

La notation tiendra compte de la **RIGUEUR**, de la **présentation** et de la **clarté** de la rédaction.

Les fonctions

★ Exercice 1: Calculer deux limites parmi les limites suivantes

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin(x)}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow e} \frac{x^e - e^x}{(x-e)^2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x + 3}{x^3 + x + 1} \right)^{x^2}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \sin(x^2)}{x-1}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \arcsin x}{\sin^3 x}$$

★ Exercice 2: Débutant

Soient f et g des applications de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 définies par :

$$f(x, y) = (2x - 4y, x - 2y) \quad g(x, y) = (3x - 4y, x - y)$$

▷ Question 1: Les applications f et g sont-elles injectives, surjectives, bijectives ?

★ Exercice 3: C'est tout le contraire..

Nier les propositions suivantes

▷ Question 1: Tous les habitants de la rue du Havre qui ont les yeux bleus gagneront au loto et prendront leur retraite avant 50 ans.

▷ Question 2: Pour tout entier x , il existe un entier y tel que, pour tout entier z , la relation $z \mid x$ implique le relation $z \mid x+1$

▷ Question 3: Tous les étudiants obtiennent la note maximale pour ce partiel

★ Exercice 4: Déjà vu

Soit X un ensemble. Pour $f \in F(X, X)$, on définit $f^0 = Id$ et par récurrence $\forall n \in \mathbb{N}$, $f^{n+1} = f^n \circ f$

▷ Question 1: Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $f^{n+1} = f \circ f^n$

▷ Question 2: Montrer que si f est bijective alors $\forall n \in \mathbb{N}$, $(f^{-1})^n = (f^n)^{-1}$

★ Exercice 5: (DÉMO) Cela dérive 2 fois plus vite...

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ deux fois dérivable.

Chercher

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2}$$

★ Exercice 6: That's all folks

Étudier la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{\ln(x^2) + 1}{2x}$$