

Module Mathématiques Appliquées: Probabilités

Telecom Nancy Apprentissage

Liste d'exercices 3 - Le modèle probabiliste

Exercice 1 Il y a 3 machines dans un atelier. La probabilité au cours d'une journée qu'une machine déterminée tombe en panne est de 5 % pour la machine A, 10 % pour B, et 15 % pour C. Quelles sont les probabilités, au cours d'une journée, de n'avoir aucune machine en panne, d'avoir une machine en panne, d'avoir 2 machines en panne, puis 3 machines en panne respectivement.

Exercice 2 Dans un labyrinthe en forme de T, un cobaye peut tourner à gauche et obtenir de la nourriture, ou tourner à droite et recevoir une légère décharge électrique. On admet qu'au premier essai, le cobaye a la même probabilité d'aller à droite ou à gauche. Quant le cobaye vient de recevoir de la nourriture, on admet qu'à l'essai suivant, il tourne à gauche avec une probabilité de 0,7. En revanche, quand le cobaye vient de recevoir une décharge électrique, on admet qu'à l'essai suivant, il tourne à gauche avec une probabilité de 0,9.

2.1 Avec quelle probabilité P_1 le cobaye tourne-t-il à gauche au second essai ?

2.2 Sachant que le cobaye tourne à gauche au second essai, quelle est la probabilité P_2 pour qu'il ait tourné à droite au premier essai ?

2.3 Avec quelle probabilité P_3 le cobaye tourne-t-il à gauche au troisième essai ? (on admettra que lors de ce troisième essai, le cobaye n'est influencé que par le résultat du deuxième essai).

Exercice 3 Un système émetteur/récepteur transmet des 0 et des 1. On considère que lors d'une transmission, on observe toujours une réception. La probabilité de transmission correcte d'un 0 est 0,8. On sait que 45 % des symboles transmis sont des 0; et que 41,5 % des symboles reçus sont des 0.

3.1 Calculer la probabilité de bonne transmission d'un 1.

3.2 Si le récepteur reçoit le symbole 0, quelle est la probabilité que l'émetteur ait effectivement envoyé un 0 ?

Exercice 4 On a perdu une aiguille dans une botte de foin mesurant 70 cm par 30 cm par 30 cm et on souhaite la retrouver. Une personne fouille une section cubique de la botte ayant 20 cm de côté. Quelle est la probabilité que l'aiguille soit dans cette section?

Exercice 5 On tire un point au hasard (X, Y) dans le carré unité $[0, 1]^2$. Pour $0 < a < b < 1$, on considère les événements $A = \{\min(X, Y) \leq a\}$ et $B = \{\max(X, Y) \geq b\}$.

5.1 Calculer la probabilité de A .

5.2 Calculer la probabilité de $A \cap B$.

Exercice 6 On découpe au hasard un segment de longueur 1 en 3 morceaux. On cherche à calculer la probabilité de pouvoir former un triangle avec les 3 morceaux du segment brisé. On admettra qu'il faut et il suffit pour cela que les trois morceaux soient tous de longueur inférieure à $1/2$.

Exercice 7 On lance un prisme droit de base carrée, constitué d'une matière homogène. On désigne ses deux bases par B_1 et B_2 , ses 4 faces par $F_i (i = 1, 2, 3, 4)$. Sachant que la probabilité pour qu'il tombe sur une face est trois fois plus élevée que la probabilité pour qu'il tombe sur une base, calculer les différentes probabilités $P(B_i), P(F_i)$.

Exercice 8 Trois enfants A, B, C jouent à la balle. A envoie la balle à B 3 fois sur 4, et à C 1 fois sur 4. B envoie la balle à A 3 fois sur 4, et à C 1 fois sur 4. C envoie toujours la balle à B. Au départ du jeu, C a la balle.

8.1 On note P_n (respectivement Q_n, R_n) la probabilité qu'au n ème lancer A (respectivement B et C) ait la balle. Exprimer P_n, Q_n et R_n en fonction de P_{n-1}, Q_{n-1} et R_{n-1} .

8.2 Calculer les limites de P_n, Q_n et R_n quand n tend vers l'infini.

Exercice 9 On étudie la consommation de trois produits A, B, C dans une population de consommateurs. 32 % des individus consomment A, 27 % consomment B, 18 % consomment C, 15 % consomment A et B, 10 % A et C, 9 % B et C, 5 % A, B et C. On tire au hasard un individu de la population.

9.1 Déterminer la probabilité que l'individu tiré consomme aux moins un des produits A, B, C.

9.2 Déterminer la probabilité que l'individu tiré consomme aux moins deux des produits A, B, C.