

مثال: زبان  $l_9$  و  $l_{10}$  په رشته هایی را تولید می کنند.

$$l_9 = \{(a \mid b \mid c)^*, \Sigma = \{a, b, c\}\}$$

$$l_{10} = \{(a \mid bc)^*, \Sigma = \{a, b, c\}\}$$

حل: زبان  $l_9$ ،  $\Sigma^*$  را تولید می کند ( $\Sigma^* = l_9$ ) و زبان  $l_{10}$  هر ترکیبی از  $a$  و  $bc$  ها را تولید می کند.

### عبارات منظم (با قاعده):

- آنکه  $\Sigma$  الفبایی مورد نظر باشد، هر عضو  $\Sigma$  یک عبارت منظم است

- آنکه  $\alpha$  عبارت منظم باشد،  $\alpha^*$  هم منظم است

- آنکه  $\alpha$  و  $\beta$  عبارت های منظم باشند  $\alpha\beta$  هم منظم است (عبارات منظم نسبت به عمل الگوی بسته اند)

- آنکه  $\alpha$  و  $\beta$  عبارت های منظم باشند  $(\alpha \mid \beta)$  هم منظم است

- آنکه  $l$  زبان منظمی باشد آنگاه  $\bar{l}$  یعنی متمم زبان  $l$  هم منظم است

$$r = (a^* (a \mid b)^*)^*, \Sigma = \{a, b\}$$

مثال: عبارت روبرو منظم است یا نه؟

توضیح:

عضو الغباء است پس منظم است به توجه به بند 2،  $a^*$  هم منظم است بنا به بند 3  $((a \mid b)^*)^*$  هم منظم است پس  $(a \mid b)^*$  هم منظم است و  $(a \mid b)^*$  به آخر  $a$  ملحق شده است پس عبارت  $a^* (a \mid b)^*$  هم منظم است پس بستار ستاره آن هم که همان عبارت  $r$  است منظم است.

زبان منظم: زبانی را منظم کویند آنکه بتوان برای آن عبارت منظمی پیدا کرد.

مثال: ثابت کنید که زبان های زیر منظم اند (با پیدا کردن عبارت منظم)

$$l_1 = \{1, 01, 001, 0001, \dots\}, \Sigma = \{0, 1\}$$

حل: عبارت منظم  $(1^* 0^*)^*$  تولید کننده زبان  $l_1$  است.

$$l_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{length}(w) = 2k, k \geq 0\}, \Sigma = \{a, b\}$$

حل: زبان بالائی منبر به تولید رشته هایی می شود که ترکیب های مختلفی از 4 رشته  $ba, ab, bb, aa$ ،  $a$  (در اهانته)،  $ba, ab, bb, aa$  یعنی ما می توانیم هر رشته عضو زبان  $l_2$  باشد، رشته هایی از 2 به رشته هایی گفته شده تجزیه کنیم حال می توانیم عبارت  $(ab \mid ba \mid bb \mid aa)^*$  را که یک عبارت منظم است بنویسیم، بدین معنی است که این عبارت منظم زبان  $l_2$  را توصیف می کند. همچنان عبارت منظم  $(a+b)(a+b)^*$  نیز همین زبان را تولید می کند.

مثال: ثابت کنید متمم زبان قبلی منظم است.

$$\bar{l}_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{length}(w) = 2k+1, k \in \mathbb{Z}^+\} \quad \leftarrow \quad (\bar{l}_2 = \Sigma^* - l_2)$$

واضح است که عبارت منظم  $(ab \mid ba \mid bb \mid aa)^*(a \mid b)$  زبان  $\bar{l}_2$  را تولید می کند

$$l_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{length}(w) = 3k, k \geq 0\}, \Sigma = \{a, b\}$$

مثال: ثابت کنید زبان  $l_3$  منظم است

حل: این زبان رشته هایی را از  $\Sigma^*$  شامل می شود که طولشان مضربی از سه باشد.  $(aaa + aab + aba + abb + baa + bab + bbb + bba)^* = (\Sigma^3)^* = ((a+b)(a+b)(a+b))^*$

**مثال:** متمم زبان مثال قبل را بنویسید.

توضیح: متمم این زبان، شته هائی را شامل می شود، که آن، شته ها را به سه تأثیر هائی تبزیه کنیم نهایتاً در آن، شته یک کل، آلت و یا دو کل، کلت اخفاخه خواهد باند پس می توانیم عبارت منظم مربوط به این زبان را به شکل  $(\Sigma^2)^*(\Sigma^3)^*$  بنویسیم

$\square$  کلا می توان گفت زبان هائی که با این تعریف توصیف می شوند یعنی زبان هائی ک شامل، شته هائی هستند که روی الفبای  $(a, b)$  طولشان مغرب  $n$  است منظم اند.

$\square$  هالت کلی متمم زبان هائی که، شته هائی به طول مغرب  $n$  دارند، به شکل زیر است.

$$(\Sigma^n)^*(\Sigma|\Sigma^2|\Sigma^3|\dots|\Sigma^{n-1})$$

$$l = \{w \in \Sigma^* \mid n_{(b)}(w) = 2\}, \Sigma = \{a, b, c\}$$

**مثال:** ثابت کنید که زبان  $l$  منظم است.

این زبان، شته هائی از  $\Sigma$  را شامل می شود که فقط و فقط دو حرف  $b$  دارند

$$l = \{w \in \Sigma^* \mid n_{(b)}(w) + n_{(c)}(w) = 3\}, \Sigma = \{a, b, c\}$$

**مثال:** ثابت کنید که زبان  $l$  منظم است.

این زبان، شته هائی از  $\Sigma$  را شامل می شود که تعداد تکرار  $b$  ها و  $c$  ها مجموعاً در آن برابر ۳ باشد.

$$l = \{w \in \Sigma^* \mid 200 \leq w \leq 700\}, \Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$$

**مثال:** ثابت کنید که زبان  $l$  منظم است

$$(2+3+4+5+6)(\Sigma^2)^*(700)$$

1- یک عبارت منظم برای زبان  $l = \{a^n b^m \mid n \geq 1, m \geq 1, nm \geq 3\}$  بنویسید

$$l = a^* abbbb^* + a^* aaabb^* + a^* aabbb^*$$

2- عبارت منظمی بنویسید که شامل، شته ای از صفر ها و یک ها هستند و با یک شروع می شوند و شامل دو صفر متوالی نیستند.  
 $(1+10)^*$

3- عبارات منظم برای زبان های زیر، روی  $\Sigma = \{a, b\}$  بنویسید

$$l_1 = \{w \in \Sigma^* \mid n_a(w) \bmod 3 = 0\}$$

$$l_2 = \{w \in \Sigma^* \mid n_a(w) \bmod 5 > 0\}$$

$$l_2 = (b^* ab^* ab^* ab^* ab^*) (b^* (a+\lambda)b^* (a+\lambda)b^* (a+\lambda)b^* ab^*) \quad \text{حل: } l_1 = (b^* ab^* ab^* ab^*)^*$$

4- یک توصیف ساده از زبان  $l = ((aa)^* b(aa)^* + a(aa)^* ba(aa)^*)$  ارائه کنید.

حل: تمام، شته هائی از  $a$  و  $b$  که شامل فقط یک  $b$  و تعداد  $a$  در آن زوج باشد.

5- یک عبارت منظم برای مجموعه  $\{a^n b^m \mid n+m=$  زوج  $\}$  بنویسید.

$$(aa)^* (ab + \lambda)(bb)^* \quad \text{یا} \quad (aa)^* a(bb)^* b + (aa)^* (bb)^*$$

$$l = \{ab^n w \mid n \geq 3, w \in (a+b)^+\} \quad \text{حل: } abbbb^* (a+b)^+$$

پایان جلسه ۶۹