

* Si dans le sujet, des éléments vous semblent incomplets ou ambigus, donner vos hypothèses et vos choix en les justifiant

Sans considérer dans un 1^{er} temps le poids des arêtes, répondre aux questions suivantes :

- I.2.1) Le graphe G2 est-il complet ? Justifier.
- I.2.2) Le graphe G2 est-il connexe? Justifier.
- I.2.3) Le graphe G2 admet-il un cycle Eulérien ? Une chaîne Eulérienne ? Justifier.
- I.2.4) Donner la matrice M associée au graphe G2 (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique).

On donne la matrice M^2 ci-dessous :

$$M^2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E & F & G & H & I \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \end{matrix} & \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- I.2.5) Déterminer le nombre total de chemins en deux étapes qui relient le sommet A à chacun des 8 autres sommets du graphe. Justifier.
- I.2.6) Déterminer le nombre total de chemins en trois étapes qui relient le sommet G au sommet D. Justifier. Indiquer quels sont ces chemins.
- I.2.7) Est-il possible de visiter ce site en empruntant une et une seule fois chaque liaison entre les différents lieux ? Justifier.

En considérant les temps de parcours entre 2 sites indiqués sur les arêtes du graphe G2:

- I.2.8) Déterminer à l'aide de l'algorithme de Dijkstra le chemin permettant de relier le sommet G au sommet D en un temps minimal. Expliciter la méthode. Donner ce temps minimal et la composition du chemin.