

La notation tiendra compte de la **RIGUEUR**, de la présentation et de la **clarté** de la rédaction.

★ **Exercice 1: D'un z et d'un z' qui veut dire zéro...**

Soient z et z' des complexes,

8 **Question 1:** Prouvez que : $|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2(|z|^2 + |z'|^2)$

▷ **Question 2:** Donner une interprétation géométrique. Vous pouvez faire un dessin pour illustrer votre explication

▷ **Question 3:** Soit $u \in \mathbb{C}$, tel que de $u^2 = zz'$, prouvez que $|z| + |z'| = \left| \frac{z+z'}{2} + u \right| + \left| \frac{z+z'}{2} - u \right|$

★ **Exercice 2: Très en forme Alg & Brick**

Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$z_{Alg} = (1 + i)^{21} ; \quad z_{Brick} = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20}$$

★ **Exercice 3: Imaginaire ou non**

Pour tout complexe $z \neq 1$, on pose $Z = \frac{z+2}{z-1}$. Déterminer l'ensemble des éléments z de \mathbb{C} tel que :

a) $Z \in \mathbb{R}$ b) $Z \in i\mathbb{R}$ c) $|Z| = 1$

★ **Exercice 4: Le grand dernier pour la route :**

▷ **Question 1:** Résoudre dans \mathbb{C} les équations

$$z^7 - z^6 - 7z^5 + 7z^4 + 7z^3 - 7z^2 - z + 1 = 0$$

$$z^8 = -8 + 8\sqrt{3}i$$