

# Conteo, Combinaciones y Permutaciones

## Introducción al manejo de Combinaciones, Permutaciones y Conteo

Klisman Steven Zapata González

*Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia*

`Klisman.zapata@utp.edu.co`

**Resumen**— Los métodos de conteo son estrategias utilizadas para determinar el número de posibilidades diferentes que existen al realizar un experimento. Algunas situaciones de probabilidad implican múltiples eventos. Cuando uno de los eventos afecta a otros, se llaman eventos dependientes. Por ejemplo, cuando objetos son escogidos de una lista o grupo y no son devueltos, la primera elección reduce las opciones para futuras elecciones.

Existen dos maneras de ordenar o combinar resultados de eventos dependientes. Las permutaciones son agrupaciones en las que importa el orden de los objetos. Las combinaciones son agrupaciones en las que el contenido importa pero el orden no.

**Palabras clave**— Combinaciones, eventos, eventos dependientes, permutaciones, resultados, orden.

**Abstract**— Counting methods are strategies used to determine the number of different possibilities that exist when conducting an experiment. Some situations of probability involve multiple events. When one of the events affects others, they are called dependent events. For example, when objects are chosen from a list or group and are not returned, the first choice reduces the options for future choices.

There are two ways to sort or combine results from dependent events. Permutations are groupings in which the order of objects matters. Combinations are groupings in which content matters but order does not.

**Key Word** — Combinations, events, dependent events, permutations, results, order.

**TABLA DE CONTENIDO**

I.	Introducción.....	3	pág
II.	Contenido .....	3	pág
	A) Métodos de Conteo .....	4	pág
	• Método diagrama del Árbol.....	4	pág
	• Principios Básicos de Conteo.....	5	pág
	B) Combinaciones y Permutaciones .....	5	pág
	• Permutaciones .....	5	pág
	• Combinaciones .....	6	pág
III.	Conclusiones .....	7	pág
IV.	Referencias .....	8	pág

## I. INTRODUCCIÓN

Este documento permite conocer la técnica de conteo y sus diferentes métodos, se hablará sobre el tema de la probabilidad y estadística, en que puede servir, donde se puede aplicar ya sea en la vida diaria o en el trabajo de la industria. En muchos problemas matemáticos discretos y matemáticas para la computación se requiere del uso de métodos de conteo.

Por ejemplo en algunas situaciones se requiere contar el número de ejecuciones de ciertos pasos con el fin de evaluar el tiempo de corrida de un algoritmo. De manera que se han desarrollado técnicas para ejecutar esta tarea.

**Concepto de probabilidad:** Teoría matemática que modela los fenómenos aleatorios. Estos deben contraponerse a los fenómenos determinísticos, en los cuales el resultado de un experimento realizado bajo condiciones determinadas, produce un resultado único, previsible.

**Concepto de estadística:** Es una rama de la matemática que se refiere a la recolección, análisis e interpretación de los datos obtenidos en un estudio.

## II. CONTENIDO

El término contar es un verbo que significa enumerar diferentes elementos de manera ordenada y creciente. También puede utilizarse en otro sentido, cuando se hace referencia a la acción de contar un cuento, relatar una historia. Contar siempre supone la expresión de cierta información que ha sido adecuadamente organizada a modo de hacerla más accesible y comprensible al público que la reciba.

Uno de los principios del conteo o del acto de contar (entendido como la enumeración de elementos o símbolos) es el de la división del total de información en subelementos que serán **clasificados** de acuerdo a su tamaño, a su importancia, a su **cronología**, etc. Este acto de contar está especialmente vinculado con la ciencia matemática que organiza y ordena su información cardinal a través de números que pueden ser crecientes o decrecientes. Cuando es entendida en este sentido, la acción de contar es siempre vista como una de las primeras aproximaciones que el ser humano tiene a la ciencia matemática, **actividad** que se realiza siempre a partir del uso de colores, juguetes y diferentes elementos que hacen más fácil la **abstracción mental** del niño.

Un ejemplo de conteo que siempre ha estado presente desde tiempos inmemorables es la **cronología**; Se entiende por cronología a la ciencia o sistema que permite organizar de manera ordenada y sucesiva los hechos históricos de acuerdo a como estos hayan ido sucediéndose. La cronología (del griego *chronos* 'tiempo' y *logos* 'estudio') no es más que el estudio del tiempo según este pasa y es por esto que la cronología se vuelve de especial importancia para otras ciencias, como la historia, que recurren al ordenamiento de datos y fechas de manera permanente.

Entonces, la cronología es una asistente de la historia, formando parte de esta para justamente identificar el orden temporal en que se sucedieron los acontecimientos históricos.

### **Comprensión más accesible de los sucesos históricos y disponer de un registro del orden en que los mismos tienen lugar.**

Como sistema de ordenamiento, es evidente que la cronología es un artificio creado por el ser humano para obtener una **comprensión** más accesible de los sucesos históricos y para mantener un **registro** del orden en que los mismos tienen lugar. Si se tiene en cuenta que las fechas y las formas de datación utilizadas por el ser humano también son creaciones artificiales de él, entonces la cronología no será más que una repetición de la información de manera ordenada y organizada.

### **Utiliza sistemas de números y de datación**

La cronología se basa en la idea de que todos los hechos están relacionados entre sí y por tanto es de vital importancia ordenarlos para comprenderlos mejor. Para esto, la cronología recurre a diversos sistemas numéricos y de datación que buscan colocar a los hechos más antiguos primero y a los más recientes al final, a modo de seguir una linealidad constructiva. Para la cronología es entonces de vital importancia contar con un sistema de fechado tal como las líneas de tiempo en las cuales los sucesos se van colocando de manera ordenada y jerarquizada de acuerdo al momento en que hayan ocurrido; en primer lugar aparecerán los hechos que se sucedieron primero en el tiempo y detrás de ellos los que vayan aconteciendo.

## MÉTODOS DE CONTEO

Los métodos de conteo son estrategias utilizadas para determinar el número de posibilidades diferentes que existen al realizar un experimento.

Por ejemplo: al lanzar un dado veremos cuantas probabilidades hay de que salga un número a favor, si tienen 6 caras los dados cuál sería la probabilidad de que saliera un cierto número. Entonces sirve para contar el número de casos favorables o posibles y así podemos ver cuántas combinaciones diferentes se pueden tener.

Números	Combinaciones
1	2,3,4,5,6
2	1,3,4,5,6
3	1,2,4,5,6
4	1,2,3,5,6
5	1,2,3,4,6
6	1,2,3,4,5
Se suman todas las combinaciones posibles	
Total de combinaciones	30

- **MÉTODO DEL DIAGRAMA DE ÁRBOL:**



Es un mecanismo utilizado para enumerar todos los resultados posibles de una secuencia de experimentos o eventos donde a cada evento puede ocurrir en un número finito de formas.

Es un método gráfico para identificar todas las partes necesarias para alcanzar algún objetivo final. En mejora de la calidad, los diagramas de árbol se utilizan generalmente para identificar todas las tareas necesarias para implantar una solución.

- **PRINCIPIOS BÁSICOS DE CONTEO:**

Hay dos principios básicos de conteo, uno comprende la adición y otro la multiplicación.

**1.- Principio de la suma o adición:** Supongamos que un evento E puede ocurrir en m formas y un segundo evento F puede ocurrir en n formas, y supongamos que ambos eventos no pueden ocurrir en forma simultánea (disjuntos o mutuamente excluyentes). Entonces E o F pueden ocurrir de **m+n** formas.

**2.- Principio de la multiplicación:** Supongamos que un evento E puede ocurrir en m formas e independientemente de este evento, un evento F puede ocurrir en n formas. Entonces las combinaciones de los eventos E y F pueden ocurrir en **m\*n** formas.

## COMBINACIONES Y PERMUTACIONES

### ¿Qué diferencia hay?

Normalmente usamos la palabra "combinación" descuidadamente, sin pensar en si el orden de las cosas es importante. En otras palabras:

- *"Mi ensalada de frutas es una combinación de manzanas, uvas y bananas"*: no importa en qué orden pusimos las frutas, podría ser "bananas, uvas y manzanas" o "uvas, manzanas y bananas", es la misma ensalada.
- *"La combinación de la cerradura es 4,7,2"*: ahora sí importa el orden. "7,2,4" no funciona, ni "2,4,7". Tiene que ser exactamente 4-7-2.

Así que en matemáticas usamos un lenguaje más *preciso*:

- Si el orden no importa, es una **combinación**.
- Si el orden sí importa es una **permutación**.

### Permutaciones

Hay dos tipos de permutaciones:

- Se permite repetir: como la cerradura de arriba, podría ser "333".
- Sin repetición: por ejemplo los tres primeros en una carrera. No puedes quedar primero y segundo a la vez.

#### 1. Permutaciones con repetición

Son las más fáciles de calcular. Si tienes  $n$  cosas para elegir y eliges  $r$  de ellas, las permutaciones posibles son:

$$n \times n \times \dots (r \text{ veces}) = n^r$$

(Porque hay  $n$  posibilidades para la primera elección, DESPUÉS hay  $n$  posibilidades para la segunda elección, y así.)

Por ejemplo en la cerradura de arriba, hay 10 números para elegir (0,1,...,9) y eliges 3 de ellos:

$$10 \times 10 \times \dots (3 \text{ veces}) = 10^3 = 1000 \text{ permutaciones}$$

Así que la **fórmula** es simplemente  $n^r$  donde  $n$  es el número de cosas que puedes elegir, y eliges  $r$  de ellas (Se puede repetir, el orden importa)

## 2. Permutaciones sin repetición

En este caso, se **reduce** el número de opciones en cada paso.

Por ejemplo, ¿cómo podrías ordenar 16 bolas de billar?

Después de elegir por ejemplo la "14" no puedes elegirla otra vez.

Así que tu primera elección tiene 16 posibilidades, y tu siguiente elección tiene 15 posibilidades, después 14, 13, etc. Y el total de permutaciones sería:

$$16 \times 15 \times 14 \times 13 \dots = 20,922,789,888,000$$

Pero a lo mejor no quieres elegirlas todas, sólo 3 de ellas, así que sería solamente:

$$16 \times 15 \times 14 = 3360$$

Es decir, hay 3,360 maneras diferentes de elegir 3 bolas de billar de entre 16.

¿Pero cómo lo escribimos matemáticamente? Respuesta: usamos la "función factorial"

Así que si quieres elegir **todas** las bolas de billar las permutaciones serían:

$$16! = 20,922,789,888,000$$

Pero si sólo quieres elegir 3, tienes que dejar de multiplicar después de 14. ¿Cómo lo escribimos? Hay un buen truco... dividimos entre 13!

$$16! / 13! = 16 \times 15 \times 14 = 3360$$

La **Fórmula** se escribe  $\frac{n!}{(n-r)!}$  donde  $n$  es el número de cosas que puedes elegir, y eliges  $r$  de ellas (No se puede repetir, el orden importa).

## Combinaciones

También hay dos tipos de combinaciones (recuerda que ahora el orden no importa):

- Se puede repetir: como monedas en tu bolsillo (5,5,5,10,10)

- Sin repetición: como números de lotería (2,14,15,27,30,33)

### 1. Combinaciones con repetición

Digamos que tenemos cinco sabores de helado: **banana, chocolate, limón, fresa y vainilla**. Puedes tomar 3 paladas. ¿Cuántas variaciones hay?

Vamos a usar letras para los sabores: {b, c, l, f, v}. Algunos ejemplos son

- {c, c, c} (3 de chocolate)
- {b, l, v} (uno de banana, uno de limón y uno de vainilla)
- {b, v, v} (uno de banana, dos de vainilla)

(Y para dejarlo claro: hay  $n=5$  cosas para elegir, y eliges  $r=3$  de ellas. El orden no importa, ¡y sí puedes repetir!)

$\frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$  donde  $n$  es el número de cosas que puedes elegir, y eliges  $r$  de ellas (Se puede repetir, el orden no importa).  
y la respuesta del ejemplo es:

$$\frac{(5+3-1)!}{3!(5-1)!} = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{5040}{6 \times 24} = 35$$

### 2. Combinaciones sin repetición

Así funciona la lotería. Los números se eligen de uno en uno, y si tienes los números de la suerte (da igual el orden) ¡entonces has ganado!

La manera más fácil de explicarlo es:

- imaginemos que el orden sí importa (permutaciones),
- después lo cambiamos para que el orden **no** importe.

Así que sólo tenemos que ajustar nuestra fórmula de permutaciones para **reducir** por las maneras de ordenar los objetos elegidos (porque no nos interesa ordenarlos):

$$\frac{n!}{(n-r)!} \times \frac{1}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

donde  $n$  es el número de cosas que puedes elegir, y eliges  $r$  de ellas (No se puede repetir, el orden no importa).  
Y se la llama "coeficiente binomial".

### III. CONCLUSIONES

- Se debe utilizar el número en situaciones variadas y poner en juego los principios del conteo, primero conocer los números, y que los sepan utilizar, en situaciones en donde aparezca el número pero el conteo sea el recurso para resolver la situación, depende de las cantidades.

- Los métodos de conteo se utilizan en la vida cotidiana son problemas que llevan lógica digamos como un dado: es un cubo tiene 6 lados, entonces concluimos que los métodos de conteo son una forma de hacer problemas que conllevan la vida cotidiana.
- Existen dos maneras de ordenar o combinar **resultados** de eventos dependientes. Las **permutaciones** son agrupaciones en las que importa el orden de los objetos. Las **combinaciones** son agrupaciones en las que el contenido importa pero el orden no.

#### IV. REFERENCIAS

Las fuentes bibliográficas deben ser citadas a lo largo del texto, deberán aparecer entre corchetes y con números arábigos. Ejemplo: Como se menciona en [1], las políticas adoptadas por...

Las fuentes bibliográficas consultadas pero no citadas en el texto se colocarán al final de las referencias citadas y se numeran de la misma forma. La norma para escribir las referencias bibliográficas es como sigue:

##### Referencias de publicaciones periódicas:

- [1]. Permutaciones y Combinaciones, 13 de Oct. 2017  
Available:[http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE\\_TEXT\\_RESOURCE/U12\\_L2\\_T3\\_text\\_final\\_es.html](http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U12_L2_T3_text_final_es.html).
- [2]. Alex Morales Carrillo, Josue Arroyo Bolaños, Allan Chanto Campos, Métodos de Conteo, Principios Básicos,  
Available:  
[http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE\\_TEXT\\_RESOURCE/U12\\_L2\\_T3\\_text\\_final\\_es.html](http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U12_L2_T3_text_final_es.html).
- [3]. Pierce, Rod. "Combinaciones y permutaciones" Disfruta Las Matemáticas. Ed. Rod Pierce. 5 Oct 2011. 15 Jul 2019  
<<http://www.disfrutalasmatematicas.com/combinatoria/combinaciones-permutaciones.html>>.
- [4]. Cecilia Bembibre, Definición ABC, Junio. 2010, Available: <https://www.definicionabc.com/general/contar.php>.
- [5]. Christian Michel Álvarez Ramírez, Metodos de Conteo, Diagramas de Arbol, Combinaciones y Permutaciones,  
Available:  
<http://examendocente.com/02-primaria/1matematica/4problemasdegestion/5%20Metodo%20de%20conteo,%20Diagrama%20del%20arbol.pdf>.
- [6]. Humberto Anco Lopez, Ing. NESTOR HUARACHA VELASQUEZ, UNIVERSIDAD NACIONAL DE MOQUEGUA,  
Available:<https://www.monografias.com/trabajos93/tecnicas-conteo/tecnicas-conteo2.shtml#particiona>.