

نوعی ماشین تورینگ است که از همه قوانین ماشین تورینگ تبعیت می کند با این تفاوت که فضائی که در اختیار ماشین قرار می گیرد (در ابتدای کار) در طول عملیات انجام شده قابل افزایش نیست، بهر حال نوار ماشین تورینگ که از دو طرف نامحدود است LBA از دو طرف محدود است.

□ برهه ای است که با محدودیت اعمال شده زبان هائی که توسط LBA پذیرفته می شوند، محدودتر از زبان هائی است که توسط تورینگ پذیرفته می شوند.

گرامر های نامقید (نامحدود):

به گرامری که در آن تمام قواعد بکار رفته به صورت $(T \mid V)^+ \rightarrow (T \mid V)^*$ باشد گرامر نامقید گوئیم. یعنی هیچ محدودیتی در طرف چپ و راست اعمال نمی شود به جز اینکه طرف چپ قاعده نیابستی λ باشد.

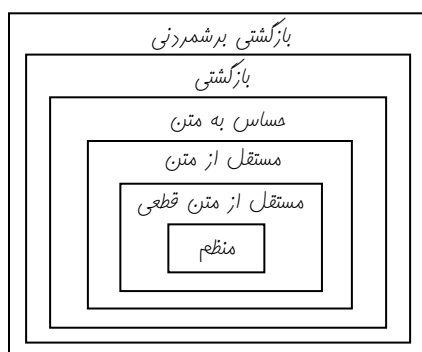
□ به زبان هائی که بتوان برای آنها گرامر نامحدودی نوشت زبان های نامحدود (نامقید) گویند.

□ پذیرنده زبان های نامحدود، ماشین تورینگ است.

□ زبان های محاسب به متن توسط LBA پذیرفته می شوند.

نکته: هر چند ماشین تورینگ گسترده بسیار زیادی از زبان ها را می پذیرد، ولی هنوز زبان هائی هستند که توسط تورینگ هم پذیرفته نمی شوند، یعنی هیچ گرامر خاصی، حتی نامحدود برای آنها پیدا نمی شود.

شکل زیر تقسیم بندی زبان ها را نشان می دهد.



□ زبان هائی که توسط ماشین تورینگ پذیرفته می شوند به دو دسته تقسیم می شوند :

الف. بازگشتی

ب. بازگشتی برشمردنی

□ در زبان های بازگشتی به ازای هر رشته از زبان ماشین تورینگ در نهایت در یک وضعیت متوقف می شود، اگر آن وضعیت، وضعیت نهائی باشد، رشته پذیرفته می شود ولی اگر آن وضعیت غیر نهائی باشد، رشته پذیرفته نمی شود. به عبارت دیگر در این زبان ها، ماشین تورینگ صراحتاً می گوید که این رشته عضو زبان هست یا نه ولی در زبان های بازگشتی برشمردنی ممکن است ماشین تورینگ هیچ وقت متوقف نشود.

خواص زبان های مستقل از متن:

□ زبان های مستقل از متن تحت عمل اجتماع، الحاق، معکوس، بستر ستاره ای بسته هستند ولی نسبت به اشتراک و متمم گیری و تفاضل بسته نیستند.

□ اگر I_1 زبانی مستقل از متن و I_2 زبانی منظم باشد آنگاه $I_1 \cap I_2$ ، $I_1 - I_2$ هم مستقل از متن است.

□ خانواده زبان های نوع دوم (مستقل از متن) تحت همومورفیسم (همرفتی) بسته است.

لم تزریق برای زبان های مستقل از متن:

روال لم تزریق مانند لم تزریق برای زبان های منظم است با این تفاوت که رشته انتقابی از طرف ما، توسط حریف به پنج زیر رشته $u.v.x.y.z$ تقسیم می شود

به شرطی که $v.x.y \leq m-1$ باشد. و در نهایت رشته تزریقی به شکل $uv^i xy^i z$ می باشد که به ازای یک i دلخواه باید ثابت کنیم این رشته عضو زبان نیست.

$$\begin{matrix} v.x.y \leq m-1 \\ v.y \geq 1 \end{matrix}$$

مثال. ثابت کنید که زبان $a^n b^n c^n$ مستقل از متن نیست.

حل. به ازای m انتقایی از طرف مریف، $a^m b^m c^m$ را انتخاب می کنیم که عضوی از زبان است، بریعی است که به هر نوی که تفریه از طرف مریف صورت گیرد چون $v.x.y$ طولش کمتر از m است نمی تواند هر سه a, b, c را پوشش دهد، و در نهایت می تواند فقط a ها، فقط b ها، یا فقط c ها را پوشش دهد یا این که a, b را باهم پوشش دهد یا c, b را باهم، حتی برای این که شامل a, c ها باشد امکان پذیر نیست.

پس چون $v.x.y$ نمی تواند هر سه a, b, c را پوشش دهد، و مطمئن هستیم که هر تفریقی از i تعداد کاراکترها را تا متقابل خواهد کرد، یعنی رشته حاصله عضو زبان نخواهد بود و مکمل ثابت است.

مثال. ثابت کنید که زبان $l = \{w \in (a|b|c)^* \mid n_a(w) = n_b(w) = n_c(w)\}$ مستقل از متن نیست.

برهان خلف. فرض کنیم l مستقل از متن باشد اشتراک این زبان با زبان $a^* b^* c^*$ که زبانی منظم است برابر $a^n b^n c^n$ می باشد که زبانی غیر مستقل از متن (در مثال قبلی ثابت شد ولی در امتحان باید ثابت شود)، و ما می دانیم اشتراک یک زبان منظم با یک زبان مستقل از متن حتماً زبانی مستقل از متن است پس فرض ما نادرست بوده و l زبانی مستقل از متن نمی باشد.

مثال. زبان $l = \{a^n b^n \mid n \leq 200\}$ زبانی است

1. منظم \square 2- مستقل از متن و نه منظم

3- وابسته به متن و نه مستقل از متن 4- بدون مروریت و نه حساس به متن

نکته: زبان های مرور (زبان هایی که تعداد مرور کاراکتر دارند) منظم می باشند.

مثال. کدام یک از زبان های زیر مستقل از متن است.

$$1- a^i b^j b^k c^i c^j c^k d^k$$

$$2- a^i b^j c^i c^j c^k d^k \square$$

$$3- a^i b^j b^k c^i c^j c^k d^k \quad 4- b \text{ و } c$$

مثال. بستر کدام یک از زبان های زیر با خود زبان برابر است.

$$1- l = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, |w| \bmod 2 = 0 \text{ OR } |w| \bmod 3 = 0\}$$

$$2- l = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = xyz \mid x \models yz\} \square$$

$$3- l = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = xyz, x = yz\}$$

$$4- l = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = xy, x = y^R\}$$

تمرینات اضافی:

1- مشخص کنید که زبان $L = \{a^n w w^R a^n : n \geq 0, w \in \{a, b\}^*\}$ مستقل از متن می باشد یا نه؟

مستقل از متن است گرامر زیر را به آن نسبت می دهیم

$$S \rightarrow aSa \mid bAb \mid \lambda$$

$$A \rightarrow aAa \mid bAb \mid \lambda$$

2- ثابت کنید زبان $L = \{a^n : n \geq 0\}$ مستقل از متن نمی باشد.

$$1) \exists m \in N$$

$$2) w = a^{m!} \in L, |a^{m!}| \geq m$$

$$3) w_i = \frac{a^{t_1}}{u} \cdot \frac{(a^{t_2})^i}{v} \cdot \frac{a^{t_{31}}}{x} \cdot \frac{(a^{t_4})^i}{y} \cdot \frac{a^{m! - (t_1 + t_2 + t_3 + t_4)}}{z}$$

که در آن $|vy| = t_2 + t_4 \geq 1, |vxy| = t_2 + t_3 + t_4 \leq m$

$$4) i = 0 \Rightarrow w_i = a^{m! - (t_2 + t_3)} \notin l$$

چون برای $k \leq m$ داریم $m! - k < m! - (m-1)!$