

National Research University «Moscow Power Engineering Institute»
Institute of Information Technologies and Computer Science

DEVELOPMENT OF A GRAPHICAL SOFTWARE FOR MODELING THE HEAT TRANSFER

Student: Kliment Lagrangiewicz
Supervisor: D.Sc. Ivanov I. I.

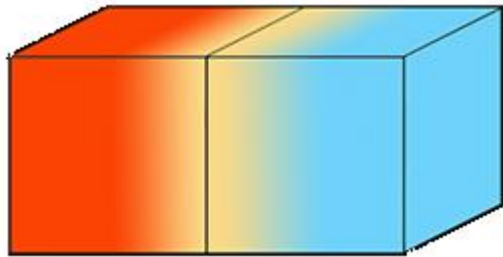
Problem description

Heat transfer is the physical process of transferring heat energy from a hotter body to a less hot one.

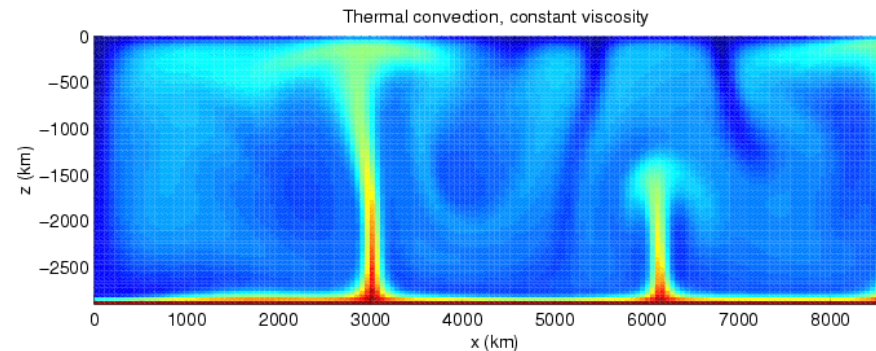
Теплопередача — физический процесс передачи тепловой энергии от более горячего тела к менее горячему.

Types of heat transfer Виды теплопередачи

Теплопроводность Conduction



Конвекция Convection



Излучение Radiation



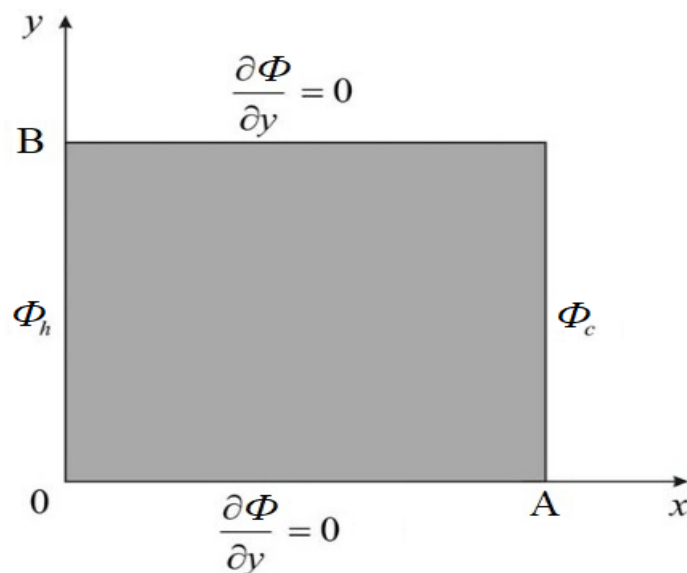
Mathematical model

The paper considered the problem of thermal conductivity. In general, heat transfer with thermal conductivity and convection can be described by the Fourier-Kirchhoff equation:

В работе была рассмотрена задача теплопроводности. В общем виде теплообмен при теплопроводности и конвекции может быть описан уравнением Фурье-Кирхгофа:

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) + f(x_1, \dots, x_n, t)$$

Mathematical model



Where:

- c — specific heat capacity of the material (J/(kg·K));
- ρ — density of the material (kg/m³);
- λ — coefficient of thermal conductivity (W/(m²·K)).

Где:

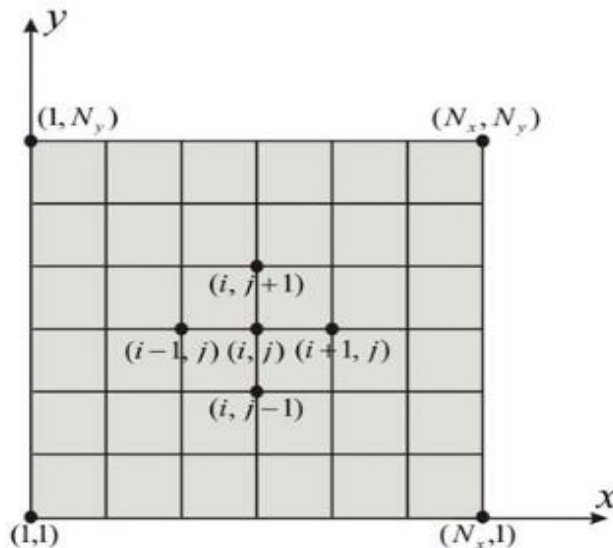
- c — удельная теплоемкость материала (Дж/(кг·К));
- ρ — плотность материала (кг/м³);
- λ — коэффициент теплопроводности (Вт/(м²·К)).

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \cdot c \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) \\ \Phi(x, y, t) = \Phi_0, 0 \leq x \leq A, 0 \leq y \leq B, t = 0; \\ \Phi(0, y, t) = \Phi_h, 0 \leq y \leq B, t > 0; \\ \Phi(A, y, t) = \Phi_c, 0 \leq y \leq B, t > 0; \\ \frac{\partial \Phi(x, 0, t)}{\partial y} = 0, 0 \leq x \leq A, t > 0; \\ \frac{\partial \Phi(x, B, t)}{\partial y} = 0, 0 \leq x \leq A, t > 0; \end{array} \right.$$

Computer model

Для решения краевой задачи с помощью метода конечных разностей на основе схемы Самарского А. А. была реализована конечно-разностная схема на языке программирования Java.

To solve the boundary value problem using the finite difference method based on the scheme of A. A. Samarsky, a finite difference scheme was implemented in the Java programming language.



$$x_i = (i - 1) \cdot h_x, i = \overline{(1, N_x)}$$

$$y_j = (j - 1) \cdot h_y, j = \overline{(1, N_y)}$$

$$t_n = n \cdot \tau$$

$$\Phi_{i,j}^k = \Phi(x_i, y_j, t_k)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_i, y_j, t_k)}{\partial t} \approx \frac{\Phi_{i,j}^{k+1} - \Phi_{i,j}^k}{\tau}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(x_i, y_j, t_k)}{\partial x^2} \approx \frac{\Phi_{i+1,j}^k - 2 \cdot \Phi_{i,j}^k + \Phi_{i-1,j}^k}{h_x^2}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(x_i, y_j, t_k)}{\partial y^2} \approx \frac{\Phi_{i,j+1}^k - 2 \cdot \Phi_{i,j}^k + \Phi_{i,j-1}^k}{h_y^2}$$

Computer model

Using Java Swing and JFree, a bilingual computer model was implemented.

При помощи Java Swing и JFree была реализована двуязыковая компьютерная модель



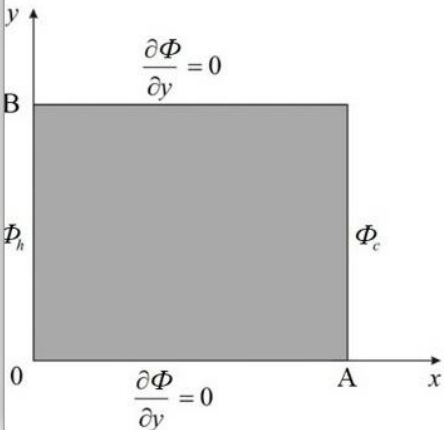
Computer model

This slide shows the help window.

На этом слайде показано справочное окно.

Help

The heat equation is a second—order partial differential equation that describes the temperature distribution in a given region of space and its change over time.

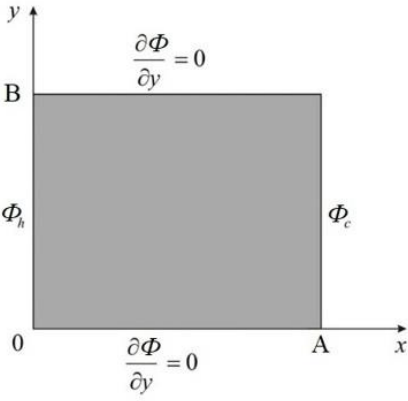

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)$$

Where:

- c — specific heat capacity of the material (J/(kg·K));
- ρ — density of the material (kg/m³);
- λ — coefficient of thermal conductivity (W/(m²·K)).

Справка

Уравнение теплопроводности — дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, которое описывает распределение температуры в заданной области пространства и ее изменение во времени.


$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)$$

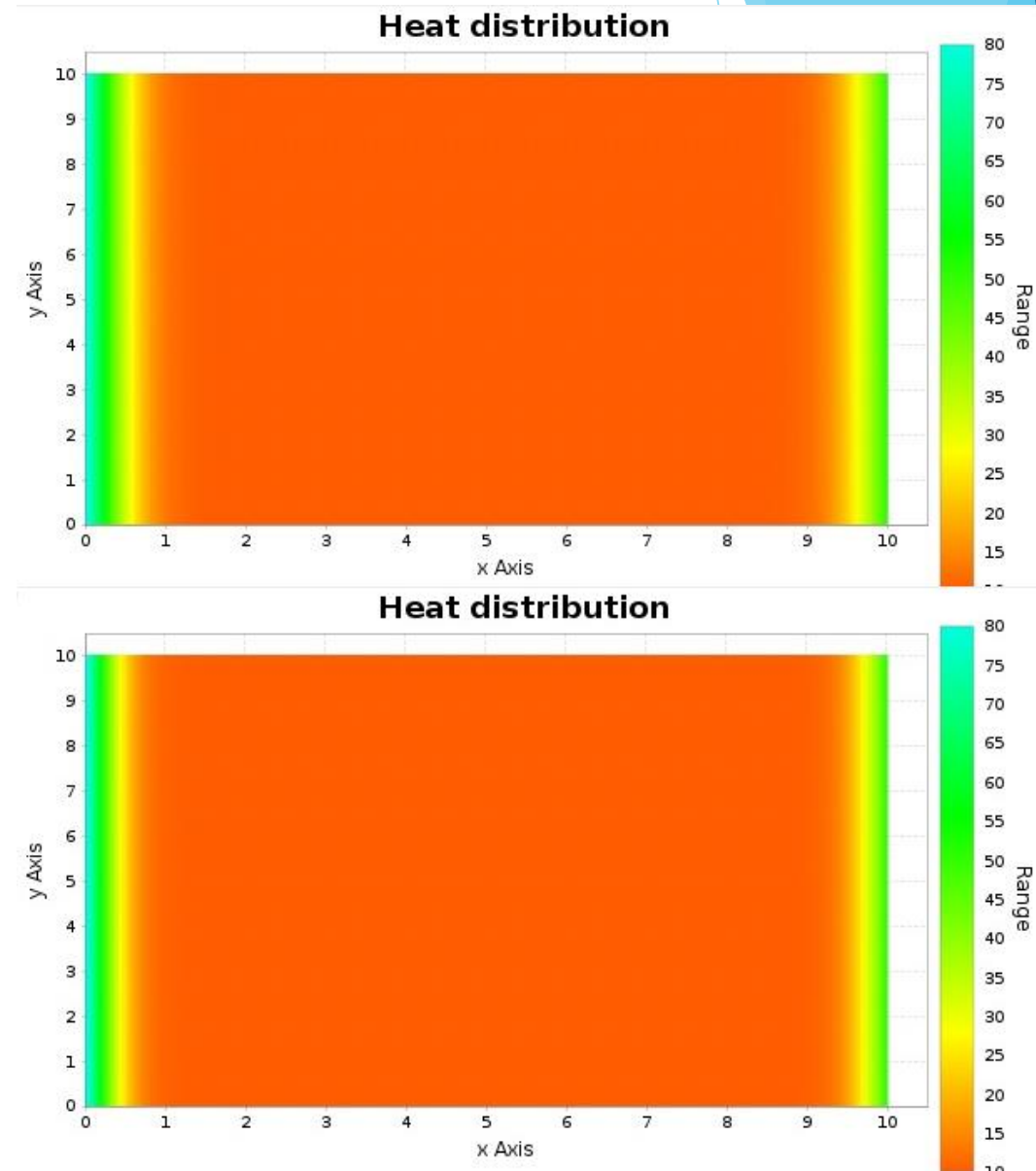
Где:

- c — удельная теплоемкость материала (Дж/(кг·K));
- ρ — плотность материала (кг/м³);
- λ — коэффициент теплопроводности (Вт/(м²·K)).

Examples

We will indicate the values characteristic of titanium and steel (among the input parameters, only the heat capacity, thermal conductivity and density differ). Steel is the first graph (map), titanium is the second.

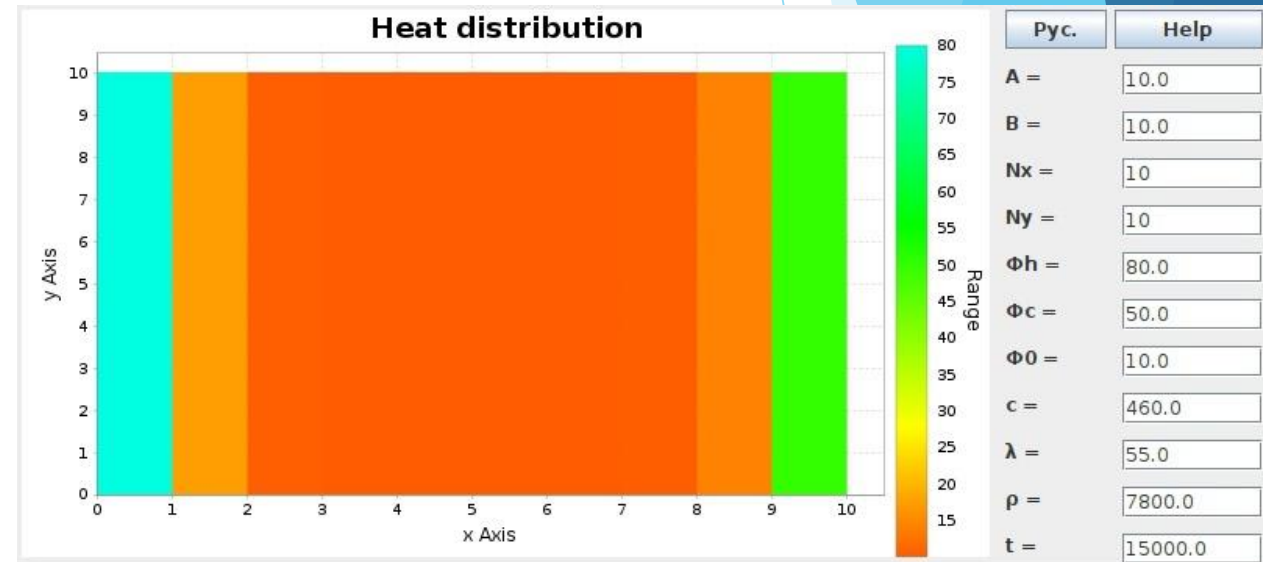
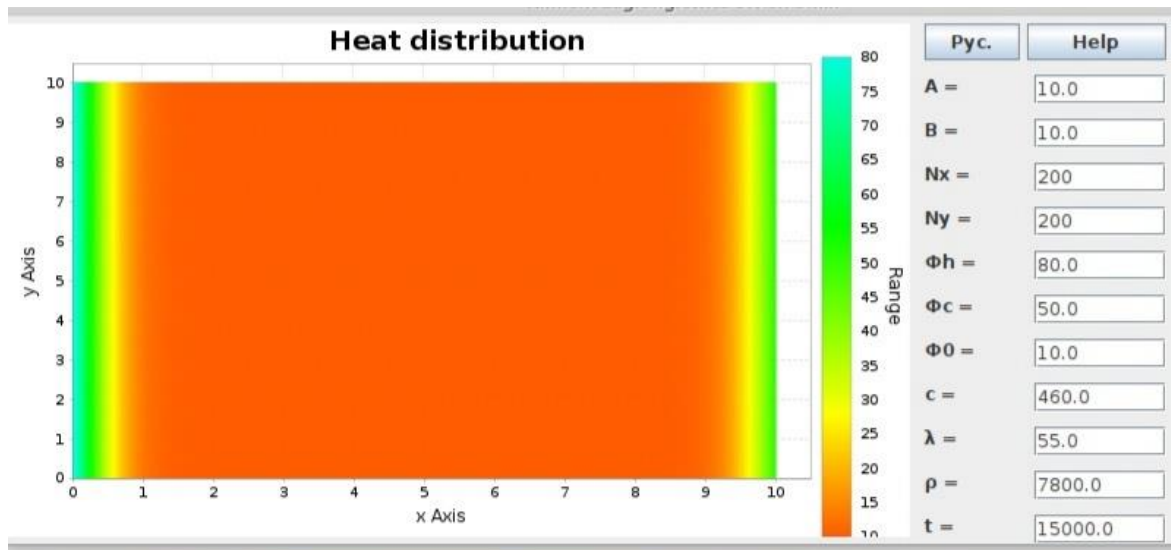
Укажем значения характерные для титана и стали (среди входных параметров различаются только теплоемкость, теплопроводность и плотность). Сталь – первый график (карта), титан – второй.



Examples

We will reduce the dimension of the grid for steel, thereby impairing the accuracy of the solution.

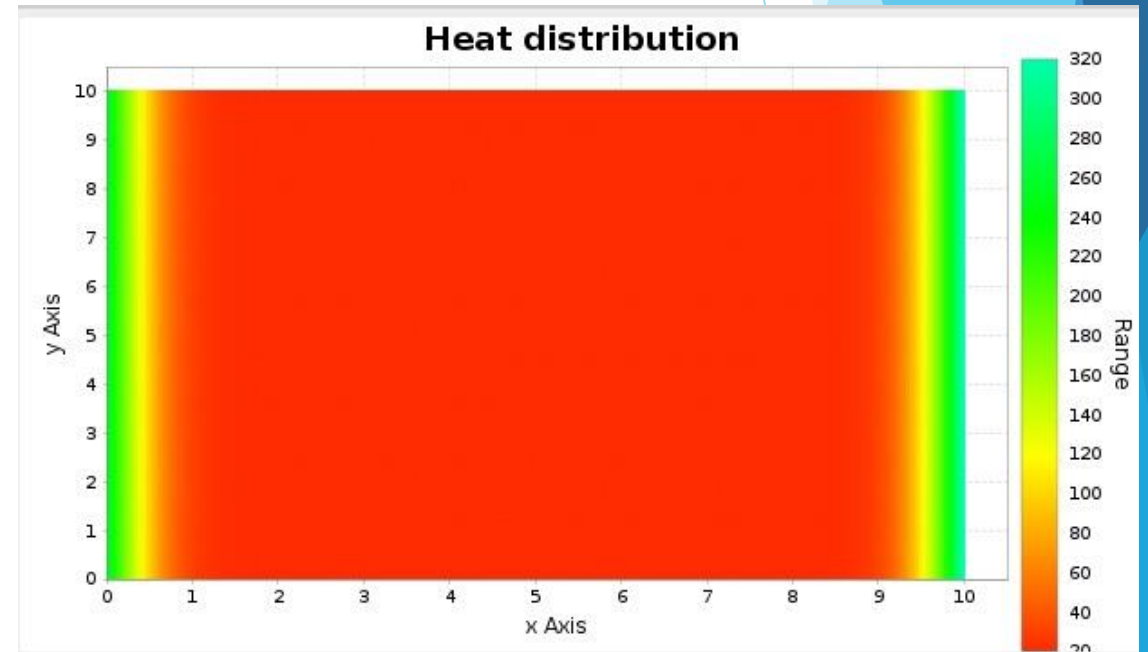
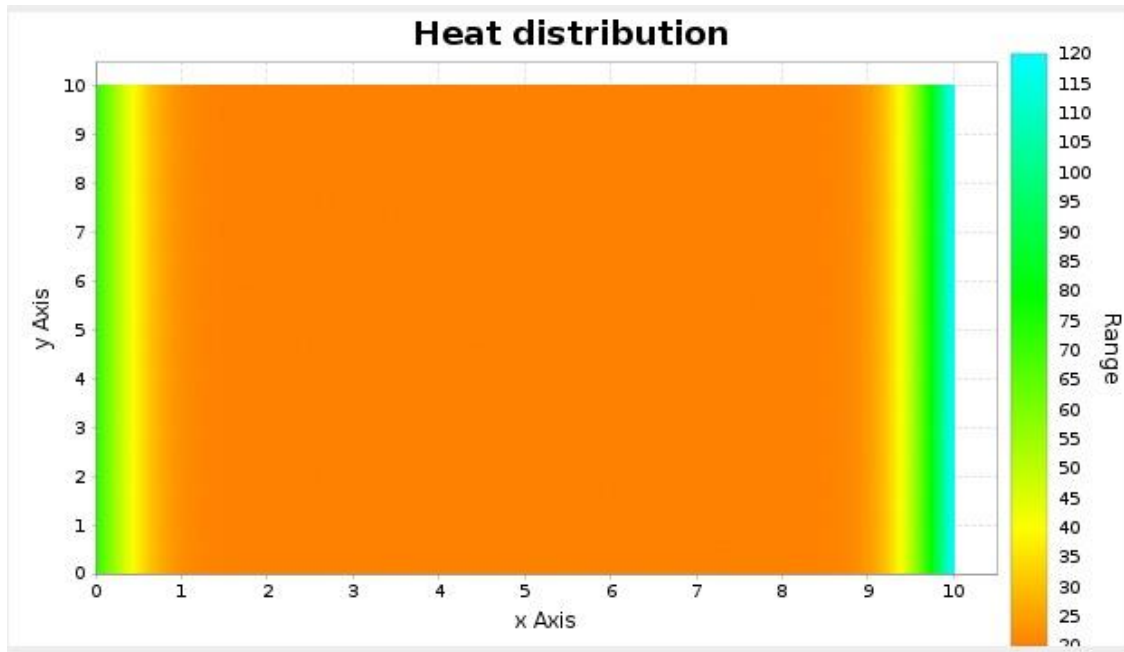
Уменьшим размерность сетки для стали, тем самым ухудшив точность решения.



Examples

We will heat steel from 20 degrees, while the heating temperatures in the first case will be 70 and 120, in the second 250 and 320.

Будем нагревать сталь с 20 градусов, при этом температуры нагрева в первом случае пусть будут 70 и 120, во втором 250 и 320.



Conclusion

Thus, during the execution of this work, numerical finding of the solution of the thermal conductivity equation in Java was successfully implemented, on the basis of which an application for mathematical modeling of the thermal conductivity problem was developed.

Таким образом, во время выполнения данной работы было успешно реализовано численное нахождение решения уравнения теплопроводности на языке Java, на базе которого было разработано приложение для математического моделирования задачи теплопроводности для однородного плоского тела.

References

1. Марданов Р. Ф. Численные методы решения плоской задачи теплопроводности: учебное-методическое пособие. — Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 2007. — 23 с.
2. Кузнецов Г. В., Шеремет М. А. Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие. — Томск: Изд-во ТПУ, 2007. — 172 с.
3. Самарский А. А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — 656 с.
4. В топ-5 самых популярных языков программирования радикальные перемены. Python вот-вот будет повержен [Электронный ресурс] // URL: https://www.cnews.ru/news/top/2022-08-29_v_rejtinge_yazykov_programmirovaniya (дата обращения: 09.01.2023).
5. Герберт Ш. Java: руководство для начинающих, 7-е и зд.: Пер. с англ. — СПб.: ООО “Диалектика”, 2019. — 816 с.