# به نام خدا

## نظریه زبان ها و ماشین ها

### جلسه ی اول

**الفباء:**

به مجمو عه ای از نماد ها الفبا گویند و با علامت $\Sigma$ نشان می دهند

**مجمو عه ها به دو نوع تقسیم می شوند.**

**1. متنا هی:**

مجمو عه A را متناهی گویند هر گاه تعداد اعضای آن متناهی باشد.تعداد اعضای A را با نماد $|A|$ نشان می دهند

**2. نامتناهی:**

مجمو عه A را نامتناهی گویند هر گاه تعداد اعضای آن نامتناهی باشد

**رشته(String):**

به دنباله متناهی از حروف یک الفباء رشته گوئیم مانند زیر

اگر $\Sigma=\{a,b,z\}$ باشد آنگاه a ، aaba ، abz و ... رشته هائی از الفبای $\Sigma$ هستند

**نکته:**

به رشته ای که هیچ نمادی در آن بکار نرفته باشد به آن رشته تهی گفته می شود و با نماد $\lambda$ نشان داده میشود بدیهی است که $|\lambda|=0$

**مجمو عه هم عدد:**

دو مجمو عه A و B را هم عدد گوئیم اگر و فقط اگر تناظر یک به یک بین این دو مجموعه باشد. برای هم عدد بودن دو مجموعه باید بتوانیم تابعی یک به یک و پوشا از یکی از این مجمو عه ها به مجمو عه دیگر تعریف کنیم.

**مجمو عه شمارا:**

مجمو عه ای است که متناهی باشد و یا با مجمو عه اعداد طبیعی (N) هم عدد باشد

**نکته:**

به مجمو عه تمام رشته های قابل تعریف رو ی $\Sigma$ ، $\Sigma^*$ گویند.

مثال: اگر $\Sigma=\{a,b\}$ باشد آنگاه داریم $\Sigma^*=\{\lambda, a, ab, aa, b, ba, \ldots\}$

**نکته:**

$\Sigma^*$ مجمو عه ای نامتناهی و قابل شمارش است

**زبان:**

به زیر مجمو عه ای از $\Sigma^*$ یک زبان روی الفبای $\Sigma$ گفته می شود. زبانی که تعداد رشته های آن متناهی باشد، متناهی در غیر این صورت زبان غیر متناهی است، مثال

زبان متناهی $L_1=\{a,aab,ab\}$

زبان نامتناهی $L_2=\{a,aa,aaa,\ldots\}$

نکته: $\Sigma^{+} = \Sigma^{*} - \{\lambda\}$

## عملگر الحاق:

*هر گاه رشته ای را به دنبال رشته دیگر پیوند دهیم به نوعی که از ترکیب این دو رشته، رشته ای دیگر حاصل شود، در واقع این دو رشته با هم الحاق شده اند.*

تعریف ریاضی $U \in \Sigma^{*}, W \in \Sigma^{*} \Rightarrow U.W \rightarrow |U.W| = |U| + |W|$

عملگر الحاق خاصیت جابه جائی ندارد $U.W \neq W.U$

عملگر الحاق دارای خاصیت شرکت پذیری است $U.(W.W) = (U.W).V$

عضو خنثی عمل الحاق $\lambda$ است $U \in \Sigma^{*} \rightarrow \lambda.U = U.\lambda = U$

$w$ معکوس رشته $= w^{R}$

$w = abc \rightarrow w^{R} = cba$

تعریف بازگشتی عملگر معکوس:

$$w \in \Sigma^{*} \rightarrow \begin{cases} |w| = 0 \rightarrow w^{R} = w, (\lambda^{R} = \lambda) \\ |w| \neq 0 \rightarrow w = u.a, u \in \Sigma^{*}, a \in \Sigma \rightarrow w^{R} = a.u^{R} \end{cases}$$

مثال:

$$W = xyz \rightarrow (xyz)^{R} = (xy.z)^{R} = z.(xy)^{R} = zy.(x)^{R} = zy.(\lambda.x)^{R} = zyx.\lambda^{R} = zyx$$

نکته:

$1 - w^{n+1} = w^{n}.w = w.w^{n}$

$2 - w^{2} = w.w$

$3 - (w^{R})^{R} = w$

$4 - (w^{n})^{R} = (w^{R})^{n}$

مثال:

$$w = ab \rightarrow (w^{3})^{R} = (ab.ab.ab)^{R} = bababa \leftrightarrow (w^{R})^{3} = (ba)^{3} = bababa$$

## عملگر * :

*اگر $a \in \Sigma$، آنگاه $a^{n}$ رشته ای است که از n تا حرف a تشکیل شده است ولی $a^{*}$ به معنی تعداد نامشخص تکرار از حرف a که مطمئنا هر عددی بین صفر تا n می تواند به جای * بنشیند و داریم $a^{0} = \lambda$*

$a^{3} = a.a.a$

$a^{*} = \{\lambda, a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$

### در مورد زبان های زیر توضیحی مختصر بدهید.

$l_{1} = \{a, ab, abb\}$

*زبان $l_{1}$ زبانی است روی الفبای $\Sigma = \{a,b\}$ که تعدادی متناهی عضو دارد که با نماد a شروع می شوند.*

$l_2 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

زبان $l_2$ زبانی است روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ که به صورت جمله عمومی نشان داده شده است در این زبان به تعداد n تا a (صفر یا بیشتر) و به دنبال آن به همین تعداد حرف b نشان داده می شود. به عبارتی $l_2 = \{\lambda, ab, aabb, \ldots\}$

$l_3 = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\}$

زبان $l_3$ زبانی است روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ که به صورت جمله عمومی نشان داده شده است در این زبان به تعداد n تا a (صفر یا بیشتر) و به دنبال آن m تعداد حرف b (صفر یا بیشتر) نشان داده می شود. به عبارتی $l_3 = \{\lambda, abbb, aaabb, ab, a, b, bbb, \ldots\}$

$l_4 = \{a^* b^*), \Sigma = \{a, b\}$

این زبان همان زبان قبلی می باشد. منتهی به شکل دیگر(عبارت منظم)

$l_5 = \{(ab)^* \mid a, b \in \Sigma$

این زبان تعدادی ab (صفر یا بیشتر) را پشت سر هم تکرار می کند به عبارتی $l_5 = \{\lambda, ab, abab, ababab, \ldots\}$

$l_6 = \{(ab)^* . a \mid a, b \in \Sigma\}$

این زبان همان زبان قبلی است با این تفاوت که به انتهای رشته های زبان قبلی یک $a$ اضافه می کند به عبارتی $l_6 = \{a, aba, ababa, \ldots\}$

## عملگر $\cup$ یا | :

وقتی می نویسیم $(A \mid B)$ که $A$ و $B$ رشته هائی روی الفبای خاصی هستنریعنی انتخاب رشته $A$ یا $B$ نه هر دوی آنها همزمان.

$l_7 = \{a^* (a \mid b)^* b^* \mid a, b \in \Sigma\} \Rightarrow l_7 = \{\lambda, a, aa, b, abb, aba, \ldots\}$

$l_8 = \{(a \mid b)^* \mid a, b \in \Sigma\} \Rightarrow l_8 = \{\lambda, a, ab, ba, bbaa, aabbb, \ldots\}$

$(a \mid b)^*$ در هر مورد تکرارعملگر * می تواند a یا b را انتخاب کند. در واقع تمامی رشته های قابل تولید بر روی a و b می تواند از این ساختار تولید شود.