

### آتماتی متناهی (Dfa)

یک ماشین متناهی معین یک ۵ تائی به صورت زیر است  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  که در آن

$Q$ : مجموعه متناهی از وضعیت ها (State)

$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ : تابع تغییر حالت به شکل

$q_0$ : عنوانی از  $Q$  است و State شروع می باشد.

$F$ : زیر مجموعه ای از  $Q$  است ( $F \subseteq Q$ ) که مجموعه وضعیت های نهائی می باشد.

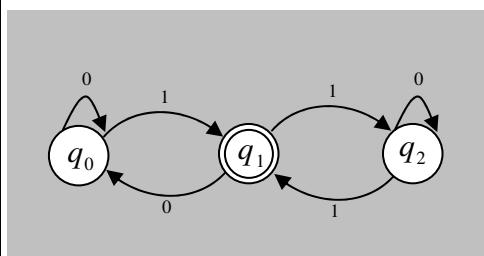
مثال:  $Dfa$  زبان زیر را، عنوان کنید.

$$\delta: \delta(q_0, 0) = q_0 \quad \delta(q_0, 1) = q_1$$

$$\delta(q_1, 0) = q_0 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

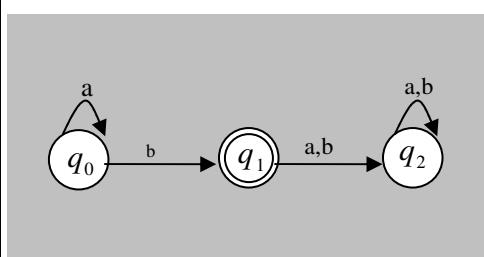
$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_1$$

حل:



آتماتاها به عنوان پذیرنده یک زبان بکار می روند، هر کله از State شروع، شروع کرده و با طی یال ها به وضعیت نهائی برسیم (نباله ی بر پس بها روی یال های طی شده، شته ای را تشکیل می دهد که توسط DFA پذیرفته می شود، به مجموعه تمام شته هایی که توسط DFA پذیرفته می شود زبان DFA گفته می شود. مثلا، شته های 0111, 0101, 0001, 01 توسط DFA بالائی پذیرفته می شوند.

مثال: زیر چه زبانی می پذیرد.

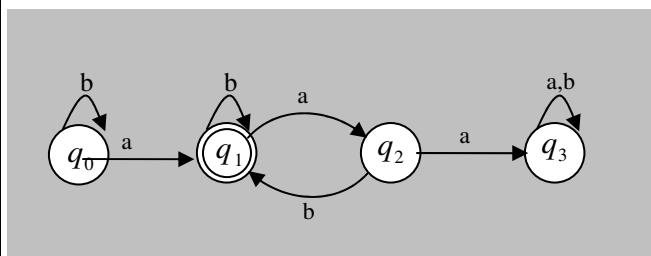


حل:  $a^* b^*$

□ هر زبانی که بتوان آن را با یک DFA نشان داد، یک زبان منظم است

□ به ازای هر زبان منظم مترافق یک DFA موجود است و بالعکس، پس تبیه می کیریم به ازای هر DFA یک عبارت منظم وجود دارد.

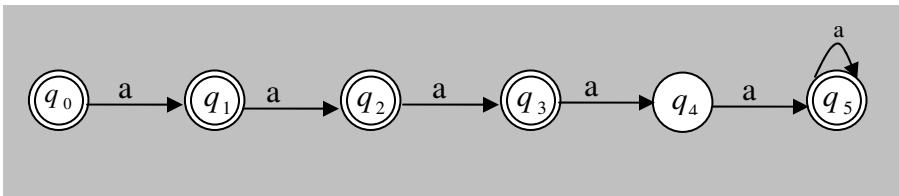
□ به ازای هر زبان یا نمی توان یا می توان بی نهایت DFA پیدا کرد و یا می توان یا نمی توان را پذیرد.



مثال: DFA زیر چه زبانی را می پذیرد.

حل:  $b^* ab^* (ab)^* b^*$

مثال: نشان دهید که زبان  $\{a^n : n \geq 0, n \neq 4\} = l = \{a^n : n \geq 0, n \neq 4\}$  منظم است.



خاصیت های DFA:

1. در DFA از یک وضعیت با یک حرف نمی توان به بیش از یک State رفت.
2. در DFA به ازای تمامی حرف الفباء از یک وضعیت باید خروجی داشته باشیم.
3. برچسب یک یا ل نمی تواند λ باشد.

### آناتماتی متنهای نامعین (NFA):

تعریف ما در مورد NFA در آنچه موارد شیوه DFA است با این تفاوت که تعریف تابع  $\delta$  برای NFA به صورت زیر است.

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \lambda) \rightarrow 2^Q$$

از این تعریف پندر تکه متوجه می شویم.

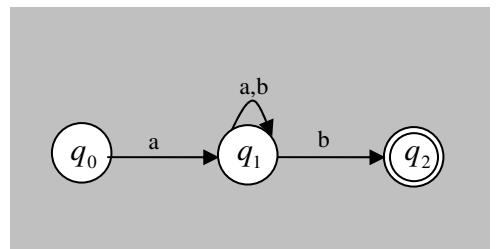
- 1- برچسب ها در NFA می توانند شامل λ هم باشند
- 2- خروجی تابع در NFA عفنوی از  $2^Q$  است، می دانیم هر عفنوی از  $2^Q$  یک مجموعه است پس طرف دوم تابع ما می تواند بیش از یکی باشد یعنی تابع ما می تواند از یک State با مشاهده یک حرف به بیش از یک State ببرد.
- 3- چون  $2^Q$  شامل مجموعه هی نیز هست، طرف دوم تابع می تواند تهی هم باشد، یعنی اینکه ما در یک State با یک یا پندر از حروف الفباء، هیچ خروجی نداریم

قضیه:

□ به ازای هر NFA که یک زبان را می پذیرد، می توان یک DFA معادل آن و هم قدرت با آن ساخت که همان زبان را پذیرد.

□ به ازای هر زبان منظم می توان NFA رسم کرد و هر NFA تولید کننده یک زبان منظم است.

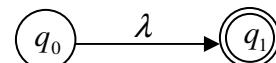
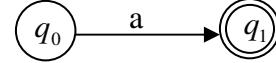
مثال: زبان  $a(a|b)^*$  را با NFA رسم کنید.



پندر نکته: با



معادل است با


 پذیرنده یک حرف از  $\Sigma$ 


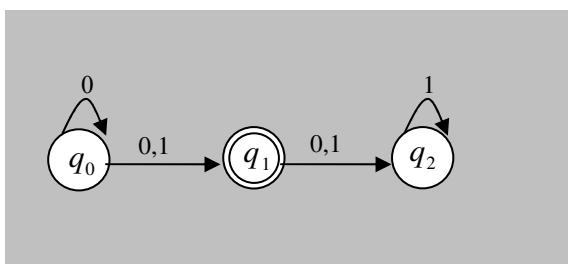
پذیرنده زبان تهی



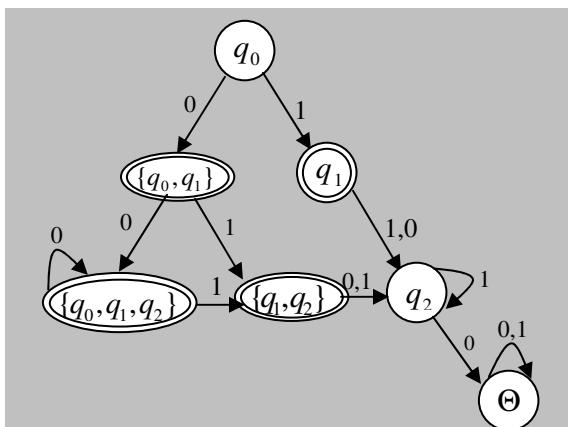
تبدیل DFA به NFA

از وضعیت شروع آغاز کرده و به ازای تمامی معرف الفباء، فروجی NFA، مشخص می‌کنیم، با توجه به تعریف NFA ممکن است از یک وضعیت فروجی نداشته باشیم، در این حالت یک وضعیت تهی ایجاد کرده و وضعیت فروجی مورد نظر را به طرف آن هدایت می‌کنیم، ممکن است از یک وضعیت با یکی از معرف الفباء، بیش از یک فروجی داشته باشیم، در این حالت وضعیت جدیدی ایجاد می‌کنیم که شامل State های ممکن باشد. اگر در NFA هر یک از آن State ها وضعیت پایانی بود، وضعیت جدید که در DFA درایم، آن را نیز پایانی  $\Theta$  نظر می‌گیریم.

مثال: NFA را به DFA تبدیل کنید.



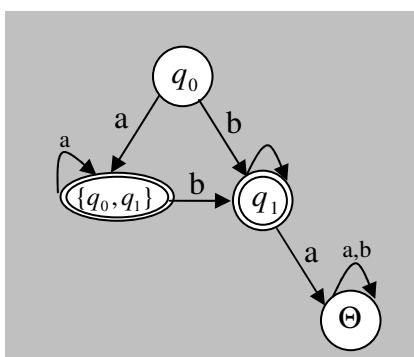
حل:



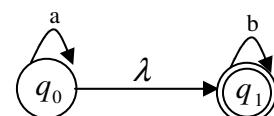
مثال:

 برای  $a^*b$  یک DFA ساختیم.

حل: ابتدا یک DFA می‌سازیم و سپس تبدیل می‌کنیم



جواب:



ل<sup>م</sup> تزریق: این ل<sup>م</sup> براساس اصل لانه کبوتر اثبات شده است و می‌تواند به صراحت بیان کند که زبانی غیر منظم است ولی در مورد منظم بودن زبان نمی‌تواند نظری ارائه دهد.

□ می‌فواهیم ثابت کنیم زبان  $L$  غیر منظم است، مثل یک بازی دو طرفه عمل می‌کنیم، اولین حرکت از طرف هریف، حرکت بعدی از طرف ما و الی ... در نهایت اگر توانستیم روالی را پیش بگیریم که به ازای هر حرکتمان از طرف هریف به پیروزی برسیم. ثابت کردیم زبان غیر منظم است، در غیر این صورت نمی‌توان در مورد منظم یا غیر منظم بودن زبان صحبت کرد.

### روال ل<sup>م</sup> تزریق برای اثبات غیر منظم بودن زبان $L$

- 1 هریف یک عدد لفواه از اعداد طبیعی مانند  $m$ , را انتقام می‌کند
- 2 ما، شته ای لفواه از  $L$  انتقام می‌کنیم که طوش بزرگتر مساوی  $m$  است
- 3 هریف، شته انتقامی ما را به سه قسمت  $x, y, z$  تقسیم می‌کند به شرطی که  $|y| \geq 1, |x.y| \leq m$
- 4 اگر بتوانیم ثابت کنیم به ازای  $i$  لفواه در بازه  $0 \leq i \leq \infty$  از  $L$  اعداد حسابی، شته  $xy^i z$  در زبان مورد نظر نیست، ثابت شده که زبان غیر منظم است.

مثال. ثابت کند زبان  $\{a^n b^n \mid n > 0\} = l$  غیر منظم است.

$$\text{مل: با فرض } |a^m b^m| \geq m \quad w = a^m b^m \text{ درایم}$$

$$\text{حال با در نظر گرفتن } xyz = w \text{ با شرایط مسئله درایم}$$

$$\forall i > 0, xy^i z = a^{m-1} a^i b^m \xrightarrow{\forall i=2} a^{m-1} a^2 b^m = a^{m+1} b^m \notin l$$

مثال. ثابت کنید زبان  $\{w \in \Sigma^* \mid n_a(w) < n_b(w)\} = l$  غیر منظم است.

$$\text{مل: با فرض } |a^m b^{m+1}| \geq m \quad w = a^m b^{m+1} \text{ درایم}$$

$$\text{حال با در نظر گرفتن } xyz = w \text{ با شرایط مسئله درایم}$$

$$\forall i > 0, xy^i z = a^{m-1} a^i b^{m+1} \xrightarrow{\forall i=2} a^{m-1} a^2 b^{m+1} = a^{m+1} b^{m+1} \notin l$$

ثابت کنید زبان  $\{a^n \mid n \text{ عدد اول است}\} = L$  غیر منظم است.

نکته: عدد اول عددی است که به صورت حاصل ضرب دو عدد نمی‌توان نوشت

فرض شود  $p \geq m$  است و یک عدد اول

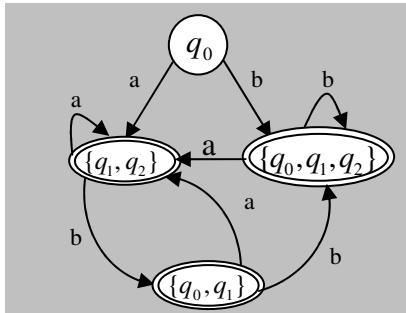
$$|x.y.z| = p \Rightarrow |x.y^{p+1}.z| = |x.y.z| + |y^p| = p + p = P(1+y) \rightarrow$$

چون نتیجه ضرب دو عدد شده پس عدد اول نیست

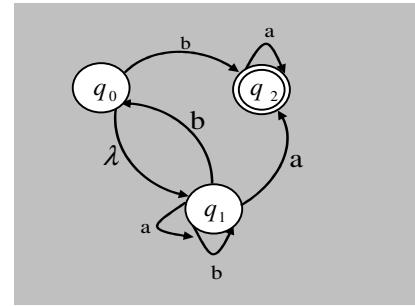
$\overbrace{aaaaa\dots a}^p$   
 $\underbrace{x}_{}, \underbrace{y}_{}, \underbrace{z}_{}$

تمرینات اضافی:

DFA-1 معادل ماشین زیر نماید.



: بابا



-2 ثابت کنید که  $w = \{a^n b^m c^k \mid n < m < k\}$  مفهومی نیست.

$$|a^m b^{m+1} c^{m+2}| \geq m$$

محل: با فرض  $w = a^m b^{m+1} c^{m+2}$  و  $m > 0$

$$x = a^{m-1}, y = a, z = b^{m+1} c^{m+2}$$

حال با در نظر گرفتن مسئله ای داشته باشیم که  $w = xyz$

$$\forall i > 0, xy^i z = a^{m-1} a^i b^{m+1} c^{m+2} \xrightarrow{\forall i=3} a^{m-1} a^3 b^{m+1} c^{m+2} = a^{m+2} b^{m+1} c^{m+2} \notin l$$

-3 ثابت کنید که  $w = \{a^n b^m c^k \mid n + m = k\}$  مفهومی نیست.

$$|a^m b^{m+1} c^{2m+1}| \geq m$$

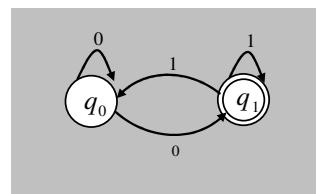
محل: با فرض  $w = a^m b^{m+1} c^{2m+1}$  و  $m > 0$

$$x = a^{m-1}, y = a, z = b^{m+1} c^{2m+1}$$

حال با در نظر گرفتن مسئله ای داشته باشیم که  $w = xyz$

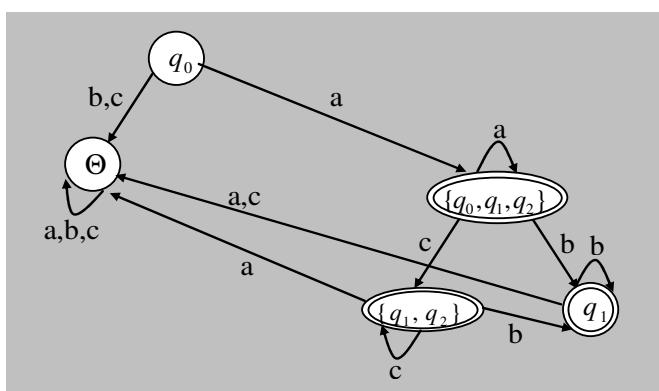
$$\forall i > 0, xy^i z = a^{m-1} a^i b^{m+1} c^{2m+1} \xrightarrow{\forall i=2} a^{m-1} a^2 b^{m+1} c^{2m+1} = a^{m+1} b^{m+1} c^{m+2} \notin l$$

-4 ماشین متناهی زیر په زبانی را می پذیرد.



په زبانی:  $0^+ 1^* (10^* 01^*)^*$

-5 DFA و NFA- $\lambda$  تبدیل کنید.



: بابا

