

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт прикладной математики и механики  
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

# Вычислительные комплексы

Курсовая работа

**Работу**

**выполнил:**

Д. А. Козлов

Группа:

3630102/70201

**Преподаватель:**

А. Н. Баженов

Санкт-Петербург  
2021

# Содержание

1. Постановка задачи	3
2. Теория	3
3. Вращение детектора	3
4. Генерация матриц	4
5. Литература	10
6. Приложение	10

## 1. Постановка задачи

Имеется детектор, светящий на цилиндр. Необходимо получить 4 матрицы, смещая детектор вправо-влево и вверх-вниз и решить ИСЛАУ субдифференциальным методом Ньютона.

## 2. Теория

Отображение  $\mathcal{G}$ :

$$\begin{aligned}\mathcal{G}(y) &= \text{sti} (\mathbf{C} \text{sti}^{-1}(y) \ominus \mathbf{d}) = \\ &= \text{sti} (\mathbf{C} \text{sti}^{-1}(y)) - \text{sti} (\mathbf{d})\end{aligned}$$

Переход в алгоритме SubDiff2 описывается следующим образом:

$$x^{(k)} \leftarrow x^{(k-1)} - \tau (D^{(k-1)})^{-1} \mathcal{G}(x^{(k-1)})$$

Здесь  $\tau$  - релаксационный параметр от 0 до 1. Чем он больше, тем быстрее сходимость, но если выбрать его меньшим, то область сходимости метода становится больше.

Чтобы найти начальное приближение, достаточно решить 'среднюю систему':

$$\text{midC } \dot{x}^{(0)} = \text{stid}$$

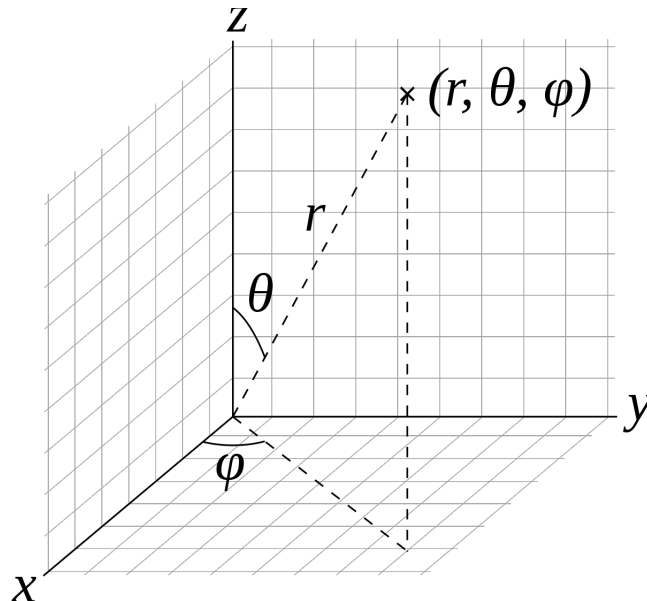
## 3. Вращение детектора

Выведем как меняются координаты центра детектора при вращении.

Пусть задана декартова система координат, в которой апертура имеет координаты  $O(x_0, y_0, z_0)$ , а центр начального положения детектора  $C(x_c, y_c, z_c)$ . Параллельным переносом передвинем начало СК в точку  $O$  (это делается вычитанием координат апертуры из соответствующих координат точек).

Рассмотрим сферическую систему координат, центр которой лежит в точке  $O$ .

Рисунок 3.1. Сферическая система координат



Как известно, координаты точки в такой системе задаются тремя параметрами  $(r, \theta, \phi)$ , смысл которых изображен на рисунке. Переход от сферической СК в декартову осуществляется следующим образом:

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

Воспользовавшись этими уравнениями можно посчитать координаты точки  $C$  в сферической СК:

$$\begin{cases} r = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2} \\ \theta_c = \arccos(z_c/r) \\ \phi_c = \arccos(x/(r \sin \theta_c)) \end{cases}$$

Зададим углы  $\Delta\theta, \Delta\phi$ . Тогда при повороте координаты центра детектора в декартовой СК связанной с апертурой будут иметь координаты:

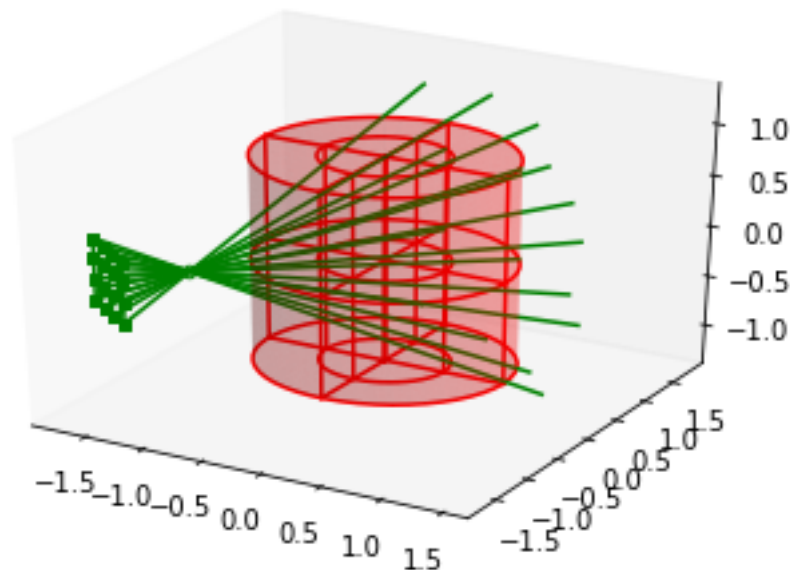
$$\begin{cases} x = r \sin(\theta + \Delta\theta) \cos(\phi + \Delta\phi) \\ y = r \sin(\theta + \Delta\theta) \sin(\phi + \Delta\phi) \\ z = r \cos(\theta + \Delta\theta) \end{cases}$$

Для того, что вернуться в изначальную декартову СК надо к соответствующим координатам прибавить соответствующие координаты апертуры.

## 4. Генерация матриц

Для генерации и визуализации был использован код Никиты Суханова (ссылка в приложении). Изначальное положение детектора выглядит следующим образом.

Рисунок 4.1. Детектор



Центр детектора был повернут на углы  $\Delta\phi = \pm 2$  влево-вправо и на углы  $\Delta\theta = \pm 2$  вверх-вниз относительно его исходного положения. Для наглядности изобразим только один луч для каждого положения детектора.

Рисунок 4.2. Детектор. Поворот вверх-вниз

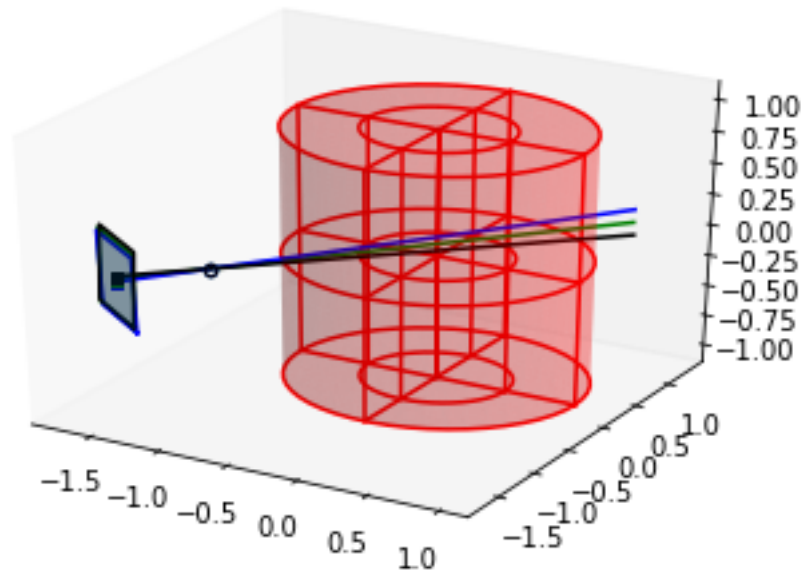
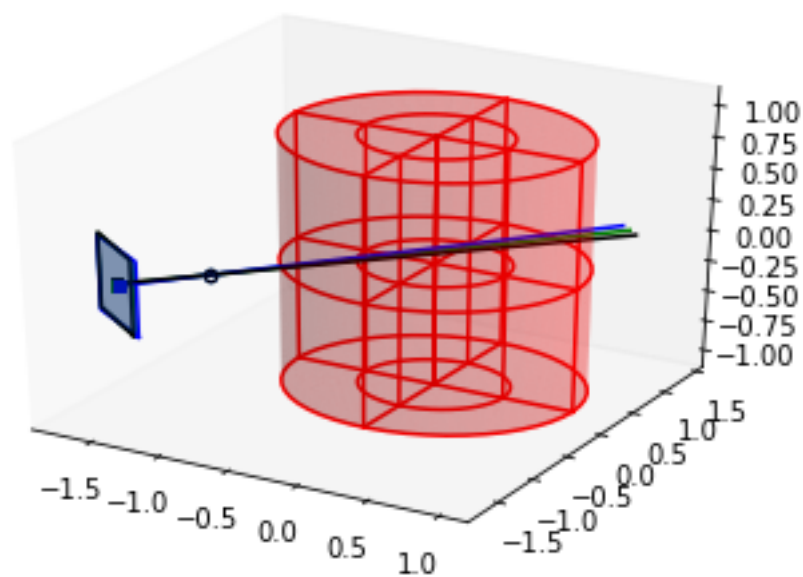


Рисунок 4.3. Детектор. Поворот вправо-влево



Для каждого из полученных положений детектора сгенерируем матрицу. От четырех

полученных матриц возьмем  $[inf, sup]$ . Таким образом составим новую интервальную матрицу **A**

Рисунок 4.4. Сгенерированные матрицы

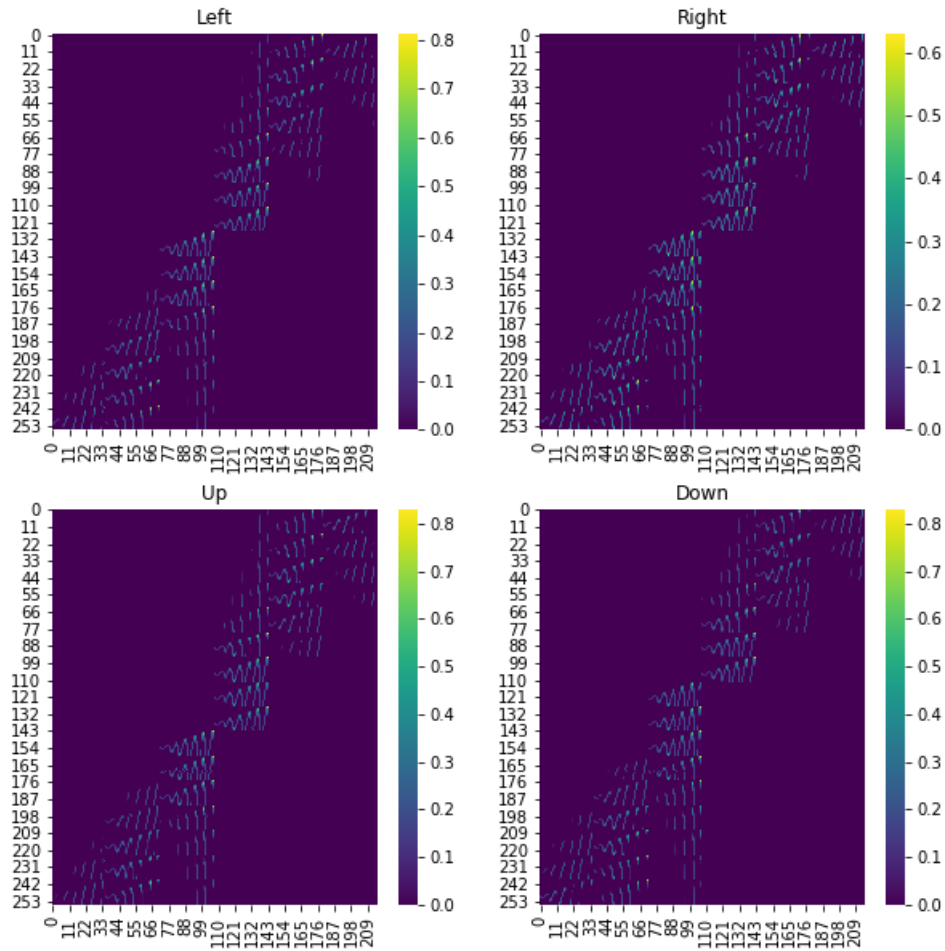
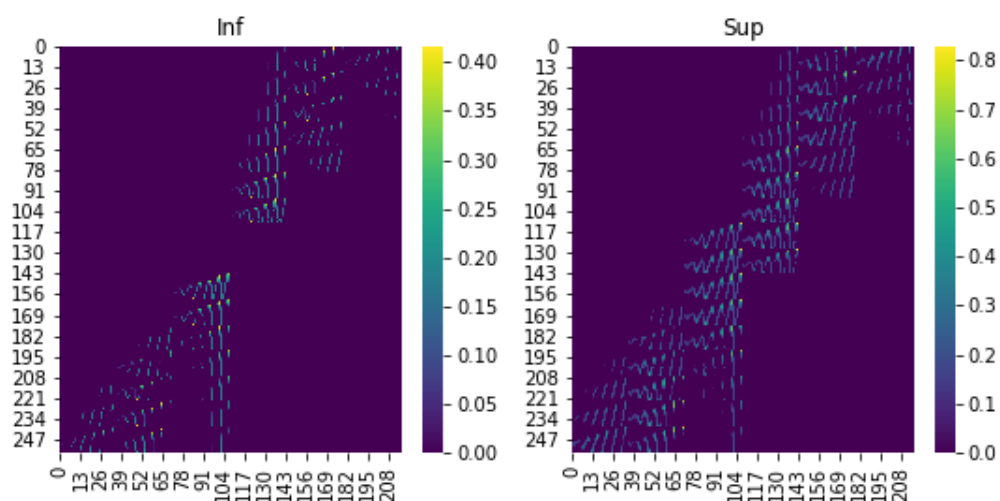
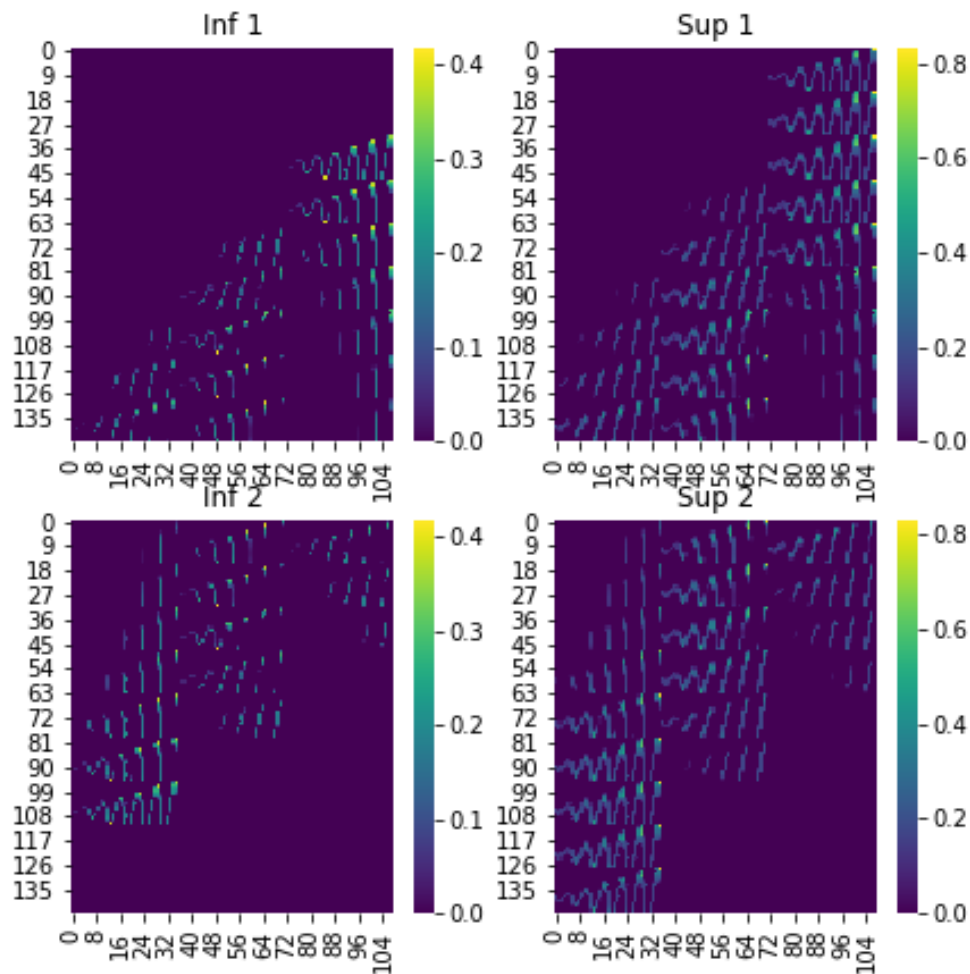


Рисунок 4.5. Интервальная матрица



Как видим, интервальная матрица  $\mathbf{A}$  имеет блочную структуру. Разобьем ее на две интервальных матрицы. Размер полученных матриц 144\*108.

Рисунок 4.6. Две интервальные подматрицы исходной матрицы



Для применения субдифференциального метода Ньютона матрица должна быть квадратной. Чтобы выбрать квадратную подматрицу, воспользуемся тем же способом, который был использован в лабораторной работе 5. Поступим следующим образом: уберем нулевые столбцы, а затем в полученной матрице будем искать максимальную подматрицу из подряд идущих строк и столбцов, для которой субдифференциальный метод Ньютона был бы применим.

По вектору решений  $x$  найдем вектор правых частей  $b$ . После сделаем вектор  $\mathbf{b}$  интервальным, положив все радиусы равными 0.5.

Субдифференциальным методом Ньютона получаем следующее решение:



Рисунок 4.7. Полученное решение

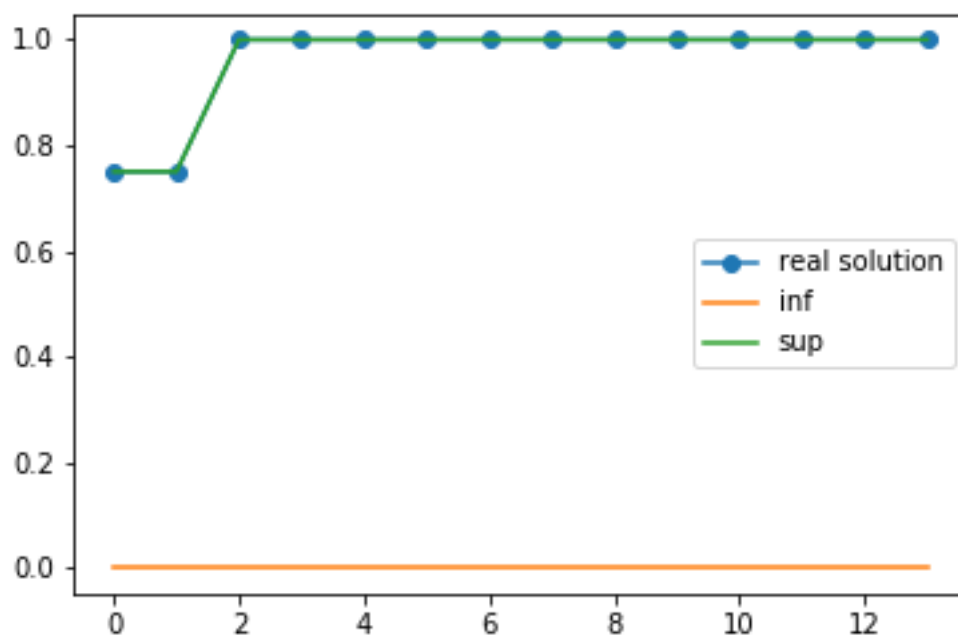
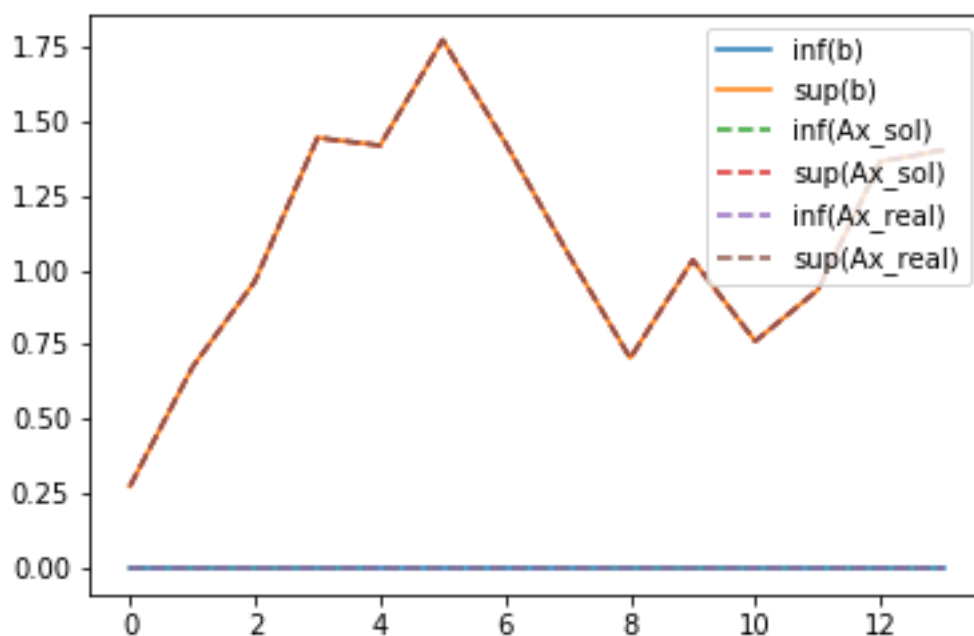


Рисунок 4.8. Правая часть



Отметим, что из двух блочных подматриц алгоритм выбрал одинаковые матрицы, поэтому здесь приведены графики только для одной из матриц.

Как видим, истинное решение совпадает с  $sup$ . Это объясняется тем, что алгоритм выбрал квадратную подматрицу, у которой  $sup\mathbf{A}$  нулевая матрица.

## 5. Литература

А.Н. Баженов. Интервальный анализ. Основы теории и учебные примеры: учебное пособие. — СПб. 2020

## 6. Приложение

1. Репозиторий с кодом: <https://github.com/KoDim97/Computer-Systems/tree/lab6>
2. Репозиторий с кодом Никиты Суханова <https://github.com/NikitaSukhanov/Plasma3D>