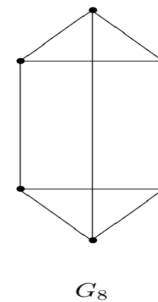
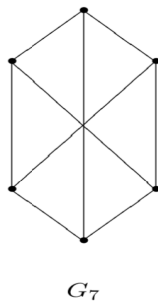
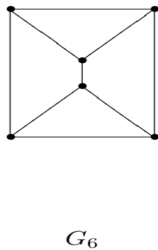
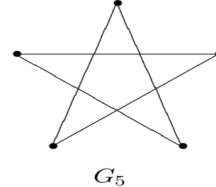
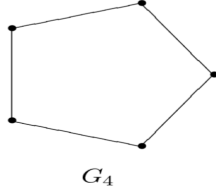
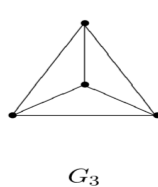
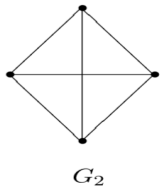


TD1 sur la Théorie des Graphes

Exercice 1 :

- Classer les graphes ci-dessous, et déterminer ceux qui sont susceptibles de décrire une même situation.



- Donner pour chacun des graphes la matrice d'adjacence, le degré de chaque sommet. Sont-ils planaires ?

Exercice 2 :

Soit la matrice M associée à un graphe orienté G, tracer le graphe et donner tous les chemins de longueur 2 et 3 de ce graphe.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 :

Construire le graphe $G = (S, U)$ tel que $S = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ et $U = \{(2,1) ; (2,2) ; (3,1) ; (3,2) ; (3,3) ; (3,4) ; (4,1) ; (4,2) ; (4,3)\}$; Donner la matrice M associée à G.

Modifier le graphe G pour qu'il soit successivement réflexif, anti-symétrique, symétrique, transitif.

Exercice 4 :

Construire les graphes complets K_n pour $n = 2, 3, 4, 5$. Sont-ils planaires ?

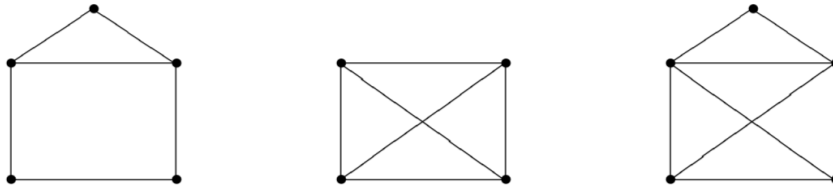
Exercice 5 :

Trois maisons doivent être reliées en eau, gaz et électricité. Représenter à l'aide d'un graphe le plan du réseau. Quel est le type du graphe ? Peut-on obtenir un plan tel que les tuyaux ne se croisent pas ? Même question pour relier quatre maisons ?

TD1 sur la Théorie des Graphes

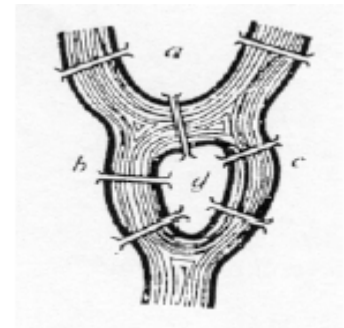
Exercice 6 :

Peut-on dessiner sans lever le crayon et en ne passant qu'une seule fois sur chaque arête les graphes suivants. A quel type de problème, cela correspond-il ?



Exercice 7 :

Au XVIII^{ème} siècle, les habitants de Königsberg (actuellement Kaliningrad, région de la Russie frontalière de la Pologne et de la Lituanie) aimaient se promener le dimanche. La ville de Königsberg comprenait 7 ponts, disposés selon le schéma ci-dessous. Le souhait des habitants de Königsberg était de faire un trajet passant une fois et une seule par chaque pont. Comment faire ?
Donner le graphe correspondant.



Exercice 8 :

Peut-on aligner tous les pions d'un jeu de domino suivant la règle du domino ? On commencera par étudier la question avec un jeu dont les dominos comportent les chiffres jusqu'à n , pour $n=2,3,4$ sans tenir compte dans un 1^{er} temps des doubles. Donner le graphe correspondant à ce problème en associant un domino à une arête. Pourquoi les doubles ne changent pas le résultat ?

Exercice 9 :

M. et Mme Euler assistent à une réunion. Il y a trois autres couples dans l'assistance et plusieurs poignées de mains sont échangées. Personne ne serre sa propre main et les époux ne se serrent pas la main. Deux personnes quelconques de l'assemblée se serrent la main au plus une fois. M. Euler constate que les 7 autres personnes ont échangé des poignées de mains en nombres tous distincts.

Combien de poignées de mains M. et Mme Euler ont-ils échangé avec les autres membres de la réunion ?