|  |  |
| --- | --- |
| *Nikodem Kirsz 236559*  *Oskar Trela 236677* | Rok akademicki *2021/22*  *poniedziałek, 12:00* |

**METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM**

Zadanie 5– metoda aproksymacja oparta o wielomiany Czebyszewa

**Opis rozwiązania**

Celem tego zadania było zaimplementowanie metody aproksymacji funkcji przy użyciu wielomianów Czebyszewa.  
Aproksymacja jest to przybliżanie *funkcji aproksymowanej* pewną *funkcją aproksymującą*.

Przybliżenie *funkcji aproksymującej*:

,

gdzie: ,

,

,

*Ti(x)* to wielomiany Czebyszewa, które w odróżnieniu od potęg *x* zachowują się równomiernie i oczekiwany błąd jest rozłożony bardziej równomiernie.

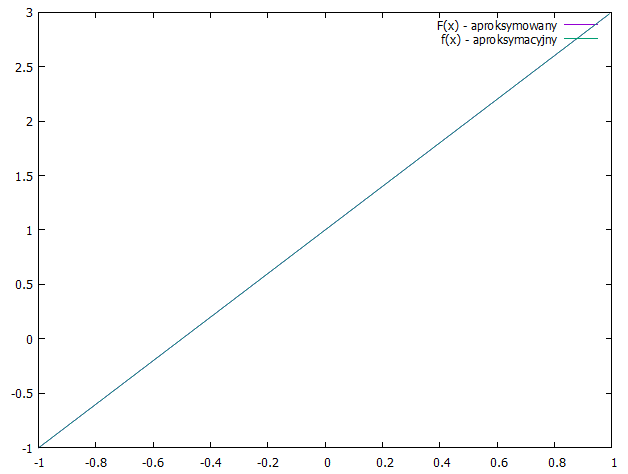
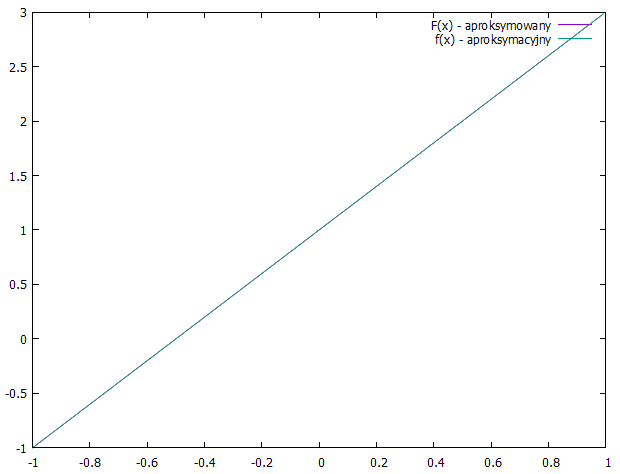
Ze względu na charakter całki aproksymacja odbywa się na przedziale [-1; 1].

**Wyniki**

Poniżej przedstawiliśmy wyniki działania naszego programu w postaci wykresów funkcji aproksymującej porównanej z funkcją aproksymowaną.

Tab. 1. Przypadki aproksymacji funkcji o zadanych parametrach przy obliczaniu.

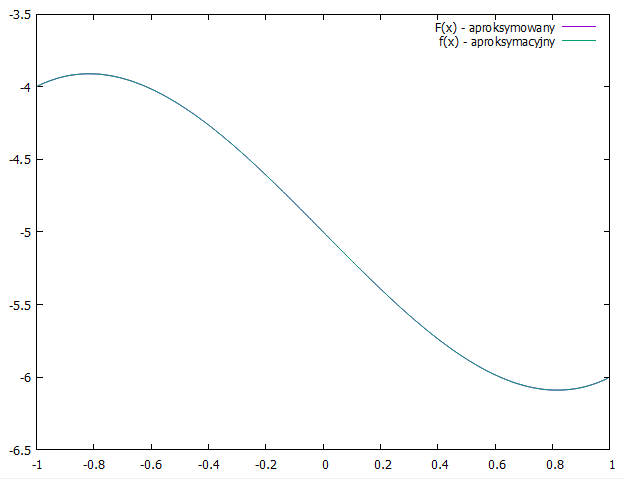
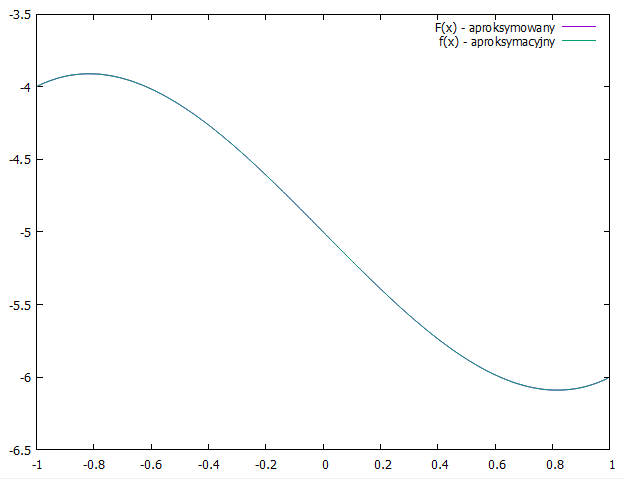
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Funkcja | Stopień wielomianu aproksymującego | Ilość węzłów dla całkowania | Błąd aproksymacji |
| 2x + 1 | 2 | 2 | 0 |
| 6 | 6 | 4,1415E-30 |



Rys. 1. Funkcja aproksymowana i aproksymacyjna kolejno dla przypadków z tab. 1.

Tab. 2. Przypadki aproksymacji funkcji o zadanych parametrach przy obliczaniu.

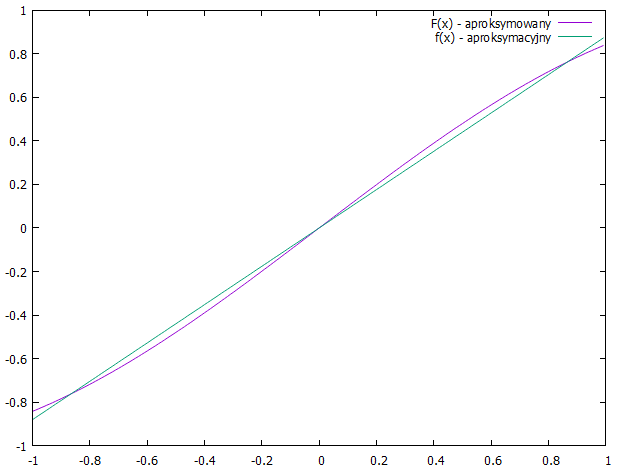
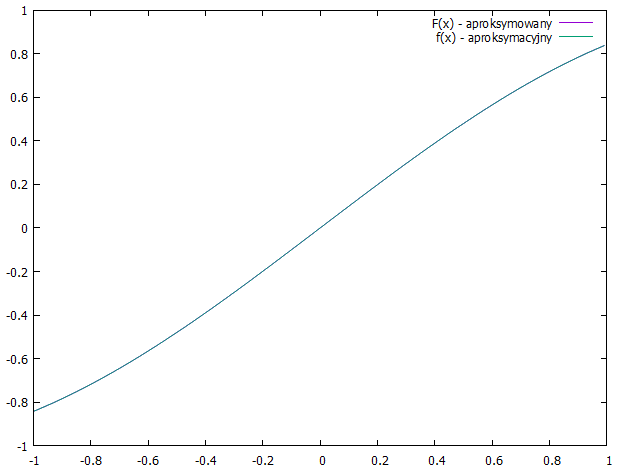
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Funkcja | Stopień wielomianu aproksymującego | Ilość węzłów dla całkowania | Błąd aproksymacji |
| x3 – 2x - 5 | 4 | 4 | 3,1554E-30 |
| 8 | 8 | 7,1786E-29 |



Rys. 2. Funkcja aproksymowana i aproksymacyjna kolejno dla przypadków z tab. 2.

Tab. 3. Przypadki aproksymacji funkcji o zadanych parametrach przy obliczaniu.

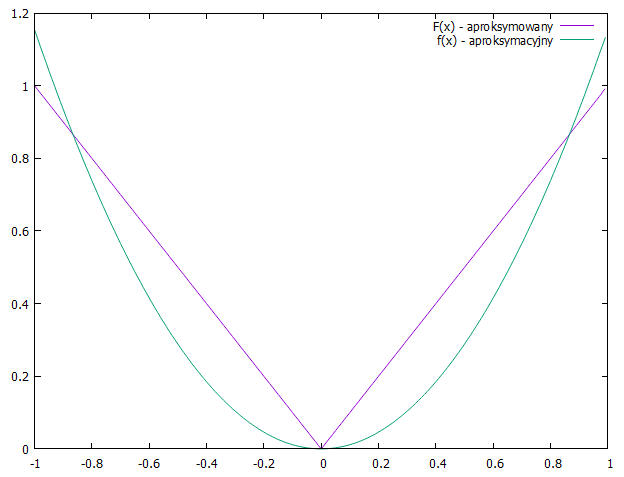
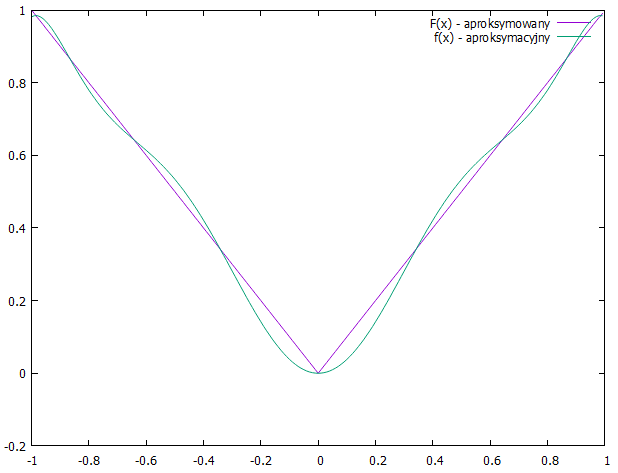
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Funkcja | Stopień wielomianu aproksymującego | Ilość węzłów dla całkowania | Błąd aproksymacji |
| sin(x) | 3 | 3 | 0,008665 |
| 7 | 7 | 5,8E-11 |

Rys.3. Funkcja aproksymowana i aproksymacyjna kolejno dla przypadków z tab. 3.

Tab. 4. Przypadki aproksymacji funkcji o zadanych parametrach przy obliczaniu.

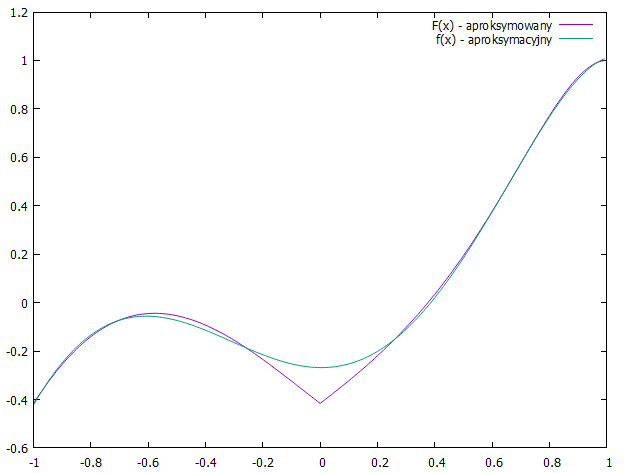
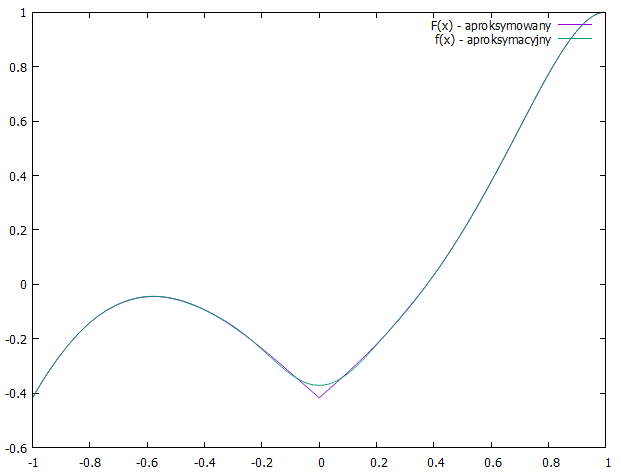
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Funkcja | Stopień wielomianu aproksymującego | Ilość węzłów dla całkowania | Błąd aproksymacji |
| |x| | 3 | 3 | 0,2496 |
| 9 | 9 | 0,01442 |

Rys.4. Funkcja aproksymowana i aproksymacyjna kolejno dla przypadków z tab. 4.

Tab. 5. Przypadki aproksymacji funkcji o zadanych parametrach przy obliczaniu.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Funkcja | Stopień wielomianu aproksymującego | Ilość węzłów dla całkowania | Błąd aproksymacji |
| cos(x3 + |x| - 2) | 6 | 6 | 0,03261 |
| 20 | 20 | 0,002144 |

Rys.5. Funkcja aproksymowana i aproksymacyjna kolejno dla przypadków z tab. 5.

**Wnioski**

1. Błąd aproksymacji w większości przypadków funkcji maleje wraz ze wzrostem stopnia funkcji aproksymacyjnej, wyjątkiem jest funkcja liniowa.
2. Minimalny stopień w przypadku aproksymowania wielomianów wynosi n + 1.