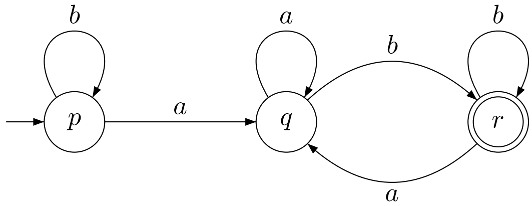
UNIVERSITÉ de LORRAINE
TELECOM Nancy

TELECOM Nancy	Durée du sujet : 2h
Mathématiques Appliquées pour l'Informatique	$1^{ère}$ année formation par apprentissage
Date : 19 décembre 2018	**Une double feuille A4 (à votre nom) autorisée**
Horaire : 14h à 16h	**Calculatrices et téléphones non autorisées**

Avertissement : les exercices sont indépendants. Les réponses aux questions posées doivent être justifiées. La clarté et le soin de la rédaction sont des éléments de l'appréciation.

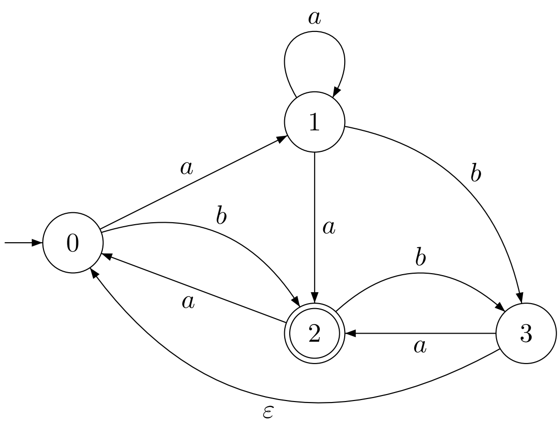
Exercice 1 (Théorie des langages : automates et langages réguliers)

1. Soit l'automate $\mathcal{A}_1$ défini par le diagramme suivant :



Calculer une expression rationnelle dénotant le langage reconnu par $\mathcal{A}_1$. On demande d'établir le système d'équations vérifiées par les langages associés aux états de l'automate et de résoudre ce système.

2. Soit l'automate fini $\mathcal{A}_2$ dont le diagramme est ci-dessous :



Mettre en évidence **tous les éléments** permettant d'affirmer que $\mathcal{A}_2$ n'est pas déterministe. Déterminiser $\mathcal{A}_2$ en appliquant l'algorithme vu en TD, et donner tous les éléments de l'automate déterminisé et sa fonction de transition sous forme d'une table.

3. Soit l'automate déterministe $\mathcal{A}_3 = (\{a,\ b\},\ \{i,\ i \in \mathbb{N}\ et\ 0 \leq i \leq 6\},\ 0,\ \delta,\ \{1,\ 3,\ 5\})$ où δ est la table des transitions définie par le tableau suivant :

δ	0	1	2	3	4	5	6
a	4	5	4	4	5	4	1
b	2	3	3	2	2	2	6

Après avoir supprimé les états inaccessibles de $\mathcal{A}_3$, minimaliser $\mathcal{A}_3$, donner tous les éléments de l'automate obtenu, et sa fonction de transition sous forme d'une table.

Exercice 2 (Analyse syntaxique descendante)

1. Soit la grammaire $G_1 = (\{A, B, C, D, E, F\}, \{a,\ b,\ c\}, \to,\ A)$ dont les règles sont :

$$\left\{\begin{array}{l} A \to\ BC \\ B \to\ aBcD \mid b \\ C \to\ bC \mid \varepsilon \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} D \to\ aE \mid F \\ E \to\ aE \mid \varepsilon \\ F \to\ cFb \mid \varepsilon \end{array}\right.$$

   Calculer l'ensemble P_ε (l'ensemble des non terminaux produisant le mot vide ε), les ensembles *Premier*, *Suivant* et les symboles directeurs des règles de G_1 et en déduire si oui ou non la grammaire G_1 est LL(1).

2. Soit la grammaire $G_2 = (\{F, Q, C, D, L, V\}, \{\vee,\ \wedge,\ \neg,\ p,\ q,\ r\}, \to,\ F)$ dont les règles sont :

$$\left\{\begin{array}{l} F \to\ CQ \\ Q \to\ \varepsilon \mid\ \vee CQ \\ C \to\ LD \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} D \to\ \varepsilon \mid\ \wedge LD \\ L \to\ V \mid \neg V \\ V \to\ p \mid q \mid r \end{array}\right.$$

   On donne $P_\varepsilon = \{Q,\ D\}$ et le tableau suivant :

	F	Q	C	D	L	V
Premier	$\{p,\ q,\ r,\ \neg\}$	$\{\vee\}$	$\{p,\ q,\ r,\ \neg\}$	$\{\wedge\}$	$\{p,\ q,\ r,\ \neg\}$	$\{p,\ q,\ r\}$
Suivant	$\{\$\}$	$\{\$\}$	$\{\$,\ \vee\}$	$\{\$,\ \vee\}$	$\{\$,\ \vee,\ \wedge\}$	$\{\$,\ \vee,\ \wedge\}$

   (a) Déterminer les symboles directeurs des règles de G_2. G_2 est-elle LL(1) ?

   (b) Construire la table d'analyse de la grammaire G_2.

   (c) Déterminer si les mots $m_1 = \neg p \wedge q$ et $m_2 = p \vee \wedge r$ appartiennent ou non à $L(G_2)$ en utilisant l'analyseur prédictif et la table précédemment construite. On simulera la construction de l'arbre syntaxique et l'on donnera en parallèle la dérivation à gauche du mot donné lors de l'exécution de l'algorithme, que le mot appartienne ou non à $L(G_2)$.

Exercice 3 (Logique des propositions, résolution)

On connaît les faits f_1, f_2, f_3, f_4, et f_5 suivants sur Superman :

— f_1 : Si Superman était capable et voulait éradiquer le mal, il le ferait.
— f_2 : Si Superman n'était pas capable d'éradiquer le mal, il serait faible.
— f_3 : Si Superman ne voulait pas éradiquer le mal, il serait malveillant.
— f_4 : Superman n'éradique pas le mal.
— f_5 : Si Superman existe, il n'est ni faible ni malveillant.

Peut-on conclure que Superman n'existe pas ? Pour répondre à la question, on introduit les six variables propositionnelles c, e, f, m, s et v suivantes :

c : "Superman est capable d'éradiquer le mal"
e : "Superman éradique le mal"
f : "Superman est faible"
m : "Superman est malveillant"
s : "Superman existe"
v : "Superman veut éradiquer le mal"

1. Ecrire les affirmations f_1, f_2, f_3, f_4 et f_5, ainsi que la conclusion γ ("Superman n'existe pas") sous forme de formules de la logique des propositions en utilisant les variables propositionnelles introduites.
2. Mettre sous forme de clauses les formules $f_1, \ldots, f_5$ et montrer que l'ensemble des clauses obtenues est non contradictoire en donnant un modèle de cet ensemble.
3. Mettre sous forme clausale $\neg\gamma$. En utilisant le principe de résolution de Robinson, déduire de l'ensemble de toutes les clauses (les clauses pour $f_1, \ldots, f_5$ et pour γ) que γ est une conséquence logique des hypothèses $f_1, \ldots, f_5$.

Barème donné à titre indicatif :
Exercice 1 : 7 pts
Exercice 2 : 9 pts
Exercice 3 : 4 pts