

فصل دوم – سیستم های عددی و تبدیل مبناها

سیستم اعداد دهدھی

سیستم اعداد دهدھی یکی از سیستم های متداول است که همگان روزانه با آن سر و کار دارند. در این سیستم هر عدد می تواند ترکیبی از اعداد ۰ تا ۹ باشد.

سیستم اعداد دودویی

در این سیستم، مبنای اعداد، ۲ است، لذا هر عدد در این سیستم می تواند ترکیبی از ارقام ۰ و ۱ باشد، مانند ۱۱۱ و ۱۰۱۱ و ۱۰۰۰۱۱۱۱.

سیستم اعداد هشتادی (اکتال)

در این سیستم، مبنای اعداد، ۸ است، لذا هر عدد در این سیستم می تواند ترکیبی از ارقام ۰ تا ۷ باشد.

سیستم اعداد شانزده تایی (هگزادسیمال)

در این سیستم، مبنای اعداد، ۱۶ است، لذا می توان از ۱۶ رقم در نوشتن اعداد این سیستم استفاده کرد. چون اعدا ۹ به بالا را به عنوان یک رقم نمی شناسیم، برای نمایش ۱۰ تا ۱۵ از علائم A تا F استفاده می کنیم.

جدول ۱- معادل دودویی اعداد دهدھی :

دھدھی	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
دودویی	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001

جدول ۲- معادل هشتایی اعداد دھدھی :

دھدھی	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ھشتایی	000	001	010	011	100	101	110	111	1000	1001

جدول ۳- معادل مبنای ۱۶ ارقام دھدھی :

دھدھی	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
مبنای ۱۶	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

قانون کلی تبدیل اعداد دهدھی به مبنای دیگر

بطور کلی برای تبدیل یک عدد در مبنای ده به هر مبنای دیگر می باشد عدد دهدھی را مرتبًا تقسیم بر آن مبنای کنیم. این عمل را آنقدر انجام می دهیم تا خارج قسمت صفر شود. سپس باقیمانده ها را از راست به چپ(پایین به بالا) می نویسیم.

* **تذکر مهم:** به طور کلی در مبنای n فقط ارقام صفر تا $1-n$ را داریم.

* **تذکر مهم:** هنگامی که عدد از مبنای کوچک به مبنای بزرگتر می رود ظاهر آن کوچک تر می شود و بالعکس. مانند:

$$(1637)(8) = (927)(10)$$

قانون کلی تبدیل اعداد مبنای دلخواه به مبنای ۵

به طور کلی برای تبدیل یک عدد در مبنای دلخواه به مبنای ده، زیر عدد خط کشیده به هر رقم یک موقعیت می دهیم. موقعیت ها از سمت راست به چپ و از صفر شماره گذاری می شوند. سپس هر رقم را ضرب در مبنای توافقی کرده و در آخر اعداد حاصله را با هم جمع می کنیم.

تبدیل اعداد دهدھی صحیح به دودویی و بالعکس

برای تبدیل اعداد صحیح دهدھی به دودویی

از روش تقسیم متواالی استفاده می شود. در این روش، عدد دهدھی بر ۲ تقسیم می شود و باقیمانده و خارج قسمت محاسبه می گردد. اگر خارج قسمت صفر نباشد، خارج قسمت بر ۲ تقسیم می شود و این روند تا صفر شدن خارج قسمت ادامه می یابد. باقیمانده های ایجاد شده از هر تقسیم، نگهداری می شوند و از آخرین باقیمانده به اولین باقیمانده در کنار هم نوشته می شوند. عدد حاصل، در مبنای ۲ خواهد بود. بدیهی است که تقسیم به صورت صحیح انجام می شود (خارج قسمت اعشاری نیست).

برای تبدیل اعداد دودویی به دهدھی

باید از اولین عدد از سمت راست شروع کرده و به سمت اولین عدد در سمت چپ برویم. یعنی: اولین عدد از سمت راست را در ضرب کنیم دو مین عدد از سمت راست را در 2^1 ضرب کنیم تا به آخرین عدد از سمت راست که همان اولین عدد از سمت چپ هست برسیم.

برای مثال می خواهیم اعداد زیر را از مبنای ۲ به مبنای ۱۰ ببریم :

مثال ۱

تبدیل عدد_۲(11001) به مبنای ده

$$\begin{aligned}
 (11001)_2 &= 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 \\
 &= 1 + 0 + 0 + 8 + 16 \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

$$(11001)_2 = (25)_{10}$$

مثال ۲

تبدیل عدد_۲(100010) به مبنای ده

$$\begin{aligned}
 (100010)_2 &= 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 \\
 &= 0 + 2 + 0 + 0 + 0 + 32 \\
 &= 34
 \end{aligned}$$

$$(100010)_2 = (34)_{10}$$

حالا مثال های قبل را از مبنای ۱۰ به مبنای ۲ می بریم :

۲ در تمام تبدیلات باقیمانده تقسیم صحیح خارج قسمت به ۲ است

مثال ۳

تبدیل عدد $(25)_{10}$ به مبنای دو

$$25 \div 2 = 12 \quad r_1 = 1$$

$$12 \div 2 = 6 \quad r_2 = 0$$

$$6 \div 2 = 3 \quad r_3 = 0$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_4 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_5 = 1$$

حالا از آخرین باقیمانده شروع به نوشتن تا اولین باقیمانده می کنیم :

$$(25)_{10} = (11001)_2$$

مثال تبدیل از مبنای ده به مبنای دو (ادامه) :

مثال 4

تبدیل عدد $(34)_{10}$ به مبنای دو

$$34 \div 2 = 17 \quad r_1 = 0$$

$$17 \div 2 = 8 \quad r_2 = 1$$

$$8 \div 2 = 4 \quad r_3 = 0$$

$$4 \div 2 = 2 \quad r_4 = 0$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_5 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_6 = 1$$

حالا از آخرین باقیمانده شروع به نوشتن تا اولین باقیمانده می کنیم :

$$(34)_{10} = (100010)_2$$

تبدیل اعداد صحیح مبنای ده به هشت و برعکس

می باشد عدد در مبنای 10 را مرتب نقسم بر 8 کنیم و باقیمانده را لگه داریم، این عمل را آنقدر ادامه می دهیم تا خارج قسمت صفر شود. در آخر باقیمانده ها را از راست به چپ کنار هم می نویسیم. (همانند تبدیل مبنای 10 به 2)

برای تبدیل مبنای 8 به 10 نیز مانند تبدیل مبنای 2 به 10 عمل می کنیم و باید عدد در مبنای هشت را از راست به چپ در توانهای هشت ضرب کرده و با هم جمع کنیم.

مثال 5

تبدیل عدد $(972)_{10}$ به مبنای هشت

$$927 \div 8 = 115 \quad r_1 = 7$$

$$115 \div 8 = 14 \quad r_2 = 3$$

$$14 \div 8 = 1 \quad r_3 = 6$$

$$1 \div 8 = 0 \quad r_4 = 1$$

حالا باقیمانده ها را از پایین به بالا کنار هم قرار می دهیم:

$$(927)_{10} = (1637)_8$$

مثال 6

تبدیل عدد $(1637)_8$ به مبنای ده

$$\begin{aligned} 1637 &= 7 \times 8^0 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^2 + 1 \times 8^3 \\ &= 7 + 24 + 384 + 512 \\ &= 927 \end{aligned}$$

$$(1637)_8 = (927)_{10}$$

تبدیل اعداد صحیح مبنای ده به شانزده و برعکس

می باشد عدد در مبنای ده را هرتبلا بر مبنای شانزده تقسیم کرده و باقیمانده ها را نگه داریم. این عمل را آنقدر ادامه می دهیم تا خارج قسمت صفر شود. در آخر باقیمانده ها را از راست به چپ (از پایین به بالا) کنار هم می نویسیم.
برای تبدیل عدد در مبنای شانزده به مبنای ده عدد در مبنای شانزده را از راست به چپ در توانهای 16 ضرب می کنیم.

مثال 7

تبدیل عدد $(954)_{10}$ به مبنای شانزده

$$954 \div 16 = 59 \quad r_1 = 10$$

$$59 \div 16 = 3 \quad r_2 = 11$$

$$3 \div 16 = 0 \quad r_3 = 3$$

حالا باقیمانده ها را از پایین به بالا کنار هم قرار می دهیم:

$$(954)_{10} = (3BA)_{16}$$

مثال 8

تبدیل عدد $(3BA)_{16}$ به مبنای ده

$$\begin{aligned} (3BA)_{16} &= 10 \times 16^0 + 11 \times 16^1 + 3 \times 16^2 \\ &= 10 + 176 + 768 \\ &= 954 \end{aligned}$$

$$(3BA)_{16} = (954)_{10}$$

تبدیل اعداد اعشاری دهدزهی به دودویی و بالعکس

برای تبدیل اعداد اعشاری مبنای ده به دو باید قسمت صحیح و اعشاری را جداگانه به مبنای 2 تبدیل کیم، برای تبدیل قسمت صحیح، از همان روش تبدیلی که در بالا گفته شد که به **روش تقسیم متواالی بر 2** معروف است استفاده می کنیم.

برای تبدیل قسمت اعشاری، از **روش ضرب متواالی در 2** استفاده می گردد. در روش ضرب متواالی در 2، قسمت اعشار در 2 ضرب شده سپس قسمت صحیح عدد حاصله را به عنوان اولین رقم بعد از ممیز در مبنای دو در نظر می گیریم، پس اعشاری عدد حاصله را دوباره ضرب در 2 می کنیم و قسمت صحیح عدد حاصله را به عنوان رقم دوم بعد از ممیز در مبنای دو در نظر می گیریم، این عملیات را آنقدر ادامه می دهیم تا قسمت اعشار صفر شود با هشت بار ضرب در 2 (هشت بیت اعشار) می کنیم تا به دقت مورد نظر بررسیم، عدد حاصل، تبدیل مبنای 2 قسمت اعشاری است، با تلفیق قسمت اعشاری و قسمت صحیح عدد به طور کامل به مبنای 2 تبدیل می شود.

برای تبدیل اعداد مبنای دو به ده باید قسمت صحیح را به شعبان روش گفته شده در بالا به مبنای ده برد و برای قسمت اعشاری باید از اولین عدد بعد از ممیز شروع کرده و آن را در 2^1 ضرب کرده و همین طور به توانهای منفی اضافه می کنیم تا به آخرین عدد ما همان اولین عدد از سمت راست بررسیم.

اگر با ضرب های متواالی، قسمت اعشار به صفر نرسد، باید عمل ضرب را تا پر شدن کلمه حافظه(هشت بیت) ادامه داد.

مثال ۹

تبدیل عدد $(1110.01)_2$ به مبنای ده

ابتدا قسمت صحیح را از همان روش بالا از مبنای ۲ به مبنای ۱۰ می برمی:

$$\begin{aligned}(1110)_2 &= 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 \\&= 0 + 2 + 4 + 8 \\&= 14\end{aligned}$$

حالا برای قسمت اعشاری باید از اولین عدد بعد از ممیز شروع کرده و آن را در 2^{-1} ضرب کرده و همین طور به توانهای منفی اضافه می کیم تا به آخرین عدد یا همان اولین عدد از سمت راست برسیم، یعنی:

$$\begin{aligned}(0.01)_2 &= 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\&= 0 + 0.25 \\&= 0.25\end{aligned}$$

حالا با تلفیق قسمت اعشاری و صحیح، عدد مبنای ۱۰ حاصل می شود.

$$(1110.01)_2 = (14.25)_{10}$$

مثال 10

تبدیل عدد $(12.25)_{10}$ به مبنای دو

ابدآ فسمت صحیح را به مبنای 2 می ہزیر:

$$12 \div 2 = 6 \quad r_1 = 0$$

$$6 \div 2 = 3 \quad r_2 = 0$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_3 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_4 = 1$$

$$(12)_{10} = (1100)_2$$

حالا نوبت به قسمت اعشار می رسد که باید آن را برای دفعات محدودی در 2 ضرب کنیم و قسمت های صحیح را کنار آن می توانیم:

$$0.25 \times 2 = 0.5 \quad 0$$

$$0.5 \times 2 = 1.0 \quad 1$$

با توجه به اینکه قسمت اعشار صفر شد دیگر به ضرب ادامه نمی دهیم و قسمت اعشار را در مبنای دو تشکیل می دهیم:

$$(0.25)_{10} = (0.01)_2$$

با تلفیق قسمت های صحیح و اعشاری، مبنای 2 عدد 12.25 حاصل می شود:

$$(12.25)_{10} = (1100.01)_2$$

تبدیل اعداد مبنای دو به مبنای هشت و برعکس

برگرین رقم مبنای هشت، 7 است. می توان استنباط کرد که هر رقم مبنای 8 معادل سه رقم مبنای 2 است و هر سه رقم در مبنای 2 معادل یک رقم در مبنای 8 است. برای تبدیل یک عدد مبنای دو به مبنای هشت، باید رقمرهای عدد را از سمت راست سه رقم جدا کرد و به جای هر سه رقم مبنای دو، یک رقم مبنای هشت قرار داد. (مطابق جدول 2). چنانچه تعداد رفاقت، ضربی از سه نباشد باید به تعداد لازم در سمت چپ عدد، صفر اضافه کرد.

مثال 11

تبدیل عدد $(11001)_2$ به مبنای هشت

از سمت راست عدد شروع کرده و سه رقم سه رقم جدا می کنیم. در اینجا می بینیم که عدد ما 5 رقمی است و ضربی از سه نمود باشد پس یک صفر از سمت چپ به آن اضافه می کنیم تا 6 رقمی شود و به دو سه رقمی تبدیل شود. یعنی:

$011,001$

حالا هر سه رقم را از سمت چپ جدا کانه به مبنای 8 می برمی بینیم:

$$\begin{aligned} 011 &= 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 \\ &= 1 + 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 001 &= 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 \\ &= 1 + 0 + 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$(11001)_2 = (31)_8$$

نکته: اگر عدد اعشاری باشد، برای قسمت صحیح مانند بک عدد صحیح عمل می شود و برای قسمت اعشاری از سمت جب، سه رقم سه رقم جدا کرده و به جای هر سه رقم مباید دو، یک رقم مباید هشت قرار می دهیم (حدول ۲). اگر تعداد ارقام اعشاری مضربی از سه نباشد باید در سمت راست عدد به تعداد لازم صفر اضافه کرد.

مثال ۱۲

تبدیل عدد $(10011.1101)_2$ به مبنای هشت

ابتدا قسمت صحیح یا همان ۱۰۰۱۱ را به مبنای هشت می بینیم، چون قسمت صحیح ۵ رقمنی است از سمعت جب یک صفر به آن اضافه می کنیم تا مضربی از سه شود.

$$010,011$$

$$010 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2$$

$$= 0 + 2 + 0$$

$$= 2$$

$$011 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2$$

$$= 1 + 2 + 0$$

$$= 3$$

$$(10011)_2 = (23)_8$$

حال نوبت به قسمت اعشاری یا همان ۱۱۰۱ میرسد. چون قسمت اعشار ۴ رقمنی است پس باید برای تبدیل به مبنای هشت آن را ۶ رقمنی کنیم زیرا هر سه رقم در مبنای دو معادل یک رقم در مبنای هشت است. لذا دو عدد صفر از سمت راست به قسمت اعشار اضافه می کنیم تا بتوانیم قسمت اعشار را هم به مبنای هشت ببریم، یعنی:

$$110,100$$

حال از سمت چپ هر سه رقم را جداگانه به مبنای هشت می بربما

$$110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2$$

$$= 0 + 2 + 4$$

$$= 6$$

$$100 = 0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2$$

$$= 0 + 0 + 4$$

$$= 4$$

$$(1101)_2 = (54)_8$$

حال قسمت صحیح و اعشاری را در کنار هم قرار می دهیم تا عدد در مبنای هشت حاصل شود:

$$(10011.1101)_2 = (23.64)_8$$

تذکر مهم: توجه داشته باشید که در هنگام تبدیل قسمت صحیح در مبنای دو به مبنای هشت اگر تعداد ارقام عدد مورد نظر مضری از سه نبود باید از سمت چپ به آن صفر اضافه کنیم.

نکته: برای تبدیل اعداد مبنای هشت به مبنای دو، باید به جای هر رقم مبنای هشت، سه رقم مبنای دو را قرار داد.

مثال 13

تبدیل عدد $(25.34)_8$ به مبنای دو

حال برای تبدیل مبنای هشت به مبنای دو باید از قسمت صحیح مبنای هشت شروع کرده و اولین رقم مبنای هشت در این عدد که 2 است را به مبنای دو ببریم:

$$2 \div 2 = 1 \quad r_1 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

$$(2)_8 = (10)_2$$

چون گفته بودیم که هر رقم در مبنای هشت معادل سه رقم در مبنای دو است و با توجه به اینکه در اعداد صحیح مجاز به اضافه کردن هر تعداد صفر از سمت چپ عدد هستیم در نسخه برای کسری رقم می توانیم بک عدد صفر از سمت چپ اضافه کیم:

$$(2)_8 = (010)_2$$

حالا نوبت به رقم دوم فسحت صحیح می رسد:

$$5 \div 2 = 2 \quad r_1 = 1$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

$$(5)_8 = (101)_2$$

حال به تبدیل بالا توجه کنید. عدد مبنای هشت به سه رقم در مبنای دو تبدیل شده. پس نیاری به اضافه کردن صفر نمی باشد.

حالا دو رقم مبنای هشت را با هم تلفیق می کنیم تا عدد مبنای دو که شش رقمی است حاصل شود:

$$(25)_8 = (010101)_2$$

حالا با توجه به اینکه در اعداد صحیح صفر های سمت چپ عدد بی تاثیر هستند می توانیم این صفر ها را حذف کنیم:

$$(25)_8 = (10101)_2$$

نوبت به قسمت اعشار می رسد. با قسمت اعشار هم مثل قسمت صحیح رفتار کرده و همان گونه تبدیل می کنیم. باید توجه داشته باشیم که اگر در هنگام تبدیل به مبنای دو کسری رقم داشتیم فقط مجاز به اضافه کردن صفر از سمت چپ هستیم.

$$3 \div 2 = 1 \quad r_1 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

$$(3)_8 = (11)_2$$

حال چوب گفته بودیم که هر رقم در مبنای هشت معادل سه رقم در مبنای دو است و با توجه به اینکه قسمت اعشار را هم مثل قسمت صحیح در نظر گرفتیم پس اگر کسری رقم داشتیم برای جبران این کسری فقط مجاز به اضافه کردن صفر از سمت چپ هستیم (مثل قسمت صحیح) در نتیجه برای کسری رقم می توانیم یک عدد صفر از سمت چپ اضافه کنیم:

$$(3)_8 = (011)_2$$

حالا نوبت به رقم دوم قسمت صحیح می رسد:

$$4 \div 2 = 2 \quad r_1 = 0$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

$$(4)_8 = (100)_2$$

حال به تبدیل بالا توجه کنید. عدد مبنای هشت به سه رقم در مبنای دو تبدیل شده، پس نتایج به اضافه کردن صفر تمیز باشد.

حالا دو رقم مبنای هشت را با هم تلفیق می کنیم با عدد مبنای دو که شش رقمی است حاصل شود:

$$(34)_8 = (0111100)_2$$

با توجه به اینکه در قسمت اعشاری صفر های سمت راست عدد بی تاثیر هستند می توانیم این صفر ها را حذف کنیم:

$$(34)_8 = (0111)_2$$

در اینجا با تلفیق دو قسمت اعشاری و صحیح تولید شده عدد حاصل را اینگونه نمایش می دهیم:

$$(25.34)_8 = (10101.0111)_2$$

مثال 14

تبدیل عدد $(1111101)_B$ به مبنای شانزده

در اینجا نزد مشابه حالات مبنای هشت کسری رقمر را برای قسمت صحیح و اعشاری جبران می کنیم، یعنی اگر در قسمت صحیح کسری رقم داشتیم فقط مجاز به اضافه کردن صفر تا حد مورد نیاز از سمت چپ عدد هستیم و در قسمت اعشاری برای جبران کسری فقط مجاز به اضافه کردن صفر تا حد مورد نیاز از سمت راست عدد نظر هستیم.

حال از سمت راست شروع کرده و چهار رقم، چهار رقم جدا می کنیم و هر چهار رقم را به صورت جداگانه به مبنای دو می برمیرد.
اینجا می بینیم که عدد مورد نظر ما هفت رقمی است و برای اینکه به دو تا چهار فسمی تبدیل شود باید کسری آن را از طرق اضافه کردن صفر جبران کنیم، باید توجه داشت که صفر های مورد نظر را فقط از سمت چپ عدد می توان اضافه کرد:

 $0111'1101$

$$\begin{aligned} 1101 &= 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 \\ &= 1 + 0 + 4 + 8 \\ &= 13 = D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0111 &= 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 \\ &= 1 + 2 + 4 + 0 \\ &= 7 \end{aligned}$$

نکته مهم: باید به خاطر داشته باشیم که اعداد در مبنای شانزده تا عدد 9 مثل اعداد مبنای ده است یعنی در مبنای شانزده اعداد 9 به بالا را به عنوان یک رقم نمی‌شناسیم و برای نمایش اعداد 10 تا 15 از علامت انگلیسی استفاده می‌کنیم:

$$10 = A$$

$$11 = B$$

$$12 = C$$

$$13 = D$$

$$14 = E$$

$$15 = F$$

بنابراین داریم:

$$(1111101)_2 = (7D)_{16}$$

مثال 15

تبدیل عدد $(F)_{10}$ به مبنای دو

ابتدا قسمت صحیح:

$$F = 15$$

$$15 \div 2 = 7 \quad r_1 = 1$$

$$7 \div 2 = 3 \quad r_2 = 1$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_3 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_4 = 1$$

$$(F)_{10} = (1111)_2$$

رقم دوم قسمت صحیح:

$$2 \div 2 = 1 \quad r_1 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

با توجه به تبدیل بالا و اینکه هر رقم در مبنای شانزده معادل چهار بیت یا رقم در مبنای دو می باشد پس باید کسری رقم را با اضافه کردن صفر جبران کرد:

$$(2)_{10} = (0010)_2$$

رقم سوم قسمت صحیح:

$$5 \div 2 = 2 \quad r_1 = 1$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

کسری رقم را با صفر جبران می کنیم:

$$(5)_{16} = (0101)_2$$

حالا قسمت اعشاری را هم مانند قسمت صحیح به مبنای دو می برم.

به تفاوت جبران گسری، رقم در قسمت اعشاری با قسمت صحیح توجه داشته باشد.

$$(0)_{16} = (0000)_2$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_1 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

کسری رقم را با صفر جبران می کنیم:

$$(3)_{16} = (0011)_2$$

حالا با تلفیق قسمت صحیح و اعشاری عدد مبنای شانزده را به مبنای دو تبدیل می کنیم:

$$(F25.03)_{16} = (111100100101.00000011)_2$$

تبدیل اعداد مبنای هشت به شانزده و بالعکس

برای اینکار ساده بر آن است که ابتدا عدد را به مبنای 2 برد و سپس به مبنای دیگر ببریم.

مثال 16

تبدیل عدد $(A36)_{10}$ به مبنای هشت

برای اینکار ابتدا $(A36)_{10}$ را به مبنای دو می برمیزیم

تذکر مهم: به خاطر داشته باشید که هر رقم(بیت) در مبنای شانزده معادل چهار رقم(بیت) در مبنای دو و هر رقم(بیت) در مبنای هشت معادل سه رقم(بیت) در مبنای دو می باشد. بنابراین اگر کسری بیت داشتیم باید آن را با جایگذاری صفر طبق روش گفته شده در بالا حیران کرد.

یعنی عدد در مبنای شانزده(عدد هگن) را 4 بیت 4 بیت به مبنای دو برد و سپس 3 بیت به مبنای هشت می برمیزیم:

$$A = 10$$

$$10 \div 2 = 5 \quad r_1 = 0$$

$$5 \div 2 = 2 \quad r_2 = 1$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_3 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_4 = 1$$

$$(A)_{10} = (1010)_2$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_1 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

می بینید که بیت در مبنای شانزده به دو بیت در مبنای دو تبدیل شد پس باید کسری بیت را با حایگذاری صفر جبران کنیم:

$$(3)_{16} = (0011)_2$$

$$6 \div 2 = 3 \quad r_1 = 0$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_2 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

کسری بیت را با حایگذاری صفر جبران می کنیم:

$$(6)_{16} = (0110)_2$$

حالا عدد در مبنای دو را 3 بیت جدا کرده و به مبنای هشت می برمیم:

$$(A36)_{16} = (1010'0011'0110)_2 = (101'000'110'110)_2$$

$$101 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2$$

$$= 1 + 0 + 4$$

$$= 5$$

$$000 = 0$$

$$110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2$$

$$= 0 + 2 + 4$$

$$= 6$$

$$110 = 6$$

حال بیت ها را در کنار هم می نویسیم با عدد در مبنای هشت تولید شود:

$$(A36)_{16} = (5066)_8$$

تبدیل عدد ۷۵۳₍₈₎ به مبنای شانزده

ابتدا عدد مورد نظر را به مبنای دو می برمرا

یعنی عدد مبنای هشت را ۳ بیت ۳ بیت به مبنای دو برده سپس ۴ بیت ۴ بیت از سمت راست جدا می کنیم:

$$7 \div 2 = 3 \quad r_1 = 1$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_2 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

$$(7)_{8} = (111)_2$$

$$5 \div 2 = 2 \quad r_1 = 1$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

$$(5)_{8} = (101)_2$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_1 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

حالا کسری بست را با جابگذاری صفر جریان می کنیم:

$$(3)_3 = (011)_2$$

$$(753)_8 = (111'101'011)_2$$

حالا 4 بیت از سمعت راست جدا می کنیم:

$$(1'1110'1011)_2$$

$$0001 = 1 \times 2^0$$

$$= 1$$

$$1110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

$$= 0 + 2 + 4 + 8$$

$$= 14$$

$$= E$$

$$1011 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

$$= 1 + 2 + 0 + 8$$

$$= 11$$

$$= B$$

$$(753)_8 = (1EB)_{16}$$

تبدیل اعداد مبنای دو به هشت و بالعکس

برای تبدیل مبنای هشت به دو کافی است به جای هر رقم معادل سه بیتی آن را از جدول زیر فرار دهیم.

جدول 4 : معادل سه بیتی اعداد مبنای هشت

رقم	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
بیت ها	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۱
سیون	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱
ادرس	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱

چون بزرگترین عدد مبنای هشت، ۷ است بنابراین طبق این جدول به سادگی می توان مبنای هشت را به هم تبدیل کرد. به این ترتیب که بیت ها را از سمت چپ عدد مبنای هشت نگاه کرده و بجای هر بیت مبنای هشت معادل سه بیتی آن را از جدول بالا جایگزین می کنیم.

مثال 17

تبدیل عدد $(354)_8$ به مبنای دو

برای این تبدیل طبق انجه در جدول بالا آمده عمل می کنیم. از سمت چپ عدد مبنای هشت شروع کرده و بیت ها را به مسای دو می برمی. اولین بیت سمت چپی بیت ۳ می باشد. معادل بیت ۳ را از جدول بالا لاز جب به راست می نویسیم:

$$3 = 011$$

$$5 = 101$$

$$4 = 100$$

حالا بیت های به دست آمده را به ترتیب کار هم می کناریم:

$$(354)_8 = (011\ 101\ 100)_2$$

مثال 18

تبدیل $(1101111011)_2$ به مبنای هشت

ابتدا سه بست سه بست جدا می کنیم و کسری بست را هم با حاکمیت صفر جبران می کنیم.

$$(001'101'111'011)$$

حالا این سه بستی ها را طبق جدول بالا به مبنای هشت می بربم:

$$001 = 1$$

$$101 = 5$$

$$111 = 7$$

$$011 = 3$$

حالا این اعداد را به ترتیب در کنار هم فرار می دهیم:

$$(1101111011)_2 = (1573)_8$$

تبدیل مبنای دو به مبنای شانزده و بالعکس

برای تبدیل مبنای شانزده به دو کافی است به جای هر رقم معادل 4 بیتی آن را از حدول زیر قرار دهید.

جدول ۵ : معادل چهار بیتی اعداد مبنای شانزده

رقم	مبنای 16	های	سیون	ارزش
	8	4	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10 A	1	0	1	0
11 B	1	0	1	1
12 C	1	1	0	0
13 D	1	1	0	1
14 E	1	1	1	0
15 F	1	1	1	1

مثال 19

تبدیل عدد $(B57)_{16}$ به مبنای دو

$$11\ B = 1011$$

$$5 = 0101$$

$$7 = 0111$$

$$(B57)_{16} = (1011 \ 0101 \ 0111)_2$$

مثال 20

تبدیل عدد دو $(10110110111010)_2$ به مبنای شانزده

حالا چهار بیت چهار بیت جدا می کنیم و کسری بیت را همراه با حایگذاری صفر جبران می کنیم

$$(0010'1101'1011'1010)_2$$

$$0010 = 2$$

$$1101 = D$$

$$1011 = B$$

$$1010 = A$$

$$(10110110111010)_2 = (2DBA)_{16}$$

تمرین ۱ - تبدیل مبنا

۱. اعداد زیر را به بازه‌ی تبدیل کنید.

100	64.375
104	0.9375
4. 25	254.75
12.875	4. 25
0.5625	73

۲. اعداد بازنگری زیر را به دهده‌ی تبدیل کنید.

11 1111	101 1111
0.00001	1110.11
11 0011.011	1110.11

۳. تبدیل مبنای زیر را انجام دهید.

$(7562)_{10} = (?)_8$	$(1010\ 0001)_2 = (?)_8$
$(1938)_{10} = (?)_{16}$	$(1000001111101111001010.1111)_2 = (?)_{16}$
$(126)_{12} = (?)_9$	$(1101111110111)_2 = (?)_8$
$(A85F35)_{16} = (?)_2$	$(10111111000.111)_2 = (?)_{14}$