Arbeidskrav 1: Vitenskapelig programmering IMT-3881

Forfatter
knutgro@stud.ntnu.no

Bitbucket repo

26. januar 2018

Sammendrag

Denne rapporten analyserer og sammenligner den første millionen desimaler av π med en tilfeldig generert tallmengde på samme størrelse. Hensikten er å finne ut om man kan fastsette at π er et irrasjonelt tall ved hjelp av analysen. Analysen ble kalkulert i et python program. Resultatene tyder på at sammensetningen av den første millionen av desimaler er tilfeldige basert på analysen. Derfor kan vi si at analysen er et tegn på at π er et irrasjonelt tall.

1 Innledning

Tallet π er et klassisk eksempel på ett irrasjonelt tall. Et irrasjonelt tall har uendelig mange desimaler som ikke følger etter ett mønster men er helt tilfeldige. Det at π er et irrasjonalt tall kan bevises ved hjelp av kalkulus [1]. Vi skal se om vi kan bevise at π er ett irrasjonelt tall ved hjelp av en normaliserings test og statistisk analyse.

2 Teori

Om desimalene til π følger en uniform distribusjon, det vil si at alle tall fra 0 til 9 har like stor sjanse for å dukke opp, vil vi kunne observere dette om vi har stor nok mengde med desimaler å analysere. Om vi summerer antall forekomster av hvert siffer i desimalene burde gjennomsnittet(1) være $\frac{1}{10}$ av antall desimaler totalt om vi antar at π er et irrasjonelt tall. Videre kan vi bruke formelen for standard avvik(2) for å se hvor mye antallet av forekomster varierer i forhold til gjennomsnittet.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^{n} x_i \tag{1}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \tag{2}$$

For å finne ut om π sine desimaler er statistisk tilfeldige vil vi bruke "Skewness"testen. "Skewness"testen(3) sier oss noe om hvor mye og i hvilken retning distribusjonen av variablene heller. Testen gir deg en score hvor mindre enn -1 og mer enn 1 tyder på stor asymmetri av data. Score fra -1 og -0,5 og 0,5 og 1 er moderat asymmetri og en score mellom -0,5 og 0,5 tyder på omtrent symmetrisk distribusjon. 0 er perfekt distribusjon.

$$p = \frac{\frac{1}{n}\sum_{n=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{(\frac{1}{n}\sum_{n=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{3}$$

Med denne analysen av π sine desimaler kan vi sammenligne resultatene med en like stor kontrollgruppe som vi vet er tilfeldig generert.

3 Metode

Vi brukte programmeringspråket python3 med modulene numpy, matplotlib.pyplot og scipy. Vi leste inn en tekst fil med en million desimaler av pi og la det inn i en array. En tilfeldig array ble laget med en million tall fra 0 - 9 ved hjelp av numpy funksjonen random.randint

```
tilfeldig = np.random.randint(0, 10, 1000000)
```

Vi brukte hist funksjonen til matplotlib.pyplot for å plotte histogram:

```
def histogram(hpi, x):
    a, b, c = 0, 0, 0
    if x == 4:
        c = 'en million tilfeldige tall(0-9)'
        a = 101000
        b = 98000
    elif x == 3:
        c = 'en million desimaler av pi'
        a = 101000
        b = 98000

    plt.hist(hpi, 20, facecolor="green", alpha=0.75)
    plt.xlabel('Tall')
    plt.ylabel('Antall forekomster')
    plt.title("Antall forekomster av 0-9 i "+c)
    plt.axis([0, 9, b, a])
    plt.grid(1)
    plt.show()
```

For å beregne antall forekomster av tall i en array brukte vi funksjonen numpy.bincount

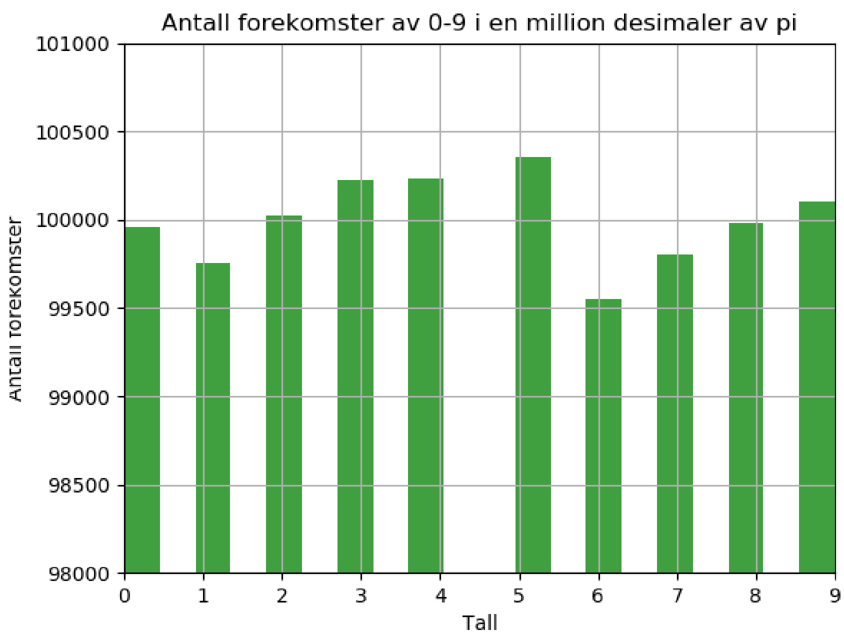
```
def ant(hpi):
    return np.bincount(hpi)
```

For å beregne gjennomsnitt, standard avvik og skewtest brukte vi funksjonene average og std fra numpy og stats.normaltest fra scipy

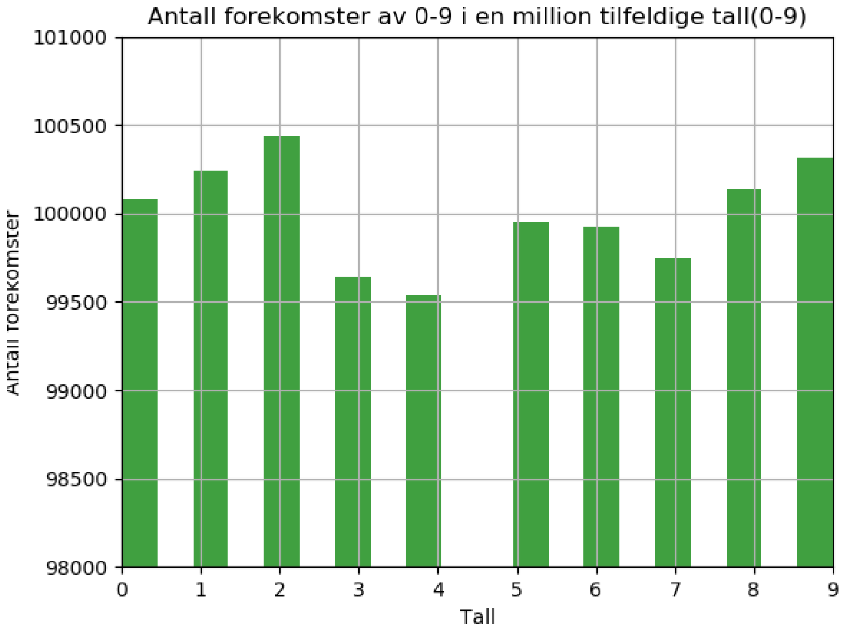
```
def printinfo(arr):
    printarr(arr)
    print("Gjennomsnittlig ant per tall: %g" % (np.average(arr)))
    print("Median tall: %g" % (np.median(arr)))
    print("Varians: %g" % (np.var(arr)))
    print("Standard avvik: %g" % (np.std(arr)))
    x = stats.normaltest(arr)
    print("Score skewtest: %g  Score kurtosistest: %g" % (x[0], x[1]))
```

4 Resultat

Vi ser i histogrammet for π (4) at antall forekomster samles rundt gjennomsnittet som vi ser i tabellen (1) er 100.000. Det samme ser vi i histogrammet for tilfeldige tall (4) , hvor gjennomsnittet er det samme. Vi ser i tabellen at standard avviket er noe mindre i antall forekomster i π enn de tilfeldige tallene, noe som vil si at antallene i π ligger noe nærmere gjennomsnittet. I skewtesten fikk π en score på 0.354625 som er noe lavere enn de tilfeldige tallene på som fikk en score på 0.682899



Figur 1: Figuren viser antall forekomster av tallene 0 - 9 i en million desimaler av π.



Figur 2: Figuren viser antall forekomster av tallene 0 - 0 i en million tilfeldig generert tallrekke

Tabel 1: Analyse av summerte forekomster av tall 0-9 i en million tilfeldige tall og en million desimaler av π

	$\bar{x}$	standard avvik	Skewtest
π	100000	234.714	0.354625
tilfeldig	100000	280.486	0.682899

5 Konklusjon

Analysen av de to tallmengdene sier oss at mengden med π desimaler har en mer symmetrisk distribusjon av verdier enn det en tilfeldig generert tallmengde har. Dette ser vi i både standard avvik og i skewtesten. Dette er nok ikke tilstrekkelig bevis på at tallet π er irrasjonelt men kan være et av mange indisier som peker på at dette er tilfelle. I tillegg så mangler forfatteren kunnskap om tallteori til å trekke noen slutninger om de resultatene som har blitt funnet.

Referencer

[1] Ivan Niven. "A simple proof that pi is irrational". I: *Bull. Amer. Math. Soc. 53 (1947), 509* (1947). DOI: `https://doi.org/10.1090/S0002-9904-1947-08821-2`. URL: `http://www.ams.org/journals/bull/1947-53-06/S0002-9904-1947-08821-2/home.html`.

.