

** Si dans le sujet, des éléments vous semblent incomplets ou ambigus, donner vos hypothèses et vos choix en les justifiant. Toute réponse non justifiée est considérée comme fausse.*

Exercice 1

On souhaite réaliser un système séquentiel qui affiche en sortie la somme binaire (sur 2 bits) du bit présent en entrée et du bit précédent. Pour le 1^{er} bit, le bit précédent est pris comme 0.

Exemples : si l'entrée 0 est suivie de l'entrée 1, le système affiche en sortie 01 ; si l'entrée 1 est suivie de l'entrée 1, le système affiche en sortie 10...

1.1) Donner un automate déterministe de Mealy qui permet la conception d'un tel système séquentiel.

Exercice 2

On considère l'ensemble de symboles Σ composé des 10 chiffres de 0 à 9.

On considère l'écriture normalisée :

- pour les nombres de 0 à 9 : 1 chiffre
- pour les nombres de 10 à 99 : 2 chiffres
- pour les nombres de 100 à 999 : 3 chiffres
- ...

2.1) Construire un automate à états finis déterministe qui permet de reconnaître tous les entiers positifs inférieurs ou égaux à 320.

Exercice 3

Soit $T=\{t1,t2,t3,t4,t5\}$ un ensemble de cinq tâches et $M=\{m1,m2,m3,m4,m5\}$ un ensemble de cinq machines.

- L'exécution de t1 nécessite l'utilisation des machines m2, m3, m5;
- L'exécution de t2 nécessite l'utilisation de m1 et m2;
- L'exécution de t3 nécessite m2, m3, m5;
- L'exécution de t4 nécessite m2 et m4 ;
- L'exécution de t5 ne nécessite que la machine m5.

Chaque tâche requiert le même temps d'exécution.

Une même machine ne peut être utilisée que pour une seule tâche à la fois.

On souhaite obtenir une planification des tâches permettant de minimiser le temps total d'exécution.

3.1) Représenter ces contraintes à l'aide d'un graphe, en donner une représentation planaire

3.2) Donner la plus grande clique et le plus grand sous-ensemble stable.

3.3) Donner les bornes minimale et maximale du nombre de séquences nécessaires, en justifiant vos réponses.

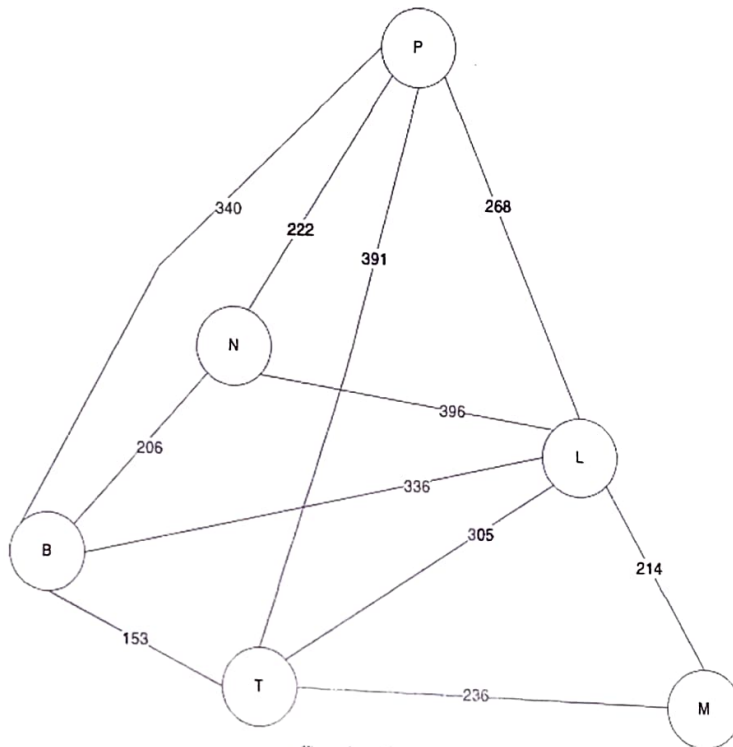
3.4) Proposer une organisation possible de tâches, en explicitant la méthode suivie.

Exercice 4

Le graphe G1 ci-dessous représente les principales liaisons autoroutières entre six grandes villes Françaises :

- Bordeaux (B)
- Lyon (L)
- Marseille (M)
- Nantes (N)
- Paris (P)
- Toulouse (T)

Sur le graphe, les sommets représentent les villes, les arêtes les liaisons autoroutières entre ces villes et les étiquettes sur les arêtes les temps nécessaire en minutes pour parcourir chaque liaison autoroutière.



Graphe G1

4.1) Peut-on visiter chacune des six villes en passant une et une seule fois par chaque liaison autoroutière ? Justifier

4.2) Peut-on en partant de Paris, parcourir chacune des liaisons autoroutières une et une seule fois et revenir à Paris ? Justifier

4.3) Donner la matrice d'adjacence M associée au graphe G1 (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique)

On donne la matrice M^3 ci-dessous :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 10 & 13 & 5 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 12 & 8 & 11 & 13 & 12 \\ 5 & 8 & 2 & 5 & 5 & 7 \\ 10 & 11 & 5 & 6 & 10 & 7 \\ 11 & 13 & 5 & 10 & 10 & 12 \\ 12 & 12 & 7 & 7 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

Depuis Paris, on souhaite se rendre à Marseille en 3 jours exactement en s'arrêtant après chaque journée dans une ville différente.

4.4) Donner le nombre de trajets, en justifiant votre réponse. Indiquer quels sont ces trajets.

On souhaite se rendre le plus rapidement possible de Nantes à Marseille

4.5) Déterminer à l'aide de l'algorithme de Dijkstra le trajet qui minimise le temps de parcours. Expliciter la méthode. Donner ce temps minimal et la composition du trajet.

Exercice 5

Soit la matrice M ci-dessous associée à un graphe G de 8 sommets:

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E & F & G & H \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

5.1) Donner le graphe G associé à la matrice M.

5.2) Indiquer en justifiant vos réponses par un exemple ou contre-exemple, si le graphe G obtenu est :

- Connexe ?
- Complet ?
- Réflexif ?
- Symétrique ?
- Anti-symétrique ?
- Transitif ?

5.3) Redessiner le graphe G initialement obtenu en ajoutant, si nécessaire, les arcs pour qu'il soit transitif.