大物期末总结

John Williams

1 光学

光的相干叠加

- 两束光在空间一点叠加强度

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi \tag{1.1}$$

- 条纹衬比度

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \tag{1.2}$$

双缝干涉

- 条纹间距

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda \tag{1.3}$$

  其中 D 为双缝到屏幕距离，d 为双缝间距。参考量级：

  Δx:1 mm　D:1 m　d :0.1 mm　λ:100 nm

- 相差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda} \tag{1.4}$$

时间相干性

- 准单色光最大相干级次

$$k_M = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \tag{1.5}$$

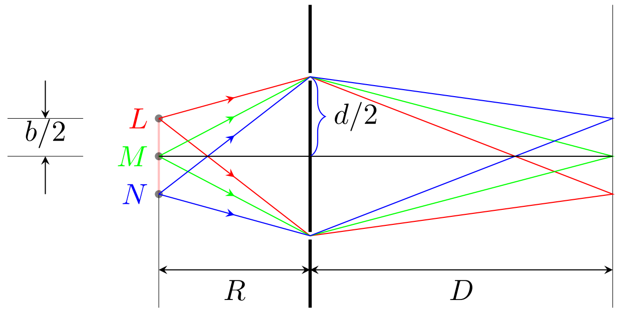
- 相干长度

$$\delta_M = k_M\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \tag{1.6}$$

- 相干时间

$$\tau = \frac{\delta_M}{c} \tag{1.7}$$

空间相干性



- 极限宽度：光源宽度大到某个值 b_0 时干涉条纹刚好消失

$$b_0 = \frac{R}{d}\lambda \tag{1.8}$$

- 相干间隔

$$d_0 = \frac{R}{b}\lambda \tag{1.9}$$

- 相干孔径角

$$\theta_0 = \frac{d_0}{R} = \frac{\lambda}{b} \tag{1.10}$$

- 角直径

$$\varphi = \frac{b}{R} = \frac{\lambda}{d_0} \tag{1.11}$$

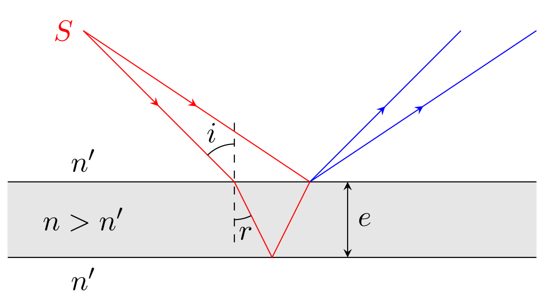
光程　nr——在折射率为 n 的介质中，光走距离 r 的等效真空路程，称为光程。

$$\text{相差} = \frac{\text{光程差}}{\lambda} \cdot 2\pi \tag{1.12}$$

薄膜干涉

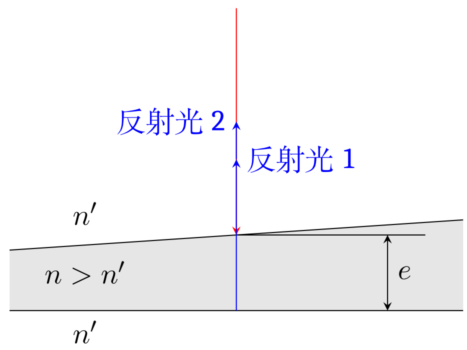
- 通用公式

$$\delta = 2ne\cos r + \frac{\lambda}{2} = 2e\sqrt{n^2 - n'^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \tag{1.13}$$



- 等厚条纹
  - 光程差

$$\delta \approx 2ne + \frac{\lambda}{2} = \delta(e) \tag{1.14}$$



- 劈尖

$$
\begin{aligned}
&\text{明纹：} & \delta &= k\lambda, & k &\in \mathbb{N}^+, \qquad (1.15)\\
&\text{暗纹：} & \delta &= (2k'+1)\frac{\lambda}{2}, & k' &\in \mathbb{N} \qquad (1.16)
\end{aligned}
$$

  - 相邻亮纹厚度差

$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n} \tag{1.17}$$

  - 条纹间距

$$L \approx \frac{\Delta e}{\theta} = \frac{\lambda}{2n\theta} \tag{1.18}$$

- 牛顿环：从下面看中心为亮纹，从上面看中心为暗纹。
  - 厚度

$$e = \frac{r^2}{2R} \tag{1.19}$$

  - 顶视光程差

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} \tag{1.20}$$

  - 顶视暗环半径

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \propto \sqrt{k}, \qquad k \in \mathbb{N} \tag{1.21}$$

  - 顶视明环半径

$$r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}, \qquad k \in \mathbb{N}^+ \tag{1.22}$$

- 等倾条纹：明暗相间的同心圆环
  - 半径

$$R_k = f \tan i_k \tag{1.23}$$

    f 为凸透镜焦距，i_k 为入射角。
  - 光程差

$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \tag{1.13}$$

  - 中心每冒出或缩进一个亮纹，膜厚变化：

$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n} \tag{1.24}$$

- 迈克尔孙干涉仪动臂平移距离与条纹数目变化关系

$$\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2} \tag{1.25}$$

光的衍射

- 单缝衍射
  - 光程差

$$\delta = a \sin\theta \tag{1.26}$$

  a 为缝宽，θ 为衍射角。

  - 条纹分布

$$a \sin\theta = \begin{cases} 0 & & \text{中央明纹（中心）} \\ \pm k\lambda, & k \in \mathbb{N}^+ & \text{暗纹} \\ \pm(2k'+1)\dfrac{\lambda}{2}, & k' \in \mathbb{N}^+ & \text{明纹（中心）} \end{cases} \tag{1.27}$$

  - 光强公式

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \tag{1.28}$$

  其中

$$\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} \tag{1.29}$$

  - 条纹宽度

$$\text{中央明纹角、线宽度} \quad \Delta\theta_0 \approx 2\frac{\lambda}{a}, \Delta x_0 = 2f\frac{\lambda}{a} \tag{1.30}$$

$$\text{其他明纹线宽度} \qquad \Delta x \approx f\frac{\lambda}{a} = \frac{1}{2}\Delta x_0 \tag{1.31}$$

- 正入射光栅衍射
  - 明纹条件

$$d \sin\theta = \pm k\lambda, \qquad k \in \mathbb{N} \tag{1.32}$$

  - 暗纹条件

$$d \sin\theta = \frac{\pm k'}{N}\lambda \qquad k' \in \mathbb{N}, \quad k \nmid k' \tag{1.33}$$

  或

$$d \sin\theta = \pm k\lambda + \frac{m}{N}\lambda, \qquad k \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}^+, m < N \tag{1.33'}$$

  - 主极大半角宽

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{N d \cos\theta_k} \tag{1.34}$$

- 光强公式

$$I_P = I_{0\text{单}} \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2 \tag{1.35}$$

其中

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{\pi a}{\lambda}\sin\theta \\ \beta = \dfrac{\pi d}{\lambda}\sin\theta \end{cases} \tag{1.36}$$

- 缺级公式

$$k = k' \cdot \frac{d}{a} \tag{1.37}$$

- 斜入射光栅衍射
  - 光程差

$$\delta = d(\sin\theta - \sin i) \tag{1.38}$$

  - 明纹（主极大）条件

$$d(\sin\theta - \sin i) = \pm k\lambda \tag{1.39}$$

光学仪器的分辨本领

- 艾里斑半角宽

$$D\sin\theta_1 \approx 1.22\lambda \tag{1.40}$$

- 透镜最小分辨角

$$\theta_{\text{min}} = \theta_1 \approx 1.22\frac{\lambda}{D} \tag{1.41}$$

- 透镜分辨本领

$$R \equiv \frac{1}{\theta_{\text{min}}} = \frac{D}{1.22\lambda} \tag{1.42}$$

光栅的色分辨本领

- 设波长为 λ 和 $\lambda + \delta\lambda$ 的两束光，它们 k 级谱线的衍射角分别为 θ 和 $\theta + \delta\theta$。角色散本领

$$D_\theta \equiv \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\theta_k} \tag{1.43}$$

- 光栅的色分辨本领

$$R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nk \tag{1.44}$$

X 射线衍射

- 布拉格公式

$$2d \cdot \sin\varphi = k\lambda \tag{1.45}$$

  d 为晶面间距，φ 为掠射角。

光的偏振

- 两垂直的偏振光的合成

$\delta = 0$	1、3 象限线偏振光
$\delta = \pm\pi$	2、4 象限线偏振光
$\delta = \pm\pi/2, E_{0x} = E_{0y} = E_0$	右、左旋圆偏振光
$\delta = \pm\pi/2, E_{0x} \neq E_{0y}$	右、左旋正椭圆偏振光
$\delta = other$	斜椭圆偏振光

- 偏振度

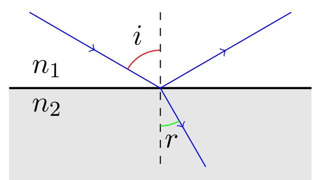
$$P = \frac{I_p}{I_t} = \frac{I_p}{I_n + I_p} \tag{1.46}$$

I_t：总强度；I_p：完全偏振光的强度；I_n：自然光的强度。

- 马吕斯定律

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \tag{1.47}$$

- 布儒斯特角



$$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1} \tag{1.48}$$

双折射

- 主平面：光传播方向与光轴构成的平面。
- 惠更斯作图法求解双折射光路图

1. 光轴方向不发生双折射。
2. o 光振动垂直于主平面，e 光振动平行于主平面。
3. 光轴平行于表面且垂直于入射面时，e 光也满足折射定律。
4. 辅助线、法线、光轴用虚线；波面用细实线；光线用粗实线。
5. 标注光线名称、振动方向。
6. 注意正负晶体。

- 晶片——相位延迟片

$$|\Delta\varphi| = |n_o - n_e| \cdot d \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \tag{1.49}$$

- 波片——针对特定波长 λ 的光设计的晶片。

四分之一波片	$\Delta\varphi = \pm\pi/2$
二分之一波片	$\Delta\varphi = \pi$
全波片	$\Delta\varphi = 2\pi$

- 完全偏振光通过 $\lambda/4$ 波片后偏振态

入射光	光轴取向	出射光
线偏振	光轴与偏振方向平行或垂直	线偏振
	光轴与偏振方向成 45° 角	圆偏振
	其他取向	椭圆偏振
圆偏振	任何取向	线偏振
椭圆偏振	光轴与椭圆长短主轴某个平行	线偏振
	其他取向	椭圆偏振

检偏

- 区分自然光和圆偏振光：
  1. 通过 $\lambda/4$ 波片后通过偏振片。
  2. 转动偏振片，如果有消光，则为圆偏振；否则为自然光。
- 区分部分偏振光和椭圆偏振光：
  1. 转动偏振片，找到光强最大的方向，让 $\lambda/4$ 波片的光轴平行该方向放置。
  2. 再通过偏振片，转动偏振片，如果有消光则为椭圆偏振光；否则为部分偏振光。
- 区分（自然光＋椭圆偏振光）与（自然光＋线偏振光）：
  1. 转动偏振片，找到光强最大的方向，让 $\lambda/4$ 波片的光轴平行该方向放置。
  2. 转动偏振片，找到光强最大的方向。如果光强最大的方向没变，则说明是线偏振光；否则为椭圆偏振光。
- 区分（自然光＋圆偏振光）组成的部分偏振光与自然光：
  1. 依次通过 $\lambda/4$ 波片和偏振片。
  2. 转动偏振片，有消光则为（自然光＋圆偏振光）；否则为自然光。
- 假设入射光是椭圆偏振光，请用下列用具检验：偏振片两块，$\lambda/4$ 波片一块。

  把一个偏振片作起偏器，用符号 P 表示；把另一个偏振片作检偏器，用符号 A 表示。检验步骤如下：
  1. 放入 A 并旋转之，看 A 的透光，找到最弱的位置。此时 A 的透光方向和椭圆偏振光的短轴方向一致。

2. 在椭圆偏振光与 A 之间放入 P 并旋转之，使 A 不透光（两次）。则 P 的透光方向与椭圆偏振光的长轴方向一致。
3. 在 P, A 之间插入 $\lambda/4$ 波片。旋转之，使 A 不透光。则波片的光轴必平行于 P 的透光方向。
4. 去掉 P。入射光对 $\lambda/4$ 来说是正椭圆光，从中透射出的是线偏振光。再旋转 A，若有两次不透光，说明 $\lambda/4$ 中透射中的光确实是线偏振光，亦即入射光确实是椭圆偏振光。

旋光现象

- 光矢量偏转角
$$\theta = a \cdot l \tag{1.50}$$
- 旋光率
$$a = \frac{\pi}{\lambda}(n_R - n_L) \tag{1.51}$$

2 量子物理

波粒二象性

- 光谱辐出度
$$M_\nu = \frac{\mathrm{d}E_\nu(T)}{\mathrm{d}\nu} \tag{2.1}$$
- 总辐出度
$$M(T) = \int_0^\infty M_\nu(T)\,\mathrm{d}\nu \tag{2.2}$$
- 单色吸收比
$$\alpha_\nu(T) = \frac{\mathrm{d}E_{\nu\text{吸收}}}{\mathrm{d}E_{\nu\text{入射}}} \tag{2.3}$$
- 基尔霍夫辐射定律：对平衡热辐射有
$$\frac{M_{\nu_i}}{\alpha_{\nu_i}} = M_{\nu\text{黑体}} \tag{2.4}$$
与材料无关。
- 维恩位移定律
$$\nu_\mathrm{m} = C_\nu T \tag{2.5}$$
$$\lambda_\mathrm{m} = \frac{b}{T} \tag{2.6}$$
其中 $C_\nu = 5.880 \times 10^{10}\mathrm{Hz/K}$，$b = 2.898 \times 10^{-3}\mathrm{m \cdot K}$。
- 斯特藩——玻尔兹曼定律
$$M(T) = \sigma T^4 \tag{2.7}$$
$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$。

- 普朗克公式

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} \tag{2.8}$$

- 光电效应方程

$$\frac{1}{2}mv_{\mathrm{m}}^2 = h\nu - A \tag{2.9}$$

红限频率

$$\nu_0 = A/h \tag{2.10}$$

- 康普顿效应

$$\Delta\lambda = \lambda_{\mathrm{C}}(1 - \cos\varphi) \tag{2.11}$$

λ_{C} 为电子的康普顿波长。实验值 $\lambda_{\mathrm{C}} = 0.0241\text{Å}$。理论值

$$\lambda_{\mathrm{C}} = \frac{h}{m_0 c} = 0.0243\text{Å} \tag{2.12}$$

- 爱因斯坦——德布罗意关系

$$E = h\nu, \qquad p = \frac{h}{\lambda} \tag{2.13}$$

- 不确定关系

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \qquad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \qquad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2} \tag{2.14}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \tag{2.15}$$

薛定谔方程

- 薛定谔方程

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2 + U(\vec{r},t)\right]\Psi \tag{2.16}$$

一维形式：

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x,t)\right]\Psi(x,t) \tag{2.17}$$

- 哈密顿量

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(\vec{r},t) \tag{2.18}$$

薛定谔方程利用哈密顿量可以写作

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi \tag{2.16$'$}$$

- 能量本征方程

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(\vec{r})\right)\Phi(\vec{r}) = E\Phi(\vec{r}) \tag{2.19}$$

- 一维定态薛定谔方程

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + U(x)\right)\Phi(x) = E\Phi(x) \tag{2.20}$$

常用形式

$$\Phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x)]\Phi(x) = 0 \tag{2.21}$$

- 薛定谔方程通解与定态解的关系：对于分立谱，设定态解为

$$\Psi_n(x,t) = \Phi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t} \tag{2.22}$$

则通解是定态解的线性叠加

$$\Psi(x,t) = \sum_n C_n \Psi_n(x,t) = \sum_n C_n \Phi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}, \qquad C_n \in \mathbb{C} \tag{2.23}$$

- 一维无限深方势阱
  - 能量本征值

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2} n^2, \qquad n \in \mathbb{N}^+ \tag{2.24}$$

- 一维谐振子
  - 能量本征值

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu \qquad n \in \mathbb{N} \tag{2.25}$$

原子中的电子

- 巴尔末公式

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{4}{B}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad n = 3, 4, 5, \ldots \tag{2.26}$$

$B = 3645.6\text{Å}$。

- 里德伯方程

$$\tilde{\nu} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right), \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad n' = n+1, n+2, \ldots \tag{2.27}$$

里德伯常数 $R = 4/B$。

- 电子跃迁频率条件

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} \tag{2.28}$$

- 玻尔半径

$$r_1 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0.529\text{Å} \tag{2.29}$$

- 氢原子能级公式

$$E_1 = \frac{-me^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2} \approx -13.6\text{eV} \tag{2.30}$$

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} = \frac{-13.6\text{eV}}{n^2}, \qquad (n \in \mathbb{N}^+) \tag{2.31}$$

- 类氢离子能级

$$E_n^{\text{类氢}} = \frac{-13.6\text{eV}}{n^2} Z^2 \tag{2.32}$$

氢原子的量子力学处理

- 氢原子问题中的守恒量完全集：$\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{L}_z, \hat{S}_z$。
- 力学量算符与量子数的关系：

算符	本征值	量子数	量子数取值
$\hat{H}$	E_1/n^2	主量子数 n	$n \in \mathbb{N}^+$
$\hat{L}^2$	$l(l+1)\hbar^2$	角量子数 l	$l = 0, 1, \ldots, n-1$
$\hat{L}_z$	$m_l\hbar$	磁量子数 m_l	$m_l = 0, \pm 1, \ldots, \pm l$
$\hat{S}^2$	$s(s+1)\hbar^2$	自旋量子数 s	$s = \dfrac{1}{2}$
$\hat{S}_z$	$m_s\hbar$	自旋磁量子数 m_s	$m_s = \pm\dfrac{1}{2}$

电子自旋与自旋轨道耦合

- 玻尔磁子

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24}\text{J/T} \tag{2.33}$$

- 轨道磁矩与轨道角动量的关系

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e}\vec{L} = -\frac{\vec{L}}{\hbar}\mu_B \tag{2.34}$$

$$\mu_z = -m_l \cdot \mu_B \tag{2.35}$$

- 自旋磁矩与自旋角动量的关系

$$\vec{\mu}_S = -\frac{e}{m_e}\vec{S} = -2\frac{\vec{S}}{\hbar}\mu_B \tag{2.36}$$

$$\mu_{S,z} = \pm\mu_B \tag{2.37}$$

- 碱金属原子能级公式

$$E_{nl} = \frac{-13.6\text{eV}}{(n-\Delta_{nl})^2} \tag{2.38}$$