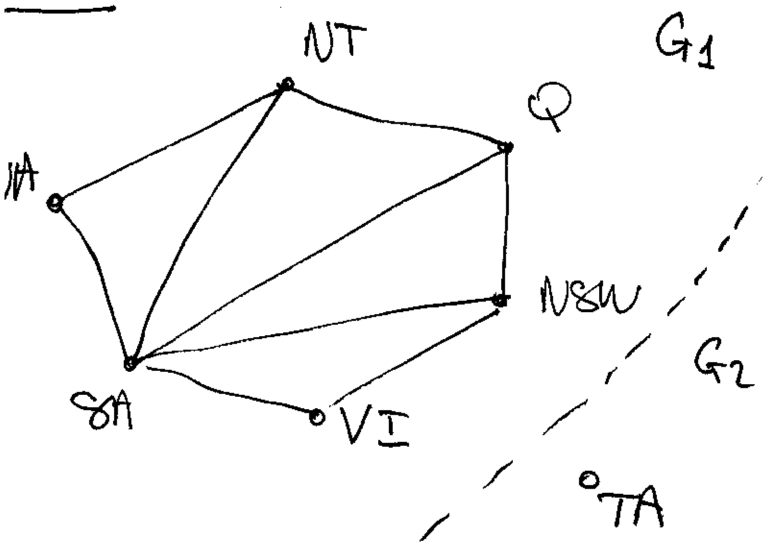
Théorie des graphes

Ex 10 Carte d'Australie



G_1 :

$n = 6$

$m = 9$

$\omega = card(WA, NT, SA) \cdots = 3$

$\alpha = card(WA, VI, Q) = 3$

$d_{min}(WA) = 2$

$d_{max}(SA) = 5$

$\gamma \geq \omega \Rightarrow \gamma \geq 3$

$\gamma \geq \frac{n}{\alpha} \Rightarrow \gamma \geq \frac{6}{3} = 2$

$\gamma \geq \frac{n}{n - d_{min}} \Rightarrow \gamma \geq \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$\gamma \geq \frac{n^2}{n^2 - 2m} \Rightarrow \gamma \geq \frac{36}{36-18} = 2$

$\Downarrow$

$\underline{\gamma \geq 3}$

- $\gamma \leq n + 1 - \alpha \Rightarrow \gamma \leq 6+1-3$

  $\gamma \leq 4$

- $\gamma \leq d_{max} + 1 \Rightarrow \gamma \leq 5+1$

  $\gamma \leq 6$

$\Downarrow$

$\gamma \leq 4$

$$\boxed{3 \leq \gamma \leq 4}$$

Algo de Welsh et Powell : $M = \{SA, NSW, NT, Q, VI, WA\}$.

	SA	NSW	NT	Q	VI	WA
SA	0	1	1	1	1	1
NSW	1	0	0	1	1	0
NT	1	0	0	1	0	1
Q	~~1~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~
VI	~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~	0	~~0~~
WA	1	0	1	0	0	0

$k = 1$, $N = M$

- C_1 pour SA, $N = \emptyset$
- $k = 2$, $N = M / \{SA\}$

C_2 pour NSW, $N = \{NT, Q, WA\}$.

C_2 pour NT, $N = \emptyset$

- $k = 3$, $N = M / \{SA, NSW, NT\}$.

C_3 pour Q, $N = \{VI, WA\}$.

C_3 pour VI, $N = \{WA\}$.

C_3 pour WA, $N = \emptyset$

$\gamma = 3$

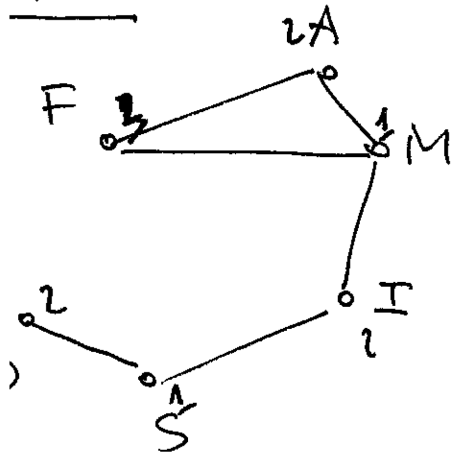
$C_1 = \{SA\}$, $C_2 = \{NSW, NT\}$, $C_3 = \{Q, VI, WA\}$.

∘ 3 Problème Eulérien.

Sur le graphe, il y a plus de 2 sommets de degré impair $\Rightarrow$ graphe non Eulérien

$\Rightarrow$ Impossible.

Ex 11 graphe d'incompatibilité



1 _ Nbre maximum d'épreuves en parallèle ⟹ plus grand nombre d'épreuves non incompatibl. donc plus grand nombre de sommets non adjacents 2 à 2 ⟹ Nombre de stabilité α

α = card(du plus grand sous-ens. stable)

α = card(A, D, I) ou card(F, D, I)

⟹ $\alpha = 3$ épreuves max en parallèle.

.. Nbre de 1/2 journées nécessaires ⟹ Nbre chromatique γ.

$\gamma \geq$ card(F,M,A) ⟹ $\gamma \geq 3$.

$\gamma \geq \frac{n}{\alpha} = \frac{6}{3}$ ⟹ $\gamma \geq 2$

$\gamma \leq d_{max} + 1$ ⟹ $\gamma \leq 4$

$\gamma \leq n+1-\alpha$ ⟹ $\gamma \leq 4$

⟹ $3 \leq \gamma \leq 4$

	M	A	F	I	S	D
M	0	1	1	1	0	0
A	1	0	1	0	0	0
F	1	1	0	0	0	0
I	1	0	0	0	1	0
S	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	1	0

C_1 pour M, N = {S, D}.
C_1 pour S, N = Ø
C_2 pour A, N = {I, S, D}
C_2 pour I, N = {D}.
C_2 pour D, N = Ø
C_3 pour F, N = ~~{S}~~ Ø
~~C_3 pour S, N = Ø~~

⟹

$\gamma = 3$

C_1 = {M, S}.

C_2 = {A, I, D}.

C_3 = {F}.

⇓

il faut 3 1/2 journ

Ex 12 - Recherche du plus court chemin

Algo. de Dijkstra.

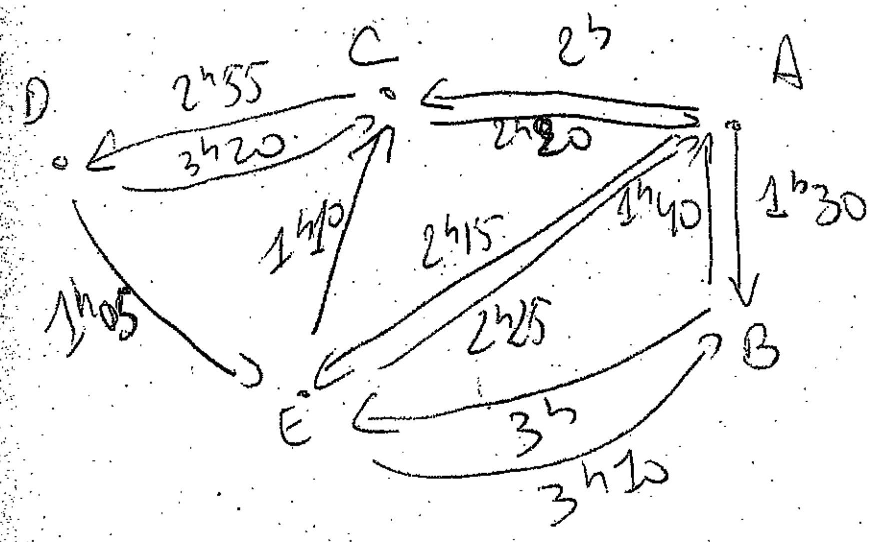
E	A	B	C	D	F	G	S	Sommets traités
~~0~~	5_E	3_E	2_E	∞	∞	∞	∞	E
		3_C	~~2_E~~		4_C	5_C		E, C
	Min(5_E, 4_B) 4_B	~~3_C~~						E, C, B
	~~4_B~~			6_A		Min(5_C, 6_A) 5_C		E, C, B, A out
					Min(4_C, 9_G) 4_C	~~5_C~~		E, C, B, A, G
				Min(6_A, 5_F) 5_F	~~4_C~~	-	10_F	E, C, B, A, G, F
				~~5_F~~			Min(10_F, 12_D) 10_F	E, C, B, A, G, F, D
							~~10_F~~	E, C, B, A, G, F, D, S.

$l = 10$

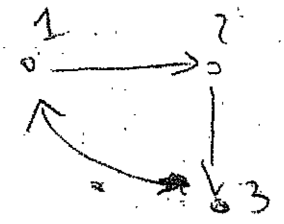
Chemin ECFS.

Ex 14 EuropAir

2.1



- Graphe orienté
- Ni Non symétrique
- Ni Non transitif



2.2

D	A	C	D	E	B	
~~∅~~	∞	3h20	∞	1h05	∞	D
	1h05 + 2h25 3h30	1h05 + 1h10 2h15	∞	~~1h05~~ D	1h05 + 3h10 4h15	D, E
	2h15 + 2h20 = 4h35 => 3h30	~~2h15~~ E				D, E, C
	~~3h30~~ E				3h30 + 1h30 = 5h => 4h15	D, E, C, A
					~~4h15~~ E	

Trajet : B → E → D : DEB 4h15

3 Trajet D → C $\Pi(C) = 2h15_E$ E → D => DEC

Ex 14 Decomposition en composantes fortement connexes (CFC).

Methode de Malgrange :

sommet	liste des Descendants	liste des Ascendants	?
1	1, 2-4, 3, 5-6, 8-7	1, 7, 8, 5, 6, 3, 2, 4	tous l sommet

CFC = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 } => le graphe est F.C.

Etude de la périodicité :

desc

1   p = 5

2, 4

3

5, 6

7, 8

1

Representation en sous-classes