TELECOM NANCY 1A APPRENTIS - MODULE MAP

EPREUVE 2 - 30/05/23
DURÉE DE L'ÉPREUVE: 1H30

Calculatrices autorisées.
Une grande part de la notation sera consacrée aux justifications.

Exercice 1. On considère une v.a.r. X de loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2$.

1.1. Rappeler la fonction de densité de cette loi. Montrer que c'est bien une densité de probabilité.

1.2. Calculer l'espérance de la v.a.r. X.

1.3. Calculer $E(e^X)$.

Les questions 2 et 3 sont indépendantes.

Exercice 2. Des machines fabriquent des plaques de tôle destinées à être empilées. Soit X la variable aléatoire "épaisseur de la plaque en mm." ; on suppose que X suit une loi normale de paramètres $m = 0.3$ et $\sigma = 0.1$.

2.1. Calculer la probabilité pour que l'épaisseur d'une plaque prélevée dans la production soit inférieure à 0.36 mm, et la probabilité que celle-ci soit comprise entre 0.25 et 0.35 mm.

2.2. Quelle est l'épaisseur maximale constatée de 95 % des plaques ?

2.3. L'utilisation des ces plaques consiste à en empiler n, numérotées de 1 à n, en les prenant au hasard dans la production. Définir une variable aléatoire Z de l'épaisseur des n plaques (en mm) en expliquant votre modélisation. Pour $n = 20$, quelle est la loi de Z, son espérance et sa variance ?

Exercice 3. On considère le nombre de garçons parmi n naissances choisies au hasard. On suppose que, pour chaque naissance, la probabilité que ce soit un garçon est $p = 0.514$, et que les naissances sont indépendantes entre elles. A partir de quelle valeur de n y a-t-il une probabilité inférieure à 1 % pour que le nombre de filles soit supérieur ou égal au nombre de garçons ?
Vous commencerez par définir la variable aléatoire du nombre de garçons, puis déterminer sa loi. Vous utiliserez ensuite le TCL pour obtenir une estimation de cette loi sous l'hypothèse d'un nombre de naissances n suffisament grand.

Exercice 4. Votre programme télé est-il souvent interrompu par la publicité ? CNBC a présenté des statistiques sur le nombre moyen de minutes de prgramme dans une série de 30 minutes. Sur un échantillon de 20 séries de 30 minutes, on a obtenu les données suivantes (en mn) :

21,06 ; 21,66 ; 23,82 ; 21,52 ; 20,02 ; 22,37 ; 23,36 ; 22,24 ; 21,23 ; 20,30 ; 21,91 ; 22,20 ; 22,19 ; 23,44 ; 20,62 ; 23,86 ; 21,52 ; 23,14 ; 21,20 ; 22,34.

On supposera que le nombre de minutes de programme dans une série télé de 30 minutes choisie au hasard est une variable aléatoire X de loi normale.

4.1. Donner une estimation sans biais de l'espérance et de la variance de la variable X.

4.2. Déterminer un intervalle de confiance au risque 5 % de la durée moyenne de programme dans ce type de série.