TELECOM NANCY 1A APPRENTIS - MODULE MAP

EXERCICES DE RÉVISION

Exercice 1. Charles ne supporte pas les chats et Sophie déteste les chiens. Charles n'élève pas plus d'un chien et Sophie pas plus d'un chat. La probabilité pour que Charles ait un chien est de 0,2. Si Charles n' a pas de chien, la probabilité pour que Sophie ait un chat est de 0,1.
On note X le nombre de chiens de Charles et Y le nombre de chats de Sophie.

1.1. Calculer la probabilité pour qu'ils n'aient pas d'animaux.

Soit Z le nombre d'animaux du couple (on suppose qu'il ne peut y avoir que des chiens ou des chats). La probabilité pour que Z soit égal à 1 est de 0,1.

1.2. Calculer la probabilité pour que Z soit égal à 2.

1.3. Calculer $E(Z)$ et $\sigma(Z)$.

1.4. Etablir la loi de probabilité du couple (X, Y).

1.5. Etablir la loi de probabilité de Y.

1.6. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?

Exercice 2. On considère une variable aléatoire X dont la densité de probabilité est définie par:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \in [-1,0] \\ \dfrac{\cos x}{2} & \text{si } x \in]0, \frac{\pi}{2}] \\ 0 & \text{si } x \notin [-1, \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

2.1. Vérifier que f est bien une densité de probabilité.

2.2. Déterminer la fonction de répartition de X.

2.3. Calculer l'espérance de X.

Exercice 3. On considère une variable aléatoire X, dont la densité de probabilité est donnée par:

$$f(x) = c\, e^{-|x|},\ \forall x \in \mathbb{R}$$

3.1. Déterminer la valeur de la constante c.

3.2. Calculer la moyenne et la variance de X.

Exercice 4. La durée du vol (exprimée en minutes) entre Chicago (C) et Reykjavik (R) suit une loi normale d'espérance 360 et d'écart-type 25: $\mathcal{N}(360; 25)$. L'avion fait ensuite une escale à R dont la durée suit une loi $\mathcal{N}(45; 10)$. Enfin la durée du vol de R à Paris (P) suit une loi $\mathcal{N}(180; 40)$. Les trois durées sont supposées indépendantes. L'avion décolle à 21 heures (heure locale) de C, et est annoncé à P à 14 heures 30 (heure locale).
Sachant que le décalage horaire entre C et P est de + 6 heures, déterminer la probabilité que l'heure d'arrivée diffère de plus ou moins 15 minutes de l'heure annoncée.

Exercice 5. Dans une boite de 100 fusibles, on admet qu'il y a 2 fusibles défectueux. On prend (sans remise) au hasard 10 fusibles.

5.1. Déterminer les probabilités P_0, P_1, P_2 d'obtenir respectivement 0, 1, 2 fusibles défectueux.

5.2. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de fusibles défectueux parmi les 10 fusibles tirés. Déterminer la loi de X et calculer son espérance mathématique de deux façons différentes.

5.3. On reprend (sans remise) au hasard 10 fusibles dans la même boite. Déterminer les probabilités Q_0, Q_1, Q_2 d'obtenir respectivement 0, 1, 2 fusibles défectueux, sachant que l'on n'a pas obtenu de fusibles défectueux lors du premier tirage. Calculer $Q_0 + Q_1 + Q_2$.