



Il est recommandé de bien lire les questions. Les explications et les justifications doivent être aussi simples et claires que possible. Les documents sont autorisés à l'exclusion des documents qui vous seraient transmis durant l'épreuve. Le sujet comprend six (6) exercices.

## Second écrit

On rappelle que la condition de vérification  $\forall v. P_{\ell_1}(v) \wedge \text{cond}_{\ell_1, \ell_2}(v) \wedge (v') = f_{\ell_1, \ell_2}(v) \Rightarrow P_{\ell_2}(v')$  et correspond à une instruction de la forme

$$\begin{array}{l} \ell_1 : P_{\ell_1}(v) \\ V := f_{\ell_1, \ell_2}(V) \\ \ell_2 : P_{\ell_2}(v) \end{array}$$

### Exercice 1 (6 points)

Evaluer la validité de chaque annotation dans les questions suivantes.

#### Question 1.1 (3 points)

$$\begin{array}{l} \ell_1 : x = 32 \wedge y = 2 * x * z \wedge z = 2 * x \\ Y := X * Z \\ \ell_2 : y * z = 2 * x * x * z \end{array}$$

#### Question 1.2 (3 points)

Soient trois constantes  $n, m, p$

$$\begin{array}{l} \ell_1 : x = 3^n \wedge y = 3^p \wedge z = 3^m; \\ T := 8 * X * Y * Z; \\ \ell_2 : t = (y + z)^3 \wedge y = x; \end{array}$$

### Exercice 2 (4 points)

Soit le petit programme suivant annoté mais incomplet. Les valeurs des trois constantes  $p, q, r$  ne sont pas connues.

Listing 1: schema de contrat

```

1 #define p ?
2 #define q ?
3 #define r ?
4 /*@ requires x == 2*y && z == 4*y;
5    ensures \result == r;
6 */
7
8 int qq(int x, int y, int z){
9   /*@ assert x + y == p * \at(y, Pre); */
10  y = x + z;
11  /*@ assert y == q * \at(y, Pre); */
12  return r;
13 }
  
```

On rappelle que l'annotation suivante du listing 2 est correcte, si les conditions suivantes sont vérifiées:

- $\text{pre}(v_0) \wedge v = v_0 \Rightarrow A(v_0, v)$
- $\text{pre}(v_0) \wedge B(v_0, v) \Rightarrow \text{post}(v_0, v)$
- $A(v_0, v) \Rightarrow \text{wp}(v = f(v))(B(v_0, v))$  où  $\text{wp}(v = f(v))(B(v_0, v))$  est définie par  $B(v_0, v)[f(v)/v]$ .