А. П. Еремеев, О корректности продукционной модели принятия решений на основе таблиц решении, *Автомат. и телемех.*, 2001, выпуск 10, 78–90

Автоматика и телемеханика, № 10, 2001

УДК 519.81

© 2001 г. **А. П. ЕРЕМЕЕВ, д-р техн. наук**
(Московский государственный энергетический институт (технический университет))

О КОРРЕКТНОСТИ ПРОДУКЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ТАБЛИЦ РЕШЕНИЙ[1]

Рассматриваются вопросы корректности (полноты и непротиворечивости) продукционной модели принятия решений на основе таблиц решений, ориентированной на использование в составе интеллектуальных систем поддержки принятия решений при управлении сложными объектами и процессами в реальном масштабе времени.

1. Введение

Системы поддержки принятия решений (Decision Support Systems) реального времени (СППР РВ) – это программные комплексы, предназначенные для помощи лицам, принимающим решения (ЛПР), при оперативном управлении сложными системами и процессами, как правило, в условиях жестких временных ограничений [1–3]. Необходимость внедрения СППР РВ обуславливается возрастающей сложностью управляемых объектов и процессов с одновременным сокращением времени, отводимого ЛПР, на анализ проблемной ситуации и принятие необходимых управляющих воздействий. В отличие от систем принятия решений (Decision Making Systems), предназначенных для поиска оптимального решения и базирующихся на строгих математических методах, СППР РВ, построенные с использованием методов искусственного интеллекта, в основном ориентированы на решение плохо формализованных задач при отсутствии полной и достоверной информации. Стратегии принятия управляющих решений в интеллектуальных СППР РВ строятся на основе заложенных в систему знаний специалистов (экспертов) по управлению данным объектом или процессом, представленных обычно в виде совокупности продукционных правил. СППР РВ данного типа относятся к классу динамических экспертных систем или систем, основанных на знаниях [4].

Продукционная модель представления знаний о процессе принятия решений (далее будем использовать термин МПР – модель принятия решений), способная к адаптации и ориентированная на динамические проблемные области, формально может быть определена набором [5]

$$< A, P, ST, P', ST', R_1, R_2, R_3, F >,$$

где A – конечный алфавит, используемый для описания состояний или множеств состояний проблемной области (ПО);

P – начальное (или текущее) множество продукционных правил, используемых для преобразования состояний ПО (управляемого объекта);

ST – начальное множество стратегий поиска решения;

P', ST' – множества, используемые для пополнения P и ST;

R_1 – правила выбора стратегии поиска решения из ST;

R_2, R_3 – правила пополнения множеств P и ST;

F – правила модификации модели (расширения алфавита, модификации множеств P' и ST', правил выбора и пополнения).

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 99-01-00049) и РФФИ-БФФИ (проект 00-01-81081).

МПР адекватна ПО, или семантически корректна, если любое состояние из множества допустимых начальных состояний переводится в состояние из множества целевых состояний и процесс преобразования состояний конечен.

В данной работе рассмотрим возможности проверки семантической корректности (непротиворечивости и полноты) продукционной МПР на основе таблиц решений (ТР).

2. Определение основных понятий

Описывая язык ТР, будем следовать [1, 6, 7]. Язык ТР относится к классу формальных языков, характеризующихся непроцедурной и удобной для пользователя-непрограммиста формой описания задачи (процесса принятия решений), а также возможностью автоматизации процессов проверки корректности (полноты, непротиворечивости, неизбыточности), оптимизации относительно среднего времени поиска решения и трансляции табличной МПР в схемы (программы) поиска решения, например, в виде деревьев решений. Метод ТР получил широкое распространение при автоматизации процессов принятия решений, проектирования, диагностики и контроля, в имитационном моделировании и т.д.

Главным отличием табличной продукционной системы от реализуемых на языках семейства LISP (типа OPS) является то, что основными операциями продукционного цикла выступают логические (векторные и матричные) операции, позволяющие получить высокую скорость обработки, что, в свою очередь, позволяет весьма эффективно использовать табличную МПР при конструировании СППР РВ, функционирующих в динамических ПО.

Будем рассматривать продукционную МПР в предположении, что левые части продукций служат описаниями состояний ПО или ситуаций, в которых принимаются решения, а правые – действиями, используемыми для преобразования состояний, или указаниями действий в соответствующих ситуациях. При формировании левой части продукции применяются условия из некоторого конечного (квазиконечного, если допустимо пополнение модели) множества условий, конъюнкция истинностных значений которых и определяет условие применимости продукции, в правой части указываются действия из некоторого конечного (квазиконечного) множества допустимых действий. Посредством указания одинаковых приоритетов действий определяется возможность их независимого (параллельного) выполнения в случае активизации данной продукции.

Множество продукций, описывающих ПО (процесс принятия решений), совместно с некоторой дополнительной информацией, повышающей эффективность работы интерпретатора (решателя), представляется одной или совокупностью иерархически взаимосвязанных ТР, каждая из которых представляет некоторое подмножество объединенных по смыслу продукций. Обобщенная структура ТР представлена в табл. 1.

Формально ТР задается набором $<(C, A, C', A'), B>$. Четверка (C, A, C', A') есть традиционное определение ТР, где $C = \{C_i\}$, $i = 1, \ldots, m$ – множество условий или идентификаторов условий, рассматриваемых как координаты векторов описания ситуаций (векторов данных), $A = \{A_r\}$, $r = 1, \ldots, k$ – множество действий или идентификаторов действий, рассматриваемых как координаты векторов действий; $C' = \|c_{ij}\|$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$ и $A' = \|a_{rj}\|$, $r = 1, \ldots, k$, $j = 1, \ldots, n$ или $j = 1, \ldots, n+1$ – матрицы, задающие соответствие между векторами данных (состояниями) и действий. Условия C_i, формулируемые в виде высказываний или предикатов (например, "параметр H выше нормы" или "$(\forall x)(x > 0)$"), могут быть как логически независимыми, так и зависимыми. Таким образом, ТР является средством задания соответствия между значениями элементов конечного множества условий,

Таблица 1

ТР		Правила (продукции)				Правило "иначе"	Сложности проверки условий
		P_1	P_2	$\dots$	P_n	E	
Условия	C_1	c_{11}	c_{12}	$\dots$	c_{1n}		t_1
	C_2	c_{21}	c_{22}	$\dots$	c_{2n}		t_2
	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$		$\dots$
	C_m	c_{m1}	c_{m2}	$\dots$	c_{mn}		t_m
Действия	A_1	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}	$a_{1,n+1}$	q_1
	A_2	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2n}	$a_{2,n+1}$	q_2
	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
	A_k	a_{k1}	a_{k2}	$\dots$	a_{kn}	$a_{k,n+1}$	q_k
Частоты применения правил		f_1	f_2	$\dots$	f_n	f_E	

определяющих состояния ПО, и последовательностями конечного множества действий, определяющих принимаемые решения.

Элементы множеств C, A и матриц C', A' определяют алфавит продукционной модели. Каждой продукции P_j ставится в соответствие правило решений $R_j =< \mathbf{C}'_j, \mathbf{A}'_j >$, $j = 1, \dots, n$, где $\mathbf{C}'_j$, $\mathbf{A}'_j$ – вектор-столбцы матриц C' и A' соответственно (с целью сокращения числа используемых обозначений далее будем писать P_j и для продукции и для соответствующего правила решений). Для устранения возможной неполноты продукционной МПР (т.е. для реагирования на состояния, к которым не применимо ни одно из правил P_j, $j = 1, \dots, n$) вводится так называемое правило "иначе" $E =< -, \mathbf{A}_{n+1} >$ с неопределенной первой компонентой.

Элементы матриц C' и A' определяются следующим образом:

$$c_{ij} = \begin{cases} c \in C''_i, & \text{если значение условия } C_i \text{ в } P_j \text{ есть } c; \\ *, & \text{если условие } C_i \text{ несущественно (не используется) для } P_j, \end{cases}$$

где C''_i – множество значений условия C_i;

$$a_{rj} = \begin{cases} a \in \{1, 2, \dots, k\}, & \text{если действие } A_r \text{ выполняется при активизации } P_j \text{ или } E \text{ (при } j = n+1) \text{ и имеет приоритет } a; \\ 0, & \text{если действие } A_r \text{ не выполняется при активизации } P_j \text{ или } E \text{ (при } j = n+1). \end{cases}$$

Если предполагать по "умолчанию", что действия выполняются в естественном порядке $A_1, \dots, A_k$, то выполнимость любого действия в правиле можно отмечать одним и тем же символом, например единицей. Обычно элементы $c_{ij} =^*$ и $a_{rj} = 0$ предполагаются "по умолчанию" и не записываются в ТР.

Таким образом, любой столбец ТР представляет продукцию. Например, выделенный второй столбец табл. 1 представляет продукционное правило:

если $C_1 = c_{12} \& \dots \& C_m = c_{m2}$,

то выполнить действия A_r, $r = 1, \dots, k$, для которых $a_{rj} \neq 0$, в последовательности, соответствующей их приоритетам.

Приоритеты задают ненулевые значения a_{rj} – чем меньше значение, тем выше приоритет и, следовательно, такие действия выполняются в первую очередь.

Правило "иначе" E представляет продукцию:

если не применима ни одна из "обычных" продукций P_j, $j = 1, \ldots, n$,

то выполнить действия A_r, $r \in \{1, 2, \ldots, k\}$, для которых $a_{r,n+1} \neq 0$, в соответствии с их приоритетами (т.е. действия, определяемые вектор-столбцом $\mathbf{A}'_{n+1}$).

Правило "иначе" по аналогии с замыканием нормального алгоритма [8] можно рассматривать как замыкание МПР, т.е. как средство ее пополнения, что исключает случай неприменимости продукционной МПР к некоторым векторам данных. Правило "иначе" является базовым средством для адаптации МПР как в плане ее пополнения новыми правилами, так и при других модификациях МПР (расширении множеств условий, действий, коррекции правил и т.д.).

Компонент B содержит дополнительную информацию, например, представленную векторами $\mathbf{f}$, $\mathbf{t}$, $\mathbf{g}$, где $\mathbf{f} = (f_j)$, $j = 1, \ldots, n$ (или $j = 1, \ldots, n+1$, $f_{n+1} = f_E$, если используется продукция E), $\mathbf{t} = (t_i)$, $i = 1, \ldots, m$, $\mathbf{q} = (q_r)$, $r = 1, \ldots, k$. Предполагается, что $\mathbf{f}$ – вектор частот или коэффициентов применимости продукций P_j или E, которые в определенном смысле можно интерпретировать и как коэффициенты достоверности или мощности продукций, используемые в экспертных МПР, $\mathbf{t}$ и $\mathbf{q}$ – векторы сложностей вычислений значений условий C_i и выполнения действий A_r соответственно. Эта информация применяется при разрешении конфликтов в продукционном цикле и для повышения быстродействия алгоритма поиска на этапе сопоставления. Заметим, что набор $(\mathbf{f}, \mathbf{t}, \mathbf{q})$ при необходимости может быть расширен, например, добавлением вектора, элементы которого определяют статус продукций (обычный или особый, указывающий на аварийность ситуации, к которой применима данная продукция). Так на этапе проверки корректности табличной модели в качестве дополнительной информации могут быть указаны логические отношения между условиями C_i.

Определение 1. *ТР $T = <(C, A, C', A'), B>$ называется ТР с расширенным входом, если среди условий C_i допустимы многозначные, и ТР с ограниченным входом, если допустимы только двузначные условия. Для ТР с ограниченным входом будем считать $C_i'' = \{0, 1\}$. Тогда $c_{ij} = 1$ означает, что условие C_i должно быть выполнено для применимости (активизации) правила P_j, а $c_{ij} = 0$ – что условие C_i должно быть не выполнено для применимости P_j.*

Любая ТР с расширенным входом просто преобразуется в эквивалентную по описанию процесса принятия решений ТР с ограниченным входом (одно многозначное условие C_i представляется минимально $]\log_2 l[$ двоичных условий, где $l = |C_i''|$). Справедливо и обратное преобразование. Преимуществом ТР с расширенным входом является более компактное описание процесса принятия решений. Однако реализация табличного языка на основе ТР с ограниченным входом проще, кроме того, их структура более соответствует продукционным моделям, применяемым для представления знаний в системах искусственного интеллекта.

Определение 2. *Правило решений $P_j = <\mathbf{C}'_j, \mathbf{A}'_j>$ называется простым, если вектор-столбец $\mathbf{C}'_j$ не содержит элементов $c_{ij} = *$, в противном случае правило P_j называется обобщенным.*

Определение 3. *ТР T называется канонической, если ее матрица C' не содержит элементов $c_{ij} = *$, и предельной, если матрица A' не содержит одинаковых вектор-столбцов. Таким образом, каноническая ТР состоит только из простых правил.*

Определение 4. *Множеством допустимых состояний (ситуаций) S' называется множество, состоящее из векторов данных $\mathbf{s}_q = (C_i^q)$, $i = 1, \ldots, m$, где $C_i^q \in C_i''$, $q \in \{1, 2, \ldots, \Pi|C_i''|\}$, $i = 1, \ldots, m$ (для ТР с ограниченным входом $q \in \in \{1, 2, \ldots, 2^m\}$.*

Определение 5. Вектор данных $\mathbf{s}_q = (C_i^q)$, $i = 1, \ldots, m$ распознается ТР T, если

$$(\exists j \forall i)(c_{ij} \neq^* \Rightarrow c_{ij} = C_i^q).$$

При этом говорят, что вектор данных $\mathbf{s}_q$ удовлетворяет правилу P_j или правило P_j применимо в состоянии $\mathbf{s}_q$, и пишут $\mathbf{s}_q \to P_j$.

Определение 6. ТР T называется непротиворечивой относительно множества S' или детерминированной, если

$$(\exists \mathbf{s}_q, P_j, P_p)((\mathbf{s}_q \to P_j)\&(\mathbf{s}_q \to P_p) \Rightarrow (\mathbf{A}'_j = \mathbf{A}'_p)).$$

ТР T называется противоречивой относительно множества S' или недетерминированной, если

$$(\forall \mathbf{s}_q, P_j, P_p)((\mathbf{s}_q \to P_j)\&(\mathbf{s}_q \to P_p)\&(\mathbf{A}_j \neq \mathbf{A}_p)).$$

Определение 7. ТР T называется полной относительно множества S', если она содержит правило E или

$$(\exists \mathbf{s}_q \forall P_j)(\mathbf{s}_q \to P_j).$$

В противном случае ТР T называется неполной относительно S'.

Определение 8. ТР T называется корректной относительно множества S', если она полна и непротиворечива относительно S'. В противном случае T называется некорректной относительно множества S'.

Корректность ТР относительно множества S' называется также семантической корректностью или корректностью относительно заданной проблемной интерпретации.

Определение 9. Множеством синтаксически возможных (в предположении независимости условий C_i) состояний S (универсумом) называется множество, состоящее из векторов данных $\mathbf{s}_q$, $q = 1, 2, \ldots, \Pi|C''_i|$, $i = 1, \ldots, m$ (для ТР с ограниченным входом $q \in \{1, 2, \ldots, 2^m\}$).

Корректность ТР относительно множества S называется синтаксической корректностью или корректностью относительно любой проблемной интерпретации.

Сопоставим каждому вектор-столбцу $\mathbf{C}'_j$, $j = 1, \ldots, n$, матрицы C' вектор $\mathbf{S}_j = (c_{ij})$, $i = 1, \ldots, m$. Отождествив элементы множества S' с вершинами m-мерного гиперкуба, получим, что $\mathbf{S}_j$ – его гиперплоскости. Принадлежность вершины (вектора данных) $\mathbf{s}_q$ гиперплоскости $\mathbf{S}_j$ обозначим как $\mathbf{s}_q \in \mathbf{S}_j$. Введем множества $S^* = \{\mathbf{S}_j\}$, $P = \{P_j\}$, $j = 1, \ldots, n$, и сформулируем условие полноты ТР в теоретико-множественной нотации. Предварительно выделим в множество S^* только те $\mathbf{S}_j$, которые соответствуют правилам $P_j =< \mathbf{C}'_j, \mathbf{A}'_j >$ с одинаковыми векторами действий. Назовем выделенное подмножество S^{**}. Таких подмножеств может быть и несколько.

Определение 10. ТР T называется избыточной относительно множества S', если существует хотя бы одно подмножество S^{**}, для которого справедливо соотношение

$$(\exists \mathbf{S}_j \subseteq S^{**} \exists \mathbf{S}_k \subseteq S^{**})(\mathbf{S}_j \cap \mathbf{S}_k \neq \emptyset).$$

В случае $\mathbf{S}_j \subseteq \mathbf{S}_k$ говорят, что правило P_i поглощается правилом P_k.

Используя введенные определения, можно доказать следующие утверждения.

Утверждение 1. Если ТР T корректна относительно множества S, то она корректна и относительно любого множества $S' \subseteq S$.

Синтаксическая корректность ТР есть достаточное условие ее семантической корректности, но не необходимое. Ясно, что синтаксически некорректная ТР будет в то же время семантически корректной, если вектор данных $\mathbf{s}_q$, вызывающий противоречивость или неполноту ТР относительно S, принадлежит множеству $S \backslash S'$.

Утверждение 2. ТР T является полной относительно множества S' тогда и только тогда, когда она содержит правило E или система $\{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \ldots, \mathbf{S}_n\}$ образует покрытие или разбиение множества S', т.е. $S \subseteq S'$.

Таким образом, для полной ТР имеем всюду определенное (не обязательно однозначное) соответствие $S' \to P$.

3. Проверка корректности табличной модели

Проверка на непротиворечивость

Наиболее простым способом проверки семантической полноты, непротиворечивости, а также избыточности МПР является генерация (последовательная или параллельная) всех векторов данных из множества S и проверка их на распознаваемость. Такой переборный алгоритм практически реализуем для ТР с числом условий $m \le 20$ [6].

Рассмотрим алгоритмы проверки семантической полноты и непротиворечивости ТР, исключающие полный перебор. Они состоят из двух этапов: 1) проверка на синтаксическую непротиворечивость или полноту; 2) выдача в случае обнаружения синтаксической некорректности соответствующего списка состояний (векторов данных или подмножеств векторов) и решение вопроса о семантической корректности ТР путем установления принадлежности выявленных состояний множеству S' (ТР семантически некорректна) или множеству $S \backslash S'$ (ТР семантически корректна). Второй этап выполняется с участием эксперта (ЛПР), составившего ТР, или автоматически при условии задания информации о логических отношениях между условиями C_i.

Пусть задана ТР $\mathrm{T} =< (C, A, C', A'), B >$. Введем вспомогательные матрицы $M = \|m_{ij}\|$, $D = \|d_{ij}\|$, $i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$, однозначно определяемые матрицей C':

$$m_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } c_{ij} =*; \\ 1, & \text{в противном случае;} \end{cases} \qquad d_{ij} = \begin{cases} c, & \text{если } c_{ij} = c; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Булева матрица M, называемая также матрицей маски, позволяет отделить существенные элементы матрицы C от несущественных. Для ТР с ограниченным входом матрица D также является булевой ($d_{ij} = 1$, если $c_{ij} = 1$, и $d_{ij} = 0$ в противном случае) и позволяет отделить выполнимые условия от невыполнимых.

Утверждение 3. Вектор данных $\mathbf{s}_q = (C_i^q)$, $i = 1, \ldots, m$ распознается ТР T (удовлетворяет правилу P_j) тогда и только тогда, когда

$$(\forall j)(\mathbf{s}_q * \mathbf{M}_j = \mathbf{D}_j),$$

где $\mathbf{M}_j$ и $\mathbf{D}_j$ – вектор-столбцы матриц M и D соответственно, а операция умножения $*$ выполняется над векторами покоординатно.

Таким образом, пара векторов $(\mathbf{M}_j, \mathbf{D}_j)$ определяет условие применимости правила P_j.

Утверждение 4. ТР T непротиворечива относительно множества S тогда и только тогда, когда

$$(\exists j,p)((\mathbf{M}_j{*}\mathbf{D}_p = \mathbf{M}_p{*}\mathbf{D}_j) \Rightarrow (\mathbf{A}'_j = \mathbf{A}'_p)).$$

*Заметим, что для ТР с ограниченным входом операция * заменяется на логическую операцию &.*

Алгоритм проверки непротиворечивости ТР относительно множества S базируется, следовательно, на циклических (j изменяется от 1 до $n-1$, p – от $j+1$ до n) проверках выполнения соотношения $(\mathbf{M}_j{*}\mathbf{D}_p \neq \mathbf{M}_p{*}\mathbf{D}_j)V(\mathbf{A}'_j = \mathbf{A}'_p)$. Если оно выполняется для всех j и p, то ТР синтаксически непротиворечива. В противном случае для соответствующих j и p строится вектор $\mathbf{W}_{jp} = (W^i_{jp})$, $i = 1,\ldots,m$, где

$$W^i_{jp} = \begin{cases} *, & \text{если } m_{ij}Vm_{ip} = 0; \\ d_{ij}Vd_{ip}, & \text{если } m_{ij}Vm_{ip} = 1. \end{cases}$$

Вектор $\mathbf{W}_{jp}$ определяет совокупность векторов данных, удовлетворяющих одновременно правилам P_j и P_p.

Для ТР с ограниченным входом имеем

$$W^i_{jp} = \begin{cases} *, & \text{если } m_{ij}Vm_{ip} = 0; \\ 0, & \text{если } (m_{ij}Vm_{ip} = 1)\&(d_{ij}Vd_{ip} = 0); \\ 1, & \text{если } d_{ij}Vd_{ip} = 1. \end{cases}$$

Данный алгоритм позволяет существенно сократить перебор при проверке МПР на непротиворечивость, так как полный перебор по векторам данных из S заменяется ограниченным перебором по вектор-столбцам матриц M и D.

Проверка на полноту

Рассмотрим проверку ТР на полноту относительно множества S (синтаксическую полноту). Как уже отмечалось, для ТР с числом условий $m \leq 20$ может быть применен простой алгоритм перебора, состоящий в генерации всех векторов данных из S и проверки их на распознаваемость, используя утверждение 4. Для ТР с большим числом условий также допустим данный алгоритм, если проверка требуется для ограниченного диапазона векторов данных $S' \subseteq S$, границы которого указывает ЛПР.

Наибольший интерес, естественно, представляет вопрос о корректности табличной модели относительно множества S' (семантической корректности). Как отмечалось ранее, для проверки семантической корректности возможны два подхода. Один из них базируется на следующей человеко-машинной процедуре.

Сначала ЭВМ проверяет табличную модель на синтаксическую корректность и в случае ее некорректности выдает пользователю список нераспознаваемых или неоднозначно распознаваемых векторов данных. На основе полученной информации пользователь решает вопрос о семантической корректности модели. Данный подход, очевидно, применим для сравнительно небольших ТР (ограничивающихся десятком условий и несколькими десятками правил) при $|S'| \approx |S|$.

В случае больших ТР (десятки и более условий) предпочтителен другой подход, базирующийся на полной автоматизации процесса проверки семантической корректности. Предварительно от пользователя требуется задание логических отношений между условиями C_i в ТР, например, посредством формул исчисления предикатов первого порядка. Применение данного подхода рассмотрим на следующем примере [6].

Таблица 2

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
C_1	1	1	0	0						0
C_2			1	1			0	0	0	1
C_3					0	0	1	1	1	
C_4			1	0			0	1		
C_5	0	1	0		0	1		0	1	1
$\mathbf{A}'_j$	$\mathbf{A}'_1$	$\mathbf{A}'_2$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_4$	$\mathbf{A}'_5$	$\mathbf{A}'_6$	$\mathbf{A}'_7$	$\mathbf{A}'_8$	$\mathbf{A}'_9$	$\mathbf{A}'_{10}$

Таблица 3

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	(P_{11})	(P_{12})	(P_{13})	(P_{14})
C_1	1	1	0	0	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	0	(1)	(1)		
C_2	(1)	(1)	1	1	(0)	(0)	0	0	0	1	(0)	(1)		
C_3	(1)	(1)	(1)	(1)	0	0	1	1	1	(1)		(0)	(0)	
C_4		(1)	1	0		(1)	0	1	(1)	(1)				(0)
C_5	0	1	0	(0)	0	1	(0)	0	1	1				(1)
$\mathbf{A}'_j$	$\mathbf{A}'_1$	$\mathbf{A}'_2$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_4$	$\mathbf{A}'_5$	$\mathbf{A}'_6$	$\mathbf{A}'_7$	$\mathbf{A}'_8$	$\mathbf{A}'_9$	$\mathbf{A}'_{10}$	(0)	(0)	(0)	(0)

Пусть имеется ТР с ограниченным входом (табл. 2). Так как значения векторов действий несущественны, то они только обозначены в ТР. Пусть $\mathbf{A}'_1 = \mathbf{A}'_4 = \mathbf{A}'_7$, $\mathbf{A}'_6 = \mathbf{A}'_9$, $\mathbf{A}'_1 \neq \mathbf{A}'_6$, все остальные векторы действий различны и не совпадают с перечисленными. Нетрудно установить, что данная ТР синтаксически некорректна, в частности, противоречива (например, вектор данных (1,0,0,0,0) удовлетворяет правилам P_1, P_5 и $\mathbf{A}'_1 \neq \mathbf{A}'_5$ а вектор (1,0,0,0,1) – правилам P_2, P_6 и $\mathbf{A}'_2 \neq \mathbf{A}'_6$).

Зададим следующую интерпретацию условий C_i: $C_1(x_1, x_5) \equiv (x_1 > x_5)$; $C_2(x_1) \equiv (x_1 > 0)$; $C_3(x_1, x_2, x_3) \equiv (x_1 + x_2 + x_3 > 0)$; $C_4(x_4, x_5) \equiv (x_4 > 3x_5)$; $C_5(x_4, x_5) \equiv (x_4 > 6x_5)$; $x_i \geq 0$, $i = 1, \ldots, 5$.

Логические отношения между C_i выразим посредством набора Ф1 правильно построенных формул (ППФ) исчисления предикатов первого порядка: $(\forall x_1, x_5)(C_1(x_1, x_5) \Rightarrow C_2(x_1))$; $(\forall x_1, x_2, x_3, x_5)(C_1(x_1, x_5) \Rightarrow C_3(x_1, x_2, x_3))$; $(\forall x_1, x_2, x_3)(C_2(x_1) \Rightarrow C_3(x_1, x_2, x_3))$; $(\forall x_4, x_5)(\rceil C_4(x_4, x_5) \Rightarrow \rceil C_5(x_4, x_5))$.

Используя набор Ф1 и правило $(\forall x)(A \Rightarrow \mathrm{B}) \vdash (\forall x)(\rceil \mathrm{B} \Rightarrow \rceil A)$, получим набор ППФ Ф2: $(\forall x_1, x_5)(\rceil C_2(x_1) \Rightarrow \rceil C_1(x_1, x_5))$; $(\forall x_1, x_2, x_3, x_5)(\rceil C_3(x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \rceil C_1(x_1, x_5))$; $(\forall x_1, x_2, x_3)(\rceil C_3(x_1, x_2, x_3) \Rightarrow C_2(x_1))$; $(\forall x_4, x_5)(C_5(x_4, x_5) \Rightarrow C_4(x_4, x_5))$.

Подмножество $S \backslash S'$ невозможных при заданной интерпретации векторов данных определяется набором Ф1 или Ф2 и правилом $(\forall x)(A \Rightarrow B) \vdash \rceil(\exists x)(A \& \rceil B)$. Применив это правило к ППФ набора Ф1, получим набор Ф3: $\rceil(\exists x_1, x_5)(C_1(x_1, x_5) \& \rceil C_2(x_1))$; $\rceil(\exists x_1, x_2, x_3, x_5)(C_1(x_1, x_5) \& \rceil C_3(x_1, x_2, x_3))$; $\rceil(\exists x_1, x_2, x_3)(C_2(x_1) \& \rceil C_3(x_1, x_2, x_3))$; $\rceil(\exists x_4, x_5)(\rceil C_4(x_4, x_5) \& C_4(x_4, x_5))$.

Дополним исходную ТР (табл. 2) новыми элементами c_{ij}, определенными наборами Ф1 и Ф2, и новыми правилами $P_j = < \mathbf{C}'_j, \mathbf{A}'_j >$, $j = 11, \ldots, 14$, в которых $\mathbf{C}'_j$ определяются набором Ф3, а A'_j – фиктивные (пустые) вектора действий, обозначаемые символом 0. В результате получим расширенную ТР (см. табл. 3), в которой добавленные к исходной ТР элементы для наглядности заключены в скобки.

На самом деле от пользователя требуется более простая запись отношений вида: $C_i \Rightarrow C_j$, $C_i \& C_j \Rightarrow \rceil C_k$ и т.п., так как предполагается, что все переменные связаны квантором общности или что условия задаются высказываниями.

Утверждение 5. *ТР T корректна относительно множества S' (семантически корректна) тогда и только тогда, когда построенная для нее на основе логических отношений между условиями C_i расширенная ТР корректна относительно множества S (синтаксически корректна).*

Проверка построенной в примере расширенной ТР (табл. 3) на корректность относительно множества S показывает, что она полна и непротиворечива. Следовательно, исходная ТР (табл. 2) корректна относительно множества S' (семантически корректна). Для решения вопроса о семантической корректности МПР информации только о бинарных отношениях может быть не достаточно, так как между условиями C_i могут существовать отношения большей арности.

Таким образом, для автоматизации процесса проверки семантической корректности табличной модели пользователь должен для каждой ТР задать логические отношения между условиями в виде набора Ф1 требуемой арности. Далее, применяя правила $(\forall x)(A \Rightarrow \mathrm{B}) \vdash (\forall x)(\rceil \mathrm{B} \Rightarrow \rceil A)$ и $(\forall x)(A \Rightarrow B) \vdash \rceil(\exists x)(A \& \rceil B)$, определяются наборы Ф2 и Ф3, которые совместно с Ф1 используются для построения расширенной ТР, проверяемой затем на синтаксическую корректность посредством рассмотренных алгоритмов.

4. Проверка корректности табличной модели с таблицами с расширенным входом на основе метода кардинальных чисел

Применительно к ТР с расширенным входом, допускающим многозначные условия, для проверки корректности табличной модели может быть использован аппарат, базирующийся на использовании множеств кардинальных чисел [7, 9]. Данный аппарат позволяет не только получить унифицированный метод проверки полноты, непротиворечивости, неизбыточности и поглощаемости табличной МПЗ, но также дает возможность выявлять несоответствия между частотами применимости правил, интерпретируемыми как коэффициенты достоверности (уверенности) правил.

Введем применительно к ТР с расширенным входом следующее определение.

Определение 11. Множество кардинальных чисел $\mathrm{Card}(P_j)$ *правила* P_j *задается следующим образом:*

1) для каждого условия C_i, $i = 1, \ldots, m$, *вычисляется множительный фактор* $F_i = F_{i-1}\,|C''_{i-1}|$, $F_1 = 1$, *где* C''_{i-1} *– множество возможных значений условия* C_{i-1}, $i = 2, \ldots, m$;

2) для каждого значения условия c_{ij} *определяется весовой фактор* W_{ij} *согласно его лексикографическому порядку в множестве значений условия* C_i *(начиная с* 0*);*

3) $\mathrm{Card}(P_j) = \left\{ \sum\limits_{i=1}^{m} (F_j W_{il}) \right\}$,

где $l = j$, *если* $c_{ij} = c$, *и* $l = 1, \ldots, k$, *где* $k = |C''_i|$, *если* $c_{ij} =^*$ *(так как при* $c_{ij} =^*$ *подразумеваются все возможные значения условия* C_i*).*

Порядок записи условий C_i в ТР не влияет на множество $\mathrm{Card}(P_j)$, которое на содержательном уровне характеризует уровень обобщенности правила P_j. Нетрудно заметить, что множество $\mathrm{Card}(P_j)$ содержит только один элемент, если правило P_j простое; в случае обобщенного правила P_j $\mathrm{Card}(P_j)$ включает ровно столько элементов, сколько простых правил представляется правилом P_j.

Используя определение 11 и ранее полученные результаты, можно доказать следующие утверждения.

Утверждение 6. ТР T *противоречива относительно множества* S *тогда и только тогда, когда в ней имеются правила с различными векторами действий, множества кардинальных чисел которых содержат непустые пересечения.*

Утверждение 7. ТР T, *не содержащая правила* E, *полна относительно множества* S *тогда и только тогда, когда*

$$\bigcup_{j=1}^{n} \mathrm{Card}(P_j) = R,$$

Таблица 4

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
C_1	1	1		2	2		3	3
C_2	1	2	1	1	2	1	2	1
C_3	1		1		2		1	
$\mathbf{A}'_j$	$\mathbf{A}'_1$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_1$	$\mathbf{A}'_1$	$\mathbf{A}'_2$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_1$	$\mathbf{A}'_2$
f_j	0,5	0,2	0,7	0,8	1,0	1,0	1,0	0,6
$\mathrm{Card}(P_j)$	{0}	{3,9}	{0,1,2}	{0,7}	{10}	{0,1,2,6,7,8}	{5}	{2,8}

где $R = \{0, 1, \ldots, L\}$, L – кардинальное число простого правила с условной частью $(\mathrm{Con}_1, \mathrm{Con}_2, \ldots, \mathrm{Con}_m)$, где Con_i, $i = 1, 2, \ldots, m$, – “максимальное” значение условия C_i при их лексикографическом упорядочении.

Утверждение 8. *ТР T избыточна относительно множества S тогда и только тогда, когда в ней имеются правила с одинаковыми векторами действий, множества кардинальных чисел которых содержат непустые пересечения. Если при этом для правил P_j и P_k выполняется условие $\mathrm{Card}(P_j) \subseteq \mathrm{Card}(P_k)$, то правило P_j поглощается правилом P_k и может быть удалено из ТР T.*

Применение метода кардинальных чисел проиллюстрируем на примере. Пусть имеется исходная ТР (табл. 4). Условия C_i , $i = 1, 2, 3$, принимают значения из множеств $C_1'' = \{1, 2, 3\}$, $C_2'' = C_3'' = \{1, 2\}$. Также в таблице приведены значения коэффициентов достоверности правил f_j $(0 \leq f_j \leq 1)$, $j = 1, 2, \ldots, 8$, и множества кардинальных чисел правил, полученных согласно определению 11.

Проверку табличной МПР целесообразно начать с выявления избыточности и поглощаемости правил с целью их устранения. Согласно утверждению 8 (табл. 4) в одно подмножество избыточных правил включаются правила P_1, P_3 и P_4, причем P_1 поглощается P_3 $(\mathrm{Card}(P_1) \subset \mathrm{Card}(P_3))$.

Помимо выявления избыточных и поглощаемых правил метод позволяет обнаруживать потенциальные ошибки при назначении коэффициентов достоверности правил и предлагает их возможную коррекцию. Так, для табл. 4 будет выдана информация, что коэффициент достоверности более общего правила P_3 больше коэффициента поглощаемого им правила P_1, и предложены следующие варианты коррекции:

– удалить простое правило P_1, изменив коэффициент достоверности обобщенного правила P_3 на 0,5;

– оставить правило P_1 (с его коэффициентом достоверности), заменив обобщенное правило P_3 на два простых правила: P_3': $C_1 = 2 \& C_2 = 1 \& C_3 = 1 \to a_1$ $(f_3' = 0,7)$; P_3'': $C_1 = 3 \& C_2 = 1 \& C_3 = 1 \to a_1$ $(f_3'' = 0,7)$, которые совместно с P_1 определяют ту же логику принятия решений, что и совокупность правил P_1, P_3 в исходной ТР, но коэффициенты достоверности правил теперь не конфликтны.

Аналогично для правил P_3 и P_4, которым удовлетворяет вектор данных (2,1,1) и имеющим различные коэффициенты достоверности, предлагается следующая коррекция: P_3': $C_1 = 2 \& C_2 = 1 \& C_3 = 1 \to a_1$ $(f_3' = 0,7)$; P_4': $C_1 = 2 \& C_2 = 1 \& C_3 = 2 \to a_1$ $(f_4' = 0,8)$.

Далее предположим, что ЛПР (эксперт) на основе полученной информации об избыточности и поглощаемости правил, а также рекомендаций по возможному устранению конфликтности коэффициентов достоверности внес необходимые по его мнению коррективы, что привело к изменению исходной табл. 4 на табл. 5 (удалено правило P_1, а правило P_4 заменено на P_4').

Таблица 5

	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
C_1	1		2	2		3	3
C_2	2	1	1	2	1	2	1
C_3		1	2	2		1	
$\mathbf{A}'_j$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_1$	$\mathbf{A}'_1$	$\mathbf{A}'_2$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_1$	$\mathbf{A}'_2$
f_j	0,2	0,7	0,8	1,0	1,0	1,0	0,6
Card(P_j)	{3,9}	{0,1,2}	{0,7}	{10}	{0,1,2,6,7,8}	{5}	{2,8}

Таблица 6

	P_2	P_5	P_6	P_7
C_1	1	2		3
C_2	2	2	1	2
C_3		2		1
$\mathbf{A}'_j$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_2$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_1$
f_j	0,2	1,0	1,0	1,0
Card(P_j)	{3,9}	{10}	{0,1,2,6,7,8}	{5}

После устранения избыточности и поглощаемости и соответствующей корректировки коэффициентов достоверности правил производится проверка табличной модели на непротиворечивость и полноту относительно множества S.

Алгоритмы проверки непротиворечивости и неизбыточности табличной модели почти совпадают и отличаются только (см. утверждения 6, 8) тем, что в первом случае непустые пересечения множеств кардинальных чисел выявляются для тех правил, векторы действий которых различны, а во втором случае – для правил с одинаковыми векторами действий. При проверке на непротиворечивость пользователю выдается информация как о правилах, образующих конфликтные множества, так и списки векторов данных, распознаваемых неоднозначно.

В частности, для табл. 5 выявятся следующие конфликтные множества правил: $\{P_3, P_6, P_8\}$, $\{P_3, P_6\}$, $\{P_3, P_8\}$, $\{P_4', P_6\}$. Неоднозначно распознаваемым вектором данных для правил из первого множества будет вектор $(3, 1, 1)$ (так как $\mathrm{Card}(P_3) \cap \mathrm{Card}(P_6) \cap \mathrm{Card}(P_8) = \{2\}$), для правил из второго множества – подмножество векторов $\{(*, 1, 1)\}$ ($\mathrm{Card}(P_3) \cap \mathrm{Card}(P_6) = \{0, 1, 2\}$) и т.д.

На основе полученной информации решается вопрос о семантической непротиворечивости МПР, т.е. принадлежат ли векторы данных, вызывающие неоднозначность, множеству допустимых состояний S' (тогда модель противоречива) или множеству $S \backslash S'$ (модель непротиворечива). В случае противоречивости модели производится ее коррекция экспертом или ЛПР. Пусть в результате коррекции табл. 5 получили табл. 6. Далее проводится проверка на полноту.

Алгоритм проверки табличной МПР на полноту относительно множества S состоит (см. утверждение 7) из построения объединения множеств кардинальных чисел всех представленных в ТР правил и сравнения полученного множества с подмножеством натуральных чисел $R = \{0, 1, \ldots, L\}$. Для нашего примера (см. табл. 6) имеем $L = 11$ (соответствующее правило содержит условную часть $C_1 = 3 \& C_2 = 2 \& C_3 = 2$), то получим объединение

$$\bigcup_{j=1}^{8} \mathrm{Card}(P_j) = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$$

Следовательно, табл. 6 неполна относительно множества S, так как правила с кардинальными числами 4 и 11 (с условными частями $C_1 = 2 \& C_2 = 2 \& C_3 = 1$ и

Таблица 7

	P_1	P_2	P_3	P_4
C_1	1	2		3
C_2	2	2	1	2
C_3		2		
$\mathbf{A}'_j$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_2$	$\mathbf{A}'_3$	$\mathbf{A}'_1$
f_j	0,2	1,0	1,0	1,0

$C_1 = 3\&C_2 = 2\&C_3 = 2$ соответственно) не представлены в ТР. Другими словами, вектора данных (2,2,1) и (3.2.2), если они допустимы, распознаваться не будут.

Предположим, что эксперт, получив вышеприведенную информацию, отнес вектор данных (2,2,1) к множеству недопустимых векторов $S \backslash S'$, вектор (3.2.2) – к множеству допустимых векторов S', введя для его обработки правило P': $C_1 = 3\&C_2 = 2 \rightarrow a_1$ $(f' = 1,0)$. Нетрудно заметить, что это правило может быть объединено с правилом P_7 в одно обобщенное правило P'': $C_1 = 3\&C_2 = 2 \rightarrow a_1$ $(f'' = 1,0)$. В итоге получаем семантически корректную результирующую ТР (см. табл. 7) с перенумерованными в естественном порядке правилами.

К недостатку описанного метода проверки корректности табличной МПР можно отнести необходимость дополнительных вычислений для определения не представленных в ТР правил (или нераспознаваемых векторов данных) при проверке на полноту. В общем случае для ТР с m необходимо решить методом перебора уравнение

$$\sum_{i=1}^{n} F_i W_i = \alpha,$$

где $\alpha \in R \backslash \bigcup_{j=1}^{8} \mathrm{Card}(P_j)$. Перебор можно существенно сократить, если недостающее правило строить на основе его ближайших относительно множеств кардинальных чисел соседей. Поясним сказанное на примере.

Пусть необходимо определить отсутствующее в табл. 6 простое правило (точнее, его условную часть) с множеством кардинальных чисел $\{4\}$. Известны правила с множествами кардинальных чисел $\{3\}$ и $\{5\}$. Это соответственно одно из простых правил, входящих в обобщенное правило P_2 с условной частью $C_1 = 1\&C_2 = 2\&C_3 = 1$, и правило P_7 с условной частью $C_1 = 3\&C_2 = 2\&C_3 = 1$. Следовательно, искомое правило отличается от указанных только значением условия C_1, т.е. имеет условную часть $C_1 = 2\&C_2 = 2\&C_3 = 1$. Аналогично рассуждая, нетрудно определить, что другое отсутствующее простое правило с множеством кардинальных чисел $\{11\}$, отличающееся лишь значением условия C_1 от правила P_5 с множеством кардинальных чисел $\{10\}$, имеет условную часть $C_1 = 3\&C_2 = 2\&C_3 = 2$.

5. Заключение

Рассмотренные методы проверки корректности табличных МПР как с ограниченным, так и с расширенным входом программно реализованы в составе Системы моделирования принятия решений SIMPR-WINDOWS, в основу которой положена адаптируемая продукционная модель табличного типа. Способность МПР к адаптации непосредственно в процессе принятия решений, а также использование при ее обработке быстрых логических операций и средств распараллеливания [10, 11], делают эффективным применение МПР данного типа и системы SIMPR-WINDOWS при разработке интеллектуальных (экспертных) СППР РВ, предназначенных для поддержки оперативно-диспетчерского персонала, управляющего сложными объектами и процессами. Совокупность иерархически взаимосвязанных табличных МПР применена для описания процесса принятия решений при управлении нештатными ситуациями в прототипе Интеллектуальной СППР РВ для оперативного персонала энергоблока АЭС, разрабатываемой в Московском энергетическом институте совместно с ЦНИИКА [12–14] с использованием инструментального комплекса конструирования экспертных систем реального времени G2-GDA [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Башлыков А.А., Еремеев А.П.* Экспертные системы поддержки принятия решений в энергетике / Под ред. А.Ф. Дьякова. М.: Изд-во МЭИ, 1994.
2. *Goodstein L.P.* Decision Support Systems. A Survey. Riso National Laboratory. Roskilde. Denmark. April 1991.
3. *Трахтенгерц Э.А.* Компьютерная поддержка принятия решений: Научно-практическое издание. М.: СИНТЕГ, 1998.
4. Статические и динамические экспертные системы: Учебное пособие / Э.В. Попов, И.Б. Фоминых, Е.Б. Кисель, М.Д. Шапот. М.: Финансы и статистика, 1996.
5. *Вагин В.Н., Еремеев А.П.* Конструирование интеллектуальных систем поддержки принятия решений реального времени // Тр. Междунар. конф. "Интеллектуальное управление: новые интеллектуальные технологии в задачах управления (ICIT'99). Переславль-Залесский, 1999. М.: Наука. Физматлит, 1999. С. 27–32.
6. *Еремеев А.П.* Продукционная модель представления знаний на базе языка таблиц решений // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1987. № 2. С. 196–209.
7. *Еремеев А.П.* О корректности моделей представления знаний для экспертных систем поддержки принятия решений // Изв. РАН. Техническая кибернетика. 1993. № 5. С. 45–53.
8. *Марков А.А., Нагорный Н.М.* Теория алгорифмов. М.: Мир, 1973.
9. *Puuronen S.* A tabular rule-checking method // Proc. 7th Int. Workshop On Expert Systems and Appl. Avignon, 1987. V. 1. P. 257–268.
10. *Еремеев А.П.* Организация параллельных вычислений на основе моделей потока данных // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1993. № 3. С. 45–53.
11. *Еремеев А.П.* Параллельная модель для продукционной системы табличного типа // Изв. АН СССР. Техн.кибернетика. 1990. № 5. С. 171–177.
12. *Башлыков А.А., Вагин В.Н., Еремеев А.П.* Экспертные системы поддержки интеллектуальной деятельности операторов АЭС // Вестн. МЭИ. 1995. № 4. С. 27–36.
13. *Еремеев А.П., Симонов Д.Н., Чибизова Н.В.* Реализация прототипа системы поддержки принятия решений реального времени на основе инструментального комплекса G2 // Программные продукты и системы. 1996. № 3. С. 21–26.
14. *Еремеев А.П., Тихонов Д.А.* Средства параллельной обработки информации в системах поддержки принятия решений реального времени // Программные продукты и системы. № 2. 1999. С. 39–44.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым.

Поступила в редакцию 01.06.2001