**2-й слайд. Концептуальная постановка задачи.**

Стохастический метод Галёркина является интрузивным методом, который нечасто применяется к анализу регрессионных моделей. Целью моей работы было выявление условий, когда применение этого метода оправдано.

При решении широкого класса задач одним из основных методов в настоящее время является компьютерное моделирование, которое, несмотря на своё бурное развитие в настоящее время, далеко не всегда позволяет безошибочно предсказать поведение комплексной системы реального мира. Это, по большей части, объясняется несоответствием между математическим представлением и описываемым явлением, а также погрешностями вычислений и неопределённостью входных факторов. В связи с этим всё чаще сегодня прибегают к использованию стохастических методов. Так, например, широко используется подход на основе, так называемого, черного ящика, преобразующего по некоторому неизвестному и содержащему элементы случайности правилу вектор входных переменных X в отклик системы Y. Сюда можно отнести как классический метод линейной регрессии, так и обретающий сегодня всё большую популярность метод разложения полиномиального хаоса (РПХ). Этот метод рассматривает входные данные X как реализацию случайной величины с заданным законом распределения.

**3-й слайд. Математическая постановка задачи**

Рассматривается модель чёрного ящика, где входные параметры считаются случайными. Тогда отклик модели можно найти в виде разложения по системе ортогональных полиномов, связанных с распределением входных данных. При этом входные данные и отклик считаются квадратично интегрируемыми случайными величинами с конечной дисперсией.

**4-й слайд. Разложение полиномиального хаоса**

Полиномы выбираются ортонормированными по отношению к их совместному распределению вероятностей.

**5-й слайд. Полиномы Эрмита**

В моей работе используются нормально распределённые входные параметры, которым соответствует ортогональный базис.

**7-й слайд. Тестирование**

Был реализован программный код, результаты тестирования которого приведены на слайде. Здесь рассмотрены как стандартные, так и некоторые специальные функции. Были вычислены среднеквадратичные ошибки, представленные в двух правых столбцах.

Из данных результатов можно сделать вывод, что, хоть и при малом среднеквадратичном отклонении входных данных аппроксимация методом наименьших квадратов и является гораздо более точной, при повышении среднеквадратичного отклонения погрешность аппроксимации методом наименьших квадратов очень сильно возрастает, в то время как погрешность стохастического метода Галёркина растёт гораздо медленнее. Также стохатический метод Галёркина наиболее хорошо подходит для анализа интегральных параметров функции, а не значений функции в отдельных точках.

**8-й слайд. Модель Шлёгля**

Эта система содержит только один тип частиц; каждое взаимодействие происходит с заданной интенсивностью .

Уравнение детерминированной модели для схемы взаимодействий выглядит следующим образом

где – количество молекул вещества

Стационарное решение этого дифференциального уравнения реализуется при Все корни этого уравнения действительны и различны лишь в том случае, когда дискриминант многочлена .

При система бистабильна с одной нестабильной фиксированной точкой между двумя стабильными фиксированными точками, при система моностабильна. Переход от моностабильности к бистабильности происходит через бифуркацию седлового узла.

Детерминированный подход хорошо описывает поведение данного процесса при большом количестве молекул, что даёт возможность пренебречь стохастическими флуктуациями. В том случае, когда всё-таки нужно учитывать стохастические эффекты, удобно бывает записать для системы уравнение Фоккера-Планка.

**9-й слайд. Уравнение Фоккера-Планка и нахождение плотности эволюции системы**

При уравнение Фоккера-Планка становится стационарным. При этом для модели Шлёгля ,

**11-12 слайд. Система с моностабильным поведением**

Как видно из рисунка, аппроксимирующая функция отличается по значениям в точках от аппрокисмируемой. Однако можно заметить, что средние значения на рассматриваемом нами множестве функций довольно близки.

Нетрудно видеть, что – не что иное, как функция распределения вероятности эволюции системы, а – аппроксимация этой функции. Проведём сравнение этих двух функций

Таким образом, в этой работе было показано, что стохастический метод Галёркина хорошо подходит для анализа интегральных параметров системы. Также для случайных данных с известным законом распределения можно подобрать определённый ортонормированный базис, на котором стохастический метод Галёркина также оказывается более точным и стабильным (по крайней мере, в интегральном смысле), чем многие неинтрузивные методы.

**13-й слайд. Задача о линейном затухающем осцилляторе**

Очень часто в реальных физических задачах многие постоянные в рамках этих задач параметры системы бывают измерены реальными приборами с некоторыми погрешностями. В тех случаях, когда приборы обеспечивают достаточную точность, можно игнорировать стохастические эффекты, возникающие в силу случайности заданных параметров. В том случае, если игнорировать данный факт нельзя, необходимо прибегать к определённым методам, которые позволяют решать задачи подобного рода. Стохастический метод Галёркина как раз и является одним из таких методов, позволяя рассматривать измеренные с некоторой погрешностью параметры как функции некоторых случайных величин, законы распределения которых известны. В качестве примера подобной реальной задачи была выбрана задача о линейном затухающем осцилляторе, потому что эта задача позволяет продемонстрировать возможность применения стохастического метода Галёркина для решения обыкновенных дифференциальных уравнений со случайными параметрами, при этом данная задача имеет простое аналитическое решение, с которым можно было бы сравнить результаты, полученные при применении метода.

**16-й слайд. Выводы**

В теоретической части работы всесторонне рассмотрена проблема подбора модели, описывающей изменения состояния системы под действием различных факторов стохастической природы. Подробно описан подход, основанный на разложении полиномиального хаоса, который позволяет не только использовать знания или предположения о законе распределения случайных входных данных, но и в интрузивной постановке учитывать устройство модели.

В практической части работы реализован программный код для вычисления стохастической проекции Галёркина. На тестовых примерах проведён сравнительный анализ качества полученной модели с моделью МНК на основе полиномов Колмогорова-Габора. Установлено, что при больших среднеквадратичных отклонениях предпочтение следует отдать стохастической проекции Галёркина.

При исследовании модели Шлёгля установлено, что метод лучше всего подходит для оценки интегральных параметров системы. Также метод эффективен для анализа поведения системы, если параметры системы зависят от случайных параметров, законы распределения которых известны, так как он даёт возможность варьировать эти параметры, не пересчитывая аппроксимирующую функцию.

При решении задачи о линейном затухающем осцилляторе со случайным коэффициентом затухания колебаний обнаружено, что метод стохастических проекций Галёркина крайне эффективен для решения дифференциальных уравнений, поскольку даёт очень точную аппроксимацию решения даже при большой дисперсии случайных параметров системы.