

선형대수학 강의노트

Knowledge Lupin

February 25, 2026

Contents

I 기초 선형대수	1
1 벡터공간	3
1.1 체(Field)와 벡터공간의 공리	3
1.2 부분공간과 생성부분공간	5
1.3 선형결합, 선형독립, 생성집합	6
1.4 기저(Basis)와 좌표표현	6
1.5 차원(Dimension)과 기저교환법	7
1.6 부분공간의 합, 교집합, 직합	7
2 행렬	9
2.1 행렬공간 $M_{m,n}(K)$ 의 구조	9
2.2 연립일차방정식과 행 연산	9
2.3 행렬곱과 결합법칙, 분배법칙	10
2.4 가역행렬과 기본 성질	10
2.5 블록행렬과 계산 규칙	11
3 선형사상	13
3.1 사상(Map)과 함수의 기본 개념	13
3.2 선형사상의 정의와 예시	13
3.3 핵(Kernel)과 상(Image)	14
3.4 차원정리(Rank-Nullity)	14
3.5 선형사상의 합성, 역, 동형	15
3.6 기하적 응용(회전, 반사, 사영)	15
4 선형사상과 행렬표현	17
4.1 행렬이 유도하는 선형사상	17
4.2 선형사상의 행렬표현	17
4.3 기저변환과 좌표변환행렬	18
4.4 닮음(Similarity)과 표현의 불변량	18
II 내적, 직교성, 행렬식	21
5 내적공간과 직교성	23
5.1 내적(Scalar Product)의 정의와 성질	23
5.2 직교기저와 정규직교기저	23
5.3 Gram-Schmidt 직교화	24
5.4 최소제곱해와 랭크	24
5.5 쌍선형형식(Bilinear Form)과 행렬	25
5.6 일반 직교기저(부호가 섞인 경우)	25
5.7 쌍대공간과 내적의 관계	26
5.8 이차형식과 표준형	26

5.9 Sylvester 관성법칙	27
6 행렬식	29
6.1 2차 행렬식과 기본 성질	29
6.2 n 차 행렬식의 존재와 다중선형성	29
6.3 교대성, 전치행렬과 행렬식	30
6.4 Cramer 공식	30
6.5 열(행) 연산과 삼각화	31
6.6 순열과 부호(sign)	31
6.7 여인수 전개와 유일성	32
6.8 수반행렬(adjugate)과 역행렬	32
6.9 소행렬식(minor), 랭크와 판정	33
III 구조정리	35
7 대칭, 에르미트, 유니터리 연산자	37
7.1 대칭 연산자와 직교대각화 기초	37
7.2 에르미트 연산자와 실고유값 성질	37
7.3 유니터리 연산자와 길이 보존	38
7.4 정규연산자 관점에서의 통합	38
8 고유값과 고유벡터	41
8.1 고유값, 고유벡터, 고유공간	41
8.2 특성다항식과 대수적 중복도	41
8.3 대칭행렬의 고유구조	42
8.4 실대칭 선형사상의 대각화	42
8.5 에르미트 경우의 스펙트럴 정리	43
8.6 유니터리 연산자의 대각화	43
9 다항식과 행렬	45
9.1 다항식 대수의 기본	45
9.2 행렬/선형사상의 다항식	45
9.3 소멸다항식과 최소다항식	46
10 삼각화와 Cayley-Hamilton 정리	47
10.1 삼각화 가능성의 판정	47
10.2 Cayley-Hamilton 정리와 응용	47
10.3 유니터리 사상의 대각화와 Schur 형태	48
11 주분해와 Jordan 표준형	49
11.1 유클리드 알고리즘(다항식)	49
11.2 최대공약다항식과 Bezout 항등식	49
11.3 유일인수분해	50
11.4 주분해 정리(Primary Decomposition)	50
11.5 Schur 보조정리	51
11.6 Jordan 표준형의 존재와 계산	51
IV 볼록성과 확장 주제	53
12 볼록집합	55
12.1 볼록집합과 볼록껍질	55

12.2 분리초평면 정리	55
12.3 극점과 지지초평면	56
12.4 Krein-Milman 정리	56
12.5 선형대수적 응용(기초 최적화 관점)	57
A 복소수 체계와 대수적 닫힘	59
A.1 복소수의 정의와 기본 연산	59
A.2 극형식과 복소평면	59
A.3 대수적 닫힘의 의미	60
B Iwasawa 분해와 선형대수-군론 연결	61
B.1 선형군과 분해 정리의 동기	61
B.2 Iwasawa 분해의 진술	61
B.3 선형대수와 군론의 접점	62

머리말

이 노트는 Serge Lang의 *Linear Algebra (3rd ed.)*를 기준으로 구성한 한국어 강의노트 초안이다.
집필 원칙은 동기 → 정의 → 정리/증명 → 예제 → 연습문제 → 요약 순서를 따른다.

Part I

기초 선형대수

Chapter 1

벡터공간

1.1 체(Field)와 벡터공간의 공리

동기

선형대수에서 우리가 반복하는 기본 연산은 두 가지다.

1. 벡터를 더한다.
2. 벡터를 스칼라(숫자)로 늘리거나 줄인다.

이 연산이 항상 일관되게 작동하려면, 스칼라의 구조와 벡터 연산 규칙을 먼저 엄밀히 고정해야 한다. 이 절은 이후의 기저, 차원, 선형사상, 고유값 이론 전체를 지탱하는 출발점이다.

정의

정의 1.1.1 (체). 집합 K 와 연산 $+$, \cdot 가 다음을 만족하면 K 를 체라 한다.

- (1) $(K, +)$ 는 아벨군이다.
- (2) $(K \setminus \{0\}, \cdot)$ 는 아벨군이다.
- (3) 분배법칙 $a(b + c) = ab + ac$ 가 성립한다.

대표적인 예는 $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ 이며, \mathbb{Z} 는 체가 아니다. 예를 들어 $2 \in \mathbb{Z}$ 의 곱셈 역원 $\frac{1}{2}$ 는 \mathbb{Z} 에 속하지 않는다.

정의 1.1.2 (벡터공간). 체 K 위의 집합 \mathcal{V} 에 대해

- 벡터 덧셈 $\mathcal{V} \times \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}, (\mathbf{u}, \mathbf{v}) \mapsto \mathbf{u} + \mathbf{v}$,
- 스칼라곱 $K \times \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}, (a, \mathbf{v}) \mapsto a\mathbf{v}$

가 정의되어 있고, 임의의 $a, b \in K, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathcal{V}$ 에 대해 다음 공리가 성립하면 \mathcal{V} 를 K 위의 벡터공간이라 한다.

$$(VS1) \quad (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$$

$$(VS2) \quad \mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$$

$$(VS3) \quad \text{영 벡터 } \mathbf{0} \in \mathcal{V} \text{ 가 존재하여 } \mathbf{v} + \mathbf{0} = \mathbf{v}$$

$$(VS4) \quad \text{각 } \mathbf{v} \in \mathcal{V} \text{에 대해 } \mathbf{v} + (-\mathbf{v}) = \mathbf{0} \text{ 인 } -\mathbf{v} \text{ 가 존재}$$

$$(VS5) \quad a(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a\mathbf{u} + a\mathbf{v}$$

$$(VS6) \quad (a + b)\mathbf{v} = a\mathbf{v} + b\mathbf{v}$$

$$(VS7) \quad (ab)\mathbf{v} = a(b\mathbf{v})$$

$$(VS8) \quad 1\mathbf{v} = \mathbf{v}$$

정리와 증명

정리 1.1.3 (영벡터와 역벡터의 유일성). K 위의 벡터공간 \mathcal{V} 에서 영벡터는 유일하고, 각 벡터의 덧셈 역벡터도 유일하다.

Proof. 먼저 영벡터의 유일성을 보이자. $\mathbf{0}, \mathbf{0}'$ 가 모두 영벡터라고 가정하면,

$$\mathbf{0} + \mathbf{0}' = \mathbf{0}' \quad \text{및} \quad \mathbf{0} + \mathbf{0}' = \mathbf{0}$$

가되어 $\mathbf{0} = \mathbf{0}'$ 를 얻는다.

다음으로 역벡터의 유일성을 보이자. \mathbf{w}, \mathbf{w}' 가 모두 \mathbf{v} 의 역벡터라면 $\mathbf{v} + \mathbf{w} = \mathbf{0}, \mathbf{v} + \mathbf{w}' = \mathbf{0}$ 이고,

$$\mathbf{w} = \mathbf{w} + \mathbf{0} = \mathbf{w} + (\mathbf{v} + \mathbf{w}') = (\mathbf{w} + \mathbf{v}) + \mathbf{w}' = (\mathbf{v} + \mathbf{w}) + \mathbf{w}' = \mathbf{0} + \mathbf{w}' = \mathbf{w}'$$

이므로 역벡터도 유일하다. \square

정리 1.1.4 (기본 계산 법칙). 임의의 $a \in K, \mathbf{v} \in \mathcal{V}$ 에 대해 다음이 성립한다.

$$(1) \ 0\mathbf{v} = \mathbf{0}$$

$$(2) \ a\mathbf{0} = \mathbf{0}$$

$$(3) \ (-1)\mathbf{v} = -\mathbf{v}$$

$$(4) \ (-a)\mathbf{v} = -(a\mathbf{v})$$

Proof. (1) $(0+0)\mathbf{v} = 0\mathbf{v}+0\mathbf{v}$ 인데 좌변은 $0\mathbf{v}$ 이므로 $0\mathbf{v} = 0\mathbf{v}+0\mathbf{v}$. 양변에 $-(0\mathbf{v})$ 를 더하면 $0\mathbf{v} = \mathbf{0}$.

$$(2) a(\mathbf{0} + \mathbf{0}) = a\mathbf{0} + a\mathbf{0} \text{에서 좌변이 } a\mathbf{0} \text{ 이므로 같은 방식으로 } a\mathbf{0} = \mathbf{0}.$$

$$(3) \mathbf{v} + (-1)\mathbf{v} = (1 + (-1))\mathbf{v} = 0\mathbf{v} = \mathbf{0}. \text{ 즉 } (-1)\mathbf{v} \text{는 } \mathbf{v} \text{의 역벡터이므로 } (-1)\mathbf{v} = -\mathbf{v}.$$

$$(4) (-a)\mathbf{v} + a\mathbf{v} = ((-a) + a)\mathbf{v} = 0\mathbf{v} = \mathbf{0}. \text{ 따라서 } (-a)\mathbf{v} \text{는 } a\mathbf{v} \text{의 역벡터이므로 } (-a)\mathbf{v} = -(a\mathbf{v}). \square$$

예제

예제 1.1.5 (기초: \mathbb{R}^n). 벡터를

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n), \quad \mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$$

로 두고

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = (x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n), \quad a\mathbf{x} = (ax_1, \dots, ax_n)$$

로 정의하면 벡터공간 공리 8개가 모두 성립한다. 따라서 \mathbb{R}^n 은 \mathbb{R} 위의 벡터공간이다.

예제 1.1.6 (연결: 다항식 공간 $P_n(\mathbb{R})$).

$$P_n(\mathbb{R}) = \{a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \mid a_i \in \mathbb{R}\}$$

는 차수가 n 이하인 실계수 다항식 전체의 집합이다. 다항식의 덧셈과 스칼라곱에 대해 닫혀 있으므로 $P_n(\mathbb{R})$ 도 \mathbb{R} 위의 벡터공간이다.

Remark. \mathbb{R}^2 는 표준 연산으로는 \mathbb{R} 위의 벡터공간이다. 이때 스칼라곱이 실수배로 정의되어 있으므로, 같은 연산을 그대로 둔 채 스칼라체만 \mathbb{C} 로 바꾸는 것은 불가능하다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1. 기초 확인

연습문제 1.1.7. $\mathbb{Q}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ 중 체인 것을 모두 고르시오.

힌트. 0이 아닌 원소의 곱셈 역원이 항상 존재하는지 확인하라.

연습문제 1.1.8. 벡터공간 공리 중 분배법칙에 해당하는 두 식을 정확히 쓰시오.

힌트. 스칼라가 벡터합에 분배되는 식과, 스칼라합이 벡터에 분배되는 식을 구분하라.

Level 2. 표준 응용

연습문제 1.1.9. $\mathcal{W} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$ 가 \mathbb{R}^3 의 부분공간인지 판정하시오.

힌트. 영벡터 포함, 덧셈 닫힘, 스칼라곱 닫힘의 세 조건을 점검하라.

연습문제 1.1.10. 정리의 항목 (2)인 $a\mathbf{0} = \mathbf{0}$ 을 공리만으로 다시 증명하시오.

힌트. $\mathbf{0} + \mathbf{0} = \mathbf{0}$ 에서 시작하라.

Level 3. 연결 추론

연습문제 1.1.11. 벡터공간 \mathcal{V} 에서

$$a(\mathbf{u} - \mathbf{v}) = a\mathbf{u} - a\mathbf{v}$$

를 증명하시오.

힌트. $\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v})$ 로 바꾸고 $(-a)\mathbf{v} = -(a\mathbf{v})$ 를 사용하라.

연습문제 1.1.12. $\mathbf{u} + \mathbf{w} = \mathbf{v} + \mathbf{w}$ 이면 $\mathbf{u} = \mathbf{v}$ 임을 보여라.

힌트. 양변에 $-\mathbf{w}$ 를 더하라.

Level 4. 도전 확장

연습문제 1.1.13. \mathbb{R}^2 에서 덧셈은 표준 덧셈으로 두고 스칼라곱을

$$a \odot (x, y) = (ax, y)$$

로 정의하자. 이 구조가 \mathbb{R} 위의 벡터공간인지 판정하시오.

힌트. $(a + b)\mathbf{v} = a\mathbf{v} + b\mathbf{v}$ 또는 $1\mathbf{v} = \mathbf{v}$ 를 대입해 보라.

연습문제 1.1.14. 체 공리에서 곱셈 교환법칙을 제거하면 어떤 대수 구조가 되는지 조사하고, 선형대수에서 어떤 주제로 확장되는지 간단히 정리하시오.

힌트. division ring(또는 skew field) 키워드를 참고하라.

요약

- 벡터공간의 스칼라는 체 K 에서 온다.
- 벡터공간 공리는 덧셈 구조와 스칼라곱 호환성을 동시에 요구한다.
- 공리만으로도 $0\mathbf{v} = \mathbf{0}$, $(-1)\mathbf{v} = -\mathbf{v}$ 같은 기본 법칙을 증명할 수 있다.
- \mathbb{R}^n , $P_n(\mathbb{R})$ 는 대표적인 벡터공간이다.
- 이후의 기저, 차원, 선형사상 이론은 이 공리 체계 위에서 전개된다.

1.2 부분공간과 생성부분공간**동기**

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

1.3 선형결합, 선형독립, 생성집합

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

1.4 기저(Basis)와 좌표표현

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1~4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

1.5 차원(Dimension)과 기저교환법

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1~4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

1.6 부분공간의 합, 교집합, 직합

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1-4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Chapter 2

행렬

2.1 행렬공간 $M_{m,n}(K)$ 의 구조

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

2.2 연립일차방정식과 행 연산

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

2.3 행렬곱과 결합법칙, 분배법칙

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

2.4 가역행렬과 기본 성질

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

2.5 블록행렬과 계산 규칙**동기**

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Chapter 3

선형사상

3.1 사상(Map)과 함수의 기본 개념

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1~4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

3.2 선형사상의 정의와 예시

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

3.3 핵(Kernel)과 상(Image)

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

3.4 차원정리(Rank-Nullity)

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

3.5 선형사상의 합성, 역, 동형

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

3.6 기하적 응용(회전, 반사, 사영)

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Chapter 4

선형사상과 행렬표현

4.1 행렬이 유도하는 선형사상

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1~4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

4.2 선형사상의 행렬표현

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1~4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

4.3 기저변환과 좌표변환행렬

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1~4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

4.4 닮음(Similarity)과 표현의 불변량

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1~4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Part II

내적, 직교성, 행렬식

Chapter 5

내적공간과 직교성

5.1 내적(Scalar Product)의 정의와 성질

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1~4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

5.2 직교기저와 정규직교기저

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

5.3 Gram-Schmidt 직교화

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

5.4 최소제곱해와 랭크

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

5.5 쌍선형 형식(Bilinear Form)과 행렬

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

5.6 일반 직교기저(부호가 섞인 경우)

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

5.7 쌍대공간과 내적의 관계

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

5.8 이차형식과 표준형

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

5.9 Sylvester 관성법칙

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Chapter 6

행렬식

6.1 2차 행렬식과 기본 성질

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

6.2 n 차 행렬식의 존재와 다중선형성

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

6.3 교대성, 전치행렬과 행렬식

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

6.4 Cramer 공식

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

6.5 열(행) 연산과 삼각화

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

6.6 순열과 부호(sign)

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

6.7 여인수 전개와 유일성

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

6.8 수반행렬 (adjugate)과 역행렬

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

6.9 소행렬식(minor), 랭크와 판정

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Part III

구조정리

Chapter 7

대칭, 에르미트, 유니터리 연산자

7.1 대칭 연산자와 직교대각화 기초

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

7.2 에르미트 연산자와 실고유값 성질

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

7.3 유니터리 연산자와 길이 보존

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

7.4 정규연산자 관점에서의 통합

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Chapter 8

고유값과 고유벡터

8.1 고유값, 고유벡터, 고유공간

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

8.2 특성다항식과 대수적 중복도

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

8.3 대칭행렬의 고유구조

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

8.4 실대칭 선형사상의 대각화

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

8.5 에르미트 경우의 스펙트럴 정리

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

8.6 유니터리 연산자의 대각화

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Chapter 9

다항식과 행렬

9.1 다항식 대수의 기본

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1~4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

9.2 행렬/선형사상의 다항식

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1-4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

9.3 소멸다항식과 최소다항식

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1-4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Chapter 10

삼각화와 Cayley-Hamilton 정리

10.1 삼각화 가능성의 판정

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

10.2 Cayley-Hamilton 정리와 응용

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1-4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

10.3 유니터리 사상의 대각화와 Schur 형태

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1-4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Chapter 11

주분해와 Jordan 표준형

11.1 유클리드 알고리즘(다항식)

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

11.2 최대공약다항식과 Bezout 항등식

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

11.3 유일인수분해

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

11.4 주분해 정리(Primary Decomposition)

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

11.5 Schur 보조정리

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

11.6 Jordan 표준형의 존재와 계산

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Part IV

볼록성과 확장 주제

Chapter 12

볼록집합

12.1 볼록집합과 볼록껍질

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

12.2 분리초평면 정리

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

12.3 극점과 지지초평면

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

12.4 Krein-Milman 정리

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

12.5 선형대수적 응용(기초 최적화 관점)**동기**

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Appendix A

복소수 체계와 대수적 닫힘

A.1 복소수의 정의와 기본 연산

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

A.2 극형식과 복소평면

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1-4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

A.3 대수적 닫힘의 의미

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1-4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

Appendix B

Iwasawa 분해와 선형대수-군론 연결

B.1 선형군과 분해 정리의 동기

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1–4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

B.2 Iwasawa 분해의 진술

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1-4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

B.3 선형대수와 군론의 접점

동기

이 절은 작성 예정입니다.

정의

핵심 정의를 작성 예정입니다.

정리와 증명

핵심 정리와 증명을 작성 예정입니다.

예제

기초 예제와 연결 예제를 작성 예정입니다.

연습문제 (4단계 + 힌트)

Level 1-4 문제와 힌트를 작성 예정입니다.

요약

핵심 요약 5줄을 작성 예정입니다.

집필 노트

버전: v0.1