НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені Ігоря СІКОРСЬКОГО»
Фізико-технічний інститут

# КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ № 1.
# РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Виконав
студент 3 курсу ФТІ
групи ФІ-21
Климентьєв Максим Андрійович

Перевірив:

________________________

Оцінка:

________________________

Київ — 2025

# Зміст

# 1 Вихідні дані.

| Варіант | Вигляд рівняння |
|---|---|
| 10 | $-2 \cdot x^4 + x^3 + 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 7 = 0$ |

# 2 Письмове виконання допрограмового етапу, результатом якого повинні бути проміжки, щодо яких проводиться уточнення.

1 ФІ-21 Климентьєв Максим

Tuesday, March 25, 2025 7:13 PM

1.Здійснити в якості допрограмового етапу аналіз та відокремлення коренів за допомогою теорем. Зокрема, визначити кількість дійсних коренів рівняння (теорема Гюа, теорема Штурма), відокремити дійсні корені рівняння (теорема про верхню межу). До аналізу комплексних коренів застосувати теорему про кільце. Результатом цього етапу повинна бути послідовність проміжків, кожен із яких містить лише один дійсний корінь рівняння.

Примітка. Щоб полегшити знаходження поліномів Штурма, дозволяється використовувати функцію deconv() системи Matlab, яка реалізує ділення поліномів із залишком. Довідки про функції цього математичного пакета можна знайти в [2].

| Варіант | Вигляд рівняння |
|---|---|
| 10 | $-2 \cdot x^4 + x^3 + 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 7 = 0$ |

$= f_0$

Т. Гюа

$(-2)^2 < 5 \cdot 7 \Rightarrow$ Хоча б одна пара комплексно спряжених коренів

$2x^4 - x^3 - 5x^2 + 2x - 7 = 0$

$\Downarrow$

$m = 3$ (Помножив рівняння на -1)

Т. про кільце

$A = 7$

$B = 5$

$$\frac{7}{5+7} \le |x| \le \frac{2+7}{2}$$

$$\frac{7}{12} \le |x| \le \frac{9}{2}$$

$$\frac{7}{12} \le x_+ \le \frac{9}{2}$$

$$-\frac{9}{2} \le x_- \le -\frac{7}{12}$$

Т. про ВМ

ВМ(Dk)

$B = 7$

$R = 1 + \frac{7}{2} = \frac{9}{2}$

$x_+ \le \frac{9}{2}$

(Помножив рівняння на -1)

НМ(Dk)

$x = \frac{1}{y} \Rightarrow 7y^4 - 2y^3 + 5y^2 + y - 2 = 0$

$\Downarrow$

$m = 3$

$\frac{1}{x_+} \le \frac{9}{7}$

$x_+ \ge \frac{7}{9}$

$B = 2$

$a_n = 7$

$R_1 = 1 + \frac{2}{7} = \frac{9}{7}$

**1 МВК)**

$x = -x \Rightarrow 2x^4 - x^3 - 5x^2 + 2x + 7 = 0$

$m = 3$

$B = 5$

$a_0 = 2$

$R_2 = 1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$

$-x_- \leq \frac{7}{2}$

$x_- \geq -\frac{7}{2}$

**3 МВК)**

$x = -\frac{1}{y} \Rightarrow 7y^4 + 2y^3 - 5y^2 - y + 2 = 0$

$m = 2$

$B = 5$

$a_0 = 7$

$R_3 = 1 + \sqrt{\frac{5}{7}} \approx 1.85$

$-\frac{1}{x_-} \leq 1.85$

$x_- \leq \frac{1}{-1.85} \approx -0.54$

Спосіб Лагранжа

$F(x) = 2x^4 - x^3 - 5x^2 - 7$

$\varphi(x) = 2x$

(помножив рівняння на -1)

$F(1) = 2 - 1 - 5 - 7 < 0$

$F(2) = 2^5 - 2^3 - 5 \cdot 2^2 - 7 = 4 - 7 < 0$

$F(2.1) = (2.1)^5 - (2.1)^3 - 5 \cdot (2.1)^2 - 7 = 2.53 > 0$

$x_+ < 2.1$

$x = \frac{1}{y}$

$F(y) = 7y^4 - 2y^3 - 2$

$\varphi(y) = 5y^2 + y$

$F(1) = 7 - 2 - 2 = 7 > 0$

$\frac{1}{x_+} < 1$

$x_+ > 1$

$x = -y$

$F(y) = 2x^4 - x^3 - 5x^2$

$\varphi(y) = 2x + 7$

$F(2) = 2^5 - 2^3 - 5 \cdot 2^2 = 2^2 > 0$

$y < 2$

$-x_- < 2$

$x_- > -2$

$x = -\frac{1}{y}$

$F(y) = 7y^4 + 2y^3 - 5y^2 - y$

$\varphi(y) = 2$

$F(1) = 7 + 2 - 5 - 1 = 3 > 0$

$y < 1$

$-\frac{1}{x_-} < 1$

$x_- < -1$

7. Штурма

$$f'(x) = -8x^3 + 3x^2 + 10x - 2 = f_1$$

$$f_2 = -\frac{1}{32}\left(83x^2 - 38x + 222\right)$$

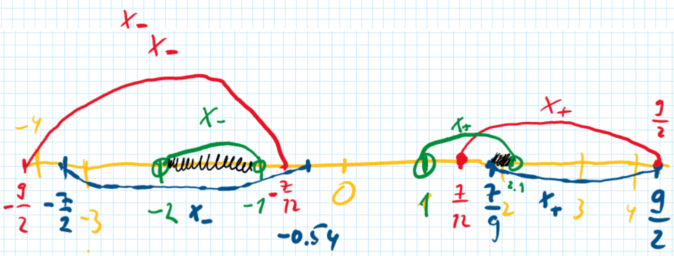
```
>>> np.polydiv([-2, 1, 5, -2, 7], [-8, 3, 10, -2])[1]
array([ 2.59375, -1.1875 ,  6.9375 ])
>>>
```

```
>>> a = np.polydiv([-2, 1, 5, -2, 7], [-8, 3, 10, -2])[1]
>>> for elem in a:
...     print(Fraction(elem))
...
83/32
-19/16 ·2/2 = -38/32
111/16 ·2/2 = 222/32
```

$$f_3 = -\left(31.09420816x - 0.22760923\right)$$

$$f_4 = +6.92894649 = const > 0$$

```
>>> a = np.polydiv([-2, 1, 5, -2, 7], [-8, 3, 10, -2])[1]
>>> b = np.polydiv([-8, 3, 10, -2], -a)[1]
>>> c = np.polydiv(-a, -b)[1]
>>> b
array([31.09420816, -0.22760923])
>>> c
array([-6.92894649])
>>>
```




$$\left.\begin{aligned} \frac{7}{12} &\leq x_+ \leq \frac{9}{2} \\ -\frac{9}{2} &\leq x_- \leq -\frac{7}{12} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{7}{9} &\leq x_+ \leq \frac{9}{2} \\ -\frac{7}{2} &\leq x_- \leq -0.54 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 1 &< x_+ < 2.1 \\ -2 &< x_- < -1 \end{aligned}\right\}$$

$$x_- \in (-2, -1)$$

$$x_+ \in \Big[\underbrace{\tfrac{7}{9}}_{\approx 0.8}, 2.1\Big)$$

| | −2 | −1.7 | −1.4 | −1 | 0.8 | 1.1 | 1.4 | 1.7 | 2.0 | 2.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_0$ | − | + | + | + | + | + | + | + | − | − |
| $f_1$ | + | + | + | − | + | + | − | − | − | − |
| $f_2$ | − | − | − | − | − | − | − | − | − | − |
| $f_3$ | + | + | + | + | − | − | − | − | − | − |
| $f_4$ | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| \|<3} | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 |

1 корінь

1 корінь

```python
import numpy as np
def F(x):
    f = -2*x**4 + x**3 + 5*x**2 - 2*x + 7
    return f
def F1(x):
    f = -8*x**3 + 3*x**2 + 10*x**1 - 2
    return f
def F2(x):
    # f = -1/32 * (83*x**2 - 38*x + 222)
    f = -(2.59375*x**2 -1.1875*x +  6.9375)
    return f
def F3(x):
    f = -(31.09420816 * x - 0.22760923)
    return f
X = np.array([-2, -1.7, -1.4, -1, 0.8, 1.1, 1.4, 1.7, 2.0, 2.1])
Y = np.array([F(X), F1(X), F2(X), F3(X)])
for i in range(Y.shape[1]):
    print(*[f"{num:.2f}" for num in Y[:,i]])
```

0.0s

```
-9.00 54.00 -19.69 62.42
3.23 28.97 -16.45 53.09
9.17 11.83 -13.68 43.76
11.00 -1.00 -10.72 31.32
8.29 3.82 -7.65 -24.65
9.25 1.98 -8.77 -33.98
9.06 -4.07 -10.36 -43.30
6.26 -15.63 -12.41 -52.63
-1.00 -34.00 -14.94 -61.96
-4.79 -41.86 -15.88 -65.07
```

−2 −1.7 −1.4 −1 0.8 1.1 1.4 1.7 2.0 2.1

$$f_0 = -2x^4 + x^3 + 5x^2 - 2x + 7 = 0$$

$$f_1 = -8x^3 + 3x^2 + 10x - 2$$

$$f_2 = -\frac{1}{32}\left(83x^2 - 38x + 222\right)$$

$$f_3 = -\left(31.09420816x - 0.22760923\right)$$

# 3 Лістинг програми уточнення коренів за методами бісекції, хорд, дотичних (вхідними даними для цієї програми є координати проміжків [ai, bi] та коефіцієнти поліному) та результати дії програми. На кожній ітерації методу слід виводити такі дані: номер ітерації, наближене значення кореня, критерій завершення ітерацій.

```python
def Bisect(a, b, epsilon=1e-6):
    count = 0
    while abs(a - b) >= epsilon:
        c = (a + b)/2
        print(f"[{count}] Bisect {[a, b]}: \\textbf{'{'}{c}{'}'} $$ $$ |a - b| = |{a} - {b}| = {abs(a-b)} >= {epsilon}")


        if F(a)*F(c) <= 0:
            b = c
        elif F(b)*F(c) <= 0:
            a = c
        count += 1

    print(f"[{count}] \\textbf{'{'}Bisect{'}'} {[a, b]}: \\textbf{'{'}{c}{'}'} $$ $$ |a - b| = |{a} - {b}| = {abs(a-b)} < {epsilon}")
    return (a + b)/2

```

Лістинг 1: Bisect

$$[0]Bisect[-2, -1.7] : \textbf{-1.85}$$

$$|a - b| = | - 2 - -1.7| = 0.30000000000000004 >= 1e - 06$$

$$[1]Bisect[-1.85, -1.7] : \textbf{-1.775}$$

$$|a - b| = | - 1.85 - -1.7| = 0.15000000000000013 >= 1e - 06$$

$$[2]Bisect[-1.85, -1.775] : \textbf{-1.8125}$$

$$|a - b| = | - 1.85 - -1.775| = 0.07500000000000018 >= 1e - 06$$

$$[3]Bisect[-1.8125, -1.775] : \textbf{-1.79375}$$

$$|a - b| = | - 1.8125 - -1.775| = 0.03750000000000009 >= 1e - 06$$

$$[4]Bisect[-1.8125, -1.79375] : \textbf{-1.803125}$$

$$|a - b| = | - 1.8125 - -1.79375| = 0.018750000000000044 >= 1e - 06$$

$$[5]Bisect[-1.803125, -1.79375] : \textbf{-1.7984375}$$

$$|a - b| = | - 1.803125 - -1.79375| = 0.009375000000000133 >= 1e - 06$$

$$[6]Bisect[-1.803125, -1.7984375] : \textbf{-1.80078125}$$

$$|a-b| = |-1.803125 - -1.7984375| = 0.004687500000000178 >= 1e-06$$

$[7] Bisect[-1.80078125, -1.7984375]$ : **-1.799609375**

$$|a-b| = |-1.80078125 - -1.7984375| = 0.002343750000000089 >= 1e-06$$

$[8] Bisect[-1.799609375, -1.7984375]$ : **-1.7990234374999998**

$$|a-b| = |-1.799609375 - -1.7984375| = 0.0011718750000000444 >= 1e-06$$

$[9] Bisect[-1.799609375, -1.7990234374999998]$ : **-1.79931640625**

$$|a-b| = |-1.799609375 - -1.7990234374999998| = 0.0005859375000001332 >= 1e-06$$

$[10] Bisect[-1.79931640625, -1.7990234374999998]$ : **-1.799169921875**

$$|a-b| = |-1.79931640625 - -1.7990234374999998| = 0.00029296875000017764 >= 1e-06$$

$[11] Bisect[-1.79931640625, -1.799169921875]$ : **-1.7992431640625**

$$|a-b| = |-1.79931640625 - -1.799169921875| = 0.00014648437500008882 >= 1e-06$$

$[12] Bisect[-1.79931640625, -1.7992431640625]$ : **-1.79927978515625**

$$|a-b| = |-1.79931640625 - -1.7992431640625| = 7.324218750004441e-05 >= 1e-06$$

$[13] Bisect[-1.79927978515625, -1.7992431640625]$ : **-1.799261474609375**

$$|a-b| = |-1.79927978515625 - -1.7992431640625| = 3.662109375013323e-05 >= 1e-06$$

$[14] Bisect[-1.799261474609375, -1.7992431640625]$ : **-1.7992523193359373**

$$|a-b| = |-1.799261474609375 - -1.7992431640625| = 1.831054687495559e-05 >= 1e-06$$

$[15] Bisect[-1.7992523193359373, -1.7992431640625]$ : **-1.7992477416992188**

$$|a-b| = |-1.7992523193359373 - -1.7992431640625| = 9.155273437366773e-06 >= 1e-06$$

$[16] Bisect[-1.7992523193359373, -1.7992477416992188]$ : **-1.799250030517578**

$$|a-b| = |-1.7992523193359373 - -1.7992477416992188| = 4.577636718572364e-06 >= 1e-06$$

$[17] Bisect[-1.7992523193359373, -1.799250030517578]$ : **-1.7992511749267577**

$$|a-b| = |-1.7992523193359373 - -1.799250030517578| = 2.288818359286182e-06 >= 1e-06$$

$[18] Bisect[-1.7992523193359373, -1.7992511749267577]$ : **-1.7992517471313474**

$$|a-b| = |-1.7992523193359373 - -1.7992511749267577| = 1.144409179643091e-06 >= 1e-06$$

$[19]$**Bisect**$[-1.7992517471313474, -1.7992511749267577]$ : **-1.7992517471313474**

$$|a-b| = |-1.7992517471313474 - -1.7992511749267577| = 5.722045897105232e-07 < 1e-06$$

```python
def Hord(a, b, epsilon=1e-6):
    c = (a*F(b) - b*F(a))/(F(b) - F(a))
    c_prev = 0

    count = 0

    while abs(c - c_prev) >= epsilon or abs(F(c)) >= epsilon:
        c = (a*F(b) - b*F(a))/(F(b) - F(a))

        print(f"[{count}] Hord {[a, b]}: \\textbf{'{'}{c}{'}'} $$ $$ |c - c_prev| = |{c} - {c_prev}| = {abs(c - c_prev)} >= {epsilon} $$ $$ |f(c)| = |f({c}| = {abs(F(c))} >= {epsilon})")

        if F(a)*F(c) <= 0:
            b = c
        elif F(b)*F(c) <= 0:
            a = c

        c_prev = c
        count += 1

    print(f"[{count}] \\textbf{'{'}Hord{'}'} {[a, b]}: \\textbf{'{'}{c}{'}'} $$ $$ |c - c_prev| = |{c} - {c_prev}| = {abs(c - c_prev)} < {epsilon} $$ $$ OR |f(c)| = |f({c}| = {abs(F(c))} < {epsilon})")
    return (a*F(b) - b*F(a))/(F(b) - F(a))

```

Лістинг 2: Hord

$$[0]Hord[-2, -1.7] : \textbf{-1.7792819305473806}$$

$$|c - c_prev| = |-1.7792819305473806 - 0| = 1.7792819305473806 >= 1e - 06$$

$$|f(c)| = |f(-1.7792819305473806| = 0.7097165935545817 >= 1e - 06)$$

$$[1]Hord[-2, -1.7792819305473806] : \textbf{-1.795414973657191}$$

$$|c - c_prev| = |-1.795414973657191 - -1.7792819305473806| = 0.016133043109810 34 >= 1e - 06$$

$$|f(c)| = |f(-1.795414973657191| = 0.13876063925935878 >= 1e - 06)$$

$$[2]Hord[-2, -1.795414973657191] : \textbf{-1.7985213411569883}$$

$$|c - c_prev| = |-1.7985213411569883 - -1.795414973657191| = 0.0031063674997973134 >= 1e - 06$$

$$|f(c)| = |f(-1.7985213411569883| = 0.026501860803893607 >= 1e - 06)$$

$$[3]Hord[-2, -1.7985213411569883] : \textbf{-1.7991128836453136}$$

$$|c - c_prev| = |-1.7991128836453136 - -1.7985213411569883| = 0.0005915424883253806 >= 1e - 06$$

$$|f(c)| = |f(-1.7991128836453136| = 0.005038842873405613 >= 1e - 06)$$

$$[4]Hord[-2, -1.7991128836453136] : \textbf{-1.7992252916684508}$$

$$|c - c_prev| = |-1.7992252916684508 - -1.7991128836453136| = 0.00011240802313716713 >= 1e - 06$$

$$|f(c)| = |f(-1.7992252916684508| = 0.0009572226326817201 >= 1e - 06)$$

$$[5]Hord[-2, -1.7992252916684508] : \textbf{-1.7992466434080638}$$

$$|c - c_p rev| = |-1.7992466434080638 - -1.7992252916684508| = 2.1351739613040266e-05 >= 1e-06$$

$$|f(c)| = |f(-1.7992466434080638| = 0.00018181275916440143 >= 1e-06)$$

$$[6]Hord[-2, -1.7992466434080638] : \textbf{-1.7992506988285468}$$

$$|c - c_p rev| = |-1.7992506988285468 - -1.7992466434080638| = 4.055420482984573e-06 >= 1e-06$$

$$|f(c)| = |f(-1.7992506988285468| = 3.453204667813736e-05 >= 1e-06)$$

$$[7]Hord[-2, -1.7992506988285468] : \textbf{-1.799251469079396}$$

$$|c - c_p rev| = |-1.799251469079396 - -1.7992506988285468| = 7.702508491025384e-07 >= 1e-06$$

$$|f(c)| = |f(-1.799251469079396| = 6.558699421788106e-06 >= 1e-06)$$

$$[8]Hord[-2, -1.799251469079396] : \textbf{-1.799251615373653}$$

$$|c - c_p rev| = |-1.799251615373653 - -1.799251469079396| = 1.4629425715284583e-07 >= 1e-06$$

$$|f(c)| = |f(-1.799251615373653| = 1.2456976730135239e-06 >= 1e-06)$$

$$[9]Hord[-2, -1.799251615373653] : \textbf{-1.7992516431594043}$$

$$|c - c_p rev| = |-1.7992516431594043 - -1.799251615373653| = 2.778575125539362e-08 >= 1e-06$$

$$|f(c)| = |f(-1.7992516431594043| = 2.3659604320158678e-07 >= 1e-06)$$

$$[10]\textbf{Hord}[-2, -1.7992516431594043] : \textbf{-1.7992516431594043}$$

$$|c - c_p rev| = |-1.7992516431594043 - -1.7992516431594043| = 0.0 < 1e-06$$

$$OR|f(c)| = |f(-1.7992516431594043| = 2.3659604320158678e-07 < 1e-06)$$

```
def Newton(a, b, epsilon=1e-6):
    xk = a
    xk_1 = b

    count = 0

    while abs(xk - xk_1) >= epsilon or abs(F(xk)) >= epsilon:
        print(f"[{count}] Newton {[a, b]}: \\textbf{'{'}{xk}{'}'} $$ $$ |x_k - x_k-1| = |{xk} - {xk_1}| = {abs(xk - xk_1)} >= {epsilon} $$ $$ |f(xk)| = |f({xk}| = {abs(F(xk))} >= {epsilon})")
        xk_1 = xk
        xk = xk - F(xk)/F1(xk)
        xk = np.clip(xk, a, b)
        count += 1

    print(f"[{count}] \\textbf{'{'}Newton{'}'} {[a, b]}: \\textbf{'{'}{xk}{'}'} $$ $$ |x_k - x_k-1| = |{xk} - {xk_1}| = {abs(xk - xk_1)} < {epsilon} $$ $$ OR |f(xk)| = |f({xk}| = {abs(F(xk))} < {epsilon})")
    return xk
```

Лістинг 3: Newton

$$[0]Newton[-2,-1.7]$$ : **-2**

$$|x_k - x_k - 1| = |-2 - -1.7| = 0.30000000000000004 >= 1e-06$$

$$|f(xk)| = |f(-2| = 9 >= 1e-06)$$

$$[1]Newton[-2,-1.7]$$ : **-1.8333333333333333**

$$|x_k - x_k - 1| = |-1.8333333333333333 - -2| = 0.16666666666666674 >= 1e-06$$

$$|f(xk)| = |f(-1.8333333333333333| = 1.283950617283951 >= 1e-06)$$

$$[2]Newton[-2,-1.7]$$ : **-1.8004505572682001**

$$|x_k - x_k - 1| = |-1.8004505572682001 - -1.8333333333333333| = 0.032882776065133124 >= 1e-06$$

$$|f(xk)| = |f(-1.8004505572682001| = 0.043597446509421545 >= 1e-06)$$

$$[3]Newton[-2,-1.7]$$ : **-1.7992532003873065**

$$|x_k - x_k - 1| = |-1.7992532003873065 - -1.8004505572682001| = 0.0011973568808936186 >= 1e-06$$

$$|f(xk)| = |f(-1.7992532003873065| = 5.631771073044689e-05 >= 1e-06)$$

$$[4]Newton[-2,-1.7]$$ : **-1.799251649676707**

$$|x_k - x_k - 1| = |-1.799251649676707 - -1.7992532003873065| = 1.5507105994849724e-06 >= 1e-06$$

$$|f(xk)| = |f(-1.799251649676707| = 9.43671807362989e-11 >= 1e-06)$$

$$[5]\mathbf{Newton}[-2,-1.7]$$ : **-1.7992516496741087**

$$|x_k - x_k - 1| = |-1.7992516496741087 - -1.799251649676707| = 2.5983659668327164e-12 < 1e-06$$

$$OR|f(xk)| = |f(-1.7992516496741087| = 6.217248937900877e-15 < 1e-06)$$

$$[0]Bisect[1.7, 2.0]$$ : **1.85**

$$|a - b| = |1.7 - 2.0| = 0.30000000000000004 >= 1e-06$$

$$[1]Bisect[1.85, 2.0]$$ : **1.925**

$$|a - b| = |1.85 - 2.0| = 0.1499999999999999 >= 1e-06$$

$$[2]Bisect[1.925, 2.0]$$ : **1.9625**

$$|a - b| = |1.925 - 2.0| = 0.07499999999999996 >= 1e-06$$

$$[3]Bisect[1.9625, 2.0]$$ : **1.98125**

$$|a - b| = |1.9625 - 2.0| = 0.03750000000000009 >= 1e-06$$

$$[4]Bisect[1.9625, 1.98125]$$ : **1.9718749999999998**

$$|a - b| = |1.9625 - 1.98125| = 0.018750000000000044 >= 1e-06$$

$$[5]Bisect[1.9625, 1.9718749999999998]$$ : **1.9671874999999999**

$$|a - b| = |1.9625 - 1.9718749999999998| = 0.009374999999999911 >= 1e-06$$

$$[6]Bisect[1.9671874999999999, 1.9718749999999998] : \mathbf{1.9695312499999997}$$
$$|a - b| = |1.9671874999999999 - 1.9718749999999998| = 0.004687499999999956 >= 1e - 06$$
$$[7]Bisect[1.9695312499999997, 1.9718749999999998] : \mathbf{1.9707031249999998}$$
$$|a - b| = |1.9695312499999997 - 1.9718749999999998| = 0.002343750000000089 >= 1e - 06$$
$$[8]Bisect[1.9695312499999997, 1.9707031249999998] : \mathbf{1.9701171874999996}$$
$$|a - b| = |1.9695312499999997 - 1.9707031249999998| = 0.0011718750000000444 >= 1e - 06$$
$$[9]Bisect[1.9695312499999997, 1.9701171874999996] : \mathbf{1.9698242187499997}$$
$$|a - b| = |1.9695312499999997 - 1.9701171874999996| = 0.0005859374999999112 >= 1e - 06$$
$$[10]Bisect[1.9695312499999997, 1.9698242187499997] : \mathbf{1.9696777343749998}$$
$$|a - b| = |1.9695312499999997 - 1.9698242187499997| = 0.0002929687499999556 >= 1e - 06$$
$$[11]Bisect[1.9695312499999997, 1.9696777343749998] : \mathbf{1.9696044921874998}$$
$$|a - b| = |1.9695312499999997 - 1.9696777343749998| = 0.00014648437500008882 >= 1e - 06$$
$$[12]Bisect[1.9695312499999997, 1.9696044921874998] : \mathbf{1.9695678710937496}$$
$$|a - b| = |1.9695312499999997 - 1.9696044921874998| = 7.324218750004441e - 05 >= 1e - 06$$
$$[13]Bisect[1.9695678710937496, 1.9696044921874998] : \mathbf{1.9695861816406248}$$
$$|a - b| = |1.9695678710937496 - 1.9696044921874998| = 3.662109375013323e - 05 >= 1e - 06$$
$$[14]Bisect[1.9695861816406248, 1.9696044921874998] : \mathbf{1.9695953369140624}$$
$$|a - b| = |1.9695861816406248 - 1.9696044921874998| = 1.831054687495559e - 05 >= 1e - 06$$
$$[15]Bisect[1.9695861816406248, 1.9695953369140624] : \mathbf{1.9695907592773436}$$
$$|a - b| = |1.9695861816406248 - 1.9695953369140624| = 9.155273437588818e - 06 >= 1e - 06$$
$$[16]Bisect[1.9695907592773436, 1.9695953369140624] : \mathbf{1.9695930480957031}$$
$$|a - b| = |1.9695907592773436 - 1.9695953369140624| = 4.577636718794409e - 06 >= 1e - 06$$
$$[17]Bisect[1.9695930480957031, 1.9695953369140624] : \mathbf{1.9695941925048828}$$
$$|a - b| = |1.9695930480957031 - 1.9695953369140624| = 2.288818359286182e - 06 >= 1e - 06$$
$$[18]Bisect[1.9695941925048828, 1.9695953369140624] : \mathbf{1.9695947647094725}$$
$$|a - b| = |1.9695941925048828 - 1.9695953369140624| = 1.144409179643091e - 06 >= 1e - 06$$
$$[19]\mathbf{Bisect}[1.9695941925048828, 1.9695947647094725] : \mathbf{1.9695947647094725}$$
$$|a - b| = |1.9695941925048828 - 1.9695947647094725| = 5.722045897105232e - 07 < 1e - 06$$

$$[0]Hord[1.7, 2.0] : \mathbf{1.958670854686725}$$
$$|c - c_prev| = |1.958670854686725 - 0| = 1.958670854686725 >= 1e - 06$$
$$|f(c)| = |f(1.958670854686725| = 0.34304438372920654 >= 1e - 06)$$

$$[1]Hord[1.958670854686725, 2.0] : \mathbf{1.9692272676808216}$$
$$|c - c_prev| = |1.9692272676808216 - 1.958670854686725| = 0.010556412994096487 >= 1e - 06$$
$$|f(c)| = |f(1.9692272676808216| = 0.01167065505489262 >= 1e - 06)$$
$$[2]Hord[1.9692272676808216, 2.0] : \mathbf{1.9695822626015491}$$
$$|c - c_prev| = |1.9695822626015491 - 1.9692272676808216| = 0.0003549949207275471 >= 1e - 06$$
$$|f(c)| = |f(1.9695822626015491| = 0.0003896807607386421 >= 1e - 06)$$
$$[3]Hord[1.9695822626015491, 2.0] : \mathbf{1.969594111191431}$$
$$|c - c_prev| = |1.969594111191431 - 1.9695822626015491| = 1.1848589881902072e - 05 >= 1e - 06$$
$$|f(c)| = |f(1.969594111191431| = 1.3003183662263496e - 05 >= 1e - 06)$$
$$[4]Hord[1.969594111191431, 2.0] : \mathbf{1.9695945065596465}$$
$$|c - c_prev| = |1.9695945065596465 - 1.969594111191431| = 3.953682155000138e - 07 >= 1e - 06$$
$$|f(c)| = |f(1.9695945065596465| = 4.338916781421176e - 07 >= 1e - 06)$$
$$[5]\mathbf{Hord}[1.9695945065596465, 2.0] : \mathbf{1.9695945065596465}$$
$$|c - c_prev| = |1.9695945065596465 - 1.9695945065596465| = 0.0 < 1e - 06$$
$$OR|f(c)| = |f(1.9695945065596465| = 4.338916781421176e - 07 < 1e - 06)$$

$$[0]Newton[1.7, 2.0] : \mathbf{1.7}$$
$$|x_k - x_k - 1| = |1.7 - 2.0| = 0.30000000000000004 >= 1e - 06$$
$$|f(xk)| = |f(1.7| = 6.258800000000003 >= 1e - 06)$$
$$[1]Newton[1.7, 2.0] : \mathbf{2.0}$$
$$|x_k - x_k - 1| = |2.0 - 1.7| = 0.30000000000000004 >= 1e - 06$$
$$|f(xk)| = |f(2.0| = 1.0 >= 1e - 06)$$
$$[2]Newton[1.7, 2.0] : \mathbf{1.9705882352941178}$$
$$|x_k - x_k - 1| = |1.9705882352941178 - 2.0| = 0.02941176470588225 >= 1e - 06$$
$$|f(xk)| = |f(1.9705882352941178| = 0.031626776499326326 >= 1e - 06)$$
$$[3]Newton[1.7, 2.0] : \mathbf{1.9695956257540748}$$
$$|x_k - x_k - 1| = |1.9695956257540748 - 1.9705882352941178| = 0.000992609540042988 >= 1e - 06$$
$$|f(xk)| = |f(1.9695956257540748| = 3.5146878077263466e - 05 >= 1e - 06)$$
$$[4]Newton[1.7, 2.0] : \mathbf{1.9695945202091125}$$
$$|x_k - x_k - 1| = |1.9695945202091125 - 1.9695956257540748| = 1.1055449622432434e - 06 >= 1e - 06$$
$$|f(xk)| = |f(1.9695945202091125| = 4.356426330787144e - 11 >= 1e - 06)$$
$$[5]\mathbf{Newton}[1.7, 2.0] : \mathbf{1.9695945202077423}$$
$$|x_k - x_k - 1| = |1.9695945202077423 - 1.9695945202091125| = 1.3702372569923682e - 12 < 1e - 06$$
$$OR|f(xk)| = |f(1.9695945202077423| = 3.552713678800501e - 15 < 1e - 06)$$