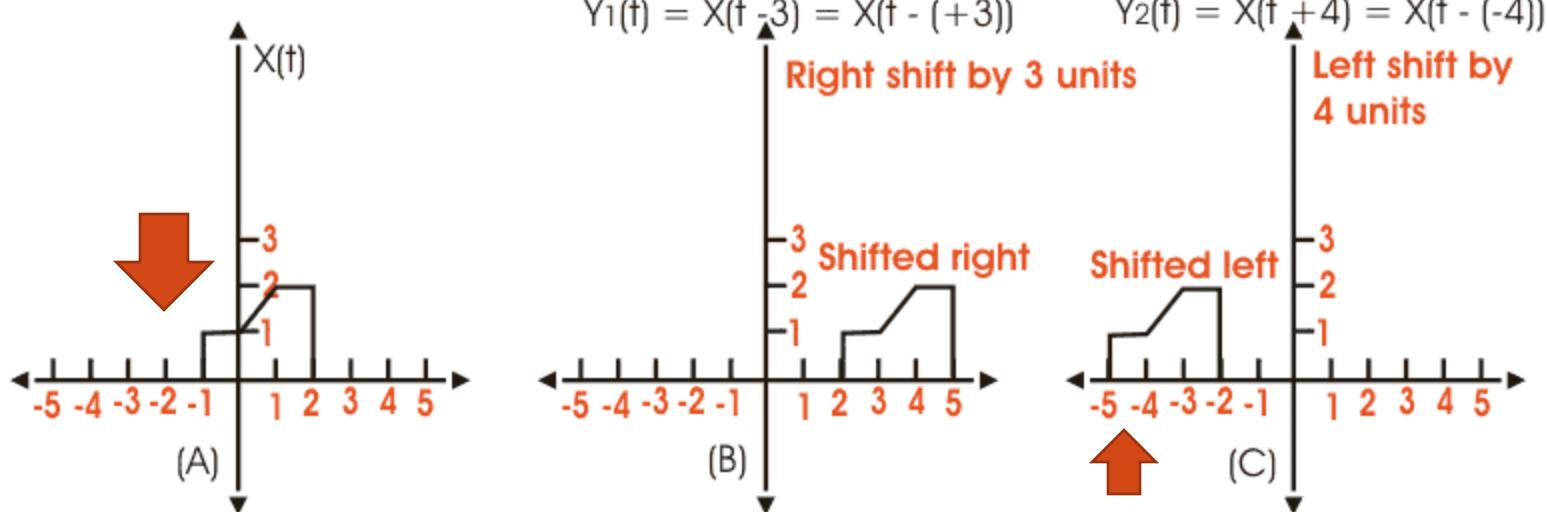


تجزیه و تحلیل سیگنالها

هفته سوم اسفند

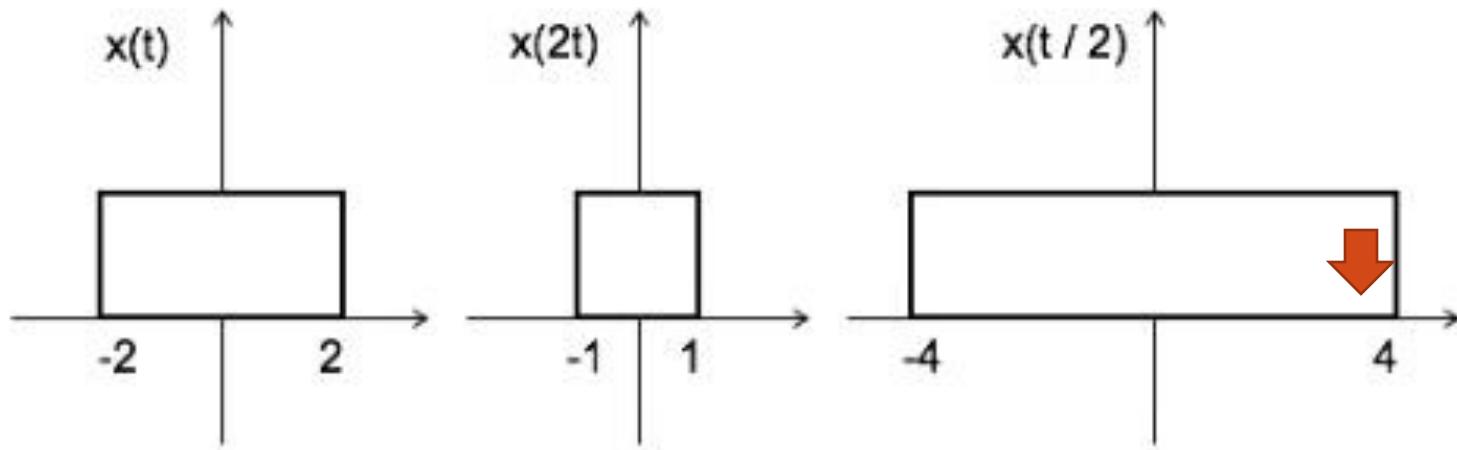
جابجایی و تغییر مقیاس سیگنال

- سیگنال $x(t-t_0)$ از انتقال سیگنال $x(t)$ در حوزه زمان به اندازه t_0 ایجاد می شود؛ اگر t_0 مثبت باشد به راست و اگر t_0 منفی باشد، سیگنال به سمت چپ می رود.



تغییر مقیاس

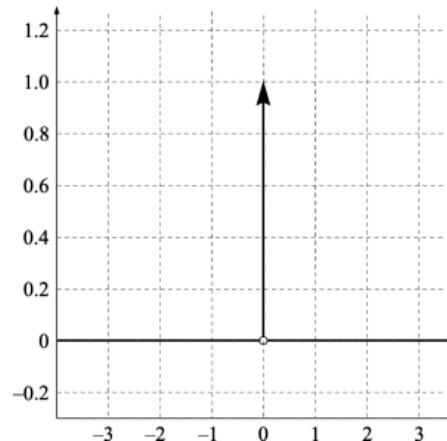
- سیگنال $x(at)$ از تغییر مقیاس $x(t)$ در حوزه زمان به اندازه $1/a$ ایجاد می‌شود. اگر اندازه a بزرگتر از 1 باشد، سیگنال فشرده و در غیر اینصورت باز می‌شود:



سیگنال‌های ضربه واحد گسته

سیگنال ضربه واحد گسته (دلتا دیراک) این چنین تعریف می‌شود:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$



خاصیت غربالی سیگنال ضربه

$$x[n] \cdot \delta[n - n_0] = x[n_0] \cdot \delta[n - n_0] = \begin{cases} x[n_0] & n = n_0 \\ 0 & n \neq n_0 \end{cases}$$

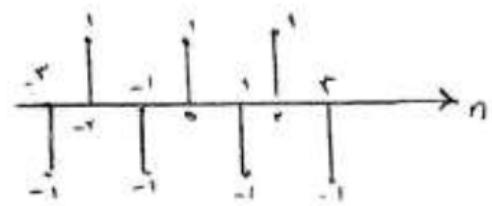
مثال

$$\cos \frac{n^2 \pi}{4} \delta[n - 3] = \cos \frac{9\pi}{4} \delta[n - 3] = \frac{\sqrt{2}}{2} \delta[n - 3]$$

سیگنال‌های ضربه واحد گستته

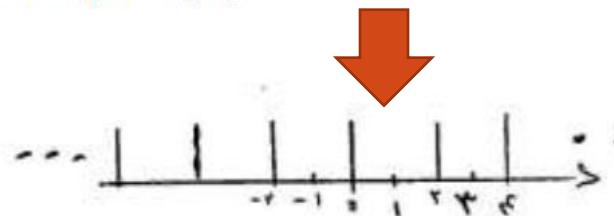
(مثال)

$$x[n] = \sum_{k=-3}^3 (-1)^k \delta[n - k] = (-1)\delta[n + 3] + \delta[n + 2] + (-1)\delta[n + 1] + \delta[n] + \\ + (-1)\delta[n - 1] + \delta[n - 2] + (-1)\delta[n - 3]$$



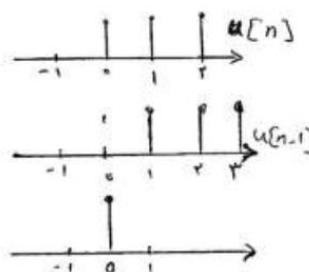
(مثال)

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - 2k] = \cdots + \delta[n + 4] + \delta[n + 2] + \delta[n] + \cdots$$



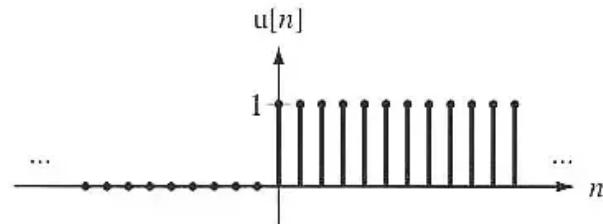
سیگنال پله واحد گسته

تابع ضربه‌ی پله:



$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$



• سیگنال پله واحد

تمرین: سیگنال‌های زیر را (رسم کنید).

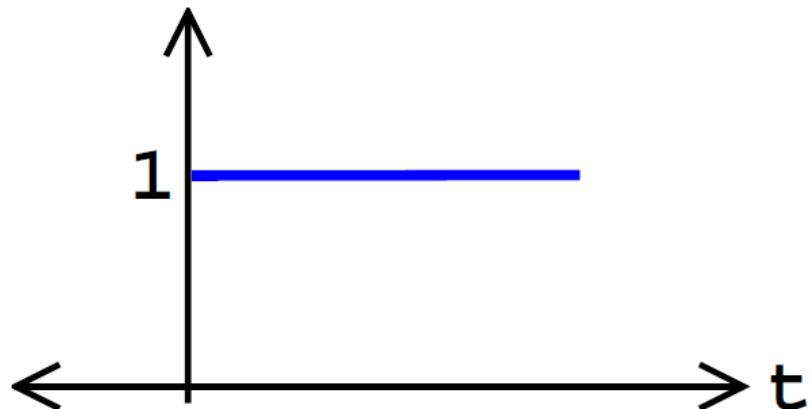
1) $x[n] = u[n+3] - u[n-3]$

2) $x[n] = u[3-n] - u[n+4]$

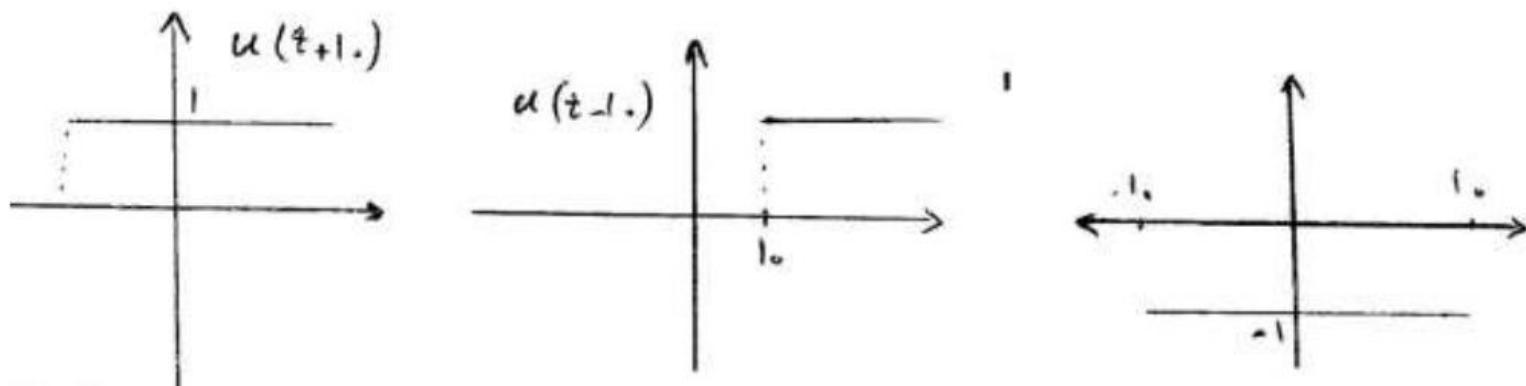


سیگنال پله پیوسته

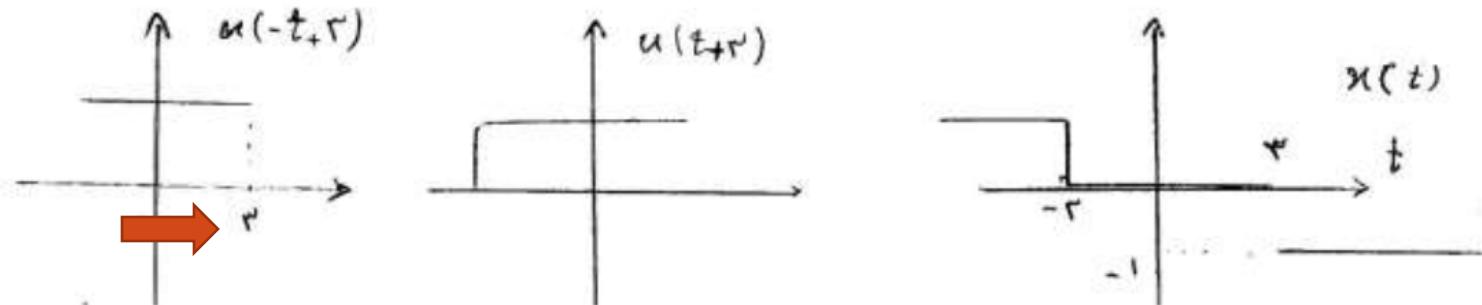
$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } t \geq 0 \\ 0 & \text{if } t < 0 \end{cases}$$



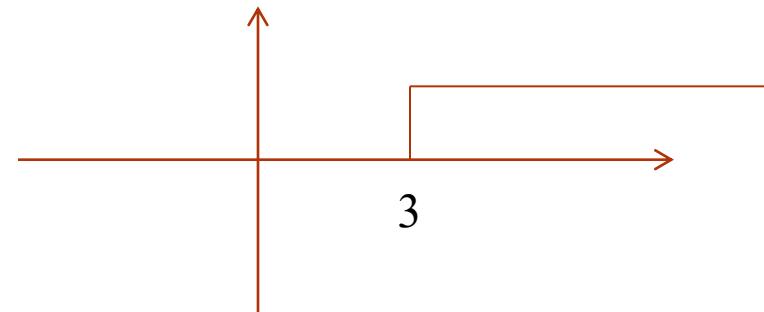
$$1) x(t) = u(t - 10) - u(t + 10)$$



$$2) x(t) = u(-t+3) - u(t+3)$$



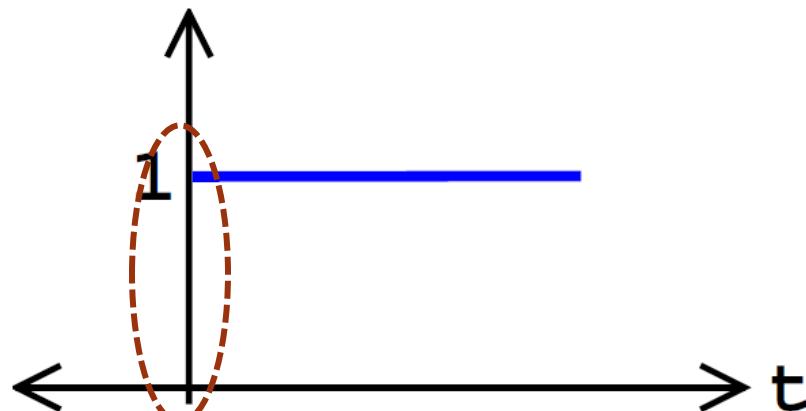
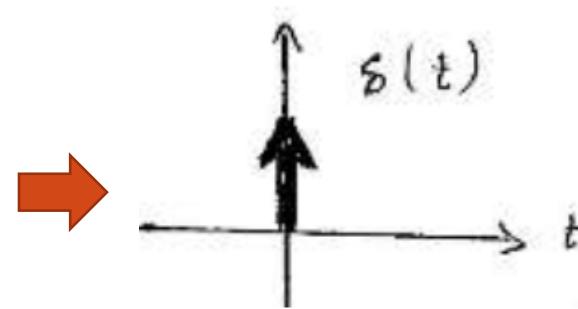
$$3) x(t) = u(t-3) \cdot u(t+3)$$



سیگنال ضربه واحد پیوسته

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

→ $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$



روابط بین تابع ضربه و تابع پله به این شکل است:

$$u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t') dt'$$



$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t = 0^+ \\ 0 & t = 0^- \end{cases}$$

• خاصیت غربالی سیگنال ضربه

$$x(t) \times \delta(t - t_0) = x(t_0) \times \delta(t - t_0)$$

(مثال)

$$1) \sin t \cdot \delta(t) = 0 \cdot \delta(t) = 0$$

$$2) \sin t \cdot \delta\left(t - \frac{\pi}{2}\right) = \delta\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$$

• سیگنال نمایی

$$1) x(t) = ce^{\alpha t}$$

دوعدد محقیقی اند
 c, α

