# TD4 – Chaînes de Markov à temps continu

## Exercice 1:

Un système client-serveur reçoit en moyenne 1000 requêtes par seconde, arrivant selon un processus de Poisson. Il dispose d'un unique serveur pouvant traiter en moyenne 2000 requêtes par seconde. On suppose que le temps de service d'une requête est distribué selon la loi exponentielle.

1. Calculer la probabilité que le temps de service dépasse 2 ms.
2. Calculer le pourcentage de requêtes rejetées, le taux d'occupation du serveur, le débit en sortie et le temps moyen de réponse pour les systèmes suivants :
    a. Un système ne comportant pas de file d'attente.
    b. Un système comportant une file d'attente de 1 place
    c. Un système comportant une file d'attente de 2 places.
    d. Un système sans file d'attente mais comportant 1 serveur traitant 4000 requêtes par seconde
    e. Un système sans file d'attente mais comportant deux serveurs traitant chacun 2000 requêtes par seconde.
    f. Un système sans file d'attente mais comportant quatre serveurs traitant chacun 1000 requêtes par seconde.

## Exercice 2:

On considère une station d'essence comportant 2 pompes identiques et une seule file d'attente. Les automobilistes se présentent à cette station suivant un temps d'inter-arrivées aléatoire de loi exponentielle de taux $\lambda$. Le temps nécessaire pour servir l'essence à un automobiliste est supposé suivre une loi exponentielle de taux $\mu$. Certains automobilistes décident en arrivant à la station de ne pas s'arrêter car ils jugent l'attente trop longue. Cette décision est modélisée comme suit : un automobiliste trouvant déjà n voitures à la station décide de s'arrêter avec une probabilité $q(n)$. On prend $q(0) = 1$, $q(1) = 1$, $q(2) = 0.8$, $q(3) = 0.4$, $q(4) = 0$.

1. Modéliser ce système par une chaîne de Markov à temps continu.
2. Déterminer les probabilités d'état en régime permanent, dans le cas où $\lambda = \mu$.
3. Calculer la proportion d'automobilistes se présentant à la station et qui décident de ne pas s'arrêter dans le cas où $\lambda = \mu$.
4. Calculer le nombre moyen d'automobilistes dans la station, le débit d'automobilistes à la sortie, le temps de réponse de la station dans le cas où $\lambda = \mu$.