МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДАНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Московский государственный технический

университет имени Н.Э. Баумана»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_ФН\_\_\_

КАФЕДРА  
«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

Направление: Математика и компьютерные науки

Дисциплина: Теория вероятности и математическая статистика

Домашняя работа №6

Группа: \_ФН11-52Б\_

Вариант №16

Студент: Хаписов М.Х.

Преподаватель: Облакова Т.В.

Москва 2022

**Задача 6.** Последовательный критерий отношения правдоподобия

*Условие задачи:*

В условиях задачи №5

1. постройте последовательный критерий Вальда для проверки гипотезы

𝐻0: 𝑎 = 𝑎0 против альтернативы 𝐻1: 𝑎 = 𝑎1 при известном 𝜎 = 𝜎1. Ошибка первого рода задана в условии, ошибка второго рода 𝛽 вычислена вами в пункте 4.

1. примените построенный критерий к заданной выборке (порядок чтения

- по столбцам), сформулируйте результат. Дайте графическую иллюстрацию последовательного критерия.

1. вычислите математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе 𝐻0 и при альтернативе 𝐻1.

4) перепишите критическое множество из пункта 3 в виде , отметьте на графике и сравните результаты применения критериев Вальда и Неймана-Пирсона.

Данные:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 𝛼 | 𝑎0 | 𝐻2: | 𝜎0 | 𝐻3: | 𝐻1: 𝑎 = 𝑎1 | 𝜎1 | 𝜀 | 𝑛 |
| 0.1 | −3.7 | 𝑎 > 𝑎0 | 1.3 | 𝜎 < 𝜎0 | 𝑎1 = −3.4 | 1.3 | 0.1 | 120 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3.151 | 4.708 | 3.454 | 4.898 | 4.821 | 4.479 | 5.468 | 4.96 | 5.787 | 4.788 |
| 6.526 | 5.409 | 5.151 | 3.777 | 3.738 | 2.649 | 6.063 | 2.976 | 2.386 | 5.042 |
| 4.67 | 4.155 | 4.37 | 2.962 | 5.456 | 5.912 | 6.214 | 3.714 | 2.791 | 5.684 |
| 4.918 | 2.312 | 5.094 | 2.618 | 3.377 | 6.607 | 5.13 | 4.472 | 4.488 | 4.535 |
| 5.236 | 4.904 | 0.724 | 2.583 | 6.142 | 5.499 | 4.042 | 4.699 | 7.054 | 3.107 |
| 2.822 | 6.992 | 1.63 | 2.115 | 2.822 | 6.15 | 5.382 | 1.232 | 5.321 | 3.329 |
| 3.062 | 3.885 | 3.993 | 5.775 | 4.6 | 5.753 | 2.912 | 4.129 | 2.856 | 2.243 |
| 4.777 | 4.681 | 3.762 | 5.806 | 3.645 | 6.382 | 5.483 | 3.967 | 3.384 | 3.389 |
| 4.66 | 2.086 | 4.593 | 2.531 | 6.352 | 2.923 | 6.732 | 1.989 | 3.867 | 4.115 |
| 6.913 | 4.629 | 5.259 | 3.531 | 4.596 | 4.115 | 4.824 | 5.218 | 4.256 | 0.829 |

Построим последовательный критерий Вальда для проверки гипотезы

𝐻0: 𝑎 = 𝑎0 против альтернативы 𝐻1: 𝑎 = 𝑎1 при известном 𝜎 = 𝜎1.

Найдем такие границы 𝐴 и 𝐵, которые удовлетворяют следующему условию:

Положим

то есть статистикой критерия будет .

Сформулируем критерий Вальда: если , то принимается , если , то принимается . Тогда ошибка первого рода принимает вид:

а ошибка второго рода:

Постоянные и возьмём следующие:

Отношение правдоподобия можно вычислить следующим образом:

Применим построенный критерий к данной выборке

Введём обозначение

Тогда

Приведём графическую иллюстрацию последовательного критерия (рисунок 1)

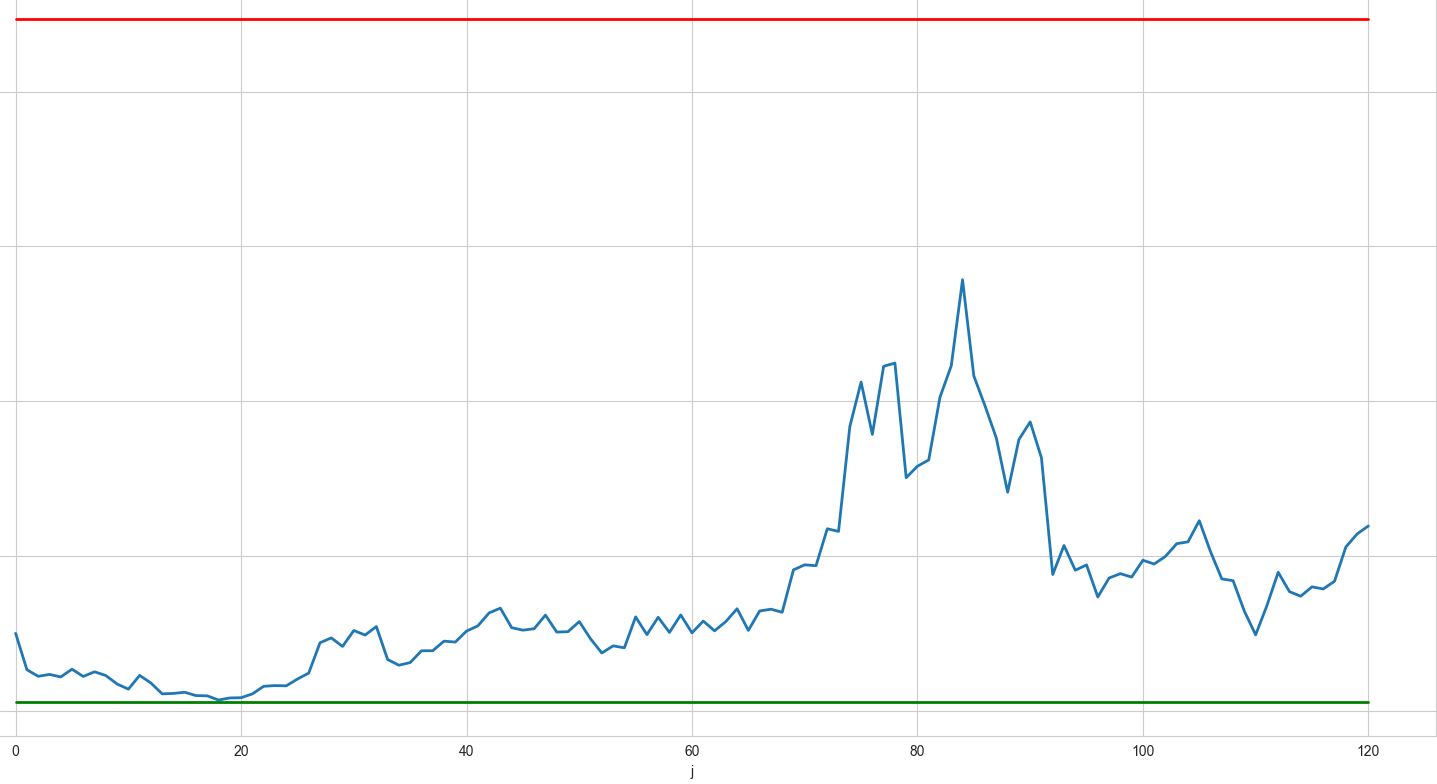


Рисунок 1 – графическая иллюстрация последовательного критерия

Вычислим математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе и при альтернативе .

Найдём математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе :

где

Найдем математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе :

где

Перепишем критическое множество из пункта 3 в виде , отметьте на графике и сравните результаты применения критериев Вальда и Неймана-Пирсона.

Запишем критическое множество в следующем виде:

Выразим :

где .

Следовательно, . Таким образом, получаем критическое множество:

Приведём графическую иллюстрацию последовательного критерия (рисунок 2)

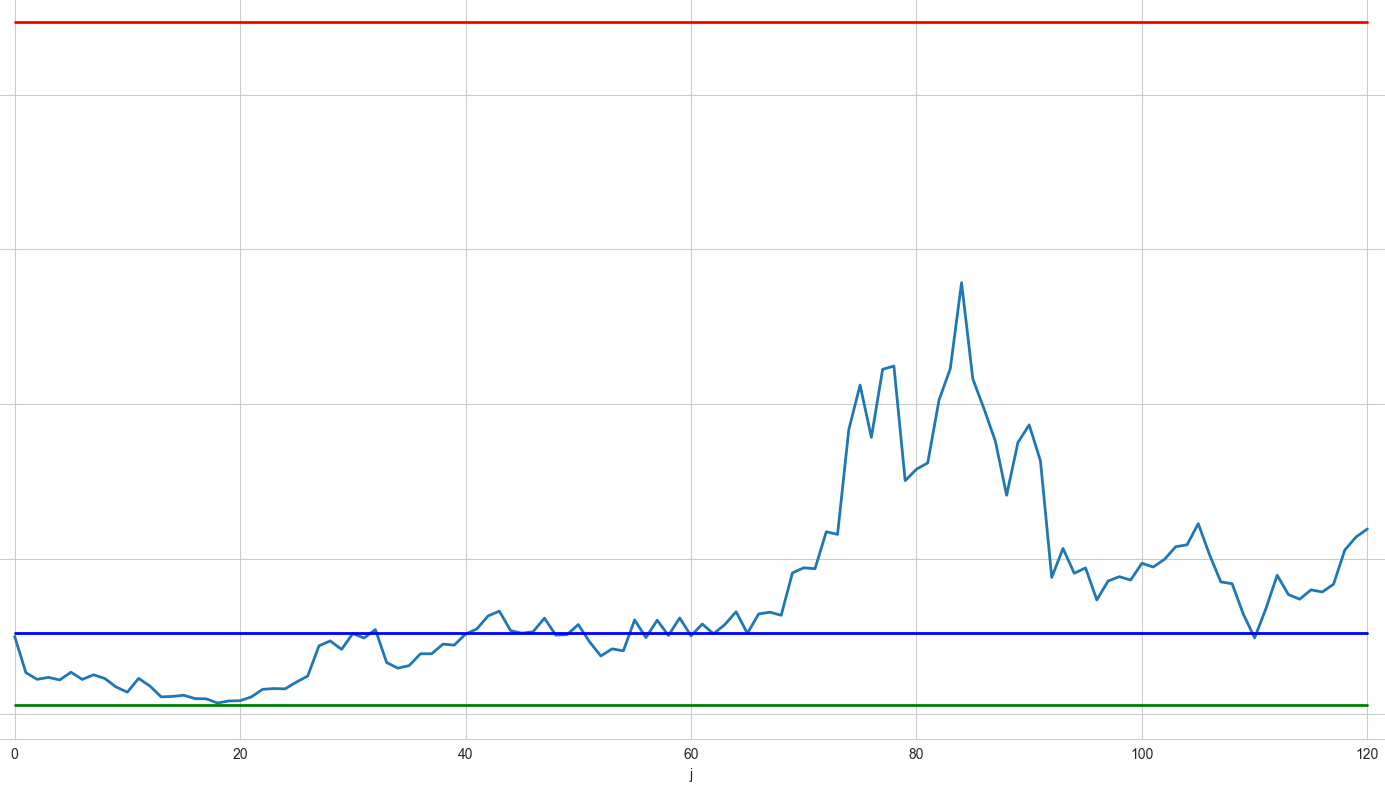


Рисунок 2 – графическая иллюстрация последовательного критерия

При этом при :

Выводы:

В процессе выполнения задания мы освоили этапы первоначальной обработки статистических данных и изучили основные понятия, связанные с этой темой. Мы научились строить последовательный критерий Вальда для проверки гипотезы 𝐻0: 𝑎 = 𝑎0 против альтернативы 𝐻1: 𝑎 = 𝑎1 при известном 𝜎 = 𝜎1, а также применять построенный критерий к заданной выборке, вычислять математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе 𝐻0 и при альтернативе 𝐻1. В данной задаче выборка оказалась слишком маленькой для применения критерия Вальда. Ввиду того, что значение принадлежит полученному критическому множеству 𝑆, то принимается гипотеза 𝐻1.