WS 2016/17 Simon Kaiser, 354692
Gruppe 3 Johannes Salentin, 367543

Diskrete Strukturen
Aufgabenblatt 2

Aufgabe 11

Bestimmen Sie eine aussagenlogische Formel in dijkuntiver Normalform und eine aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform, welche jeweils logisch äquivalent zu $\neg(\neg B \vee A \iff \neg C)$ sind.

A	B	C	$\neg B \vee A$	$\neg B \vee A \iff \neg C$	$\neg(\neg B \vee A \iff \neg C)$
1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1
0	0	0	1	1	0

Aus den Wahrheitswerten der aussagenlogischen Formel
$\neg(\neg B \vee A \iff \neg C)$ folgt:
Konjunkive Normalform: $Con(110) \wedge Con(100) \wedge Con(011) \wedge Con(000)$
$\iff (\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee C)$.

Aufgabe 12

a

Seien A, B, C, D, X Mengen, wobei $A, B, C, D \subseteq X$ gilt.
Die Behauptung ist $(A \times C) \cup (B \times D) = (A \cup B) \times (C \cup D)$.
Seien die Mengen $A := \{1, 2\}, B := \{3, 4\}, C := \{5, 6\}$ und $D := \{7, 8\}$ gegeben.
Angenommen:

$$\{(1,5),(1,6),(2,5),(2,6)\} \cup \{(3,7),(3,8),(4,7),(4,8)\} = \{1,2,3,4\} \times \{5,6,7,8\}$$

$$\iff \{(1,5),(1,6),(2,5),(2,6),(3,7),(3,8),(4,7),(4,8)\}$$

$$= \{(1,5),(1,6), \underbrace{(1,7)}_{nicht\ in\ linker\ Menge\ enthalten}, ...\}.$$

Daraus folgt, dass die Mengen verschieden sind. Somit ist die Behauptung widerlegt.

b

A, B, C seien beliebige Mengen.
Die Behauptung ist $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

$$A \cup (B \cap C) = A \cup \{x|(x \in B \wedge x \in C\}$$

$$\begin{aligned} A \cup \{x|(x \in B \wedge x \in C\} &= \{x|x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C) \\ &= \{x|(x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C)\} \\ &= \{x|(x \in A \cup B) \wedge (x \in A \cup C)\} \\ &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad \square \end{aligned}$$

c

A, B, C seien beliebige Mengen.
Die Behauptung ist $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

$$\begin{aligned} A \times (B \cap C) &= \{(x,y)|x \in A \wedge y \in (B \wedge C)\} \\ &= \{(x,y)|x \in A \wedge y \in B \wedge x \in A \wedge y \in C\} \\ &= \{(x,y)|x \in A \wedge y \in B\} \cap (x,y)|x \in A \wedge y \in C\} \\ &= (A \times B) \cap (A \times C) \quad \square \end{aligned}$$

d

Seien A, B, X Mengen, wobei $A, B \subseteq X$ gilt.
Die Behauptung ist $X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$.

$$X \setminus (A \cup B) = \{x|x \in X \wedge x \notin (A \cup B)\}$$

Es gilt $\neg(A \vee B) \iff \neg A \wedge \neg B$ gemäß (1.21 DeMorgan), sodass folgt:
$= \{x|(x \in X \wedge x \notin A) \wedge (x \in X \wedge x \notin B)\}$
$= (x \setminus A) \cap (x \setminus B) \quad \square$

e

Die Behauptung ist $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (A \cup C)$.
Seien die Mengen $A := \{1,2\}, B := \{3,4\}$ und $C := \{5,6\}$ gegeben.

$$\begin{aligned} \{1,2\} \cup \{3,4\} &= \{1,2,3,4\} \setminus \{1,2,5,6\} \\ \text{\{1,2,3,4\}} &= \{3,4\} \rightarrow \text{Widerspruch} \end{aligned}$$

f

A, B, C seien beliebige Mengen.
Die Behauptung ist $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

$$(A \cap B) \setminus C = x|x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin C\}$$

Es gilt $(A \vee B) \wedge C \iff (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ gemäß (1.18,f,(i) Distr.), sodass folgt:

$$= \{x|x \in A \wedge x \notin C \vee x \in B \wedge x \notin C\}$$
$$= (A \setminus C) \cup (B \setminus C) \quad \square$$