مشتق: فرض میکنیم تابع $y=f(x)$ در یک همسایگی از x تعریف شده باشد. مشتق تابع f، تابعی است که با f' نمایش داده می‌شود و مقدارش در x با
$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$
تعریف می‌شود. در صورتیکه حد فوق بینهایت شود و یا موجود نباشد، می‌گوییم $f'(x)$ موجود نیست (f در x مشتق پذیر نیست) و اگر $f'(x)$ متناهی باشد می‌گوییم f در x مشتق پذیر است. عملی که ما را از f به f' می‌رساند، مشتق‌گیری نسبت به متغیر x نام دارد. مشتق تابع $y=f(x)$ را علاوه بر نماد $f'(x)$ با نمادهای y'، $\frac{dy}{dx}$ و $\frac{df}{dx}$ نیز نمایش میدهیم.

مثال. اگر $y=f(x)=x^2+3$، $f'(x)$ را از طریق تعریف بیابید.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2+3-(x^2+3)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{x^2}+2x\Delta x+\Delta x^2\cancel{+3}-\cancel{x^2}-\cancel{3}}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{\Delta x}(2x+\Delta x)}{\cancel{\Delta x}}=2x$$

مثال. مشتق تابع $y=f(x)=\sqrt{x}$ را از راه تعریف حساب کنید.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}{\Delta x}\stackrel{0}{\underset{0}{=}}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}{\Delta x}\times\frac{\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x}}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{x}+\cancel{\Delta x}-\cancel{x}}{\cancel{\Delta x}(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

قوانین مشتق

۱- اگر c عددی ثابت و $y=f(x)=c$ آنگاه $y'=0$.

$(10)'=0$ ، $(-\frac{\pi\sqrt{2}}{5})'=0$ ، $(4)'=0$

۲- برای عدد گویای r اگر $y=x^r$ آنگاه $y'=(x^r)'=rx^{r-1}$

$(x^3)'=3x^{3-1}=3x^2$ ، $(x^2)'=2x^{2-1}=2x$ ، $(x)'=1x^{1-1}=1$

$(x^4)' = 4x^{4-1} = 4x^3 , \dots$

$(\frac{1}{x})' = (x^{-1})' = -1x^{-1-1} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

$(\frac{1}{x^2})' = (x^{-2})' = -2x^{-2-1} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$

$(\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(x^{-\frac{4}{5}})' = -\frac{4}{5}x^{-\frac{4}{5}-1} = -\frac{4}{5}x^{-\frac{9}{5}}$

۳- اگر توابع f و g در x مشتق‌پذیر باشند آنگاه توابع $f \pm g$ ، fg و f/g نیز در x مشتق‌پذیرند و

$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$

$(f(x)\, g(x))' = f'(x)\, g(x) + f(x)\, g'(x)$

$(\frac{f(x)}{g(x)})' = \frac{f'(x)\, g(x) - f(x)\, g'(x)}{(g(x))^2} \; ; (g(x) \neq 0)$

مشتق مجموع = مجموع مشتقات

مشتق ضرب = مجموع مشتق اولی در تابع دوم و مشتق دومی در تابع اول

مشتق کسر = $\dfrac{\text{مشتق صورت در تابع مخرج منهای مشتق مخرج در تابع صورت}}{(\text{مخرج})^2}$

نتیجه: اگر a عددی ثابت، f تابعی مشتق‌پذیر باشد آنگاه $(af(x))' = af'(x)$

$(ax^r)' = rax^{r-1}$

$(ax)' = a$, $(-\frac{4}{5}x)' = -\frac{4}{5}$, $(2x^4)' = 2(x^4)' = 2(4x^3) = 8x^3$

$(-4x^5)' = -20x^4$ $(-2x^{-3})' = 6x^{-4}$, $(-\frac{2}{3}x^{-3}) = 2x^{-4}$

مثال: مشتق توابع زیر را بیابید

الف) $y = -4x^5 + 3x^{-2} - 4x - 3$

$y' = (-4x^5)' + (3x^{-2})' - (4x)' - 3' = -20x^4 - 6x^{-3} - 4$

۳۲

پ) $y = (7x^2 + 2x^5)(-4x^3 + 2x)$

$$y' = (7x^2+2x^5)'(-4x^3+2x) + (7x^2+2x^5)(-4x^3+2x)'$$

$$= (14x+10x^4)(-4x^3+2x) + (7x^2+2x^5)(-12x^2+2)$$

ت) $y = \dfrac{4x^2+5x^{-1}}{-3x^3+10x}$

$$y' = \frac{(4x^2+5x^{-1})'(-3x^3+10x) - (4x^2+5x^{-1})(-3x^3+10x)'}{(-3x^3+10x)^2}$$

$$= \frac{(8x-5x^{-2})(-3x^3+10x) - (4x^2+5x^{-1})(-9x^2+10)}{(-3x^3+10x)^2}$$

ث) $y = \dfrac{2x-3}{5x+2}$ ؛ $y' = \dfrac{(2x-3)'(5x+2) - (5x+2)'(2x-3)}{(5x+2)^2}$

$$= \frac{2(5x+2) - 5(2x-3)}{(5x+2)^2} = \frac{19}{(5x+2)^2}$$

فرمولهای دیگر مشتق

$(\sin x)' = \cos x$ — $(e^x)' = e^x$

$(\cos x)' = -\sin x$ — $(a^x)' = a^x \ln a$

$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x$ — $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$

$(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x)$ — $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

مثال: مشتق بگیرید

الف) $y = -5\sin x + 3\cos x + 4e^x - \log x + x^4$

$$y' = -5\cos x - 3\sin x + 4e^x - \frac{1}{x\ln 10} + 4x^3$$

ب) $y = (2-x^2)\cos x + x\ln x$

$$y' = -2x\cos x + (2-x^2)(-\sin x) + \ln x + x\left(\frac{1}{x}\right)$$

۳۳ ت) $y=\dfrac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}$

$$y'=\frac{(\cos x+\sin x)(\sin x+\cos x)-(\cos x-\sin x)(\sin x-\cos x)}{(\sin x+\cos x)^2}$$

$$=\frac{(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2}{(\sin x+\cos x)^2}=\frac{2}{1+2\sin x\cos x}=\frac{2}{1+\sin 2x}$$

مشتق تابع مرکب: اگر تابع f در x و تابع g در $f(x)$ مشتق پذیر باشد آنگاه تابع مرکب gof در x مشتق پذیر است و

$$(gof)'(x)=g'(f(x))\,f'(x)$$

به عبارت دیگر $(g(f(x)))'=g'(f(x))\,f'(x)$

نتیجه: اگر u تابعی مشتق پذیر از x باشد آنگاه

$(u^r)'=r\,u'u^{r-1}$ ؛ $(\sqrt{u})'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

$(\sin u)'=u'\cos u$ ؛ $(\cos u)'=-u'\sin u$

$(\tan u)'=u'(1+\tan^2 u)$ ؛ $(\cot u)'=-u'(1+\cot^2 u)$

$(e^u)'=u'e^u$ ؛ $(a^u)'=u'a^u\ln a$

$(\ln u)'=\dfrac{u'}{u}$ ؛ $(\log_a u)'=\dfrac{u'}{u\ln a}$

مثال: مشتق توابع زیر را محاسبه کنید

الف) $y=(2x-3)^{10}$

$u=2x-3 \rightarrow y=u^{10}\rightarrow y'=10u'u^9=10(2)(2x-3)^9$

$\rightarrow u'=2$

ب) $y=(4x^2-5x+7)^{-4}$

$u=4x^2-5x+7 \longrightarrow y=u^{-4}\longrightarrow y'=-4u'u^{-5}=-4(8x-5)(4x^2-5x+7)^{-5}$

$\rightarrow u'=8x-5$

پ) $y=\sqrt{2x-x^3}$

$u=2x-x^3\rightarrow u'=2-3x^2$ $\quad y=\sqrt{u}\rightarrow y'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}=\dfrac{2-3x^2}{2\sqrt{2x-x^3}}$

۳ ع) $\Rightarrow y = \cos(2x^2 - x)$

$u = 2x^2 - x \rightarrow u' = 4x - 1$ $\quad$ $y = \cos u \rightarrow y' = -u' \sin u = -(4x-1)\sin(2x^2 - x)$

ث) $y = \sin(5\ln x - x^5)$

$u = 5\ln x - x^5 \rightarrow u' = \frac{5}{x} - 5x^4$ $\quad$ $y = \sin u \rightarrow y' = u' \cos u = \left(\frac{5}{x} - 5x^4\right)\cos(5\ln x - x^5)$

ج) $y = e^{3x - x^2}$

$u = 3x - x^2 \rightarrow u' = 3 - 2x$ $\quad$ $y = e^u \rightarrow y' = u' e^u = (3 - 2x)e^{3x - x^2}$

چ) $y = \dfrac{4}{5\sqrt[3]{x^2 + 5x^3}}$ $\quad$ چ) $y = \frac{4}{5}(x^2 + 5x^3)^{-\frac{1}{3}}$

$u = x^2 + 5x^3 \rightarrow u' = 2x + 15x^2$

$y = \frac{4}{5} u^{-\frac{1}{3}} \rightarrow y' = \frac{4}{5}\left(-\frac{1}{3}\right) u' u^{-\frac{1}{3} - 1} = -\frac{4}{15}(2x + 15x^2)(x^2 + 5x^3)^{-\frac{4}{3}}$

ح) $y = \sin^3(4x - x^2)$

$u = \sin(4x - x^2) \rightarrow y' = (4 - 2x)\cos(4x - x^2)$

$y = u^3 \rightarrow y' = 3u' u^2 = 3(4 - 2x)\cos(4x - x^2)\sin^2(4x - x^2)$

خ) $y = (5\cos 2x - 7\sin 4x)^{-8}$

$u = 5\cos 2x - 7\sin 4x \rightarrow y' = -10\sin 2x - 28\cos 4x$

$\boxed{\begin{array}{l} (\sin(ax+b))' = a\cos(ax+b) \\ (\cos(ax+b))' = -a\sin(ax+b) \end{array}}$

$y = u^{-8} \rightarrow y' = -8u' u^{-9} = -8(-10\sin 2x - 28\cos 4x)(5\cos 2x - 7\sin 4x)^{-9}$

د) $y = \ln(x^3 + 3x^2 + 1)$

$u = x^3 + 3x^2 + 1 \rightarrow u' = 3x^2 + 6x$

$y = \ln u \rightarrow y' = \frac{u'}{u} = \dfrac{3x^2 + 6x}{x^3 + 3x^2 + 1}$

تمرین: مشتقات توابع زیر را حساب کنید

۱) $y=(-8x+3)^{-10}$

۲) $y=\sqrt{2x-x^2}$

۳) $y=\dfrac{1}{4x^2+7x-1}$

۴) $y=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{1}{3x^3}$

۵) $y=\sqrt{x^2+\sqrt{2x+1}}$

۶) $y=\ln(\cos x+2)+\cos x(\ln x+2)$

۷) $y=x^4\ln(3x^2-x)$

۸) $y=(5x^2-x^{-1})^{-4}+\log(x-\sqrt{x})$

۹) $y=\sqrt{\dfrac{2x-1}{3x^2+1}}$

۱۰) $y=e^{4\cos x-x^4}$

۱۱) $y=\ln\sqrt[5]{x^4+x^3+x^2+x+1}$

۱۲) $y=\sqrt{e^{x^2+2x-1}}$

۱۳) $y=\cot(2x^2-4)$

۱۴) $y=\ln(\ln x)+e^{\sqrt{x}-5x^{-1}}$

۱۵) $y=\ln\dfrac{(x^2+1)^5(2-3x)^4}{\sqrt{\cos x+7}}$

۱۶) $y=\dfrac{(2x-1)^{\frac{3}{5}}(x^2-x)^7}{\sqrt{x^2+1}\,(3-5x^3)^4}$

۱۷) $y=4x^2\sqrt[3]{1-x^2}$

۱۸) $y=(4\cos 3x+5\sin 2x)^{-10}$

۳۵-۱

حل تمرینات:

1) $y=(-8x+3)^{-10} \rightarrow y'=-10(-8)(-8x+3)^{-11}$

2) $y=\sqrt{4x-x^2} \rightarrow y'=\dfrac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}}$

3) $y=\dfrac{1}{4x^2+7x-1} \rightarrow y=(4x^2+7x-1)^{-1} \rightarrow y'=(-1)(8x+7)(4x^2+7x-1)^{-2}$

4) $y=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{1}{3x^3} \rightarrow y=x^{-1}+\dfrac{1}{2}x^{-2}+\dfrac{1}{3}x^{-3} \rightarrow y'=-x^{-2}+\dfrac{1}{2}(-2x^{-3})+\dfrac{1}{3}(-3x^{-4})$

$=-x^{-2}-x^{-3}-x^{-4}$

5) $y=\sqrt{x^2+\sqrt{2x+1}} \rightarrow y'=\dfrac{2x+\dfrac{2}{2\sqrt{2x+1}}}{2\sqrt{x^2+\sqrt{2x+1}}}$

6) $y=Ln(\cos x+2)+\cos(Ln x+1) \rightarrow y'=\dfrac{-\sin x}{\cos x+2}-\dfrac{1}{x}\sin(Ln x+1)$

7) $y=x^6 Ln(3x^2-x) \rightarrow y'=6x^5 Ln(3x^2-x)+x^6\dfrac{6x-1}{3x^2-x}$

8) $y=(5x^2-x^{-1})^{-4}+\log(x-\sqrt{x}) \rightarrow y'=-4(10x+x^{-2})(5x^2-x^{-1})^{-5}+\dfrac{1-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}{(x-\sqrt{x})\ln 10}$

9) $y=\sqrt{\dfrac{2x-1}{3x^2+1}} \rightarrow y'=\dfrac{\dfrac{2(3x^2+1)-6x(2x-1)}{(3x^2+1)^2}}{2\sqrt{\dfrac{2x-1}{3x^2+1}}}$

10) $y=e^{4\cos x-x^2} \rightarrow y'=(-4\sin x-2x)e^{4\cos x-x^2}$

11) $y=Ln\sqrt[5]{x^4+x^3+x^2+x+1} \rightarrow y=Ln(x^4+x^3+x^2+x+1)^{\frac{1}{5}}=\dfrac{1}{5}Ln(x^4+x^3+x^2+x+1)$

$\rightarrow y'=\dfrac{1}{5}\,\dfrac{4x^3+3x^2+2x+1}{x^4+x^3+x^2+x+1}$

12) $y=\sqrt{e^{x^2+2x-1}} \qquad y'=\dfrac{(e^{x^2+2x-1})'}{2\sqrt{e^{x^2+2x-1}}}=\dfrac{(2x+2)e^{x^2+2x-1}}{2\sqrt{e^{x^2+2x-1}}}$

13) $y=\cot(2x^2-4) \rightarrow y'=-(4x)(1+\cot^2(2x^2-4))$

14) $y=\dfrac{3/x}{\ln x}+\left(\dfrac{1}{\sqrt{2x}}+5x^{-2}\right)e^{\sqrt{x}-5x^{-1}}$

15) $y=Ln\dfrac{(x^2+1)^5(2-3x)^4}{\sqrt{\cos x+7}} \rightarrow y=Ln(x^2+1)^5(2-3x)^4-Ln(\cos x+7)^{\frac{1}{2}}$

$\rightarrow y=Ln(x^2+1)^5+Ln(2-3x)^4-Ln(\cos x+7)^{\frac{1}{2}}$

$(\cos x+7)^{\frac{1}{2}} \leftarrow$

Subject: ۴۵-۳
Year. Month. Date.

$\rightarrow y = 5\ln(x^2+1) + 4\ln(3-2x) - \frac{1}{2}\ln(\cos x + 7)$

$\rightarrow y' = 5\,\frac{2x+1}{x^2+1} + 4\,\frac{-2}{3-2x} - \frac{1}{2}\,\frac{-\sin x}{\cos x + 7}$

16) $y = \dfrac{(2x-1)^{3/5}(x^2-x)^7}{\sqrt{x^2+1}\,(3-5x^2)^4}$

ابتدا لگاریتم طبیعی طرفین را حساب می‌کنیم

$\sqrt{x^2+1} = (x^2+1)^{\frac{1}{2}}$

$\ln y = \ln \dfrac{(2x-1)^{3/5}(x^2-x)^7}{\sqrt{x^2+1}\,(3-5x^2)^4}$

$\rightarrow \ln y = \ln (2x-1)^{3/5}(x^2-x)^7 - \ln (x^2+1)^{\frac{1}{2}}(3-5x^2)^4$

$= \frac{3}{5}\ln(2x-1) + 7\ln(x^2-x) - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) - 4\ln(3-5x^2)$

مشتق از طرفین
برحسب x

$\frac{y'}{y} = \frac{3}{5}\,\frac{2}{2x-1} + 7\,\frac{2x-1}{x^2-x} - \frac{1}{2}\,\frac{2x}{x^2+1} - 4\,\frac{-10x}{3-5x^2}$

$\rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{6}{10x-5} + \frac{14x-7}{x^2-x} + \frac{x}{x^2+1} + \frac{40x}{3-5x^2}$

$\rightarrow y' = y\left(\frac{6}{10x-5} + \frac{14x-7}{x^2-x} + \frac{x}{x^2+1} + \frac{40x}{3-5x^2}\right)$

17) $y = 4x^2\sqrt[3]{1-x^2} \rightarrow y = 4x^2(1-x^2)^{\frac{1}{3}}$

$\rightarrow y' = 8x(1-x^2)^{\frac{1}{3}} + 4x\left(\frac{1}{3}(-2x)(1-x^2)^{\frac{1}{3}-1}\right)$

18) $y = (4\cos 3x - 5\sin 2x)^{-10}$ $\quad y' = -10(-12\sin 3x - 10\cos 2x)(4\cos 3x - 5\sin 2x)^{-11}$

PAPCO

مشتقات مراتب بالاتر: برای تابع $y=f(x)$، مشتق تابع را با $f'(x)$ یا y' و یا $\frac{df}{dx}$
نمایش داده و به صورت $f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ تعریف کردیم. اگر $f'(x)$ خود تابعی
برحسب x مشتق‌پذیر باشد، مشتق آن را با $f''(x)$ (یا y'' و یا $\frac{d^2f}{dx^2}$)
نمایش داده، $f''(x)=(f'(x))'$ و آن را مشتق دوم تابع $f(x)$ می‌نامیم. به همین ترتیب
اگر $f''(x)$ نیز برحسب x مشتق‌پذیر باشد، مشتق آن یعنی $(f''(x))'$ را
مشتق سوم تابع $y=f(x)$ نامیده و با $f'''(x)$ (یا y''' یا $\frac{d^3f}{dx^3}$) نمایش می‌دهیم.
به طور کلی مشتق مرتبه nاُم تابع را با $f^{(n)}(x)$ (یا $y^{(n)}$ و یا $\frac{d^nf}{dx^n}$) نمایش می‌دهیم
و $f^{(n)}(x)=\left(f^{(n-1)}(x)\right)'$.

مثال: اگر $y=f(x)=-4x^5+12x^3+4x-1$ آنگاه:

$y'=-20x^4+36x^2+4$ مشتق اول

$y''=(y')'=-80x^3+72x$ مشتق دوم

$y'''=(y'')'=-240x^2+72$ مشتق سوم

$y^{(4)}=(y''')'=-480x$ مشتق چهارم

$y^{(5)}=(y^{(4)})'=-480$ مشتق پنجم

$$y^{(6)}=y^{(7)}=\cdots=0$$

مثال: مشتق دوم تابع $y=x^2e^x$ را بیابید

$$y'=(x^2)'e^x+x^2(e^x)'=2xe^x+x^2e^x$$

$$y''=(y')'=(2x)'e^x+2x(e^x)'+(x^2)'e^x+x^2(e^x)'$$
$$=2e^x+2xe^x+2xe^x+x^2e^x$$

توابع ضمنی و مشتق آنها: تابع مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب است که شامل هیچ دو زوج مرتب متمایز با مولفه‌های اول یکسان نباشد. لذا

$$\{(x,y) \mid y = 4x^2 - x + 3\}$$

یک تابع است که آن را با $y=f(x)=4x^2-x+3$ نمایش می‌دهیم. در اینجا قانون تابع به طور صریح با ضابطه $y=f(x)=4x^2-x+3$ نمایش داده می‌شود.

مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب $\{(x,y) \mid y^2-y+1=x\}$ نیز تابع است. یعنی در اینجا نیز $y=f(x)$ تابعی از x است ولی از معادله $y^2-y+1=x$ نمی‌توان y را (مانند مثال بالا) برحسب x یافته و ضابطه آن را نوشت. در اینجا می‌گوییم y تابعی ضمنی از x است (ضابطه تابع $y=f(x)$ را به طور صریح نمی‌توان برحسب x نوشت)

فرض کنیم به ازای معادله $F(x,y)=0$، تابعی مانند $y=f(x)$ وجود داشته باشد که برای هر x در D_f، $F(x,f(x))=0$ در این صورت می‌گوییم y تابعی ضمنی از x است.

$$y' = \frac{df}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{\text{مشتق F برحسب x (y ثابت است)}}{\text{مشتق F برحسب y (x ثابت است)}}$$

مثال: مشتق توابع زیر را بدست آورید.

الف) $4x^2 + 2\cos y = 6 - y^{-2} + \sqrt{x}$

هر جمله را به یک سمت تساوی برده و آن را F می‌نامیم

$$F(x,y) = 4x^2 + 3\cos y - 6 + y^{-2} - \sqrt{x} = 0$$

۳۸

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{۸x - \frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{-۴\sin y - ۲y^{-۳}}$$

ب) $۴x^۴y^۲ = ۱ - y^۲\cos x$

$$F(x,y) = ۴x^۴y^۲ - ۱ + y^۲\cos x = ۰$$

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{۱۶x^۳y^۲ - y^۲\sin x}{۸x^۴y + ۲y\cos x}$$

ج) $\sqrt{۲x - y^۳} + ۵x^۲\ln y = ۰$

$$F = \sqrt{۲x - y^۳} + ۵x^۲\ln y = ۰$$

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{\frac{۲}{۲\sqrt{۲x - y^۳}} + ۱۰x\ln y}{\frac{-۳y^۲}{۲\sqrt{۲x - y^۳}} + ۵x^۲\frac{۱}{y}}$$

$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{۲\sqrt{u}}$

د) $۳\cos(xy^۲) - ye^x = ۰$

$$F(x,y) = ۳\cos(xy^۲) - ye^x = ۰$$

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{-۳y^۲\sin(xy^۲) - ye^x}{-۶xy\sin(xy^۲) - e^x}$$

$(\cos u)' = -u'\sin u$