Nikodem Kirsz 236559
Oskar Trela 236677

Rok akademicki *2021/22*
poniedziałek, 12:00

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 3 – i*nterpolacja Lagrange'a dla węzłów równoodległych*

Opis rozwiązania

Celem tego zadania było zaimplementowanie metody interpolacji funkcji. W naszym przypadku była to metoda Lagrange'a dla węzłów równoodległych. Interpolacja wielomianowa jest metodą numeryczną przybliżania funkcji N-tego stopnia przyjmującą w $N+1$ punktach - zwanych węzłami interpolacji - wartości takie same, jak przybliżana funkcja.

Metoda Lagrange'a:

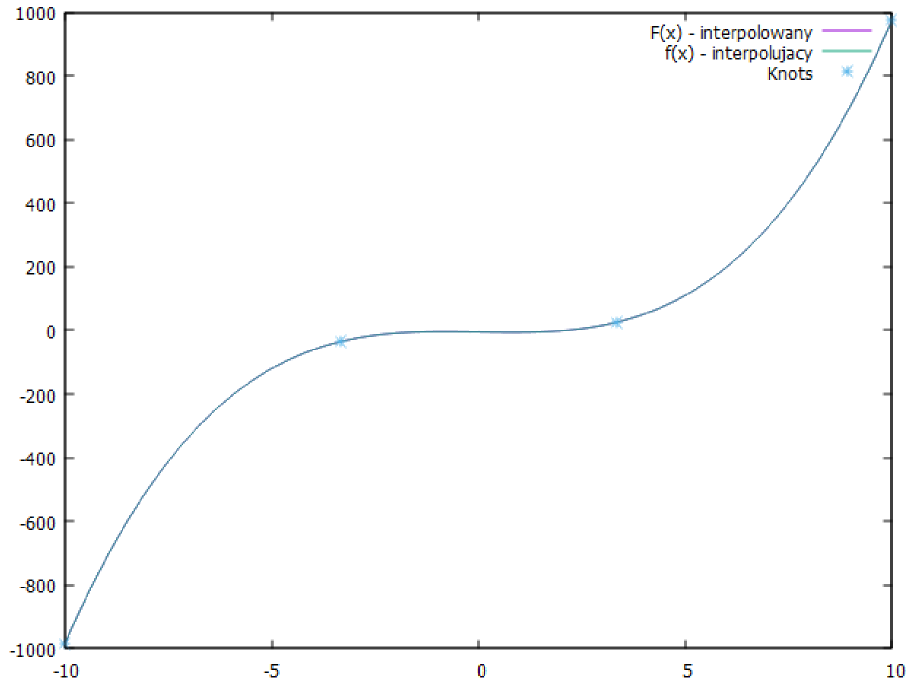
1. Dla funkcji wybranej przez użytkownika wyznaczamy wybraną ilość węzłów interpolacyjnych w tej samej odległości od siebie lub wczytujemy je z podanego pliku i sprawdzamy, czy na pewno są równoodległe.
2. Dla kolejnych punktów wyliczamy wartości funkcji interpolacyjnej, wykorzystując do tego wzór:

$$L(x) = \sum_{i=0}^{n} \left(y_i \cdot \prod_{j=0 \ j \neq i}^{n} \left(\frac{t-j}{i-j} \right) \right)$$

$$t = \frac{(x - x_0)}{h} \qquad h = x_{i+1} - x_i \xrightarrow{\text{z równoodległości argumentów}} h = const$$

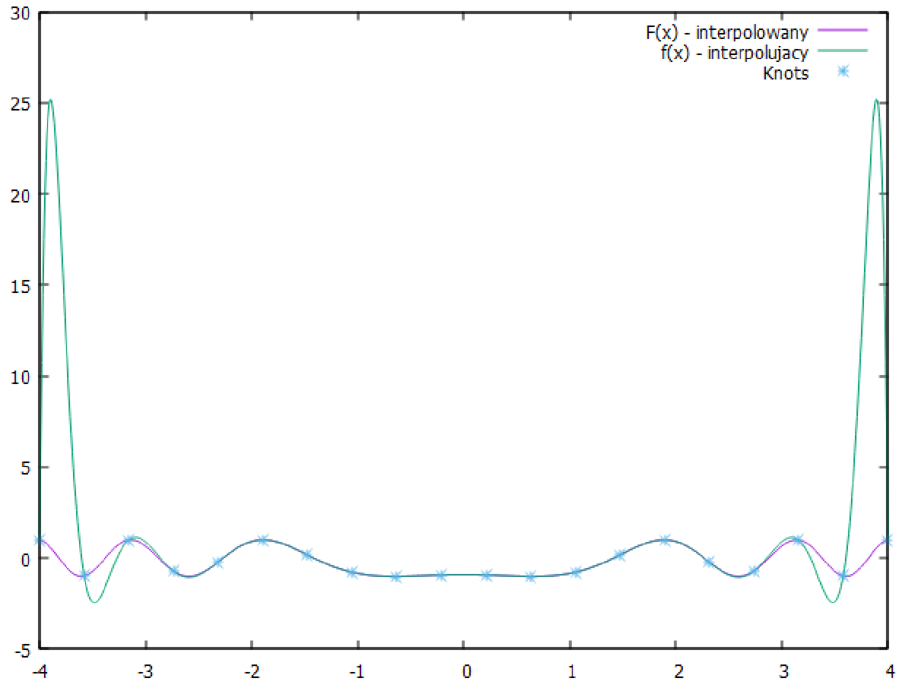
Wyniki

Poniżej zaprezentowaliśmy wyniki działania naszego programu w postaci wykresów funkcji, gdzie zaznaczyliśmy różnymi kolorami funkcję interpolowaną, funkcje interpolacyjną oraz węzły interpolacji,



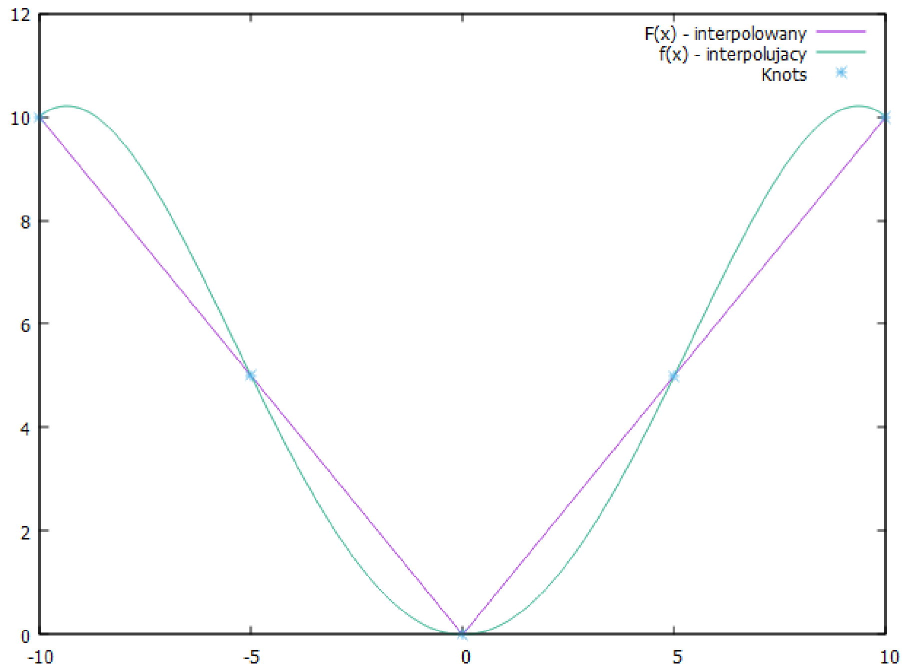
$f(x) = x^3 - 2x - 5$

Dla 4 węzłów



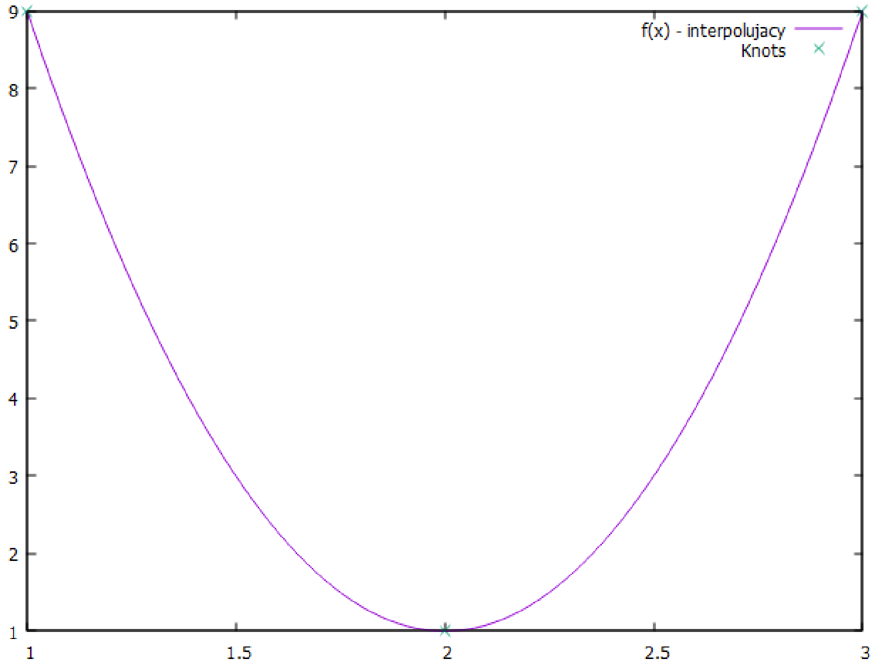
$f(x) = sin(x^2 - 2)$

Dla 20 węzłów



$f(x) = |x|$

Dla 5 węzłów



Węzły:

(1, 9), (2, 1), (3, 9)

Wnioski

1. Wykresy funkcji pokrywają się, lub są bardzo bliskie wzorcowym, co świadczy o tym, że nasz program działa poprawnie.
2. Im więcej podamy węzłów, tym funkcja interpolacyjna jest bliższa funkcji interpolowanej.
3. Metoda Lagrange'a bardzo dobrze radzi sobie z funkcjami wielomianowymi, natomiast gorzej z trygonometrycznymi, wykładniczymi, czy z wartością bezwzględną.
4. Do interpolacji funkcji wielomianowej N-tego stopnia potrzeba $N + 1$ węzłów.