НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені Ігоря СІКОРСЬКОГО»
Фізико-технічний інститут

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА
з кредитного модуля «Методи обчислень»
на тему:
«ОБЧИСЛЮВАЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ»
Варіант №10

Виконав
студент 3 курсу ФТІ
групи ФІ-21
Климентьєв Максим Андрійович

Перевірив:
____
Оцінка:
____

Київ — 2025

Зміст

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Варіант 10

Знайти чисельний розв'язок рівняння коливань струни:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + F(t,x)$$

$$0 < x < L = 1$$

$$u(t=0) = u_0 = x \cdot (x+1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t=0) = 0$$

$$u(t,0) = u_1(t)$$

$$u(t,L) = u_2(t)$$

$$u(t,x) = u_0(x) \cdot \cos(\pi \cdot t)$$

$$u_0(x) = u_0 = x \cdot (x+1)$$

$$u(t,x) = x \cdot (x+1) \cdot \cos(\pi \cdot t)$$

$$u(t,0) = 0 \cdot 1 \cdot \cos(\pi \cdot t) = 0$$

$$u(t,L) = L \cdot (L+1) \cdot \cos(\pi \cdot t) = 1 \cdot 2 \cdot \cos(\pi \cdot t) = 2 \cdot \cos(\pi \cdot t)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2 \cdot x \cdot \cos(\pi \cdot t) + \cos(\pi \cdot t)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2 \cdot \cos(\pi \cdot t)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\pi \cdot x \cdot (x+1) \cdot \sin(\pi \cdot t)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\pi^2 \cdot x \cdot (x+1) \cdot \cos(\pi \cdot t)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + F(t,x)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = F(t,x)$$

$$F(t,x) = -\pi^2 \cdot x \cdot (x+1) \cdot \cos(\pi \cdot t) - 2 \cdot \cos(\pi \cdot t)$$

$$F(t,x) = -\cos(\pi \cdot t) \cdot \big(\pi^2 \cdot x \cdot (x+1) + 2\big)$$

Навести приклади процесів, які моделюються за допомогою диференціальних рівнянь у частинних похідних гіперболічного типу

2 ОГЛЯД ТА АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ДРЧП

3 ДОСЛІДЖЕННЯ УМОВ ЗАСТОСУВАННЯ ОБРАНОГО МЕТОДУ

Явна схема

$$\frac{u_i^{k+1} - 2 \cdot u_i^k + u_i^{k-1}}{\Delta t^2} = \frac{u_{i+1}^k - 2 \cdot u_i^k + u_{i-1}^k}{\Delta x^2} + F_i^k$$

$$u_i^{k+1} - 2 \cdot u_i^k + u_i^{k-1} = \Delta t^2 \cdot \left(\frac{u_{i+1}^k - 2 \cdot u_i^k + u_{i-1}^k}{\Delta x^2} + F_i^k \right)$$

$$u_i^{k+1} = 2 \cdot u_i^k - u_i^{k-1} + \Delta t^2 \cdot \left(\frac{u_{i+1}^k - 2 \cdot u_i^k + u_{i-1}^k}{\Delta x^2} + F_i^k \right)$$

$$u(i, k+1) = 2 \cdot u(i, k) - u(i, k-1) + \Delta t^2 \cdot \left(\frac{u(i+1, k) - 2 \cdot u(i, k) + u(i-1, k)}{\Delta x^2} + F(i, k) \right)$$

Явно-неявна схема (тришарова схема з вагами)

$$\begin{aligned}\frac{u_i^{k+1} - 2 \cdot u_i^k + u_i^{k-1}}{\Delta t^2} &= \sigma_1 \left(\frac{u_{i+1}^{k+1} - 2 \cdot u_i^{k+1} + u_{i-1}^{k+1}}{\Delta x^2} + F_i^{k+1} \right) + \\ &+ (1 - \sigma_1 - \sigma_2) \left(\frac{u_{i+1}^k - 2 \cdot u_i^k + u_{i-1}^k}{\Delta x^2} + F_i^k \right) + \\ &+ \sigma_2 \left(\frac{u_{i+1}^{k-1} - 2 \cdot u_i^{k-1} + u_{i-1}^{k-1}}{\Delta x^2} + F_i^{k-1} \right)\end{aligned}$$

$$u|_{(t=0)} = u_0 = x \cdot (x+1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}|_{(t=0)} = 0$$

$$A\left(u^{k+1}\right) = B\left(u^k, u^{k-1}\right) \rightarrow \text{СЛАР або СНАР}$$

4 ОПИС ПРОГРАМНОЇ РЕАЛИЗАЦІЇ

5 ОГЛЯД МЕТОДІВ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ

6 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ РОЗВ'ЯЗКУ ДО ПРИКЛАДУ РОБОТИ

7 ВИСНОВКИ

8 СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1.

9 ДОДАТКИ