TD3 :

① 1). x_1, x_2, x_3, x_4 les qtés de P1, P2, P3, P4 fabriqués.

$$\max_{(x_1,x_2,x_3,x_4)} \left[F(x_1,x_2,x_3,x_4) = 50x_1 + 40x_2 + 70x_3 + 80x_4 \right.$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 6x_4 + e_1 = 100 \\ 10x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 10x_4 + e_2 = 160 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + e_3 = 20 \\ x_i \geq 0 \quad \forall i \in [1;4] \\ \text{et } e_i \geq 0 \quad \forall i \in [1;3] \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccc|ccc} 2 & 4 & 8 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 8 & 6 & 10 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ & A^H & & & & A^B & \end{array}$$

2) la solution initiale $= \begin{array}{ccccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & e_1 & e_2 & e_3 \\ (0, & 0, & 0, & 0, & 100, & 160, & 20) \end{array}$

$$\boxed{\begin{aligned} e_1 &= 100 - 2x_1 - 4x_2 - 8x_3 - 6x_4 \\ e_2 &= 160 - 10x_1 - 8x_2 - 6x_3 - 10x_4 \\ e_3 &= 20 - x_1 - x_2 - 2x_3 - 2x_4 \\ \hline F(x) &= 50x_1 + 40x_2 + 70x_3 + \underline{80x_4} \end{aligned}}$$

x_4 :

$\underset{>0}{\text{Argmin}} \left(\frac{100}{6}, \frac{160}{10}, \frac{20}{2} \right)$

c'est le plus petit > 0 donc on fait entrer e3.

$$x_4 = 10 - \tfrac{1}{2}x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 - x_3 - \tfrac{1}{2}e_3$$

$$\begin{aligned} e_1 &= 100 - 2x_1 - 4x_2 - 8x_3 - 60 + 3x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 3e_3 \\ &= 40 + x_1 - x_2 - 2x_3 + 3e_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_2 &= 160 - 10x_1 - 8x_2 - 6x_3 - 100 + 5x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 5e_3 \\ &= 60 - 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5e_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(x) &= 50x_1 + 40x_2 + 70x_3 + 800 - 40x_1 - 40x_2 - 80x_3 - 40e_3 \\ &= 800 + 10x_1 - 10x_3 - 40e_3 \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_4 &= 10 - \tfrac{1}{2}x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 - x_3 - \tfrac{1}{2}e_3 \\ e_1 &= 40 + x_1 - x_2 - 2x_3 + 3e_3 \\ e_2 &= 60 - 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5e_3 \\ \hline F(x) &= 800 + 10x_1 - 10x_3 - 40e_3 \end{aligned}}$$

x_1 :

$\underset{>0}{\text{Argmin}} \left(\underset{=20}{\frac{10}{1/2}}, \frac{40}{-1}, \underset{=12}{\frac{60}{5}} \right)$

- $e_2 = 60 - 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5e_3$

$\Leftrightarrow x_1 = 12 - \frac{3}{5}x_2 + \frac{4}{5}x_3 + e_3 - \frac{1}{5}e_2$

- $x_4 = 10 - 6 + \frac{6}{5}x_2 - \frac{8}{5}x_3 - \frac{1}{2}e_3 + \frac{2}{5}e_2 - \frac{1}{2}x_2 - x_3 - \frac{1}{2}e_3$

$\quad = 4 + \frac{7}{10}x_2 - \frac{13}{5}x_3 - e_3 + \frac{2}{5}e_2$

- $e_1 = 40 + 12 - \frac{3}{5}x_2 + \frac{4}{5}x_3 + e_3 - \frac{1}{5}e_2 - x_2 - 2x_3 + 3e_3$

$\quad = 52 - \frac{8}{5}x_2 - \frac{6}{5}x_3 + 4e_3 - \frac{1}{5}e_2$

③ 28/09/2021

GRO :

TD3 :

1)

- $F(x) = 800 + 120 - 6x_2 + 8x_3 + 10e_3 - 2e_2 - 10x_3 - 40e_3$
$= 920 - 6x_2 - 2x_3 - 2e_2 - 30e_3$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 12 - \frac{3}{5}x_2 + \frac{4}{5}x_3 + \frac{1}{5}e_2 + e_3 \\ x_4 = 4 + \frac{7}{10}x_2 - \frac{13}{5}x_3 + \frac{2}{5}e_2 - e_3 \\ e_1 = 52 - \frac{8}{5}x_2 - \frac{6}{5}x_3 - \frac{1}{5}e_2 + 4e_3 \\ \hline F(x) = 920 - 6x_2 - 2x_3 - 2e_2 - 30e_3 \end{array}}$$

les coûts réduits sont tous négatifs donc l'algo. s'arrête.
la solution optimale est $x^* = (12, 0, 0, 4, 52, 0, 0)$
avec $\max[F(x)] = 920 = F(x^*)$