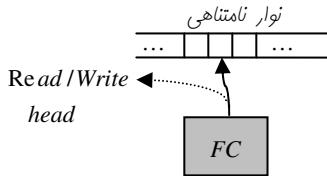


ماشین تورینگ: ماشین تورینگ نوعی آتمات است که در ای محفظه ای است به شکل نوار که این نوار از دو طرف تا محدود است و به سلول های تقسیم شده است، هر سلول محفظه می تواند یک علامت را در خود ذخیره کند، این ماشین در ای یک هد فوایندن و نوشتن است، این هد بر روی هر سلولی از نوار که قرار می کند می تواند آن سلول را بفایند و یا در آن سلول پیزی بنویسد و ضمناً بعد از عمل فوایندن و یا نوشتن در هر مرحله می تواند یک فانه به طرف راست یا پیچ حرکت کند.



$$M = \{Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, q_f\}$$

ماشین تورینگ M با یک هفت تائی نشان داده می شود به این شکل :

Q : مجموعه حالات ماشین

Σ : الفبای زبان

Γ : الفبای نوار

δ : تابع تغییر وضعیت

q_0 : حالت اولیه ماشین

\square : عضو الفبای نوار (علامت محدود کردن نوار)

q_f : مجموعه حالات نهایی (زیر مجموعه ای از Q)

□ تابع تغییر وضعیت شکل $Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ می باشد که علامت $\{L, R\}$ که جهت حرکت ماشین را، روی نوار نشان می دهد.

□ مثلاً وقتی می نویسیم $(q_0, a) \rightarrow (q_1, x, R)$ متنظر ما نیست که آنرا در وضعیت q_0 هد فوایندن و نوشتن بر روی سلولی از نوار قرار گیرد که علامت a را مشاهده کند باید به وضعیت q_1 تغییر حالت دهد و از همان سلول a را هذف کرده و به جای آن x را بنویسد و یک فانه به سمت راست حرکت کند.

مثال. ماشین تورینگ M می باشد که زبانی را می پذیرد. (با فرض این که هد فوایندن و نوشتن در ابتدای نوار قرار دارد) $\begin{cases} \delta(q_0, a) = (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, b) = (q_1, b, R) \\ \delta(q_1, \square) = (q_f, \square, L) \end{cases}$

بهواب. در ابتدای کار در وضعیت q_0 هستیم و هد فوایندن و هد نوشتن در اولین فانه رشته قرار دارد و در وضعیت q_0 فقط می توانیم a را بینیم، پس بایدی است که رشته هایی که این ماشین می پذیرد همکنی با a شروع می شوند ولی به معنی درین اولین a به q_1 تغییر وضعیت می دهیم و در هم یا می توانیم مربع دیره و به کار خود پایان دهیم یا به تعداد لفواه b بینیم یعنی این ماشین زبان ab^* را می پذیرد. مثال. ماشین تورینگی طراحی کنید که زبان $a^n b^n$ را پذیرد.

$$M : \begin{cases} \delta(q_0, a) = (q_1, x, R) \\ \delta(q_1, a) = (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, b) = (q_2, y, l) \\ \delta(q_2, a) = (q_2, a, l) \\ \delta(q_2, x) = (q_0, x, R) \\ \delta(q_1, y) = (q_1, y, R) \\ \delta(q_2, y) = (q_2, y, l) \\ \delta(q_0, y) = (q_3, y, R) \\ \delta(q_3, y) = (q_3, y, R) \\ q_3, \square = (q_f, \square, l) \end{cases}$$

$$M : \begin{cases} \delta(q_0, 0) = (q_1, 0, R) \\ \delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R) \\ \delta(q_1, 1) = (q_2, 1, R) \\ \delta(q_2, 0) = (q_3, 0, R) \\ \delta(q_3, \square) = (q_f, \square, L) \end{cases}$$

بهواب.

مثال. ماشین تورینگی طراحی کنید که زبان $L = \{a^n b^n, n \geq 1\}$ را پذیرد.

□ ماشین تورینگ می‌تواند برای محاسبات ریاضی نیز کاربرد داشته باشد، هنچه می‌توان پندر ماشین تورینگ را به نوعی طراحی کرد که محاسبات ریاضی پیمایه را جواب کو باشد.

مثال. دو عدد x, y داده شده اند ماشین تورینگ برای محاسبه $y + x$ طراحی کنید.
روش کار به این صورت است که به ازای هر عدد صحیح n , n تا عدد ۱ را در نوار ذخیره می‌کنیم، هر دو عددی که می‌خواهند در نوار جمع شوند، به شکل گفته شده در نوار ذخیره می‌شوند و برای این که دو عدد از هم جدا شوند مایبین دو عدد یک علامت صفر ذخیره می‌کنیم؛ می‌خواهیم بعد از انجام عمل جمع توسط ماشین حاصل جمع به صورت گفته شده در نوار دیده شود. تنها کاری که باید انجام دهیم این است که عدد صفر بین دو عدد، را به یک تبدیل کنیم با این کار تعداد یک های حاصل یک واحد بیشتر از حاصل جمع مطلوب است، در عوض یک انتها را به □ تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\delta(q_0, 1) &= (q_0, 1, R) \\ \delta(q_0, 0) &= (q_0, 1, R) \\ \delta(q_0, \square) &= (q_1, \square, L) \\ \delta(q_1, 1) &= (q_f, \square, L)\end{aligned}$$

جواب.

گرامر های مساس به متن (CS):

به گرامر هائی که تمام قواعد آن به شکل زیر باشد گرامر های مساس به متن گویند.

$$\begin{aligned}A &\rightarrow B \\ A &\in (T \mid V)^+ \\ B &\in (T \mid V)^* \\ |A| &\leq |B|\end{aligned}$$

□ به زبان هائی که بتوان برای آنها، گرامر های مساس به متن نوشت، زبان مساس به متن گویند.

□ زبان های مساس به متن λ را تولید نمی‌کنند زیرا شرط $|A| \leq |B|$ نقض می‌شود.

□ با توجه به تعاریف گرامر های مستقل از متن و مسas به متن برعی است که زبان های مستقل از متن بدون λ زیر مجموعه ای از زبان های مسas به متن است.

تمرینات اضافی:

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_0, b) &= (q_2, b, R) \\ \delta(q_1, b) &= (q_1, b, R) \\ \delta(q_1, \square) &= (q_3, \square, R) \\ \delta(q_2, b) &= (q_2, b, R) \\ \delta(q_2, a) &= (q_3, a, R)\end{aligned}$$

1- چه زبانی توسط ماشین $M = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \delta, q_0, \square, \{q_3\}$ با توابع تغییر حالت

جواب. زبان $L = \{ab^n : n \geq 0\} \cup \{b^n a : n \geq 1\}$ را می‌پذیرد.

2- یک ماشین تورینگ با حداقل سه وضعیت که زبان $L(a(a+b)^*)$ را قبول می‌کند طراحی کنید. فرض کنید $\Sigma = \{a, b\}$ باشد آیا این کار با ماشین دو وضعیتی هم امکان پذیر است.

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, b) &= (q_1, b, R) \\ \delta(q_1, \square) &= (q_f, \square, L)\end{aligned}$$

جواب.

البته میتوانیم آن را با دو وضعیت پیاده سازی کنیم به این صورت که q_f را هزف کرده و به جای آن q_1 را به عنوان وضعیت نهایی پذیریم.



$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, b) &= (q_2, b, R) \\ \delta(q_2, a) &= (q_2, a, R) \\ \delta(q_2, b) &= (q_3, b, R) \\ \delta(q_3, \square) &= (q_f, \square, l)\end{aligned}$$

3- ماشین تورینگی طراحی کنید که؛ با $(aba^*b)^l$ ، ا پذیرد. فرض کنید

بخارا.

$$\begin{aligned}\Sigma &= \{a, b\} \\ L &= \{w \in (a \mid b)^*: |w| = 2k, k \geq 1\} \\ \delta(q_0, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_0, b) &= (q_1, b, R) \\ \delta(q_1, a) &= (q_2, a, R) \\ \delta(q_1, b) &= (q_2, b, R) \\ \delta(q_2, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_2, b) &= (q_1, b, R) \\ \delta(q_2, \square) &= (q_f, \square, l)\end{aligned}$$