Examen SICA2

Durée 2 heures • Aide-mémoire autorisé • Barème indicatif

1 Transformée de Laplace (3 pts)

Déterminer la transformée de Laplace simplifiée du signal suivant :

$$x(t) = \mathbb{1}(t) - e^{-\frac{t}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) \cdot \mathbb{1}(t) + \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-\frac{t}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) \cdot \mathbb{1}(t).$$

2 Valeur initiale (4 pts)

Soit un signal à temps continu $x(t)$, dont la transformée de Laplace est :

$$X(s) = \frac{3s+1}{s^2+3s+2}$$

1. Déterminer la valeur initiale de la dérivée du signal, $\dot{x}(0^+)$, mais **sans passer** par la transformée inverse de $X(s)$.
2. Dans un deuxième temps, vérifier le résultat en procédant à l'inversion de la transformée $X(s)$.

3 Transformée de Laplace inverse (3 pts)

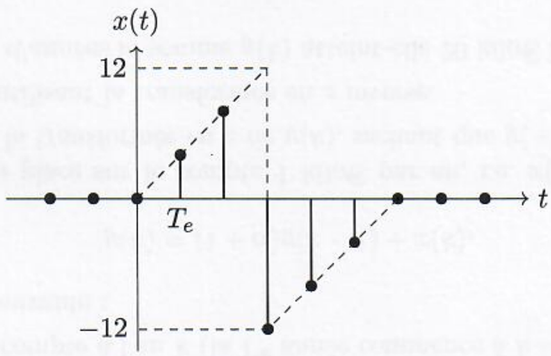
À l'aide de la transformée de Laplace, résoudre le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1(t) &= y_2(t) - 3y_1(t) + e^{-t} \\ \dot{y}_2(t) &+ 2y_2(t) = 0 \end{aligned}$$

avec $y_1(0) = 0$ et $y_2(0) = 1$.

4 Transformée en z (3 pts)

1. Déterminer la transformée en z du signal discrétisé représenté ci-dessous (on pose $T_e = 1$ seconde).



2. Que devient cette transformée si on utilise une période d'échantillonnage égale au double de la précédente ?

On rappelle que lors d'une discrétisation d'un signal continu $x(t)$, la valeur retenue en présence d'une discontinuité en t_0 est celle qui se trouve juste après : $x(t_0^+)$.