VARIABLES N, V, S, I

$$pre(n_0, v_0, s_0, i_0) \stackrel{def}{=} \left\{ \begin{array}{l} n_0 \in \mathbb{N} \wedge n_0 \neq 0 \\ v_0 \in 0..n_0 - 1 \rightarrow \mathbb{Z} \\ s_0 \in \mathbb{Z} \wedge i_0 \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

REQUIRES $\left(\begin{array}{l} n_0 \in \mathbb{N} \wedge n_0 \neq 0 \\ v_0 \in 0..n_0 - 1 \rightarrow \mathbb{Z} \end{array} \right)$

ENSURES $\left(\begin{array}{l} s_f = \bigcup_{k=0}^{n_0-1} v_0(k) \\ n_f = n_0 \\ v_f = v_0 \end{array} \right)$

$\ell_0 : \left(\begin{array}{l} pre(n_0, v_0, s_0, i_0) \\ (n, v, s, i) = (n_0, v_0, s_0, i_0) \end{array} \right)$

$S := V(0)$

$\ell_1 : \left(\begin{array}{l} pre(n_0, v_0, s_0, i_0) \\ \textbf{\ldots texte à compléter \ldots} \\ (n, v, i) = (n_0, v_0, i_0) \end{array} \right)$

$I := 1$

$\ell_2 : \left(\begin{array}{l} pre(n_0, v_0, s_0, i_0) \\ s = \bigcup_{k=0}^{i-1} v(k) \wedge i = 1 \\ (n, v) = (n_0, v_0) \end{array} \right)$

WHILE $I < N$ DO

$\ell_3 : \left(\begin{array}{l} pre(n_0, v_0, s_0, i_0) \\ s = \bigcup_{k=0}^{i-1} v(k) \wedge i \in 1..n - 1 \\ (n, v) = (n_0, v_0) \end{array} \right)$

$S := S \oplus V(I)$

$\ell_4 : \left(\begin{array}{l} pre(n_0, v_0, s_0, i_0) \\ \textbf{\ldots texte à compléter \ldots} \\ (n, v) = (n_0, v_0) \end{array} \right)$

$I := I + 1$

$\ell_5 : \left(\begin{array}{l} pre(n_0, v_0, s_0, i_0) \\ \textbf{\ldots texte à compléter \ldots} \\ (n, v) = (n_0, v_0) \end{array} \right)$

OD;

$\ell_6 : \left(\begin{array}{l} pre(n_0, v_0, s_0, i_0) \\ s = \bigcup_{k=0}^{n-1} v(k) \wedge i = n \\ (n, v) = (n_0, v_0) \end{array} \right)$

La notation $\bigcup_{k=0}^{n} v(k)$ désigne la valeur maximale de la suite $v(0) \ldots v(n)$. On suppose que l'opérateur $\oplus$ est défini comme suit $a \oplus b = max(a, b)$.

Question 3.1 Compléter les annotations incomplètes ℓ_1, ℓ_4 et ℓ_5.

Question 3.2 Vérifier les conditions de vérification associées aux transitions suivantes:

1. ℓ_0, ℓ_1
2. ℓ_2, ℓ_3
3. ℓ_3, ℓ_4
4. ℓ_5, ℓ_6

Question 3.3 Donner et vérifier les points pour assurer la correction partielle de cet algorithme.

Question 3.4 Que faut-il faire pour vérifier que cet algorithme est bien annoté et qu'il est partiellement correct en utilisant TLA$^+$? Expliquer simplement les éléments à mettre en œuvre et les propriétés de sûreté à vérifier.

Question 3.5 Ecrire un module TLA$^+$ permettant de vérifier l'algorithme annoté à la fois pour la correction partielle et l'absence d'erreurs à l'exécution.

Exercice 4 (5 points)