

# Recapitular: Física por Química

Dirk Hornung

9 de febrero de 2016

# Capítulo 1

## Los postulados de la mecánica cuántica

### 1.1. Estados Puros

**Definition 1.** En la mecánica cuántica un estado es un vector  $|\psi\rangle$  (**vector estado** o **ket**) normalizado ( $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ ) en un espacio Hilbert  $\mathcal{H}$  complejo, completo, unitario y separable.

### 1.2. Observables

**Definition 2.** Cada observable  $A$  de un sistema físico se representa en la mecánica cuántica mediante un operador **hermítico**  $\hat{A}$ .

### 1.3.

## Capítulo 2

# Oscilador Armónico

### 2.1. Problemas

**Ejercicio 1:**

- Cuanto avanza una onda armónica en un periodo?
- Cuanto tarda a desplazarse a una distancia igual a la longitud de la onda?
- La longitud de una onda de la nota musical LA a la aire es de 0.773 m. Cuales son la su frecuencia y su longitud de onda en el agua? La velocidad del sonido en el aire es 340 m/s y en el agua 1.44 km/s.

**Solucion:**

- Una onda avanza una distancia de una longitud de una onda  $\lambda$  en una periodo  $T$ .

$$v_{onda} = \frac{s}{T} = \lambda \cdot f = \lambda \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow s = \lambda$$

- Igual que antes: **T**.
- Primero queremos encontrar a la frecuencia del aire  $f_{aire}$ , que esta dado por

$$\lambda_{aire} = \frac{v_{aire}}{f_{aire}} \Rightarrow f_{aire} = \frac{v_{aire}}{\lambda_{aire}} = \frac{340m/s}{0,773m} \approx 440Hz$$

Por los dos medias (aire y agua) la frecuencia es el mismo

$$f_{aire} = f_{agua}$$

por eso podemos calcular la longitud de la onda de la onda en el agua

$$\lambda_{agua} = \frac{v_{agua}}{f_{agua}} = \frac{1440m/s}{440s} \approx 3,27m$$

Dado la onda armónica

$$y(x, t) = 2 \sin(\pi x - 20\pi t)$$

con  $y$  en cm,  $x$  en m y  $t$  en segundos, evaluar

- el sentido de la propagación
- la amplitud de la onda  $A$ , su longitud  $\lambda$ , su frecuencia  $f$ , su periodo  $T$  y su velocidad de propagación  $v$

**Solucion :**

- La forma general de una onda está dado por

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad \text{si la onda mueve a la derecha}$$

$$y(x, t) = A \sin(kx + \omega t) \quad \text{si la onda mueve a la izquierda}$$

Por eso podemos decir que la onda tiene un sentido de la propagación **a la derecha**.

- Con la relación general de una onda moviendo a la derecha podemos fácilmente leer las parámetros de la amplitud  $A$ , el número de la onda  $k$  y la velocidad angular  $\omega$

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y(x, t) = 2 \sin(\pi x - 20\pi t)$$

$$\Rightarrow A = 2\text{cm}, \quad k = \pi, \quad \omega = 20\pi$$

Con esos parámetros podemos calcular el resto:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \frac{v}{\lambda}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\pi 1/\text{m}} = 2\text{m}$$

$$\omega = 2\pi \frac{v}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{\omega}{2\pi} \lambda = \frac{20\pi 1/\text{s}}{2\pi} 2\text{m} = 20\text{m/s}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{20\text{m/s}}{2\text{m}} = 10\text{Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = 0,1\text{s}$$

**Ejercicio 3** Un corcho está oscilando en el agua con una velocidad vertical máxima de  $3\text{cm/s}$  y una aceleración máxima de  $2\text{cm/s}^2$ .

- Calcula la amplitud y la frecuencia del movimiento.
- Si la longitud de la onda transversal generada es de  $3\text{m}$ , cuál es la velocidad de la propagación de la onda?

**Solucion :**

- Para ese ejercicio tenemos que saber dos relaciones sobre la velocidad y la aceleración máxima

$$\left. \begin{aligned} v_{max} &= wA \Rightarrow w = \frac{v_{max}}{A} \\ a_{max} &= w^2 A \Rightarrow \frac{v_{max}^2}{a_{max}} = a_{max} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \frac{v_{max}^2}{a_{max}} = \frac{9cm^2/s^2}{2cm/s^2} = 4,5cm$$

También tenemos una relación por la velocidad angular y por eso también tenemos la frecuencia

$$\omega = \frac{v_{max}}{A} = \frac{2}{2} 1/s \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{3\pi} 1/s$$

- Si tenemos la longitud de la onda su velocidad está dado por

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow v = f\lambda = \frac{1}{\pi} cm/s = 0,318cm/s$$

**Ejercicio 5: Ondas sísmicas** En los terremotos hay cuatro tipos de ondas: dos de volumen y (ondas S y P) y dos ondas de superficie. Las velocidades respectivas de las ondas P (primarias) y S (secundarias) valen

$$v_P = \sqrt{\frac{B + 4M_c/3}{\rho}}, \quad v_S = \sqrt{\frac{M_c}{\rho}}$$

donde B es el módulo de compresibilidad y  $M_c$  el módulo de cizallamiento.

- Un material geológico tiene los siguientes módulos  $B = 6,3 \times 10^{10} N/m^2$  y  $M_c = 2,7 \times 10^{10} N/m^2$ , y una densidad de  $3g/cm^3$ . Evaluar las velocidades de las ondas P y S en este medio.
- Una estación sísmográfica detecta llegada de la onda P de un sismo a las 0:15:23 y la llegada de la onda S a las 0:17:53, ¿a qué distancia de la estación ha producido el foco (hipocentro) del sismo si el medio que separa el hipocentro de la estación está compuesto por el material de la parte anterior de ese ejercicio.

**Solucion :**

- Para resolver la primera parte de ese ejercicio simplemente necesitamos de sustituir los números dados en los formularios de la velocidad y cuidar de

los unidades.

$$3g/cm^3 = \frac{0,003}{0,01^3} kg/m^3 = 3000kg/m^3$$

$$v_P = \sqrt{\frac{B + \frac{4}{3}M_c}{\rho}} = \sqrt{\frac{6,3 \times 10^{10}N/m^2 + \frac{4}{3} \cdot 2,7 \times 10^{10}N/m^2}{3000kg/m^3}} = 5744,56m/s = 5,74km/s$$

$$v_S = \sqrt{\frac{M_c}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,7 \times 10^{10}N/m^2}{3000kg/m^3}} = 3000m/s = 3km/s$$

- Para el segundo parte estan dado dos tiempos, el uno para la llegada de la primer onda P (que esta mas rapido) y de la llegada de la segunda onda S, pero no el tiempo **inicial!** de el terremotos. Entonces para tenemos que encontrar una solucion que includa la diferencia de los tiempos  $\Delta t_{ps}$

$$\Delta t_{ps} = t_s - t_p = 0 : 17 : 53 - 0 : 15 : 23 = 1073 - 923 = 150$$

Las distancia que los ondas trasladan estan iguales. Por lo tanto tenemos

$$s_P = s_S \Rightarrow v_P t_P = v_S t_S = v_S (t_P + \Delta t_{PS}) \Rightarrow t_P = \frac{v_S \Delta t_{PS}}{v_P - v_S}$$

Asi tambien tenemos la distancia del terremoto

$$s_P = v_P t_P = 5,74km/s \cdot \frac{3km/s \cdot 150}{5,74km/s - 3km/s} \approx 943km$$