TELECOM Nancy

Modèles des Systèmes à Evénement Discrets
TELECOM Nancy 1ère année

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

TD3 sur les Réseaux de Pétri

Invariants – Réseaux Conservatifs

- **Invariant de Marquage - Composante Conservative :**

Soit un Réseau de Pétri R = {P, T, Pré, Post}. On a un ***invariant de marquage*** (ou invariant linéaire de places) s'il existe un sous-ensemble de places P' = {P_1, P_2, …, P_r} inclus dans P et un vecteur de pondération F appelé ***P-semi-flot***, dont chaque composante f_i est un entier positif ou nul, tels que :

$$f_1.M(P_1) + f_2.M(P_2) + \ldots + f_r.M(P_r) = \text{Constante}.$$

P' est alors une ***Composante Conservative***.

Cette propriété est indépendante du marquage initial M_0. En revanche la valeur de la constante dépend de M_0.

En utilisant l'équation fondamentale $\mathbf{M' = M_0 + C\overline{s}}$ cette propriété se traduit par : $\mathbf{F^TC = 0}$

Le réseau est dit conservatif si P est une Composante Conservative, autrement dit si toutes les places du RdP appartiennent à l'invariant de marquage. Un RdP conservatif est borné. Il est sauf si la constante est égale à 1.

- **Recherche d'invariant de marquage :**

Pas 1 : Construire la matrice [A|C] avec A matrice identité de dimension n (nb de places) et C matrice d'incidence du RdP;

Pas 2 : Pour chaque indice j de transition T_j :

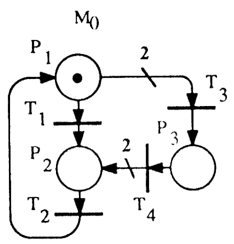
Pas 2.1 : Ajouter à la matrice [A|C] autant de lignes i qu'il y a de combinaisons linéaires de 2 lignes à coefficients entiers positifs, annulant l'élément (i, j);

Pas 2.2 : Eliminer de la matrice [A|C] les lignes i dont l'élément (i, j) n'est pas nul;

Pas 3 : Les P-Semi-Flots correspondent aux lignes non nulles de A.

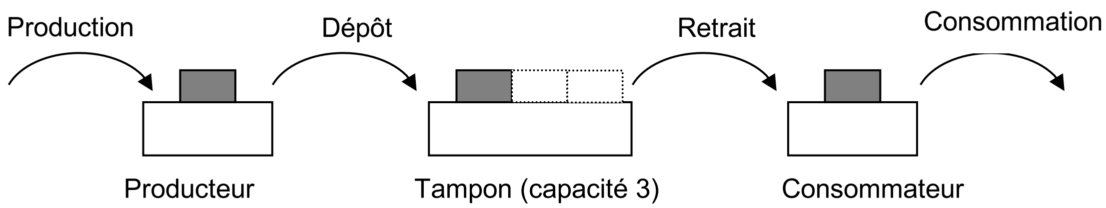
Exercice 1 :

On considère le RdP **non marqué** de la figure suivante. Chercher intuitivement les composantes conservatives de ce réseau, puis prouver ce résultat en appliquant l'algorithme de recherche des invariants de places.



Exercice 2 :

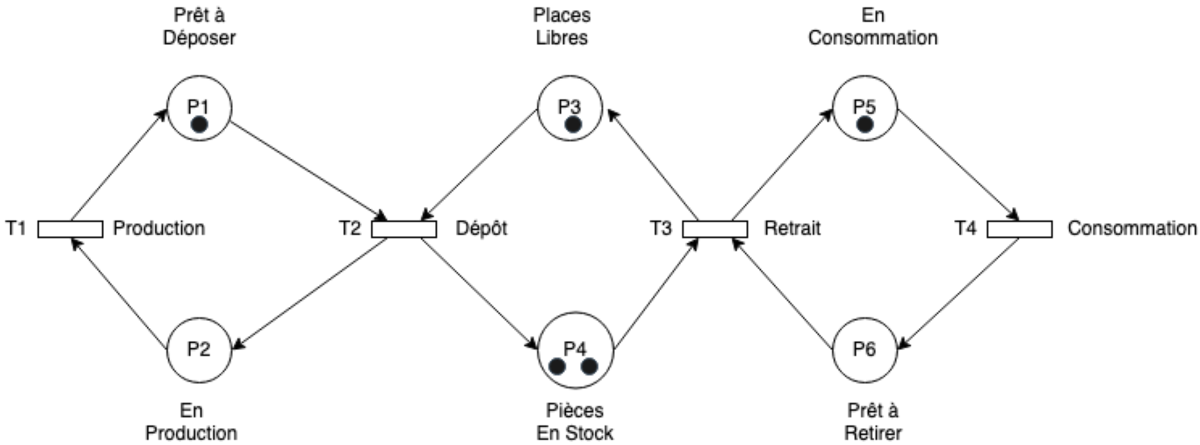
On considère le RdP de la figure ci-dessous qui modélise le fonctionnement d'un système Producteur/Consommateur/Tampon à capacité limitée. Quand sa « production » est finie (production d'une seule pièce à la fois), un *producteur* dépose la pièce produite dans un stock *tampon* dont la capacité est N=3, s'il y a de la place libre. Dès qu'il a pu faire le dépôt, il peut recommencer à produire. Un *consommateur* prélève en parallèle une pièce dans le stock dès qu'il a fini de consommer la précédente (consommation d'une seule pièce à la fois) si le stock n'est pas vide.



Modèles des
Systèmes à Evénement Discrets
TELECOM Nancy 1ère année

TD3 sur les Réseaux de Pétri

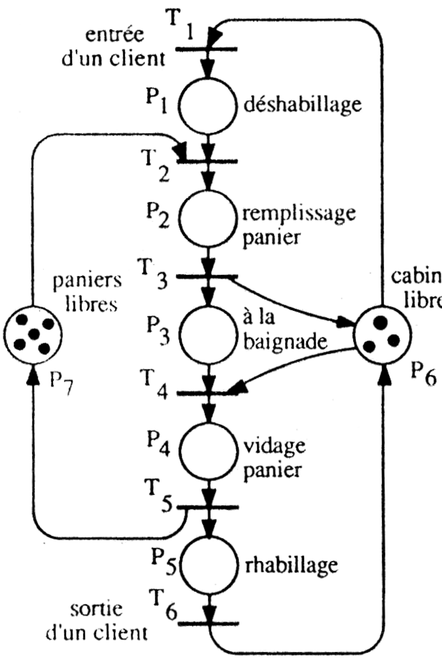
Invariants – Réseaux Conservatifs



Le marquage initial corresponda à la situation de la figure. Trouver les invariants du RdP obtenu en donnant leur signification.

Exercice 3 :

On considère le RdP de la figure suivante qui modélise le protocole de *gestion des cabines et des paniers d'une piscine* (M. Latteux). A l'entrée, un client qui a trouvé une cabine libre y entre et se change en y posant ses vêtements. Il demande ensuite un panier qu'il remplit pour libérer la cabine. Après la baignade, le client rentre dans une cabine avec son panier, le vide et le libère. Ensuite, il se rhabille et libère la cabine.



Soit $N_c = 3$ le nombre de cabines et $N_p = 5$ le nombre de paniers.

- Montrer que le nombre de client à la baignade est borné. Donner les composantes conservatives de ce RdP. Le Rdp est-il borné ?
- Montrer qu'il y a un état de blocage pour ce marquage initial. Donner la séquence de transition qui conduit au blocage. Y a-t-il blocage pour toutes valeurs de N_c et N_p ?
- Modifier le protocole de sorte qu'il n'y ait pas de blocage et donner le RdP correspondant.