电磁学总结1

绪论

矢量场A(x,y,z)的两个性质

通量 ∮_S AdS

对应向量场有源、无源。

环量 ∮_L Adl

对应向量场有旋、无旋。

极矢量和轴矢量

- 极矢量 镜像下垂直分量反向, 平行分量不变
- 镜像下垂直分量不变, 平行分量反向

电学

静电场

- 库仑定律 $oldsymbol{F}=rac{q_1q_2}{4\piarepsilon_0r^2}oldsymbol{r}$
- 偶极子

o 中垂线上一点的电场强度
$$oldsymbol{E}=rac{-oldsymbol{p}}{4\piarepsilon_0oldsymbol{r}^3}$$

o 沿连线方向一点的电场强度

$$m{E}=rac{2m{p}}{4\piarepsilon_0 r^3}$$

o 一般情况下电场强度

$$E = rac{1}{4\piarepsilon_0 m{r}^3}igg[rac{3(m{r}\cdotm{p})m{r}}{m{r}^2}-m{p}igg]$$

其中p = ql

- 均匀带电细圆环在轴线上一点的场强 $E=rac{qx}{4\piarepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$
- 均匀带电圆面在轴线上一点的场强 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right]$
- 电偶极子在均匀电场中

o 所受的力矩

$$oldsymbol{M} = oldsymbol{p} imes oldsymbol{E}$$

o 势能

$$W = - \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E}$$

• 高斯定律
$$\oint_{S} m{E} \cdot \mathrm{d}m{S} = rac{1}{arepsilon_{0}} \sum q_{in} \; \mathrm{g} \; m{
abla} \cdot m{E} = rac{
ho}{arepsilon_{0}}$$

- 典型静电场

$$m{E} = \left\{egin{array}{ll} 0 & (r < R) \ rac{q}{4\piarepsilon_0 r^2} m{e_r} & (r > R) \end{array}
ight.$$

$$m{E} = \left\{ egin{aligned} rac{q}{4\piarepsilon_0 R^3} m{r} = rac{
ho}{3arepsilon_0} m{r} & (r < R) \ rac{q}{4\piarepsilon_0 r^2} m{e}_r & (r \ge R) \end{aligned}
ight.$$

o 均匀带电无限长直线

$$E=rac{\lambda}{2\piarepsilon_0 r}$$

o 均匀带电无限大平面 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$$E=rac{\sigma}{2arepsilon_0}$$

电势

• 静电场环路定理
$$\oint_C m{E} \cdot \mathrm{d} m{r} = \mathbf{0}$$

• 电势差
$$oldsymbol{arphi}_1-oldsymbol{arphi}_2=\int_{P_1}^{P_2}oldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}oldsymbol{r}$$
 电势 $oldsymbol{arphi}_P=\int_{P_1}^{P_0}oldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}oldsymbol{r}$

• 点电荷电势
$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

- 场强与电势的关系 $E = -\nabla \varphi$
- 典型场的电势

$$arphi = \left\{ egin{array}{ll} rac{q}{4\piarepsilon_0 R} & (r \leq R) \ rac{q}{4\piarepsilon_0 r} & (r \geq R) \end{array}
ight.$$

$$arphi = \left\{ egin{array}{l} rac{q}{8\piarepsilon_0 R^3} (3R^2 - r^2) & (r \leq R) \ rac{q}{4\piarepsilon_0 r} & (r \geq R) \end{array}
ight.$$

$$arphi = rac{\lambda}{2\piarepsilon_0} ext{ln} \, rac{r_0}{r}$$

$$arphi = rac{m{r} \cdot m{p}}{4\pi arepsilon_0 r^3}$$

o 均匀带电细圆环

$$arphi = rac{q}{4\piarepsilon_0(R^2+x^2)^{1/2}}$$

• 电偶极子在均匀外电场中的电势能 $W = -p \cdot E$

• 电荷系的静电能
$$W=rac{1}{2}\sum_{i=1}^n q_i arphi_i$$
 或 $W=rac{1}{2}\int_q arphi \mathrm{d}q$

$$ullet$$
 均匀带电球面的静电能 $W=rac{q^2}{8\piarepsilon_0 R}$

• 均匀带电球体的静电能
$$W=rac{3q^2}{20\piarepsilon_0R}$$

• 静电场能量
$$W = \int_V w_e \mathrm{d}V$$

其中
$$w_e=rac{arepsilon_0 E^2}{2}$$
为电场能量密度

静电场中的导体

• 表面电荷与场强的关系

$$\sigma = \varepsilon_0 E$$

电介质的极化

• 电极化强度
$$oldsymbol{P} = rac{\sum oldsymbol{p_i}}{\Delta V} = noldsymbol{p}$$

n为分子数密度

对各向同性的电介质
$$oldsymbol{P} = arepsilon_0 (arepsilon_r - 1) oldsymbol{E} = arepsilon_0 \chi oldsymbol{E}$$

• 束缚电荷

$$q_{ ext{in}}' = -\oint_S oldsymbol{P} \cdot \mathrm{d}oldsymbol{S}$$

D的高斯定律

$$\oint m{D}\cdot\mathrm{d}m{S} = \sum q_{0\mathrm{in}}$$

其中电位移矢量 $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon \mathbf{E} \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

• 静电场的边界条件 $E_{1\mathrm{t}}=E_{2\mathrm{t}},D_{1\mathrm{n}}=D_{2\mathrm{n}}$

• 电容
$$C = \frac{Q}{U}$$

- 常见电容
 - o 平行板电容器

$$C=rac{arepsilon S}{d}$$

o 圆柱形电容器

$$C = rac{2\piarepsilon L}{\ln(R_2/R_1)}$$

o 球形电容器

$$C=rac{4\piarepsilon R_1R_2}{R_2-R_1}$$
o 孤立导体球

$$C=4\pi \varepsilon_0 R$$

• 电介质中电场的能量密度

$$w_e=rac{arepsilon E^2}{2}=rac{DE}{2}$$

恒定电流

- 电流密度 $\boldsymbol{J} = nqv$
- 电流 $I = \int_{S} \boldsymbol{J} \cdot d\boldsymbol{S}$
- 电流的连续性方程

$$\oint_S oldsymbol{J} \cdot \mathrm{d}oldsymbol{S} = -rac{\mathrm{d}q_\mathrm{in}}{\mathrm{d}t}$$

恒定电流时上式为零

• 欧姆定律微分形式

$$oldsymbol{J} = \sigma oldsymbol{E}$$

♂为电导率

• 金属中电流的经典微观图像

$$\sigma = rac{ne^2}{m} au$$

• 焦耳定律

$$p = \sigma E^2, P = I^2 R$$

磁场

• 毕---萨定律
$$\mathbf{d} oldsymbol{B} = rac{\mu_0}{4\pi} \cdot rac{I\mathbf{d} oldsymbol{l} imes oldsymbol{e}_r}{r^2}$$

• 安培定律
$$\mathbf{d} F_{12} = I_2 \mathbf{d} l_2 \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_1 \mathbf{d} l \times r_{12}}{r_{12}^3} \right) \mathbf{d} F_{21} = I_1 \mathbf{d} l_1 \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_2 \mathbf{d} l \times r_{21}}{r_{21}^3} \right)$$

•
$$m{B}$$
的高斯定理 $\oint_{m{S}} m{B} \mathrm{d} m{S} = 0$ 或 $abla m{B} = 0$

• 安培环路定理
$$\oint_l m{B} \mathrm{d} m{l} = \mu_0 \sum I_{\mathrm{in}}$$

- 典型磁场
 - o 直线电流的磁场

$$B = rac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos heta_1 - \cos heta_2)$$

无限长直导线
$$B=rac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

o 圆电流磁场

$$B=rac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

中心点处

$$B=rac{\mu_0 I}{2R}$$

o 磁矩的磁场

$$oldsymbol{B} = rac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[rac{3(oldsymbol{m}\cdotoldsymbol{r})oldsymbol{r}}{r^2} - oldsymbol{m}
ight]$$

o 载流直螺线管

$$B=rac{\mu_0 nI}{2}(\cos heta_2-\cos heta_1)$$

无限长直螺线管

$$B = \mu_0 nI$$

o 无限长圆柱面

$$B = egin{cases} rac{\mu_0 I}{2\pi r} & (r > R) \ 0 & (r < R) \end{cases}$$

o 通电螺绕环

$$B = \mu_0 nI$$

o 无限大平面

$$B=rac{\mu_0 i}{2}$$

其中i为面电流密度。

磁力

- 洛伦兹力 $F = qv \times B$
- 安培力d $F = Idl \times B$

• 载流线圈在均匀外磁场下所受力矩 $M = m \times B$

其中m = IS,S与电流流向成右手螺旋。

• 霍尔效应
$$U_{
m H}=rac{IB}{nbq}=K_{
m H}rac{IB}{b}$$

$$K_{
m H}=rac{1}{nq}$$
是霍尔系数。

霍尔电阻
$$R_{
m H}=rac{U_{
m H}}{I}=rac{B}{nab}$$

磁介质

- $\boldsymbol{B} = \mu_r \boldsymbol{B_0}$
- 磁化体电流密度 $j' = \nabla \times M$

M是磁化强度。

面电流密度 $i' = M \times e_n$

• 磁化强度、磁感应强度、磁场强度的关系

$$egin{align} m{M} &= rac{1}{\mu_0} rac{\chi_m}{1+\chi_m} m{B} = rac{\mu_r-1}{\mu_0 \mu_r} m{B} \ m{H} &= rac{m{B}}{\mu_0} - m{M} \ m{M} &= (\mu_r-1) m{H} \ m{B} &= \mu_0 \mu_r m{H} = \mu m{H} \ m{H} &= \mu m{H} \ m{H} \ m{H} \ m{H} &= \mu m{H} \ m{H} \ m{H} \ m{H} \ m{H} &= \mu m{H} \ m{H} \$$

H的环路定理

$$\oint_L oldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}oldsymbol{l} = \sum I_{0
times}$$

$$abla imes oldsymbol{H} = oldsymbol{j}_0$$

• 磁场界面关系

$$B_{1n} = B_{2n}, H_{1t} = H_{2t}$$

电磁感应

• 法拉第电磁感应定律
$$arepsilon = -rac{\mathrm{d} \Phi}{\mathrm{d} t}$$

• 动生电动势
$$oldsymbol{arepsilon}_{\scriptscriptstyle{\! D}} = \oint_L (oldsymbol{v} imes oldsymbol{B}) \cdot \mathrm{d}oldsymbol{l}$$

• 感生电动势
$$oldsymbol{arepsilon}_{\scriptscriptstyle{oldsymbol{oldsymbol{arepsilon}}}} = - \oint_{oldsymbol{S}} rac{\partial oldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}oldsymbol{S}$$

互感

$$M=rac{arPsi_{21}}{i_1}=rac{arPsi_{12}}{i_2}$$

o 互感电动势
$$arepsilon_{21} = -Mrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

自感

$$L=rac{arPsi}{i}$$

$$arepsilon_L = -Lrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$
 \circ 自感磁能

$$W_{
m m}=rac{1}{2}LI^2$$

$$w_{ ext{m}} = rac{B^2}{2\mu} = rac{1}{2}oldsymbol{B}\cdotoldsymbol{H}$$

麦克斯韦方程组

• 位移电流
$$I_{\mathbf{d}} = \iint_{S} \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \cdot \mathbf{d}\boldsymbol{S}$$
 位移电流密度 $\boldsymbol{j}_{\mathbf{d}} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$

- 麦克斯韦方程组
 - ο 积分形式

$$\begin{cases} \oint_{L} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\iint_{S} \frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{S} \\ \oint_{S} \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{S} = \iiint_{V} \rho_{0} dV \\ \oint_{S} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = 0 \\ \oint_{L} \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \iint_{S} \left(\boldsymbol{j}_{0} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \right) \cdot d\boldsymbol{S} \end{cases}$$

ο 微分形式

$$\left\{egin{aligned}
abla imes m{E} &= -rac{\partial B}{\partial t} \
abla \cdot m{D} &=
ho_0 \
abla \cdot m{B} &= 0 \
abla imes m{H} &= m{j}_0 + rac{\partial m{D}}{\partial t} \end{aligned}
ight.$$