

## ***Modèles des Systèmes à Evènements Discrets (MSED)***

***Domaine de la théorie des systèmes: élaborer le modèle de calcul des sorties en fonction des entrées***

### **De quoi va-t-on parler?**

- de systèmes : objets techniques conçus pour assurer une fonction précise,
- de modélisation : pour étudier le comportement des systèmes,
- d'étude de comportement : analyse dynamique du fonctionnement du système en réponse à des sollicitations (entrées du système),
- d'évènements : changement de valeur des variables de sollicitations du système.

### **Pourquoi?**

- Sert à comprendre, prévoir et valider le comportement, optimiser la commande, évaluer les performances des systèmes.

**Contact** : TELECOM Nancy Bureau 2.8 - [zahra.rondeau@telecomnancy.eu](mailto:zahra.rondeau@telecomnancy.eu)

1

## ***Modèles des Systèmes à Evènements Discrets (MSED)***

### ***Objectifs :***

Présenter les caractéristiques et contraintes des **Systèmes à Evènements Discrets (systèmes réactifs temps réel)**, étudier les **modèles et outils** pour la conception de ces systèmes.

### ***Contenu :***

#### **I. Introduction aux Systèmes à Evènements Discrets:**

- Définitions, caractéristiques, modèles

#### **II. Fondements théoriques des Systèmes à Evènements Discrets:**

- Théorie des graphes, machines d'état, automates à états finis

#### **III. Modèles dérivés :**

- Réseaux de Petri, Grafcet.

### ***Horaires :***

Cours/TD : 32 h, TP : 8h

### ***Evaluation :***

Contrôle Continu

***Intervenants:*** Z. Rondeau

2

## Partie I. Introduction aux systèmes à évènements discrets

### 1. Définitions

- 1.1. Système réactif (SR)
- 1.2. Système réactif temps réel (SR\_TR)

### 2. Caractéristiques

- 2.1. Systèmes continus / systèmes discrets
- 2.2. Dynamique des SED
- 2.3. SED combinatoires / séquentiels
- 2.4. SED asynchrones / synchrones
- 2.5. Fonctionnement cyclique des SED
- 2.6. Outils de modélisation des SED

3

### 1.1. SYSTEME REACTIF (SR)

Un SR est un système qui **réagit de façon continue avec son environnement**.

Un SR fait intervenir :

- un calculateur (**système** de contrôle),
- un **environnement** (système contrôlé),
- des appareils d'interconnexion entre les 2 composants (**interface**).

5

## 1.2. SYSTEME REACTIF TEMPS REEL (SR\_TR)

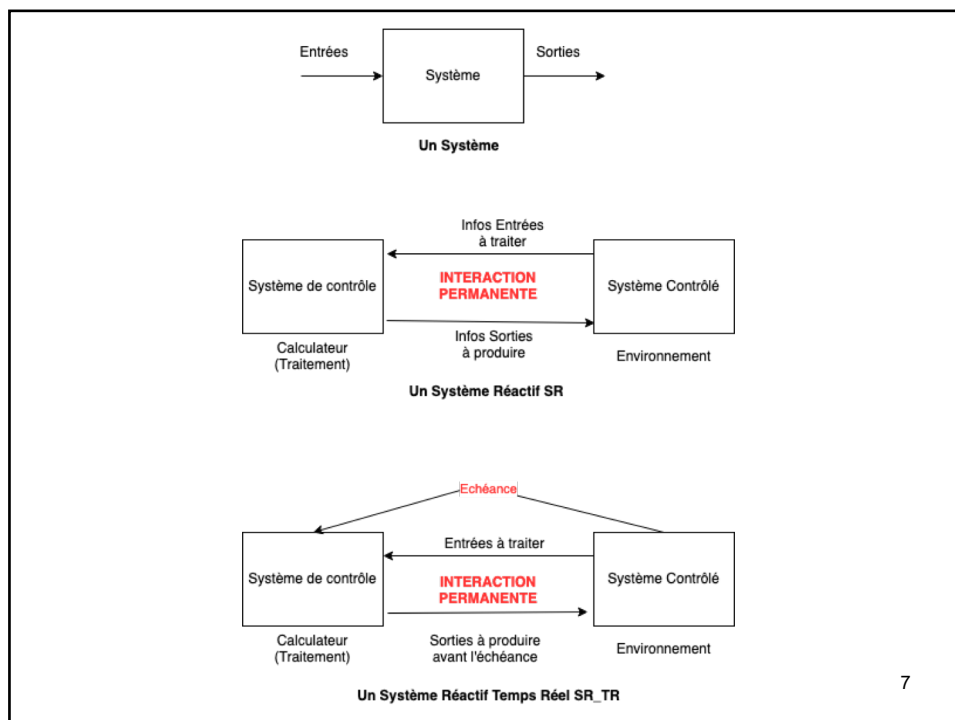
Un SR\_TR est un SR soumis à de fortes **contraintes de temps** imposées par son environnement.

**Échéance** : délai dans lequel un SR\_TR doit produire un résultat pour une entrée donnée.

Le comportement d'un SR\_TR dépend de son :

- **Exactitude logique** (logical correctness) : exactitude des résultats des traitements effectués;
- **Exactitude temporelle** (timeliness) : respect des contraintes temporelles.

6



7

## Partie I. Introduction aux systèmes à événements discrets

### 1. Définitions

### 2. Caractéristiques

- 2.1. Systèmes continus / systèmes discrets
- 2.2. Dynamique des SED
- 2.3. SED combinatoires / séquentiels
- 2.4. SED asynchrones / synchrones
- 2.5. Fonctionnement cyclique des SED
- 2.6. Outils de modélisation des SED

8

## 2. CARACTERISTIQUES

### 2.1. SYSTEMES CONTINUS (SC) / SYSTEMES DISCRETS (SD)

La classification SC/SD est fonction de :

- la nature des informations traitées,
- et du type d'acquisition de ces informations.

**4 catégories:**

**SC:**

- Analogiques
- Échantillonnés

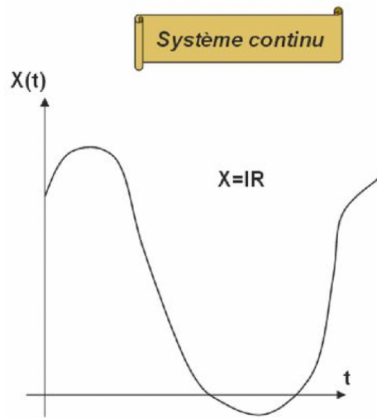
**SED:**

- Numériques/logiques asynchrones
- Numériques/logiques synchrones

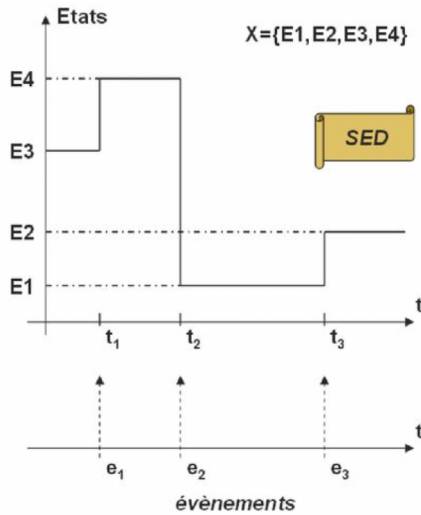
9

## SYSTEMES CONTINUS (SC) / SYSTEMES DISCRETS (SD)

Analogique



Numérique/Logique



10

Information Nature Acquisition		SYSTEMES CONTINUS (SC) / SYSTEMES DISCRETS (SD)	
		Continu	Quantifiée
Continue		<p><math>e(t)</math></p> <p><math>t</math></p> <p>Système continu</p> <p><math>e(t)</math></p> <p><math>t</math></p> <p>Analogique</p>	<p><math>y</math></p> <p><math>y2</math></p> <p><math>y1</math></p> <p><math>t1</math> <math>t2</math> <math>t3</math> <math>t</math></p> <p>Numérique Asynchrone</p>
Discrete		<p><math>e(t)</math></p> <p><math>t</math></p> <p>signal analogique</p> <p><math>e(t_e)</math></p> <p><math>t_0</math> <math>t_1</math> <math>t_2</math> <math>t_3</math> <math>t_4</math> <math>t_5</math> <math>t_6</math></p> <p>échantillonnage</p> <p><math>e(t_e)</math></p> <p><math>t_0</math> <math>t_1</math> <math>t_2</math> <math>t_3</math> <math>t_4</math> <math>t_5</math> <math>t_6</math></p> <p>conversion CAN</p> <p>Système échantillonné</p> <p>Echantillonné</p> <p>SC</p>	<p><math>y</math></p> <p><math>y2</math></p> <p><math>y1</math></p> <p><math>t1</math> <math>t2</math> <math>t3</math> <math>t</math></p> <p>Numérique Synchrone</p> <p>SED</p>

11

## 2.2. DYNAMIQUE DES SED

Pour un SC:

- les variables du système changent en fonction du temps,
- la dynamique est décrite par des variables continues du temps :  $Y = f(t)$

Pour un SED :

- les variables du système ne changent qu'à certains instants,
- la dynamique est fonction d'une **séquence d'évènements d'entrées** :  $Y = f(E1, E2, \dots)$

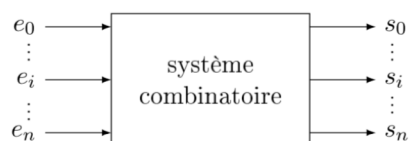
Définition d'un SED :

*«Système à espace **d'états discrets** dont les transitions entre états sont associées à l'occurrence **d'évènements discrets**.»*

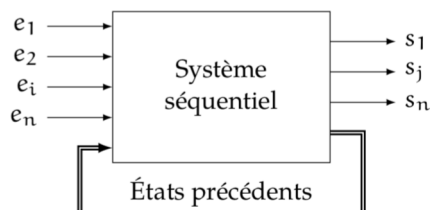
12

## 2.3. SED combinatoires / séquentiels

- **Systèmes combinatoires** : les sorties ne dépendent que des entrées:



- **Systèmes séquentiels** : les sorties dépendent des entrées et des états antérieurs du système.



13

### 2.3. SED combinatoires / séquentiels

Les 2 pionniers en conception de SED séquentiels sont **Mealy** et **Moore** → Machines d'état :

$$X_{t+1} = f(X_t, E_t)$$

$$Y_t = g(X_t, [E_t])$$

- $E_t$ : Vecteur d'entrées
- $X_t$ : Vecteur d'états
- $Y_t$ : Vecteur de sorties
- $f$  et  $g$ : fonctions combinatoires

Machine de Moore :

$$X_{t+1} = f(X_t, E_t)$$

$$Y_t = g(X_t)$$

Machine de Mealy :

$$X_{t+1} = f(X_t, E_t)$$

$$Y_t = g(X_t, E_t)$$

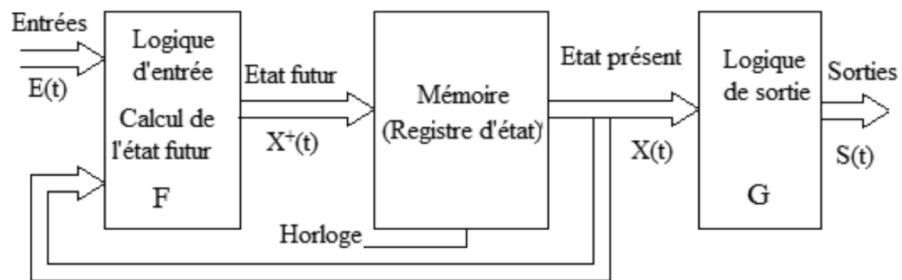
14

$f$  et  $g$  se représentent par des **machines d'état** (F.S.M. Finite State Machine) et des **diagrammes de transition**.

- une **machine d'état** se décompose en 3 blocs :
  - Calcul de l'état futur (fonction  $f$ ),
  - Registre d'état (mémoire de la machine),
  - Calcul des sorties (fonction  $g$ ).
- un **diagramme de transition** (graphe d'état) comprend :
  - des sommets qui représentent les états,
  - des flèches qui représentent les transitions entre états.

15

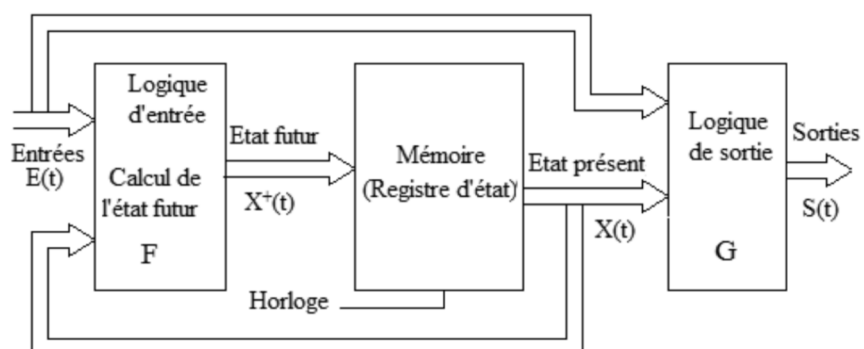
## Machine d'état de Moore :



✓ *Machine de Moore : actions associées aux états*

16

## Machine d'état de Mealy



✓ *Machine de Mealy : actions associées aux transitions.*

17



## Diagramme de transition

Outil de représentation des fonctions séquentielles :

- Chaque valeur du registre d'état (chaque état) est représentée par un sommet
- Les transitions entre état (évolution entre état) sont représentées par des flèches



18

### 2.4. SED asynchrones / synchrones

- **Systèmes asynchrones** : tout changement sur l'environnement est immédiatement signalé au système;
- **Systèmes synchrones** : les informations qui arrivent au système sont planifiées dans le temps.
  - ✓ Une horloge synchronise les instants d'évolution du système.

#### Hypothèses :

- les sorties sont produites dans le même instant que les informations d'entrées qui ont provoqué leur déclenchement;
- l'intervalle de discrétisation du temps est infiniment petit par rapport au temps de changement des informations d'entrées.

19

## 2.5. Fonctionnement cyclique des SED

Un SED est censé fonctionner en permanence.

**Algorithme standard du cycle de traitement :**

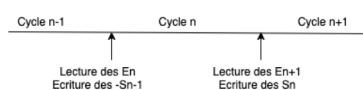
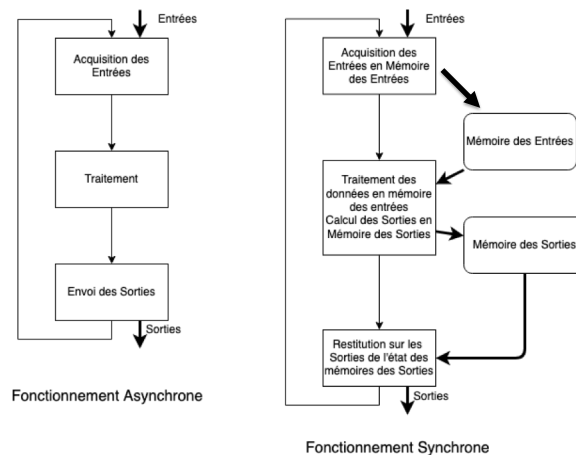
```

Module RTControl
(*Déclaration*)
Begin
(*Initialisation*)
  LOOP
    (*Lecture des Entrées*)
    (*Traitement*)
    (*Envoi des Sorties*)
    (*Test Condition de EXIT*)
  END (*Loop*)
END RTControl
  
```

**Fonctionnement synchrone:**  
*Mémorisation de l'état des entrées et sorties pendant un cycle de traitement*  
 (Mémoires Tampon des E/S)

20

### Fonctionnement Asynchrone/Synchrone



21

## 2.6. Outils de modélisation dynamique :

Domaine d'application : Modélisation du comportement des systèmes à évolution séquentielle

Théorie des automates et des graphes et dérivés :

- **Automates**
- **Graphes**
  - Représentation de systèmes états/transitions
- **Réseaux de Petri**
  - Application de gestion de flux (modèle numérique).
  - Modèle analysable (vérification de propriétés).
- **Grafcet**
  - Conception du contrôle / commande des systèmes (modèle logique).

22

## Partie II. Fondements théoriques des SED : 1. THEORIE DES AUTOMATES A ETATS FINIS

### 1. Automate à Etats Finis (AeF)

- "Machine abstraite" :
  - qui sait reconnaître l'appartenance ou non d'un mot à un langage donné;
  - qui sait décrire les évolutions possibles d'un système.
- Comprend :
  - Ensemble fini d'états (dont un état initial)
  - Relation de transition: décrit les règles de passage d'un état à un autre.

23

## Définition formelle d'un AeF

Un AeF est défini par un quintuplet  $(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$  tel que :

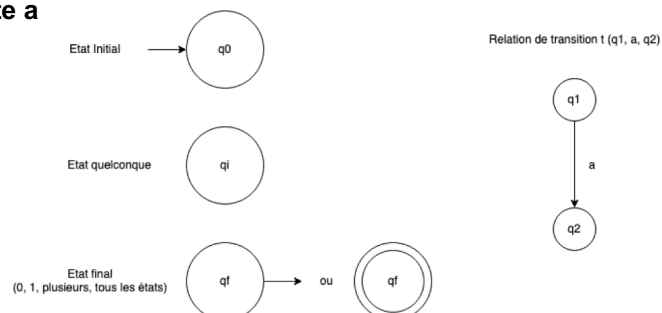
- $\Sigma$  : alphabet (Ensemble d'évènements d'entrées)
- $Q$  : ensemble fini d'états
- $q_0 \in Q$  : l'état initial
- $F \subseteq Q$  : ensemble des états finaux (états de satisfaction ou états marqués)
- $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$  : relation de transition (exprime le passage entre 2 états).

24

## Représentation d'un AeF

On associe à un AeF  $(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$  un graphe orienté et étiqueté  $G$  :

- Les sommets  $S$  sont exactement les états de  $Q$
- On distingue l'état initial et les états finaux
- À chaque triplet  $(q_i, a, q_j)$  de  $\delta$ , on associe un arc  $(q_i, q_j)$  portant l'étiquette  $a$



25

## Table de transition

permet de décrire la relation de transition  $\delta$  d'un AeF

$q \backslash \Sigma$	$a_1$	...	$a_j$	...	$a_n$
$q_1$					
...					
$q_i$			$\delta(q_i, a_j)$		
$q_n$					

26

## AeF Déterministe/ AeF Non Déterministe

Un AeF est déterministe si  $\delta$  est une fonction et non une relation de transition

- AeFND:  $\delta$  est une relation de transition  $\Rightarrow$  à partir d'un état et pour un symbole donné
  - plusieurs états sont atteignables,
  - le choix entre plusieurs chemins possibles est équiprobable.
- AeFD:  $\delta$  est une fonction de transition  $\Rightarrow$  à partir d'un état et pour un symbole donné, il y a 1 unique état atteignable

27

## AeF complet

Un AeF est complet si  $\delta$  est une relation de transition totale et non partielle sur  $Q \times \Sigma$  :

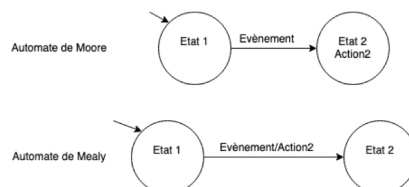
- pour chaque état et pour un symbole donné, il y a au moins un état d'arrivée.

Un AeFD est complet si pour chaque état et pour un symbole donné, il y a exactement un état d'arrivée.

28

## Automates de MOORE et de MEALY

- Distinction des Entrées et des Sorties (1 Alphabet d'Entrées  $\Sigma$  et 1 Alphabet de Sorties  $\Omega$ )
- Ajout d'une fonction de sortie ou d'actions ( $\omega_1$  ou  $\omega_2$ )
  - Moore : sortie associée à un état ( $\omega_1 : Q \rightarrow \Omega$ )
  - Mealy : sortie associée à une transition ( $\omega_2 : Q \times \Sigma \rightarrow \Omega$ )



### Caractéristiques de AeF Moore/Mealy:

- un AeF décrit l'état complet du système (non décomposable)
- un AeF est dans un seul état à la fois (pas de simultanéité de fonctionnement)

29

### Exercices d'entraînement :

- Donner le graphe d'état correspondant à la table de transition suivante (/i représente la sortie)

	0	1
S0	S0/0	S1/0
S1	S0/0	S2/1
S2	S3/0	S4/1
S3	S0/1	S1/1
S4	S3/1	S4/1

- Donner l'Aef permettant de détecter la séquence 10 sur une séquence de bits (0,1).

Donner l'automate de Moore puis de Mealy équivalent (on positionne la sortie S à 1 si la séquence est reconnue)

- Donner l'Aef permettant de reconnaître un nombre pair de 0 et un nombre pair de 1 sur l'alphabet (0,1).

Même question pour un nombre pair de 0 et un nombre impair de 1.

- Donner un Aef dont l'alphabet est (a,l,g,u,e) qui permet de reconnaître le mot gel.

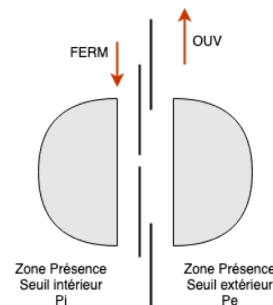
30

## Automates de MOORE et de MEALY

### Exercice - Commande d'une porte coulissante

Commande d'ouverture OUV / fermeture FERM d'une porte coulissante (type grands magasins) en fonction de 2 informations pi et pe détectant la présence de personnes aux seuils intérieur et extérieur de la porte.

- Recenser les entrées/sorties/états
- Déterminer les séquences des événements possible et les actions associées (une personne entre ou sort, la fermeture de la porte ne doit pas se faire si une personne est présente sur un seuil)

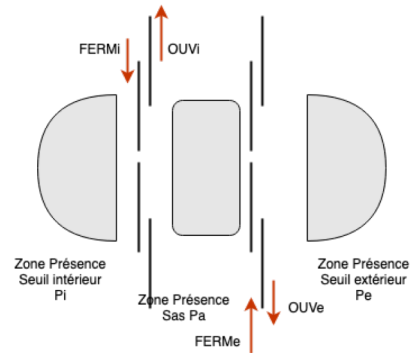


31

### Exercice - Commande d'une porte coulissante - Suite

- Modifier l'Aef pour pouvoir commander de la même manière 2 portes séparées par un sas (Pa)

- Conclusion



32

33