

Podstawy Elektroniki - zajęcia laboratoryjne		Ocena
Sprawozdanie z ćwiczenia		
Nr ćwiczenia: 3		
Temat: Analiza układów RLC		
Rok Akademicki: 2023/2024	Data wykonania ćwiczenia: 2024-05-23	
Kierunek, rok, semestr, grupa: Informatyka, rok I, semestr 2, 14		
Skład grupy laboratoryjnej, numer albumu:		
1. Jakun Domań, 159579		
2. Wojciech Niedziela, 160363		
3. Łukasz Bielaszewski, 160268		

## 1 Wprowadzenie

**Cel ćwiczenia:** Poniższe ćwiczenia mają na celu praktyczne zilustrowanie zachowania rezonansu w układach prądu zmiennego z rezystorami, cewkami i kondensatorami oraz przedstawienie jak wykonywane są pomiary prądu zmiennego. Dodatkowo pokazuje ono jak należy analitycznie sprawdzać wyniki pomiarów.

### Wiadomości Teoretyczne:

**Drugie Prawo Kirchhoffa:** W zamkniętym obwodzie suma spadków napięć równa jest sumie sił elektromotorycznych występujących w tym obwodzie.

## 2 Przebieg ćwiczeń

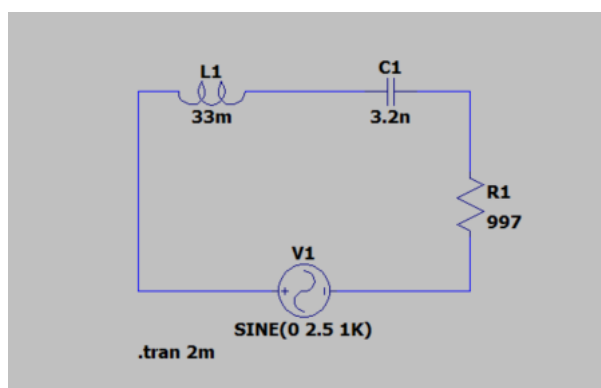
### Symulacja obwodu

Symulacje obwodów RLC, zostały przeprowadzone w programie LTspice, dla komponentów o wartościach:

$$R = 997\Omega, RL = 68\Omega, C = 3.2nF, L = 33mH$$

Z wartością napięcia wymuszenia sinusoidalnego  $V_{PP} = 5V$

### 2.1 Zadanie: Rezonans szeregowy



Schemat układu szeregowego RLC

#### 2.1.1 Pomiary napięć

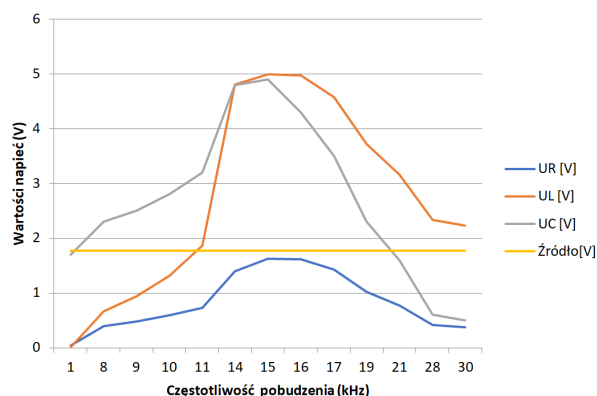
Wykonano serię pomiarów napięć na pojemności, indukcyjności oraz rezystancji. Napięcia na rezystancji pojemności i indukcyjności zmierzono z wykorzystaniem przyrządów programu LTspice. Pomiary przeprowadzono dla częstotliwości pobudzenia z zakresu 1kHz..30kHz. Dokonano zagęszczenia punktów pomiarowych w okolicach częstotliwości, w których napięcie na rezystancji zaczyna gwałtownie zanikać.

$kHz$	1	8	9	10	11	14	15	16	17	19	21	28	30
$U_R$ [V]	0.038	0.392	0.480	0.590	0.732	1.392	1.63	1.618	1.424	1.027	0.771	0.421	0.372
$U_L$ [V]	0.008	0.666	0.936	1.318	1.868	4.81	4.992	4.969	4.578	3.722	3.156	2.331	2.228
$U_C$ [V]	1.7	2.3	2.5	2.8	3.2	4.8	4.9	4.3	3.5	2.3	1.6	0.6	0.5

Charakterystyka częstotliwości

#### Wykres napięć

Poniższy wykres przedstawia wartości napięć na źródle zasilania oraz na elementach R,L,C w funkcji częstotliwości pobudzenia

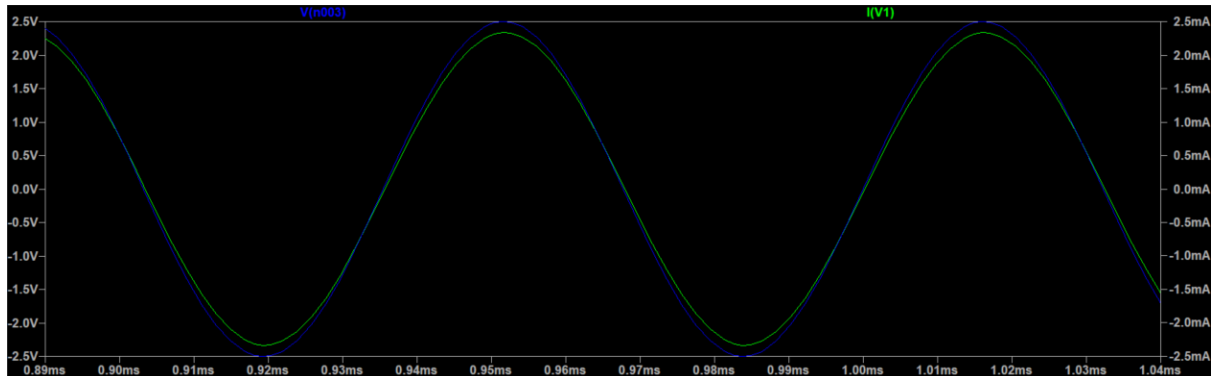


**Maksymalny spadek napięć na rezystancji** Częstotliwość dla której spadek napięcia na rezystancji przyjmuje wartość maksymalną to  $15.5\text{kHz}$ . Możemy sprawdzić czy ta wartość jest poprawna korzystając ze wzoru:  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

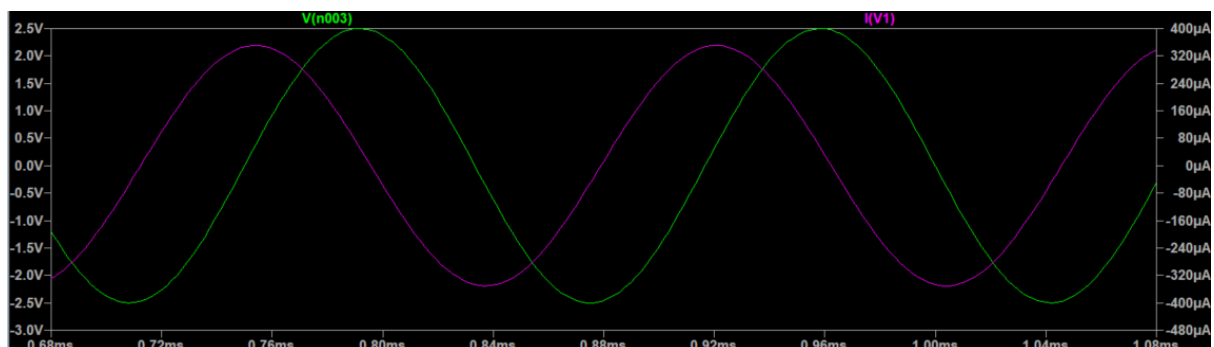
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{33 * 10^{(-3)} * 3.2 * 10^{(-9)}}}$$

$$f_0 = \frac{10^6}{2\pi\sqrt{105.6}}$$

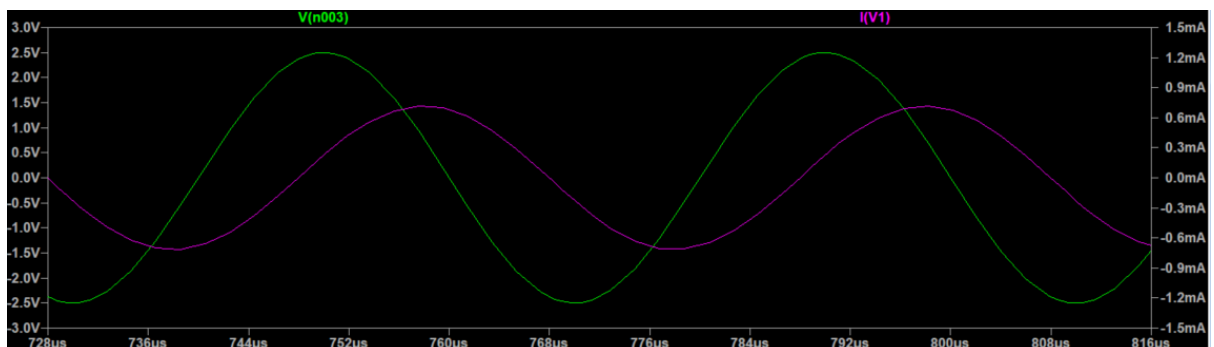
$$f_0 \approx 15.488\text{kHz}$$



Zrzut oscyloskopowy przebiegów napięcia źródła i prądu w obwodzie (Częstotliwość 15.5 kHz)  
Wykres I



Zrzut oscyloskopowy przebiegów napięcia źródła i prądu w obwodzie (Częstotliwość 6 kHz)  
Wykres II



Zrzut oscyloskopowy przebiegów napięcia źródła i prądu w obwodzie (Częstotliwość 25 kHz)  
Wykres III

### 2.1.2 Wnioski na podstawie zrzutów oscyloskopowych

Przy częstotliwościach poniżej rezonansowej (**Wykres II**), reaktancja indukcyjna  $X_L = \omega L$  jest mniejsza niż reaktancja pojemnościowa  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ . Skutkuje to tym, że obwód jest charakteru pojemnościowego, prąd na wykresie "wyprzedza" napięcie czyli przesunięcie fazowe jest dodatnie.

Przy częstotliwościach powyżej rezonansowej (**Wykres III**), reaktancja indukcyjna  $X_L = \omega L$  jest większa niż reaktancja pojemnościowa  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ . Skutkuje to tym, że obwód jest charakteru indukcyjnego, napięcie na wykresie "wyprzedza" prąd czyli przesunięcie fazowe jest ujemne.

### 2.1.3 Dobroć elementu indukcyjnego

Używając wyznaczonych empirycznie parametrów obliczamy dobroć elementu indukcyjnego przy użyciu wzoru:

$$Q_L = \frac{\omega_o L}{R_L}$$

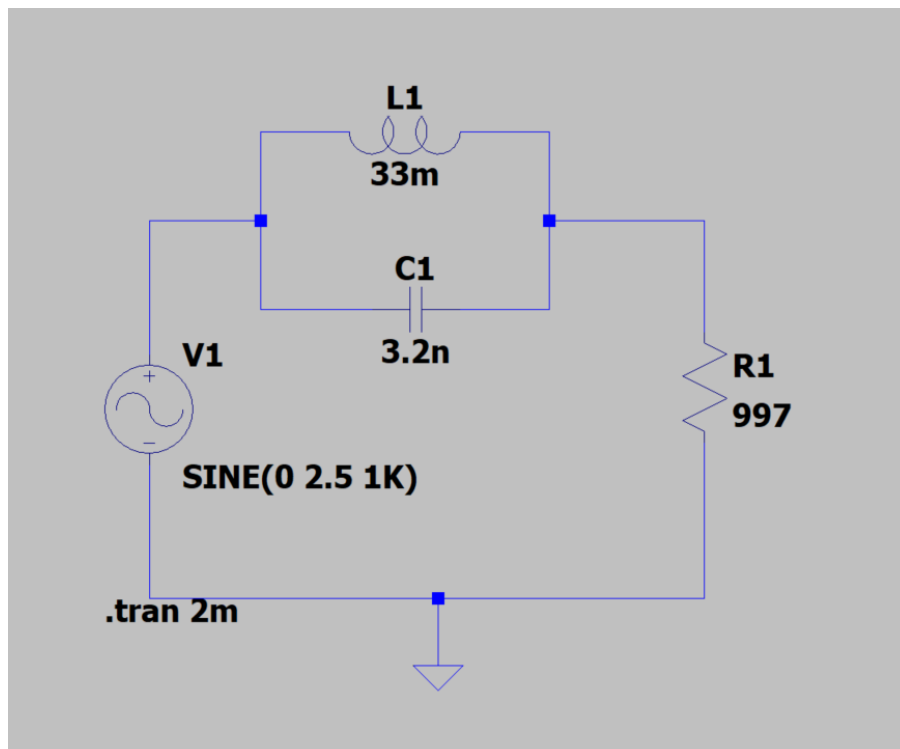
Przekształcając wzór na  $f_o$  możemy wyliczyć pulsację rezonansową obwodu( $\omega_o$ )

$$f_o = \frac{\omega_o}{2\pi}$$

$$\omega_o = 15.488 * 2\pi \approx 97.314$$

$$Q_L = \frac{97.134 * 0.033}{68} \approx 0.0472$$

## 2.2 Zadanie: Rezonans równoległy



Schemat układu równoległego RLC

### 2.2.1 Pomiary napięć

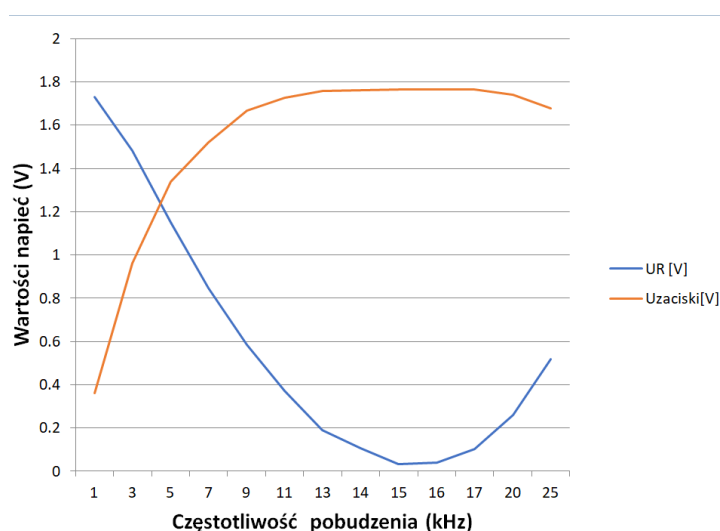
Wykonano serię pomiarów napięć na zaciskach oraz rezystancji. Napięcia na rezystancji i zaciskach zmierzono z wykorzystaniem przyrządów programu LTspice. Pomiary przeprowadzono dla częstotliwości pobudzenia z zakresu 1kHz..30kHz. Dokonano zagęszczenia punktów pomiarowych w okolicach częstotliwości, w których napięcia na elementach R,L,C przyjmują wartości szczytowe.

$kHz$	1	3	5	7	9	11	13	14	15	16	17	20	25
$U_R [V]$	1.73	1.48	1.15	0.85	0.59	0.37	0.19	0.10	0.031	0.038	0.10	0.26	0.51
$U_{Zaciski}[V]$	0.36	0.96	1.33	1.52	1.66	1.72	1.75	1.763	1.766	1.767	1.764	1.74	1.68

Charakterystyka częstotliwości

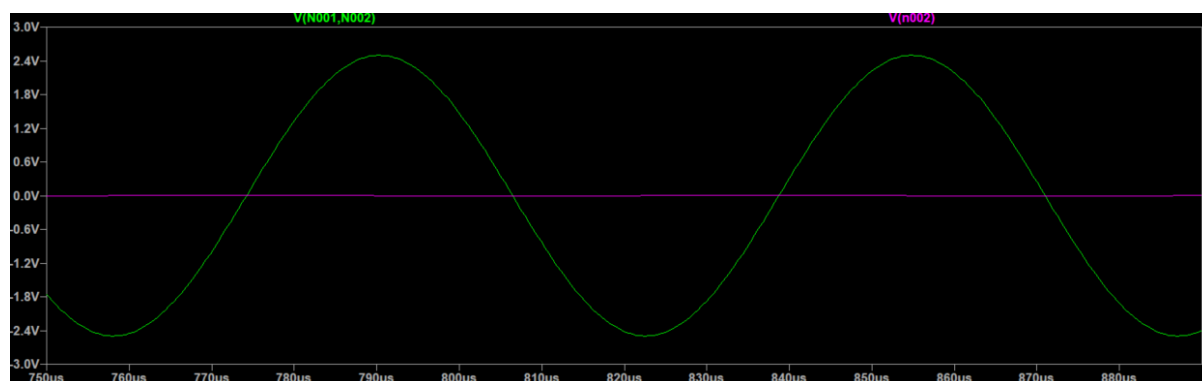
#### Wykres napięć

Poniższy wykres przedstawia wartości napięć (otrzymane przez wcześniej wykonane pomiary) na dwójniku LC oraz rezystancji w funkcji częstotliwości pobudzenia.



#### Przbiegi napięć dla obwodu pozostającego w stanie rezonansu

Poniższy wykres przedstawia przebieg napięcia dla obwodu równoległego RLC z częstotliwością pobudzenia równą  $15.5 kHz$



Wykres dla obwodu pozostającego w stanie rezonansu

$V(N001,N002)$  - napięcie źródła

$V(N002)$  - spadek napięcia na rezystancji

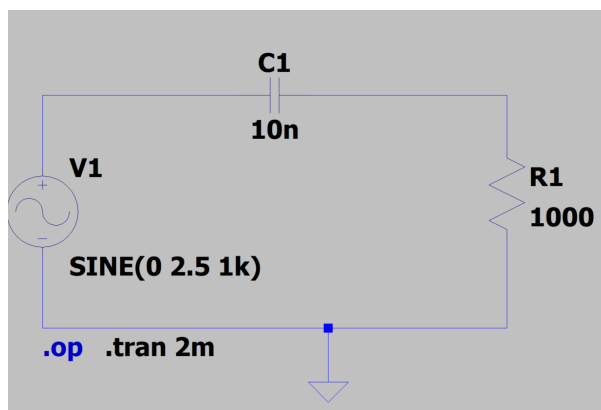
## 2.3 Zadanie: Obwód RC zasilony prądem przemiennym

### 2.3.1 Dane oraz schemat

Symulacje obwodów RC, zostały przeprowadzone w programie LTspice, dla komponentów o wartościach:

$$R = 1000\Omega, C = 10nF$$

Z wartością napięcia wymuszenia sinusoidalnego  $V_{PP} = 5V$



Schemat obwodu RC

### 2.3.2 Wyniki symulacji

Żeby utworzyć charakterystykę częstotliwości zostały przeprowadzone pomiary napięcia szczytowego w częstotliwościach 1 - 19 kHz, z krokiem 2kHz, na rezystancji i źródle pobudzenia w programie LTspice. Następnie przy użyciu wzoru na napięcie skuteczne przy źródle sinusoidalnym  $V_{skuteczne} = \frac{V_{szczytowe}}{\sqrt{2}}$  wyliczono wartości skuteczne napięcia. Z II prawa Kirchoffa wyliczono  $U_C$  w następujący sposób:

$$V_{in} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$$

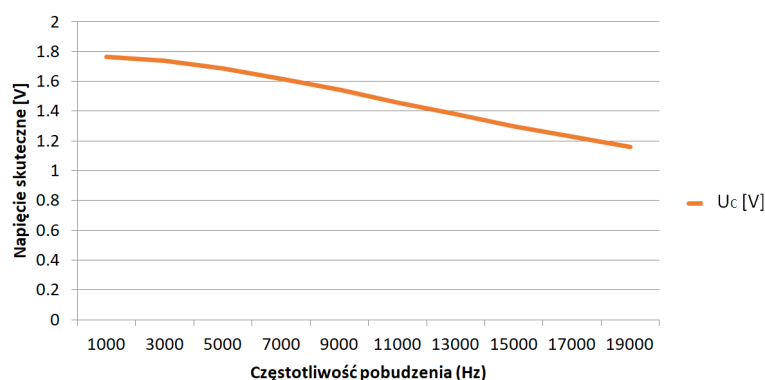
$$V_{in}^2 = U_R^2 + U_C^2$$

$$\sqrt{V_{in}^2 - U_R^2} = U_C$$

$$V_{in} = 1.7677$$

$kHz$	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
$U_R$ [V]	0.111	0.327	0.529	0.709	0.863	0.999	1.106	1.199	1.272	1.332
$U_C$ [V]	1.764	1.737	1.686	1.619	1.542	1.454	1.379	1.299	1.227	1.161

Charakterystyka częstotliwości RC



Wykres Zależności  $U_C = f(w)$

### Weryfikacja danych pomiarowych

Korzystając z wzoru na reaktancję pojemnościową, impedancję oraz prąd można analitycznie sprawdzić poprawność naszych pomiarów wyprowadzając wzory tak jak ukazano poniżej:

$$X_C = -j\left(\frac{1}{\omega C}\right)$$

$$Z = R - jX_C$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$I = \frac{V_{in}}{|Z|}$$

$$U_R = I * R$$

### Przykład weryfikacji

Pomiary i obliczenia wykazują, że przy częstotliwości równej 1kHz  $U_R = 0.111$  i  $U_C = 1.764$ .

$$X_C = -j\left(\frac{1}{2000\pi * 10^{-8}}\right) \approx -j(15915.5)$$

$$Z = 1000\Omega - j(15915.5)$$

$$|Z| = \sqrt{1000^2 + (-15915.5)^2} \approx 15943.9\Omega$$

$$I = \frac{1.7677V}{15943.9\Omega} \approx 0.1108mA$$

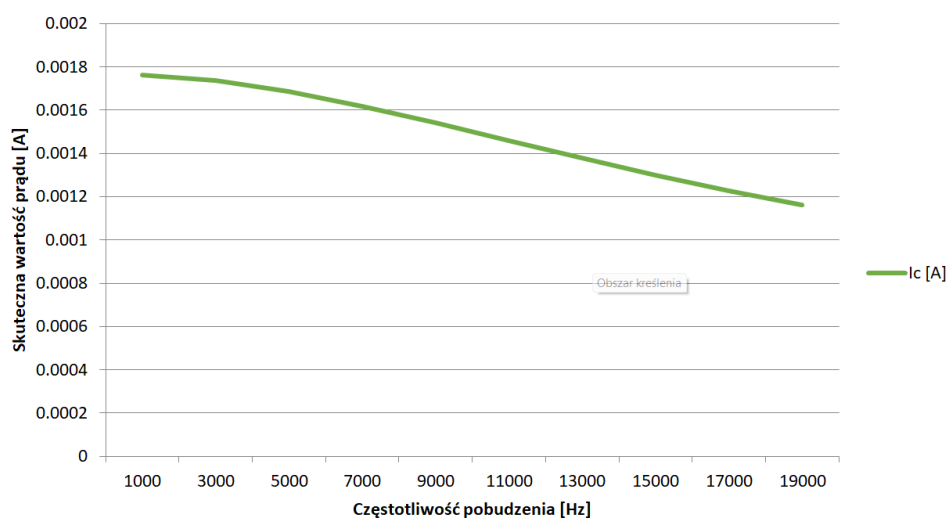
$$U_R = 1.108 * 10^{-4}A * 1000 \approx 0.1108$$

Pomiędzy wynikami jest marginalna różnica rzędu tysięcznych, wynikająca z zaokrąglania wyników. Pomiary były wykonane poprawnie.

### 2.3.3 Zmiany skutecznej wartości prądu

Poniższy wykres reprezentuje zmianę skutecznej wartości prądu w obwodzie w funkcji częstotliwości pobudzenia [Hz]. Wykorzystano w tym celu prawo Ohma dla obwodów prądu przemiennego:

$$I_L = \frac{U_R}{R}$$



### 2.3.4 Przesunięcie fazowe w układzie RC dla $f = 1kHz$

$$\phi_1 = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) \approx 0.2045rad \approx 11.715^\circ$$

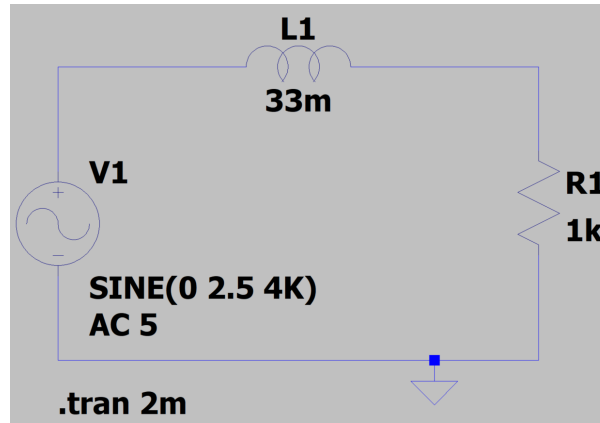
## 2.4 Zadanie : Obwód RL zasilony prądem przemiennym

### 2.4.1 Dane oraz schemat

Symulacje obwodu RL, zostały przeprowadzone w programie LTspice, dla komponentów o wartościach:

$$R = 1000\Omega, L = 33mH, R_L = 68\Omega$$

Z wartością napięcia wymuszenia sinusoidalnego  $V_{PP} = 5V$



Schemat obwodu RL

### 2.4.2 Wyniki symulacji

Żeby utworzyć charakterystykę częstotliwości zostały przeprowadzone pomiary napięcia szczytowego w częstotliwościach 1 - 19 kHz, z krokiem 2kHz, na rezystancji i źródle pobudzenia w programie LTspice. Następnie przy użyciu wzoru na napięcie skuteczne przy źródle sinusoidalnym  $V_{skuteczne} = \frac{V_{szczytowe}}{\sqrt{2}}$  wyliczono wartości skuteczne napięcia. Z II prawa Kirchoffa wyliczono  $U_L$  w następujący sposób:

$$V_{in} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

$$V_{in}^2 = U_R^2 + U_L^2$$

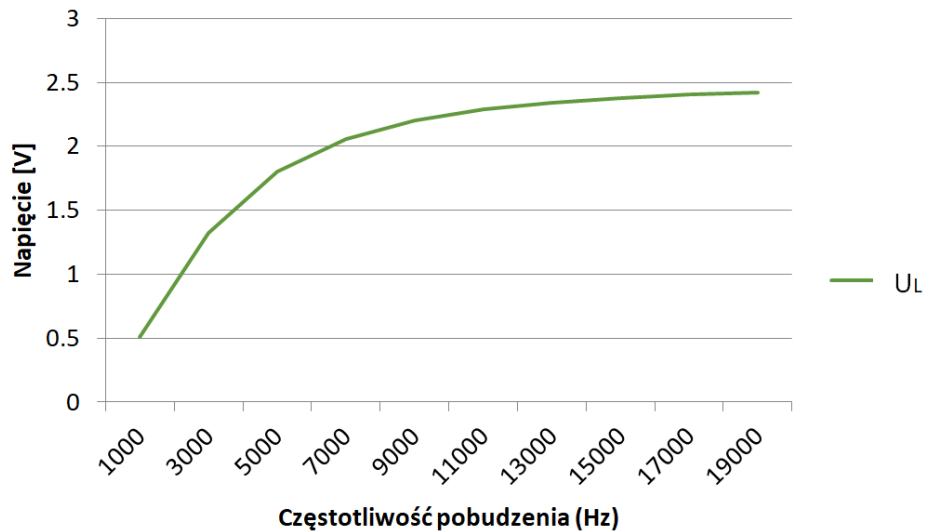
$$\sqrt{V_{in}^2 - U_R^2} = U_L$$

$$V_{in} = 1.7677$$

$kHz$	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
$U_R$ [V]	1.730	1.501	1.227	1.003	0.834	0.709	0.614	0.541	0.482	0.434
$U_L$ [V]	0.359	0.933	1.272	1.4557	1.558	1.618	1.657	1.682	1.701	1.713

Charakterystyka częstotliwości RL





Wykres Zależności  $U_L = f(w)$

#### Weryfikacja danych pomiarowych

Korzystając z wzoru na reaktancję indukcyjną, impedancję oraz prąd można analitycznie sprawdzić poprawność naszych pomiarów wyprowadzając wzory tak jak ukazano poniżej:

$$X_L = \omega L = 2\pi * f * L$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$I = \frac{V_{in}}{Z}$$

$$U_R = I * 1000$$

#### Przykład weryfikacji

Pomiary i obliczenia wykazują, że przy częstotliwości równej 1kHz  $U_R = 1.730$  i  $U_L = 0.359$ .

$$X_L = 2\pi * 10^3 * 33 * 10^{-3} \approx 207.3451$$

$$Z = \sqrt{10^6 + 207.3451^2} \approx 1021.2698$$

$$I = \frac{1.7677}{1021.2698} \approx 0.0017308$$

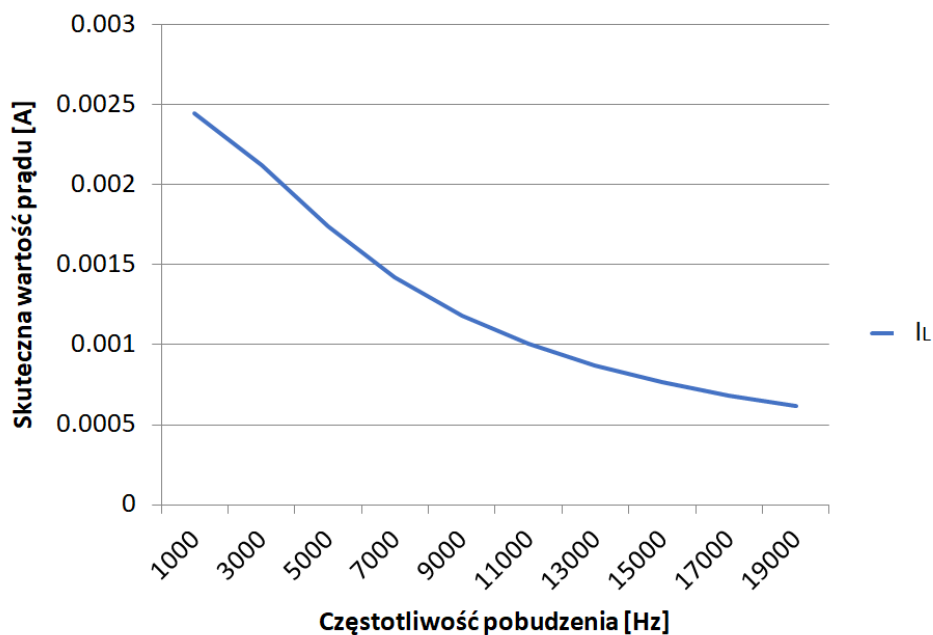
$$U_R = 0.0017308 * 10^3 \approx 1.7308$$

Pomiędzy wynikami jest marginalna różnica rzędu tysięcznych, wynikająca z zaokrąglani wyników. Pomiary były wykonane poprawnie.

#### 2.4.3 Zmiany skutecznej wartości prądu

Poniższy wykres reprezentuje zmianę skutecznej wartości prądu w obwodzie w funkcji częstotliwości pobudzenia [Hz]. Wykorzystano w tym celu prawo Ohma dla obwodów prądu przemiennego:

$$I_L = \frac{U_R}{R}$$



#### 2.4.4 Przesunięcie fazowe w układzie RL dla $f = 1kHz$

$$\phi_1 = \arctan\left(\frac{X_C}{R}\right) \approx 0.0047734 \text{ rad} \approx 0.2736^\circ$$

#### 2.4.5 Relacje pomiędzy $X_L$ , $f$ i $I$

Po porównaniu wykresów można zauważyć relacje pomiędzy reaktancją indukcyjną, częstotliwością pobudzenia oraz wartością prądu w obwodzie. Mianowicie reaktancja indukcyjna  $X_L$  jest proporcjonalna do częstotliwości pobudzenia ( $f$ ) natomiast wartość prądu  $I_L$  jest odwrotnie proporcjonalna do nich. Można to potwierdzić chociażby poprzez przeanalizowanie wzoru na reaktancję indukcyjną:

$$X_L = \frac{U_L(t)}{I_L(t)}$$

### 3 Wnioski

Cel ćwiczenia, jakim było praktyczne zilustrowanie zachowania rezonansu w układach prądu zmiennego oraz pokazano jak analitycznie sprawdzać wyniki pomiarów wykonanych przy użyciu narzędzi tj. multi-metr czy oscyloskop. Przykłady weryfikacji danych pomiarowych pokazują, że pomiary były wykonane z dokładnością wystarczającą dla uzyskania wiarygodnych wyników.

Ćwiczenie potwierdziło prawidłowość II prawa Kirchhoffa jako sposobu obliczania wartości napięcia w obwodzie z zmiennym źródłem z dwoma elementami w którym napięcie skuteczne jednego z elementów zostało już zmierzone.

### Literatura

- B. Jaworski, A. Dietla, L. Miłkowska: Kurs fizyki. Elektryczność i magnetyzm. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1984.
- Jay Orear: Fizyka. T. 1. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1998. ISBN 83-204-2451-8.