



فصل دوم – سیستم های عددی و تبدیل مبناها

سیستم اعداد دهدهی

سیستم اعداد دهدهی یکی از سیستم های متداول است که همگان روزانه با آن سر و کار دارند. در این سیستم هر عدد می تواند ترکیبی از اعداد ۰ تا ۹ باشد.

سیستم اعداد دودویی

در این سیستم، مبنای اعداد، ۲ است، لذا هر عدد در این سیستم می تواند ترکیبی از ارقام ۰ و ۱ باشد، مانند ۱۱۱ و ۱۰۱۱ و ۱۰۰۰۱۱۱۱.

سیستم اعداد هشتایی (اکتال)

در این سیستم، مبنای اعداد، ۸ است، لذا هر عدد در این سیستم می تواند ترکیبی از ارقام ۰ تا ۷ باشد.

سیستم اعداد شانزده تایی (هگزادسیمال)

در این سیستم، مبنای اعداد، ۱۶ است، لذا می توان از ۱۶ رقم در نوشتن اعداد این سیستم استفاده کرد. چون اعداد ۹ به بالا را به عنوان یک رقم نمی شناسیم، برای نمایش ۱۰ تا ۱۵ از علائم A تا F استفاده می کنیم.

جدول ۱- معادل دودویی اعداد دهدهی :

دهدهی	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
دودویی	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001

جدول ۲- معادل هشتایی اعداد دهدهی :

دهدهی	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
هشتایی	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11
دودویی	000	001	010	011	100	101	110	111	001000	001001

جدول ۳- معادل مبنای ۱۶ ارقام دهدهی :

دهدهی	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
مبنای 16	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

قانون کلی تبدیل اعداد دهدهی به مبنای دیگر

بطور کلی برای تبدیل یک عدد در مبنای ده به هر مبنای دیگر می بایست عدد دهدهی را مرتباً تقسیم بر آن مبنا کنیم. این عمل را آنقدر انجام می دهیم تا خارج قسمت صفر شود. سپس باقیمانده ها را از راست به چپ (پایین به بالا) می نویسیم.

✱ **تذکر مهم:** به طور کلی در مبنای n فقط ارقام صفر تا $n-1$ را داریم.
 ✱ **تذکر مهم:** هنگامی که عدد از مبنای کوچک به مبنای بزرگتر می رود ظاهر آن کوچک تر می شود و بالعکس. مانند:

$$(1637)_8 = (927)_{10}$$

قانون کلی تبدیل اعداد مبنای دلخواه به مبنای ده

به طور کلی برای تبدیل یک عدد در مبنای دلخواه به مبنای ده، زیر عدد خط کشیده به هر رقم یک موقعیت می دهیم. موقعیت ها از سمت راست به چپ و از صفر شماره گذاری می شوند. سپس هر رقم را ضرب در مبنا به توان موقعیت کرده و در آخر اعداد حاصله را با هم جمع می کنیم.

تبدیل اعداد دهدهی صحیح به دودویی و بالعکس

برای تبدیل اعداد صحیح دهدهی به دودویی

از روش تقسیم متوالی استفاده می شود. در این روش، عدد دهدهی بر ۲ تقسیم می شود و باقیمانده و خارج قسمت محاسبه می گردند. اگر خارج قسمت صفر نباشد، خارج قسمت بر ۲ تقسیم می شود و این روند تا صفر شدن خارج قسمت ادامه می یابد. باقیمانده های ایجاد شده از هر تقسیم، نگهداری می شوند و از آخرین باقیمانده به اولین باقیمانده در کنار هم نوشته می شوند. عدد حاصل، در مبنای ۲ خواهد بود. بدیهی است که تقسیم به صورت صحیح انجام می شود (خارج قسمت اعشاری نیست).

برای تبدیل اعداد دودویی به دهدهی

باید از اولین عدد از سمت راست شروع کرده و به سمت اولین عدد در سمت چپ برویم. یعنی: اولین عدد از سمت راست را در ضرب کنیم دومین عدد از سمت راست را در 2^1 ضرب کنیم تا به آخرین عدد از سمت راست که همان اولین عدد از سمت چپ هست برسیم.

برای مثال می خواهیم اعداد زیر را از مبنای ۲ به مبنای ۱۰ ببریم :

مثال 1

تبدیل عدد $(11001)_2$ به مبنای ده

$$\begin{aligned}(11001)_2 &= 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 \\ &= 1 + 0 + 0 + 8 + 16 \\ &= 25\end{aligned}$$

$$(11001)_2 = (25)_{10}$$

مثال 2

تبدیل عدد $(100010)_2$ به مبنای ده

$$\begin{aligned}(100010)_2 &= 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 \\ &= 0 + 2 + 0 + 0 + 0 + 32 \\ &= 34\end{aligned}$$

$$(100010)_2 = (34)_{10}$$

حالا مثال های قبل را از مبنای ۱۰ به مبنای ۲ می بریم :

۲ در تمام تبدیلات باقیمانده تقسیم صحیح خارج قسمت به ۲ است

مثال ۳

تبدیل عدد $(25)_{10}$ به مبنای دو

$$25 \div 2 = 12 \quad r_1 = 1$$

$$12 \div 2 = 6 \quad r_2 = 0$$

$$6 \div 2 = 3 \quad r_3 = 0$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_4 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_5 = 1$$

حالا از آخرین باقیمانده شروع به نوشتن تا اولین باقیمانده می کنیم :

$$(25)_{10} = (11001)_2$$

مثال تبدیل از مبنای ده به مبنای دو (ادامه):

مثال 4

تبدیل عدد $(34)_{10}$ به مبنای دو

$$34 \div 2 = 17 \quad r_1 = 0$$

$$17 \div 2 = 8 \quad r_2 = 1$$

$$8 \div 2 = 4 \quad r_3 = 0$$

$$4 \div 2 = 2 \quad r_4 = 0$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_5 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_6 = 1$$

حالا از آخرین باقیمانده شروع به نوشتن تا اولین باقیمانده می کنیم :

$$(34)_{10} = (100010)_2$$

تبدیل اعداد صحیح مبنای ده به هشت و برعکس

می بایست عدد در مبنای 10 را مرتباً تقسیم بر 8 کنیم و باقیمانده‌ها را نگه داریم. این عمل را آنقدر ادامه می دهیم تا خارج قسمت صفر شود. در آخر باقیمانده ها را از راست به چپ کنار هم می نویسیم. (همانند تبدیل مبنای 10 به 2)

برای تبدیل مبنای 8 به 10 نیز مانند تبدیل مبنای 2 به 10 عمل می کنیم و باید عدد در مبنای هشت را از راست به چپ در توانهای هشت ضرب کرده و با هم جمع کنیم.

مثال 5

تبدیل عدد $(927)_{10}$ به مبنای هشت

$$927 \div 8 = 115 \quad r_1 = 7$$

$$115 \div 8 = 14 \quad r_2 = 3$$

$$14 \div 8 = 1 \quad r_3 = 6$$

$$1 \div 8 = 0 \quad r_4 = 1$$

حالا باقیمانده ها را از پایین به بالا کنار هم قرار می دهیم:

$$(927)_{10} = (1637)_8$$

مثال 6

تبدیل عدد $(1637)_8$ به مبنای ده

$$1637 = 7 \times 8^0 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^2 + 1 \times 8^3$$

$$= 7 + 24 + 384 + 512$$

$$= 927$$

$$(1637)_8 = (927)_{10}$$

تبدیل اعداد صحیح مبنای ده به شانزده و برعکس

می بایست عدد در مبنای ده را مرتباً بر مبنای شانزده تقسیم کرده و باقیمانده ها را نگه داریم. این عمل را آنقدر ادامه می دهیم تا خارج قسمت صفر شود. در آخر باقیمانده ها را از راست به چپ (از پایین به بالا) کنار هم می نویسیم.

برای تبدیل عدد در مبنای شانزده به مبنای ده عدد در مبنای شانزده را از راست به چپ در توانهای 16 ضرب می کنیم.

مثال 7

تبدیل عدد $(954)_{10}$ به مبنای شانزده

$$954 \div 16 = 59 \quad r_1 = 10$$

$$59 \div 16 = 3 \quad r_2 = 11$$

$$3 \div 16 = 0 \quad r_3 = 3$$

حالا باقیمانده ها را از پایین به بالا کنار هم قرار می دهیم:

$$(954)_{10} = (3BA)_{16}$$

مثال 8

تبدیل عدد $(3BA)_{16}$ به مبنای ده

$$(3BA) = 10 \times 16^0 + 11 \times 16^1 + 3 \times 16^2$$

$$= 10 + 176 + 768$$

$$= 954$$

$$(3BA)_{16} = (954)_{10}$$

تبدیل اعداد اعشاری دهدهی به دودویی و بالعکس

برای تبدیل اعداد اعشاری مبنای ده به دو باید قسمت صحیح و اعشاری را جداگانه به مبنای 2 تبدیل کنیم.

برای تبدیل قسمت صحیح، از همان روش تبدیلی که در بالا گفته شد که به **روش تقسیم متوالی بر 2** معروف است استفاده می کنیم.

برای تبدیل قسمت اعشاری، از **روش ضرب متوالی در 2** استفاده می گردد. در روش ضرب متوالی در 2، قسمت اعشار در 2 ضرب شده سپس قسمت صحیح عدد حاصله را به عنوان اولین رقم بعد از ممیز در مبنای دو در نظر می گیریم، بخش اعشاری عدد حاصله را دوباره ضرب در 2 می کنیم و قسمت صحیح عدد حاصله را به عنوان رقم دوم بعد از ممیز در مبنای دو در نظر می گیریم، این عملیات را آنقدر ادامه می دهیم تا قسمت اعشار صفر شود یا هشت بار ضرب در 2 (هشت بیت اعشار) می کنیم تا به دقت مورد نظر برسیم. عدد حاصل، تبدیل مبنای 2 قسمت اعشاری است. با تلفیق قسمت اعشاری و قسمت صحیح، عدد به طور کامل به مبنای 2 تبدیل می شود.

برای تبدیل اعداد مبنای دو به ده باید قسمت صحیح را به همان روش گفته شده در بالا به مبنای ده برد و برای قسمت اعشاری باید از اولین عدد بعد از ممیز شروع کرده و آن را در 2^{-1} ضرب کرده و همین طور به توانهای منفی اضافه می کنیم تا به آخرین عدد با همان اولین عدد از سمت راست برسیم.

اگر با ضرب های متوالی، قسمت اعشار به صفر نرسد، باید عمل ضرب را تا پر شدن کلمه حافظه (هشت بیت) ادامه داد.

مثال 9

تبدیل عدد $(1110.01)_2$ به مبنای ده

ابتدا قسمت صحیح را از همان روش بالا از مبنای 2 به مبنای 10 می بریم:

$$(1110)_2 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

$$= 0 + 2 + 4 + 8$$

$$= 14$$

حالا برای قسمت اعشاری باید از اولین عدد بعد از ممیز شروع کرده و آن را در 2^{-1} ضرب کرده و همین طور به توانهای منفی اضافه می کنیم تا به آخرین عدد یا همان اولین عدد از سمت راست برسیم. یعنی:

$$(0.01)_2 = 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

$$= 0 + 0.25$$

$$= 0.25$$

حالا با تافیق قسمت اعشاری و صحیح، عدد مبنای 10 حاصل می شود.

$$(1110.01)_2 = (14.25)_{10}$$

مثال 10

تبدیل عدد $(12.25)_{10}$ به مبنای دو

ابتدا قسمت صحیح را به مبنای 2 می بریم:

$$12 \div 2 = 6 \quad r_1 = 0$$

$$6 \div 2 = 3 \quad r_2 = 0$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_3 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_4 = 1$$

$$(12)_{10} = (1100)_2$$

حالا نوبت به قسمت اعشار می رسد که باید آن را برای دفعات محدودی در 2 ضرب کنیم و قسمت های صحیح را کنار آن می نویسیم:

$$0.25 \times 2 = 0.5 \quad 0$$

$$0.5 \times 2 = 1.0 \quad 1$$

با توجه به اینکه قسمت اعشار صفر شد دیگر به ضرب ادامه نمی دهیم و قسمت اعشار را در مبنای دو تشکیل می دهیم:

$$(0.25)_{10} = (0.01)_2$$

با تلفیق قسمت های صحیح و اعشاری، مبنای 2 عدد 12.25 حاصل می شود:

$$(12.25)_{10} = (1100.01)_2$$

تبدیل اعداد مبنای دو به مبنای هشت و برعکس

بزرگترین رقم مبنای هشت، 7 است. در جدول 2 این رقم معادل 111 در مبنای 2 است. می توان استنباط کرد که هر رقم مبنای 8 معادل سه رقم مبنای 2 است و هر سه رقم در مبنای 2 معادل یک رقم در مبنای 8 است. برای تبدیل یک عدد مبنای دو به مبنای هشت، باید رقم های عدد را از سمت راست، سه رقم سه رقم جدا کرد و به جای هر سه رقم مبنای دو، یک رقم مبنای هشت قرار داد. (مطابق جدول 2). چنانچه تعداد ارقام مضربی از سه نباشند باید به تعداد لازم در سمت چپ عدد، صفر اضافه کرد.

مثال 11

تبدیل عدد $(11001)_2$ به مبنای هشت

از سمت راست عدد شروع کرده و سه رقم سه رقم جدا می کنیم. در اینجا می بینیم که عدد ما 5 رقمی است و مضربی از سه نمی باشد پس یک صفر از سمت چپ به آن اضافه می کنیم تا 6 رقمی شود و به دو سه رقمی تبدیل شود. یعنی:

011,001

حالا هر سه رقم را از سمت چپ جداگانه به مبنای 8 می بریم. یعنی:

$$\begin{aligned} 011 &= 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 \\ &= 1 + 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 001 &= 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 \\ &= 1 + 0 + 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$(11001)_2 = (31)_8$$

نکته : اگر عدد اعشاری باشد، برای قسمت صحیح مانند یک عدد صحیح عمل می شود و برای قسمت اعشاری از سمت چپ، سه رقم سه رقم جدا کرده و به جای هر سه رقم مبنای دو، یک رقم مبنای هشت قرار می دهیم (جدول 2). اگر تعداد ارقام اعشاری مضربی از سه نباشد باید در سمت راست عدد به تعداد لازم صفر اضافه کرد.

مثال 12

تبدیل عدد $(10011,1101)_2$ به مبنای هشت

ابتدا قسمت صحیح یا همان 10011 را به مبنای هشت می بریم. چون قسمت صحیح 5 رقمی است از سمت چپ یک صفر به آن اضافه می کنیم تا مضربی از سه شود.

$$010,011$$

$$010 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2$$

$$= 0 + 2 + 0$$

$$= 2$$

$$011 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2$$

$$= 1 + 2 + 0$$

$$= 3$$

$$(10011)_2 = (23)_8$$

حال نوبت به قسمت اعشاری یا همان 1101 میرسد. چون قسمت اعشار 4 رقمی است پس باید برای تبدیل به مبنای هشت آن را 6 رقمی کنیم زیرا هر سه رقم در مبنای دو معادل یک رقم در مبنای هشت است. لذا دو عدد صفر از سمت راست به قسمت اعشار اضافه می کنیم تا بتوانیم قسمت اعشار را هم به مبنای هشت ببریم. یعنی:

$$110,100$$

حال از سمت چپ هر سه رقم را جداگانه به مبنای هشت می بریم:

$$110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2$$

$$= 0 + 2 + 4$$

$$= 6$$

$$100 = 0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2$$

$$= 0 + 0 + 4$$

$$= 4$$

$$(1101)_2 = (64)_8$$

حال قسمت صحیح و اعشاری را در کنار هم قرار می دهیم تا عدد در مبنای هشت حاصل شود:

$$(10011.1101)_2 = (23.64)_8$$

تذکر مهم: توجه داشته باشید که در هنگام تبدیل قسمت صحیح در مبنای دو به مبنای هشت اگر تعداد ارقام عدد مورد نظر مضربی از سه نبود باید از سمت چپ به آن صفر اضافه کنیم.

نکته : برای تبدیل اعداد مبنای هشت به مبنای دو، باید به جای هر رقم مبنای هشت، سه رقم مبنای دو را قرار داد.

مثال 13

تبدیل عدد $(25.34)_8$ به مبنای دو

حال برای تبدیل مبنای هشت به مبنای دو باید از قسمت صحیح مبنای هشت شروع کرده و اولین رقم مبنای هشت در این عدد که 2 است را به مبنای دو ببریم:

$$2 \div 2 = 1 \quad r_1 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

$$(2)_8 = (10)_2$$

چون گفته بودیم که هر رقم در مبنای هشت معادل سه رقم در مبنای دو است و با توجه به اینکه در اعداد صحیح مجاز به اضافه کردن هر تعداد صفر از سمت چپ عدد هستیم در نتیجه برای کسری رقم می توانیم یک عدد صفر از سمت چپ اضافه کنیم:

$$(2)_8 = (010)_2$$

حالا نوبت به رقم دوم قسمت صحیح می رسد:

$$5 \div 2 = 2 \quad r_1 = 1$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

$$(5)_8 = (101)_2$$

حال به تبدیل بالا توجه کنید. عدد مبنای هشت به سه رقم در مبنای دو تبدیل شده. پس نیازی به اضافه کردن صفر نمی باشد.

حالا دو رقم مبنای هشت را با هم تلفیق می کنیم تا عدد مبنای دو که شش رقمی است حاصل شود:

$$(25)_8 = (010101)_2$$

حالا با توجه به اینکه در اعداد صحیح صفر های سمت چپ عدد بی تاثیر هستند می توانیم این صفر ها را حذف کنیم:

$$(25)_8 = (10101)_2$$

نویس به قسمت اعشار می رسد. با قسمت اعشار هم مثل قسمت صحیح رفتار کرده و همان گونه تبدیل می کنیم. باید توجه داشته باشیم که اگر در هنگام تبدیل به مبنای دو کسری رقم داشتیم فقط مجاز به اضافه کردن صفر از سمت چپ هستیم.

$$3 \div 2 = 1 \quad r_1 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

$$(3)_8 = (11)_2$$

حال چون گفته بودیم که هر رقم در مبنای هشت معادل سه رقم در مبنای دو است و با توجه به اینکه قسمت اعشار را هم مثل قسمت صحیح در نظر گرفتیم پس اگر کسری رقم داشتیم برای جبران این کسری فقط مجاز به اضافه کردن صفر از سمت چپ هستیم (مثل قسمت صحیح) در نتیجه برای کسری رقم می توانیم یک عدد صفر از سمت چپ اضافه کنیم:

$$(3)_8 = (011)_2$$

حالا نوبت به رقم دوم قسمت صحیح می رسد:

$$4 \div 2 = 2 \quad r_1 = 0$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

$$(4)_8 = (100)_2$$

حال به تبدیل بالا توجه کنید، عدد مبنای هشت به سه رقم در مبنای دو تبدیل شده، پس نیازی به اضافه کردن صفر نمی باشد.

حالا دو رقم مبنای هشت را با هم تلفیق می کنیم با عدد مبنای دو که شش رقمی است حاصل شود:

$$(34)_8 = (011100)_2$$

با توجه به اینکه در قسمت اعشاری صفرهای سمت راست عدد بی تاثیر هستند می توانیم این صفرها را حذف کنیم:

$$(34)_8 = (0111)_2$$

در اینجا با تلفیق دو قسمت اعشاری و صحیح تولید شده عدد حاصل را اینگونه نمایش می دهیم:

$$(25.34)_8 = (10101.0111)_2$$

مثال 14

تبدیل عدد (1111101) به مبنای شانزده

در اینجا نیز مشابه حالات مبنای هشت کسری رقم را برای قسمت صحیح و اعشاری جبران می کنیم، یعنی اگر در قسمت صحیح کسری رقم داشتیم فقط مجاز به اضافه کردن صفر تا حد مورد نیاز از سمت چپ عدد هستیم و در قسمت اعشاری برای جبران کسری فقط مجاز به اضافه کردن صفر تا حد مورد نیاز از سمت راست عدد مورد نظر هستیم.

حال از سمت راست شروع کرده و چهار رقم، چهار رقم جدا می کنیم و هر چهار رقم را به صورت جداگانه به مبنای دو می بریم. در اینجا می بینیم که عدد مورد نظر ما هفت رقمی است و برای اینکه به دو تا چهار قسمتی تبدیل شود باید کسری آن را از طریق اضافه کردن صفر جبران کنیم، باید توجه داشت که صفرهای مورد نظر را فقط از سمت چپ عدد می توان اضافه کرد:

$$0111'1101$$

$$1101 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

$$= 1 + 0 + 4 + 8$$

$$= 13 = D$$

$$0111 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3$$

$$= 1 + 2 + 4 + 0$$

$$= 7$$

نکته مهم : باید به خاطر داشته باشیم که اعداد در مبنای شانزده تا عدد 9 مثل اعداد مبنای ده است یعنی در مبنای شانزده اعداد 9 به بالا را به عنوان یک رقم نمی شناسیم و برای نمایش اعداد 10 تا 15 از علائم انگلیسی استفاده می کنیم:

$$10 = A$$

$$11 = B$$

$$12 = C$$

$$13 = D$$

$$14 = E$$

$$15 = F$$

بنابراین داریم :

$$(1111101)_2 = (7D)_{16}$$

مثال 15

تبدیل عدد $(F25.03)_{16}$ به مبنای دو

ابتدا قسمت صحیح:

$$F = 15$$

$$15 \div 2 = 7 \quad r_1 = 1$$

$$7 \div 2 = 3 \quad r_2 = 1$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_3 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_4 = 1$$

$$(F)_{16} = (1111)_2$$

رقم دوم قسمت صحیح:

$$2 \div 2 = 1 \quad r_1 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

با توجه به تبدیل بالا و اینکه هر رقم در مبنای شانزده معادل چهار بیت یا رقم در مبنای دو می باشد پس باید کسری رقم را با اضافه کردن صفر جبران کرد:

$$(2)_{16} = (0010)_2$$

رقم سرور قسمت صحیح:

$$5 \div 2 = 2 \quad r_1 = 1$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

کسری رقم را با صفر جبران می کنیم:

$$(5)_{10} = (0101)_2$$

حالا قسمت اعشاری را هم مانند قسمت صحیح به مبنای دو می بریم.

به تفاوت جبران کسری رقم در قسمت اعشاری با قسمت صحیح توجه داشته باشید.

$$(0)_{10} = (0000)_2$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_1 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

کسری رقم را با صفر جبران می کنیم:

$$(3)_{10} = (0011)_2$$

حالا با تلفیق قسمت صحیح و اعشاری عدد مبنای شانزده را به مبنای دو تبدیل می کنیم:

$$(F25.03)_{16} = (111100100101.00000011)_2$$

تبدیل اعداد مبنای هشت به شانزده و بالعکس

برای اینکار ساده تر آن است که ابتدا عدد را به مبنای 2 برده و سپس به مبنای دیگر ببریم.

مثال 16

تبدیل عدد $(A36)_{16}$ به مبنای هشت

برای اینکار ابتدا $(A36)_{16}$ را به مبنای دو می بریم:

تذکر مهم: به خاطر داشته باشید که هر رقم (بیت) در مبنای شانزده معادل چهار رقم (بیت) در مبنای دو و هر رقم (بیت) در مبنای هشت معادل سه رقم (بیت) در مبنای دو می باشد. بنابراین اگر کسری بیت داشتیم باید آن را با جایگذاری صفر طبق روش گفته شده در بالا جبران کرد.

یعنی عدد در مبنای شانزده (عدد هگز) را 4 بیت 4 بیت به مبنای دو برده و سپس 3 بیت 3 بیت به مبنای هشت می بریم:

$$A = 10$$

$$10 \div 2 = 5 \quad r_1 = 0$$

$$5 \div 2 = 2 \quad r_2 = 1$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_3 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_4 = 1$$

$$(A)_{16} = (1010)_2$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_1 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

می بینید که بیت در مبنای شانزده به دو بیت در مبنای دو تبدیل شد پس باید کسری بیت را با جایگذاری صفر جبران کنیم:

$$(3)_{16} = (0011)_2$$

$$6 \div 2 = 3 \quad r_1 = 0$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_2 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

کسری بیت را با جایگذاری صفر جبران می کنیم:

$$(6)_{16} = (0110)_2$$

حالا عدد در مبنای دو را 3 بیت 3 بیت جدا کرده و به مبنای هشت می بریم:

$$(A36)_{16} = (1010'0011'0110)_2 = (101'000'110'110)_2$$

$$101 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2$$

$$= 1 + 0 + 4$$

$$= 5$$

$$000 = 0$$

$$110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2$$

$$= 0 + 2 + 4$$

$$= 6$$

$$110 = 6$$

حال بیت ها را در کنار هم می نویسیم تا عدد در مبنای هشت تولید شود:

$$(A36)_{16} = (5066)_8$$

تبدیل عدد $(753)_8$ به مبنای شانزده

ابتدا عدد مورد نظر را به مبنای دو می بریم:

یعنی عدد مبنای هشت را 3 بیت 3 بیت به مبنای دو پرده سپس 4 بیت 4 بیت از سمت راست جدا می کنیم:

$$7 \div 2 = 3 \quad r_1 = 1$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_2 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

$$(7)_8 = (111)_2$$

$$5 \div 2 = 2 \quad r_1 = 1$$

$$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$$

$$(5)_8 = (101)_2$$

$$3 \div 2 = 1 \quad r_1 = 1$$

$$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$$

حالا کسری بیت را با جایگذاری صفر جبران می کنیم:

$$(3)_3 = (011)_2$$

$$(753)_8 = (111'101'011)_2$$

حالا 4 بیت 4 بیت از سمت راست جدا می کنیم:

$$(1'1110'1011)_2$$

$$0001 = 1 \times 2^0$$

$$= 1$$

$$1110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

$$= 0 + 2 + 4 + 8$$

$$= 14$$

$$= E$$

$$1011 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

$$= 1 + 2 + 0 + 8$$

$$= 11$$

$$= B$$

$$(753)_8 = (1EB)_{16}$$

تبدیل اعداد مبنای دو به هشت و بالعکس

برای تبدیل مبنای هشت به دو کافی است به جای هر رقم معادل سه بیتی آن را از جدول زیر قرار دهیم.

جدول 4 : معادل سه بیتی اعداد مبنای هشت

ارزش	ستون	ها	رقم
1	2	4	0
0	0	0	1
1	0	0	2
0	1	0	3
1	1	0	4
0	0	1	5
1	1	1	6
0	1	1	7

چون بزرگترین عدد مبنای هشت، 7 است بنابراین طبق این جدول به سادگی می توان مبنای دو را به هم تبدیل کرد. به این ترتیب که بیت ها را از سمت چپ عدد مبنای هشت نگاه کرده و بجای هر بیت مبنای هشت معادل سه بیتی آن را از جدول بالا جایگزین می کنیم.

مثال 17

تبدیل عدد $(354)_8$ به مبنای دو

برای این تبدیل طبق آنچه در جدول بالا آمده عمل می کنیم. از سمت چپ عدد مبنای هشت شروع کرده و بیت ها را به مبنای دو می بریم. اولین بیت سمت چپی بیت 3 می باشد. معادل بیت 3 را از جدول بالا از چپ به راست می نویسیم:

$$3 = 011$$

$$5 = 101$$

$$4 = 100$$

حالا بیت های به دست آمده را به ترتیب کنار هم می گذاریم:

$$(354)_8 = (011\ 101\ 100)_2$$

مثال 18

تبدیل $(1101111011)_2$ به مبنای هشت

ابتدا سه بیت سه بیت جدا می کنیم و کسری ست را هم با جایگذاری صفر جبران می کنیم.

$(001'101'111'011)$

حالا این سه بیتی ها را طبق جدول بالا به مبنای هشت می بریم:

$$001 = 1$$

$$101 = 5$$

$$111 = 7$$

$$011 = 3$$

حالا این اعداد را به ترتیب در کنار هم قرار می دهیم:

$$(1101111011)_2 = (1573)_8$$

تبدیل مبنای دو به مبنای شانزده و بالعکس

برای تبدیل مبنای شانزده به دو کافی است به جای هر رقم معادل 4 بیتی آن را از جدول زیر قرار دهید.

جدول 5 : معادل چهار بیتی اعداد مبنای شانزده

ارزش	ستون	های	مبنای 16	رقم
1	2	4	8	0
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
0	1	0	0	2
1	1	0	0	3
0	0	1	0	4
1	0	1	0	5
0	1	1	0	6
1	1	1	0	7
0	0	0	1	8
1	0	0	1	9
0	1	0	1	10 A
1	1	0	1	11 B
0	0	1	1	12 C
1	0	1	1	13 D
0	1	1	1	14 E
1	1	1	1	15 F

مثال 19

تبدیل عدد $(B57)_{16}$ به مبنای دو

$$11 \text{ B} = 1011$$

$$5 = 0101$$

$$7 = 0111$$

$$(B57)_{16} = (1011 \ 0101 \ 0111)_2$$

مثال 20

تبدیل عدد $(10110110111010)_2$ به مبنای شانزده

حالا چهار بیت چهار بیت جدا می کنیم و کسری بیت را هم با جایگذاری صفر جبران می کنیم:

$$(0010'1101'1011'1010)_2$$

$$0010 = 2$$

$$1101 = \text{D}$$

$$1011 = \text{B}$$

$$1010 = \text{A}$$

$$(10110110111010)_2 = (2\text{DBA})_{16}$$

تمرین ۱ – تبدیل مبنا

۱. اعداد زیر را به باینری تبدیل کنید.

100	64.375
104	0.9375
4.25	254.75
12.875	4.25
0.5625	73

۲. اعداد باینری زیر را به دهدهی تبدیل کنید.

11 1111	101 1111
0.00001	1110.11
11 0011.011	1110.11

۳. تبدیل مبناهای زیر را انجام دهید.

$$(7562)_{10} = (?)_8$$

$$(1938)_{10} = (?)_{16}$$

$$(126)_{12} = (?)_9$$

$$(A85F35)_{16} = (?)_{12}$$

$$(1010\ 0001)_2 = (?)_8$$

$$(100000011111101111001010.1111)_2 = (?)_{16}$$

$$(1101111.1110111)_2 = (?)_8$$

$$(10111111000.111)_2 = (?)_{16}$$