

Zveznost preslikave

Preslikava $f : (M_1, d_1) \rightarrow (M_2, d_2)$ je zvezna v točki a , če

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists \delta > 0 \, \forall x \in M_1 : d_1(x, a) < \delta \Rightarrow d_2(f(x), f(a)) < \varepsilon)$$

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists \delta > 0 : f(B(a, \delta)) \subseteq B(f(a), \varepsilon)$$

Preslikava je **zvezna**, če je zvezna v vsaki točki.

Preslikava f je zvezna v točki $a \in M_1 \Leftrightarrow$ za vsako zaporedje a_n v M_1 , ki konvergira proti a , konvergira $f(a_n)$ proti $f(a)$.

Enakomerna zveznost preslikave

Preslikava $f : (M_1, d_1) \rightarrow (M_2, d_2)$ je enakomerno zvezna, če

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists \delta > 0 \, \forall x, y \in M_1 : d_1(x, y) < \delta \Rightarrow d_2(f(x), f(y)) < \varepsilon$$

Vsaka enakomerno zvezna preslikava je zvezna, obratno pa je res samo če je (M_1, d_1) kompakten.

Skrčitve

Preslikava $f : (M, d) \rightarrow (M, d)$ je **skrčitev**, če

$$d(f(x), f(y)) \leq qd(x, y) \quad \text{za nek } q \in [0, 1)$$

Banachovo načelo

Naj bo (M, d) poln in $f : M \rightarrow M$ skrčitev. Potem obstaja natanko en $x_0 \in M$ za katerega je $f(x_0) = x_0$.