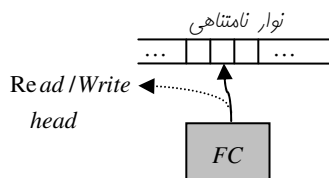


**ماشین تورینگ:** ماشین تورینگ نوعی آتوماتا است که دارای حافظه ای است به شکل نوار که این نوار از دو طرف نامحدود است و به سلول هائی تقسیم شده است، هر سلول حافظه می تواند یک علامت را در خود ذخیره کند، این ماشین دارای یک هد خواندن و نوشتن است، این هد بر روی هر سلولی از نوار که قرار می گیرد می تواند آن سلول را بخواند و یا در آن سلول چیزی بنویسد و ضمناً بعد از عمل خواندن و یا نوشتن در هر مرحله می تواند یک خانه به طرف راست یا چپ حرکت کند.



$$M = \{Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, q_f\}$$

ماشین تورینگ  $M$  با یک هفت تائی نشان داده می شود به این شکل :

$Q$ : مجموعه حالات ماشین

$\Sigma$ : الفبای زبان

$\Gamma$ : الفبای نوار

$\delta$ : تابع تغییر وضعیت

$q_0$ : حالت اولیه ماشین

$\square$ : عضو الفبای نوار (علامت محدود کردن نوار)

$q_f$ : مجموعه حالات نهائی (زیر مجموعه ای از  $Q$ )

$\square$  تابع تغییر وضعیت شکل  $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$  می باشد که علامت  $\{L, R\}$  که جهت حرکت ماشین را روی نوار نشان می دهد.

$\square$  مثلاً وقتی می نویسیم  $\delta(q_0, a) \rightarrow (q_1, x, R)$  منظور مان این است که اگر در وضعیت  $q_0$  هد خواندن و نوشتن بر روی سلولی از نوار قرار گیرد که علامت  $a$  را مشاهده کند باید به وضعیت  $q_1$  تغییر حالت دهد و از همان سلول  $a$  را حذف کرده و به جای آن  $x$  را بنویسد و یک خانه به سمت راست حرکت کند.

مثال. ماشین تورینگ  $M: \begin{cases} \delta(q_0, a) = (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, b) = (q_1, b, R) \\ \delta(q_1, \square) = (q_f, \square, L) \end{cases}$  چه زبانی را می پذیرد. (با فرض این که هد خواندن و نوشتن در ابتدای نوار قرار دارد)

جواب. در ابتدای کار در وضعیت  $q_0$  هستیم و هد خواندن و نوشتن در اولین خانه رشته قرار دارد و در وضعیت  $q_0$  فقط می توانیم  $a$  را ببینیم، پس برپه ای است که رشته هائی که این ماشین می پذیرد همگی با  $a$  شروع می شوند ولی به محض دیدن اولین  $a$  به  $q_1$  تغییر وضعیت می دهیم و در  $q_1$  هم یا می توانیم مربع دیده و به کار خود پایان دهیم یا به تعداد دلخواه  $b$  ببینیم یعنی این ماشین زبان  $ab^*$  را می پذیرد.

مثال. ماشین تورینگ طراحی کنید که زبان  $10^{*}00$  را بپذیرد.

جواب.  $M: \begin{cases} \delta(q_0, 0) = (q_1, 0, R) \\ \delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R) \\ \delta(q_1, 1) = (q_2, 1, R) \\ \delta(q_2, 0) = (q_3, 0, R) \\ \delta(q_3, \square) = (q_f, \square, L) \end{cases}$

مثال. ماشین تورینگ طراحی کنید که زبان  $L = \{a^n b^n, n \geq 1\}$  را بپذیرد.

جواب.  $M: \begin{cases} \delta(q_0, a) = (q_1, x, R) \\ \delta(q_1, a) = (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, b) = (q_2, y, l) \\ \delta(q_2, a) = (q_2, a, l) \\ \delta(q_2, x) = (q_0, x, R) \\ \delta(q_1, y) = (q_1, y, R) \\ \delta(q_2, y) = (q_2, y, l) \\ \delta(q_0, y) = (q_3, y, R) \\ \delta(q_3, y) = (q_3, y, R) \\ \delta(q_3, \square) = (q_f, \square, l) \end{cases}$

□ ماشین تورینگ می تواند برای محاسبات ریاضی نیز کاربرد داشته باشد، حتی می توان چند ماشین تورینگ را به نوعی طراحی کرد که محاسبات ریاضی

پیشده را جواب کو باشد.

مثال. دو عدد  $x, y$  داده شده اند ماشین تورینگ برای محاسبه  $x+y$  طراحی کنید.

روش کار به این صورت است که به ازای هر عدد صحیح  $n$ ،  $n$  تا عدد 1 را در نوار ذخیره می کنیم، هر دو عددی که می خواهند در نوار جمع شوند، به شکل گفته شده در نوار ذخیره می شوند و برای این که دو عدد از هم جدا شوند مابین دو عدد یک علامت صفر ذخیره می کنیم؛ می خواهیم بعد از انجام عمل جمع توسط ماشین حاصل جمع به صورت گفته شده در نوار دیده شود. تنها کاری که باید انجام دهیم این است که عدد صفر بین دو عدد را به یک تبدیل کنیم با این کار تعداد یک های حاصل یک واحد بیشتر از حاصل جمع مطلوب است، در عوض یک انتهای را به □ تبدیل می کنیم.

$$\begin{aligned}\delta(q_0, 1) &= (q_0, 1, R) \\ \delta(q_0, 0) &= (q_0, 1, R) \\ \delta(q_0, \square) &= (q_1, \square, L) \\ \delta(q_1, 1) &= (q_1, \square, L)\end{aligned}$$

جواب.

### گرامر های حساس به متن (CS):

به گرامر هایی که تمام قواعد آن به شکل زیر باشد گرامر های حساس به متن گویند.

$$\begin{aligned}A &\rightarrow B \\ A &\in (T \mid V)^+ \\ B &\in (T \mid V)^* \\ |A| &\leq |B|\end{aligned}$$

□ به زبان هایی که بتوان برای آنها، گرامر های حساس به متن نوشت، زبان حساس به متن گویند.

□ زبان های حساس به متن  $\lambda$  را تولید نمی کنند زیرا شرط  $|A| \leq |B|$  نقض می شود.

□ با توجه به تعاریف گرامر های مستقل از متن و حساس به متن بریعی است که زبان های مستقل از متن بدون  $\lambda$  زیر مجموعه ای از زبان های حساس به متن است.

### تمرینات اضافی:

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_0, b) &= (q_2, b, R) \\ \delta(q_1, b) &= (q_1, b, R) \\ \delta(q_1, \square) &= (q_3, \square, R) \\ \delta(q_2, b) &= (q_2, b, R) \\ \delta(q_2, a) &= (q_3, a, R)\end{aligned}$$

1- چه زبانی توسط ماشین  $M = \{q_0, q_1, q_2, q_3, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \delta, q_0, \square, \{q_3\}\}$  با توابع تغییر حالت پذیرفته می شود.

جواب. زبان  $L = \{ab^n : n \geq 0\} \cup \{b^n a, n \geq 1\}$  را می پذیرد.

2- یک ماشین تورینگ با هر اکثر سه وضعیت که زبان  $L(a(a+b)^*)$  را قبول می کند طراحی کنید. فرض کنید  $\Sigma = \{a, b\}$  باشد آیا انجام این کار با ماشین دو وضعیتی هم امکان پذیر است.

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, b) &= (q_1, b, R) \\ \delta(q_1, \square) &= (q_f, \square, L)\end{aligned}$$

جواب.

البته میتوانیم آن را با دو وضعیت پیاده سازی کنیم به این صورت که  $q_f$  را حذف کرده و به جای آن  $q_1$  را به عنوان وضعیت نهائی بپذیریم.

3- ماشین تورینگ طراحی کنید که زبان  $l(aba^*b)$  را بپذیرد. فرض کنید  $\Sigma = \{a, b\}$

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_1, b) &= (q_2, b, R) \\ \delta(q_2, a) &= (q_2, a, R) \\ \delta(q_2, b) &= (q_3, b, R) \\ \delta(q_3, \square) &= (q_f, \square, l)\end{aligned}$$

جواب.

4- ماشین تورینگ طراحی کنید که زبان  $L = \{w \in (a \mid b)^* : |w| = 2k, k \geq 1\}$  را بپذیرد. فرض کنید  $\Sigma = \{a, b\}$

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_0, b) &= (q_1, b, R) \\ \delta(q_1, a) &= (q_2, a, R) \\ \delta(q_1, b) &= (q_2, b, R) \\ \delta(q_2, a) &= (q_1, a, R) \\ \delta(q_2, b) &= (q_1, b, R) \\ \delta(q_2, \square) &= (q_f, \square, l)\end{aligned}$$

جواب.