TD – Files d'attente

Exercice 1:
Le système que nous considérons est une base de données où le temps de réponse moyen est de 3s. Sur une période d'observation de 60s, le système est resté inactif pendant 10s.

En modélisant ce système par une file M/M/1, calculer:
- le taux d'occupation du serveur ? le temps moyen de service ?
- le nombre de requêtes traités en supposant l'état stationnaire ?
- la longueur moyenne de la file ?
- la probabilité de trouver plus de 10 clients dans la file ?

Exercice 2:
Dans un système d'attente du type M/M/1, on a $\lambda = 20/h$.

1. Quelle est la durée moyenne (en minutes) entre 2 arrivées ?
2. Déterminer la durée moyenne de service (au maximum) pour que la probabilité qu'il y ait moins de K clients dans le système" soit supérieure à P. (A.N. K=10, P=0.99).

Exercice 3:
On désire étudier une ligne de communication. Les arrivées de messages se font à un débit de 240 messages/min. La ligne a un débit de 800 caractères/s et la longueur moyenne d'un message est de 176 caractères. Un buffer de N messages est associé à la ligne, si un message arrive et que le buffer est plein, il est perdu. On suppose que les arrivées sont distribuées selon une loi de Poisson et que la longueur des messages et le temps d'émission suivent une loi exponentielle

1. Par quelle file peut-on modéliser le fonctionnement de la ligne?
2. Si on veut que moins de 0,5% des messages soit perdu, donner la taille nécessaire du buffer
3. Même question pour que moins de 10% des messages soit perdu

Exercice 4:
On veut comparer deux systèmes. Le premier système est constitué d'un biprocesseur symétrique (les requêtes se répartissent sur chaque processeur de façon équiprobable) et d'un buffer commun de capacité infinie. Le second système est composé de deux monoprocesseurs séparés dont chacun avec son propre buffer de capacité infinie. Supposons que le flux de données en entrée suive une loi exponentielle avec une moyenne de 4 requêtes par minute et qu'il soit équitablement distribué. Le temps de traitement (dans les deux cas) est ainsi supposé suivre une loi exponentielle. Dans le premier système, le temps moyen de traitement d'un processeur est égal à 20 secondes/requête et dans le second système, il est de $\alpha.20$ secondes/requête où $0 < \alpha \leq 1$.

1. Pour chaque système, déterminer le nombre moyen de requêtes dans le buffer, le temps moyen de réponse, le taux d'utilisation des processeurs.
2. En déduire la valeur limite de α pour laquelle il vaut mieux partager le buffer (système 1), si l'on veut minimiser le temps moyen de réponse.

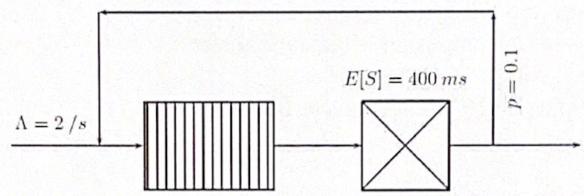
Exercice 5:
Les requêtes qui arrivent à un système de bases de données peuvent être modélisées comme un processus de Poisson. Le temps moyen à traiter une requête est $E[S] = 0.1s$, avec écart type $\delta = 0.03s$. On suppose que notre file d'attente soit de type M/G/1, donc :

1. Exprimer le temps de réponse moyen en fonction du nombre de requêtes par second λ,
2. On est prêts à accepter un temps de réponse R= 0.2s, quelle est la valeur maximale de λ qu'on accepte ? Combien vaut W dans ce cas ? et Q ? et Q_w ?
3. Mêmes questions pour R = 0.5s ;
4. Maintenant, à partir du dernier λ trouvé, qu'est-ce qui se passe si on l'augmente encore du 10%? et si on l'augmentait du 20%?

Exercice 6:

On considère un émetteur de messages.

– Les messages arrivent avec un débit moyen de 2 messages par seconde.
– La durée moyenne de transmission est E[S] = 400ms.
– Le taux d'erreur (donc de retransmission) est p = 10%.
– La capacité est infinie



On suppose que l'arrivée des messages suive un processus de Poisson et le temps de service suive une loi exponentielle.

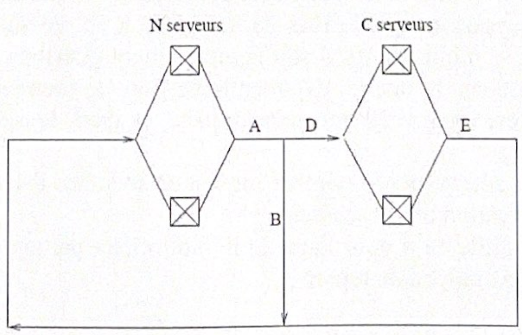
1. Calculer l'espérance *e* du nombre de passages d'un client dans cette file.
2. Calculer le temps moyen R séparant l'arrivée du message et le moment où il est transmis correctement.

Exercice 7:

Dans le modèle d'un lien du réseau téléphonique par une file M/M/C/C, on suppose que le nombre d'utilisateurs potentiels du lien est infini. Si cette hypothèse est raisonnable dans le cœur du réseau, elle peut se révéler un peu forte dans la partie d'accès (commutateurs d'accès, cellule d'un réseau GSM ...). L'objectif de cet exercice est d'étudier les performances d'un lien dans le cas où le nombre d'utilisateurs pouvant être joints par ce lien est limité à N (taille de la population N, C << N).

On modélise alors le lien de la façon suivante :

La deuxième file correspond au lien. Un client dans cette file correspond à un appel téléphonique en cours. La première file correspond aux abonnés qui ne sont pas en communication. Le temps de réflexion (temps passé dans la file 1) avant une tentative d'appel est supposé exponentiel de taux λ. La durée de la communication est supposée exponentielle de taux μ.



Quand un appel arrive (en provenance ou à destination d'un abonné qui n'est pas encore en communication), il est accepté s'il reste de la place dans la deuxième file ou rejeté (on suppose alors que l'utilisateur repasse dans la file 1, on ne tient pas compte de son impatience potentielle). On veut déterminer la probabilité de rejet d'appel.

1. Soit N_t le nombre d'appels en cours à l'instant t. Montrer que (N_t, t $\in$ R) est un processus markovien irréductible.
2. Déterminer les probabilités en régime stationnaire.
3. On veut déterminer la probabilité de rejet. Pour cela, déterminer le flux offert au lien (débit au point A) et le débit rejeté (débit au point B). En déduire la probabilité de rejet. Que constate-t-on ?