

Calcul de primitives

Linéarisation

Exercice 1. Calculer les primitives suivantes :

1. $\int \cos x \sin 2x \, dx$
2. $\int \operatorname{ch} x \operatorname{sh} x \, dx$
3. $\int \cos^3 x \, dx$
4. $\int \operatorname{ch}^3 x \, dx$

Intégration par parties

Exercice 2. Calculer les primitives suivantes en utilisant éventuellement une (ou plusieurs) intégration(s) par parties :

1. $\int x^3 e^{2x} \, dx$
2. $\int e^{3x} \cos 2x \, dx$
3. $\int \sin x \ln(\cos x) \, dx$
4. $\int \sin x \operatorname{ch} x \, dx$
5. $\int x^3 \operatorname{sh} x \, dx$
6. $\int \frac{x}{\cos^2 x} \, dx$
7. $\int x \tan^2 x \, dx$
8. $\int x^n \ln x \, dx$
9. $\int \arctan x \, dx$
10. $\int x^3 \cos x^2 \, dx$

Changement de variable

Exercice 3. Calculer les primitives suivantes en effectuant éventuellement un changement de variable :

1. $\int \frac{dx}{x^2+4}$
2. $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} \, dx$
3. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

4. $\int \frac{dx}{\cos x}$
5. $\int \frac{dx}{\sin x}$
6. $\int \frac{dx}{\cos x \sin x}$
7. $\int \frac{dx}{1+\cosh x}$
8. $\int \frac{(\ln x)^n}{x} \, dx$
9. $\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} \, dx$

Fractions rationnelles

Exercice 4. Calculer les primitives suivantes :

1. $\int \frac{x^2-1}{x(x^2+1)} \, dx$
2. $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)^6}$
3. $\int \frac{x^4+1}{(x^2-1)^3} \, dx$
4. $\int \frac{2x^2-15x+33}{(x+1)(x-5)} \, dx$
5. $\int \frac{3x^5-4x^4+4x^3-10x^2-8}{(x^2-2x+1)(x^2+x+1)} \, dx$
6. $\int \frac{dx}{(x^2+x+1)^2} \, dx$
7. $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$

Divers

Exercice 5. Calculer les primitives suivantes :

1. $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$
2. $\int \sqrt{x^2+2x+3} \, dx$
3. $\int \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+2x}} \, dx$
4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$
5. $\int \frac{dx}{1+\cos^2 x}$
6. $\int \frac{\sin x}{1+\sin 2x} \, dx$
7. $\int \frac{dx}{5\operatorname{ch} x+3\operatorname{sh} x+4}$

Exercice 6. Calculer les intégrales

1. $\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+x+1} \, dx$
2. $\int_0^1 \frac{x^2}{x^2+3} \, dx$

$$3. \int_0^1 \frac{9dx}{(x^3+1)^2}$$

$$4. \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$5. \int_0^1 \frac{dx}{\operatorname{ch} x}$$

$$6. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x(1+\cos^2 x)}$$

$$7. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+2\cos^2 x}$$

$$8. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\sin x}$$

$$9. \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{\operatorname{ch} x(\operatorname{sh} x - 1)}$$

$$10. \int_1^2 \frac{dx}{x + \sqrt{x-1}}$$

$$11. \int_1^2 \frac{dx}{2 + \sqrt{x(4-x)}}$$

$$12. \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \frac{dx}{\sqrt{3-4x^2}}$$

Exercice 7. Calculer, pour $x \in [0, \frac{\pi}{2}[$:

$$I(x) = \int_0^x \frac{\cos t}{\cos t + \sin t} dt \quad \text{et} \quad J(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{\cos t + \sin t} dt$$