

GRO : Graphes et Recherche Opérationnelle

La notation tiendra compte de la présentation et de la clarté de la rédaction.

★ **Exercice 1: Un dîner presque parfait (5 Pts)**

Charlotte se demande combien d'argent elle doit dépenser en nourriture pour subvenir à ses besoins quotidiens en énergie (2000 kcal), en protéine (55g) et en calcium (800mg). Elle choisit 6 aliments qui semblent être des sources bon marché d'éléments nutritifs. Les données nutritionnelles de ces aliments sont reportées dans le tableau ci-dessous.

aliments	taille des portions	énergie (kcal)	protéine (g)	calcium (mg)	prix par portion (centimes d'euro)
flocons d'avoine	28 g	110	4	2	11
poulet	100 g	205	32	12	140
oeuf	2 gros	160	13	54	100
lait entier	237 ml	160	8	285	52
tarte aux cerises	170 g	420	4	22	132
porc aux haricots	260 g	260	14	80	105

Sur les conseils d'un nutritionniste, Charlotte décide de limiter le nombre de portions de chacun des 6 aliments pour éviter par exemple de prendre 10 portions de porc aux haricots qui couvriraient tous ses besoins pour un prix de 10,5 euro. Les limitations sont les suivantes :

flocons d'avoine : 4 portions au plus par jour lait entier : 8 portions au plus par jour
 poulet : 3 portions au plus par jour tarte aux cerises : 2 portions au plus par jour
 oeuf : 2 portions au plus par jour porc aux haricots : 2 portions au plus par jour

Charlotte veut connaître le nombre de portions (les quantités) de chacun des 6 aliments nécessaires pour couvrir tous ses besoins en énergie, en protéines et en calcium, en dépensant le moins d'argent possible (en centimes d'euro) et tout en respectant les limitations sur les quantités mentionnées ci-dessus.

▷ **Question 1:** Modéliser ce problème sous la forme d'un programme linéaire sous forme canonique. Ecrire les contraintes sous la forme d'un système d'équation.

▷ **Question 2:** Ecrire le problème de programmation linéaire sous la forme standard.

★ **Exercice 2: Simplement Simple (5 Pts)**

Résoudre par la méthode des dictionnaires le problème **1**:

$$\begin{aligned} \min [F(\mathbf{x}) &= -4x_1 - 8x_2] \\ \mathbf{x} \begin{cases} -x_1 + 3x_2 &\leq 9 \\ x_1 + x_2 &\leq 7 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 12 \\ \mathbf{x} &\geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

★ **Exercice 3: De cours (5 Pts)**

▷ **Question 1:** On considère le problème suivant : trouver $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ solution de **2**

$$\begin{aligned} \min [F(\mathbf{x}) &= 2x_1 + x_2] \\ \mathbf{x} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 5 \\ -2x_1 + 4x_3 &= -4 \\ \mathbf{x} &\geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Pour l'ensemble des bases possibles, déterminer si les solutions associées sont des solutions de bases ou non et si elles sont réalisables ou non

× ▷ **Question 2:** Résoudre le problème auxiliaire du programmation linéaire **3** par l'algorithme du simplexe (méthode des dictionnaires)

$$\begin{aligned} \max [F &= 3x_1 + 4x_2 + x_3] \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\leq 8 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\geq 9 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

★ **Exercice 4: Très court(5 Pts)**

▷ **Question 1:** Donner toutes les définitions associées au cours de Recherche Opérationnelle dont vous vous souvenez.