

** Si dans le sujet, des éléments vous semblent incomplets ou ambigus, donner vos hypothèses et vos choix en les justifiant. Toute réponse non justifiée est considérée comme fausse.*

PARTIE I : durée conseillée 1heure (Note P12 : /20)

Exercice 1

On considère l'ensemble de symboles Σ composé des 10 chiffres de 0 à 9.

I.1.1) Construire un automate à états finis déterministe qui permet de reconnaître tous les entiers positifs strictement supérieurs à 320.

Exercice 2

Le tableau ci-dessous contient les choix de 10 élèves parmi 8 cours possibles. Ces cours se donnent à raison d'une heure par semaine et sont dispensés par 8 professeurs différents. On désire connaître le nombre minimum d'heures nécessaires pour que chaque élève reçoive son programme complet.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C ₁	x		x				x			x
C ₂	x	x	x					x		
C ₃				x	x	x			x	
C ₄	x	x		x	x		x	x		x
C ₅				x	x	x			x	
C ₆		x	x							x
C ₇						x			x	
C ₈							x	x		

I.2.1) Représenter ce problème à l'aide d'un graphe.

I.2.2) Donner la plus grande clique et le plus grand sous-ensemble stable.

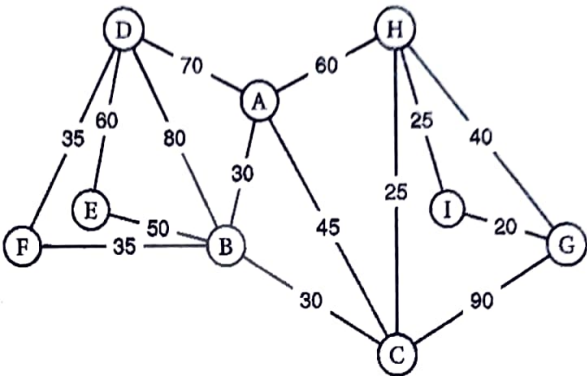
I.2.3) Donner les bornes minimale et maximale du nombre chromatique de ce graphe, en justifiant vos réponses.

I.2.4) Proposer une organisation possible des cours, en explicitant la méthode suivie.

Exercice 3

Le graphe ci-dessous représente les communications entre 9 salles d'une école.

Sur le graphe, les sommets représentent les salles, et les arêtes l'existence de passages entre les salles (existence de portes de communication). Les étiquettes sur les arêtes indiquent les temps de parcours (en secondes) entre 2 lieux de l'école.



- I.3.1) Le graphe est-il complet ? Justifier
- I.3.2) Le graphe est-il connexe? Justifier
- I.3.3) Est-il possible de visiter l'école en empruntant une et une seule fois chaque passage entre les différents lieux ? Justifier.
- I.3.4) Donner la matrice M associée au graphe (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique)

On donne la matrice M^2 ci-dessous :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- I.3.5) Déterminer le nombre de chemins allant de la salle G à la salle D, passant au total par 4 lieux. Justifier votre réponse. Indiquer quels sont ces chemins.
- I.3.6) Déterminer à l'aide de l'algorithme de Dijkstra le chemin permettant de relier le sommet G au sommet D en un temps minimal. Expliciter la méthode. Donner ce temps minimal et la composition du chemin.