МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДАНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Московский государственный технический

университет имени Н.Э. Баумана»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_ФН\_\_\_

КАФЕДРА  
«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

Направление: Математика и компьютерные науки

Дисциплина: Теория вероятности и математическая статистика

Домашняя работа №1

Группа: \_ФН11-52Б\_

Вариант №16

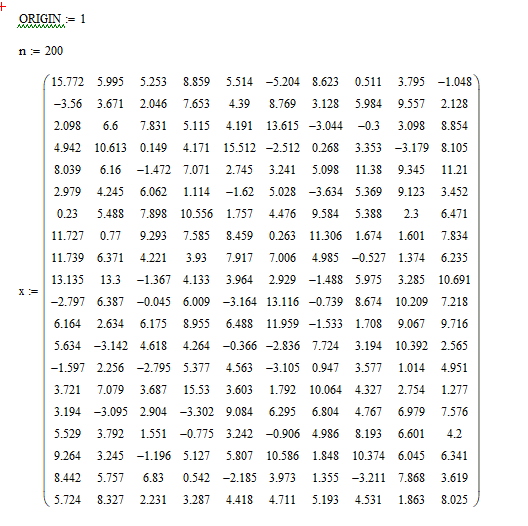
Студент: Хаписов М.Х.

Преподаватель: Облакова Т.В.

Москва 2022

Произведем группировку массива, заданного в виде матрицы .

Копируем данные в MATHCAD-файл и вводим количество элементов : (рисунок 1)



**Рисунок 1**

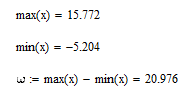
**Замечание**. По умолчанию в среде MATHCAD координаты векторов, столбцы и строки матрицы нумеруются с нуля (ORIGIN:=0). Строка



на рисунке 1 переопределяет порядок нумерации.

Для группировки будем использовать встроенные функции.

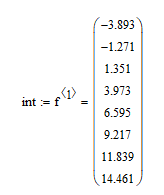
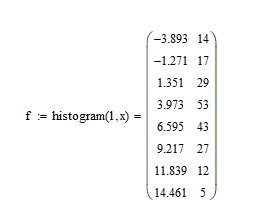
Крайние члены вариационного ряда находятся как максимум и минимум выборки , их разность есть размах выборки :



Рассчитываем количество интервалов группировки по формуле (1), используя встроенную функцию , возвращающую целую часть числа:

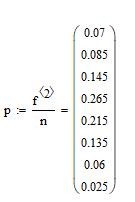


Далее используем встроенную функцию , аргументами которой служат число интервалов группировки и массив исходных данных . Эта функция возвращает два столбца: в первом содержатся средние значения каждого из  интервалов, во втором – частоты попадания элементов из  в каждый из  интервалов.



Здесь столбец – средние значения интервалов группировки ( – первый столбец ).

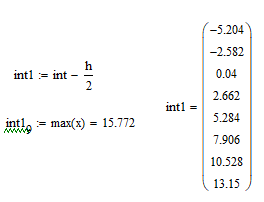
Далее найдем *относительные частоты* , разделив абсолютные частоты из второго столбца на объем выборки:



Находим ширину интервалов группировки:



И запишем в столбец границы интервалов, при этом последним элементом столбца будет максимальное значение выборки:



Таким образом была произведена группировка статистических данных. Результатом группировки является интервальный вариационный ряд, который можно представить в виде таблицы 1:

***Таблица 1 – Интервальный вариационный ряд***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Интервал | Середина интервала | Частота | Относительная частота |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

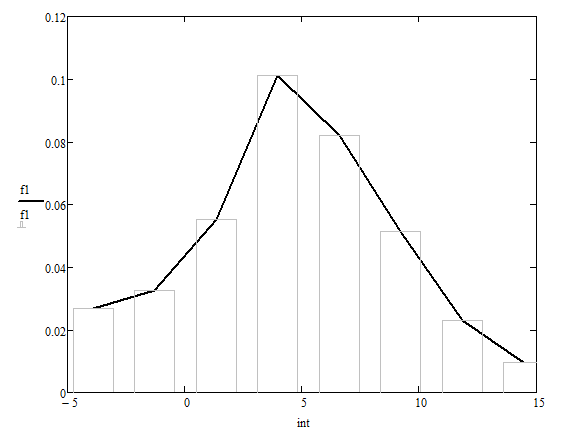
Следующим шагом в обработке выборки является ее графическое представление.

**Определение 4**. *Гистограммой относительных частот* называется фигура, состоящая из прямоугольников с основанием и высотой, равной отношению (*плотность* относительной частоты).

При этом площади прямоугольников равны соответствующим относительным частотам. А поскольку в силу закона больших чисел эти частоты приближают вероятности попадания в интервалы, то гистограмма таким образом графически изображает площади под графиком плотности теоретического закона.

Иногда середины верхних сторон прямоугольников соединяют ломаной и получают *полигон относительных частот*.

При построении гистограммы по оси абсцисс указывается столбец , а по оси ординат – столбец . При этом гистограмма и полигон отличаются только типом графика (гистограмма получается при выборе типа «сплошные столбики», а полигон - это линия)

На рисунке 2 приведены оба графика для примера 2. 

*Рисунок 2 – Гистограмма и полигон относительных частот*

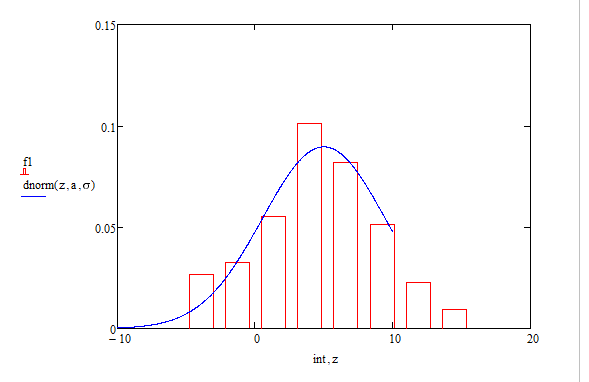
**Замечание**. По виду гистограммы мы можем заключить, что частоты максимальны для некоторого значения, монотонно возрастают при приближении к этому значению и монотонно убывают при удалении от этого значения. Это наблюдение позволяет предположить, что теоретический закон распределения выборки является гауссовским.

В предположении, что заданная выборка подчиняется нормальному закону с плотностью , , найдем параметры этого закона.

Так как выборка достаточно велика, то в силу УЗБЧ выборочное среднее близко к математическому ожиданию, которое для нормального закона равно .

Приравнивая выборочное среднее (3) к его предельному значению , находим оценку параметра: .

На рисунке 3 построены совмещенные графики гистограммы и теоретической плотности показательного закона с найденным параметром.

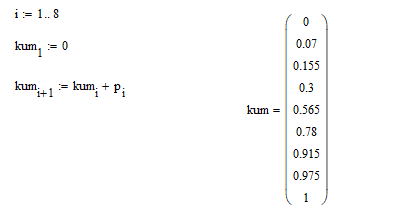


*Рисунок 3 Гистограмма и график плотности*

**Замечание**. Описанный метод оценки параметра называется *методом моментов*. Если же распределение зависит от двух и более параметров, то используют выборочные моменты более высоких порядков, которые полагают равными теоретическим моментам.

Построим эмпирическую функцию распределения по сгруппированным данным из таблицы 1.

Для этого необходимо рассчитать *накопленные частоты*. Они определяются путем последовательного суммирования относительных частот интервалов. Составим столбец накопленных частот . Первый элемент столбца равен нулю, следующие элементы находятся по формуле при . Следовательно, последний элемент является суммой всех относительных частот и должен быть равен 1.



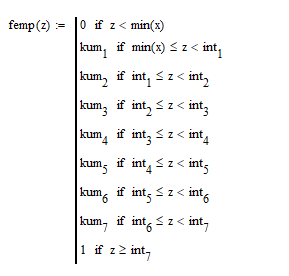
Эмпирическая функция распределения для интервального вариационного ряда таким образом принимает вид:

где – количество интервалов;

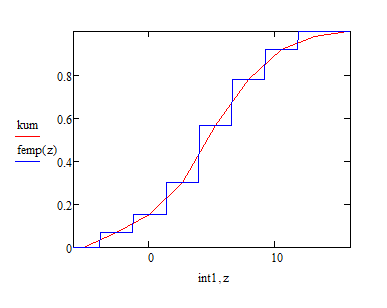
– середина -го интервала ();

– относительные частоты.

В данном варианте количество интервалов равно , середины интервалов записаны в столбце , а накопленные частоты – в столбце . Таким образом, в среде MATHCAD эмпирическая функция распределения может быть задана так:



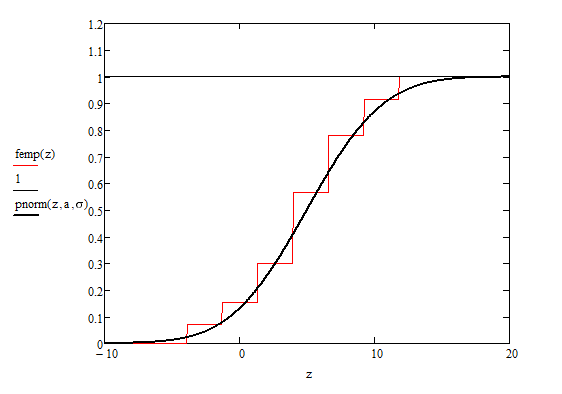
Построим эмпирическую функцию распределения:



*Рисунок 4 – эмпирическая функция распределения*

На рисунке 3 ломаная линия изображает *полигон накопленных частот*. Вершинами этой ломаной являются точки, координаты которых соответствуют границам интервалов и накопленным частотам, то есть .

**Замечание**. В принципе если дана вся выборка, то построение эмпирической функции распределения можно делать без использования группировки непосредственно по формуле (5). На рисунке 5 построены совмещенные графики ЭФР и (встроенной) теоретической функции распределения с оцененными значениями параметров .



*Рисунок 5. Эмпирическая и теоретическая функции распределения*