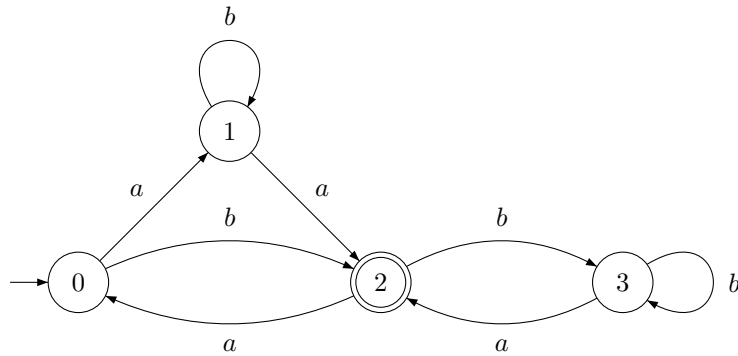


Avertissement : les exercices sont indépendants. Les réponses aux questions posées doivent être justifiées. La clarté et le soin de la rédaction sont des éléments de l'appréciation.

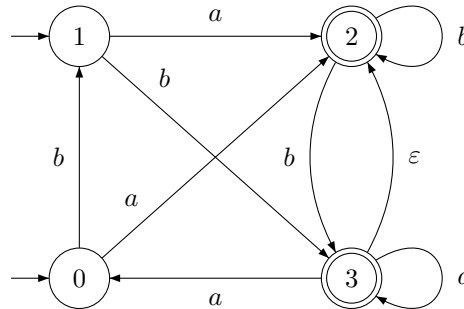
Exercice 1 (Théorie des langages : automates et langages réguliers)

1. Soit l'automate \mathcal{A}_1 défini par le diagramme suivant :



Calculer une expression rationnelle dénotant le langage reconnu par \mathcal{A}_1 . On demande d'établir le système d'équations vérifiées par les langages associés aux états de l'automate et de résoudre ce système.

2. Soit l'automate fini \mathcal{A}_2 dont le diagramme est ci-dessous :



Mettre en évidence **tous les éléments** permettant d'affirmer que \mathcal{A}_2 n'est pas déterministe. Déterminiser \mathcal{A}_2 en appliquant l'algorithme vu en TD, et donner tous les éléments de l'automate déterminisé et sa fonction de transition sous forme d'une table.

3. Soit l'automate déterministe $\mathcal{A}_3 = (\{a, b, c\}, \{i, i \in \mathbb{N} \text{ et } 0 \leq i \leq 7\}, 0, \delta, \{2, 6\})$ où δ est la table des transitions définie par le tableau suivant :

δ	0	1	2	3	4	5	6	7
a	7	2	6	3	7	5	6	3
b	5	5	6	2	5	5	6	2
c	4	0	6	3	4	5	6	3

Après avoir supprimé les états inaccessibles de \mathcal{A}_3 , minimaliser \mathcal{A}_3 , donner tous les éléments de l'automate obtenu, sa fonction de transition sous forme d'une table.

Exercice 2 (Théorie des langages : grammaires)

Soit la grammaire $G = (\{X, Y\}, \{a, b, c\}, \rightarrow, X)$ où la relation \rightarrow est définie par les règles suivantes :

$$\begin{aligned} X &\rightarrow cXb \mid Y \\ Y &\rightarrow aY \mid a \mid \varepsilon \end{aligned}$$

1. Quel est $L(G)$, le langage des mots engendrés par G ? On ne demande pas de démonstration.
2. Montrer que $u = ccaabb$ appartient à $L(G)$ en dessinant un arbre syntaxique de u .
3. La grammaire G est-elle ambiguë? Justifier votre réponse.

Exercice 3 (Analyse syntaxique descendante)

1. Soit la grammaire $G_1 = (\{A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, \rightarrow, A)$ dont les règles sont :

$$\begin{cases} A \rightarrow aBcDa \\ B \rightarrow CE \mid a \\ C \rightarrow bC \mid \varepsilon \end{cases} \quad \begin{cases} D \rightarrow bD \mid F \\ E \rightarrow aE \mid \varepsilon \\ F \rightarrow cFb \mid \varepsilon \end{cases}$$

Calculer l'ensemble P_ε (l'ensemble des non terminaux produisant le mot vide ε), les ensembles *Premier*, *Suivant* et les symboles directeurs des règles de G_1 et en déduire si oui ou non la grammaire G_1 est LL(1).

2. Soit la grammaire $G_2 = (\{S, I, E, F, T, G, V, N\}, \{(\,, \,), =, +, -, 0, 1, a, b, f, g, ;\}, \rightarrow, S)$ dont les règles sont :

$$\begin{cases} S \rightarrow V = EI \\ I \rightarrow ; S \mid \varepsilon \\ E \rightarrow TF \\ F \rightarrow +TF \mid -TF \mid \varepsilon \end{cases} \quad \begin{cases} T \rightarrow G \mid V \mid N \mid (E) \\ G \rightarrow f(E; E) \mid g(E) \\ V \rightarrow a \mid b \\ N \rightarrow 0 \mid 1 \end{cases}$$

G_2 définit une grammaire simplifiée d'une séquence d'instructions dans un langage de programmation. $L(G_2)$ est le langage engendré par la grammaire G_2 .

On donne $P_\varepsilon = \{I, F\}$ et le tableau suivant :

	S	I	E	F
<i>Premier</i>	$\{a, b\}$	$\{;\}$	$\{(\,, a, b, f, g, 0, 1\}$	$\{+, -\}$
<i>Suivant</i>	$\{\$\}$	$\{\$\}$	$\{\$, ;,)\}$	$\{\$, ;,)\}$

	T	G	V	N
<i>Premier</i>	$\{(\,, a, b, f, g, 0, 1\}$	$\{f, g\}$	$\{a, b\}$	$\{0, 1\}$
<i>Suivant</i>	$\{+, -, \$, ;,)\}$	$\{+, -, \$, ;,)\}$	$\{+, -, =, \$, ;,)\}$	$\{+, -, \$, ;,)\}$

Calculer les symboles directeurs des règles de G_2 et construire la table d'analyse de la grammaire G_2 . G_2 est-elle LL(1)?

Déterminer si les mots $\alpha_1 : a = g(0)$ et $\alpha_2 : a = (f(1;a); b = 0)$ appartiennent ou non à $L(G_2)$ en utilisant l'analyseur prédictif et la table précédemment construite. On simulera la construction de l'arbre syntaxique et l'on donnera en parallèle la dérivation à gauche du mot donné lors de l'exécution de l'algorithme, que le mot appartienne ou non à $L(G_2)$.

Barème donné à titre indicatif :

Exercice 1 : 9 pts

Exercice 2 : 3 pts

Exercice 3 : 8 pts