

## 精英营 day4 习题集

### 1 基础题（每题 5 分钟完成）

#### 1.1 大象喝水 (drink.cpp)

##### 【题目描述】

一只大象口渴了，要喝  $n$  桶水才能解渴，但现在只有一个深  $h$  厘米，底面半径为  $r$  厘米的小圆桶 ( $h$  和  $r$  都是整数)，问大象一天要喝多少升水才会解渴。

##### 【输入输出格式】

输入格式：

输入一行数据，包括三个整数，以一个空格分开，分别表示大象需要喝水的桶数，小圆桶的深  $h$  和底面半径  $r$ ， $h$  和  $r$  的单位都是厘米。

输出格式：

输出一个整数，表示大象一天要喝多少升水才会解渴。

##### 【输入输出样例】

输入样例#1：

3 16 7

输出样例#1：

7.38528

#### 1.2 求一个三位数各位之和 (three.cpp)

##### 【题目描述】

给出任意一个三位数，求这个三位数的三个数字之和。例如输入 897，输出 24 ( $8+9+7=24$ )。

##### 【输入输出格式】

输入格式：

1 行，输入一个三位数。

输出格式：

输出一个数字，这个数字表示三位数的三个数字之和。

##### 【输入输出样例】

输入样例#1：

897

输出样例#1：

24

#### 1.3 最高分数 (top.cpp)

##### 【题目描述】

孙老师讲授《计算概论》这门课的期中考试刚刚结束，他想知道考试中取得的最高分数是多少分，由于人数比较多，他觉得这件事情交给计算机来做比较方便。你能帮助孙老师解决这个问题吗？

##### 【输入输出格式】

输入格式：

有 2 行，第 1 行是有一个整数  $n$  ( $1 \leq n \leq 100$ )，表示参加这次考试的人数，第 2 行，是这  $n$  个学生的成绩，相邻两个数之间用单个空格隔开，所有成绩均为 0~100 之间的整数。

输出格式：

输出一行数据，包括 1 个整数，为所求的最高分数。

##### 【输入输出样例】

输入样例#1：

5

85 73 92 78 89

输出样例#1：

92

## 1.4 生日 (birthday.cpp)

### 【题目描述】

cjf 君想调查学校 01 组每个同学的生日，并按照从大到小的顺序排序。但 cjf 君最近作业很多，没有时间，所以请你帮她排序。

### 【输入输出格式】

输入格式：

有 2 行，

第 1 行为 01 组总人数  $n$ ；

第 2 行至第  $n+1$  行分别是每人的姓名  $s$ 、出生年  $y$ 、月  $m$ 、日  $d$ 。

输出格式：

有  $n$  行，

即  $n$  个生日从大到小同学的姓名。(如果有两个同学生日相同，输入靠后的同学先输出)

### 【输入输出样例】

输入样例#1：

3

Yangchu 1992 4 23

Qiujingya 1993 10 13

Luowen 1991 8 1

输出样例#1：

Luowen

Yangchu

Qiujingya

### 【数据说明】

数据规模  $1 < n < 100$   $\text{length}(s) < 20$

## 1.5 校门外的树 (tree.cpp)

### 【题目描述】

校外马路上本来从编号 0 到  $L$ ，每一编号的位置都有 1 棵树。有砍树者每次从编号  $A$  到  $B$  处连续砍掉每 1 棵树，就连树苗也不放过（记 0  $A B$ ，含  $A$  和  $B$ ）；幸运的是还有植树者每次从编号  $C$  到  $D$  中凡是空穴（树被砍且还没种上树苗或树苗又被砍掉）的地方都补种上树苗（记 1  $C D$ ，含  $C$  和  $D$ ）；问最终校外留下的树苗多少棵？植树者种上又被砍掉的树苗有多少棵？

### 【输入输出格式】

输入格式：

第一行  $L$  和  $N$ ，表示校园外原来有  $L+1$  棵树，并有  $N$  次砍树或种树的操作。

以下  $N$  行，砍树或植树的标记和范围，每行 3 个整数。

$L$  ( $1 \leq L \leq 10000$ ) 和  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ )

输出格式：

共两行。第 1 行校外留下的树苗数目，第 2 行种上又被拔掉的树苗数目。

### 【输入输出样例】

输入样例#1：

10 3

0 2 6

1 1 8

0 5 7

输出样例#1：

3

2

## 2 T1 真题 (每题 15-20 分钟)

### 2.1 NOIP2013 计数问题 (count.cpp)

#### 【题目描述】

试计算在区间 1 到  $n$  的所有整数中, 数字  $x$  ( $0 \leq x \leq 9$ ) 共出现了多少次? 例如, 在 1 到 11 中, 即在 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11 中, 数字 1 出现了 4 次。

#### 【输入输出格式】

输入格式: 输入文件名为 count.in。输入共 1 行, 包含 2 个整数  $n$ 、 $x$ , 之间用一个空格隔开。

输出格式: 输出文件名为 count.out。输出共 1 行, 包含一个整数, 表示  $x$  出现的次数。

#### 【输入样例】

11 1

#### 【输出样例】

4

#### 【说明】

对于 100% 的数据,  $1 \leq n \leq 1,000,000$ ,  $0 \leq x \leq 9$ 。

### 2.2 NOIP2012 质因数分解 (prime.cpp)

#### 【问题描述】

质因数分解, 已知正整数  $n$  是两个不同的质数的乘积, 试求出较大的那个质数。

#### 【输入】

输入文件名为 prime.in。输入只有一行, 包含一个正整数  $n$ 。

#### 【输出】

输出文件名为 prime.out。输出只有一行, 包含一个正整数  $p$ , 即较大的那个质数。

#### 【输入输出样例】

prime.in prime.out  
21 7

#### 【数据范围】

对于 60% 的数据,  $6 \leq n \leq 1000$ 。对于 100% 的数据,  $6 \leq n \leq 2 \times 10^9$ 。

### 2.3 NOIP2007 奖学金 (scholar.cpp)

#### 【问题描述】

某小学最近得到了一笔赞助, 打算拿出其中一部分为学习成绩优秀的前 5 名学生发奖学金。期末, 每个学生都有 3 门课的成绩: 语文、数学、英语。先按总分从高到低排序, 如果两个同学总分相同, 再按语文成绩从高到低排序, 如果两个同学总分和语文成绩都相同, 那么规定学号小的同学排在前面, 这样, 每个学生的排序是唯一确定的。

任务: 先根据输入的 3 门课的成绩计算总分, 然后按上述规则排序, 最后按排名顺序输出前 5 名学生的学号和总分。注意, 在前 5 名同学中, 每个人的奖学金都不相同, 因此, 你必须严格按上述规则排序。例如, 在某个正确答案中, 如果前两行的输出数据 (每行输出两个数: 学号、总分) 是:

7 279

5 279

这两行数据的含义是: 总分最高的两个同学的学号依次是 7 号、5 号。这两名同学的总分都是 279 (总分等于输入的语文、数学、英语三科成绩之和), 但学号为 7 的学生语文成绩更高一些。如果你的前两名的输出数据是:

5 279

7 279

则按输出错误处理, 不能得分。

#### 【输入输出格式】

输入格式

输入包含  $n+1$  行:

第 1 行为一个正整数  $n$ , 表示该校参加评选的学生人数。

第 2 到第  $n+1$  行, 每行有 3 个用空格隔开的数字, 每个数字都在 0 到 100 之间。第  $j$  行的 3 个数字依次表示学号为  $j-1$  的学生的语文、数学、英语的成绩。每个学生的学号按照输入顺序编号为  $1 \sim n$  (恰好是输入数据的行号减 1)。

所给的数据都是正确的，不必检验。

输出格式

输出共有 5 行，每行是两个用空格隔开的正整数，依次表示前 5 名学生的学号和总分。

【输入输出样例】

样例输入 1

```
6
90 67 80
87 66 91
78 89 91
88 99 77
67 89 64
78 89 98
```

样例输出 1

```
6 265
4 264
3 258
2 244
1 237
```

样例输入 2

```
8
80 89 89
88 98 78
90 67 80
87 66 91
78 89 91
88 99 77
67 89 64
78 89 98
```

样例输出 2

```
8 265
2 264
6 264
1 258
5 258
```

【数据使用】

50%的数据满足：各学生的总成绩各不相同

100%的数据满足： $6 \leq n \leq 300$

### 3 T2 真题（每题 40-60 分钟）

#### 3.1 NOIP2014 比例简化 (ratio.cpp)

【问题描述】

在社交媒体上，经常会看到针对某一个观点同意与否的民意调查以及结果。例如，对某一观点表示支持的有 1498 人，反对的有 902 人，那么赞同与反对的比例可以简单的记为 1498:902。不过，如果把调查结果就以这种方式呈现出来，大多数人肯定不会满意。因为这个比例的数值太大，难以一眼看出它们的关系。对于上面这个例子，如果把比例记为 5:3，虽然与真实结果有一定的误差，但依然能够较为准确地反映调查结果，同时也显得比较直观。现给出支持人数 A，反对人数 B，以及一个上限 L，请你将 A 比 B 化简为 A' 比 B'，要求在 A' 和 B' 均不大于 L 且 A' 和 B' 互质（两个整数的最大公约数是 1）的前提下， $A'/B' \geq A/B$  且  $A'/B' - A/B$  的值尽可能小。

【输入格式】

输入共一行，包含三个整数 A，B，L，每两个整数之间用一个空格隔开，分别表示支持人数、反对人数以及上限。

**【输出格式】**

输出共一行，包含两个整数  $A'$ ， $B'$ ，中间用一个空格隔开，表示化简后的比例。

**【输入样例】**

1498 902 10

**【输出样例】**

5 3

**【数据说明】**

对于 100%的数据， $1 \leq A \leq 1,000,000$ ， $1 \leq B \leq 100,000,000$ ， $1 \leq L \leq 100$ ， $A/B \leq L$

### 3.2 N01P2013 表达式求值 (expr.cpp)

**【问题描述】**

给定一个只包含加法和乘法的算术表达式，请你编程计算表达式的值。

**【输入格式】**

输入仅有一行，为需要你计算的表达式，表达式中只包含数字、加法运算符“+”和乘法运算符“\*”，且没有括号，所有参与运算的数字均为 0 到  $2^{31}-1$  之间的整数。输入数据保证这一行只有 0~9、+、\* 这 12 种字符。

**【输出格式】**

输出只有一行，包含一个整数，表示这个表达式的值。注意：当答案长度多于 4 位时，请只输出最后 4 位，前导 0 不输出。

**【输入样例】**

1+1\*3+4

**【输出样例】**

8

**【数据说明】**

对于 100%的数据，运算符  $\leq 1000000$

### 3.3 N01P2012 寻宝 (treasure.cpp)

**【问题描述】**

传说很遥远的藏宝楼顶层藏着诱人的宝藏。小明历尽千辛万苦终于找到传说中的这个藏宝楼，藏宝楼的门口竖着一个木板，上面写有几个大字：寻宝说明书。说明书的内容如下：藏宝楼共有  $N+1$  层，最上面一层是顶层，顶层有一个房间里面藏着宝藏。除了顶层外，藏宝楼另有  $N$  层，每层  $M$  个房间，这  $M$  个房间围成一圈并按逆时针方向依次编号为 0， $\dots$ ， $M-1$ 。其中一些房间有通往上一层的楼梯，每层楼的楼梯设计可能不同。每个房间里有一个指示牌，指示牌上有一个数字  $x$ ，表示从这个房间开始按逆时针方向选择第  $x$  个有楼梯的房间（假定该房间的编号为  $k$ ），从该房间上楼，上楼后到达上一层的  $k$  号房间。比如当前房间的指示牌上写着 2，则按逆时针方向开始尝试，找到第 2 个有楼梯的房间，从该房间上楼。如果当前房间本身就有楼梯通向上一层，该房间作为第一个有楼梯的房间。寻宝说明书的最后用红色大号字体写着：“寻宝须知：帮助你找到每层上楼房间的指示牌上的数字（即每层第一个进入的房间内指示牌上的数字）总和为打开宝箱的密钥”。请帮助小明算出这个打开宝箱的密钥。

**【输入格式】**

第一行 2 个整数  $N$  和  $M$ ，之间用一个空格隔开。 $N$  表示除了顶层外藏宝楼共  $N$  层楼， $M$  表示除顶层外每层楼有  $M$  个房间。接下来  $N*M$  行，每行两个整数，之间用一个空格隔开，每行描述一个房间内的情况，其中第  $(i-1)*M+j$  行表示第  $i$  层  $j-1$  号房间的情况（ $i=1, 2, \dots, N$ ； $j=1, 2, \dots, M$ ）。第一个整数表示该房间是否有楼梯通往上一层（0 表示没有，1 表示有），第二个整数表示指示牌上的数字。注意，从  $j$  号房间的楼梯爬到上一层到达的房间一定也是  $j$  号房间。最后一行，一个整数，表示小明从藏宝楼底层的几号房间进入开始寻宝（注：房间编号从 0 开始）。

**【输出格式】**

输出只有一行，一个整数，表示打开宝箱的密钥，这个数可能会很大，请输出对 20123 取模的结果即可。

**【输入样例】**

2 3

1 2

0 3

1 4

0 1

1 5

1 2

1

【输出样例】

5

第一层:

0 号房间, 有楼梯通往上层, 指示牌上的数字是 2;

1 号房间, 无楼梯通往上层, 指示牌上的数字是 3;

2 号房间, 有楼梯通往上层, 指示牌上的数字是 4;

第二层:

0 号房间, 无楼梯通往上层, 指示牌上的数字是 1;

1 号房间, 有楼梯通往上层, 指示牌上的数字是 5;

2 号房间, 有楼梯通往上层, 指示牌上的数字是 2;

小明首先进入第一层(底层)的 1 号房间, 记下指示牌上的数字为 3, 然后从这个房间开始, 沿逆时针方向选择第 3 个有楼梯的房间 2 号房间进入, 上楼后到达第二层的 2 号房间, 记下指示牌上的数字为 2, 由于当前房间本身有楼梯通向上层, 该房间作为第一个有楼梯的房间。因此, 此时沿逆时针方向选择第 2 个有楼梯的房间即为 1 号房间, 进入后上楼梯到达顶层。这时把上述记下的指示牌上的数字加起来, 即  $3+2=5$ , 所以打开宝箱的密钥就是 5。

【数据说明】

对于 50%数据, 有  $0 < N \leq 1000$ ,  $0 < x \leq 10000$ ;

对于 100%数据, 有  $0 < N \leq 10000$ ,  $0 < M \leq 100$ ,  $0 < x \leq 1,000,000$ 。

#### 4 专题练习一排序

##### 4.1 快速排序 (quickSort.cpp)

##### 4.2 归并排序 (megerSort.cpp)

##### 4.3 计数排序 (countSort.cpp)

#### 5 算法练习

##### 5.1 二分查找 (binarySearch.cpp)

在一个给定的无重复元素的递增序列里, 查找与给定关键字相同的元素, 若存在则输出找到的位置, 不存在输出-1。

输入:

一组输入数据, 输入数据第一行首先输入两个正整数  $n$  ( $n \leq 10^6$ ) 和  $m$  ( $m \leq 10^4$ ),  $n$  是数组中数据元素个数, 随后连续输入  $n$  个正整数。

随后  $m$  行输入  $m$  个待查找的关键字  $key$

输出:

若在给定的序列中能够找到与关键字  $key$  相等的元素, 则输出位序(序号从 0 开始), 否则输出-1。

输入样例:

```
8 3
4 6 21 13 9 20 8 22
6
8
17
```

输出样例:

```
1
2
-1
```

#### 6 解题思路练习(挑战)

有一个层数为  $n$  ( $n \leq 1000$ ) 的数字三角形。现有一只蚂蚁从顶层开始向下走, 每走下一级, 可向左下方向或右下方向走。求走到底层后它所经过数字的总和的最大值。(max.cpp)

【输入格式】

第一个整数为  $n$ , 一下  $n$  行为各层的数字。

**【输出格式】**

一个整数，即最大值。

**【输入样例】**

5

1

6 3

8 2 6

2 1 6 5

3 2 4 7 6

**【输出样例】**

23