TELECOM Nancy (1A) — Mathématiques pour l'Informatique

Logique des propositions : résolution de problème

Exercice 1

(Partiel 2011-2012). Soient les affirmations h_1 , h_2 , h_3 et h_4 et la conclusion c suivantes :

- $-h_1$: J'aime la ratatouille niçoise, ou je suis né un 29 février, ou je sais jouer du trombone à coulisse.
- $-h_2$: Si je sais jouer du trombonne à coulisse, alors j'aime la ratatouille niçoise ou je ne suis pas né un 29 février.
- h_3 : si je ne suis pas né un 29 février et si je n'aime pas la ratatouille niçoise, alors je ne sais pas jouer du trombonne à coulisse.
- $-h_4$: Je n'aime pas la ratatouille niçoise ou je ne sais pas jouer du trombone à coulisse.
- -c: J'aime la ratatouille niçoise ou je suis né un 29 février, et je ne sais pas jouer du trombone à coulisse.

On introduit les trois variables propositionnelles r, f et t suivantes :

- r: "J'aime la ratatouille niçoise"
- f: "Je suis né un 29 février"
- t: "Je sais jouer du trombone à coulisse"
- 1. Ecrire les affirmations h_1 , h_2 , h_3 , h_4 et c sous forme de formules de la logique des propositions en utilisant les variables propositionnelles r, f et t.
- 2. Mettre sous forme de clauses les formules h_1 , h_2 , h_3 , h_4 et $\neg \mathbf{c}$. Montrer que l'ensemble des clauses obtenues à partir des formules h_1 , h_2 , h_3 et h_4 est non contradictoire en donnant un modèle de cet ensemble.
- 3. En utilisant le principe de résolution de Robinson, déduire de la question précédente que \mathbf{c} est une conséquence logique des hypothèses h_1 , h_2 , h_3 et h_4 .

Exercice 2

Résoudre le problème logique suivant. Un homme déclare :

- Le jour où je ne bois pas et où je dors, je ne suis pas content,
- Le jour où je bois, je ne suis pas content et je dors,
- Le jour où je ne mange pas, je ne suis pas content ou je dors,
- Le jour où je mange, je suis content ou je bois,
- Le jour où il ne pleut pas et où je suis content, je ne mange pas,
- Mais aujourd'hui je suis content.

Question: quel temps fait-il aujourd'hui?

Indications : essayer de déduire qu''il pleut" ou qu''il ne pleut pas" à partir de ces affirmations, après avoir montré que l'ensemble des affirmations n'est pas contradictoire.

Exercice 3

Lors des réunions on sait que :

- Quand Marie est là, c'est qu'elle accompagne Paul ou Jean.
- Paul ne vient jamais en même temps que son cousin Serge.
- Si Jean et Serge viennent tous les deux, leur sœur Louise les accompagne.
- Si Louise vient alors Raoul ne reste pas.
- Hier Raoul et Serge étaient présents jusqu'au bout.
- 1. Montrer que l'ensemble des affirmations précédentes n'est pas contradictoire.
- 2. Que pouvez-vous déduire sur la présence de Marie, Paul, Jean et Louise?

Exercice 4

On considère le règlement suivant concernant un club écossais.

- Article 1 : un membre non écossais porte des chaussettes rouges.
- Article 2: un membre porte un kilt ou ne porte pas de chaussettes rouges.
- Article 3 : les membres mariés ne sortent pas le dimanche.
- Article 4 : un membre sort le dimanche si et seulement si il est écossais.
- Article 5 : un membre qui porte un kilt est écossais et marié.
- Article 6 : un membre écossais porte un kilt.

Ecrire une formalisation des articles précédents. Y-a-t-il des membres dans ce club?