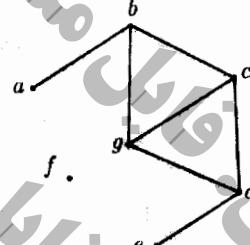


ساعت شروع: ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷			http://aee.medu.ir
ردیف	نمره		

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $1 + k^4$ مربيع کامل است. ب) هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول اند. ج) گراف حاصل از مدل سازی پل کونیگسبرگ یک گراف ساده است. د) گراف -۳-منتظم از مرتبه ۵ قابل رسم نیست.	۱
۱/۲۵	اگر α و β دو عدد گنج باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنج است.	۲
۱	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های همارز) ثابت کنید: (برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$)	۳
۱	اگر $a > 1$ و $4a + 3 \leq 5k + 5$ ثابت کنید a عددی اول است.	۴
۲/۲۵	پاسخ هر یک از سوالات زیر را به دست آورده و دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید. الف) اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $ a+2 ab$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $a^3 + b^3 + 3$ رابر بیابید. ب) مطلوب است باقی مانده تقسیم عدد $1000 \times 12 + 10 = 12010$ بر عدد ۷.	۵
۱	معادله همنهشتی $13x^3 \equiv 13$ را حل و جواب عمومی آن را بدست آورید.	۶
۱/۵	با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک $c-a$ مسیر به طول ۳ بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. ج) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید. د) آیا گراف G همبند است؟ چرا؟ ه) یک زیرگراف تهی ۵ رأسی، از گراف G رسم کنید.	۷
۱	ثابت کنید تعداد رأس های فرد هر گراف، عددی زوج است.	۸
۱	گراف G با مجموعه رأسهای $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ae, bc, bd, be, ec, ed\}$ مفروض است. بدون کشیدن نمودار آن به قسمت های (الف) تا (ج) پاسخ دهید. الف) مجموعه همسایگی باز رأس d را بنویسید. ب) اندازه گراف را مشخص کنید. ج) مجموع درجات رئوس این گراف برابر چند است؟	۹

ادامه سوالات در صفحه دوم



نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی :
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان. ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در فوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آمورش و پژوهش http://ace.medu.ir		

ردیف	نمره	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
۱۰	۱	گراف کامل K_3 دارای ۳۶ یال است در این گراف، مرتبه گراف و (G) را مشخص کنید.
۱۱	۱	گراف (P_{12}) در شکل مقابل رسم شده است. الف) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ϵ عضوی از آن را مشخص نمایید.
۱۲	۱	اگر داشته باشیم $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ در این صورت چند کد یا رمز ۵ رقمی می‌توان نوشت که هر یک شامل دو رقم (متماز) از A و سه رقم (متماز) از B باشد؟
۱۳	۱	به چند طریق می‌توان ۸ توب یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توب داشته باشد؟
۱۴	۱/۵	دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید و متعامد بودن آنها را نشان دهید.
۱۵	۲	به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین سه نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداقل ۱ خودکار داده باشیم؟ (راه حل نوشته شود)
۱۶	۱/۵	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آنها روز تولدشان یکسان است؟ (سال را غیر کبیسه در نظر بگیرید)
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور دی ماه سال ۱۳۹۷	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵)	۱
۲	اگر $\alpha + 2\beta$ گنگ نباشد (فرض خلف) پس عددی گویا است. (۰/۲۵) از طرفی طبق فرض $\alpha + \beta$ نیز عددی گویا است. (۰/۲۵) می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا، عددی گویاست در نتیجه: اما با توجه به فرض مسئله: β گنگ است (۰/۲۵) (صفحه: ۸) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۳	$\begin{aligned} 2x^r + 2y^r + 2 &\geq 2xy + 2x + 2y \quad \Leftrightarrow (x^r - 2x + 1) + (y^r - 2y + 1) + (x^r - 2xy + y^r) \geq 0 \\ (0/25) & \qquad \qquad \qquad (0/25) \end{aligned}$ $\begin{aligned} &\Leftrightarrow (x-1)^r + (y-1)^r + (x-y)^r \geq 0 \quad (0/25) \\ &\Leftrightarrow (x-1)^r \geq 0, \quad (y-1)^r \geq 0, \quad (x-y)^r \geq 0 \quad (0/25) \end{aligned}$ (صفحه: ۸)	۱
۴	$\begin{aligned} a 4k+4 &\Rightarrow a 45k+20 \quad (0/25) \\ a 5k+3 &\Rightarrow a 45k+27 \quad (0/25) \end{aligned} \Rightarrow a 7 \quad (0/25) \stackrel{a>1}{\Rightarrow} a=7 \quad (0/25)$ (صفحه: ۱۶)	۱
۵	الف) a عددی فرد است بنابراین $a+2$ عددی فرد است و $b a+2$ ، بنابراین $b a+2$ نیز عددی فرد خواهد بود. (۰/۲۵) می‌دانیم مربع هر عدد فرد، مضربی از ۸ به علاوه یک است. (۰/۲۵) $a^r + b^r + 3 = (8m+1) + (8n+1) + 3 = 8(m+n)+5 \Rightarrow r=5 \quad (0/25)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵
۶	ب) $1000 \equiv 6 \equiv -1 \quad (0/25) \Rightarrow (1000)^r \times 12 + 10 \equiv -12 + 10 \quad (0/25)$ $\Rightarrow (1000)^r \times 12 + 10 \equiv -2 \equiv 5 \quad (0/25) \Rightarrow r=5 \quad (0/25)$ (صفحات: ۱۶ و ۲۱)	۱
۷	$3x \equiv 13 \quad \Rightarrow 3x \equiv 6 \quad (0/25) \stackrel{(3,7)=1}{\Rightarrow} x \equiv 2 \quad (0/25) \Rightarrow x = 7k+2 \quad (0/25)$ (صفحه: ۲۵)	۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستره
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	(الف) $abgc$ (۰/۲۵) (ب) $bcdgb$ (۰/۲۵) (ج) $\deg_G(a) = ۵$ (۰/۲۵)	۱/۵
۸	د) خیر - چون مثلاً از f به g مسیری وجود ندارد. (۰/۵) (صفحات: ۳۶ و ۳۸ و ۳۹)	
۹	فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف G و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v)$ از طرفی می دانیم که مجموع درجات رئوس یک گراف G عددی زوج است یعنی $\sum_{v \in V(G)} \deg(v)$ زوج (۰/۲۵) و $\sum_{v \in B} \deg(v)$ زوج است بنابراین تفاضل آنها نیز زوج خواهد شد. (۰/۲۵) (صفحه: ۴۰) بنابراین $\sum_{v \in A} \deg(v)$ زوج و نتیجه می شود که $n(A)$ عددی زوج است. (۰/۲۵)	۱
۱۰	(الف) $N_G(d) = \{b, e\}$ (۰/۱۵) (ب) $q = ۶$ (۰/۱۵) (ج) مجموع درجات رئوس $= ۱۲$ (۰/۲۵)	۱
۱۱	(صفحه: ۴۱)	
۱۲	(صفحه: ۷۲)	۱
۱۳	(صفحه: ۷۳)	۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور دی ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	$\begin{array}{ c c c } \hline 1 & 2 & 2 \\ \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 3 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{ c c c } \hline 2 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ c c c } \hline 12 & 21 & 23 \\ \hline 33 & 22 & 11 \\ \hline 21 & 13 & 32 \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: center;">(+/۵) (+/۵) (+/۵)</p> <p style="text-align: right;">صفحه: ۷۳</p>	۱/۵
۱۵	<p>تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های پوشای یک مجموعه ۴ عضوی مانند A به یک مجموعه ۳ عضوی مانند B.</p> $A_i = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad j = 1, 2, 3\} \quad (./25)$ $ S = B ^{ A } = 3^4 = 81 \quad (./25), \quad A_1 = A_2 = A_3 = 2^4 = 16 \quad (./25)$ $ A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_2 \cap A_3 = 1 \quad (./25), \quad A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0 \quad (./25),$ $ \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 = \bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3 = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36 \quad (./25)$ <p style="text-align: right;">صفحات: ۷۸ و ۷۹</p>	۲
۱۶	<p>$k+1=20 \Rightarrow k=19 \quad (./5)$</p> <p>طبق تعیین اصل لانه کبوتری، تعداد لانه‌ها همان روزهای سال می‌باشد.</p> <p>$n=365 \quad (./5)$</p> <p>$k n+1=365 \times 19+1=6936 \quad (./5)$</p> <p style="text-align: right;">صفحه: ۸۴</p>	۱/۵

«محبوبین گرامی لطفا برای راه حل‌های دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.»