

5 Calcul d'intérêts (4 pts)

On considère un compte en banque présentant un taux d'intérêt annuel $\alpha = 3\%$. Ce compte est alimenté chaque année d'une somme notée $x(k)$ où $k = 0, 1, \dots$ représente l'année. On note $y(k)$ la somme disponible sur le compte à l'an k (la 1^{re} année commence à $k = 0$).

1. Montrer la relation suivante :

$$y(k) = (1 + \alpha)y(k-1) + x(k).$$

2. On suppose que l'on place sur le compte 1 kilo€ par an, i.e. $x(k) = 1(k)$. Quelle est l'expression $Y(z)$ de la transformée en z de $y(k)$, sachant que $y(-1) = 0$.
3. Déterminer $y(k)$ en utilisant la transformée en z inverse.
4. Au bout de combien d'années la somme $y(k)$ atteint-elle 20 kilo€? Quelle est la part des intérêts?

6 Système discret (3 pts)

Soit un système discret linéaire et invariant dont la réponse indicielle (entrée en échelon) est donnée par :

$$Y(z) = \frac{z^3 - 5z^2}{(z^2 - 5z + 6)(z - 1)}.$$

1. Déterminer la fonction de transfert $G(z)$ de ce système.
2. Calculer l'expression analytique de sa réponse impulsionnelle $g(k)$.