

## Глава 1

### Модель роста Роберта Солоу

#### 1.1. Экономический рост: некоторые основные факты

Уровень жизни в индустриальных странах за последние несколько столетий достиг высот, невообразимых для наших прадедов. Точные сравнения затруднительны, однако, имеющиеся данные показывают, что средний реальный доход в Соединенных Штатах и в Западной Европе сейчас в 10 – 30 раз выше, чем сто лет назад, и в 50 – 300 раз выше, чем двести лет назад<sup>1</sup>.

При этом мировые темпы роста далеко не постоянны. Они увеличивались на протяжении практически всей современной истории. Средние темпы роста в индустриальных странах были в двадцатом веке выше, чем в девятнадцатом, и в девятнадцатом выше, чем в восемнадцатом. Средний доход даже в самых богатых странах накануне Индустриальной Революции был лишь незначительно выше прожиточного минимума; это говорит о том, что средние темпы роста на протяжении тысячелетий, предшествовавших Индустриальной Революции, были очень низкими.

Важным исключением из общей картины ускоряющегося роста является *замедление роста производительности в 1970-х годах*. Среднегодовые темпы роста выпуска на душу населения в Соединенных Штатах и других индустриальных странах с начала 1970-х снизились примерно на один процентный пункт. Данные конца 1990-х свидетельствуют о возобновлении роста производительности; отражают ли эти данные временное улучшение конъюнктуры или конец замедления, пока не ясно.

Следует также отметить, что существующие различия в уровне жизни между различными частями света огромны. Средние реальные доходы в Соединенных Штатах, Германии или Японии превышают соответствующий показатель в таких странах как Бангладеш и Кения в 10-20 раз<sup>2</sup>. Как и мировые темпы роста, межстрановые различия в доходах непостоянны. Темпы роста в отдельных странах зачастую значительно отличаются от среднемировых значений; другими словами, часто происходят значительные изменения в относительных доходах между странами.

<sup>1</sup> Мэддисон (1995) приводит и обсуждает основные данные о динамике реального дохода на протяжении новой истории. Большая часть неопределенности при определении масштабов долгосрочного роста связана с поведением не名义ального дохода, а индекса цен, необходимого для пересчета名义альных данных в реальный доход. Изменение качества и появление новых товаров трудно учесть и концептуально, и практически; традиционные индексы цен не позволяют провести хорошую корректировку. См. обсуждение соответствующих проблем и анализ смещенностии традиционных индексов цен в Нордхаус (1997) и в Боскин, Далбергер, Гордон, Грилихес и Джоргенсон (1998).

<sup>2</sup> Межстрановые сравнения реального дохода – нетривиальная задача, однако она значительно проще, чем сравнения для разных периодов времени. Базовым источником межстрановых данных о реальном доходе являются таблицы «Penn World Tables». Саммерс и Хестон (1991) описывают эти данные и некоторые из основных проблем, связанных с межстрановыми сравнениями. Наиболее свежая версия этих данных доступна в Национальном Бюро Экономических Исследований на веб-сайте <http://www.nber.org>

Самыми удивительными примерами больших изменений в относительных доходах являются *чудеса и трагедии роста*. Чудом роста называют достаточно продолжительный эпизод, на протяжении которого темпы роста в стране значительно превышают среднемировые темпы, в результате чего страна быстро перемещается к вершине мирового распределения доходов. Самыми известными примерами чудес роста являются Япония и новейшие индустриальные страны Восточной Азии – Южная Корея, Тайвань, Сингапур и Гонконг. Так, средние доходы в новейших индустриальных странах с 1960-х до 1990-х гг. росли с темпами более 5 процентов в год. В результате их доходы по отношению к доходам в Соединенных Штатах примерно утроились.

Трагедии роста это эпизоды, на протяжении которых темпы роста в стране оказываются значительно ниже среднемировых. Двумя очень разными примерами трагедий роста являются Аргентина и многие африканские страны, расположенные в районе Сахары. В 1900 г., средний доход в Аргентине был лишь незначительно ниже среднего дохода мировых лидеров; казалось, что ей предназначено быть крупной индустриальной страной. Однако показатели её роста на протяжении двадцатого века были разочаровывающими, и теперь Аргентина близка к середине мирового распределения доходов. Сахарские африканские страны, такие, как Чад, Гана и Мозамбик, на протяжении всей истории были чрезвычайно бедны и неспособны добиться хоть какого-то устойчивого роста среднего дохода. В результате их средние доходы остаются близкими к прожиточному минимуму, в то время как мировой доход неуклонно растет.

Некоторые страны демонстрируют более сложный характер роста. В 1970-е годы Кот-д'Ивуар рассматривался как образец роста для Африки. С 1960 по 1978 гг. реальный доход на душу населения рос со среднегодовым темпом почти 4 процента. Однако в следующее десятилетие средний доход сократился наполовину. Другой пример: средний рост в Мексике был очень высок в 1960-х и в 1970-х, отрицателен на протяжении большей части 1980-х, и затем снова очень высокий, с коротким, но сильным кризисом в середине 1990-х.

На протяжении всей современной эпохи межстрановые различия в доходах в среднем увеличились. Из того факта, что средние доходы в самых богатых странах накануне Индустриальной Революции были лишь немногим выше прожиточного минимума, следует, что дисперсия среднего дохода между различными частями света должна была быть значительно ниже сегодняшней (Притчетт, 1997). Однако на протяжении последних двух десятилетий не было строгой тенденции к дивергенции или конвергенции.

Имеющиеся межвременные и межстранные различия в уровне жизни оказывают сильнейшее воздействие на благосостояние людей. Эти различия связаны с огромными различиями в питании, грамотности, детской смертности, продолжительности жизни, и

многими другими прямыми показателями благополучия. С точки зрения благосостояния последствия долгосрочного экономического роста имеют несоизмеримо большее значение, чем любые последствия краткосрочных колебаний, на которых традиционно фокусируется макроэкономика. Так, в результате типичной рецессии в Соединенных Штатах, доход на душу населения падает на несколько процентов относительно тренда. Для сравнения, замедление роста производительности в 1970-х годах привело к потере дохода на душу населения в Соединенных Штатах на 25% в сравнении со среднедушевым доходом, которого достигла бы экономика, если бы удалось избежать замедления роста производительности. Другие примеры являются ещё более впечатляющими. Если реальный среднедушевой доход в Бангладеш продолжит расти со средним послевоенным темпом в 1,4 процента, то потребуется 200 лет для достижения текущего уровня среднедушевого дохода в США. Если Бангладеш добьется трехпроцентного роста, тогда процесс займет менее чем 100 лет. А если Бангладеш добьется пятипроцентного роста, что уже удавалось некоторым странам, то это время снизится до 50 лет. Цитируя Роберта Лукаса (1988), «Однажды задумавшись об [экономическом росте], сложно думать о чем-то else».

Первые три главы этой книги посвящены экономическому росту. Мы разберем несколько моделей роста. Мы достаточно подробно проанализируем механику каждой из моделей, однако нашей основной целью будет изучение того, как эти модели объясняют причины мирового экономического роста и различий в доходах между странами. Конечная цель исследований экономического роста - это выявление возможностей увеличения мировых темпов экономического роста и приближение жизненных стандартов беднейших стран к уровню жизни лидеров<sup>3</sup>.

Данная глава посвящена модели Солоу (1956), традиционно используемой экономистами для анализа этих проблем<sup>4</sup>. Модель Солоу является отправной точкой для практически любого анализа роста. Даже те модели, которые значительно отличаются от модели Солоу, становятся проще для понимания, если сравниваются с моделью Солоу. Следовательно, понимание данной модели является базовым требованием для понимания теории роста.

Основной результат модели Солоу состоит в том, что накоплением физического капитала нельзя объяснить ни быстрого роста выпуска на душу населения, ни различий в среднедушевых доходах между регионами. А именно, предположим, что накопление

<sup>3</sup> Джонс (1998) предлагает анализ экономического роста на более простом уровне, чем уровень данной книги. Барро и Сала-Ай-Мартин (1998), а также Агион и Ховитт (1998) предлагают излагают теорию на несколько более продвинутом уровне.

<sup>4</sup> Модель Солоу (иногда называемая моделью Солоу-Свана) была разработана Робертом Солоу (1956) и Т.В. Сваном (1956).

капитала непосредственно воздействует на выпуск по обычным рыночным каналам, а оплата капитала определяется его предельной производительностью. В этом случае модель Солоу показывает, что наблюдаемые различия в реальных доходах слишком велики для того, чтобы пытаться объяснить их различиями в капиталовооруженности. Другие возможные источники экономического роста в модели либо считаются экзогенными, а значит, не подлежащими объяснению (например, технический прогресс), либо не рассматриваются вовсе (например, внешние эффекты от капитала). Поэтому для ответа на основные вопросы теории роста мы должны выйти за пределы модели Солоу.

Главы 2 и 3 расширяют и модифицируют модель Солоу. Глава 2 анализирует факторы, определяющие сбережения и инвестиции. Модель Солоу не содержит элементов оптимизации, в ней норма сбережений считается постоянной экзогенно заданной величиной. Глава 2 представляет две модели, в которых норма сбережений определяется эндогенно и может меняться во времени. В первой модели решения о сбережениях и о потреблении принимаются бесконечно живущими домашними хозяйствами, число которых фиксировано; во второй решения принимаются перекрывающимися поколениями потребителей с конечным времененным горизонтом.

Отказ от предположения модели Солоу о неизменности нормы сбережений дает три преимущества. Во-первых, и это наиболее важно, оказывается возможным продемонстрировать, что основные выводы модели Солоу относительно центральных вопросов теории роста не зависят от предположения о постоянстве нормы сбережений. Во-вторых, это позволяет анализировать проблемы благосостояния. Модель, базирующаяся на априорных зависимостях между агрегированными переменными, не позволяет судить о том, являются ли какие-то экономические результаты предпочтительнее других: в модели без людей нам сложно сказать, становятся ли людям лучше или хуже. Модели с бесконечным горизонтом и модели с перекрывающимися поколениями содержат описание поведения индивидов и поэтому могут быть использованы для анализа вопросов благосостояния. В третьих, модели с бесконечным горизонтом жизни и с перекрывающимися поколениями используются для анализа не только экономического роста, но и многих других экономических вопросов; значит, они являются ценными инструментами анализа.

Глава 3 выходит ещё дальше за пределы модели Солоу. Рассматриваемые здесь модели, в отличие от моделей второй главы, дают иные, нежели модель Солоу, ответы на основные вопросы теории роста. Первая часть этой главы отказывается от предположения об экзогенности технического прогресса, использованного в модели Солоу; вместо этого предполагается, что технический прогресс является результатом перераспределения

факторов производства для создания новых технологий. Мы проанализируем влияние определенного таким образом эндогенного технического прогресса на экономический рост, а также основных детерминант перераспределения ресурсов для создания инноваций.

Основной вывод этого анализа состоит в том, что эндогенный технический прогресс почти наверняка является важнейшим фактором мирового экономического роста, но, вероятно, не оказывает решающего влияния на разницу в доходах между странами. Поэтому вторая часть Главы 3 сфокусирована на этих различиях. Мы обнаружим, что для их понимания необходимо включение в анализ двух новых факторов: различий не только в физическом, но и в человеческом капитале, а также различий в производительности, не связанных с разницей в технологиях. В Главе 3 изучается, как эти новые факторы помогают объяснить огромные различия в средних доходах между странами, а также потенциальные источники различий в самих этих факторах.

## 1.2 Предположения

### Факторы производства и выпуск

Модель Солоу концентрирует внимание на четырех переменных: выпуск ( $Y$ ), капитал ( $K$ ), труд ( $L$ ) и «знания», или «эффективность труда» ( $A$ ). В любой момент времени экономика располагает заданными объемами капитала, труда, и знаний, которые соединяются и создают выпуск. Производственная функция имеет следующий вид:

$$Y(t) = F(K(t), A(t)L(t)), \quad (1.1)$$

где  $t$  обозначает время.

Следует отметить две особенности производственной функции. Во-первых, время не входит непосредственно в производственную функцию, а только лишь через  $L$ ,  $K$  и  $A$ . Это означает, что выпуск меняется во времени только в том случае, если изменяется количество использованных ресурсов. Так, при заданных объемах капитала и труда, выпуск увеличивается во времени (благодаря техническому прогрессу), только если увеличивается объем знаний.

Во-вторых,  $A$  и  $L$  входят мультипликативно. Произведение  $AL$  называют *эффективным трудом*, а технический прогресс, которыйенным способом входит в производственную функцию, называют *воплощенным в труде*, или *нейтральным по Харроду*<sup>5</sup>. Такой способ введения параметра  $A$  вместе с другими предположениями

<sup>5</sup> Если знания входят в форме  $Y = F(AK, L)$ , технический прогресс является воплощенным в капитале. Если в форме  $Y = AF(K, L)$ , - технический прогресс является нейтральным по Хиксу.

модели подразумевает, что отношение  $K/Y$  в долгосрочной перспективе стабилизируется. На практике отношение капитала к выпуску не имеет явно выраженной тенденции к увеличению или уменьшению. К тому же, построив модель так, чтобы это отношение в долгосрочной перспективе становилось постоянным, мы значительно упрощаем анализ. Поэтому, предположение о том, что  $A$  умножается на  $L$ , является очень удобным.

Основные предположения модели Солоу касаются свойств производственной функции и эволюции трех факторов производства (капитала, труда и знаний). Перейдем к рассмотрению этих предположений.

### **Предположения относительно производственной функции**

Важнейшей гипотезой, касающейся производственной функции, является предположение о постоянстве отдачи от масштаба по двум аргументам: капиталу и труду. Оно, в частности, означает, что удвоение капитала и эффективного труда (например, удвоение  $K$  и  $L$  для заданного значения  $A$ ) удваивает объем произведенных благ.

Более формально, увеличение объема использованных ресурсов в  $c$  раз увеличивает выпуск во столько же раз:

$$F(cK, cAL) = cF(K, AL) \quad \text{для любого } c \geq 0 \quad (1.2)$$

Предположение о постоянной отдаче от масштаба можно интерпретировать как комбинацию двух гипотез. Во-первых, экономика предполагается достаточно большой, так что все возможности для специализации уже использованы. В очень маленькой экономике, вероятно, существует достаточно возможностей для специализации, и удвоение капитала и труда увеличивает выпуск более чем в два раза. Однако модель Солоу предполагает, что экономика достаточно большая, и при удвоении труда и капитала, новые факторы производства используются тем же способом, что и уже существующие, поэтому выпуск удваивается.

Во-вторых, роль других факторов производства, нежели капитал, труд и знания, сравнительно низка. В частности, мы пренебрегаем землей и другими природными ресурсами. Если природные ресурсы важны, удвоение труда и капитала приведет к увеличению выпуска менее чем в два раза. В разделе 1.8 мы покажем, что ограниченность природных ресурсов, похоже, не является главным ограничением для роста. Следовательно, предположение о постоянной отдаче от масштаба по труду и капиталу является оправданным упрощением действительности.

Предположение постоянства отдачи от масштаба позволяет перейти к

производственной функции *в интенсивной форме*. Полагая, что в выражении (1.2)  $c = 1/AL$ , имеем

$$F\left(\frac{K}{AL}, 1\right) = \frac{1}{AL} F(K, AL). \quad (1.3)$$

Отношение  $K/AL$  - это капиталовооруженность эффективного труда, а отношение  $F(K, AL)/AL$ , равное  $Y/AL$ , указывает выпуск на единицу эффективного труда. Обозначим  $k = K/AL$ ,  $y = Y/AL$ , и  $f(k) = F(k, 1)$ . Тогда выражение (1.3) можно переписать в следующем виде:

$$y = f(k). \quad (1.4)$$

Таким образом, можно считать выпуск на единицу эффективного труда функцией от капиталовооруженности эффективного труда.

Новые переменные  $k$  и  $y$  не слишком интересны сами по себе. Они, скорее, являются инструментом для анализа тех переменных, которые нас в действительности интересуют. Как мы увидим, самый простой способ анализа модели – это сконцентрироваться на динамике  $k$  вместо того, чтобы напрямую анализировать поведение двух аргументов производственной функции,  $K$  и  $AL$ . Мы можем, в частности, найти выпуск на одного работника,  $Y/L$ , переписав его как  $A(Y/AL)$ , или  $Af(k)$ , и определив динамику  $A$  и  $k$ .

Чтобы интуитивно понять смысл выражения (1.4), представим себе экономику, разделенную на  $AL$  маленьких частей, с одной единицей эффективного труда и  $K/AL$  единиц капитала в каждой части. Так как производственная функция обладает постоянной отдачей от масштаба, каждая часть экономики производит долю  $1/AL$  от выпуска всей экономики. Следовательно, выпуск на единицу эффективного труда зависит только от капиталовооруженности эффективного труда, и не зависит от размеров экономики в целом. Как раз эта идея и выражена в математической форме в выражении (1.4).

Предполагается, что интенсивная форма производственной функции  $f(k)$  удовлетворяет следующим условиям:  $f(0) = 0$ ,  $f'(k) > 0$ ,  $f''(k) < 0$ <sup>6</sup>. Поскольку  $F(K, AL)$  равно  $ALf(K/AL)$ , то предельный продукт капитала  $\partial F(K, AL)/\partial K$  равен  $ALf'(K/AL)(1/AL)$ , а это совпадает с  $f'(k)$ . Следовательно, предположение о том, что функция  $f'(k)$  является положительной, а  $f''(k)$  отрицательной, означает, что предельный продукт капитала положителен и убывает с ростом капиталовооруженности эффективного труда. Также предполагается, что функция  $f(k)$  удовлетворяет условиям Инады (Инада, 1964):  $\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$ . Эти условия (более строгие, чем

---

<sup>6</sup> Чрез  $f'(\bullet)$  обозначена первая производная функции  $f(\bullet)$ , а через  $f''(\bullet)$  - вторая производная.

те, что требуются для получения основных результатов модели) означают, что предельный продукт капитала очень высок, если капиталовооруженность достаточно мала, и очень низок, если капиталовооруженность достаточно большая. Эти условия гарантируют, что экономические траектории не расходятся\*. Пример производственной функции, удовлетворяющей неравенствам  $f'(\bullet) > 0$ ,  $f''(\bullet) < 0$  и условиям Инады, представлен на рисунке 1.1.

### **Рисунок 1.1 Пример производственной функции**

Примером производственной функции является функция Кобба-Дугласа,

$$F(K, AL) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (1.5)$$

Эту производственную функцию легко анализировать. Кроме того, она оказывается хорошим первым приближением для реальных производственных функций. Поэтому она очень полезна.

Легко проверить, что функция Кобба-Дугласа обладает постоянной отдачей от масштаба. Умножая факторы производства на  $c$ , получаем:

$$\begin{aligned} F(cK, cAL) &= (cK)^\alpha (cAL)^{1-\alpha} \\ &= c^\alpha c^{1-\alpha} K^\alpha (AL)^{1-\alpha} \\ &= cF(K, AL) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Для того, чтобы получить производственную функцию в интенсивной форме, разделим оба фактора производства на  $AL$ . Имеем:

$$\begin{aligned} f(k) &\equiv F\left(\frac{K}{AL}, 1\right) \\ &= \left(\frac{K}{AL}\right)^\alpha \\ &= k^\alpha \end{aligned} \quad (1.7)$$

Из уравнения (1.7) следует, что  $f'(k) = \alpha k^{\alpha-1}$ . Непосредственно проверяется, что эта функция положительна, стремится к нулю, если  $k$  стремится к бесконечности, и стремится к бесконечности, если  $k$  стремится к нулю. Кроме того, вторая производная  $f''(k) = -(1-\alpha)\alpha k^{\alpha-2}$  отрицательна<sup>7</sup>.

### **Эволюция факторов производства**

Оставшиеся предположения модели задают динамику труда, знаний и капитала. Модель формулируется в непрерывном времени; это означает, что переменные модели определены для любого момента времени<sup>8</sup>. Начальные значения капитала, труда и знаний

---

\* Эти условия обеспечивают существование стационарных режимов (см. ниже). (Примеч. науч. ред.).

заданы. Знания и труд растут с постоянными темпами:

$$\dot{L} = nL(t) \quad (1.8)$$

$$\dot{A} = gA(t) \quad (1.9)$$

где  $n$  и  $g$  задаются экзогенно, а точка над переменной используется для обозначения производной по времени (другими словами,  $\dot{X}(t)$  является краткой формой записи для  $dX(t)/dt$ ).

Термин *тепп роста* используется для обозначения скорости относительного приращения. Другими словами, фраза *тепп роста*  $X$  заменяет выражение  $\dot{X}(t)/X(t)^*$ . Поэтому, из уравнения (1.8) следует, что темп роста  $L$  постоянен и равен  $n$ , а из уравнения (1.9) – что темп роста  $A$  постоянен и равен  $g$ .

Одно из ключевых свойств темпа роста состоит в том, что темп роста любой переменной равен скорости изменения натурального логарифма этой переменной. Значит,  $\dot{X}(t)/X$  равняется  $d \ln X(t)/dt$ . Чтобы убедиться в этом, заметим, что  $\ln X$  является функцией от  $X$ , а  $X$ , в свою очередь, зависит от времени. Поэтому можно использовать правило дифференцирования сложной функции:

$$\begin{aligned} \frac{d \ln X(t)}{dt} &= \frac{d \ln X(t)}{dX(t)} \frac{dX(t)}{dt} \\ &= \frac{1}{X(t)} \dot{X}(t) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Применяя данный результат к уравнениям (1.8) и (1.9), получаем, что скорости изменения логарифмов  $L$  и  $A$  постоянны и равны, соответственно,  $n$  и  $g$ . Таким образом,

$$\ln L(t) = [\ln L(0)] + nt, \quad (1.11)$$

$$\ln A(t) = [\ln A(0)] + gt, \quad (1.12)$$

где  $L(0)$  и  $A(0)$  – значения переменных  $L$  и  $A$  в момент времени 0. Потенцируя обе части данных выражений, получим\*

$$L(t) = L(0)e^{nt}, \quad (1.13)$$

$$A(t) = A(0)e^{gt}. \quad (1.14)$$

Следовательно, мы фактически предположили, что  $L$  и  $A$  экспоненциально возрастают во времени<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> Альтернативой является дискретное время, когда переменные определены только на определенные даты (как правило,  $t = 0, 1, 2, \dots$ ). Выбор между непрерывным и дискретным временем обычно осуществляется по соображениям удобства. В частности, выводы из модели Солоу принципиально не изменятся, если мы переформулируем ее в дискретном времени, однако проще проводить анализ в непрерывном времени.

Выпуск делится между потреблением и инвестициями. Инвестируемая доля выпуска обозначается через  $s$  и является экзогенно заданной постоянной величиной. Единица выпуска, инвестированная в производство, увеличивает запас капитала на единицу. При этом происходит амортизация накопленного капитала с темпом  $\delta$ . Таким образом,

$$\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t) \quad (1.15)$$

Никаких специальных ограничений не накладывается на значения  $n$ ,  $g$ , и  $\delta$  по отдельности, тем не менее, предполагается, что их сумма положительна. Эта гипотеза завершает описание модели.

Так как это первая модель (из многих!), с которой мы столкнулись, необходимы некоторые комментарии о моделировании в целом. Модель Солоу во многих отношениях очень сильно упрощена. Вот лишь несколько примеров упрощения: рассматривается только одно благо, нет правительства, игнорируются колебания безработицы, производство описывается агрегированной производственной функцией лишь с тремя факторами производства, постоянны нормы сбережений и амортизации, постоянны темпы роста населения и технического прогресса. Вполне естественно думать о таких особенностях модели как о её недостатках: модель упускает из виду многие черты реального мира, причем некоторые из этих черт, без сомнения, важны для роста. Однако модель не строится для того, чтобы быть реалистичной. Более того, у нас уже есть одна совершенно реалистичная модель мира – сам мир. Проблема с этой «моделью» состоит в том, что она слишком сложна для понимания. Модель строится для того, чтобы понять некоторые свойства реального мира. Если упрощение модели приводит к неверному ответу на вопрос, для анализа которого данная модель была построена, тогда недостаточный реализм модели может рассматриваться как её недостаток. (Но даже и такое упрощение, ясно демонстрируя последствия определенных черт реального мира, может быть полезным ориентиром). Если, однако, упрощение не приводит к неверному ответу на вопрос, для анализа которого модель была построена, то нехватка реализма в модели является её преимуществом: выделяя более отчетливо интересующий нас эффект, она делает его более легким для понимания.

### 1.3 Динамика модели

Теперь мы хотим определить поведение только что описанной экономики. Эволюция двух из трех факторов производства- труда и знаний- задается экзогенно. Следовательно, чтобы определить поведение экономики, мы должны проанализировать поведение третьего фактора, капитала.

#### Динамика $k$

Ввиду того, что экономика со временем растет, оказывается значительно проще сосредоточиться на анализе динамики капиталовооруженности эффективного труда  $k$ , чем на динамике запаса капитала  $K$ . Так как  $k = K/AK$ , мы можем применить правило дифференцирования дроби:

$$\begin{aligned}\dot{k}(t) &= \frac{\dot{K}(t)}{A(t)L(t)} - \frac{K(t)}{[A(t)L(t)]^2} [A(t)\dot{L}(t) + L(t)\dot{A}(t)] \\ &= \frac{\dot{K}(t)}{A(t)L(t)} - \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} - \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \frac{\dot{A}(t)}{A(t)}.\end{aligned}\tag{1.16}$$

Выражение  $K/AL$  – это просто  $k$ . Согласно (1.8) и (1.9),  $\dot{L}/L$  и  $\dot{A}/A$  равны, соответственно,  $n$  и  $g$ . Величину  $\dot{K}$  находим из (1.15). Подставив эти выражения в (1.16), получим:

$$\begin{aligned}\dot{k}(t) &= \frac{sY(t) - \delta K(t)}{A(t)L(t)} - k(t)n - k(t)g \\ &= s \frac{Y(t)}{A(t)L(t)} - \delta k - nk(t) - gk(t)\end{aligned}\tag{1.17}$$

Учитывая, что  $Y/AL$  равно  $f(k)$ , имеем:

$$\dot{k}(t) = sf(k(t)) - (n + g + \delta)k(t)\tag{1.18}$$

Выражение (1.18) является основным уравнением динамики для модели Солоу. Оно показывает, что изменение капиталовооруженности эффективного труда во времени определяется двумя слагаемыми. Первое слагаемое  $sf(k)$  – это фактические инвестиции на единицу эффективного труда. Второе слагаемое  $(n + g + \delta)k$  – это *восстановливающие инвестиции*, т.е. объем инвестиций, который должен быть произведен, чтобы удержать  $k$  на существующем уровне. Имеются две причины, по которым необходим некоторый объем инвестиций для удержания  $k$  на постоянном уровне. Во-первых, существующий капитал амортизируется; поэтому для поддержания на заданном уровне его объема, капитал должен обновляться. Это объясняет роль слагаемого  $\delta k$  в выражении (1.18). Во-вторых, количество эффективного труда растет. Поэтому инвестиции, достаточные для поддержания на заданном уровне запаса капитала ( $K$ ) недостаточны для того, чтобы поддерживать на заданном уровне капиталовооруженность эффективного труда ( $k$ ). Эффективный труд растет с темпом  $n + g$ , следовательно, чтобы оставить неизменным  $k$ , запас капитала также должен расти с темпом  $n + g$ .<sup>10</sup> Это объясняет роль слагаемого

---

\* Иногда в русскоязычной литературе различают темп роста какой-либо переменной  $(1 + \dot{X}(t)/X(t))$  и темп её прироста  $(\dot{X}(t)/X(t))$ . В данной книге темпом роста называется величина  $(\dot{X}(t)/X(t))$ . Это лучше согласуется с традицией теории экономического роста (прим. переводчика).

$(n+g)\dot{k}$  в выражении (1.18).

Если фактические инвестиции на единицу эффективного труда превышают восстанавливающие инвестиции, то  $\dot{k}$  растет. Если фактические инвестиции на единицу эффективного труда меньше восстанавливающих инвестиций, то  $\dot{k}$  падает. А когда они равны между собой, переменная  $\dot{k}$  постоянна во времени.

### Рисунок 1.2 Фактические и восстанавливающие инвестиции

На рисунке 1.2 изображена зависимость рассмотренных двух слагаемых, задающих  $\dot{k}$ , как функций от  $k$ . Восстанавливающие инвестиции  $(n+g+\delta)\dot{k}$  пропорциональны  $k$ . Фактические инвестиции  $sf(k)$  – это константа, умноженная на выпуск на единицу эффективного труда.

Так как  $f(0)=0$ , фактические инвестиции равны восстанавливающим в точке  $k=0$ . Из условий Инады следует, что при  $k=0$  производная  $f'(k)$  велика, т.е., кривая  $sf(k)$  имеет более крутой наклон, чем прямая  $(n+g+\delta)\dot{k}$ . Поэтому при маленьких значениях  $k$  фактические инвестиции превышают восстанавливающие. Из условия Инады также следует, что  $f'(k)$  стремится к нулю с увеличением  $k$ . Значит, в некоторой точке наклон кривой фактических инвестиций оказывается меньше наклона прямой восстанавливающих инвестиций. Следовательно, эти линии должны где-то пересечься. Наконец, условие  $f''(k)<0$  гарантирует, что для  $k>0$  эти линии пересекаются только один раз. Обозначим через  $k^*$  – значение  $k$  в той самой точке, где фактические инвестиции равны восстанавливающим.

### Рисунок 1.3 Фазовая диаграмма для $k$ в модели Солоу.

Рисунок 1.3 обобщает полученную информацию посредством *фазовой диаграммы*, на которой отражена зависимость  $\dot{k}$  от  $k$ . Если в начальный момент времени  $k$  меньше, чем  $k^*$ , то фактические инвестиции больше восстанавливающих,  $\dot{k}$  положительна, и  $k$  растет. Если  $k$  больше  $k^*$ , то  $\dot{k}$  отрицательна. Если  $k$  равно  $k^*$ , то  $\dot{k}=0$ . Следовательно, независимо от начального значения,  $k$  стремится к  $k^*$ .<sup>11</sup>

### Траектория сбалансированного роста

Поскольку  $k$  стремится к  $k^*$ , естественно задаться вопросом, как себя ведут основные переменные модели, когда  $k$  равно  $k^*$ . Мы предположили, что труд и знания растут с темпами, соответственно,  $n$  и  $g$ . Запас капитала  $K$  равняется  $ALk$ ; так как  $k$  в точке  $k^*$

\* Мы, таким образом, нашли решения уравнений (1.8) и (1.9) (прим. науч. ред.).

постоянна, то и капитал, и эффективный труд растут с темпом  $n + g$  (т.е.  $\dot{K}/K$  равняется  $n + g$ ). Так как факторы производства растут с темпом  $n + g$ , то ввиду постоянной отдачи от масштаба, выпуск  $Y$  растет с тем же темпом. Капитал на одного работника  $K/L$  и выпуск на одного работника  $Y/L$  растут с темпом  $g$ .

Итак, из модели Солоу следует, что независимо от начального состояния экономика стремится к *траектории сбалансированного роста* – к траектории, на которой каждая переменная модели растет с постоянным темпом. Темп роста выпуска на одного работника на траектории сбалансированного роста определяется только темпом технического прогресса.<sup>12</sup>

#### **1.4. Влияние изменения нормы сбережений**

Параметром модели Солоу, на который вероятнее всего воздействует экономическая политика, является норма сбережений. Деление государственных закупок на потребление и государственные инвестиции, выбор между долговым и налоговым финансированием расходов бюджета, налогообложение сбережений и инвестиций, - все это, вероятно, влияет на инвестируемую долю выпуска.

Для определенности, рассмотрим экономику Солоу, находящуюся изначально на траектории сбалансированного роста, и предположим, что происходит перманентное\* увеличение  $s$ . В результате этого эксперимента мы не только продемонстрируем выводы из модели, касающиеся влияния нормы сбережений, но и проиллюстрируем свойства модели в ситуации, когда экономика не находится на траектории сбалансированного роста.

#### **Влияние на выпуск**

Увеличение  $s$  сдвигает кривую фактических инвестиций вверх, и  $k^*$  увеличивается. Это показано на рисунке 1.4. Однако  $k$  не мгновенно принимает свое новое значение  $k^*$ . Изначально  $k$  равно старому значению  $k^*$ . В этой точке фактические инвестиции теперь превышают восстанавливающие: инвестируется больше ресурсов, чем требуется для поддержания  $k$  на постоянном уровне, значит,  $\dot{k}$  – положительно. Следовательно, капиталовооруженность эффективного труда  $k$  начинает расти и продолжает рост до тех пор, пока не достигнет нового значения  $k^*$ , при котором она остается постоянной\*.

#### **Рисунок 1.4 Воздействие нормы сбережений на фактические инвестиции.**

Эти рассуждения отражены на первых трех графиках рисунка 1.5.  $t_0$  – это момент времени, когда происходит увеличение нормы сбережений. Мы предположили, что  $s$  увеличивается в момент  $t_0$ , а затем остается постоянной. Так как скачок  $s$  приводит к

---

<sup>12</sup> В задачах 1.1 и 1.2 рассмотрены еще несколько базовых свойств темпа роста

тому, что фактические инвестиции превышают восстанавливающие на какую-то строго положительную величину,  $\dot{k}$  меняется скачком с нуля до какого-то строго положительного значения. Переменная  $k$  плавно увеличивается со старого до нового значения  $k^*$ , а  $\dot{k}$  плавно снижается до нуля<sup>13</sup>.

### **Рисунок 1.5. Результаты увеличения нормы сбережений.**

Скорей всего, особый интерес для нас представляет динамика выпуска на одного работника,  $Y/L$ . Величина  $Y/L$  равна  $Af(k)$ . Если  $k$  постоянна, то  $Y/L$  растет с темпом  $g$ , т.е. с темпом роста  $A$ . Когда  $k$  увеличивается,  $Y/L$  растет в результате роста и  $A$ , и  $k$ . Следовательно, темпы роста  $Y/L$  превышают темпы роста  $A$ . Однако, когда  $k$  достигает нового значения  $k^*$ , вновь лишь рост  $A$  приводит к росту  $Y/L$ , следовательно, темпы роста  $Y/L$  снова становятся равными  $g$ . Таким образом, *перманентное* увеличение нормы сбережений приводит к *временному* увеличению темпов роста выпуска на одного работника:  $k$  на некотором интервале времени увеличивается, но, в конце концов, достигает точки, в которой дополнительные сбережения идут только на то, чтобы поддерживать  $k$  на более высоком уровне.

Четвертый и пятый график на рисунке 1.5. показывают, как сбережения влияют на динамику душевого выпуска. *Темп роста* выпуска на одного работника, изначально равный  $g$ , увеличивается скачком в момент  $t_0$ , а затем плавно возвращается на свой первоначальный уровень. Следовательно, выпуск на одного работника сначала увеличивается по сравнению с начальной траекторией, а затем стабилизируется на более высокой траектории, которая параллельна первоначальной<sup>14</sup>.

Таким образом, изменение нормы сбережений оказывает *воздействие на уровень*, а не *воздействие на рост*: это изменяет траекторию сбалансированного роста, а значит и выпуск на одного работника в любой момент времени, но не влияет на темпы роста выпуска на одного работника на траектории сбалансированного роста. На самом деле, в модели Солоу только изменение темпов технического прогресса оказывает воздействие на рост; любые другие изменения оказывают воздействие лишь на уровень.

(Лит. Редактору: «воздействие» - термин, не заменять. «Влияние» - другое слово. В.П.)

### **Влияние на потребление**

Если бы мы ввели в модель домашние хозяйства, тогда их благосостояние зависело бы не от выпуска, а от потребления: инвестиции это лишь фактор производства в будущем.

---

<sup>13</sup> Темп роста  $AL$  равен  $n + g$ , поскольку темп роста произведения двух переменных равен сумме их темпов роста. См. задачу 1.1.

<sup>14</sup> Если начальное значение  $k$  равно нулю, то  $k$  остается равным нулю навсегда. В дальнейшем анализе мы игнорируем такую возможность.

Следовательно, для анализа многих вопросов мы более заинтересованы в анализе динамики потребления, чем динамики выпуска.

Потребление на единицу эффективного труда равняется выпуску на единицу эффективного труда  $f(k)$ , умноженному на норму потребления  $(1-s)$ . Так как  $s$  меняется скачком в момент  $t_0$ , а  $k$  - нет, потребление на единицу эффективного труда скачкообразно уменьшается. Затем потребление растет, так как растет  $k$ , а  $s$  остается на высоком уровне. Это показано на последнем графике рисунка 1.5.

В общем случае не ясно, превысит ли потребление свой первоначальный уровень. Обозначим через  $c^*$ - потребление на единицу эффективного труда на траектории сбалансированного роста. Очевидно,  $c^*$  равно выпуску на единицу эффективного труда,  $f(k^*)$ , за вычетом инвестиций на единицу эффективного труда,  $sf(k^*)$ . На траектории сбалансированного роста фактические инвестиции равняются восстанавливающим,  $(n+g+\delta)k^*$ . Следовательно,

$$c^* = f(k^*) - (n+g+\delta)k^*. \quad (1.19)$$

Величина  $k^*$  задается нормой сбережений  $s$ , а также другими параметрами модели:  $n$ ,  $g$ , и  $\delta$ ; значит, мы можем записать  $k^* = k^*(s, n, g, \delta)$ . Тогда из выражения (1.19) получаем:

$$\frac{\partial c^*}{\partial s} = [f'(k^*(s, n, g, \delta)) - (n+g+\delta)] \frac{\partial k^*(s, n, g, \delta)}{\partial s} \quad (1.20)$$

Мы знаем, что рост  $s$  приводит к увеличению  $k^*$ . Следовательно, в зависимости от того, больше или меньше предельная отдача от капитала  $f'(k)$ , чем  $n+g+\delta$ , увеличение нормы сбережений может приводить как к увеличению, так и к уменьшению потребления в долгосрочной перспективе. Если  $k$  увеличивается, то для удержания  $k$  на более высоком уровне следует увеличить инвестиции (на единицу эффективного труда) на величину  $(n+g+\delta)$ , умноженную на изменение  $k$ . Если  $f'(k)$  меньше, чем  $n+g+\delta$ , то приращения выпуска, достигнутого за счет роста капитала, недостаточно для того, чтобы удержать запас капитала на новом, более высоком уровне. В этом случае потребление должно снизиться, чтобы удержать более высокий запас капитала. Если  $f'(k^*)$  превышает  $n+g+\delta$ , то приращение выпуска больше, чем требуется для удержания  $k$  на новом уровне, и потребление увеличивается.

Производная  $f'(k)$  может быть больше или меньше, чем  $n+g+\delta$ . Это показано на рисунке 1.6. На рисунке изображены не только  $(n+g+\delta)k$  и  $sf(k)$ , но также и  $f(k)$ . На траектории сбалансированного роста потребление равно выпуску за вычетом

восстанавливающих инвестиций; таким образом, с определяется расстоянием между  $f(k)$  и  $(n+g+\delta)k$ . На верхнем графике  $f'(k^*)$  меньше, чем  $(n+g+\delta)$ , поэтому увеличение нормы сбережений приводит к сокращению потребления даже когда экономика достигает новой траектории сбалансированного роста. На среднем графике наблюдается обратная картина, и увеличение  $s$  приводит к росту потребления в долгосрочной перспективе.

**Рисунок 1.6. Выпуск, инвестиции и потребление на траектории сбалансированного роста.**

На нижнем графике  $f'(k)$  в точности равняется  $n+g+\delta$ : линии  $f(k)$  и  $(n+g+\delta)k$  параллельны друг другу в точке  $k = k^*$ . В этом случае предельное изменение  $s$  не воздействует на потребление в долгосрочной перспективе, а потребление находится на уровне, максимальном среди всех возможных траекторий сбалансированного роста. Это значение  $k^*$  называется *запасом капитала, соответствующим золотому правилу*. Мы обсудим золотое правило накопления капитала в главе 2. В частности, мы ответим на вопрос, является ли запас капитала, соответствующий золотому правилу, желательным для экономики, и существуют ли ситуации, когда децентрализованная экономика с эндогенной нормой сбережения стремится к этому запасу. Разумеется, в модели Солоу, где норма сбережения экзогенна, не существует причин ожидать, что запас капитала на траектории сбалансированного роста будет соответствовать золотому правилу.

### 1.5 Качественные оценки

Очень часто нас интересуют не только качественные выводы из рассматриваемой модели, но также и количественные оценки. Если, например, последствием небольшого воздействия на норму сбережений является значительное изменение темпов роста на протяжении нескольких столетий, то утверждение, что это воздействие является временным, не представляет особого интереса.

Для большинства моделей, включая модель Солоу, для получения точных численных оценок требуется выбрать конкретные функциональные формы и значения параметров; зачастую также требуется провести численный анализ модели. Однако во многих случаях многое можно понять, рассматривая аппроксимацию модели в окрестности долгосрочного равновесия. Этим подходом мы сейчас и воспользуемся.

#### Воздействие на выпуск в долгосрочной перспективе

Долгосрочное воздействие увеличения нормы сбережений на выпуск определяется следующим выражением:

$$\frac{\partial y^*}{\partial s} = f'(k^*) \frac{\partial k^*(s, n, g, \delta)}{\partial s}, \quad (1.21)$$

где  $y^* = f(k^*)$  - выпуск на единицу эффективного труда на траектории сбалансированного роста. Следовательно, для того, чтобы найти  $\partial y^*/\partial s$ , нам потребуется определить  $\partial k^*/\partial s$ . Для этого заметим, что  $k^*$  задается условием  $\dot{k} = 0$ , поэтому  $k^*$  удовлетворяет следующему уравнению:

$$sf(k^*(s, n, g, \delta)) = (n + g + \delta)k^*(s, n, g, \delta) \quad (1.22)$$

Выражение (1.22) выполняется для любых значений  $s$  (и для любых значений  $n$ ,  $g$ , и  $\delta$ ).

Следовательно, производные левой и правой частей по  $s$  равны между собой:<sup>15</sup>

$$sf'(k^*) \frac{\partial k^*}{\partial s} + f(k^*) = (n + g + \delta) \frac{\partial k^*}{\partial s} \quad (1.23)$$

где аргументы функции  $k^*$  для простоты опущены. Данное соотношение можно переписать в следующем виде:<sup>16</sup>

$$\frac{\partial k^*}{\partial s} = \frac{f(k^*)}{(n + g + \delta) - sf'(k^*)} \quad (1.24)$$

Подстановка (1.24) в (1.21) дает:

$$\frac{\partial y^*}{\partial s} = \frac{f'(k^*)f(k^*)}{(n + g + \delta) - sf'(k^*)} \quad (1.25)$$

Два преобразования помогают проинтерпретировать это выражение. Во-первых, помножим обе его части на  $s/y^*$ , чтобы слева получить эластичность  $y^*$  по  $s$ . Во-вторых, из соотношения  $sf(k^*) = (n + g + \delta)k^*$  выразим  $s$  и подставим в (1.25). Получим

$$\begin{aligned} \frac{s}{y^*} \frac{\partial y^*}{\partial s} &= \frac{s}{f(k^*)} \frac{f'(k^*)f(k^*)}{(n + g + \delta) - sf'(k^*)} \\ &= \frac{(n + g + \delta)k^* f'(k^*)}{f(k^*)[(n + g + \delta) - (n + g + \delta)k^* f'(k^*)/f(k^*)]} \\ &= \frac{k^* f'(k^*)/f(k^*)}{1 - k^* f'(k^*)/f(k^*)} \end{aligned} \quad (1.26)$$

где  $k^* f'(k^*)/f(k^*)$  – это эластичность выпуска по капиталу в точке  $k = k^*$ . Обозначив

<sup>15</sup> Динамика экономики США и экономики многих других индустриальных стран на протяжении последнего столетия в общих чертах достаточно хорошо описывается траекторией сбалансированного роста модели Солоу. Темпы роста труда, капитала, и выпуска были примерно постоянны. Темпы роста выпуска и капитала примерно были примерно равны (т.е. отношение капитала к выпуску было примерно постоянным), и превышали темпы роста труда (поэтому выпуск на одного работника и капитал на одного работника возрастили). Зачастую принимается как данное, что экономики этих стран можно рассматривать как экономики, описываемые моделью Солоу, и находящиеся на траектории сбалансированного роста. Однако Джонс (Jones, 1999a) показывает, что детерминанты уровня дохода на траектории сбалансированного роста, на самом деле, далеко не постоянны в этих экономиках, и поэтому сходство между ними и траекториями сбалансированного роста в модели Солоу обманчиво. Мы вернемся к этому вопросу в разделе 3.3.

\* В данном контексте это означает, что  $s$  увеличивается скачком и далее остается неизменным (примеч. научного ред.).

этот показатель через  $\alpha_K(k^*)$ , имеем

$$\frac{s}{y^*} \frac{\partial y^*}{\partial s} = \frac{\alpha_K(k^*)}{1 - \alpha_K(k^*)} \quad (1.27)$$

Если рынки конкурентны и нет внешних эффектов, то цена капитала равна его предельной производительности. В этом случае общая сумма, которая идет на оплату капитала (на единицу эффективного труда) на траектории сбалансированного роста, равна  $k^* f'(k^*)$ . Следовательно, если цена капитала равна его предельному продукту, то доля капитала (т.е., доля совокупного дохода, поступающая владельцам капитала) на траектории сбалансированного роста, равна  $k^* f'(k^*)/f(k^*)$ , то есть  $\alpha_K(k^*)$ .

Доля капитала в совокупном доходе для большинства стран составляет примерно одну треть. Если мы используем это в качестве оценки  $\alpha_K(k^*)$ , то получим, что эластичность выпуска по норме сбережений в долгосрочной перспективе приблизительно равна одной второй. Так, например, десятипроцентное увеличение нормы сбережений (скажем, с 20 до 22 процентов) в долгосрочной перспективе увеличивает выпуск в расчете на одного работника примерно на 5 процентов по отношению к траектории, которая была бы при старой норме сбережений. Даже если  $s$  увеличится на 50 процентов,  $y^*$  вырастет лишь на 22 процента. Следовательно, значительные изменения нормы сбережений приводят лишь к небольшому изменению выпуска на траектории сбалансированного роста.

На интуитивном уровне нетрудно понять, что при малых значениях  $\alpha_K(k^*)$  влияние нормы сбережений на выпуск незначительно по двум причинам. Во-первых, при малых  $\alpha_K(k^*)$  линия фактических инвестиций  $sf(k)$  достаточно сильно вогнута. Поэтому при её сдвиге вверх точка её пересечения с кривой восстанавливающих инвестиций смещается на сравнительно небольшое расстояние, то есть, воздействие  $s$  на  $k^*$  не очень сильное. Во-вторых, низкое значение  $\alpha_K(k^*)$  означает, что влияние  $k^*$  на  $y^*$  невелико.

### Скорость сходимости

На практике нас интересует не только долгосрочный эффект некоторых воздействий (таких, как изменение нормы сбережений), но и насколько быстро этот эффект реализуется. Опять-таки, можно использовать аппроксимацию модели в окрестности точки долгосрочного равновесия, чтобы ответить на этот вопрос.

Для простоты сосредоточимся на поведении  $k$ , а не  $y$ . Наша задача - определить, насколько быстро  $k$  приближается к  $k^*$ . Мы знаем, что значение  $\dot{k}$  определяется величиной  $\dot{k}$ : напомним, что ключевое уравнение модели имеет вид  $\dot{k}(t) = sf(k(t)) - (n + g + \delta)k(t)$  (см. (1.18)). Поэтому можно считать, что  $\dot{k} = \dot{k}(k)$ . Если  $k$

совпадает с  $k^*$ , то  $\dot{k}$  равно нулю. Следовательно, разложение в ряд Тейлора функции  $\dot{k}(k)$  в окрестности точки  $k = k^*$  имеет вид

$$\dot{k} \approx \left[ \frac{\partial \dot{k}(k)}{\partial k} \Big|_{k=k^*} \right] (k - k^*) \quad (1.28)$$

То есть,  $\dot{k}$  приблизительно равно произведению разности  $k$  и  $k^*$  на производную от  $\dot{k}$  по  $k$  в точке  $k = k^*$ .

Обозначим через  $\lambda$  величину  $-\partial \dot{k}/\partial k \Big|_{k=k^*}$ . Тогда (1.28) принимает следующий вид:

$$\dot{k}(t) \approx -\lambda [k(t) - k^*] \quad (1.29)$$

Так как  $\dot{k}$  положительно, если  $k$  немнога меньше  $k^*$ , и отрицательно, если  $k$  немнога больше  $k^*$ , то  $\partial \dot{k}/\partial k \Big|_{k=k^*}$  отрицательно. Следовательно,  $\lambda$  положительно.

Из уравнения (1.29) следует, что в окрестности траектории сбалансированного роста капиталовооруженность  $k$  стремится к значению  $k^*$  со скоростью, примерно пропорциональной её отклонению от  $k^*$ . Значит, темп роста  $k(t) - k^*$  примерно постоянен и равен  $-\lambda$ . Отсюда вытекает, что

$$k(t) \approx k^* + e^{-\lambda t} [k(0) - k^*] \quad (1.30)$$

где  $k(0)$  – начальное значение  $k$ . Заметим, что выражение (1.30) непосредственно следует из условия, что система устойчива и что мы линеаризуем выражение для  $\dot{k}$  в окрестности точки  $k = k^*$ .

Осталось определить  $\lambda$ ; именно здесь используется специфика модели. Дифференцируя формулу (1.18), считая  $\dot{k}$  функцией от  $k$ , и оценивая результирующее выражение в точке  $k = k^*$ , получаем

$$\begin{aligned} \lambda &\equiv -\left. \frac{\partial \dot{k}(k)}{\partial k} \right|_{k=k^*} = -[sf'(k^*) - (n + g + \delta)] \\ &= (n + g + \delta) - sf'(k^*) \\ &= (n + g + \delta) - \frac{(n + g + \delta)k^* f'(k^*)}{f(k^*)} \\ &= [1 - \alpha_K(k^*)](n + g + \delta) \end{aligned} \quad (1.31)$$

где в третьей строчке мы использовали соотношение  $sf'(k^*) = (n + g + \delta)k^*$ , выразив из него  $s$ , а в последней строчке воспользовались определением  $\alpha_K(k^*)$ . Следовательно,  $k$  стремится к своему значению, соответствующему траектории сбалансированного роста, с темпом  $[1 - \alpha_K(k^*)](n + g + \delta)$ . Кроме того, можно показать, что  $y$  стремится к  $y^*$  с тем

же темпом, что  $k$  стремится к  $k^*$ . Следовательно,  $y(t) - y^* \equiv e^{-\lambda t} [y(0) - y^*]$ .

Мы можем подобрать параметры (1.31), чтобы оценить, насколько быстро экономика стремится к траектории сбалансированного роста. Обычно  $n + g + \delta$  составляет примерно 6 процентов в год (например, темпы роста населения могут составлять один-два процента, темпы роста производительности - также один-два процента, а норма амортизации - 3-4 процента). Если доля капитала в совокупном доходе равна одной трети, то  $[1 - \alpha_K(k^*)](n + g + \delta)$  составляет примерно 4 процента. Таким образом, расстояние между  $k$  и  $k^*$ , а также между  $y$  и  $y^*$  каждый год сокращается примерно на 4 процента, и требуется примерно 18 лет для того, чтобы пройти половину пути до траектории сбалансированного роста.<sup>17</sup> Следовательно, в нашем примере при увеличении нормы сбережений на 10%, выпуск оказывается на  $0,04(5\%) = 0,2\%$  выше своей старой траектории через 1 год, на  $0,5(5\%) = 2,5\%$  - через 18 лет и асимптотически стремится к траектории, расположенной выше старой на 5%. Таким образом, даже влияние значительного изменения нормы сбережений сравнительно невелико и реализуется не слишком быстро.<sup>18</sup>

### 1.6 Модель Солоу и основные вопросы теории роста

Модель Солоу выявляет две возможных причины межвременных или межстрановых различий в уровнях душевого выпуска: различия в капиталовооруженности труда ( $K/L$ ) и различия в эффективности труда ( $A$ ). При этом мы показали, что только рост эффективности труда может привести к перманентному росту выпуска на одного работника и что для правдоподобных значений параметров влияние капиталовооруженности на душевой выпуск невелико. Следовательно, только различия в эффективности труда дают возможность объяснить огромные различия уровней богатства во времени и в пространстве. Более того, основной вывод из модели Солоу может быть сформулирован следующим образом: если доход, который капитал получает на рынке, соответствует его вкладу в производство, то значительную часть мирового экономического роста, равно как и значительную часть различий в доходах между странами нельзя объяснить вариациями в накоплении физического капитала.

Существуют два способа показать, почему из модели Солоу следует данный вывод: один способ прямой, другой - косвенный. Прямой подход - это оценка необходимых различий в капиталовооруженности. Предположим, что мы пытаемся объяснить

\* Это описание не вполне точно: капиталовооруженность не достигает нового значения  $k^*$ , а лишь неограниченно приближается к нему. (Примеч. науч. ред.).

<sup>18</sup> При достаточно большом увеличении нормы сбережений,  $\dot{k}$  растет на некотором интервале времени после  $t_0$ , а затем начинает снижаться до нуля.

межстрановое различие в выпуске на одного работника в  $X$  раз разницей в капиталовооруженности между рассматриваемыми странами. Если душевые выпуски различаются в  $X$  раз, то разность между их логарифмами составляет  $\ln X$ . Так как эластичность душевого выпуска по капиталовооруженности равна  $\alpha_K$ , разность между логарифмами капиталовооруженности должна составлять  $(\ln X)/\alpha_K$ . Следовательно,

капиталовооруженности различаются в  $e^{(\ln X)/\alpha_K}$ , или в  $X^{\frac{1}{\alpha_K}}$  раз\*.

Выпуск на одного работника в индустриальных странах за последние 100 лет вырос примерно в 10 раз; отношение выпуска в индустриальных странах к выпуску в беднейших странах имеет примерно такой же порядок. Следовательно, мы хотим объяснить значение переменной  $X$ , находящееся где-то в окрестности десяти. Наш анализ показывает, что если эти различия объясняются капиталовооруженностью труда, то капиталовооруженности должны различаться примерно в  $10^{1/\alpha_K}$  раз. Принимая  $\alpha_K = \frac{1}{3}$ , получаем отношение капиталовооруженостей, равное 1000. Даже если капитал получает половину дохода, что значительно выше эмпирических наблюдений, капиталовооруженности должны различаться в 100 раз.

Эмпирические данные не подтверждают столь значительных различий в запасе капитала. Отношение капитала к выпуску приблизительно постоянно во времени. Следовательно, капиталовооруженность труда в индустриальных странах за последние 100 лет выросла примерно в 10 раз, а не в 100 и не в 1000 раз. Аналогично, межстрановые различия в капиталовооруженности хоть и значительны, но не столь велики. Например, отношение капитала к выпуску в индустриальных странах приблизительно в 2-3 раза больше этого отношения в бедных странах; следовательно, капиталовооруженности различаются «лишь» в 20-30 раз. Итак, различия в капиталовооруженности недостаточны для того, чтобы объяснить различия в доходах на одного работника, которые мы пытаемся понять<sup>19</sup>.

Косвенный способ убедиться в неспособности модели объяснить значительные различия в выпуске на одного работника заключается в демонстрации того, что требуемые для объяснения различия в капиталовооруженности влекут за собой неправдоподобно большие различия в предельной отдаче от капитала (Лукас, 1990). Если рынки являются конкурентными, то ставка процента равна предельной производительности капитала  $f'(k)$  за вычетом нормы амортизации  $\delta$ . Предположим, что производственная функция

---

<sup>19</sup> Так как темп роста переменной равен производной по времени её логарифма, графики логарифмов обычно проще интерпретировать, чем графики абсолютных величин. Если, например, переменная растет с постоянным темпом, графиком динамики логарифма этой переменной будет прямая линия. Поэтому на рисунке 1.5 вместо динамики выпуска на одного работника, показана динамика его логарифма.

является функцией Кобба-Дугласа (см. выражение [1.5]), которая в интенсивной форме записывается как  $f(k) = k^\alpha$ . Эластичность выпуска по капиталу в этом случае равна  $\alpha$ .

Предельная отдача от капитала находится следующим образом:

$$\begin{aligned} f'(k) &= \alpha k^{\alpha-1} \\ &= \alpha y^{(\alpha-1)/\alpha} \end{aligned} \tag{1.32}$$

Выражение (1.32) показывает, что эластичность предельной отдачи от капитала по выпуску равна  $-(1-\alpha)/\alpha$ . Если  $\alpha = \frac{1}{3}$ , то десятикратное различие в выпуске на одного работника, вытекающее из различий в капиталовооруженностих, подразумевает стократное различие в предельных отдачах от капитала. Так как ставка процента равна  $f'(k) - \delta$ , то различия в ставках процента должны быть ещё больше.

Как и в случае с капиталовооруженностью, мы не наблюдаем таких различий в ставках процента. Прямые оценки отдачи от капитала на финансовых рынках показывают лишь незначительные вариации этого показателя во времени или между странами. Более показательными являются оценки межстрановых различий, построенные на основе анализа того, куда инвестируют владельцы капитала. Если бы ставка процента была в 10 или 100 раз выше в бедных странах, чем в богатых, то существовали бы огромные стимулы для того, чтобы инвестировать именно в бедные страны. При подобных различиях в предельной производительности капитала, влияние таких факторов, как несовершенство финансового рынка, налоговая политика, риск экспроприации, и т. д., отошло бы на второй план, и мы наблюдали бы мощный поток инвестиций из богатых стран в бедные. Мы не наблюдаем этих потоков<sup>20</sup>.

Следовательно, если мы полагаем, что вклад капитала в выпуск примерно соответствует его рыночной цене, то мы не можем объяснить различий в выпуске на одного работника различиями в капиталовооруженности.

Другой возможной причиной различий выпуска на одного работника в модели Солоу является эффективность труда. Объяснение различий в уровне жизни разной эффективностью труда не требует огромных различий в капиталовооруженностих или ставках процента. В частности, на траектории сбалансированного роста капитал растет с тем же темпом, что и выпуск, а предельная отдача от капитала  $f'(k)$  постоянна.

Однако эффективность труда в модели Солоу представлена весьма неполным образом. Наиболее очевидный недостаток состоит в том, что рост эффективности задается

---

<sup>20</sup> Эта техника известна как *неявное дифференцирование*. Хотя уравнение (1.22) не позволяет явным образом получить  $k^*$  как функцию от  $s$ ,  $n$ ,  $g$ , и  $\delta$ , оно все же определяет зависимость  $k^*$  от этих переменных. Поэтому мы можем продифференцировать данное уравнение по  $s$ , и выразить из полученного соотношения  $\partial k^*/\partial s$ .

экзогенно: в модели постулируется поведение переменной, которая идентифицируется как источник роста. Не будет большим преувеличением сказать, что мы моделируем рост, просто предполагая его.

Более фундаментальный дефект модели заключается в том, что она не уточняет понятие «эффективности труда»; модель подразумевает, что в этот показатель входит всё, что помимо труда и капитала воздействует на выпуск. Чтобы продвинуться далее в нашем анализе, мы должны понять, что означает сам термин «эффективность труда» и что обуславливает его изменение. Одной из естественных гипотез было бы предположение о том, что эффективность труда соответствует абстрактным знаниям. Тогда для объяснения мирового роста требуется выявить факторы, действующие на динамику запаса знаний. Для объяснения межстрановых различий в реальных доходах требуется понять, почему в одних странах фирмы имеют доступ к большему запасу знаний, чем в других, и почему эти знания не перетекают в бедные страны.

Существуют другие интерпретации коэффициента  $A$ : образование и квалификация рабочей силы, гарантии прав собственности, качество инфраструктуры, отношение к предпринимательству и работе, определяющееся особенностями культуры, и т.д. Или же  $A$  может отражать комбинацию различных факторов. Для любого предложенного взгляда на то, что представляет собой параметр  $A$ , следует понять, как он влияет на выпуск, как эволюционирует во времени и почему он различен для разных частей мира.

Другой способ продвинуться в анализе роста – предположить, что роль капитала более значительна, чем предполагает модель Солоу. Если понятие «капитал» включает в себя не только физический капитал, или если с физическим капиталом связаны положительные внешние эффекты, то рыночная цена капитала будет плохим индикатором для оценки вклада капитала в выпуск. В этом случае, приведенные выше численные оценки могут быть неверными, а значит, не исключено, что различия в доходах объясняются различиями в капиталовооруженности.

Возможные ответы на основные вопросы теории роста являются предметом изучения в главе 3.

## **1.7. Эмпирические приложения**

### **Калькуляция роста**

В модели Солоу, долгосрочные темпы роста выпуска на одного работника зависят только от темпов технического прогресса. Однако в краткосрочной перспективе рост может возникнуть как за счет технического прогресса, так и за счет накопления капитала. Следовательно, из модели Солоу следует, что определение источников краткосрочного

роста является эмпирической проблемой. *Калькуляция роста*, разработанная Абрамовичем (1956) и Солоу (1957) – это один из возможных способов анализа данного вопроса.

Чтобы понять, как работает калькуляция роста, вернемся к производственной функции  $Y(t) = F(K(t), A(t)L(t))$ . Имеем:

$$\dot{Y}(t) = \frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} \dot{K}(t) + \frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} \dot{L}(t) + \frac{\partial Y(t)}{\partial A(t)} \dot{A}(t) \quad (1.33)$$

Производные  $\partial Y / \partial L$  и  $\partial Y / \partial A$  равны, соответственно,  $[\partial Y / \partial (AL)]_A$  и  $[\partial Y / \partial (AL)]_L$ .

Разделив обе части на  $Y(t)$ , получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} &= \frac{K(t)}{Y(t)} \frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} + \frac{L(t)}{Y(t)} \frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} + \frac{A(t)}{Y(t)} \frac{\partial Y(t)}{\partial A(t)} \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} \\ &= \alpha_K(t) \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} + \alpha_L(t) \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} + R(t) \end{aligned} \quad (1.34)$$

Где  $\alpha_L(t)$  – эластичность выпуска по труду в момент  $t$ ,  $\alpha_K(t)$  – эластичность выпуска по капиталу, а  $R(t) \equiv [A(t)/Y(t)][\partial Y(t)/\partial A(t)][\dot{A}(t)/A(t)]$ . Вычитая из обеих частей  $\dot{L}(t)/L(t)$ , и используя свойство постоянной отдачи от масштаба,  $\alpha_L(t) + \alpha_K(t) = 1$  (см. задачу 1.9), получаем выражение для темпа роста выпуска на одного работника:

$$\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} - \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = \alpha_K(t) \left[ \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} - \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \right] + R(t) \quad (1.35)$$

Темпы роста  $Y$ ,  $K$  и  $L$  имеются в статистической отчетности. Мы знаем, что если цена капитала определяется его предельной производительностью, то  $\alpha_K$  может быть определена на основе данных о доле капитала в совокупном доходе. Следовательно, значение  $R(t)$  можно измерить как остаток в выражении (1.35). Таким образом, выражение (1.35) предлагает способ декомпозиции роста душевого дохода на сумму двух слагаемых: члена, зависящего от роста капиталовооруженности, и слагаемого  $R(t)$ , получившего название *остаток Солоу*. Иногда остаток Солоу интерпретируется как мера вклада технического прогресса. Однако, как показывает вывод данного выражения, остаток Солоу отражает вклад всех факторов роста кроме накопления капитала.

Изложенная базовая схема может быть обобщена многими способами (см., например, Денисон, 1967). Наиболее распространенные модификации заключаются в том, чтобы рассмотреть различные виды капитала и труда, а также учесть изменение качества факторов. Возможны также более сложные модификации. Так, если есть подтверждения несовершенства конкуренции, то можно откорректировать данные о долях дохода, чтобы

получить более точные оценки эластичности выпуска по различным факторам.

Калькуляция роста используется для анализа широкого круга вопросов. Так, этот метод сыграл важную роль в недавних дебатах относительно исключительно высоких темпов роста новейших индустриальных стран Восточной Азии. Юнг (Young 1995) на основе детальной калькуляции роста показал, что высокие темпы роста в этих странах по отношению к среднемировым темпам роста практически полностью обусловлены более высокими инвестициями, увеличением вовлеченности рабочей силы, улучшением качества труда (уровня образования), а не быстрым техническим прогрессом или другими факторами, воздействующими на остаток Солоу. Позже Хсиех (Ysieh, 1998a) провел калькуляцию роста на основе анализа предельной отдачи факторов, а не количества факторов. Так, если высокие темпы роста обусловлены лишь накоплением капитала, то будет наблюдаться либо значительное снижение отдачи от капитала, либо значительный рост доли дохода капитала (или и то, и другое одновременно). Проведя калькуляцию роста таким образом, Хсиех пришел к выводу о значительно большей роли остатка.

Другой пример. Калькуляция роста интенсивно использовалась для изучения причин замедления роста производительности, обусловившего снижение темпов роста душевого выпуска в Соединенных Штатах и других индустриальных странах в начале 1970-ых годов (см., например, Денисон, 1985; Бейли и Гордон (1988); Грилихес (1988); Джоргенсон (1988)). **(Всюду здесь и далее в ссылках вставить фамилии в английском варианте: иначе невозможно найти источник!)** Проведенный анализ позволил выдвинуть в качестве объяснений ряд гипотез, основанных на замедлении роста квалификации рабочих, негативных последствиях повышения цен на нефть в 1970-х, снижении интенсивности инновационной активности, а также на негативных последствиях государственного вмешательства.

В середине 1990-ых темпы роста производительности в США вернулись к тому уровню, на котором они находились до 1970-х годов. Калькуляция роста была использована также и для анализа этого периода (см. Олинер и Сичел, 2000; Джоргенсон и Стирох, 2000; Велен, 2000). Эти исследования показывают, что основной причиной восстановления темпов роста было использование вычислительной техники и других информационных технологий. До середины 1990-ых быстрый технический прогресс в производстве компьютеров и их широкое внедрение оказывало лишь незначительное влияние на общую производительность. Однако в последующие годы это влияние было значительным.

Поскольку использование вычислительной техники по прежнему расширяется, наш анализ показывает, что быстрый темп роста производительности конца 1990-ых, вероятно,

продолжится ещё, как минимум, несколько лет. Однако даже в этом мы не можем быть уверены полностью, и вряд ли сейчас можно предсказать, сколь долго будут наблюдаться высокие темпы роста.

### Конвергенция

Вопрос, которому уделяется повышенное внимание в эмпирических исследованиях, заключается в следующем: существует ли тенденция к более быстрому росту бедной экономики, чем богатой? Существуют как минимум три причины для того, чтобы ожидать подобный эффект. Во-первых, модель Солоу предсказывает, что экономики стран стремятся к траекториям сбалансированного роста. А раз так, то в ситуации, когда разница в выпуске на одного работника между странами объясняется различиями в положении относительно траектории сбалансированного роста, следует ожидать, что бедные страны будут догонять богатых. Во-вторых, из модели Солоу следует, что предельная отдача от капитала ниже в странах с более высокой капиталовооруженностью. Следовательно, возникают стимулы для перетока капитала из богатых стран в бедные. В третьих, при существовании временных лагов в диффузии знаний, различия в доходах могут возникнуть в результате того, что некоторые страны ещё не начали использовать наиболее передовые технологии. Эти различия могут снизиться, если бедные страны получат к ним доступ.

Баумоль (1986) на основе данных Мэдисона (1982) проверил гипотезу о наличии конвергенции между 16 индустриально развитыми странами на отрезке времени с 1870 по 1979 годы. В качестве объясняемой переменной использовался рост среднедушевого дохода за рассматриваемый период, а в качестве объясняющей – среднедушевой доход в начале периода. Он оценил следующую регрессию:

$$\ln\left[\left(\frac{Y}{N}\right)_{i,1979}\right] - \ln\left[\left(\frac{Y}{N}\right)_{i,1870}\right] = a + b \ln\left[\left(\frac{Y}{N}\right)_{i,1870}\right] + \varepsilon_i \quad (1.36)$$

где  $\ln(Y/N)$  – логарифм выпуска на работника,  $\varepsilon$  – ошибка,  $i$  – номер страны<sup>21</sup>. Если конвергенция имеет место, то коэффициент  $b$  будет отрицательным: страны с более высокими начальными среднедушевыми доходами растут медленнее. Если  $b$  равно  $-1$ , то мы наблюдаем совершенную конвергенцию: более высокий начальный среднедушевой доход приводит к снижению последующих темпов роста в пропорции один к одному, а среднедушевой доход в 1979 году не коррелирует со среднедушевым доходом в 1870 году.

<sup>21</sup> В предыдущем разделе мы показали, что увеличение  $s$  приводит к росту  $k^*$ . Проверим, что этот факт также следует из соотношения (1.24). Заметим, что  $n + g + \delta$  – это наклон линии восстанавливающих инвестиций, а  $sf'(k^*)$  – наклон линии фактических инвестиций в точке  $k^*$ . Так как в точке  $k^*$  наклон линии фактических инвестиций меньше наклона линии восстанавливающих инвестиций (см. Рис. 1.2), то знаменатель выражения (1.24) положителен, следовательно  $\partial k^*/\partial s > 0$ .

Значение  $b$ , равное 0, означает, что темп роста не коррелирует с начальным среднедушевым доходом, а раз так, то конвергенции не существует.

Результаты выглядят следующим образом:

$$\ln\left[\left(\frac{Y}{N}\right)_{i,1979}\right] - \ln\left[\left(\frac{Y}{N}\right)_{i,1870}\right] = 8,457 - 0,995 \ln\left[\left(\frac{Y}{N}\right)_{i,1870}\right] \quad (1.37)$$

$$R^2 = 0,87, \quad s.e.e. = 0,15$$

где число в скобках, 0,094, показывает стандартную ошибку коэффициента регрессии. На рисунке 1.7 представлен график, соответствующий этой регрессии.

**Рисунок 1.7. Начальный доход и последующие темпы роста в выборке Баумоля**  
**(источник: Де Лонг, 1988. Использовано с разрешения автора).**

Если верить регрессии, то мы наблюдаем почти совершенную конвергенцию. Оцененное значение  $b$  очень близко к  $-1$ , при этом оценка достаточно точная: она соответствует доверительному интервалу  $(0,81; 1,18)$ , длина которого равна четырем стандартным ошибкам. Текущий доход на душу населения в данной выборке не коррелирует со среднедушевым доходом, имевшим место 100 лет назад.

Однако Де Лонг (1998) показал, что найденная Баумолем зависимость скорее всего является иллюзорной. Существуют две трудности. Во-первых, это *проблема выборки*. В связи с тем, что данные построены на основе исторической ретроспективы, достаточно длинные ряды данных имеются только для наиболее богатых стран. Страны, которые не были богатыми 100 лет назад, обычно оказываются в выборке, только если на протяжении этих 100 лет они демонстрировали достаточно высокие темпы роста. В противоположность этому, страны, которые 100 лет назад были богатыми, как правило, попадают в выборку, даже если они росли относительно медленно. В полученной таким образом выборке мы, вероятно, обнаружим, что бедные страны росли быстрее богатых, даже если в среднем подобной тенденции не существует.

Для того, чтобы избежать смещенностей оценок, можно использовать какое-нибудь правило построения выборки, не связанное с темпом роста в 1870-1979 годах, который мы пытаемся объяснить. Весь мир нельзя включить в выборку из-за нехватки данных. Поэтому Де Лонг включает в выборку страны, наиболее богатые в 1870 году; более точно, он включает все страны, которые в 1870 году были не менее богатыми, чем Финляндия – предпоследняя по уровню богатства страна в 1870 году в выборке Баумоля. Таким образом, Де Лонг включил в выборку Аргентину, Чили, Восточную Германию, Ирландию, Новую Зеландию, Португалию и Испанию, а исключенной из выборки оказалась Япония<sup>22</sup>.

На рисунке 1.8 показан график рассеяния несмешенной выборки. Включение в выборку новых стран делает менее убедительной гипотезу о конвергенции. Теперь регрессия дает оценку параметра  $b$ , равную  $-0,566$ , со стандартной ошибкой  $0,144$ . Таким образом, учет смещенности выборки в процедуре Баумоля приводит к потере примерно половины обнаруженной конвергенции.

Вторая трудность, отмеченная Де Лонгом, это *ошибки измерения*. Оценки реального среднедушевого дохода в 1870 году не являются точными. Ошибки измерения также приводят к более высоким оценкам конвергенции. Если доход в 1870 году переоценен, то темпы роста с 1870 по 1979 год недооценены на соответствующую величину, а если недооценен, то темпы роста переоценены. Следовательно, оцененные темпы роста окажутся более высокими в странах с менее высоким начальным доходом, даже если не существует связи между темпом роста и начальным доходом.

Де Лонг рассматривает следующую модель:

$$\ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1979} \right] - \ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1870} \right]^* = a + b \ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1870} \right]^* + \varepsilon_i, \quad (1.38)$$

$$\ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1870} \right] = \ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1870} \right]^* + u_i, \quad (1.39)$$

где  $\ln \left[ \left( Y/N \right)_{i,1870} \right]$  – это истинное значение логарифма среднедушевого дохода в 1870 году, а  $\ln \left[ \left( Y/N \right)_{i,1870} \right]$  – это измеренное значение. Предполагается, что  $\varepsilon$  и  $u$  не коррелируют друг с другом и с  $\ln \left[ \left( Y/N \right)_{i,1870} \right]$ .

К сожалению, невозможно оценить эту модель, основываясь только на данных о  $\ln \left[ \left( Y/N \right)_{i,1870} \right]$  и  $\ln \left[ \left( Y/N \right)_{i,1979} \right]$ . Проблема в том, что различные гипотезы приведут к одним и тем же наблюдаемым данным. Предположим, что мы обнаружили, что измеренный рост отрицательно зависит от начального дохода. Этот результат мы могли бы ожидать как в случае, когда ошибка измерения несущественна и конвергенция имеет место, так и в случае существенной ошибки и отсутствия конвергенции. В техническом смысле слова, модель является *неидентифицируемой*.

Тем не менее, как замечает Де Лонг, мы можем дать грубую оценку качества данных 1870 года, и таким образом получить разумную оценку стандартного отклонения ошибки. Например, гипотеза  $\sigma_u = 0.01$  подразумевает, что мы измерили начальный доход со средней точностью в один процент; это неправдоподобно низкая оценка. Аналогично оценка  $\sigma_u = 0.50$ , предполагающая среднюю ошибку в 50%, кажется неправдоподобно

высокой. Де Лонг показывает, что если мы зададим какое-то значение  $\sigma_u$ , мы сможем оценить остальные параметры.

(Ред: В десятичных дробях всюду – запятая, а не точка! – В. П.)

Даже сравнительно небольшая ошибка измерения оказывает значительное воздействие на результаты. Для несмещенной выборки,  $b$  принимает значение 0 (отсутствие тенденции к конвергенции) при  $\sigma_u \approx 0.15$  (исправить!- В.П. ), и значение 1 (сильнейшая дивергенция) при  $\sigma_u \approx 0.20$  (исправить!- В.П. ). Следовательно, при правдоподобных значениях ошибки измерения результаты оценки конвергенции, проведенной Баумолем, почти полностью обесцениваются.

Можно также проверить гипотезу о конвергенции для различных выборок стран и различных периодов времени. На рисунке 1.9 представлена диаграмма рассеяния, аналогичная диаграммам на Рис. 1.7 и 1.8, построенная на основе выборки, включающей почти все некоммунистические страны мира для периода 1960- 1989 гг. Признаков конвергенции на данном рисунке не наблюдается. Мы вернемся к анализу данного вопроса в разделе 3.12.

**Рисунок 1.9. Начальный доход и последующий рост в послевоенный период.**

### **Сбережения и инвестиции.**

Рассмотрим мир, в котором каждая страна описывается моделью Солоу, и все страны имеют одинаковую капиталовооруженность эффективного труда. Теперь предположим, что норма сбережений в одной из стран увеличивается. Если дополнительные сбережения инвестируются внутри страны, то предельная производительность капитала снизится и станет ниже, чем в других странах. В этом случае, у инвесторов рассматриваемой страны возникнет стимул к инвестированию за рубеж. Следовательно, если нет препятствий для потоков капитала, далеко не все новые сбережения будут инвестированы внутри страны. Напротив, дополнительные сбережения будут равномерно распределены по всему миру. Это означает, что рост сбережений в какой-либо стране не оказывает специфического влияния на инвестиции именно в этой стране. Следовательно, при отсутствии препятствий для мобильности капитала, нет причин ожидать, что в странах с высокой нормой сбережений будет наблюдаться высокая норма инвестиций.

Фелдштейн и Хориока (1980) исследовали зависимость между нормой сбережений и нормой инвестиций. Они обнаружили, что, несмотря на приведенную аргументацию, сбережения и инвестиции сильно коррелируют друг с другом. Фелдштейн и Хориока оценили межстрановую регрессию на основе данных о средних нормах сбережений и

инвестиций с 1960 по 1974 год в 21 индустриальной стране и получили следующие результаты:

$$\left( \frac{I}{Y} \right)_i = 0.035 + 0.887 \left( \frac{S}{Y} \right)_i, \quad R^2 = 0.91 \quad (1.40)$$

где цифры в скобках, как и ранее, показывают стандартную ошибку. Итак, вместо отсутствия связи между сбережениями и инвестициями, получается зависимость с коэффициентом, близким к единице.

Существуют несколько возможных объяснений результата Фелдштейна и Хориока (см. обсуждение в Обсфелд, 1968). Одно из них, предложенное самими Фелдштейном и Хориока, состоит в наличии значительных барьеров для мобильности капитала. В этом случае межстрановые различия в инвестициях и сбережениях вызовут различия в ставках процента.

Другая возможность – существование некоторых факторов, которые воздействуют одновременно и на сбережения, и на инвестиции. Например, высокие налоговые ставки могут снизить одновременно и сбережения, и инвестиции (см. Барро, Мэнкью и Сала-и-Мартин, 1995). Аналогично, страны, чьи граждане характеризуются низкой нормой дисконтирования, а следовательно, высоким уровнем сбережений, могут создавать благоприятный инвестиционный климат, не только за счет высоких сбережений, но и, другими способами: например, ограничив возможность рабочих создавать сильные профсоюзы.

Наконец, сильная связь между сбережениями и инвестициями может возникать в результате проведения государственной политики, направленной против того, чтобы инвестиции и сбережения сильно различались. Правительства могут быть против значительного разрыва между сбережениями и инвестициями, так как этот разрыв, помимо прочего, предполагает значительный торговый дефицит (если инвестиции превышают сбережения) или большой торговый излишек (если сбережения превышают инвестиции). Если рыночные механизмы сами по себе приводят к значительному дисбалансу сбережений и инвестиций, правительство может добиваться приблизительного баланса за счет приспособления собственного сберегательного поведения либо путем налогообложения сбережений или инвестиций.

Таким образом, сильная зависимость между сбережениями и инвестициями разительно противоречит предсказаниям естественной базовой модели. Неизвестно, является ли это следствием серьезного расхождения между базовой моделью и реальностью (например, существования высоких барьеров для мобильности капитала) или чего-либо менее

фундаментального (например, факторов, воздействующих одновременно на сбережения и на инвестиции).

### **1.8. Природные ресурсы и экономический рост**

Природные ресурсы, загрязнение окружающей среды, и другие природные факторы отсутствуют в модели Солоу. Однако, начиная с классической работы Мальтуса (1798), многие разделяют мнение о том, что эти факторы являются основополагающими для долгосрочного экономического роста. Так, количество нефти и других природных ресурсов на земле ограничено. Это может означать, что, однажды встав на путь постоянного увеличения выпуска, мы истощим их запас, после чего выпуск должен сократиться. Точно так же фиксированное предложение земли может стать ограничением наших возможностей для производства. Или же рост выпуска может привести к неограниченному накоплению загрязнений окружающей среды, следствием чего станет прекращение экономического роста.

В данной главе мы анализируем, как ограничения, связанные с окружающей средой, влияют на долгосрочный рост. Анализируя данный вопрос, следует различать природные факторы производства, на которых права собственности строго определены – в первую очередь, природные ресурсы и земля, – и факторы с нечетко определенными правами собственности, – прежде всего, чистые воздух и вода.

Наличие прав собственности на природные факторы имеет два важных следствия. Во-первых, при этом условии рынок формирует ценные сигналы о том, как нужно использовать данный фактор. Предположим, например, что есть серьезные основания предполагать, что нехватка нефти в некоторый будущий момент времени станет серьезным ограничением для производства. Это значит, что цены на нефть в будущем сильно поднимутся. Однако это, в свою очередь, означает, что владельцы нефти уже сегодня не захотят дешево продавать свою нефть. Следовательно, уже сегодня цены на нефть будут высокими, и пользователи будут иметь хорошие стимулы, чтобы её экономить. Таким образом, информация, свидетельствующая о нехватке нефти для производственных нужд в будущем, не является основанием для государственного вмешательства. Данная не очень удачная ситуация, будет урегулирована рынком.

Второе следствие наличия прав собственности на природные факторы состоит в том, что исходя из цен этих факторов, можно оценить, насколько они важны для производства. Раз данные о будущей нехватке нефти приводят к высоким текущим ценам на нефть, экономисты могут использовать текущие цены как наилучшую доступную информацию, отражающую значимость нефти; нет необходимости в независимой оценке подобной

информации.

В случае, когда права собственности на природные факторы отсутствуют, в результате их использования возникают внешние эффекты. Например, фирмы могут загрязнять окружающую среду без компенсации ущерба населению. В этом случае гораздо больше оснований для вмешательства государства. При этом отсутствуют рыночные цены, которые позволили бы судить о том, насколько важен данный фактор. Поэтому экономистам, изучающим окружающую среду, приходится самостоятельно оценивать выгоды и издержки.

Мы начнем с анализа природных факторов, торгуемых на рынке. Мы проведем анализ простой базовой модели, а также более сложной модели. Затем мы рассмотрим факторы, для которых рынок отсутствует.

### **Природные ресурсы и земля: базовая модель**

Мы хотим расширить анализ, включив в него природные ресурсы и землю. Чтобы упростить задачу, начнем со случая производства по Коббу-Дугласу. Итак, производственная функция (1.1) имеет вид

$$Y(t) = K(t)^\alpha R(t)^\beta T(t)^\gamma [A(t)L(t)]^{1-\alpha-\beta-\gamma} \quad (1.41)$$

(дописать формулы! – см текст- В.П.)

Здесь через  $R$  обозначен объем ресурсов, используемых в производстве, а через  $T$  – количество земли.

Динамика капитала, труда и эффективности труда остаются прежними:  $\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$ ,  $\dot{L}(t) = nL(t)$  и  $\dot{A}(t) = gA(t)$ . Новые предположения относятся к природным ресурсам и земле. Ввиду того, что поверхность суши на земле ограничена, в долгосрочной перспективе объем её использования расти не может. Поэтому мы предполагаем, что

$$\dot{T}(t) = 0 \quad (1.42)$$

Аналогично, поскольку запас природных ресурсов ограничен, использование этих ресурсов в производстве рано или поздно приведет к снижению их потребления. Поэтому, несмотря на то, что в прошлом потребление ресурсов лишь возрастало со временем, мы предполагаем

$$\dot{R}(t) = -bR(t), \quad b > 0 \quad (1.43)$$

Поскольку в производственную функцию включены земля и природные ресурсы, отношение  $K/AL$  более не стремится к какому-то определенному значению. В результате мы уже не можем использовать наш подход, состоявший в изучении динамики  $K/AL$  для анализа экономики в целом. Удачная стратегия в данном случае – постараться ответить на

вопрос о том, существует ли траектория сбалансированного роста, и если да, то каковы темпы роста различных переменных на этой траектории.

По предположению, каждая из переменных  $A$ ,  $L$ ,  $R$  и  $T$  растет с постоянным темпом. Поэтому постоянство темпов роста  $Y$  и  $K$  - это как раз то, что нужно, чтобы получить траекторию сбалансированного роста. Динамика накопления капитала задается выражением  $\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$ , следовательно, темп роста  $K$  может быть найден из условия

$$\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = s \frac{Y(t)}{K(t)} - \delta \quad (1.44)$$

Как мы видим, для постоянства темпа роста переменной  $K$  необходимо, чтобы отношение  $Y/K$  было постоянным. Следовательно, темпы роста  $Y$  и  $K$  должны быть одинаковыми.

Используем формулу производственной функции (1.41), чтобы понять, когда возможна такая ситуация. Прологарифмировав выражение (1.41), получаем

$$\begin{aligned} \ln Y(t) &= \alpha \ln K(t) + \beta \ln R(t) + \gamma \ln T(t) \\ &\quad + (1 - \alpha - \beta - \gamma) [\ln A(t) + L(t)] \end{aligned} \quad (1.45)$$

Теперь продифференцируем это тождество. Учитывая, что производная по времени логарифма какой-либо переменной равна темпу её роста, получаем

$$g_Y(t) = \alpha g_K(t) + \beta g_R(t) + \gamma g_T(t) + (1 - \alpha - \beta - \gamma) [g_A(t) + g_L(t)] \quad (1.46)$$

где  $g_X$  означает темп роста  $X$ . Темпы роста  $R$ ,  $T$ ,  $A$  и  $L$  равны, соответственно,  $-b$ ,  $0$ ,  $g$  и  $n$ . Поэтому выражение (1.46) упрощается

$$g_Y(t) = \alpha g_K(t) - \beta b + (1 - \alpha - \beta - \gamma)(n + g) \quad (1.47)$$

Теперь мы можем воспользоваться предыдущим результатом о том, что  $g_Y$  и  $g_K$  на траектории сбалансированного роста должны быть равны между собой. Подставляя  $g_Y = g_K$  в (1.47) и выражая  $g_Y$ , получаем:

$$g_Y^{bgp} = \frac{(1 - \alpha - \beta - \gamma)(n + g) - \beta b}{1 - \alpha} \quad (1.48)$$

где  $g_Y^{bgp}$  – темп роста  $Y$  на траектории сбалансированного роста.

В данном анализе мы пропустили один этап: мы не установили, стремится ли экономика к траектории сбалансированного роста. Из уравнения (1.47) мы видим, что если  $g_K$  превышает свое значение, соответствующее траектории сбалансированного роста, то  $g_Y$  также превышает свое значение на траектории сбалансированного роста, однако на меньшую величину, чем  $g_K$ . Следовательно, если  $g_K$  больше своего значения

на траектории сбалансированного роста, то  $Y/K$  убывает. Из соотношения (1.44) следует, что  $g_K$  равно  $s(Y/K) - \delta$ . Таким образом, если  $Y/K$  уменьшается, то  $g_K$  также уменьшается. Мы получили, что если  $g_K$  превышает свое значение, соответствующее траектории сбалансированного роста (что происходит, когда  $Y/K$  превышает свое значение на траектории сбалансированного роста), то  $g_K$  убывает. Аналогично, если  $g_K$  оказывается ниже своего значения на траектории сбалансированного роста, то  $g_K$  растет. Итак,  $g_K$  сходится к своему значению на траектории сбалансированного роста, а значит, экономика в целом стремится к этой траектории.<sup>23</sup>

Из уравнения (1.48) можно определить темп роста выпуска в расчете на одного работника на траектории сбалансированного роста:

$$\begin{aligned} g_{Y/L}^{bgp} &= g_Y^{bgp} - g_L^{bgp} \\ &= \frac{(1-\alpha-\beta-\gamma)(n+g)-\beta b}{1-\alpha} - n \\ &= \frac{(1-\alpha-\beta-\gamma)g - \beta b - (\beta + \gamma)n}{1-\alpha} \end{aligned} \quad (1.49)$$

Из уравнения (1.49) видно, что  $g_Y^{bgp}$  может быть как положительным, так и отрицательным. Следовательно, в результате ограниченности земли и ресурсов выпуск на одного работника может сокращаться, но это не обязательно. Истощение природных ресурсов и сокращение земли на одного работника замедляют темпы роста. Однако технический прогресс подгоняет рост. Если вклад технического прогресса в экономический рост достаточен для того, чтобы компенсировать отрицательный эффект сокращения природных ресурсов и земли на одного работника, то экономика стремится к устойчивому росту выпуска в расчете на одного работника. Как раз это и происходило на протяжении нескольких последних столетий.

### Численная иллюстрация

На протяжении последних столетий, выгоды от технического прогресса перевешивали отрицательные эффекты от сокращения природных ресурсов и ограниченности земли. Однако это не дает нам представлений о том, насколько велики эти отрицательные эффекты. Например, они могут быть столь велики, что лишь небольшого замедления темпов технического прогресса достаточно для того, чтобы темп роста выпуска на одного работника стал отрицательным.

---

<sup>23</sup> Эти результаты получены из разложения в ряд Тейлора в окрестности траектории сбалансированного роста. Следовательно, формально мы можем судить лишь о последствиях сравнительно небольших отклонений. В общем случае нет ответа на вопрос, дает ли разложение в ряд Тейлора хорошее приближение для более значительных отклонений. В случае модели Солоу с любой обычно используемой производственной функцией и при не слишком больших изменениях параметров (вроде тех, которые мы рассмотрели) разложение в ряд Тейлора дает достаточно точные оценки.

Ограниченностю природных ресурсов и земли замедляют рост ввиду снижения ресурсов и земли на одного работника. Поэтому, как отметил Нордхаус (см. Nordhaus, 1992), чтобы оценить насколько сильно природные ресурсы влияют на темпы экономического роста, следует определить, каковы были бы темпы экономического роста, если бы природные ресурсы и земля на одного работника были бы постоянны. С этой целью рассмотрим экономику, аналогичную только что изученной, заменив гипотезы  $\dot{T}(t)=0$  и  $\dot{R}(t)=-bR(t)$  на  $\dot{T}(t)=nT(t)$  и  $\dot{R}(t)=nR(t)$ . В такой гипотетической экономике не возникает ограничений, связанных с ресурсами и землей; и то и другое растет с темпом роста населения. Проведя преобразования, аналогичные приведенным выше при выводе уравнения (1.49), получаем, что темп роста выпуска на одного работника на траектории сбалансированного роста определяется следующим образом:<sup>24</sup>

$$\tilde{g}_{Y/L}^{bgp} = \frac{1}{1-\alpha} (1 - \alpha - \beta - \gamma) g \quad (1.50)$$

Замедление темпов роста, вызванное ограниченностью природных ресурсов и земли, равно разности между темпом роста в нашем гипотетическом случае и в случае ограниченности ресурсов и земли:

$$\begin{aligned} \text{Следовательно, } &= \tilde{g}_{Y/L}^{bgp} - g_{Y/L}^{bgp} \\ &= \frac{(1 - \alpha - \beta - \gamma)g - [(1 - \alpha - \beta - \gamma)g - \beta b - (\beta + \gamma)n]}{1 - \alpha} \quad (1.51) \\ &= \frac{\beta b + (\beta + \gamma)n}{1 - \alpha} \end{aligned}$$

Следовательно, замедление увеличивается с ростом вклада ресурсов ( $\beta$ ) и земли ( $\gamma$ ), темпов истощения природных ресурсов ( $b$ ), темпом роста населения ( $n$ ) и вклада капитала ( $\alpha$ ).

Мы можем численно оценить величину замедления. Ввиду того, что природные ресурсы и земля продаются и покупаются на соответствующих рынках, мы можем оценить их вклад в производство, т.е. оценить ( $\beta$ ) и ( $\gamma$ ). По оценкам Нордхауза, сумма  $\beta + \gamma$  составляет примерно 0,2. Нордхауз использует несколько более сложную версию модели для оценки замедления. Его оценка замедления составляет 0,0024, т.е. четверть процентного пункта в год. Он обнаружил, что лишь четверть замедления объясняется ограниченным запасом земли. Среди остальных факторов, по его оценке, многое важнее других является ограниченность энергоносителей.

---

\* В этих рассуждениях предполагается, что обе сравниваемые экономики характеризуются одной и той же производственной функцией с постоянной эластичностью. В этом случае нужное соотношение можно получить, интегрируя равенство  $(\ln k)' = (\ln f(k))' / \alpha_k$ , вытекающее из определения эластичности (примеч. науч. ред.).

Таким образом, проведенный анализ показывает, что замедление темпов экономического роста, вызванное ограниченностью природных ресурсов, не слишком велико, хотя его и нельзя считать совсем незначительным. Кроме того, поскольку темпы роста производительности труда значительно превышают четверть процентного пункта в год, должно произойти значительное изменение природных ресурсов или земли на одного работника, чтобы доход на одного работника начал бы снижаться.

### **Усложнение модели**

Запас капитала фиксирован, а объем используемых ресурсов в конце концов должен сократиться. Несмотря на то, что технический прогресс позволял компенсировать ограниченность земли и природных ресурсов на протяжении последних столетий, может оказаться, что эти ограничения в конце концов выступят как жесткое ограничение для производства.

В рассматриваемой модели этого не происходит ввиду того, что в анализе была использована производственная функция Кобба-Дугласа. При такой производственной функции заданное процентное изменение  $A$  всегда приведет к одинаковому процентному изменению выпуска, независимо от того, насколько велико  $A$  по отношению к  $R$  и  $T$ . Поэтому технический прогресс всегда способен компенсировать сокращение  $R/L$  и  $T/L$ .

Однако это не является общим свойством производственной функции. В функции Кобба-Дугласа, эластичность замещения между факторами производства равна 1. Если эластичность замещения меньше единицы, то доля в доходе факторов, со временем становящихся более редкими, возрастает. Это легко пояснить на интуитивном уровне: если производственная функция становится более похожей на функцию Леонтьева, то роль относительно редких ресурсов возрастает. Аналогично, если эластичность замещения больше единицы, доля в доходе ресурсов, становящихся более редкими, со временем снижается. Это тоже понятно интуитивно: производственная функция становится ближе к линейной, отчего выигрывают факторы, имеющиеся в изобилии.

Сопоставим эти рассуждения с предыдущим анализом. Если мы не ограничиваемся анализом производственной функции Кобба-Дугласа, то доли доходов в выражении (1.51), показывающем замедление темпов роста, уже не постоянны, а зависят от пропорций, в которых факторы используются в производстве. При этом, если эластичность замещения меньше единицы, доли дохода природных ресурсов и земли в совокупном доходе со временем будут возрастать; будет возрастать и величина замедления. Действительно, в данном случае доля дохода наиболее медленно растущего фактора (ресурсов) стремится к единице. Замедление роста сходится к  $b+n$ . Таким образом, доход на одного работника асимптотически снижается с темпом  $b+n$ , то есть с темпом снижения ресурсов на одного

работника. Этот случай отражает наши апокалиптические ожидания: в долгосрочной перспективе фиксированное предложение ресурсов приводит к медленному, но неизбежному сокращению доходов.

Однако в действительности, рассмотрение более общего случая, нежели производственная функция Кобба-Дугласа, должно привести к пересмотру роли природных ресурсов не в сторону повышения, а в сторону снижения. Причина этого состоит в том, что доли доходов ресурсов и земли в совокупном доходе со временем сокращаются, а не возрастают. Мы можем записать долю дохода земли как произведение реальной арендной платы за землю на отношение количества земли к выпуску. Рентная арендная плата медленно растет, в то время, как отношение количества земли к ВВП устойчиво снижается. Аналогично, реальная стоимость ресурсов медленно снижается, снижается и доля ресурсов в ВВП. Таким образом, доля дохода ресурсов также снижается. В результате уменьшения долей доходов земли и природных ресурсов в меньшей степени замедляются темпы роста.

Несмотря на то, что земля и природные ресурсы становились относительно более редкими, их доли в совокупном доходе со временем сокращались. Следовательно, эластичность замещения между этими факторами производства и другими должна быть больше единицы. На первый взгляд, это может показаться удивительным. Если мы рассмотрим узко определенные блага, например, книги, то возможность замещения различных факторов производства не кажется слишком высокой. Однако если учесть, что люди ценят не конкретные блага, а лишь конечное удовлетворение своих потребностей, например, накопленную информацию, гипотеза о существовании широких возможностей для замещения становится более правдоподобной. Информацию можно хранить не только с помощью книг, но также и благодаря устной традиции, каменных дощечек, микрофильмов, видеопленки и дисков. Эти различные способы хранения информации используют капитал, ресурсы, землю и труд в разных пропорциях. Поэтому в результате сокращения количества земли и ресурсов на одного работника, экономика может переключиться на способы хранения информации, которые используют землю и природные ресурсы менее интенсивно.

### **Загрязнение**

Сокращение количества земли и природных ресурсов на одного работника – не единственная причина, в силу которой проблемы окружающей среды могут ограничить рост. Производство приводит к загрязнению. Загрязнение сокращает выпуск, измеренный соответствующим образом. А именно, если бы наши данные о реальном выпуске учитывали все производимые продукты в ценах, отражающих их влияние на полезность,

загрязнение вошло бы в эту сумму с отрицательной ценой. Кроме того, загрязнение может возрасти настолько, что начнет сокращаться выпуск, рассчитанный обычным образом. Так например, глобальное потепление может привести к сокращению выпуска ввиду изменения уровня океана и погодных условий.

Экономическая теория не дает нам оснований для оптимизма в отношении загрязнений. Коль скоро те, кто загрязняют окружающую среду, не несут издержек, связанных с загрязнением, нерегулируемый рынок приводит к чрезмерному ее загрязнению. Более того, на нерегулируемом рынке отсутствуют механизмы, которые позволили бы предотвратить экологическую катастрофу. Предположим, например, что существует некоторый критический уровень загрязнения окружающей среды, после которого наступает внезапное резкое изменение климата. Ввиду того, что эффекты загрязнения являются внешними, отсутствуют рыночные механизмы, не позволяющие загрязнению достичь этого уровня. Не существует даже рыночной цены чистой окружающей среды, цены, которая предупредила бы нас о том, что хорошо информированные участники рынка верят в неизбежность катастрофы.

В принципе, государственная политика, корректирующая загрязнение окружающей среды, проста. Мы должны оценить в деньгах ущерб от внешнего эффекта, и ввести налог на загрязнение, в точности равный этому ущербу. Это уравняет частные и общественные издержки, что приведет к социально оправданному уровню загрязнения.<sup>25</sup>

Несмотря на то, что описание оптимальной политики относительно просто, возникают серьёзные затруднения, связанные с оценкой ущерба от загрязнения. С точки зрения теории экономического роста, мы хотели бы знать, насколько сильно загрязнение замедлит темпы экономического роста, если не будет принято никаких мер со стороны государства. С точки зрения политики, мы хотели бы знать, какой уровень налога на загрязнение окружающей среды будет еще приемлемым. В случае, если налог на загрязнение политически недопустим, хотелось бы понять, превосходят ли выгоды более непосредственного регулирования его издержки. Наконец, с точки зрения нашего собственного поведения, мы хотели бы понять, насколько интенсивные усилия для сокращения загрязнения окружающей среды следует предпринимать индивидууму, заботящемуся о благосостоянии других.

Ввиду отсутствия рыночных цен, на которые можно было бы ориентироваться,

<sup>25</sup> Можно провести аналогичные рассуждения для нормы сбережений, темпов роста населения, и других факторов, определяющих капиталовооруженность. Например, эластичность  $y^*$  по  $s$  равна  $\alpha_K / (1 - \alpha_K)$  (см. [1.27]). Следовательно, можно объяснить десятикратные различия в доходах на одного работника различиями в нормах сбережения  $s$ , только если эти последние отличаются в 100 раз при  $\alpha_K = \frac{1}{3}$  и в 10 раз при  $\alpha_K = \frac{1}{2}$ . Наблюдаемые различия в нормах сбережения значительно меньше этих величин.

экономисты, занимающиеся вопросами окружающей среды, приходится начинать с рассмотрения научных данных. Например, оценка глобального потепления в отсутствии государственного вмешательства с 1990 по 2050 год составляет 3 градуса по Цельсию (Nordhaus, 1992). Экономисты могут оценить, какое это окажет влияние на благосостояние. Так, эксперты по сельскому хозяйству оценили последствия глобального потепления на урожайность посевных в США. Эти исследования показали, что глобальное потепление будет иметь значительный отрицательный эффект. Однако Мендельсон, Нордхауз и Шоу (Mendelsone, Nordhaus and Shaw, 1994) отметили, что фермеры могут отреагировать на это изменением посевных культур, либо использовать землю для каких-либо других нужд. Они показали, что если учесть эти возможности для замещения, общий эффект потепления в США окажется небольшим, и, возможно, даже положительным.

После анализа различных каналов, через которые глобальное потепление может отразиться на благосостоянии, Нордхауз (Nordhaus, 1991) приходит к выводу, что чистый эффект к 2050 году для США окажется небольшим и отрицательным, эквивалентный сокращению ВВП на 1-2%. Это соответствует сокращению средних темпов роста в 1990 – 2050 гг. на 0,03 процентных пункта. После этого неудивительным кажется вывод Нордхауза о том, что радикальные меры, направленные на борьбу с глобальным потеплением (например, сокращение наполовину выбросов, создающих парниковый эффект), будет более разрушительным, чем простое невмешательство.

Используя аналогичный подход, Нордхауз (Nordhaus, 1992) пришел к выводу, что ущерб для благосостояния от других источников загрязнения выше, однако не слишком высок. Соответствующим образом измеренный темп роста, по его оценкам, снижается за счет загрязнения примерно на 0,04 процентных пункта.

Конечно, нельзя исключить, что использованные научные данные или упомянутые попытки оценить влияние загрязнения окружающей среды на благосостояние далеки от фактического положения дел. Также не исключено, что анализ более длительных промежутков времени, чем традиционные для такого рода исследований 50 или 100 лет, значительно изменят наши выводы. Однако остается фактом, что большинство экономистов, изучавших серьёзно этот вопрос, и даже те, кто изначально выступал за жесткие меры, направленные на защиту окружающей среды, пришли к выводу, что влияние загрязнения окружающей среды на темпы роста в худшем случае весьма умеренны.<sup>26</sup>

<sup>26</sup> Можно попытаться избежать этого вывода, если использовать производственную функцию, в которой предельная производительность капитала снижалась бы не так быстро, как в случае Кобба-Дугласа. Этот подход сталкивается с двумя серьезными проблемами. Во-первых, при таком подходе оказывается, что предельная производительность капитала примерно одинакова в бедных и богатых странах, а значит, доля дохода капитала должна быть значительно больше в богатых странах. Во-вторых, эта гипотеза приводит к

## Задачи

1.1. **Базовые свойства темпов роста.** Учитывая, что темп роста переменной равен производной по времени её логарифма, докажите нижеследующие утверждения.

- (а) Темп роста произведения двух переменных равен сумме темпов роста этих переменных, т.е. если  $Z(t) = X(t)Y(t)$ , то  $\dot{Z}(t)/Z(t) = [\dot{X}(t)/X(t)] + [\dot{Y}(t)/Y(t)]$ .
- (б) Темп роста отношения двух переменных равен разности темпов роста этих переменных: если  $Z(t) = X(t)/Y(t)$ , то  $\dot{Z}(t)/Z(t) = [\dot{X}(t)/X(t)] - [\dot{Y}(t)/Y(t)]$ .
- (в) Если  $Z(t) = X(t)^\alpha$ , то  $\dot{Z}(t)/Z(t) = \alpha \dot{X}(t)/X(t)$ .

1.2. Предположим, что темп роста некоторой переменной  $X$  постоянен и равен  $a > 0$  на интервале от 0 до  $t_1$ , падает до 0 в момент  $t_1$ , плавно возрастает с 0 до  $a$  на интервале от  $t_1$  до  $t_2$ , и остается на уровне  $a$  после  $t_2$ .

- (а) Постройте график темпа роста  $X$  как функции времени.
- (б) Постройте график  $\ln X$  как функции времени.

**(Почему подпрыгивают формулы?)**

1.3. Опишите, как каждое из нижеследующих событий влияет на положение линий фактических и восстановливающих инвестиций на базовой диаграмме модели Солоу.

- (а) Сокращение нормы амортизации
- (б) Увеличение темпов технического прогресса
- (в) Рост доли дохода капитала  $\alpha$  в случае производственной функции Кобба-Дугласа,  $f(k) = k^\alpha$ .
- (г) Рабочие прикладывают больше усилий, так что выпуск на единицу эффективного труда при заданной капиталовооруженности эффективного труда оказывается выше.

1.4. Рассмотрим экономику, в которой наблюдается технический прогресс, однако отсутствует рост населения. Изначально экономика находится на траектории сбалансированного роста. Предположим теперь, что происходит одноразовое скачкообразное увеличение численности рабочей силы.

- (а) В момент увеличения численности рабочей силы, выпуск на единицу эффективного труда увеличится, уменьшится или останется неизменным? Почему?
- (б) После начального изменения выпуска на единицу эффективного труда (если таковое произойдет), будет ли в дальнейшем наблюдаться увеличение или уменьшение выпуска на единицу эффективного труда? Почему?
- (в) После того, как экономика вновь достигнет траектории сбалансированного

роста, будет ли выпуск на единицу эффективного труда выше, ниже, или таким же, как до шока? Почему?

1.5. Предположим, что производственная функция имеет вид Кобба-Дугласа.

(а) Найдите  $k^*$ ,  $y^*$  и  $c^*$  как функции от параметров модели  $s$ ,  $n$ ,  $\delta$ ,  $g$  и  $\alpha$ .

(б) Найдите  $k$ , соответствующее золотому правилу.

(в) Какая норма сбережений требуется для достижения запаса капитала, соответствующего золотому правилу?

1.6. Экономика, описываемая моделью Солоу, изначально находится на траектории сбалансированного роста. Для простоты допустим, что технический прогресс отсутствует. Предположим теперь, что темп роста населения упал.

(а) Что произойдет с капиталом на одного работника, выпуском на одного работника и потреблением на одного работника на траектории сбалансированного роста?

(б) Как скажется снижение темпов роста населения на динамике выпуска (т.е. выпуска в экономике в целом, а не на одного работника)

1.7. Определите эластичность выпуска  $y^*$  на единицу эффективного труда на траектории

сбалансированного роста по темпу роста населения  $n$ . Пусть  $\alpha_k(k^*) = \frac{1}{3}$ ,  $g = 2\%$  и

$\delta = 3\%$ , а  $n$  сокращается с  $2\%$  до  $1\%$ . Как изменится  $y^*$ ?

1.8. Предположим, что отношение инвестиций к выпуску в Соединенных Штатах перманентно возрастает с  $0,15$  до  $0,18$ . Пусть доля дохода капитала в совокупном доходе составляет  $\frac{1}{3}$ .

(а) Как в конце концов изменится выпуск по отношению к тому уровню, на котором он был бы без изменения отношения инвестиций к выпуску?

(б) Как в конце концов изменится потребление по отношению к тому уровню, на котором оно было бы без изменения отношения инвестиций к выпуску?

(в) Каково мгновенное воздействие изменения доли инвестиций в выпуске на потребление?

**1.9. Оплата факторов в модели Солоу.** Предположим, что и труд и капитал оплачиваются в соответствии с их предельными продуктами. Пусть  $w$  обозначает  $\partial F(K, AL)/\partial L$ , а  $r$  обозначает  $[\partial F(K, AL)/\partial K] - \delta$ .

(а) Покажите, что предельный продукт труда,  $w$ , равен  $A[f(k) - kf'(k)]$ .

(б) Покажите, что, если и труд и капитал оплачиваются в соответствии с их предельным продуктом, из условия постоянной отдачи от масштаба следует, что средства, направляемые на оплату факторов, в точности равняются выпуску, т.е.

$$wL + rK = F(K, AL) - \delta K .$$

- (в) Отдача от капитала ( $r$ ), а также доли дохода труда и капитала в совокупном доходе примерно постоянны во времени. Выполняется ли это условие на траектории сбалансированного роста в модели Солоу? Каковы темпы роста  $w$  и  $r$  на траектории сбалансированного роста?
- (г) Предположим, что изначально  $k$  меньше  $k^*$ . При приближении  $k$  к  $k^*$ ,  $w$  растет с темпом большим, меньшим или равным темпу роста на траектории сбалансированного роста? Что происходит с  $r$  ?

1.10. Предположим, что, как и в задаче 1.9, капитал и труд оплачиваются в соответствии с их предельными продуктами. Кроме того, предположим, что доход капитала сберегается, а доход труда – потребляется. Таким образом,  $\dot{K} = [\partial F(K, AL)/\partial K]K - \delta K$  .

- (а) Покажите, что экономика стремится к траектории сбалансированного роста.
- (б) Значение  $k$  на траектории сбалансированного роста больше, меньше или равно  $k$  , соответствующего золотому правилу?

1.11. **Воплощенный технический прогресс.** (На основе Solow, 1956 и Sato, 1966). Одним из свойств технического прогресса является то, что капитал, созданный к моменту  $t$  , зависит от уровня технологии в момент  $t$  и не совершенствуется за счет будущего технического прогресса. Эта гипотеза известна как гипотеза *воплощенного технического прогресса* (технический прогресс должен быть «воплощен» в капитале до того, как он приведет к росту выпуска). В данной задаче Вам предлагается исследовать последствия этого эффекта.

(а) Во-первых, модифицируем базовую модель Солоу, предположив, что технический прогресс воплощается в капитале, а не в труде. Для того, чтобы существовала траектория сбалансированного роста, предположим, что производственная функция имеет вид Кобб-Дугласа,  $Y(t) = [A(t)K(t)]^\alpha L(t)^{1-\alpha}$  . Предположим, что  $A$  растет с темпом  $\mu : \dot{A}(t) = \mu A(t)$  . Покажите, что экономика стремится к траектории сбалансированного роста, и определите темпы роста  $Y$  и  $K$  на траектории сбалансированного роста. (Подсказка: покажите, что мы можем записать  $Y/(A^\phi L)$  как функцию от  $K/(A^\phi L)$  , где  $\phi = \alpha/(1-\alpha)$  , после чего проведите анализ динамики  $K/(A^\phi L)$  .)

(б) Теперь введем гипотезу воплощенного технического прогресса. Предположим, что производственная функция имеет вид  $Y(t) = J(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}$  , где  $J(t)$  – эффективный запас капитала. Динамика  $J(t)$  задается выражением  $\dot{J}(t) = sA(t)Y(t) - \delta J(t)$  . Множитель  $A(t)$  в последнем выражении показывает, что инвестиции в момент  $t$  зависят от технологии в

момент  $t$ .

Покажите, что экономика стремится к траектории сбалансированного роста. Каковы темпы роста  $Y$  и  $J$  на траектории сбалансированного роста? (Подсказка: обозначьте  $\bar{J}(t) = J(t)/A(t)$ , после чего воспользуйтесь тем же подходом, что и в пункте (а), анализируя динамику  $\bar{J}/(A^\phi L)$  вместо  $K/(A^\phi L)$ ).

- (в) Какова эластичность выпуска по  $s$  на траектории сбалансированного роста?
- (г) Какова скорость сходимости к траектории сбалансированного роста в ее окрестности?
- (д) Сравните результаты пунктов (в) и (г) с соответствующими результатами в модели Солоу.

1.12. Рассмотрим модель Солоу на траектории сбалансированного роста. Используем калькуляцию роста, представленную в разделе 1.7.

- (а) Какая часть роста выпуска на одного работника происходит за счет роста капитала на одного работника? Какая часть роста выпуска происходит за счет технического прогресса?
- (б) Как бы Вы могли сопоставить свой ответ на пункт (а) с тем, что модель Солоу объясняет существование положительного темпа роста выпуска на одного работника только техническим прогрессом?

1.13. (а) В модели конвергенции и ошибок измерения, в уравнениях (1.38) и (1.39), предположим, что  $b$  равно  $-1$ . Даст ли регрессия  $\ln(Y/N)_{1979} - \ln(Y/N)_{1870}$  на  $\ln(Y/N)_{1870}$  смещенную оценку  $b$ ? Объясните.

(б) Предположим, что существует ошибка измерения в выпуске на душу населения в 1979, а не в 1870 году. Даст ли регрессия  $\ln(Y/N)_{1979} - \ln(Y/N)_{1870}$  на  $\ln(Y/N)_{1870}$  смещенную оценку  $b$ ? Объясните.

1.14. Покажите, как получается выражение (1.50). (Подсказка: используйте подход, аналогичный тому, что использовался для вывода выражений [1.47] и [1.48].)

**(Вставить рисунки с переводом надписей!)**

## **Глава 2. Модели с бесконечным горизонтом планирования и модели с перекрывающимися поколениями.**

В данной главе рассматриваются две модели, в которых, в отличие от модели Солоу, динамика агрегированных величин определяется решениями, принятыми на микроэкономическом уровне. Темп роста рабочей силы и знаний в обеих моделях по-прежнему задается экзогенно. Однако динамика накопления капитала выводится из взаимодействия домашних хозяйств и фирм на конкурентных рынках. В результате норма сбережений становится эндогенной переменной, и не обязана быть константой. Первая модель максимально упрощена в идеальном плане. Конкурирующие между собой фирмы арендуют капитал и нанимают рабочих для производства и продажи произведенных товаров, а бесконечно живущие домашние хозяйства, численность которых фиксирована, предлагают труд, владеют капиталом, потребляют и сберегают. Эта модель была разработана Рамсеем\* (1928), Кассом (1965) и Купмансом (1965). Она исключает из анализа несовершенства рынка, а также все вопросы, связанные с неоднородностью домашних хозяйств и связями между поколениями. Благодаря этому она представляет собой естественную «отправную точку» для анализа.

Вторая модель – это модель с перекрывающимися поколениями, разработанная Даймондом (1965). Ключевое отличие модели Даймонда от модели Рамсея-Касса-Купманса состоит в том, что модель Даймонда предполагает непрекращающееся вступление новых домашних хозяйств в экономику. Как мы увидим, это, на первый взгляд, незначительное отличие приведет к серьезным последствиям.

### **Часть А. Модель Рамсея-Касса-Купманса**

#### **2.1. Предположения**

##### **Фирмы**

В экономике работает большое число одинаковых фирм. Для каждой фирмы доступна технология  $Y = F(K, AL)$ , удовлетворяющая тем же предположениям, что и в главе 1. Фирмы нанимают работников и арендуют капитал на конкурентных рынках ресурсов и продают конечную продукцию на конкурентном рынке конечной продукции. Как и в модели Солоу, динамика  $A$  задается экзогенно, темп роста  $A$  равен  $g$ . Фирмы максимизируют прибыль. Домашние хозяйства владеют фирмами, следовательно,

получают всю прибыль.

### Домашние хозяйства

Численность домашних хозяйств также предполагается достаточно большой. Размер каждого домашнего хозяйства растет с темпом  $n$ . Каждый член домашнего хозяйства в каждый момент времени предлагает фирмам 1 единицу труда. Кроме того, весь капитал, которым владеют домашние хозяйства, арендуется фирмами. Начальное наделение капиталом каждого домашнего хозяйства составляет  $K(0)/H$ , где  $K(0)$  - начальный капитал во всей экономике, а  $H$  - число домашних хозяйств. Для упрощения, в данной главе предполагается отсутствие амортизации. Весь полученный доход (от труда и капитала, а также, возможно, прибыль, полученную от фирм) в каждый момент времени домашние хозяйства делят между потреблением и сбережением таким образом, чтобы максимизировать суммарную полезность в течение жизни.

Функция полезности домашних хозяйств имеет следующий вид

$$U = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} u(C(t)) \frac{L(t)}{H} dt, \quad (2.1)$$

где  $C(t)$  - это потребление каждого члена домашнего хозяйства в момент времени  $t$ ;  $u(t)$  - это *мгновенная функция полезности*, значение которой соответствует полезности, получаемой каждым членом домашнего хозяйства в заданный момент времени;  $L(t)$  - это численность всего населения, живущего в экономике, а  $L(t)/H$  - численность одного домашнего хозяйства. Следовательно,  $u(C(t))L(t)/H$  - это полезность, получаемая всем домашним хозяйством в заданный момент времени. Параметр  $\rho$  - это норма дисконтирования полезности; чем выше  $\rho$ , тем ниже домашние хозяйства ценят будущее потребление по отношению к текущему.<sup>1</sup>

Мгновенная функция полезности задается в следующем виде

$$u(C(t)) = \frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta}, \quad \theta > 0, \quad \rho - n - (1-\theta)g > 0 \quad (2.2)$$

Такая функциональная форма обеспечивает сходимость экономики к траектории сбалансированного роста. Функция (2.2) известна как функция полезности с постоянной относительной несклонностью к риску (или CRRA). Эта функция получила такое название потому, что для нее коэффициент относительной несклонности к риску (который определяется как  $-Cu''(C)/u'(C)$ ) действительно не зависит от  $C$  и равен  $\theta$ .

---

\* Мы используем не вполне точную транскрипцию фамилии «Ramsey», следуя написанию, принятому в русскоязычной литературе. (Прим. науч. ред.)

В данной модели нет неопределенности, поэтому отношение индивида к риску не имеет прямого отношения к делу. Однако  $\theta$  отражает также склонность домашних хозяйств замещать потребление между различными периодами: чем меньше  $\theta$ , тем медленнее снижается предельная полезность с ростом потребления, и тем более склонны домашние хозяйства изменять потребление во времени. Если, например,  $\theta$  близко к нулю, функция полезности стремится к линейной, и домашние хозяйства согласны на значительные колебания потребления ради того, чтобы хотя бы немного выиграть на разнице между нормой дисконта полезности и рыночной ставкой процента. Можно показать, что эластичность замещения потребления между любыми двумя точками во времени равна  $1/\theta$ .<sup>2</sup>

Следует отметить ещё три особенности рассматриваемой функции полезности. Во-первых,  $C^{1-\theta}$  возрастает с ростом  $C$  если  $\theta < 1$ , однако убывает, если  $\theta > 1$ ; таким образом, разделив  $C^{1-\theta}$  на  $1-\theta$ , мы можем быть уверены, что предельная полезность потребления положительна независимо от значения  $\theta$ . Во-вторых, если  $\theta \rightarrow 1$ , мгновенная функция полезности упрощается до  $\ln C$ . Этот специальный случай часто бывает полезен для анализа.<sup>3</sup> В третьих, предположение  $\rho - n - (1-\theta)g > 0$  гарантирует, что интегральная функция полезности (2.1) ограничена. Если бы это условие не выполнялось, то домашние хозяйства могли бы достичь бесконечного значения полезности, а тогда их задача максимизации не имела бы хорошо определенного решения.<sup>4</sup>

## 2.2. Поведение домашних хозяйств и фирм

Поведение фирм сравнительно несложно. В каждый момент времени они используют труд и капитал, оплачивая эти факторы в соответствии с их предельной производительностью, затем продают выпуск. Производственная функция обладает

<sup>2</sup> Функция полезности могла бы быть записана в виде  $\int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho't} u(C(t))dt$ , где  $\rho' = \rho - n$ . Из

соотношения  $L(t) = L(0)e^{\rho t}$  следует, что такая функция полезности равна функции (2.1), поделенной на  $L(0)/H$ ; следовательно, она предполагает то же поведение домашних хозяйств, что и функция (2.1).

<sup>3</sup> См. задачу 2.2.

<sup>4</sup> Для того, чтобы убедиться в этом, следует сначала из функции полезности вычесть  $1/(1-\theta)$ . Это изменит функцию полезности на постоянную величину, и следовательно, не повлияет на поведение домашних хозяйств. Чтобы найти предел данной функции при  $\theta$ , стремящемся к единице, воспользуйтесь правилом Лопитала. В результате получится  $\ln C$ .

постоянной отдачей от масштаба, а рынки конкурентны, следовательно, прибыль равна нулю.

Как показано в главе 1, предельный продукт капитала  $\partial F(K, AL)/\partial K$  равен  $f'(k)$ , где  $f(\bullet)$  - это производственная функция в интенсивной форме. Так как рынки конкурентны, оплата капитала определяется его предельной производительностью. А Поскольку норма амортизации предположена равной нулю, предельный продукт капитала равен ставке процента. Следовательно, ставка процента может быть найдена следующим образом

$$r(t) = f'(k(t)) \quad (2.3)$$

Предельный продукт труда  $\partial F(K, AL)/\partial L$  может быть записан в виде  $A\partial F(K, AL)/\partial AL$ .

Переходя к  $f(\bullet)$ , можно представить это выражение в виде  $A[f(k) - kf'(k)]$ .<sup>5</sup>

Следовательно, реальная заработная плата в момент времени  $t$  определяется следующим соотношением:

$$W(t) = A(t)[f(k(t)) - k(t)f'(k(t))] \quad (2.4)$$

Поэтому заработная плата на единицу эффективного труда равна

$$w(t) = f(k(t)) - k(t)f'(k(t)) \quad (2.4)$$

### **Бюджетное ограничение домашних хозяйств**

Репрезентативное домашнее хозяйство принимает траектории  $r$  и  $w$  заданными. Его бюджетное ограничение требует, чтобы приведенная стоимость потребления не превышала суммы начального богатства и приведенной стоимости трудовых доходов. Для того, чтобы формально записать бюджетное ограничение, требуется учесть, что  $r$  может меняться во времени. В связи с этим, обозначим через  $R(t)$  интеграл  $\int_{\tau=0}^t r(\tau)d\tau$ .

Отдача в момент времени  $t$  от одной единицы выпуска, инвестированной в момент времени 0, составит  $e^{R(t)}$ . Эквивалентное утверждение: стоимость одной единицы выпуска в момент времени  $t$ , приведенная к моменту времени 0, составляет  $e^{-R(t)}$ . В частности, если ставка процента  $r$  постоянна и равна  $\bar{r}$ , то  $R(t)$  равно  $\bar{r}t$ , а стоимость единицы выпуска в момент времени  $t$ , приведенная к моменту 0, составляет  $e^{-\bar{r}t}$ . В общем случае  $e^{R(t)}$  учитывает динамику ставки процента на интервале времени  $[0, t]$ .

---

<sup>5</sup> Феллпс (1966а) обсуждает, как подходить к анализу моделей роста в случае, если домашние хозяйства могут получить бесконечно большую полезность.

Поскольку домашнее хозяйство включает  $L(t)/H$  членов, его трудовой доход в момент  $t$  равен  $W(t)L(t)/H$ , а потребление  $C(t)L(t)/H$ . Его начальное богатство составляет долю  $1/H$  от общего начального богатства в экономике, или  $K(0)/H$ . Следовательно, бюджетное ограничение домашнего хозяйства имеет вид:

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} C(t) \frac{L(t)}{H} dt \leq \frac{K(0)}{H} + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} W(t) \frac{L(t)}{H} dt \quad (2.6)$$

Как правило, взять интегралы в данном соотношении не удается. Однако мы можем записать бюджетное неравенство в виде предельного ограничения на динамику капитала: даже если невозможно аналитически взять эти интегралы, мы можем описать поведение экономики в пределе, при  $t$  стремящемся к бесконечности. Для того, чтобы это сделать, во-первых, перенесем все члены (2.6) в правую часть и преобразуем два интеграла в один :

$$\frac{K(0)}{H} + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} [W(t) - C(t)] \frac{L(t)}{H} dt \geq 0 \quad (2.7)$$

Теперь мы можем переписать интеграл от  $t = 0$  до  $t = \infty$  как предел. соотношение (2.7) эквивалентно неравенству

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \left[ \frac{K(0)}{H} + \int_{t=0}^s e^{-R(t)} [W(t) - C(t)] \frac{L(t)}{H} dt \right] \geq 0 \quad (2.8)$$

Заметим, что в момент времени  $t$  капитал домашнего хозяйства составляет

$$\frac{K(s)}{H} = e^{R(s)} \frac{K(0)}{H} + \int_{t=0}^s e^{R(s)-R(t)} [W(t) - C(t)] \frac{L(t)}{H} dt \quad (2.9)$$

Для того, чтобы понять смысл соотношения (2.9), заметим, что  $e^{R(s)} K(0)/H$  составляет вклад начального богатства домашнего хозяйства в его богатство в момент  $s$ . Сбережения домашнего хозяйства в момент  $t$  составляют  $[W(t) - C(t)]L(t)/H$  (они могут быть отрицательными); коэффициент  $e^{R(s)-R(t)}$  показывает сколько в момент времени  $s$  стоят сбережения, сделанные в момент времени  $t$ .

Правая часть (2.9) в  $e^{R(s)}$  раз больше выражения, стоящего в скобках в соотношении (2.8). Следовательно, мы можем переписать бюджетное ограничение в виде

$$\lim_{s \rightarrow \infty} e^{-R(s)} \frac{K(s)}{H} \geq 0 \quad (2.10).$$

Записанное в данной форме бюджетное ограничение требует, чтобы приведенная стоимость капитала, которым владеет домашнее хозяйство, в пределе не было отрицательным.

Соотношение (2.10) известно как *условие отсутствия пирамиды*<sup>6</sup>. Пирамида – это схема, в соответствии с которой эмитированный долг никогда не погашается. При этом для погашения старых долгов должник берет новые займы. Такая схема позволяет эмитенту достичь более высокой приведенной стоимости потребления, чем приведенная стоимость находящихся в его распоряжении ресурсов. Налагая на поведение домашних хозяйств ограничение (2.10), мы исключаем такие схемы.<sup>6</sup>

### Задача максимизации полезности домашних хозяйств.

Репрезентативное домашнее хозяйство максимизирует интегральную функцию полезности при условии выполнения бюджетного ограничения. Как и в модели Солоу, легче работать с переменными, выраженным на единицу эффективного труда. Для этого выразим функцию полезности и бюджетное ограничение через потребление и трудовой доход в расчете на единицу эффективного труда.

Начнем с функции полезности. Пусть  $c(t)$  - потребление на единицу эффективного труда. Тогда потребление на одного работника  $C(t)$  равно  $A(t)c(t)$ . Мгновенная функция полезности домашних хозяйств может быть переписана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta} &= \frac{[A(t)c(t)]^{1-\theta}}{1-\theta} \\ &= \frac{[A(0)e^{gt}]^{1-\theta} c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} \\ &= A(0)^{1-\theta} e^{(1-\theta)gt} \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Подставляя (2.11) и выражение  $L(t)=L(0)e^{Rt}$  в целевую функцию домашних хозяйств (2.1) – (2.2), получаем

$$\begin{aligned} U &= \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} \frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta} \frac{L(t)}{H} dt \\ &= \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} \left[ A(0)^{1-\theta} e^{(1-\theta)gt} \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} \right] \frac{L(0)e^{nt}}{H} dt \\ &= A(0)^{1-\theta} \frac{L(0)}{H} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} e^{(1-\theta)gt} e^{nt} \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} dt \\ &= B \int_{t=0}^{\infty} e^{-\beta t} \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} dt \end{aligned} \quad (2.12)$$

где  $B \equiv A(0)^{1-\theta} L(0)/H$ , а  $\beta = \rho - n - (1-\theta)g$ . В (2.2) мы предположили, что  $\beta$

---

<sup>6</sup> См. задачу 1.9.

положительно.

Теперь рассмотрим бюджетное ограничение (2.6). Совокупное потребление домашнего хозяйства в момент  $t$ ,  $C(t)L(t)/H$ , равно потреблению на единицу эффективного труда  $c(t)$  умноженному на количество эффективного труда, которым владеет домашнее хозяйство,  $A(t)L(t)/H$ . Аналогично, весь трудовой доход домашнего хозяйства в момент времени  $t$  равен заработной плате на единицу эффективного труда  $w(t)$ , умноженной на количество эффективного труда  $A(t)L(t)/H$ . Аналогично, его начальное богатство равно капиталовооруженности эффективного труда в момент 0,  $k(0)$ , умноженной на  $A(0)L(0)/H$ . Следовательно, мы можем переписать (2.6) в следующей форме:

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} c(t) \frac{A(t)L(t)}{H} dt \leq k(0) \frac{A(0)L(0)}{H} + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} w(t) \frac{A(t)L(t)}{H} dt \quad (2.13)$$

$A(t)L(t)$  равно  $A(0)L(0)e^{(n+g)t}$ . Подставим это в (2.13) и разделим обе части неравенства на  $A(0)L(0)/H$ . Получаем

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} c(t) e^{(n+g)t} dt \leq k(0) + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} w(t) e^{(n+g)t} dt \quad (2.14)$$

Поскольку совокупный капитал в экономике  $K(s)$  пропорционален  $k(s)e^{(n+g)s}$ , можно переписать условие отсутствия пирамиды (2.10) в виде

$$\lim_{s \rightarrow \infty} e^{-R(s)} e^{(n+g)s} k(s) \geq 0 \quad (2.15).$$

### Поведение домашнего хозяйства

Задача домашнего хозяйства состоит в том, чтобы выбрать траекторию  $c(t)$ , максимизирующую функцию полезности (2.12) при бюджетном ограничении (2.14). Несмотря на то, что это требует выбора  $c$  в каждый момент времени (в отличие от стандартной задачи максимизации, где требуется выбрать конечное число значений переменных), можно использовать стандартную технику максимизации. Поскольку предельная полезность потребления всегда положительна, бюджетное ограничение домашнего хозяйства выполняется как равенство. Следовательно, можно составить Лагранжиан<sup>7</sup> из целевой функции (2.12) и бюджетного ограничения (2.14):

$$L = B \int_{t=0}^{\infty} e^{-\beta t} \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} dt + \lambda \left[ k(0) + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} e^{(n+g)t} w(t) dt - \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} e^{(n+g)t} c(t) dt \right] \quad (2.16)$$

---

\* В оригинале “no-Ponzi-game condition”, буквально, «условие отсутствия игры Понзи», по имени бизнесмена, прославившегося использованием пирамидальной схемы обогащения. (Примеч. науч.ред.).

Домашнее хозяйство выбирает  $c$  в каждый момент времени; следовательно, оно выбирает бесконечно много значений  $c(t)$ . Условие первого порядка для каждого  $c(t)$  имеет вид<sup>8</sup>

$$Be^{-\beta t} c(t)^{-\theta} = \lambda e^{-R(t)} e^{(n+g)t} \quad (2.17)$$

Поведение домашних хозяйств описывается уравнением (2.17) и бюджетным ограничением (2.14).

Чтобы понять, какая динамика потребления следует из уравнения (2.17), сначала прологарифмируем обе части (2.17):

$$\begin{aligned} \ln B - \beta t - \theta \ln c(t) &= \ln \lambda - R(t) + (n+g)t \\ &= \ln \lambda - \int_{\tau=0}^t r(\tau) d\tau + (n+g)t \end{aligned} \quad (2.18)$$

Во второй строчке использовано, что  $R(t)$ , по определению, равно  $\int_{\tau=0}^t r(\tau) d\tau$ .

Поскольку левая и правая части уравнения (2.18) равны для любого  $t$ , их производные по  $t$  также должны быть равны между собой. Получаем

$$-\beta - \theta \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = -r(t) + (n+g) \quad (2.19)$$

При выводе уравнения (2.19) мы использовали тот факт, что производная логарифма какой-либо переменной равна её темпу роста. Выражая  $\dot{c}(t)/c(t)$  из (2.19), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} &= \frac{r(t) - n - g - \beta}{\theta} \\ &= \frac{r(t) - \rho - \theta g}{\theta} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Здесь использовано, что  $\beta$  обозначает выражение  $\rho - n - (1 - \theta)g$ .

Проинтерпретируем уравнение (2.20). Поскольку потребление на одного работника  $C(t)$  (не путать с потреблением на единицу эффективного труда!) равно  $c(t)A(t)$ , темп

---

<sup>8</sup> Представленные рассуждения довольно ловко маскируют гипотезы под доказательства: мы скорее предположили, чем показали, что домашние хозяйства не должны нарушать условие отсутствия пирамиды. Поскольку число домашних хозяйств в модели конечно, предположение о недопустимости пирамидальных стратегий корректно. Домашнее хозяйство может использовать пирамидальную стратегию, только если хотя бы одно другое домашнее хозяйство имеет меньшую приведенную стоимость потребления, чем приведенная стоимость доходов с поправкой на начальное богатство. Так как предельная полезность потребления строго положительна, ни одно домашнее хозяйство на это не согласится. Однако в моделях с бесконечным числом домашних хозяйств (например, в модели с перекрывающимися поколениями, излагаемой во второй части данной главы), при некоторых условиях пирамиды оказываются возможными. Мы вернемся к анализу данного вопроса в разделе 11.1.

роста  $C$  равен темпу роста  $c$  плюс темп роста  $A$ . Таким образом, уравнение (2.20) означает, что потребление на одного работника растет с темпом  $[r(t)-\rho]/\theta$ . Согласно уравнению (2.20) потребление на одного работника растет во времени, если реальная ставка процента превышает норму дисконта, которая используется домашними хозяйствами для дисконтирования будущего потребления, и падает во времени в обратном случае. Чем меньше значение  $\theta$ , тем меньше изменяется предельная полезность при изменении потребления, и тем больше изменения в потреблении, вызванные изменением разницы между реальной ставкой процента и нормой дисконта.

Соотношение (2.20) называется *уравнением Эйлера* для данной задачи максимизации. Чтобы получить это уравнение из интуитивных соображений, рассмотрим потребление в два близких друг к другу момента времени.<sup>9</sup> Предположим, что домашнее хозяйство снижает потребление  $c$  в момент  $t$  на небольшую (формально - бесконечно малую) величину  $\Delta c$ , инвестирует накопленные таким образом дополнительные сбережения в течение небольшого (формально – бесконечно малого) интервала времени  $\Delta t$ , и увеличивает потребление на соответствующую величину в момент  $t + \Delta t$ ; при этом потребление и сбережения в любой другой момент времени (кроме  $t$  и  $t + \Delta t$ ) остаются неизменными. Если мы находимся в оптимуме, то приращение интегральной полезности должно равняться нулю. Из соотношения (2.12) следует, что предельная полезность в точке  $c(t)$  равна  $B e^{-\beta t} c(t)^{-\theta}$ . Поэтому потеря полезности от снижения потребления в результате такой операции составит  $B e^{-\beta t} c(t)^{-\theta} \Delta c$ . Поскольку норма отдачи равна  $r(t)$ , потребление в момент времени  $t + \Delta t$  возрастет на величину  $e^{[r(t)-n-g]\Delta t} \Delta c$ . Аналогично, поскольку темп роста  $c$  равен  $\dot{c}(t)/c(t)$ , можно записать  $c(t + \Delta t)$  в виде  $c(t) e^{[\dot{c}(t)/c(t)]\Delta t}$ . Предельная полезность в точке  $c(t + \Delta t)$  равна  $B e^{-\beta(t+\Delta t)} c(t + \Delta t)^{-\theta} = B e^{-\beta(t+\Delta t)} [c(t) e^{[\dot{c}(t)/c(t)]\Delta t}]^{-\theta}$ . Следовательно, для того, чтобы выбранная траектория потребления максимизировала функцию полезности, она должна удовлетворять следующему условию:

$$B e^{-\beta t} c(t)^{-\theta} \Delta c = B e^{-\beta(t+\Delta t)} [c(t) e^{[\dot{c}(t)/c(t)]\Delta t}]^{-\theta} e^{[r(t)-n-g]\Delta t} \Delta c \quad (2.21)$$

Разделив полученное уравнение на  $B e^{-\beta t} c(t)^{-\theta} \Delta c$  и взяв логарифм, получаем

---

<sup>9</sup> Введение в теорию максимизации с ограничениями в виде равенств, см. Dixit (1990, глава 2), Simon и Blume (1994, главы 18-19) или Chiang (1984, глава 12). Случай ограничений в виде неравенств рассмотрен в Dixit (1990, глава 3), Simon и Blume (1994, глава 18) или Chiang (1984, глава 21), или Kreps (1990, приложение 1).

$$-\beta\Delta t - \theta \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} \Delta t + [r(t) - n - g] \Delta t = 0 \quad (2.22)$$

Разделив полученное уравнение на  $\Delta t$  и перегруппировав слагаемые, получаем уравнение Эйлера (2.20).

Уравнение Эйлера описывает, какова должна быть динамика потребления при заданном  $c(0)$ : если траектория  $c(t)$  не удовлетворяет уравнению (2.20), то домашние хозяйства могут пересмотреть динамику потребления таким образом, что интегральная полезность вырастет при той же самой приведенной стоимости расходов. Выбор  $c(0)$  определяется условием, согласно которому приведенная стоимость потребления на получаемой из уравнения Эйлера траектории должна равняться сумме начального богатства и приведенной стоимости будущих доходов. Если значение  $c(0)$  выбрано на слишком низком уровне, то траектория потребления, удовлетворяющая (2.20), не полностью использует имеющееся богатство, следовательно, потребление можно увеличить. Если  $c(0)$  слишком велико, то потребление требует большего богатства, чем имеется в распоряжении домашнего хозяйства, следовательно, такая траектория недопустима.<sup>10</sup>

### 2.3. Динамика экономики Рамсея-Касса-Купманса

Наиболее удобно описывать поведение нашей экономики в терминах эволюции переменных  $c$  и  $k$ .

#### Динамика $c$

Из предположения идентичности домашних хозяйств следует, что уравнение (2.20) описывает динамику  $c$  не только для одного единственного домашнего хозяйства, но и

---

<sup>10</sup> Данный шаг не является строго формальным; сложность с выражением (2.17) в том, что каждый член имеет порядок малости  $dt$  в (2.16), следовательно, дает лишь бесконечно малое приращение Лагранжиана. Существуют различные пути формального решения данной задачи вместо простого «вычеркивания»  $dt$  (что мы и сделали, чтобы получить [2.17]). Так, мы могли бы смоделировать домашнее хозяйство, выбирающее потребление на конечных интервалах  $[0, \Delta t], [\Delta t, 2\Delta t], [2\Delta t, 3\Delta t]$ , ..., считая, что потребление постоянно внутри каждого интервала, а затем взять предел при  $\Delta t$ , стремящемся к 0. Это также нам даст (2.17). Другой путь – использовать *вариационное исчисление* (см. сноску 14). В рассматриваемом случае, однако, применение вариационного исчисления сводится к методу, который мы использовали. Таким образом, вариационное исчисление лишь предлагает формальное обоснование простого «вычеркивания»  $dt$  для вывода (2.17).

для всей экономики в целом. С учетом того, что  $r(t) = f'(k(t))$ , мы можем переписать (2.20) в виде

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{f'(k(t)) - \rho - \theta g}{\theta} \quad (2.23)$$

Следовательно,  $\dot{c}$  равно нулю, когда  $f'(k)$  равняется  $\rho + \theta g$ . Обозначим соответствующий уровень  $k$  через  $k^*$ . Если  $k$  больше  $k^*$ , то  $f'(k)$  меньше, чем  $\rho + \theta g$ , поэтому  $\dot{c}$  отрицательно; если  $k$  меньше  $k^*$ , то  $\dot{c}$  положительно.

Эта информация суммирована на рисунке 2.1. Стрелками указано направление изменения  $c$ . Мы видим, что  $c$  возрастает при  $k < k^*$  и снижается при  $k > k^*$ . Прямая  $\dot{c} = 0$  при  $k = k^*$  показывает, что  $c$  не изменяется при данном значении  $k$ .<sup>11</sup>

**Рисунок 2.1. Динамика  $c$ .**

### Динамика $k$

Как и в модели Солоу,  $\dot{k}$  равно фактическим инвестициям за вычетом восстанавливающих. Так как мы предположили отсутствие амортизации, восстанавливающие инвестиции равны  $(n + g)k$ . Фактические инвестиции определяются как выпуск за вычетом потребления  $f(k) - c$ . Следовательно,

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - (n + g)k(t). \quad (2.24)$$

Для каждого значения  $k$ , уровень  $c$ , при котором  $\dot{k} = 0$ , задан выражением  $f(k) - (n + g)k$ ; по аналогии с рисунком 1.6 (глава 1),  $\dot{k}$  равно нулю, когда потребление равно разности между выпуском и восстанавливающими инвестициями. Это значение  $c$  растет с ростом  $k$  до тех пор, пока мы не получим  $f'(k) = n + g$  (уровень капитала, соответствующий золотому правилу), после чего  $c$  снижается. Если  $c$  превышает уровень, при котором  $\dot{k} = 0$ ,  $k$  снижается; если  $c$  ниже этого уровня,  $k$  растет. При достаточно высоком значения  $k$  восстанавливающие инвестиции превышают выпуск, и следовательно,  $\dot{k}$  отрицательно для любых возможных значений  $c$ . Эта информация суммирована на рисунке 2.2; стрелки показывают направление изменения  $k$ .

---

<sup>11</sup> Уравнение Эйлера интуитивно значительно понятнее, если использовать скачкообразное время вместо непрерывного. См. раздел 2.9.

## Рисунок 2.2. Динамика $k$

### Фазовая диаграмма

Рисунок 2.3. объединяет рисунки 2.1. и 2.2. Стрелки показывают направление изменения  $c$  и  $k$ . Например, левее прямой  $\dot{c} = 0$  и выше  $\dot{k} = 0$ ,  $\dot{c}$  положительно, а  $\dot{k}$  отрицательно. Следовательно,  $c$  увеличивается, а  $k$  - уменьшается, поэтому стрелки указывают вверх и влево. Аналогично строятся стрелки в оставшихся областях диаграммы. На линиях  $\dot{c} = 0$  и  $\dot{k} = 0$  изменяется только одна переменная,  $c$  или  $k$ . Например, на прямой  $\dot{c} = 0$  и выше линии  $\dot{k} = 0$ ,  $c$  не изменяется, а  $k$  убывает, поэтому стрелка показывает строго налево. В точке Е одновременно  $\dot{c}$  и  $\dot{k}$  равны нулю; следовательно, в этой точке обе переменные остаются неизменными.<sup>12</sup>

На рисунке 2.3 значение  $k^*$  (уровень  $k$ , при котором  $\dot{c} = 0$ ) меньше уровня  $k$ , соответствующего золотому правилу (т.е., уровня  $k$ , соответствующего максимуму кривой  $\dot{k} = 0$ ). Покажем, что так и должно быть. Вспомним, что  $k^*$  находится из условия  $f'(k^*) = \rho + \theta g$ , а капитал, соответствующий золотому правилу, определяется из условия  $f'(k_{GR}) = n + g$ . Поскольку  $f''(k)$  отрицательно,  $k^*$  меньше  $k_{GR}$  тогда и только тогда, когда  $\rho + \theta g$  больше, чем  $n + g$ . Это условие эквивалентно неравенству  $\rho - n - (1 - \theta)g > 0$ , которое мы предположили для того, чтобы интегральная полезность домашнего хозяйства была ограниченной (см. [2.2]). Следовательно,  $k^*$  находится левее максимума кривой  $\dot{k} = 0$ .

### Начальное значение $c$

На рисунке 2.3 показано, какой должна быть динамика  $c$  и  $k$ , чтобы не нарушать условий интегральной оптимизации домашних хозяйств (соотношение [2.23]) и уравнение, задающее изменение  $k$  через выпуск и потребление (уравнение [2.24]) для заданных начальных значений  $c$  и  $k$ . Начальное значение  $k$  задано, однако начальное значение  $c$  следует найти.

## Рисунок 2.4. Динамика $c$ и $k$ для разных начальных значений $c$ .

<sup>12</sup> Формально, из уравнения (2.20) следует, что  $c(t) = c(0)e^{[R(t) - (\rho + \theta g)t]/\theta}$ . Значит,

$e^{-R(t)}e^{(n+g)t}c(t) = c(0)e^{[(1-\theta)R(t) + \theta n - \rho]/\theta}$ . Таким образом,  $c(0)$  задается условием, что

$c(0) \int_{t=0}^{\infty} e^{[(1-\theta)R(t) + \theta n - \rho]/\theta} dt$  должно равняться правой части бюджетного ограничения (2.14).

Для анализа этого вопроса обратимся к рисунку 2.4. Для определенности предположим, что  $k(0)$  меньше, чем  $k^*$ . На рисунке представлены различные траектории  $c$  и  $k$  для различных гипотез относительно начального значения  $c$ . Если  $c(0)$  находится выше линии  $\dot{k} = 0$ , например, в точке А, то  $\dot{c}$  положительно, а  $\dot{k}$  отрицательно; значит экономика все время будет двигаться вверх и влево от точки А. Если  $c(0)$  таково, что изначально  $\dot{k}$  равно нулю (точка В), то в плоскости  $(k, c)$  экономика в первый момент движется вертикально вверх; затем  $\dot{k}$  становится отрицательным, а поскольку  $\dot{c}$  положительно, то экономика опять движется влево и вверх. Если экономика стартует из точки, лежащей немного ниже кривой  $\dot{k} = 0$  (точка С), то  $\dot{k}$  изначально положительно, но невелико, а  $\dot{c}$  по-прежнему положительно. В данном случае экономика сначала движется вверх и немного вправо, затем она пересекает кривую  $\dot{k} = 0$ , после чего  $\dot{k}$  становится отрицательным, и экономика снова оказывается на траектории, где  $c$  растет, а  $k$  - снижается.

Точка D – это пример ситуации, когда начальное потребление очень низко. Из уравнения (2.23) мы видим, что  $\dot{c}$  пропорционально  $c$ . Когда  $c$  невелико,  $\dot{c}$  тоже достаточно мало. Таким образом,  $c$  остается низким, и экономика в какой-то момент пересекает линию  $\dot{c} = 0$ . После этого  $\dot{c}$  становится отрицательным, а  $\dot{k}$  остается положительным. Следовательно, экономика движется вправо и вниз.

Значения производных  $\dot{c}$  и  $\dot{k}$  на траекториях непрерывно зависят от значений  $c$  и  $k$ . Следовательно, между точками С и D существует какая-то критическая точка – точка F, с таким начальным значением  $c$ , из которого экономика сходится к стационарной точке, точке Е. Для любого начального потребления выше этого критического уровня кривая  $\dot{k} = 0$  будет пересечена\* до достижения прямой  $\dot{c} = 0$ , и экономика выйдет на траекторию, где потребление все время растет, а капитал – снижается. Если начальное потребление ниже критического уровня, прямая  $\dot{c} = 0$  достигается первой, и экономика оказывается на траектории, где потребление падает, а капитал растет. Однако если начальное потребление в точности равно критическому значению, экономика стремится к точке, где  $c$  и  $k$  остаются неизменными.

Все рассмотренные траектории удовлетворяют условиям (2.23) и (2.24). Однако мы до сих пор не использовали ни бюджетного ограничения домашнего хозяйства, ни условия неотрицательности капитала в экономике. Эти ограничения определяют, какая

из указанных траекторий на самом деле описывает динамику экономики.

Если экономика развивается из точки, находящейся выше точки  $F$ ,  $c$  велико и все время растет. Из уравнения движения для  $k$  (2.24) следует, что в результате  $k$  достигнет нуля. Чтобы уравнения (2.23) и (2.24) по-прежнему оставались выполненными,  $c$  должно продолжать расти, а  $k$  должно стать отрицательным. Однако этого произойти не может. Так как при нулевом  $k$  выпуск равен нулю,  $c$  также должно упасть до нуля. Это значит, что условие оптимизации (2.23) окажется невыполненным. Следовательно, мы можем исключить из анализа эти траектории.

Для того, чтобы исключить траектории, начинающиеся ниже точки  $F$ , воспользуемся бюджетным ограничением, записанным в предельной форме, - неравенством (2.15):  $\lim_{s \rightarrow \infty} e^{-R(s)} e^{(n+g)s} k(s) \geq 0$ . Если экономика начинает движение из такой точки, как точка  $D$ ,

то  $k$  в конце концов превышает капитал, соответствующий золотому правилу. После этого реальная ставка процента  $f'(k)$  оказывается меньше  $n+g$ , следовательно,  $e^{-R(s)} e^{(n+g)s} \cdot 3 \quad e^{-R(s)} e^{(n+g)s}$  возрастает. Так как  $k$  также возрастает, то предел  $\lim_{s \rightarrow \infty} e^{-R(s)} e^{(n+g)s} k(s)$  равен бесконечности. Из вывода неравенства (2.15) мы знаем, что это эквивалентно утверждению, что приведенный доход домашнего хозяйства бесконечно больше приведенной стоимости его потребления. Следовательно, домашние хозяйства могли бы добиться более высокого уровня полезности, а значит, рассматриваемая траектория не может быть оптимальной.

Наконец, если экономика начинает движение из точки  $F$ , то  $k$  стремится к  $k^*$ , а  $r$  стремится к  $f'(k^*) = \rho + \theta g$ . В этой точке  $e^{-R(s)} e^{(n+g)s} \cdot 3 \quad e^{-R(s)} e^{(n+g)s}$  падает с темпом  $\rho - n - (1 - \theta)g = \beta > 0$ , следовательно  $\lim_{s \rightarrow \infty} e^{-R(s)} e^{(n+g)s} k(s)$  равен нулю. Значит, возможной является одна единственная траектория, начинающаяся в точке  $F$ .

### **Седловая траектория**

Несмотря на то, что все рассуждения были проведены для единственного начального значения  $k$ , идея является достаточно общей. Для любого положительного начального значения  $k$  существует единственное начальное значение  $c$ , согласующееся с условием оптимизации для домашних хозяйств, уравнением динамики капитала, бюджетным ограничением домашних хозяйств, и ограничением на неотрицательность  $k$ . Функцию, дающую это начальное значение  $c$  в зависимости от начального значения  $k$  называют *седловой траекторией*; она показана на рисунке 2.5. Для любого

начального значения  $k$ , начальное значение  $c$  определяется по седловой траектории. Затем экономика движется вдоль седловой траектории к точке Е.

### **Рисунок 2.5. Седловая траектория.**

#### **2.4. Благосостояние**

Естественно задать вопрос о том, насколько хороша найденная нами равновесная траектория. Ответ на этот вопрос достаточно прост. *Первая теорема благосостояния* из микроэкономического анализа говорит о том, что если рынки совершенно конкурентны и полны\*, если нет внешних эффектов (а также если численность агентов конечна), то децентрализованное равновесие является эффективным по Парето, т.е. невозможно улучшить положение одного экономического агента, не ухудшив положение какого-либо другого. Условия первой теоремы благосостояния в нашей модели выполнены, следовательно, равновесие является оптимальным по Парето. А поскольку все домашние хозяйства характеризуются одной и той же функцией полезности, из Парето –оптимальности следует, что в децентрализованном равновесии эта полезность достигает максимально возможного значения среди всех допустимых состояний, в которых она одинакова для всех домашних хозяйств.

Чтобы лучше это понять, рассмотрим задачу социального планирования. Плановик стремится к максимизации полезности репрезентативного домашнего хозяйства и может сам задавать пропорцию, в которой выпуск в каждый момент времени делится между потреблением и сбережением. Данная задача отличается от задачи репрезентативного домашнего хозяйства только тем, что плановик не считает траектории  $w$  и  $r$  заданными, а учитывает, что эти переменные зависят от траектории  $k$ , определяемой уравнением (2.24).

Интуитивные рассуждения относительно потребления в двух соседних моментах времени, использованные для вывода (2.20) или (2.23), точно так же могут быть применены и к задаче плановика: снижение  $c$  на величину  $\Delta c$  в момент  $t$  позволяет плановику увеличить потребление в момент  $t + \Delta t$  на величину  $e^{f'(k(t))\Delta t} e^{-(n+g)\Delta t} \Delta c$ .<sup>13</sup> Следовательно, траектория  $c(t)$ , выбранная социальным плановиком, должна удовлетворять (2.23). А ввиду того, что уравнение (2.24), задающее эволюцию  $k$ , отражает лишь технологию, а не предпочтения, плановик должен учитывать его так же,

---

<sup>13</sup> Соотношение (2.23) показывает, что  $\dot{c}$  равно также нулю, когда  $c$  обращается в нуль. Следовательно,  $\dot{c}$  равно нулю также и вдоль горизонтальной оси диаграммы. Однако в равновесии  $c$  никогда не равно нулю, поэтому этот случай не представляет интереса для анализа.

как и репрезентативное домашнее хозяйство. Как и в задаче оптимизации домашнего хозяйства, мы можем исключить траектории, которые приводят к отрицательному капиталу, а также траектории, на которых потребление стремится к нулю, так как они не максимизируют полезность.

Короче, решение задачи плановика заключается в том, чтобы выбрать начальное значение  $c$  на седловой траектории, затем  $c$  и  $k$  должны двигаться вдоль этой траектории. Следовательно, конкурентное равновесие максимизирует благосостояние репрезентативного домашнего хозяйства.<sup>14</sup>

## 2.5. Траектория сбалансированного роста

### Свойства траектории сбалансированного роста

После достижения точки Е динамика нашей экономики идентична динамике модели Солоу на траектории сбалансированного роста. Капитал, выпуск и потребление на единицу эффективного труда постоянны. Поскольку  $y$  и  $c$  постоянны, то норма сбережений  $(y - c)/y$  также постоянна. Совокупный капитал, совокупный выпуск и совокупное потребление растут с темпом  $n + g$ . Капитал на одного работника, выпуск на одного работника и потребление на одного работника растут с темпом  $g$ .

Следовательно, основные выводы модели Солоу относительно источников экономического роста не связаны с предположением о постоянстве нормы сбережения. Даже если норма сбережения определяется эндогенно, рост производительности труда является единственным источником незатухающего роста выпуска на одного работника. А раз мы использовали такую же производственную функцию, как и в предыдущей главе, мы можем повторить вычисления раздела 1.6, демонстрирующие, что значительные различия выпуска на одного работника могут быть следствием различий в капиталовооруженности, только если мы предположим, что различия в капиталовооруженности и в предельной отдаче от капитала огромны.

---

<sup>14</sup> Существуют две другие точки, в которых  $c$  и  $k$  постоянны. Первая точка – это начало координат: если изначально в экономике капитал и потребление равны нулю, то экономика останется в этой точке. Вторая точка там, где линия  $\dot{k} = 0$  пересекает горизонтальную ось. В этой точке весь выпуск используется для поддержания  $k$  на заданном уровне, следовательно,  $c = 0$ ,  $a f(k) = (n + g)k$ . Так как увеличение потребления с нуля до какого-либо положительного значения нарушает условие оптимизации для домашних хозяйств (2.23), однажды оказавшись в этой точке, экономика должна оставаться в ней, чтобы удовлетворить условия (2.23) и (2.24). Однако, как мы скоро увидим, экономика никогда не окажется в этой точке.

## **Траектория сбалансированного роста и капитал, соответствующий золотому правилу**

Между траекториями сбалансированного роста в модели Солоу и в модели Рамсея-Касса-Купманса имеется лишь одно существенное отличие: траектория сбалансированного роста с уровнем капитала, превышающим уровень золотого правила, невозможна в модели Рамсея-Касса-Купманса. При достаточно высокой норме сбережений в модели Солоу достигается траектория сбалансированного роста, возможной альтернативой которой является более высокое потребление в каждый момент времени. В модели Рамсея-Касса-Купманса норма сбережений находится из поведения домашних хозяйств, чья полезность зависит от выбранной динамики потребления и в которой отсутствуют внешние эффекты. Следовательно, траектория, уровень потребления на которой допускает увеличение в каждый момент времени, не может быть равновесной; если бы экономика оказалась на такой траектории, домашние хозяйства снизили бы сбережения, чтобы извлечь выгоды из такой возможности.

Это можно показать на фазовой диаграмме. Вернемся к рисунку 2.5. Если начальный капитал превысит запас, соответствующий золотому правилу (другими словами, если  $k(0)$  превысит значение  $k^*$ , соответствующее максимуму кривой  $\dot{k} = 0$ ), начальное потребление окажется на более высоком уровне, чем требуется для поддержания  $k$  на постоянном уровне, следовательно  $\dot{k}$  будет отрицательным. Поэтому  $k$  постепенно приблизится к уровню  $k^*$ , меньшему, чем значение капитала, соответствующее золотому правилу.

Поскольку  $k^*$  меньше капитала, соответствующего золотому правилу, экономика не стремится к траектории сбалансированного роста, максимизирующей стационарное значение  $c$ . Этот результат интуитивно более понятен, когда  $g$  равно нулю, т.е. когда в долгосрочной перспективе отсутствует рост потребления и выпуска в расчете на одного работника. В этом случае  $k^*$  определяется из условия  $f'(k^*)=\rho$  (см. [2.23]), уровень  $k_{GR}$  находится из равенства  $f'(k_{GR})=n$ , а наше предположение  $\rho-n-(1-\theta)g>0$  превращается в  $\rho>n$ . Так как  $k^*$  меньше  $k_{GR}$ , увеличение сбережений в точке  $k=k^*$  в конце концов приведет к росту потребления до более высокого уровня, после чего потребление останется на этом уровне (см. рис. 1.5). Однако домашние хозяйства ценят текущее потребление больше, чем будущее, следовательно, выигрыш от перманентного увеличения потребления будет ограничен. В некоторой точке, - точнее, как только  $k$

превысит  $k^*$ , - соотношение выгод и потерь от временной жертвы ради перманентного долгосрочного выигрыша окажется не в пользу жертвы, другими словами, сократит интегральную полезность домашнего хозяйства, а не увеличит её. Поэтому  $k$  стремится к более низкому значению, чем значение, соответствующее золотому правилу. Поскольку  $k^*$  является оптимальным значением капитала  $k$ , к которому стремится экономика, оно носит название запаса капитала, соответствующего *модифицированному золотому правилу*.

## **2.6. Эффект снижения нормы дисконтирования**

Рассмотрим экономику Рамсея-Касса-Купманса, находящуюся на траектории сбалансированного роста; предположим, что норма дисконтирования  $\rho$  уменьшается. Параметр  $\rho$  задает межвременные предпочтения домашних хозяйств, следовательно, его уменьшение вполне аналогично увеличению нормы сбережений в модели Солоу. В связи с тем, что распределение выпуска между потреблением и инвестициями осуществляется домашними хозяйствами, прогнозирующими будущее, мы должны указать, является ли это изменение ожидаемым или нет. Если это изменение ожидаемо, домашние хозяйства могут изменить свое поведение до того, как шок произошел. Поэтому мы рассмотрим более простой случай, в котором этот шок является неожиданным. Таким образом, домашние хозяйства решают задачу оптимизации, предполагая, что норма дисконтирования не изменится, и экономика оказывается на соответствующей траектории сбалансированного роста. В какой-то момент времени домашние хозяйства осознают, что их предпочтения изменились, и что они дисконтируют будущую полезность по меньшей норме дисконтирования, чем раньше.<sup>15</sup>

### **Качественный анализ**

Заметим, что  $\rho$  входит в уравнение для  $\dot{c}$  но не в уравнение для  $\dot{k}$ . Поэтому изменяется положение только кривой  $\dot{c} = 0$ . Вспомним уравнение (2.23):  $\dot{c}/c = [f'(k(t)) - \rho - \theta g]/\theta$ . Значение  $k$ , при котором  $\dot{c}$  равняется нулю, задается условием  $f'(k^*) = \rho + \theta g$ . Поскольку  $f''(\bullet)$  отрицательно, снижение  $\rho$  приводит к росту  $k^*$ . Таким образом, прямая  $\dot{c} = 0$  сдвигается вправо. Это показано на рис. 2.6.

### **Рисунок 2.6. Эффект уменьшения нормы дисконта**

В момент, когда  $\rho$  изменяется, значение  $k$  – капиталовооруженности эффективного труда – исторически предопределено и не может измениться скачком. Следовательно,

---

\* Имеется в виду, что начальная точка лежит ниже точки В. (Прим. науч. ред.).

$k$  в момент шока остается равным  $k^*$ , значению, соответствующему старой траектории сбалансированного роста. Однако  $c$  – скорость потребления домашних хозяйств может скачкообразно измениться в момент, когда происходит шок.

Принимая во внимание проведенный нами анализ динамики рассматриваемой экономики, легко понять, что произойдет: в момент изменения величина  $c$  уменьшится скачком так, чтобы экономика оказалась на новой седловой траектории (точка А на рисунке 2.6).<sup>16</sup> Затем  $c$  и  $k$  постепенно вырастут до значений, соответствующих новой траектории сбалансированного роста; эти значения выше, чем на старой траектории сбалансированного роста.

Таким образом, в нашей экономике эффекты, вызванные падением нормы дисконта, вполне аналогичны эффектам в модели Солоу, вызванным увеличением нормы сбережений в ситуации, когда капитал ниже уровня, соответствующего золотому правилу. В обоих случаях  $k$  постепенно растет до нового, более высокого значения, и в обоих случаях  $c$  сначала сокращается, однако затем растет до уровня, превышающего начальное значение. Как и в случае перманентного увеличения нормы сбережений в модели Солоу, перманентное сокращение нормы дисконта приводит к временному увеличению темпов роста капиталовооруженности и выпуска на одного работника. Единственное различие между двумя экспериментами заключается в том, что в случае сокращения  $\rho$  в общем случае доля сберегаемого дохода не постоянна на протяжении процесса приспособления.

### Скорость приспособления и наклон седловой траектории

Уравнения (2.23) и (2.24) задают  $\dot{c}(t)$  и  $\dot{k}(t)$  как функции от  $c(t)$  и  $k(t)$ . Одним из эффективных методов количественного анализа динамики является замена данных нелинейных уравнений их линейной аппроксимацией в окрестности траектории сбалансированного роста. Воспользуемся разложением первого порядка уравнений (2.23) и (2.24) в ряд Тейлора в окрестности  $k = k^*$ ,  $c = c^*$ . Имеем:

$$\dot{c} \cong \frac{\partial \dot{c}}{\partial k} [k - k^*] + \frac{\partial \dot{c}}{\partial c} [c - c^*], \quad (2.25)$$

$$\dot{k} \cong \frac{\partial \dot{k}}{\partial k} [k - k^*] + \frac{\partial \dot{k}}{\partial c} [c - c^*], \quad (2.26)$$

Здесь значения производных  $\partial \dot{c} / \partial k$ ,  $\partial \dot{c} / \partial c$ ,  $\partial \dot{k} / \partial k$  и  $\partial \dot{k} / \partial c$  берутся в точке  $k = k^*$ ,  $c = c^*$ . Будем считать соотношения (2.25) и (2.26) точными, и проведем анализ

---

\* О понятии полноты рынков см., например, учебник (Примеч. науч. ред.)

полученной системы.<sup>17</sup>

Введем обозначения  $\tilde{c} = c - c^*$  и  $\tilde{k} = k - k^*$ . Так как  $c^*$  и  $k^*$  постоянны,  $\dot{\tilde{c}}$  равняется  $\dot{c}$ , а  $\dot{\tilde{k}}$  равняется  $\dot{k}$ . Мы можем переписать (2.25) и (2.26) в виде

$$\dot{c} \cong \frac{\partial \dot{c}}{\partial k} \tilde{k} + \frac{\partial \dot{c}}{\partial c} \tilde{c}, \quad (2.27)$$

$$\dot{k} \cong \frac{\partial \dot{k}}{\partial k} \tilde{k} + \frac{\partial \dot{k}}{\partial c} \tilde{c}. \quad (2.28)$$

(Как и раньше, все производные взяты в точке  $k = k^*$ ,  $c = c^*$ .) Вспомним, что  $\dot{c} = \{f'(k) - \rho - \theta g\}/\theta$  (уравнение [2.23]). Воспользуемся этим уравнением для вычисления производных в (2.27) в точке  $k = k^*$ ,  $c = c^*$ . Получаем:

$$\dot{\tilde{c}} \cong \frac{f''(k^*)c^*}{\theta} \tilde{k}. \quad (2.29)$$

Аналогично, воспользуемся уравнением (2.24)  $\dot{k} = f(k) - c - (n + g)k$ , чтобы найти производные в (2.28). Имеем:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{k}} &\cong [f'(k^*) - (n + g)]\tilde{k} - \tilde{c} \\ &\cong [(\rho + \theta g) - (n + g)]\tilde{k} - \tilde{c}, \quad (2.30) \\ &\cong \beta\tilde{k} - \tilde{c} \end{aligned}$$

Во второй строчке мы учли, что из (2.23) следует  $f'(k^*) = \rho + \theta g$ , а в третьей воспользовались тем, что  $\beta$  равно  $\rho - n - (1 - \theta)g$ . Разделив обе части равенства (2.29) на  $\tilde{c}$ , а (2.30) - на  $\tilde{k}$ , получаем уравнения для темпов роста  $\tilde{c}$  и  $\tilde{k}$ :

$$\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} \cong \frac{f''(k^*)c^*}{\theta} \frac{\tilde{k}}{\tilde{c}}, \quad (2.31)$$

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} \cong \beta - \frac{\tilde{c}}{\tilde{k}}. \quad (2.32)$$

---

<sup>17</sup> Заметим, что влиянием такой вариации на  $r$  и на  $w$  на (коротком) интервале от  $t$  до  $t + \Delta t$  можно пренебречь. Изменение  $r$  составляет  $f''(k)$  умноженное на изменение  $k$ , а изменение  $w$  равно  $-f''(k)k$  на изменение  $k$ . Однако эти изменения не влияют на совокупный доход (в расчете на единицу эффективного труда), прирост которого равен изменению  $w$  плюс произведение  $k$  на изменение  $r$ , т.е. нулю. Ввиду того, что оплата капитала производится в соответствии с его предельным продуктом, совокупный размер доходов труда и накопленного ранее капитала остается равным начальному выпуску (снова в расчете на единицу эффективного труда). Это лишь частный случай общего результата, заключающегося в том, что *ценовые внешние эффекты* – внешние эффекты, проявляющиеся через цены, в условиях конкуренции уравновешиваются.

Из уравнений (2.31) и (2.32) следует, что темпы роста  $\tilde{c}$  и  $\tilde{k}$  зависят только от соотношения  $\tilde{c}$  к  $\tilde{k}$ . Рассмотрим, что произойдет, если значения  $\tilde{c}$  и  $\tilde{k}$  таковы, что  $\tilde{c}$  и  $\tilde{k}$  падают с одинаковым темпом (т.е., если  $\dot{\tilde{c}}/\tilde{c} = \dot{\tilde{k}}/\tilde{k}$ ). Это означает, что отношение  $\tilde{c}$  к  $\tilde{k}$  постоянно, следовательно, их темпы роста также постоянны. Поэтому  $\tilde{c}$  и  $\tilde{k}$  продолжают падать с одинаковым темпом. На фазовой плоскости, начиная от точки, где  $\tilde{c}$  и  $\tilde{k}$  снижаются с одинаковым темпом, экономика движется по прямой линии к точке  $(k^*, c^*)$ , при этом расстояние до  $(k^*, c^*)$  сокращается с постоянным темпом.

Пусть  $\mu$  обозначает  $\dot{\tilde{c}}/\tilde{c}$ . Соотношение (2.31) можно переписать в виде

$$\frac{\tilde{c}}{\tilde{k}} = \frac{f''(k^*)c^*}{\theta} \frac{1}{\mu}. \quad (2.33)$$

Из (2.32) и равенства  $\dot{\tilde{k}}/\tilde{k}$  и  $\dot{\tilde{c}}/\tilde{c}$  следует

$$\mu = \beta - \frac{f''(k^*)c^*}{\theta} \frac{1}{\mu}, \quad (2.34)$$

или

$$\mu^2 - \beta\mu + \frac{f''(k^*)c^*}{\theta} = 0. \quad (2.35)$$

Мы получили квадратное уравнение относительно  $\mu$ . Его решения

$$\mu = \frac{\beta \pm [\beta^2 - 4f''(k^*)c^*/\theta]^{1/2}}{2} \quad (2.36)$$

Обозначим через  $\mu_1$  и  $\mu_2$  полученные таким образом значения  $\mu$ .

Если  $\mu$  положительно, то  $\tilde{c}$  и  $\tilde{k}$  растут; в этом случае вместо того, чтобы двигаться вдоль прямой линии к точке  $(k^*, c^*)$ , экономика движется вдоль прямой линии, удаляясь от  $(k^*, c^*)$ . Таким образом, чтобы экономика стремилась к точке  $(k^*, c^*)$ , необходимо, чтобы значение  $\mu$  было отрицательным. Анализ (2.36) показывает, что только одно значение  $\mu$ , а именно  $\{-[\beta^2 - 4f''(k^*)c^*/\theta]^{1/2}\}_2$ , является отрицательным. Предположим для определенности, что это  $\mu_1$ . Таким образом, соотношение (2.33) (при  $\mu = \mu_1$ ) показывает нам, как должны соотноситься  $\tilde{c}$  и  $\tilde{k}$  для того, чтобы они снижались с одинаковым темпом  $\mu_1$ .

На рисунке 2.7 показана прямая, вдоль которой экономика сходится к точке  $(k^*, c^*)$ ;

эта прямая обозначена через АА. Она является седловой траекторией линеаризованной системы. На рисунке также показана прямая, вдоль которой экономика удаляется от точки  $(k^*, c^*)$ ; она обозначена через ВВ. Если начальные значения  $c(0)$  и  $k(0)$  находятся на этой прямой, то, как следует из (2.31) и (2.32), значения  $\tilde{c}$  и  $\tilde{k}$  будут расти с темпом  $\mu_2$ .<sup>18</sup> Так как  $f''(\bullet)$  отрицательно, из (2.33) следует, что отношение  $\tilde{c}$  к  $\tilde{k}$  имеет знак, противоположный  $\mu$ . Следовательно, седловая траектория АА имеет положительный наклон, а прямая ВВ – отрицательный.

В результате линеаризации уравнений для  $\dot{c}$  и для  $\dot{k}$ , мы получили экономику, динамика которой легко описывается через её параметры. В момент 0,  $c$  должно скачкообразно изменится до значения  $c^* + [f''(k)c^*/(\theta\mu_1)](k - k^*)$ . После этого  $c$  и  $k$  стремятся к их значениям на траектории сбалансированного роста с темпом  $\mu_1$ . Таким образом,  $k(t) = k^* + e^{\mu_1 t} [k(0) - k^*]$  и  $c(t) = c^* + e^{\mu_1 t} [c(0) - c^*]$ .<sup>19</sup>

## Скорость сходимости

Чтобы оценить, какая скорость сходимости к траектории сбалансированного роста следует из соотношения (2.36), воспользуемся нашим обычным предположением о том, что производство описывается функцией Кобба-Дугласа,  $f(k) = k^\alpha$ . Потребление на траектории сбалансированного роста может быть найдено как выпуск за вычетом восстанавливающих инвестиций, т.е.  $c^*$  равно  $k^{*\alpha} - (n + g)k^*$ . Следовательно, выражение для  $\mu_1$  можно записать в следующем виде:

$$\mu_1 = \frac{1}{2} \left( \beta - \left\{ \beta^2 - \frac{4}{\theta} \alpha(\alpha-1) k^{*\alpha-2} [k^{*\alpha} - (n+g)k^*] \right\}^{1/2} \right). \quad (2.37)$$

Вспомним, что на траектории сбалансированного роста  $f'(k)$  равно  $\rho + \theta g$  (см. [2.23]).

Для производственной функции Кобба-Дугласа это эквивалентно равенству  $\alpha k^{*\alpha-1} = \rho + \theta g$ , или (пропущена формула!- В.П.). Подставив это соотношение в (2.37)

<sup>18</sup> Формальное решение задачи социального планификатора может быть найдено на основе метода вариационных исчислений. Формальная постановка задачи и её решение представлены в Blanchard и Fisher (1989, стр. 38-43). Введение в метод вариационных исчислений представлено в разделе 8.2., в учебниках Kamien and Schwartz (1991); Dixit (1990, глава 10); или Obstfeld (1992).

<sup>19</sup> См. в разделе 2.7 и задачах 2.10 и 2.11 примеры, в которых рассмотрены предвиденные изменения.

и сделав некоторые алгебраические преобразования, получаем

$$\mu_1 = \frac{1}{2} \left( \beta - \left\{ \beta^2 + \frac{4}{\theta} \frac{1-\alpha}{\alpha} (\rho + \theta g) [\rho + \theta g - \alpha(n+g)] \right\}^{1/2} \right). \quad (2.38)$$

Зная параметры модели и используя соотношение (2.38), можно рассчитать скорость сходимости.

Для того, чтобы почувствовать, насколько высока скорость сходимости, предположим, что  $\alpha = \frac{1}{3}$ ,  $\rho = 4\%$ ,  $n = 2\%$ ,  $g = 1\%$ , а  $\theta = 1$ . Можно показать, что при таких значениях параметров ставка процента на траектории сбалансированного роста составляет 5%, а норма сбережений – 20%. Поскольку  $\beta$  определено как  $\rho - n - (1-\theta)g$ , можно подсчитать, что  $\beta = 2\%$ . Теперь из соотношений (2.37) и (2.38) получим  $\mu_1 \approx -5,4\%$ . Таким образом, приспособление в рассмотренном случае происходит очень быстро. Для сравнения, модель Солоу с теми же значениями  $\alpha$ ,  $n$  и  $g$  (и с нулевой амортизацией) дает скорость сходимости 2% в год (см. соотношение [1.31]). Различия в скорости сходимости возникают за счет того, что в рассмотренном примере норма сбережений превышает  $s^*$ , если  $k$  ниже  $k^*$ , и меньше  $s^*$ , если  $k$  выше  $k^*$ . А в модели Солоу предполагалось, что  $s$  постоянно.

## 2.7 Влияние государственных закупок

До сих пор государство не было представлено в модели. Однако в современных экономиках ресурсы расходуются не только на частное потребление и инвестиции, но и на общественные нужды. Так, в Соединенных Штатах, около 20 процентов всего выпуска закупается правительством; во многих других странах этот показатель значительно выше. Поэтому естественным расширением нашей модели будет включение в него государственного сектора.

### Включение правительства в модель

Предположим, что правительство закупает выпуск в объеме  $G(t)$  на каждую единицу эффективного труда в единицу времени. Мы предполагаем, что государственные закупки не влияют на полезность частного потребления; эта гипотеза справедлива, если государство использует приобретенные товары для осуществления деятельности, которая вовсе не влияет на полезность, либо если полезность равна сумме полезностей

от частного потребления и от потребления предоставляемых правительством благ.

Предположим также, что государственные закупки не влияют на будущий выпуск; другими словами, закупаемые товары используются как общественное потребление, а не как общественные инвестиции. Государственные закупки финансируются за счет паушального налогообложения выпуска  $G(t)$ ; таким образом, правительство всегда поддерживает сбалансированный бюджет. Анализом финансирования бюджетного дефицита мы займемся в главе 11. Там мы увидим, что выбор правительства между налоговым и долговым финансированием в рамках данной модели не оказывает влияния ни на одну из существенных переменных. Таким образом, предположение о том, что государственные закупки финансируются только из текущих налогов, используется лишь для упрощения анализа.

Теперь инвестиции равны разности между выпуском и суммой частного потребления и государственных закупок. Следовательно, уравнение динамики  $k$  (2.24) принимает вид

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - G(t) - (n + g)k(t). \quad (2.39)$$

Более высокое значение  $G$  сдвигает линию  $\dot{k} = 0$  вниз: чем больше благ закупается правительством, тем меньше благ остается для потребления при условии, что  $k$  не меняется.

Мы предположили, что предпочтения домашних хозяйств ([2.1]–[2.2] или [2.12]) не изменяются. Ввиду того, что уравнений Эйлера ([2.20] или [2.23]) было выведено из предпочтений домашних хозяйств без учета ограничения на приведенную стоимость их расходов, это уравнение по-прежнему выполняется. Однако налоги, которые собираются для финансирования государственных расходов, влияют на бюджетное ограничение домашних хозяйств. Неравенство (2.14) принимает вид

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} c(t) e^{(n+g)t} dt \leq k(0) + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} [w(t) - G(t)] e^{(n+g)t} dt. \quad (2.40)$$

Рассуждения, аналогичные использованным ранее, показывают, что это неравенство влечет за собой точно такое же ограничение на предельную динамику  $k$  (неравенство [2.15]).

### **Эффекты перманентного и временного изменения государственных закупок**

Чтобы рассмотреть некоторые следствия из данной модели, предположим, что экономика изначально находится на траектории сбалансированного роста, причем  $G(t)$  постоянно и равно  $G_L$ . Пусть происходит перманентное увеличение  $G$  до значения

$G_H$ . Из (2.39) следует, что кривая  $\dot{k} = 0$  сместится вниз ровно на величину приращения  $G$ . Так как государственные закупки не изменяют уравнение Эйлера, положение прямой  $\dot{c} = 0$  не изменится. Это показано на рисунке 2.8.<sup>20</sup>

Мы знаем, что в результате рассматриваемого изменения  $c$  должно скачкообразно изменится таким образом, чтобы экономика оказалась на новой седловой траектории. В противном случае, как и ранее, либо капитал в какой-то момент достиг бы отрицательного значения, либо домашние хозяйства накапливали бы слишком большое богатство. В нашем случае приспособление происходит очень просто:  $c$  снижается ровно на то значение, на которое увеличилось  $G$ , и экономика мгновенно оказывается на новой траектории сбалансированного роста. Интуитивно это можно объяснить следующим образом: перманентное увеличение государственных расходов и налогов снижает приведенную стоимость доходов домашних хозяйств, и потребление мгновенно снижается.

Ввиду того, что увеличение закупок и налогов является перманентным, домашние хозяйства не имеют возможности увеличить свою полезность, варьируя потребление во времени. Поэтому величина скачкообразного сокращения потребления равна величине скачкообразного увеличения государственных расходов, а капитал и ставка процента не изменяются. Заметим, что этот результат отличается от результатов, получаемых в рамках традиционного анализа, предполагающего, что потребление зависит только от располагаемого дохода и при изменении располагаемого дохода изменяется в пропорции меньшей, чем один к одному. В соответствии с традиционным анализом, государственные закупки вытесняют инвестиции, следовательно, капитал начинает снижаться, а ставка процента – расти. Однако этот подход предполагает, что при выборе экономических стратегий домашние хозяйства пользуются механическими правилами и не осуществляют межвременной оптимизации.

Более сложный случай для анализа – непредвиденное увеличение  $G$ ; при этом домашним хозяйствам в момент шока становится понятно, что увеличение является временным. Для простоты предположим, что момент, когда  $G$  вернется на прежний уровень, в момент шока становится достоверно известен. В этом случае  $c$  сократится

---

<sup>20</sup> Ввиду нашего предположения о том, что шок является неожиданным, скачкообразное изменение  $c$  не влечет за собой нарушения условий оптимизации домашних хозяйств. С учетом их представлений о будущей динамике, их начальное поведение является оптимальным; сокращение  $c$  – это оптимальная реакция на получение новой информации о том, что  $\rho$  уменьшилось.

на величину меньшую, чем увеличение  $G$ ,  $G_H - G_L$ . Чтобы это показать, заметим, что в противном случае потребление должно было бы скачкообразно измениться в момент, когда государственные закупки вернутся на прежний уровень  $G_L$ ; при этом предельная полезность уменьшилась бы скачком. Но поскольку возвращение  $G$  к уровню  $G_L$  является предвиденным, скачкообразное изменение предельной полезности также будет предвиденным, что не может быть оптимальным для домашних хозяйств.

На интервале времени, когда государственные закупки находятся на высоком уровне,  $\dot{k}$  находится из уравнения накопления капитала (2.39), в котором  $G = G_L$ . Уравнение Эйлера (2.23) определяет динамику  $c$  на всем прогнозируемом интервале, следовательно,  $c$  не может скачкообразно изменится, когда  $G$  возвращается к уровню  $G_L$ . Из этих фактов вытекает, что именно должно произойти в момент увеличения государственных закупок:  $c$  должно скачкообразно изменится до такого уровня, чтобы его последующая динамика, определяемая уравнением (2.39) при  $G = G_H$  (а также уравнением [2.23]), привела бы экономику на старую седловую траекторию ровно в тот момент, когда  $G$  вернется на начальный уровень. После этого экономика будет двигаться вдоль этой седловой траектории к старой траектории сбалансированного роста.<sup>21</sup>

Это показано на рисунке 2.9. Часть (а) данного рисунка соответствует случаю, когда увеличение  $G$  является достаточно длительным. При этом  $c$  сокращается лишь на немного меньшую величину, чем увеличение  $G$ . Однако когда приближается момент возвращения  $G$  к уровню  $G_L$ , домашние хозяйства, ожидая падение  $G$ , увеличивают потребление за счет сокращения капитала.

Зная динамику  $k$ , из соотношения  $r = f'(k)$  мы можем определить динамику  $r$ . Процент  $r$  постепенно растет, пока государственные закупки находятся на высоком уровне, а затем медленно возвращается на прежний уровень. Это показано в части (б) рисунка 2.9; момент увеличения  $G$  обозначен  $t_0$ , а момент его сокращения –  $t_1$ .

В части (с) этого рисунка показан случай краткосрочного увеличения  $G$ . В этом случае домашние хозяйства лишь незначительно снижают потребление, предпочитая заплатить практически все дополнительные налоги из накопленного богатства. Ввиду того, что этот шок длится лишь ограниченный период времени, воздействие на капитал

---

<sup>21</sup> Более формальное введение в анализ систем дифференциальных уравнений (таких, как [2.25]-[2.26]) содержится в Simon и Blume (1994, глава 25)

и на ставку процента относительно невелико.

И вновь, предположив, что домашние хозяйства способны к прогнозированию, мы пришли к пониманию, которого никогда не смогли бы достичь, используя традиционную гипотезу о зависимости потребления лишь от текущего располагаемого дохода. При традиционном подходе продолжительность изменения государственных расходов не играет никакой роли. Однако гипотеза о том, что домашние хозяйства не думают о будущем и не принимают в расчет вероятную динамику государственных закупок и налогов, кажется неправдоподобной.

### **Эмпирическое приложение: войны и реальная ставка процента**

Проведенный анализ показывает, что временное увеличение государственных закупок приводит к росту ставки процента, в то время как перманентное увеличение не оказывает на нее влияния. Действительно, когда государственные закупки оказываются высокими лишь временно, домашние хозяйства ожидают увеличения потребления в будущем. Чтобы домашние хозяйства согласились иметь меньшее потребление сейчас, чем в будущем, реальная ставка процента должна быть высокой. Однако когда государственные расходы перманентно высоки, потребление домашних хозяйств находится на низком уровне, причем ожидается, что оно останется таковым и в будущем. Следовательно, не требуется увеличения реальной ставки процента, чтобы домашние хозяйства согласились иметь низкое текущее потребление.

Естественным примером периода относительно высоких государственных расходов является война. Из наших рассуждений следует, что реальная ставка процента должна быть высокой в периоды войн. Барро (1987) проверил эту гипотезу на основе данных о военных расходах и ставке процента в Англии с 1729 по 1918 год. Основное затруднение, с которым он столкнулся, заключается в том, что вместо данных о краткосрочной реальной ставке процента, в наличии оказались лишь данные о долгосрочной номинальной ставке процента. Долгосрочная реальная ставка процента, должна, грубо говоря, совпадать со взвешенным средним краткосрочных ожидаемых ставок процента.<sup>22</sup> Поскольку наш анализ предсказывает повышение ожидаемой краткосрочной ставки процента на достаточно длительном интервале времени при

---

<sup>22</sup> Начальная точка  $(k, c)$  оптимальной траектории, конечно же, не может лежать на прямой ВВ. Как мы показали в разделе 2.3, если это происходит, то либо  $k$  в конечном счете становится отрицательным, либо домашнее хозяйство накапливает бесконечно большое богатство.

временном увеличении государственных закупок, он также предсказывает и увеличение долгосрочной ставки процента. Аналогично, поскольку анализ предсказывает, что перманентное увеличение государственных закупок не окажет влияния на краткосрочную ставку процента, он также предсказывает отсутствие влияния и на долгосрочную ставку. Кроме того, номинальная ставка процента – это реальная за вычетом инфляции; следовательно, номинальная ставка процента должна быть скорректирована на ожидаемую инфляцию. Однако Барро не нашел подтверждений систематических изменений ожидаемой инфляции в рассматриваемый период времени; таким образом, данные, как минимум, не противоречат точке зрения, что изменения номинальной ставки процента отражают динамику реальной ставки процента.

На рисунке 2.10 представлена доля военных расходов Англии в ВВП (по отношению к среднему значению во всей выборке) и долгосрочная ставка процента. Пики государственных закупок соответствуют войнам. Так, пик в окрестности 1760 года соответствует Семилетней Войне, а пик в окрестности 1870 года – Американской Революции. Как видно из рисунка, ставка процента действительно растет в периоды временно высоких государственных закупок.

Для того, чтобы подвергнуть этот вывод формальной проверке, из данных о военных закупках Барро выделил временную составляющую. При взгляде на рисунок не кажется удивительным, что оценка временной составляющей не сильно отличается от исходных данных.<sup>23</sup> После этого Барро строит регрессию долгосрочной ставки процента на

<sup>23</sup> Предложенный анализ может быть использован для поиска траектории  $\tilde{k}$  и  $\tilde{c}$ , заданной (2.29) и (2.30), даже если начальное значение  $(\tilde{k}, \tilde{c})$  не находится на прямых АА или ВВ. (Этого не может произойти в равновесии, см. сноска 18). Рассмотрим точку  $(\tilde{k} - k^*, \tilde{c} - c^*)$ , которая может быть записана как сумма двух точек на прямых АА и ВВ. Именно, предположим, что мы можем найти  $\tilde{k}(a)$  и  $\tilde{k}(b)$ , такие, что

$$\begin{aligned}\tilde{k}(0)\tilde{c}(0) &= \left(\tilde{k}_a, \frac{f''(k^*)c^*\tilde{k}_a}{\theta\mu_1}\right) + \left(\tilde{k}_b, \frac{f''(k^*)c^*\tilde{k}_b}{\theta\mu_2}\right) \\ &= (\tilde{k}_a, \tilde{c}_a) + (\tilde{k}_b, \tilde{c}_b)\end{aligned}$$

Первая точка в правой части находится на прямой АА, а вторая – на прямой ВВ (см. [2.33]). Из того факта, что  $(\tilde{k}(0), \tilde{c}(0))$  – это сумма  $(\tilde{k}_a, \tilde{c}_a)$  и  $(\tilde{k}_b, \tilde{c}_b)$ , а также из того, что соотношения (2.29) и (2.30) являются линейными, следует, что траектория экономики, стартующей из точки  $(\tilde{k}(0), \tilde{c}(0))$ , равна

полученную оценку временных военных расходов. Ввиду автокорреляции остатков, он использовал коррекцию автокорреляции первого порядка. Были получены следующие результаты:

$$R_t = 3,54 + 2,6\tilde{G}_t, \lambda = 0,91 \\ (0,27) (0,7) \quad (0,03) \quad (2.41)$$

(Запятая не на месте. Пропущены формулы!- В.П.)

где  $R_t$  это долгосрочная номинальная ставка процента,  $\tilde{G}_t$  - оценка временной составляющей доли военных расходов в ВВП,  $\lambda$  – параметр авторегрессии остатков первого порядка, а числа в скобках показывают стандартные ошибки. Следовательно, имеется статистически значимая зависимость между временными военными расходами и ставкой процента. Результаты оказываются даже более значимыми, если исключить Первую Мировую Войну: если использовать данные лишь до 1914 года, то коэффициент перед  $\tilde{G}_t$  увеличивается до 6,1 (при стандартной ошибке 1,3). Барро считает, что сравнительно невысокий рост ставок процента при гигантском увеличении военных расходов в период Первой Мировой Войны мог быть обусловлен государственным контролем цен, а также использованием множества нерыночных механизмов распределения ресурсов. Если это так, то результаты более короткой выборки дают лучшие представления о влиянии государственных закупок на ставку процента в рыночной экономике.

Таким образом, данные по Великобритании подтверждают предсказания теории. Тем не менее, успех данной теории не является универсальным. Так, в Соединенных Штатах реальная ставка процента если как-то и реагирует на войны, то скорее снижением, а не ростом (Барро, 1993, стр 321-322). Причины таких аномалий пока до конца не выяснены. Следовательно, предложенная теория не дает исчерпывающего ответа на вопрос, как реальная ставка процента реагирует на изменение государственных закупок.

## Часть В. Модель Даймонда

### 2.8 Предположения

В данной главе мы рассмотрим модель с перекрывающимися поколениями Даймонда. Основное отличие модели Даймонда от модели Рамсея-Касса-Купманса состоит в постоянном обновлении населения: вместо предположения о фиксированном количестве бесконечно живущих домашних хозяйств в экономике постоянно рождаются новые экономические агенты и умирают старые.

В данном случае нам проще провести анализ в дискретном времени, а не в непрерывном; таким образом, переменные в модели определены в моменты  $t = 0, 1, 2, \dots$ , а не для любого значения  $t \geq 0$ . Чтобы еще более упростить модель, предположим, что каждый агент живет только два периода. Это стандартное предположение в моделях с перекрывающимися поколениями; при этом предположение о дискретности времени и двухпериодной жизни не влияет на основные результаты.

Пусть  $L_t$  агентов рождается в период  $t$ . Население, как и ранее, растет с темпом  $n$ ; следовательно,  $L_t = (1+n)L_{t-1}$ . Каждый индивид живет два периода, поэтому в момент  $t$  численность живущих в первом периоде своей жизни составляет  $L_t$ , а численность живущих во втором периоде  $L_{t-1} = L_t/(1+n)$ . Каждый индивид в молодом возрасте предлагает одну единицу труда, а полученный доход разделяет между потребление в первом периоде и сбережениями. Во втором периоде своей жизни индивид проедает свое богатство процент.

Обозначим  $C_{1t}$  и  $C_{2t}$  потребление в периоде  $t$ , соответственно, молодых и пожилых индивидов. Полезность индивида, рожденного в момент  $t$ , обозначается через  $U_t$ , зависит от  $C_{1t}$  и  $C_{2t+1}$ . Мы по-прежнему предполагаем постоянную относительную несклонность к риску:

$$U_t = \frac{C_{1t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho} \frac{C_{2t+1}^{1-\theta}}{1-\theta}, \quad \theta > 0, \quad \rho > -1. \quad (2.42)$$

Как и ранее, выбранная функциональная форма необходима для существования траектории сбалансированного роста. Поскольку продолжительность жизни конечна, для ограниченности интегральной функции полезности нам более не требуется предположение  $\rho > n + (1-\theta)g$ . Если  $\rho > 0$ , то индивиды придают большее значение потреблению в первом периоде, чем потреблению во втором; если  $\rho < 0$ , то наоборот.

Неравенство  $\rho > -1$  гарантирует, что вес потребления во втором периоде положителен.

Производство описывается прежним набором предположений. В экономике существует множество фирм, каждая из которых обладает производственной функцией  $Y_t = F(K_t, A_t L_t)$ . Функция  $F(\bullet)$  обладает постоянной отдачей от масштаба и удовлетворяет условиям Инады. Параметр технического прогресса  $A$ , как и раньше, растет с экзогенно заданным темпом  $g$  (следовательно,  $A_t = [1 + g]A_{t-1}$ ). Рынки являются совершенно конкурентными, поэтому капитал и труд оплачиваются в соответствии с их предельными продуктами, а прибыль фирм равна нулю. Как и в первом разделе данной главы, амортизация равна нулю. Следовательно, реальная ставка процента и заработка плата на единицу эффективного труда задаются равенствами  $r_t = f'(k_t)$  и  $w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$ . Начальный запас капитала  $K_0$  равномерно распределен между всеми пожилыми индивидами.

Таким образом, капитал, которым владеют пожилые индивиды, и труд, которым владеют молодые, соединяются и производят выпуск. Оплата капитала и труда происходит в соответствии с их предельными продуктами. Пожилые потребляют доход от капитала и все накопленное богатство; после этого они умирают и выходят из модели. Молодые делят свой доход  $w_t A_t$  между потреблением и сбережениями. Они переносят накопленное богатство в следующий период; следовательно, в периоде  $t+1$  запас капитала  $K_{t+1}$  равен численности молодых в периоде  $t$ ,  $L_t$ , умноженной на индивидуальные сбережения каждого молодого  $w_t A_t - C_{lt}$ . Этот капитал соединяется с трудом следующего поколения молодых, и процесс продолжается.

## 2.9. Поведение домашних хозяйств

Потребление во втором периоде жизни индивида, рожденного в периоде  $t$ , можно записать в виде

$$C_{2t+1} = (1 + r_{t+1})w_t A_t - C_{lt}. \quad (2.43)$$

Разделив данное уравнение на  $1 + r_{t+1}$  и перенеся  $C_{lt}$  в левую часть, получаем:

$$C_{lt} + \frac{1}{1 + r_{t+1}} C_{2t+1} = A_t w_t. \quad (2.44)$$

Данное условие требует, чтобы приведенная стоимость потребления на протяжении жизни равнялась бы начальному богатству (равному нулю) плюс приведенная стоимость доходов (которая равна  $A_t w_t$ ).

Домашнее хозяйство максимизирует полезность (2.42) при условии выполнения бюджетного ограничения (2.44). Рассмотрим два способа решения задачи максимизации. Первый способ – повторить ход рассуждений, который мы использовали для вывода уравнения Эйлера в модели Рамсея (см. соотношения [2.21]-[2.22]). Ввиду того, что модель Даймонда формулируется в дискретном времени, вывод уравнения Эйлера оказывается значительно проще, чем в модели Рамсея. Предположим, что индивид сокращает  $C_{1t}$  на бесконечно малую величину  $\Delta C$ , а затем использует дополнительные сбережения и дополнительный доход от капитала для увеличения потребления во втором периоде  $C_{2t+1}$  на величину  $(1+r_{t+1})\Delta C$ . Это не влияет на приведенную стоимость потребления индивида. А раз так, то при условии оптимальности поведения домашнего хозяйства, результирующие выгоды и издержки должны уравновесить друг друга. Если издержки меньше выгод, то индивид может увеличить интегральную полезность за счет описанного изменения. А если издержки превышают выгоды, то индивид может увеличить полезность за счет прироста потребления в первом периоде и сокращения – во втором.

Предельный вклад  $C_{1t}$  и  $C_{2t+1}$  в интегральную полезность равен соответственно  $C_{1t}^{-\theta}$  и  $[1/(1+\rho)]C_{2t+1}^{-\theta}$ . Следовательно, если  $\Delta C$  стремится к нулю, то падение полезности стремится к  $C_{1t}^{-\theta}\Delta C$ , а выигрыш в полезности – к  $[1/(1+\rho)]C_{2t+1}^{-\theta}(1+r_{t+1})\Delta C$ . Как было только что указано, если индивидуум принял оптимальное решение, то эти выражения должны быть равны между собой. Таким образом, условие оптимизации требует выполнения следующего соотношения:

$$C_{1t}^{-\theta}\Delta C = \frac{1}{1+\rho}C_{2t+1}^{-\theta}(1+r_{t+1})\Delta C. \quad (2.45)$$

Сокращая на  $\Delta C$ , и умножая на  $C_{2t+1}^\theta$ , получаем

$$\frac{C_{2t+1}^\theta}{C_{1t}^\theta} = \frac{1+r_{t+1}}{1+\rho}, \quad (2.46)$$

или

$$\frac{C_{2t+1}}{C_{1t}} = \left( \frac{1+r_{t+1}}{1+\rho} \right)^{1/\theta}. \quad (2.47)$$

Это условие и бюджетное ограничение описывают поведение домашнего хозяйства.

Уравнение (2.47) является аналогом уравнения Эйлера (2.20) в модели Рамсея. Из него следует, что в зависимости от того, будет ли реальная ставка процента больше или

меньше нормы дисконта полезности, потребление индивида будет увеличиваться или снижаться во времени. Как и раньше,  $\theta$  определяет, насколько сильно варьируется потребление в результате изменения разности параметров  $r$  и  $\rho$ .

Второй способ решения данной задачи предполагает использование Лагранжиана:

$$L = \frac{C_{1t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho} \frac{C_{2t+1}^{1-\theta}}{1-\theta} + \lambda \left[ A_t w_t - \left( C_{1t} + \frac{1}{1+r_{t+1}} C_{2t+1} \right) \right]. \quad (2.48)$$

(*L должна отличаться от труда! См. также ранее.- В.П.*)

Условия первого порядка для  $C_{1t}$  и  $C_{2t+1}$  записываются в виде

$$C_{1t}^{-\theta} = \lambda, \quad (2.49)$$

$$\frac{1}{1+\rho} C_{2t+1}^{-\theta} = \frac{1}{1+r_{t+1}} \lambda. \quad (2.50)$$

Подставив первое равенство во второе, получаем:

$$\frac{1}{1+\rho} C_{2t+1}^{-\theta} = \frac{1}{1+r_{t+1}} C_{1t}^{-\theta}. \quad (2.51)$$

Путем простых преобразований данное уравнение сводится к (2.47). Как и раньше, это условие вместе с бюджетным ограничением описывают поведение, максимизирующее полезность.

Мы можем использовать уравнение Эйлера и бюджетное ограничение для того, чтобы записать  $C_{1t}$  через трудовой доход и реальную ставку процента. Именно, умножив равенство (2.47) на  $C_{1t}$ , и подставив результат в бюджетное ограничение, получаем:

$$C_{1t} + \frac{(1+r_{t+1})^{(1-\theta)/\theta}}{(1+\rho)^{\theta/\theta}} C_{1t} = A_t w_t. \quad (2.52)$$

Отсюда находим:

$$C_{1t} = \frac{(1+\rho)^{\theta/\theta}}{(1+\rho)^{\theta/\theta} + (1+r_{t+1})^{(1-\theta)/\theta}} A_t w_t. \quad (2.53)$$

Уравнение (2.53) показывает, что реальная ставка процента определяет дохода, которую домашнее хозяйство потребляет в первом периоде. Пусть  $s(r)$  – доля сбереженного дохода. Из уравнения (2.53) получаем:

$$s(r) = \frac{(1+r_{t+1})^{(1-\theta)/\theta}}{(1+\rho)^{\theta/\theta} + (1+r_{t+1})^{(1-\theta)/\theta}}. \quad (2.54)$$

Поэтому уравнение (2.53) может быть переписано в виде:

$$C_{t+1} = [1 - s(r_{t+1})]A_t w_t . \quad (2.55)$$

Из уравнения (2.54) следует, что сбережения молодого индивида возрастают с ростом  $r$ , только если  $(1+r)^{(1-\theta)/\theta}$  возрастает с ростом  $r$ . Производная  $(1+r)^{(1-\theta)/\theta}$  по  $r$  имеет вид  $[(1-\theta)/\theta](1+r)^{(1-2\theta)/\theta}$ . Следовательно,  $s$  возрастает по  $r$ , если  $\theta$  меньше единицы, и убывает, если  $\theta$  больше единицы. Неоднозначность влияния роста  $r$  на норму сбережения объясняется наличием двух эффектов: эффекта дохода и эффекта замещения. С одной стороны, выбирая между потреблением в первом и во втором периоде, индивид становится более склонным к потреблению во втором периоде и увеличивает сбережения (эффект замещения); с другой стороны, из бюджетного ограничения следует, что при неизменном потреблении первого периода потребление во втором- возрастает, следовательно, индивид стремится перенести часть потребления в первый период, и сокращает сбережения (эффект дохода). В случае, когда индивид склонен к межвременному замещению потребления с целью извлечь выгоду от увеличения ставки процента (т.е., если  $\theta$  мало), доминирует эффект замещения. Когда индивиды предпочитают иметь примерно одинаковое потребление в двух периодах (т.е., когда  $\theta$  велико), доминирует эффект дохода. В случае  $\theta=1$  (логарифмическая полезность) эффекты в точности компенсируют друг друга, и  $r$  не оказывает влияния на норму сбережений.

## 2.10 Динамика экономики

### Уравнение динамики капитала $k$

Как и в модели с бесконечным горизонтом планирования, мы можем агрегировать поведение отдельных индивидов, чтобы описать динамику экономики в целом. Как отмечалось выше, запас капитала в периоде  $t+1$  равен объему сбережений, сделанных молодыми индивидами в период  $t$ . Следовательно,

$$K_{t+1} = s(r_{t+1})L_t A_t w_t . \quad (2.56)$$

Заметим, что поскольку сбережения в период  $t$  зависят от трудового дохода  $w$  в период  $t$  и ожидаемой отдачи от капитала  $r$  в следующем периоде  $t+1$ , то в выражение запаса капитала в периоде  $t+1$  входит трудовой доход  $w$  в период  $t$  и ожидаемая отдача от капитала  $r$  в периоде  $t+1$ .

Разделив (2.56) на  $L_{t+1}A_{t+1}$ , получаем уравнение для капитала на единицу эффективного труда  $K_{t+1}/(A_{t+1}L_{t+1})$ :

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s(r_{t+1}) w_t. \quad (2.57)$$

Подставив вместо  $r_{t+1}$  и  $w_t$  их выражения через  $k_{t+1}, k_t$ , получаем:

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s(f'(k_{t+1})) [f(k_t) - k_t f'(k_t)]. \quad (2.58)$$

### Динамика $k$

(Вставить формулы на уровне строки!- В.П.)

Уравнение (2.58) неявным образом задает  $k_{t+1}$  как функцию от  $k_t$  (оно задает лишь неявным образом, так как  $k_{t+1}$  появляется и в левой, и в правой части уравнения [2.58]).

Следовательно, это уравнение задает динамику  $k$  для любого заданного начального значения. Значение  $k_t$ , при котором  $k_{t+1} = k_t$  удовлетворяет условию (2.58), является равновесным значением  $k$ : однажды достигнув этого значения,  $k$  остается на том же уровне. Мы хотим определить, существует ли равновесное значение (или значения)  $k$ , и если да, сходится ли  $k$  к этому значению в ситуации, когда начальное значение  $k$  не является равновесным.

Чтобы ответить на эти вопросы, следует описать, как  $k_{t+1}$  зависит от  $k_t$ . К сожалению, в общем случае мы можем сказать очень мало. Поэтому мы начнем со случая логарифмической функции полезности и производственной функции Кобба-Дугласа. При этих предположениях уравнение (2.58) принимает относительно простую форму. Затем мы кратко обсудим, что произойдет, если мы ослабим эти предположения.

### Логарифмическая полезность и производство Кобба-Дугласа

Когда  $\theta$  равно единице, доля сберегаемого дохода составляет  $1/(2+\rho)$  (см. уравнение [2.54]). Для производственной функции Кобба-Дугласа,  $f(k)$  равно  $k^\alpha$ , а  $w$  равно  $(1-\alpha)k^\alpha$ . Уравнение (2.58) принимает следующий вид:

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \frac{1}{2+\rho} (1-\alpha) k_t^\alpha. \quad (2.59)$$

На рисунке 2.11, значение  $k_{t+1}$  представлено как функция от  $k_t$ . В точке, где функция  $k_{t+1}$  пересекает линию  $45^\circ$ ,  $k_{t+1}$  равняется  $k_t$ . В рассматриваемом нами

частном случае,  $k_{t+1}$  равно  $k_t$  в точке  $k_t = 0$ . Затем эта функция возрастает и остается больше  $k_t$ , пока  $k_t$  маленько. После этого ее график пересекает прямую с наклоном  $45^\circ$ , и оказывается ниже этой прямой. Существует единственное равновесное значение  $k$  (кроме  $k=0$ ), которое обозначено через  $k^*$ .

Точка  $k^*$  является глобально устойчивой: если траектория  $k$  начинается с любой точки (кроме точки 0),  $k$  в конечном итоге сходится к  $k^*$ . Предположим, например, что начальное значение  $k$ , равное  $k_0$ , превышает  $k^*$ . Поскольку  $k_{t+1}$  меньше  $k_t$  на участке, где  $k_t$  больше  $k^*$ , следует, что  $k_1$  оказывается меньше  $k_0$ . Кроме того, поскольку  $k_0$  превышает  $k^*$ , а  $k_{t+1}$  возрастает с ростом  $k_t$ , значение  $k_1$  оказывается больше  $k^*$ . Таким образом,  $k_1$  оказывается между  $k^*$  и  $k_0$ :  $k$  частично смещается к  $k^*$ . Это повторяется в каждом из последующих периодов, следовательно,  $k$  монотонно приближается к  $k^*$ . Аналогичный анализ можно провести, когда  $k_0$  меньше  $k^*$ .

### Рисунок 2.11. Динамика $k$

Эта динамика стрелками показана на рисунке 2.11. Для заданного значения  $k_0$ , значение функции  $k_{t+1}$ , отложенное по оси ординат, показывает значение  $k_1$ . Для того, чтобы найти  $k_2$ , сначала следует отложить значение  $k_1$  по оси абсцисс. Для этого используем тот факт, что абсцисса точки, лежащей на биссектрисе прямого угла, совпадает с ее ординатой. Теперь ордината графика функции  $k_{t+1}$  в точке  $k_1$  дает  $k_2$ , и так далее.

Свойства нашей экономики на траектории сбалансированного роста такие же, как и в модели Солоу или Рамсея: норма сбережений постоянна, выпуск на одного рабочего растет с темпом  $\mathcal{G}$ , отношение капитала к выпуску постоянно, и т.д.

Чтобы понять, как экономика реагирует на внешний шок, воспользуемся нашим обычным примером снижения нормы дисконта  $\rho$  в экономике, изначально находящейся на траектории сбалансированного роста. Снижение нормы дисконта стимулирует молодых сберегать большую долю их трудового дохода. Поэтому функция  $k_{t+1}$  сдвигается вверх. Это показано на рисунке 2.12. Сдвиг вверх функции  $k_{t+1}$  приводит к росту  $k^*$ , значения капитала  $k$  на траектории сбалансированного роста. Как видно из рисунка,  $k$  монотонно возрастает от старого до нового значения  $k^*$ .

## **Рисунок 2.12 Последствия снижения нормы дисконта.**

Таким образом, последствия снижения нормы дисконта в рассматриваемом нами случае модели Даймонда качественно такие же, как и в модели Рамсея-Касса-Купманса, и качественно такие же, как и последствия роста нормы сбережений в модели Солоу. Эти последствия сводятся к перманентному\* сдвигу вверх траекторий выпуска и капитала на одного рабочего, однако ведут лишь к временному увеличению темпов роста этих переменных.

### **Скорость сходимости**

Как и раньше, нас интересуют не только качественные, но и количественные выводы из модели. В частном случае, который мы рассматриваем, можно найти значения  $k$  и  $y$  на траектории сбалансированного роста. Уравнение (2.59) дает нам  $k_{t+1}$  как функцию от  $k_t$ . На траектории сбалансированного роста значения  $k_{t+1}$  и  $k_t$  равны. Следовательно,  $k^*$  задается уравнением

$$k^* = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \frac{1}{2+\rho} (1-\alpha) k^{*\alpha}. \quad (2.60)$$

Выражая из данного уравнения  $k^*$ , получаем

$$k^* = \left[ \frac{1-\alpha}{(1+n)(1+g)(2+\rho)} \right]^{1/(1-\alpha)}. \quad (2.61)$$

Зная, что  $y$  равно  $k^\alpha$ , находим

$$y^* = \left[ \frac{1-\alpha}{(1+n)(1+g)(2+\rho)} \right]^{\alpha/(1-\alpha)}. \quad (2.62)$$

Данная формула показывает, как параметры модели воздействуют на выпуск в расчете на единицу эффективного труда на траектории сбалансированного роста. При желании, мы могли бы задать значения этих параметров и получить колличественные предсказания долгосрочных последствий различных внешних шоков.<sup>1</sup>

(Учесть, что в тексте нумерация сносок - сквозная для обеих частей главы. Первая сноска = номер 25. – В.П.)

Мы можем также определить, насколько быстро экономика сходится к траектории сбалансированного роста. Для этого вместо уравнения динамики  $k$  (2.59), рассмотрим его аппроксимацию первого порядка в окрестности  $k = k^*$ . Мы знаем, что когда  $k_t$  равняется  $k^*$ , величина  $k_{t+1}$  также равняется  $k^*$ . Следовательно,

---

\* Здесь и далее «перманентное изменение»- изменение, в результате которого изменившийся параметр остается на новом уровне навсегда; противопоставляется «временному изменению». (Прим. науч. ред.).

$$k_{t+1} \equiv k^* + \left( \frac{dk_{t+1}}{dk_t} \Big|_{k_t=k^*} \right) (k_t - k^*). \quad (2.63)$$

Обозначим через  $\lambda$  производную  $dk_{t+1}/dk_t$  в точке  $k_t = k^*$ . Тогда уравнение (2.63) можно переписать в виде  $k_{t+1} - k^* \equiv \lambda(k_t - k^*)$ , откуда получаем:

$$k_t - k^* \equiv \lambda'(k_0 - k^*), \quad (2.64)$$

где  $k_0$  – это начальное значение  $k$ .

Сходимость к траектории сбалансированного роста определяется параметром  $\lambda$ . Если  $\lambda$  находится между 0 и 1, то экономика монотонно сходится к новой траектории сбалансированного роста. Если  $\lambda$  равно  $-1$ , то имеют место затухающие колебания в окрестности  $k^*$ :  $k$  скачет между значениями выше и ниже  $k^*$ , однако отклонение от  $k^*$  с каждым разом меньше. Если  $\lambda$  превышает 1, то система расходится. Наконец, если  $\lambda$  меньше  $-1$ , то возникают расходящиеся колебания.

Чтобы найти  $\lambda$ , вернемся к уравнению (2.59):  $k_{t+1} = (1-\alpha)k_t^\alpha / [(1+n)(1+g)(2+\rho)]$ .

Следовательно,

$$\begin{aligned} \lambda &\equiv \frac{dk_{t+1}}{dk_t} \Big|_{k_t=k^*} = \alpha \frac{1-\alpha}{(1+n)(1+g)(2+\rho)} k^{*\alpha-1} \\ &= \alpha \frac{1-\alpha}{(1+n)(1+g)(2+\rho)} \left[ \frac{1-\alpha}{(1+n)(1+g)(2+\rho)} \right]^{(\alpha-1)/(1-\alpha)} \\ &= \alpha \end{aligned} \quad (2.65)$$

Во второй строке мы использовали (2.61), чтобы выразить  $k^*$ . Таким образом, величина  $\lambda$  равна  $\alpha$ , доле дохода капитала в совокупном доходе.

Поскольку значение  $\alpha$  находится между 0 и 1, из проведенного анализа следует, что  $k$  монотонно сходится к  $k^*$ . Например, если  $\alpha$  составляет одну треть, то  $k$  проходит две трети пути к уровню  $k^*$  в каждом периоде.<sup>2</sup>

Скорость сходимости в модели Даймонда значительно отличается от скорости сходимости в модели Солоу (включая и дискретную версию модели Солоу, см. задачу 2.14). Причина в том, что, несмотря на постоянство доли, которую сберегают молодые от валового дохода, доля валового дохода, которую тратит пожилое население, не постоянна. Потребление пожилых, которое из-за отсутствия у них дохода можно рассматривать как отрицательные сбережения, составляет по отношению к выпуску

<sup>2</sup> Задавая параметры модели, следует помнить предположение о том, что каждый индивид живет лишь два периода. Поэтому  $n$  следует рассматривать как прирост населения за период, равный половине средней продолжительности жизни.

долю  $K_t/F(K_t, A_t L_t)$ , или  $k_t/f(k_t)$ . Ввиду убывающей отдачи от капитала, эта доля возрастает по  $k$ . Поскольку соответствующий член входит со знаком «минус» в валовые сбережения, норма совокупных сбережений в экономике отрицательно зависит от  $k$ . Поэтому эта норма оказывается выше своего значения на траектории сбалансированного роста при  $k < k^*$  и ниже - при  $k > k^*$ . За счет этого сходимость оказывается более быстрой, чем в модели Солоу.

### Общий случай

Ослабим ранее принятное предположение о логарифмической функции полезности и производственной функции Кобба-Дугласа. Несмотря на простоту модели, оказывается, что экономика может демонстрировать очень разнообразную динамику. Вместо проведения полного анализа, рассмотрим лишь наиболее интересные случаи.<sup>3</sup>

Чтобы понять, откуда берется разнообразие случаев, перепишем уравнение динамики в виде

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s(f'(k_{t+1})) \frac{f(k_t) - k_t f'(k_t)}{f(k_t)} f(k_t). \quad (2.66)$$

Уравнение (2.66) задает капиталовооруженность эффективного труда в периоде  $t+1$  как произведение четырех множителей. Перечислим их справа налево: выпуск на единицу эффективного труда в момент времени  $t$ , доля выпуска, которая идет на оплату труда, доля сбережений в доходе работников и отношение эффективного труда в периоде  $t$  к эффективному труду в периоде  $t+1$ .

На рисунке 2.13 представлены несколько вариантов более сложной зависимости  $k_{t+1}$  от  $k_t$ , нежели простой случай, представленный на рисунке 2.11. Рисунок 2.11(a) демонстрирует возможность нескольких равновесных значений  $k^*$ . В этом случае  $k_1^*$  и  $k_3^*$  являются устойчивыми: если начальное значение  $k$  находится относительно недалеко от этих точек, то экономика сходится к соответствующей точке. Точка  $k_2^*$  является неустойчивой (как и точка  $k=0$ ). Если начальное значение  $k$  немного ниже  $k_2^*$ , то  $k_{t+1}$  во всех последующих периодах будет меньше  $k_t$ , следовательно  $k$  будет стремиться к  $k_1^*$ . Если начальное значение  $k$  немного выше  $k_2^*$ , то экономика сходится к  $k_3^*$ .

**Рисунок 2.13 Различные случаи зависимости  $k_{t+1}$  от  $k_t$ .**

---

<sup>3</sup> Напомним, что каждый период соответствует половине средней продолжительности жизни.

Чтобы понять, откуда возникает возможность множества равновесий  $k^*$ , заметим, что капиталоемкость выпуска падает при увеличении  $k$  (предельный продукт труда сокращается с ростом  $k$ ). Поэтому, чтобы существовали два различных значения  $k^*$ , доля сбережений молодых в совокупном доходе должна быть больше при большем значении  $k^*$ . Если доли дохода труда в общем доходе и сбережений молодых в доходе труда постоянны, сбережения молодых составляют фиксированную долю выпуска, и множественное значение  $k^*$  невозможно. Это то, что происходит в случае производственной функции Кобба-Дугласа и логарифмической функции полезности. Однако в случае, когда доля дохода труда оказывается выше при более высоком значении  $k$  (т.е. когда функция  $f(\bullet)$  вогнута сильнее, чем в случае Кобба-Дугласа), либо если молодые сберегают большую часть своего дохода при более низкой ставке процента (это имеет место, когда  $\theta > 1$ ), или же когда имеет место одновременно и то, и другое, может быть несколько значений  $k$ , при которых сбережения в точности восстанавливают накопленный капитал.

Рисунок 2.11(b) представляет случай, в котором  $k_{t+1}$  все время меньше  $k_t$ , поэтому независимо от начального значения,  $k$  стремится к нулю. Чтобы такая ситуация имела место, необходимо либо чтобы либо доля дохода труда в общем доходе, либо сберегаемая доля трудового дохода, либо и то, и другое стремилось к нулю, когда  $k$  стремится к нулю.

На рисунке 2.11 (c) изображен случай, в котором  $k$  сходится к нулю, если его начальное значение достаточно мало, и к какому-то строго положительному значению, если его начальное значение достаточно велико. Именно, если  $k_0 < k_1^*$ , то  $k$  стремится к нулю, а если  $k_0 > k_1^*$ , то  $k$  стремится к  $k_2^*$ .

Наконец, на рисунке 2.11 (d) изображен случай, в котором  $k_{t+1}$  задается текущим значением  $k_t$  неоднозначно: если  $k_t$  находится между  $k_a$  и  $k_b$ , то существует три возможных значения  $k_{t+1}$ . Это может произойти в ситуации, когда сбережения отрицательно зависят от реальной ставки процента. Если с ростом  $r$  сбережения сокращаются, то сбережения оказываются высокими, когда индивиды ожидают высокое значение  $k_{t+1}$ , следовательно, низкое  $r$ , и низкими, когда индивиды ожидают низкое значение  $k_{t+1}$ . Если сбережения достаточно сильно реагируют на изменение  $r$ , а  $r$  достаточно сильно реагирует на изменение  $k$ , то может существовать более чем одно

значение  $k_{t+1}$ , согласующееся с текущим значением  $k_t$ . Таким образом, траектория развития экономики не определена: уравнение (2.58) (или [2.66]) не однозначно задает динамику  $k$  во времени. Это открывает возможность того, что *самосбывающиеся предсказания и солнечные пятна* могут воздействовать на динамику экономики, а экономике могут быть свойственны колебания даже тогда, когда какие-либо внешние возмущения отсутствуют. В зависимости от сделанных предположений, мы можем получить различную динамику.<sup>4</sup>

Таким образом, введение в анализ предположения о перекрывающихся поколениях вместо предположения о бесконечно живущих домашних хозяйствах потенциально имеет значимые выводы для экономической динамики: устойчивый рост может оказаться невозможным, либо зависеть от начальных условий.

В то же время, данная модель не позволяет дать лучшие ответы на фундаментальные вопросы роста, чем модели Солоу или Рамсея. Из условий Инады следует, что  $k_{t+1}$  должно быть меньше  $k_t$ , когда  $k_t$  достаточно велико. Именно, поскольку сбережения молодого поколения не могут превысить совокупный выпуск,  $k_{t+1}$  не может превышать  $f(k_t)/[(1+n)(1+g)]$ . А так как предельный продукт капитала стремится к нулю, когда  $k$  достаточно велико, сбережения должны в какой-то момент оказаться ниже  $k_t$ . Поскольку  $k_{t+1}$ , в конце концов, становится ниже  $k_t$ , неограниченный рост  $k$  оказывается невозможным. Следовательно, рост эффективности труда по-прежнему остается единственным источником роста выпуска в расчете на одного работника в долгосрочной перспективе. Ввиду возможности нескольких равновесий  $k^*$ , различные экономики могут стремиться к различным траекториям сбалансированного роста лишь потому, что имеют различные начальные условия. Однако, как и в моделях Солоу и Рамсея, значительные различия в выпуске на душу населения могут быть объяснены лишь неправдоподобно большими различиями в капиталовооруженности труда и ставках процента.

## 2.11 Возможность динамической неэффективности

Одно из важных различий между выводами модели Даймонда и модели Рамсея-Касса-Купманса касается анализа благосостояния. Мы показали, что равновесие в модели

<sup>4</sup> В работе Galor and Ryder (1989) содержится более детальный анализ некоторых вопросов, которых мы здесь лишь касаемся.

Рамсея-Касса-Купманса максимизирует благосостояние репрезентативного домашнего хозяйства. В модели Даймонда, индивиды, рожденные в различные периоды, достигают различного уровня полезности, поэтому сложно подобрать подходящий критерий оценки общественного благосостояния. Если мы определим общественное благосостояние как взвешенную сумму полезностей различных поколений, нет причин ожидать, что децентрализованное равновесие максимизирует общественное благосостояние, так как выбор весов для различных поколений произволен.

Минимальным критерием эффективности равновесия является эффективность по Паретто. Оказывается, что равновесие в модели Даймонда может не удовлетворять даже и такому требованию. Например, запас капитала на траектории сбалансированного роста может превышать запас, соответствующий золотому правилу, следовательно, возможно перманентное увеличение потребления.

Для того, чтобы максимально просто продемонстрировать эту возможность, предположим, что функция полезности является логарифмической, производственная функция имеет вид Кобба-Дугласа, а темп технического прогресса  $g$  равен нулю. При  $g = 0$  уравнение (2.61), определяющее  $k$  на траектории сбалансированного роста, принимает следующий вид:

$$k^* = \left[ \frac{1}{1+n} \frac{1}{2+\rho} (1-\alpha) \right]^{1/(1-\alpha)}. \quad (2.67)$$

Предельный продукт капитала на траектории сбалансированного роста, равный  $\alpha k^{*\alpha-1}$ , может быть вычислен по формуле:

$$f'(k^*) = \frac{\alpha}{1-\alpha} (1+n)(2+\rho). \quad (2.68)$$

Запас капитала, соответствующий золотому правилу, задается равенством  $f'(k_{GR}) = n$ . Однако  $f'(k^*)$  может быть как больше, так и меньше  $f'(k_{GR})$ . В частности, для достаточно низких значений  $\alpha$  значение  $f'(k^*)$  окажется меньше  $f'(k_{GR})$ , следовательно, запас капитала, соответствующий траектории сбалансированного роста, будет превышать запас, соответствующий золотому правилу.

Чтобы понять, почему неэффективен капитал  $k^*$ , превышающий  $k_{GR}$ , предположим, что в модели Даймонда в состоянии  $k^* > k_{GR}$  появляется плановик, стремящийся увеличить благосостояние потребителей. Если плановик ничего не предпринимает для изменения  $k$ , то для потребления на единицу эффективного труда остается выпуск

$f(k^*)$  за вычетом инвестиций  $nk^*$ , необходимых для поддержания  $k$  на уровне  $k^*$ .

Это показано крестиками на рисунке 2.14. Теперь предположим, что в некотором периоде  $t_0$  плановик выделяет больше ресурсов для потребления и меньше - для инвестиций, чем обычно, причем так, чтобы капиталовооруженность эффективного труда в следующем периоде составила  $k_{GR}$ . В дальнейшем  $k$  остается на уровне  $k_{GR}$ . В этом случае объем ресурсов в расчете на единицу эффективного труда, доступных для потребления в периоде  $t_0$ , составит  $f(k^*) + (k^* - k_{GR}) - nk_{GR}$ . В каждом последующем периоде выпуск на единицу эффективного труда, идущий на потребление, составит  $f(k_{GR}) - nk_{GR}$ . Поскольку  $k_{GR}$  максимизирует  $f(k) - nk$ , величина  $f(k_{GR}) - nk_{GR}$  превышает  $f(k^*) - nk^*$ . А поскольку  $k^*$  больше  $k_{GR}$ , величина  $f(k^*) + (k^* - k_{GR}) - nk_{GR}$  оказывается даже больше, чем  $f(k_{GR}) - nk_{GR}$ . Траектория потребления, соответствующая данной политике, показана кружками на рисунке 2.14. Как видно из рисунка, при данной политике в каждом периоде выделяется больше ресурсов для потребления, чем при политике поддержания  $k$  на более высоком уровне  $k^*$ . Следовательно, плановик имеет возможность перераспределить ресурсы между молодыми и пожилыми индивидами в каждом периоде таким образом, чтобы каждое поколение от этого выиграло.

**Рисунок 2.14 Изменение траектории потребления в расчете на одного работника при снижении  $k$  до уровня, соответствующего золотому правилу**

**Перевод рисунка**

Легенда:  $\times$  поддержание  $k$  на уровне  $k^* > k_{GR}$

$\otimes$  снижение  $k$  до уровня  $k_{GR}$  в периоде  $t_0$

По вертикальной оси: совокупное потребление на одного работника

Таким образом, равновесие в модели Даймонда может быть неэффективным по Парето. Это может показаться странным: рынки конкурентны, внешние эффекты отсутствуют, почему же тогда не верен стандартный результат об эффективности равновесий по Парето? Объяснение заключается в том, что этот стандартный результат предполагает не только конкуренцию и отсутствие внешних эффектов, но и конечное число экономических агентов. В данном случае возможность неэффективности в модели Даймонда возникает потому, что бесконечное число поколений позволяет плановику увеличить потребление пожилых, чего рынок сделать не может. Если индивиды в

рыночной экономике хотят потреблять в пожилом возрасте, единственной их возможностью является накопление капитала, даже если ставка процента очень низка. Однако плановик не обязан связывать потребление пожилых с запасом капитала и ставкой процента. Он может перераспределять ресурсы, доступные для потребления, между молодыми и пожилыми по своему собственному усмотрению. Плановик может, например, перераспределить единицу трудового дохода от молодых к пожилым; поскольку на каждого пожилого индивида приходится  $1+n$  молодых, это увеличит потребление каждого пожилого на  $1+n$ . Чтобы не ухудшить благосостояние ни одного индивида, плановик может повторить это действие в каждом последующем периоде. Если предельная производительность капитала меньше  $n$ , т.е. если запас капитала превышает запас, соответствующий золотому правилу, этот способ перераспределения ресурсов оказывается более эффективным, чем сбережения, следовательно, плановик может улучшить децентрализованное распределение ресурсов.

Ввиду того, что этот вид неэффективности отличается от обычных видов неэффективности, а также ввиду того, что он возникает из временной структуры экономики, он носит название *динамической неэффективности*.<sup>5</sup>

### **Эмпирическое приложение: являются ли современные экономические системы динамически эффективными?**

Модель Даймонда показывает, что в децентрализованной экономике возможно накопление капитала выше уровня, соответствующего золотому правилу; равновесие в данном случае является неэффективным по Парето. В фактически существующих экономических системах накопление капитала не контролируется социальным плановиком, следовательно, они потенциально могут быть динамически неэффективными. Если бы они действительно являлись динамически неэффективными, нужно было бы сделать очень важный вывод для макроэкономической политики: следовало бы отбросить обычные сожаления по поводу низкой нормы сбережений и, напротив, добиваться ее сокращения, что привело бы к росту как текущего, так и будущего потребления.

На первый взгляд, динамическая неэффективность является серьёзной проблемой как для Соединенных Штатов, так и для других развитых экономик. Траектория сбалансированного роста является динамически неэффективной, если реальная ставка процента,  $f'(k^*) - \delta$  меньше темпов экономического роста. Простейшую оценку реальной ставки процента дает средняя реальная ставка процента по краткосрочным

<sup>5</sup> Эти вопросы кратко обсуждаются в разделе 6.11.

государственным облигациям. На протяжении последних 50 лет эта ставка процента в Соединенных Штатах составляла в среднем несколько десятых процента; это значительно меньше среднего роста экономики, который составляет 3 процента. Аналогичная ситуация наблюдается и в других индустриально развитых странах. Таким образом, реальная ставка процента оказалась ниже ставки, соответствующей золотому правилу. Это заставляет предположить, что в данных экономиках произошло перенакопление капитала.

Однако это рассуждение не является безупречным. В случае отсутствия рисков все ставки процента должны быть одинаковыми и нет сомнения относительно того, что считать «реальной ставкой процента». Однако при наличии неопределенности различные активы могут обладать различными ожидаемыми нормами отдачи. Предположим, например, что мы анализируем динамическую эффективность, исходя из оценки предельной производительности капитала за вычетом амортизации, а не отдачи на безрисковый актив. Если оплата капитала производится в соответствии с его предельным продуктом, предельный продукт может быть оценен как отношение общего дохода капитала за вычетом амортизации к запасу капитала. В Соединенных Штатах, это соотношение составляет примерно 10%, что значительно превышает темпы экономического роста. Следовательно, на основании этого подхода мы приходим к заключению, что экономика Соединенных Штатов динамически эффективна. Наша простая теоретическая модель, в которой предельный продукт капитала равен безрисковой ставке процента, не дает возможности сделать заключение о том, какой из двух противоречивых результатов является верным.

Эбель, Мэнкью, Саммерс и Зекхаузер (см. Abel, Mankiw, Summers and Zeckhauser, 1989) предложили способ анализа динамической эффективности в условиях неопределенности. Их основной теоретический результат заключается в том, что при наличии неопределенности условием динамической эффективности является превышение чистого дохода капитала над инвестициями. На траектории сбалансированного роста при отсутствии неопределенности это условие эквивалентно стандартному соотношению между реальной ставкой процента и темпом экономического роста. В данном случае чистый доход капитала равен реальной ставке процента, умноженной на запас капитала, а инвестиции равны темпу экономического роста на запас капитала. Таким образом, доход капитала превышает инвестиции тогда и только тогда, когда реальная ставка процента превышает темпы экономического роста.

Однако Эбель и др. показали, что в условиях неопределенности эти два условия уже не эквивалентны, и что именно сопоставление дохода капитала и инвестиций является корректным способом установить или отвергнуть динамическую эффективность экономики. Это понятно и интуитивно: сектор капитальных благ, производящий больше ресурсов, чем он тратит на инвестиции, позволяет увеличить потребление, а сектор, использующий больше ресурсов, чем производит, сокращает потребление.

Главный эмпирический результат Эбеля и др. состоит в том, что условие динамической эффективности, скорей всего, выполняется на практике. Они оценили доход капитала как национальный доход за вычетом оплаты труда и части дохода индивидуальных предпринимателей, которая, как представляется, отражает оплату труда;<sup>6</sup> данные об инвестициях взяты из системы национальных счетов. Они обнаружили, что доход капитала в Соединенных Штатах и шести основных индустриальных странах постоянно превышает инвестиции. Даже в Японии, где инвестиции очень высоки, норма доходности столь велика, что отдача от капитала значительно превышает инвестиции. Таким образом, равновесие в децентрализованной экономике, в принципе, может быть динамически неэффективным, однако на практике оно таковым не является.

## 2.12 Правительство в модели Даймонда

Как и в модели с бесконечным горизонтом планирования, возникает естественный вопрос: что произойдет в модели Даймонда, если ввести государственные закупки и налоги. Для упрощения анализа, мы остановимся на логарифмических предпочтениях и производственной функции Кобба-Дугласа.

Пусть  $G_t$  – государственные закупки товаров и услуг на единицу эффективного труда в периоде  $t$ . Как и раньше, мы предполагаем, что правительственные расходы финансируются за счет паушальных налогов, которыми облагается молодое поколение. В ситуации, когда государственные закупки финансируются целиком за счет налогов, доход работников после уплаты налогов в периоде  $t$  составит  $(1-\alpha)k_t^\alpha - G_t$  вместо  $(1-\alpha)k_t^\alpha$ . Уравнение динамики  $k$  примет следующий вид:

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \frac{1}{2+\rho} [(1-\alpha)k_t^\alpha - G_t] \quad (2.69)$$

Следовательно, рост  $G_t$  приводит к уменьшению  $k_{t+1}$  для любого заданного значения  $k_t$ .

---

<sup>6</sup> В задаче 2.19 глубже исследуются источники неэффективности.

Чтобы проанализировать влияние государственных закупок, рассмотрим экономику, изначально находящуюся на траектории сбалансированного роста с постоянным значением  $G$ . Предположим, что  $G$  возросло и остается на новом значении. Из (2.69) мы видим, что это приводит к сдвигу кривой  $k_{t+1}$  вниз. При таком сдвиге  $k^*$  уменьшается. Следовательно, в противоположность модели с бесконечным временным горизонтом, более высокое значение  $G$  приводит к более низкому запасу капитала и более высокой реальной ставке процента. Действительно, поскольку каждый индивид живет два периода, в случае увеличения  $G$  он сокращает потребление первого периода в меньшей пропорции, чем 1:1. А поскольку налоговые выплаты приходятся на первый период жизни, норма сбережений сокращается. Как обычно, экономика монотонно движется от начальной траектории сбалансированного роста к новой.

Второй пример – временное увеличение государственных закупок с уровня  $G_L$  до  $G_H$ . Как и ранее, изначально экономика находится на траектории сбалансированного роста. Динамика  $k$  задается уравнением (2.69); при этом  $G = G_H$ , когда государственные закупки высоки, и  $G = G_L$  все остальное время. Индивиды знают, что государственные закупки вернутся к уровню  $G_L$ ; тем не менее, это не влияет на динамику экономики при высоких государственных закупках. Сбережения молодого поколения, а следовательно, и запас капитала следующего периода, задаются их трудовым доходом после уплаты налогов, который, в свою очередь, определяется текущим запасом капитала и текущими государственными закупками. Следовательно, на отрезке времени, когда государственные закупки высоки,  $k$  постепенно снижается, а  $r$  постепенно увеличивается. Когда  $G$  вернется к уровню  $G_L$ ,  $k$  постепенно вырастет до своего прежнего уровня.<sup>7</sup>

### Задачи

2.1. Рассмотрим  $N$  фирм, каждая из которых обладает производственной функцией с постоянной отдачей от масштаба  $Y = F(K, AL)$ , либо (в интенсивной форме)  $Y = ALf(k)$ . Предположим, что  $f'(\bullet) > 0$ ,  $f''(\bullet) < 0$ . Также предположим, что фирмы могут нанимать труд под заработную плату  $wA$  и арендовать капитал под ставку процента  $r$ ; все фирмы имеют одно и то же значение  $A$ .

(а) Рассмотрите задачу фирмы, которая стремится произвести  $Y$  единиц выпуска

---

<sup>7</sup> Авторы показали, что коррекция этих данных в результате учета дохода от земли и монопольной ренты не влияет на основные выводы.

с минимальными затратами. Покажите, что уровень  $k$ , минимизирующий издержки, однозначно определен и не зависит от выпуска  $Y$ ; следовательно, все фирмы выбирают одинаковое значение  $k$ .

(б) Покажите, что совокупный выпуск  $N$  фирм, минимизирующих издержки, равен выпуску который бы получила одна фирма, использовав весь труд и капитал, которые использовались  $N$  фирмами.

**2.2. Эластичность замещения при функции полезности с постоянной относительной несклонностью к риску.** Рассмотрим индивида, живущего два периода, чья функция полезности задается выражением (2.42). Пусть  $P_1$  и  $P_2$  - цены потребительских благ в двух периодах,  $W$  – приведенная стоимость всех будущих доходов; таким образом, бюджетное ограничение индивида имеет вид  $P_1C_1 + P_2C_2 = W$ .

(а) Какие значения  $C_1$  и  $C_2$  максимизируют полезность индивида при заданных значениях  $P_1$ ,  $P_2$  и  $W$ ?

(б) Эластичность замещения между потреблением в двух периодах определяется по формуле  $-[(P_1/P_2)/(C_1/C_2)]\partial(C_1/C_2)/\partial(P_1/P_2)$  или  $-\partial \ln(C_1/C_2)/\partial \ln(P_1/P_2)$ . Покажите, что в случае функции полезности (2.42) эластичность замещения между  $C_1$  и  $C_2$  равна  $1/\theta$ .

**2.3.** (а) Заранее известно, что в момент  $t_0$  правительство конфискует половину богатства каждого домашнего хозяйства. Произойдет ли скачкообразное изменение потребления в момент  $t_0$ ? Если да, то почему (и каково условие, связывающее уровни потребления в момент, предшествующий  $t_0$ , и в момент, следующий за  $t_0$ )? Если нет, то почему нет?

(б) Заранее известно, что в момент  $t_0$  у каждого домашнего хозяйства правительство конфискует часть богатства, равную половине среднего богатства одного домашнего хозяйства во всей экономике. Изменится ли скачкообразно потребление в момент  $t_0$ ? Если да, то почему (и каково условие, связывающее уровни потребления в момент, предшествующий  $t_0$ , и в момент, следующий за  $t_0$ )? Если нет, то почему нет?

**2.4.** Предположим, что мгновенная функция полезности  $u(C)$  в выражении (2.1) имеет вид  $\ln(C)$ . Рассмотрите задачу домашнего хозяйства, максимизирующую (2.1) при ограничении (2.6). Выразите  $C$  в каждой точке как функцию трех переменных: суммы

начального богатства и приведенной стоимости трудовых доходов, траектории  $r(t)$  и параметров функции полезности.

2.5. Рассмотрим домашнее хозяйство, чья функция полезности задается выражениями (2.1) и (2.2). Предположим, что реальная ставка процента постоянна, а начальное богатство домашних хозяйств в сумме с приведенной стоимостью трудовых доходов составляет  $W$  (правая часть неравенства [2.6]). Найдите траекторию  $C$ , максимизирующую полезность при заданных значениях  $r$ ,  $W$  и параметрах функции полезности.

2.6. **Замедление темпов роста производительности труда и сбережения.** Рассмотрим модель Рамсея-Касса-Купманса на траектории сбалансированного роста, и предположим, что происходит снижение значения параметра  $g$ .

- (а) Изменится ли положение кривой  $\dot{k} = 0$ ? Если да, то как?
- (б) Изменится ли положение прямой  $\dot{c} = 0$ ? Если да, то как?
- (в) Что произойдет с  $c$  в момент сокращения темпов роста производительности?
- (г) Получите выражение, которое отражает влияние предельного изменения  $g$  на долю сберегаемого выпуска на траектории сбалансированного роста. Можно ли определенно сказать, каков знак этого выражения?
- (д) Перепишите выражение, найденное в пункте (г) для производственной функции Кобба-Дугласа,  $f(k) = k^\alpha$ . Результат должен выражаться через  $\rho$ ,  $n$ ,  $g$ ,  $\theta$  и  $\alpha$ . (Подсказка: воспользуйтесь условием  $f'(k^*) = \rho + \theta g$ .)

2.7. Опишите, как каждый из перечисленных ниже шоков скажется на положении линий  $\dot{c} = 0$  и  $\dot{k} = 0$  на рисунке 2.5, и, соответственно, на  $C$  и  $k$  на траектории сбалансированного роста.

- (а) Увеличение  $\theta$
- (б) Пропорциональный сдвиг вниз производственной функции
- (в) Рост нормы амортизации с нуля (как это предполагалось в модели) до какого-то положительного значения

2.8. Выведите уравнение, аналогичное уравнению (2.38) в случае положительной нормы амортизации.

2.9. **Налог на капитал в модели Рамсея-Касса-Купманса.** Рассмотрим экономику, описываемую моделью Рамсея-Касса-Купманса, и находящуюся на траектории

сбалансированного роста. Предположим, что в некоторый момент, который мы назовем моментом 0, правительство вводит налог на капитал, ставка которого составляет  $\tau$ . Следовательно, ставка процента после уплаты налогов составит  $r(t) = (1 - \tau)f'(k(t))$ . Предположим, что все налоговые поступления вновь распределяются в экономике посредством паушальных трансфертов. Также предположим, что это изменение налоговой политики было непредвиденным.

- (а) Как введение налога скажется на положении линии  $\dot{c} = 0$ ?  $\dot{k} = 0$ ?
- (б) Как экономика отреагирует на введение налога в момент 0? Какова будет дальнейшая динамика?
- (в) Как изменятся значения  $c$  и  $k$ , соответствующие траектории сбалансированного роста?
- (г) (На основе Barro, Mankiw, and Sala-i-Martin, 1995.) Предположим, что существует много экономик, подобных описанной выше. Предпочтения работников одинаковы во всех странах, однако ставки налогов на доходы от инвестиций могут различаться. Каждая страна находится на траектории сбалансированного роста.
  - (i) Покажите, что норма сбережений на траектории сбалансированного роста  $(y^* - c^*)/y^*$  является убывающей функцией от  $\tau$ .
  - (ii) Будут ли страны с низким значением  $\tau$  и высоким  $k^*$ , т.е. страны с высокой нормой сбережений, иметь стимулы инвестировать в страны с низкой нормой сбережений? Объясните, почему.
- (д) Следует ли из ответа на вопрос (в), что политика *субсидирования* инвестиций (т.е., политика, соответствующая значениям  $\tau < 0$ ), финансируемая за счет паушальных налогов, позволяет улучшить благосостояние? Объясните, почему?
- (е) Как изменятся ответы на вопросы (а) и (б), если правительство не распределяет налоговые поступления между домашними хозяйствами, а использует для финансирования государственных закупок?

**2.10. Использование фазовой диаграммы для анализа эффектов предвиденного изменения.** Рассмотрим политику, описанную в задаче 2.9, но предположим, что вместо объявления и введения налога в момент 0, правительство объявляет в момент 0, что несколько позже, в момент  $t_1$  доход от инвестиций будет облагаться налогом по ставке  $\tau$ .

- (а) Постройте диаграмму, отражающую динамику  $C$  и  $k$  после момента  $t_1$ .
- (б) Может ли  $c$  скачкообразно изменится в момент  $t_1$ ? Объясните.
- (в) Постройте фазовую диаграмму, отражающую динамику  $c$  и  $k$  до момента  $t_1$ .
- (г) Учитывая Ваши ответы на вопросы (а), (б) и (в), объясните, что должно произойти с потреблением  $c$  в момент 0?
- (д) Изобразите  $c$  и  $k$  как функций времени.

**2.11. Использование фазовой диаграммы для анализа влияния непредвиденных и предвиденных временных изменений.** Проведите анализ следующих двух модификаций задачи 2.10.

- (а) В момент 0 правительство объявляет о том, что доход от инвестиций будет обложен налогом  $\tau$  на отрезке от 0 до  $t_1$ ; затем этот налог будет отменен.
- (б) В момент (0) правительство объявляет о том, что на интервале от  $t_1$  до  $t_2$  налог на инвестиции составит  $\tau$ ; до  $t_1$  и после  $t_2$  инвестиции не налогами не облагаются.

**2.12.** Данный в тексте анализ государственной политики в модели Рамсея-Касса-Купманса предполагает, что правительственные закупки не влияют на полезность от частного потребления. Противоположное крайнее предположение могло бы заключаться в том, что правительственные закупки и частное потребление являются совершенными заменителями. Именно, предположим, что (2.12) принимает вид

$$U = B \int_{t=0}^{\infty} e^{-\beta t} \frac{[c(t) + G(t)]^{-\theta}}{1-\theta} dt.$$

Экономика изначально находится на траектории сбалансированного роста, а полезность домашних хозяйств задается функцией  $U$ . Как скажется на траектории потребления, капитала и ставки процента временное увеличение государственных закупок?

**2.13.** Рассмотрим модель Даймонда с логарифмическими предпочтениями и производственной функцией Кобба-Дугласа. Опишите, как каждый из приведенных шоков влияет на функцию  $k_{t+1}$  от  $k_t$ :

- (а) Увеличение  $n$
- (б) Пропорциональный сдвиг вниз производственной функции (другими словами,  $f(k)$  имеет вид  $Bk^\alpha$ , и происходит снижение  $B$ ).
- (в) Увеличение  $\alpha$ .

**2.14. Модель Солоу в дискретном времени.** Пусть  $Y_t = F(K_t, A_t L_t)$ , где  $F(\bullet)$

обладает постоянной отдачей от масштаба, и интенсивная форма этой производственной функции удовлетворяет условиям Инады. Предположим также, что  $A_{t+1} = (1 + g)A_t$ ,  $L_{t+1} = (1 + n)L_t$  а  $K_{t+1} = K_t + sY_t - \delta K_t$ .

- (а) Найдите выражение для  $k_{t+1}$  как функции  $k_t$ .
- (б) Изобразите  $k_{t+1}$  как функцию от  $k_t$ . Существует ли траектория сбалансированного роста в рассматриваемой экономике? Если начальное значение  $k$  отличается от значения, соответствующего траектории сбалансированного роста, будет ли экономика стремится к траектории сбалансированного роста?
- (в) Выразите потребление на единицу эффективного труда на траектории сбалансированного роста через  $k$  на траектории сбалансированного роста. Каково значение предельной производительности капитала,  $f'(k)$ , если  $k$  максимизирует потребление на единицу эффективного труда на траектории сбалансированного роста?
- (г) Предположим, что производственная функция имеет вид Кобба-Дугласа.
  - (i) Выпишите функцию  $k_{t+1}$  от  $k_t$ .
  - (ii) Определите  $k^*$ , т.е. значение  $k$  на траектории сбалансированного роста.
  - (iii) По аналогии с уравнениями (2.63) – (2.65) в тексте, линеаризуйте уравнение, полученное в пункте (i) в окрестности  $k_t = k^*$ , и найдите скорость сходимости  $k$  к значению  $k^*$ .

## 2.15. Амортизация в модели Даймонда и микроэкономическое обоснование модели Солоу.

Предположим, что в модели Даймонда норма амортизации составляет  $\delta$ , следовательно,  $r_t = f'(k_t) - \delta$ .

- (а) Как это предположение модифицирует (если модифицирует вообще) уравнение (2.58), выражающее  $k_{t+1}$  как функцию от  $k_t$ ?
- (б) Как выглядит уравнение, задающее  $k_{t+1}$  через  $k_t$ , в случае логарифмической полезности, производственной функции Кобба-Дугласа и  $\delta = 1$ ? Сравните полученное уравнение с соответствующим уравнением дискретной версии модели Солоу, полученным в части (а) задачи 2.14 при  $\delta = 1$ .

## 2.16. Пенсионная система в модели Даймонда.

Рассмотрим модель Даймонда с

нулевым значением  $g$ , производственной функцией Кобба-Дугласа и логарифмической полезностью.

(a) **Перераспределительная система.** Предположим, что правительство облагает налогом  $T$  каждого молодого индивида, а налоговые поступления использует для выплаты пенсий пожилым индивидам; так что каждый пожилой индивид получает дотацию в размере  $(1+n)\Gamma$ .

- (i) Изменит ли это предположение уравнение (2.59), связывающее  $k_{t+1}$  и  $k_t$ ? Если да, то как?
- (ii) Изменит ли данное предположение значение  $k$ , соответствующее траектории сбалансированного роста?
- (iii) Пусть экономика изначально находится на динамически эффективной траектории сбалансированного роста. Как малое увеличение  $T$  отразится на благосостоянии текущего и будущих поколений? Что произойдет, если начальная траектория сбалансированного роста была динамически неэффективной?

(b) **Накопительная пенсионная система.** Предположим, что правительство облагает каждого молодого индивида налогом  $T$ , налоговые сборы вкладывает в капитал на один период, а затем выплачивает полученные средства в виде пенсии. Таким образом, индивид, рожденный в периоде  $t$ , получает в пожилом возрасте пенсию в размере  $(1+r_{t+1})\Gamma$ .

- (iv) Изменит ли это предположение соотношение (2.59), связывающее  $k_{t+1}$  и  $k_t$ ? Если да, то как?
- (v) Изменит ли данное предположение значение  $k$ , соответствующее траектории сбалансированного роста?

**2.17. Базовая модель с перекрывающимися поколениями** (Samuelson, 1958; Allais, 1947). Рассмотрим экономику, в которой, как и в модели Даймонда,  $L$ , индивидов рождается в периоде  $t$  и  $L_t = (1+n)L_{t-1}$ . Для упрощения предположим, что функция полезности является логарифмической и дисконтирование отсутствует:  $U_t = \ln(C_{1t}) + \ln(C_{2t+1})$ .

Производство в данной модели проще, чем в модели Даймонда. Каждый индивид, родившийся в периоде  $t$ , наделен  $A$  единицами единственного блага. Это благо

можно использовать для потребления или сохранить. Каждая сохраненная единица блага позволяет получить  $x > 0$  единиц блага в следующем периоде.<sup>8</sup>

Предположим также, что в начальный период (назовем его периодом 0), кроме  $L_0$  молодых индивидов с начальным запасом блага  $A$  имеется  $[1/(1+n)]L_0$  индивидов, живущих только в периоде 0. Каждый из этих пожилых индивидов имеет начальный запас  $Z$ ; полезность пожилых равна их потреблению в начальном периоде,  $C_{20}$ .

- (а) Опишите децентрализованное равновесие в экономике (Подсказка: учитывая структуру перекрывающихся поколений в модели, установите, будут ли представители какого-либо поколения заключать сделки с представителями другого поколения.)
- (б) Рассмотрим траекторию, на которой сберегаемая доля  $f_t$  начального запаса постоянна. Как совокупное потребление (т.е. суммарное потребление всех молодых и пожилых) зависит от  $f$ ? Если  $x < 1+n$ , какое значение  $f$ , удовлетворяющее неравенствам  $0 \leq f \leq 1$ , максимизирует потребление в расчете на одного человека? Является ли децентрализованное равновесие эффективным по Парето? Если нет, как социальный плановик может увеличить благосостояние?

**2.18. Стационарное монетарное равновесие в модели с перекрывающимися поколениями Самуэльсона.** (Снова используется Samuelson, 1958). Модель описывается теми же предположениями, что и в задаче 2.17. Пусть  $x < 1+n$ . Предположим также, что в периоде 0 каждый пожилой индивид, кроме запаса блага  $Z$ , имеет  $M$  единиц хранимого без потерь, делимого продукта, который мы будем называть деньгами. Деньги не входят в функцию полезности.

- (а) Рассмотрим индивида, рожденного в момент  $t$ . Предположим, что цена блага в денежных единицах составляет  $P_t$  в периоде  $t$  и  $P_{t+1}$  в периоде  $t+1$ . Следовательно, каждый индивид может продать каждую единицу своего начального запаса за  $P_t$  единиц денег, а в следующем периоде купить  $P_t/P_{t+1}$  единиц этого блага у следующего поколения. Как поведение индивидов зависит от отношения  $P_t/P_{t+1}$ ?

---

<sup>8</sup> Вывод о том, что будущие значения  $G$  не влияют на текущее функционирование экономики, не является следствием предположения о логарифмических предпочтений. Даже если предпочтения не были бы логарифмическими, сбережения молодых текущего периода зависели бы от ставки процента и от трудового дохода после уплаты налогов. Однако ставка процента задается отношением капитала к труду в следующем периоде, которое не зависит от государственных закупок следующего периода.

- (б) Покажите, что траектория  $P_{t+1} = P_t / (1+n)$  для любого  $t \geq 0$  при отсутствии сбережений в форме потребительских благ является равновесием для модели, причем деньги в данной ситуации позволяют экономике достичь золотого правила накопления.
- (б) Покажите, что другим равновесием является  $P_{t+1} = P_t / x$  для любого  $t \geq 0$ .
- (в) Наконец, объясните, почему  $P_t = \infty$  для любого  $t$  (это значит, что деньги бесполезны) также является равновесием. Объясните, почему это будет единственным равновесием, если экономика в какой-то момент прекращает свое существование, как в следующей ниже задаче 2.19. (Подсказка: анализ следует проводить, начиная с последнего периода.)

**2.19. Источник динамической неэффективности.** Существуют два отличия модели Даймонда и Самуэльсона от традиционных моделей. Во-первых, это неполнота рынков: индивиды не могут вести торговлю с теми, кто ещё не родился, поэтому некоторые потенциально эффективные трансакции оказываются невозможными. Во-вторых, ввиду бесконечности времени в модели, в ней автоматически возникает бесконечное число агентов. В данной задаче мы предлагаем вам разобраться, что является причиной динамической неэффективности модели. Чтобы упростить анализ, предположим  $n = 0$  и  $0 < x < 1$ . Основные проблемы при этом остаются достаточно общими.

(а) **Неполнота рынков.** Предположим, что мы исключили из модели неполноту рынков, позволив торговаться на конкурентном рынке ещё до начала отсчета времени. Таким образом, Вальрасовский аукционер называет цены  $Q_0, Q_1, Q_2, \dots$  каждого блага в каждый момент времени. Индивиды могут совершить обмен в соответствии с этими ценами, располагая начальными запасами хранимого блага. Бюджетное ограничение индивида, рожденного в периоде  $t$ , имеет вид  $Q_t C_{1t} + Q_{t+1} C_{2t+1} = Q_t (A - S_t) + Q_{t+1} x S_t$ , где величина  $S_t$  (которая должна удовлетворять неравенствам  $0 \leq S_t \leq A$ ) – это объем сбереженного индивидом блага.

(i) Предположим, что аукционер объявляет  $Q_{t+1} = Q_t / x$  для любого  $t > 0$ .

Покажите, что в данном случае индивиды безразличны к тому, сколько хранить блага, что существует набор решений о хранении, обеспечивающий баланс на рынках в каждом периоде, и что это равновесие совпадает с равновесием, описанным в пункте (а) задачи 2.17.

(ii) Предположим, что аукционер объявляет цены, которые не удовлетворяют условию  $Q_{t+1} = Q_t / x$  в некоторых периодах.

Покажите, что в первом же периоде, в котором это условие не выполняется, рынок блага не приходит к равновесию, следовательно, предложенный набор цен не может быть равновесным.

(б) **Бесконечное время.** Предположим, что экономика прекращает свое существование в периоде  $T$ . Таким образом, индивиды, рожденные в периоде  $T$ , живут лишь один период (и стараются максимизировать  $C_{1T}$ ), а в следующем периоде новых индивидов не появляется. Покажите, что децентрализованное равновесие является эффективным по Парето.

(с) В свете ответов на поставленные задачи укажите, что является причиной динамической неэффективности: неполнота рынков или бесконечное время?

**2.20. Расходящиеся траектории в модели с перекрывающимися поколениями Самуэльсона** (Black, 1974; Brock, 1975; Calvo, 1978a). Рассмотрим модель, описанную в задаче 2.18. Пусть  $x$  равно нулю, а функция полезности (вместо логарифмической) является функцией с постоянной относительной несклонностью к риску с параметром  $\theta < 1$ . Для простоты предположим  $n = 0$ .

(а) Как поведение индивида, рожденного в периоде  $t$ , зависит от соотношения цен  $P_t / P_{t+1}$ ? Покажите, что доля начального запаса, обмениваемого на деньги, растет с ростом  $P_t / P_{t+1}$  и стремится к нулю, когда это соотношение стремится к 0.

(б) Предположим, что  $P_0 / P_1 < 1$ . Какое количество благ планирует купить в периоде 1 индивид, рожденный в периоде 0, у индивидов, рожденных в периоде 1? Каково должно быть соотношение  $P_1 / P_2$ , чтобы индивиды, рожденные в периоде 1, были готовы продать такое количество?

(в) Повторяя рассуждения, использованные при ответе на предыдущий вопрос, опишите качественную динамику соотношения  $P_t / P_{t+1}$ . Является ли эта траектория равновесной?

(г) Может ли существовать равновесная траектория при  $P_0 / P_1 > 1$ ?

## Глава 3

# Новая теория роста

Рассмотренные нами ранее модели не дают удовлетворительных ответов на основные вопросы об экономическом росте. Главный результат исследования моделей отрицателен: если доходы капитала отражают его вклад в выпуск, и если его доля в совокупном доходе невелика, то накопление капитала не может объяснить большую часть как долгосрочного роста, так и межстрановых различий в доходах. И единственная, кроме капитала, величина, определяющая доход в моделях, – это мистическая переменная, "эффективность труда" ( $A$ ), точный смысл которой не разъяснен, и поведение которой считается экзогенным.

Поэтому в данной главе фундаментальные вопросы теории роста исследуются более глубоко. В первой части главы рассматривается накопление знаний. Может показаться, что модели, рассматриваемые в этой части, представляют собой дальнейшее развитие модели Солоу и моделей из второй главы, так как они трактуют накопление капитала и его роль в производстве схожим образом. Но они отличаются от предшествующих моделей тем, что позволяют явным образом интерпретировать эффективность труда как результат накопления знаний и предлагают формальное описание эволюции знаний во времени. Мы проанализируем динамику экономики в ситуации, когда накопление знаний эндогенно, и рассмотрим различные взгляды на то, как производятся знания, и что определяет распределение ресурсов на их производство.

Выводы первой части главы достаточно противоречивы: мы увидим, что накопление знаний, вероятно, является центральным фактором роста в глобальном масштабе, но, по всей видимости, не является таковым для объяснения межстрановых различий в доходах. Поэтому вторая часть главы и посвящена таким различиям. Сначала, наряду с физическим, рассматривается также и человеческий капитал. Однако, эмпирические данные, как мы увидим, показывают, что большая часть различий в доходах между странами обусловлена различиями в выпуске при одинаковых количествах физического и человеческого капитала. Поэтому далее мы исследуем вопрос о том, как различия в институтах может привести к таким разбросам в доходах, и рассмотрим несколько гипотез относительно причин подобных институциональных различий. В заключение главы проводится анализ различий уже не в уровнях дохода, а в темпах его роста между странами.

# Часть А Модели научных исследований и разработок

## 3.1 Структура моделей и предположения

### Общие замечания

С точки зрения ранее рассмотренных моделей экономического роста, знания и технологии отражаются в эффективности труда. Вероятно, что именно технический прогресс является причиной того, что из данного количества капитала и труда можно произвести больший выпуск сегодня, чем это было возможно один или два века назад. Таким образом, естественное развитие первой и второй глав состоит в том, чтобы смоделировать рост  $A$ , а не считать его априори заданным.

Для этого нам необходимо ввести в явной форме сектор *научных исследований и разработок* (или  $R&D$ ), и затем смоделировать производство новых технологий. Нам также необходимо смоделировать распределение ресурсов между производством обычных благ и  $R&D$ .

В нашем формальном моделировании мы будем придерживаться в некоторой степени механистического взгляда на производство новых технологий. А именно, мы предположим, что существует вполне обычная производственная функция, согласно которой труд, капитал и технология объединяются для производства усовершенствований в технологии неким детерминированным образом. Конечно, это далеко не полное описание технического прогресса. Но разумно предположить, что, при прочих равных условиях, затратив больше ресурсов на исследования, мы сделаем больше открытий. Именно это и отражает производственная функция. Так как нас интересует рост на протяжении длительных периодов времени, моделирование случайности в техническом прогрессе мало обогатило бы наше понимание. А если мы хотим проанализировать последствия изменений других факторов успеха  $R&D$ , мы можем ввести параметр сдвига в функцию производства знаний и исследовать эффекты, возникающие при изменениях этого параметра. Модель, однако, не дает представления о том, какими могут быть другие факторы, определяющие успех исследовательской деятельности.

Мы делаем еще два важных упрощения. Во-первых, обе производственные функции – обычных благ и  $R&D$  – имеют вид обобщенных функций Кобба-Дугласа: это степенные функции, но сумма показателей степени при факторах производства не обязательно равна 1. Во-вторых, в духе модели Солоу, в данной модели доля сбережений в совокупном выпуске и доли труда и капитала, используемые в  $R&D$  секторе, заданы экзогенно и постоянны. Эти предположения не влияют на основные результаты, получаемые из модели.

### Описание модели

Рассматриваемая модель является упрощенной версией моделей  $R&D$  и роста, предложенных в работах P. Romer (1990), Grossman и Helpman (1991a) и Aghion и Howitt (1992).<sup>1</sup> Эта модель, как и другие, изученные нами ранее, включает в себя четыре переменные: труд ( $L$ ), капитал ( $K$ ), технологию ( $A$ ) и выпуск ( $Y$ ). Модель построена в непрерывном времени. Имеется два сектора – производственный сектор, осуществляющий выпуск благ, и сектор  $R&D$ , увеличивающий запас знаний. Доля труда  $a_L$  используется в

---

<sup>1</sup> См. также Uzawa (1965), Shell (1966, 1967) и Phelps (1966b).

секторе R&D и  $1-a_L$  - в производственном секторе. Аналогично, доля капитала  $a_K$  используется в секторе R&D, а остальной капитал – в производстве благ. И  $a_L$ , и  $a_K$  экзогенны и постоянны. Так как использование идеи или части знаний в одном месте не исключает их использования где-либо еще, оба сектора используют весь запас знаний,  $A$ .

Следовательно, объем выпуска, произведенного в момент времени  $t$  составит

$$Y(t) = [(1-a_K)K(t)]^\alpha [A(t)(1-a_L)L(t)]^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (3.1)$$

Данная производственная функция идентична функциям, использовавшимся в ранее изученных нами моделях. Отличие состоит в наличии коэффициентов  $1-a_K$  и  $1-a_L$ , а также в том, что она имеет конкретный вид Кобба-Дугласа. Заметим, что функция (3.1) характеризуется постоянной отдачей капитала и труда: при заданной технологии удвоение используемых факторов производства приводит к удвоению производимого выпуска.

Производство новых идей зависит от количества капитала и труда, занятых в исследованиях, и от существующего уровня технологии. В силу нашего предположения об обобщенной производственной функции Кобба-Дугласа, можно записать:

$$\dot{A}(t) = B[a_K K(t)]^\beta [a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta, \quad B > 0, \quad \beta \geq 0, \quad \gamma \geq 0, \quad (3.2)$$

где  $B$  - параметр сдвига.

Заметим, что в производстве знаний не предполагается постоянство отдачи от масштаба в отношении капитала или труда. Стандартное объяснение этого факта, что должна иметь место, по меньшей мере, постоянная отдача от масштаба, основано на возможности повторения: если удвоить все факторы производства, то с помощью вновь добавленных факторов можно произвести ровно столько же, как и с прежними, поэтому выпуск удвоится. Но в случае производства знаний точное дублирование использования существующих факторов приведет к повторению тех же самых открытий, при этом  $\dot{A}$  не изменится. Значит, в R&D секторе возможна убывающая отдача от масштаба. В то же время, взаимодействие между исследователями, фиксированные начальные издержки и т. п. могут быть настолько важны в R&D, что удвоение капитала и труда приведет к более чем двукратному росту выпуска. Поэтому мы допускаем возможность также и возрастающей отдачи от масштаба.

Параметр  $\theta$  отражает влияние существующего запаса знаний на успешность исследований и разработок. Это влияние неоднозначно. С одной стороны, прошлые открытия дают идеи и инструменты, облегчающие будущие открытия. По этой причине параметр  $\theta$  должен быть положительным. С другой стороны, в первую очередь делаются самые простые открытия. Поэтому, чем больше запас знаний, тем сложнее делать новые открытия, а значит,  $\theta$  может быть отрицательным. Из-за наличия этих противоположных эффектов в уравнении (3.2) на  $\theta$  не налагается никаких ограничений.

Как и в модели Солоу, норма сбережения экзогенна и постоянна. К тому же, для простоты, амортизация равна нулю. Таким образом,

$$\dot{K}(t) = sY(t). \quad (3.3)$$

Наконец, мы продолжаем считать рост населения заданным экзогенно. Для простоты мы не рассматриваем возможность отрицательного роста. Итак,

$$\dot{L}(t) = nL(t), \quad n \geq 0. \quad (3.4)$$

На этом описание модели завершено.<sup>2</sup>

Так как в модели существует две переменных запаса, чье поведение эндогенно,  $K$  и

<sup>2</sup> Модель включает в себя модель Солоу с производственной функцией вида Кобба-Дугласа как частный случай: если  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $a_K$  и  $a_L$  равны нулю, и  $\theta$  равна единице, то производственная функция знаний

принимает вид  $\dot{A} = BA$  (что означает рост  $A$  с постоянной скоростью), а остальные уравнения модели упрощаются до вида уравнений модели Солоу.

$A$ , ее анализ сложнее, чем анализ модели Солоу. Поэтому мы начнем с рассмотрения модели без капитала, то есть, положим  $\alpha$  и  $\beta$  равными нулю. Этот случай демонстрирует большую часть основных результатов модели. Затем мы вернемся к общему случаю.

## 3.2 Модель без капитала

### Динамика накопления знаний

Когда в модели отсутствует капитал, производственная функция (уравнение (3.1)) принимает следующий вид:

$$Y(t) = A(t)(1 - \alpha_L)L(t). \quad (3.5)$$

Аналогичным образом, функция производства новых знаний (уравнение (3.2)) теперь выглядит так

$$\dot{A}(t) = B[\alpha_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta. \quad (3.6)$$

Рост населения по-прежнему описывается уравнением (3.4).

Согласно уравнению (3.5) выпуск на одного работника пропорционален  $A$ , а темп роста выпуска на одного работника равен темпу роста  $A$ . Поэтому мы сосредоточимся на изучении динамики  $A$ , заданной уравнением (3.6). Из этого уравнения следует, что темп роста  $A$ , обозначаемый через  $g_A$ , равен

$$\begin{aligned} g_A(t) &\equiv \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} \\ &= B\alpha_L^\gamma L(t)^\gamma A(t)^{\theta-1}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Прологарифмировав обе части уравнения (3.7) и продифференцировав обе части по времени, получаем выражение для *темперы роста*  $g_A$  (то есть, для темпа роста темпа роста  $A$ )

$$\frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = \gamma n + (\theta - 1)g_A(t). \quad (3.8)$$

Умножая обе части этого уравнения на  $g_A(t)$ , получаем

$$\dot{g}_A(t) = \gamma n g_A(t) + (\theta - 1)[g_A(t)]^2. \quad (3.9)$$

Начальные значения  $L$  и  $A$  и параметры модели определяют начальное значение  $g_A$  (из уравнения (3.7)). Тогда уравнение (3.9) определяет последующее поведение  $g_A$ .

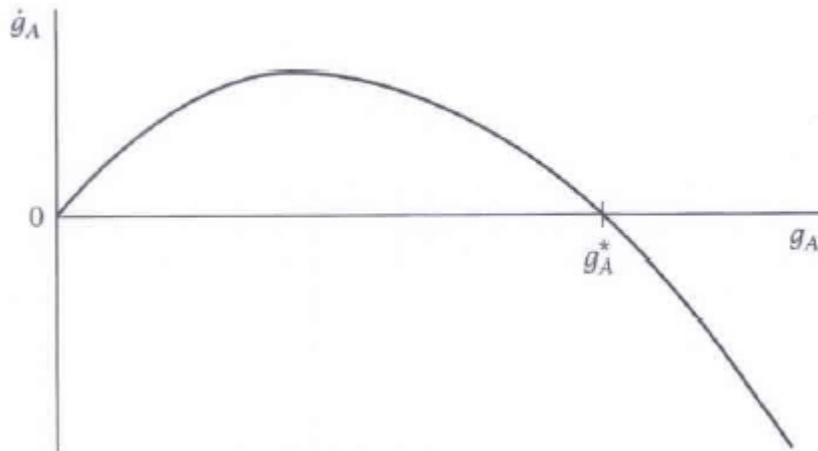
Для дальнейшего описания поведения темпа роста  $A$  (а значит и для описания динамики выпуска на одного работника) мы должны различать случаи, когда  $\theta < 1$ ,  $\theta > 1$  и  $\theta = 1$ . Рассмотрим эти случаи по очереди.

#### Случай 1: $\theta < 1$

На Рис. 3.1 изображена фазовая диаграмма для  $g_A$  при  $\theta$  меньше 1, на которой для данного случая построена зависимость  $\dot{g}_A$  как функции от  $A$ . Поскольку из функции производства знаний вида (3.6), следует, что темп  $g_A$  всегда положителен, на диаграмме рассматриваются только положительные значения  $g_A$ . Как показывает диаграмма, из уравнения (3.9) следует, что при  $\theta$  меньше 1, величина  $\dot{g}_A$  положительна для малых

положительных величин  $g_A$  и отрицательна для больших. Мы будем использовать  $g_A^*$  для обозначения единственного положительного значения  $g_A$ , при котором производная  $\dot{g}_A$  равна нулю. Согласно (3.9),  $g_A^*$  определяется из уравнения  $\gamma n + (\theta - 1)g_A^* = 0$ . Решая его, получаем

$$g_A^* = \frac{\gamma}{1-\theta} n. \quad (3.10)$$



**Рисунок 3.1 Динамика темпа роста знаний при  $\theta < 1$**

Из проведенного анализа следует, что, независимо от начальных условий в экономике,  $g_A$  сходится к  $g_A^*$ . Если, например, значения параметров модели и начальные значения  $L$  и  $A$  таковы, что  $g_A(0) < g_A^*$ , то величина  $\dot{g}_A$  положительна, значит, темп  $g_A$  растет. Он продолжает расти, пока не достигнет  $g_A^*$ . Аналогично, если  $g_A(0) > 0$ , то  $g_A$  падает, пока не достигнет  $g_A^*$ . Как только  $g_A$  достигает  $g_A^*$ , обе переменные  $A$  и  $Y/L$  растут с постоянным темпом  $g_A^*$ . Таким образом, экономика находится на траектории сбалансированного роста.

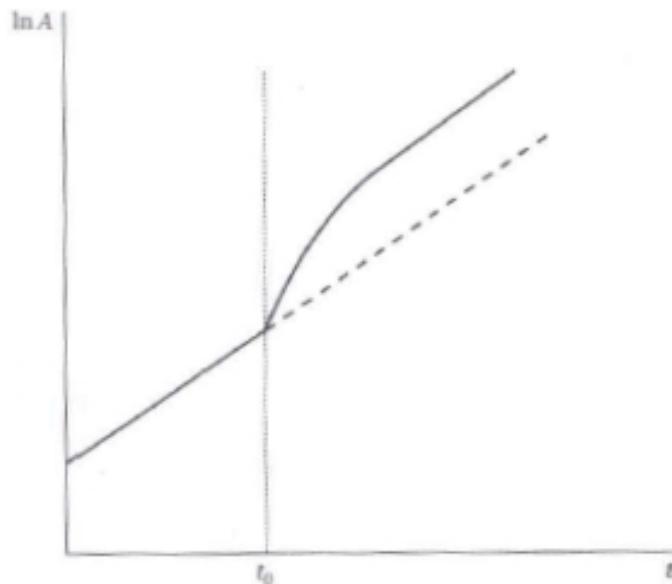
Эта модель является нашим первым примером модели эндогенного роста. В этой модели, в противоположность моделям Солоу, Рамсея и Даймонда, темп долгосрочного роста выпуска на одного работника определен в самой модели, а не через экзогенный темп технического прогресса.

Из модели следует, что долгосрочный темп роста выпуска на одного работника,  $g_A^*$ , является возрастающей функцией темпа роста населения,  $n$ . Из выражения (3.10) следует, что положительный рост населения необходим для устойчивого роста выпуска на одного работника. Однако этот результат настораживает: в действительности, в странах с большим темпом роста населения темп роста выпуска на одного работника в среднем не выше, чем в странах с более низкими темпами роста населения.

Но если мы рассматриваем модель, как модель мирового экономического роста, этот результат выглядит убедительным. Было бы естественно интерпретировать  $A$  как знания, которые могут быть использованы где угодно в мире. При такой интерпретации из модели уже не следует, что в странах с большим ростом населения доход растет быстрее. Модель лишь утверждает, что больший рост населения в мире приводит к большему росту мирового дохода. И вполне вероятно, что до тех пор, пока ограничения на ресурсы (исключенные из модели) не становятся важными, большая численность населения

полезна для роста мировых знаний: чем больше население, тем больше людей делают открытия. Напомним, что согласно уравнению производства знаний (3.6), неравенство  $\theta < 1$  соответствует случаю, когда знания могут быть полезны в создании новых знаний, но не настолько, чтобы объем новых знаний рос более чем пропорционально существующему запасу. Вывод о необходимости положительного роста населения для устойчивого роста выпуска на одного работника говорит о том, что в этом случае рост постепенно прекратится в отсутствие роста населения.

Из уравнения (3.10) также следует, что, хотя темп роста населения и влияет на долгосрочный рост, доля рабочей силы, занятой в R&D ( $a_L$ ), на него не влияет. Это также может показаться удивительным: так как рост происходит благодаря техническому прогрессу и технический прогресс эндогенен, естественно было бы ожидать, что увеличение доли ресурсов экономики, затрачиваемых на технический прогресс, ускорит долгосрочное развитие. Причина, по которой этого не происходит, заключается в том, что при  $\theta$  меньше 1, рост  $a_L$  влияет лишь на уровень, но не на темп роста  $A$ . Из уравнения (3.7) следует, что рост  $a_L$  влечет немедленный рост  $g_A$ . Но, как показывает фазовая диаграмма, из-за ограниченного вклада дополнительных знаний в производство новых знаний это увеличение темпа роста знаний носит временный характер. Таким образом, аналогично влиянию роста нормы сбережения на траекторию выпуска в модели Солоу, рост  $a_L$  приводит к росту  $g_A$  с последующим постепенным возвращением к своему первоначальному уровню. Следовательно, переменная  $A$  постепенно перемещается на параллельную траекторию, находящуюся выше начальной, что показано на Рис. 3.2.<sup>3</sup>



**Рисунок 3.2 Влияние роста доли рабочей силы, занятой в R&D, при  $\theta < 1$**

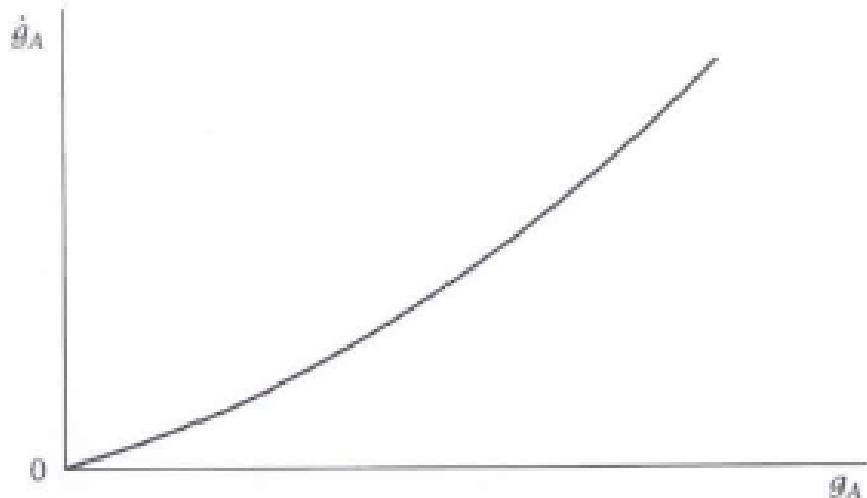
### Случай 2: $\theta > 1$

Во втором случае рассмотрим модель при  $\theta$  большем 1. Это соответствует случаю, когда производство новых знаний растет более чем пропорционально существующему их запасу. Вспомним уравнение (3.9):  $g_A = \gamma g_A + (\theta - 1)g_A^2$ . Когда  $\theta$  превышает 1, из этого уравнения следует, что величина  $g_A$  положительна при любых возможных значениях  $g_A$ .

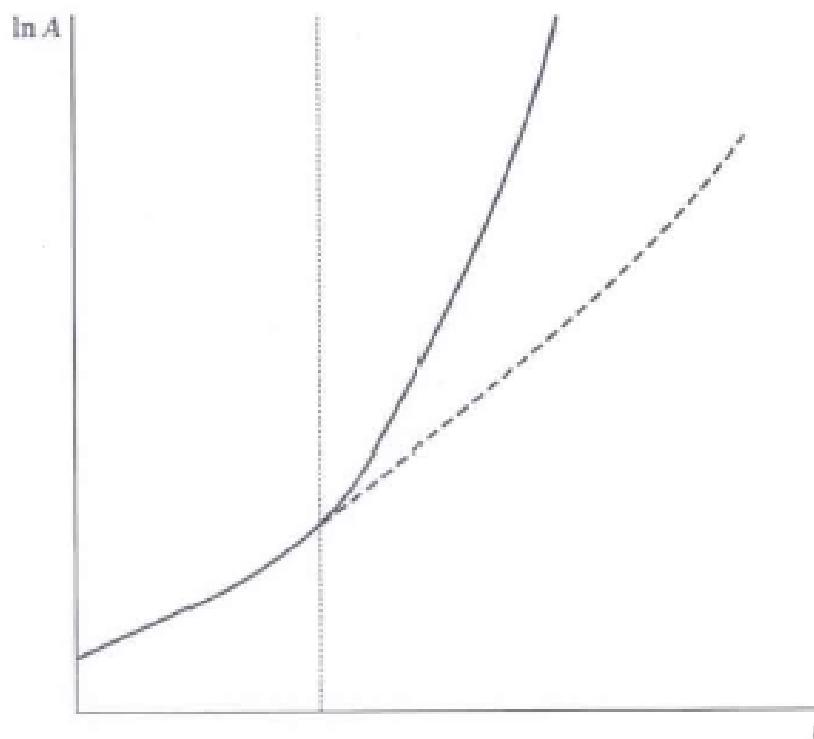
<sup>3</sup> См. задачу 3.1 для анализа того, как изменение в  $a_L$  влияет на траекторию выпуска.

Из него также вытекает, что  $\dot{g}_A$  растет вместе с ростом  $g_A$  (так как  $g_A$  должен быть положительным). Фазовая диаграмма изображена на Рис. 3.3.

Выводы для этого случая относительно долгосрочного роста сильно отличаются от выводов, полученных для предыдущего случая. Как показывает фазовая диаграмма, экономика характеризуется неизменно ускоряющимся ростом, а не сходимостью к траектории сбалансированного роста. Интуитивное объяснение состоит в следующем: здесь знания настолько полезны в производстве новых знаний, что каждое малое увеличение их уровня приводит к такому большому росту новых знаний, что темп роста знаний не падает, а растет. Таким образом, как только накопление знаний началось, что непременно происходит в модели, экономика попадает на траекторию с неизменно увеличивающимися темпами роста.

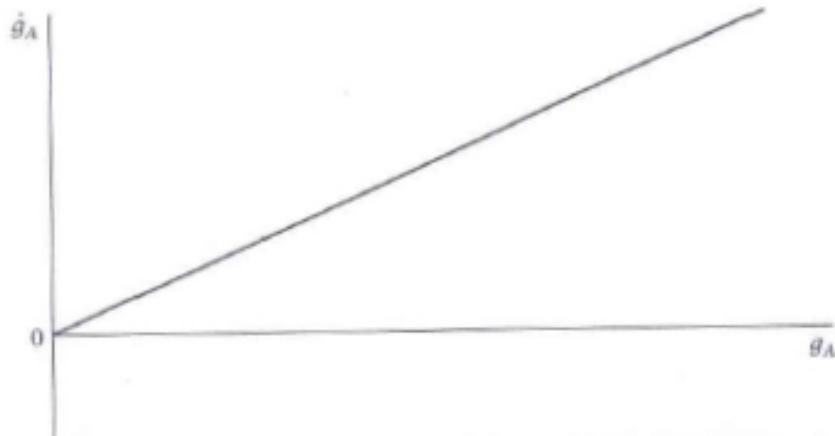


**Рисунок 3.3 Динамика темпа роста знаний при  $\theta > 1$**



**Рисунок 3.4 Влияние роста доли рабочей силы, занятой в R&D, при  $\theta > 1$**

Влияние роста доли рабочей силы, занятой в R&D, становится более значительным. Согласно уравнению (3.7), рост  $a_L$  приводит к немедленному росту  $\dot{g}_A$ , как и ранее. Но  $\dot{g}_A$  является возрастающей функцией от  $g_A$ , поэтому  $\dot{g}_A$  также возрастает. И чем быстрее растет величина  $g_A$ , тем быстрее растет ее темп роста. Поэтому увеличение  $a_L$  приводит к постоянно расширяющемуся разрыву между новой траекторией переменной  $A$  и траекторией, которой она следовала бы при исходном значении  $a_L$ . Это изображено на Рис. 3.4.



**Рисунок 3.5 Динамика темпа роста знаний при  $\theta = 1$  и  $n > 0$**

### Случай 3: $\theta = 1$

Когда  $\theta$  в точности равняется 1, существующие знания продуктивны как раз настолько, чтобы производить новые знания в объеме, пропорциональном имеющемуся запасу. В этом случае уравнения (3.7) и (3.9) для  $g_A$  и  $\dot{g}_A$  упрощаются:

$$g_A(t) = Ba_L^\gamma L(t)^\gamma, \quad (3.11)$$

$$\dot{g}_A(t) = \gamma g_A(t). \quad (3.12)$$

Если рост численности населения положителен, то  $g_A$  растет с течением времени; в такой ситуации динамика модели аналогична динамике для случая  $\theta > 1$ . На Рис. 3.5 изображена фазовая диаграмма для третьего случая.<sup>4</sup>

Если рост численности населения равен нулю (или если  $\gamma = 0$ ), величина  $g_A$  постоянна независимо от начальной ситуации. Поэтому переходная динамика отсутствует, и экономика сразу оказывается на траектории сбалансированного роста: из любого начального состояния экономика мгновенно начинает расти с постоянным темпом. Как в случаях  $\theta > 1$  и  $\theta = 1$ ,  $n > 0$  из модели следует, что темпы роста увеличиваются, причем так быстро, что выпуск достигает бесконечности за конечный период времени. Рассмотрим, к примеру, случай  $\theta > 1$  при  $n = 0$ . Можно показать, что при этих условиях выражению (3.6) удовлетворяет  $A(t) = c_1 / (c_2 - t)^{1/(\theta-1)}$ , где  $c_1 = 1 / [(\theta-1)Ba_L^\gamma L^\gamma]^{1/(\theta-1)}$ , а  $c_2$  выбрано так, чтобы  $A(0)$  равнялось начальному значению  $A$ . Таким образом,  $A$  растет взрывным образом, начиная с момента времени  $c_2$ . Так как выпуск не может достичь бесконечности за конечный период времени, модель в какой-то момент должна перестать работать. Но это не означает, что она не подходит для описания роста на определенном отрезке времени. Действительно, в разделе 3.7 предоставлены свидетельства того, что модель, похожая на эту, хорошо объясняет исторические данные за много тысяч лет.

показывают уравнения (3.5) и (3.11), темпы роста знаний, выпуска и выпуска на одного работника в этом случае равны  $Ba_L^\gamma L^\gamma$ . Таким образом, в данной ситуации  $a_L$  влияет на долгосрочный темп роста экономики.

Так как выпуск в нашей экономике представляет собой благо, которое не используется нигде, кроме потребления, естественно полагать, что оно потребляется полностью. Поэтому  $1 - a_L$  - это доля ресурсов общества, направляемых на производство благ для текущего потребления, а  $a_L$  - доля, направляемая на производство блага (а именно знаний), которое будет полезно в производстве выпуска в будущем. Таким образом,  $a_L$  можно считать мерой нормы сбережения в этой экономике.

При такой интерпретации этот случай является собой простой пример модели, где норма сбережения влияет на долгосрочный рост. Модели такого вида называют *моделями линейного роста*; по причинам, которые станут ясны в разделе 3.4, они также известны как *модели  $Y = AK$* . Благодаря простоте моделей линейного роста, в работах по эндогенному росту им уделялось большое внимание.

### **Важность отдачи от масштаба воспроизводимых факторов**

Причина, по которой эти три случая приводят к столь разным следствиям, заключается в том, что отдача от масштаба *воспроизводимых* факторов оказывается убывающей, возрастающей или постоянной в зависимости от того, является ли параметр  $\theta$  большим, меньшим или равным 1. Поскольку рост труда в модели является экзогенным, а капитал мы исключили, именно знания являются единственным воспроизводимым фактором. В производстве товаров имеет место постоянная отдача от знаний. Поэтому является ли отдача от знаний в экономике в целом возрастающей, убывающей или постоянной определяются отдачей от масштаба в производстве знаний, т.е. от параметра  $\theta$ .

Чтобы понять, почему отдача от масштаба воспроизводимого фактора так важна для поведения экономики, предположим, что экономика находится на какой-то траектории, и что параметр  $A$  вырос на 1 процент в результате экзогенного шока. Если параметр  $\theta$  в точности равен 1, то  $\dot{A}$  также вырастет на один процент: знания продуктивны в производстве новых знаний ровно настолько, чтобы сделать увеличение  $A$  самоподдерживающимся. Таким образом, скачок переменной  $A$  никак не влияет на ее темп роста. Если  $\theta$  превышает 1, однопроцентный рост  $A$  приводит к большему, чем на один процент, росту  $\dot{A}$ . Таким образом, в этом случае увеличение  $A$  повышает темп роста  $A$ . Наконец, если  $\theta$  меньше 1, однопроцентный рост  $A$  приводит к меньшему, чем на один процент, росту  $\dot{A}$ , а следовательно, темп роста знаний падает.

## **3.3 Общий случай**

Теперь мы хотим снова ввести в модель капитал и исследовать, как это модифицирует предыдущий анализ. Теперь модель описывается уравнениями (3.1)-(3.4), а не (3.4)-(3.6).

### **Динамика знаний и капитала**

Как упоминалось выше, когда в модель вводится капитал, в ней появляются две эндогенные переменные запаса,  $A$  и  $K$ . Как и при анализе простой модели, мы сосредоточимся на динамике темпов роста  $A$  и  $K$ . Подставляя производственную функцию (3.1) в уравнение для накопления капитала (3.3), получаем

$$\dot{K}(t) = s(1 - a_K)^\alpha (1 - a_L)^{1-\alpha} K(t)^\alpha A(t)^{1-\alpha} L(t)^{1-\alpha}. \quad (3.13)$$

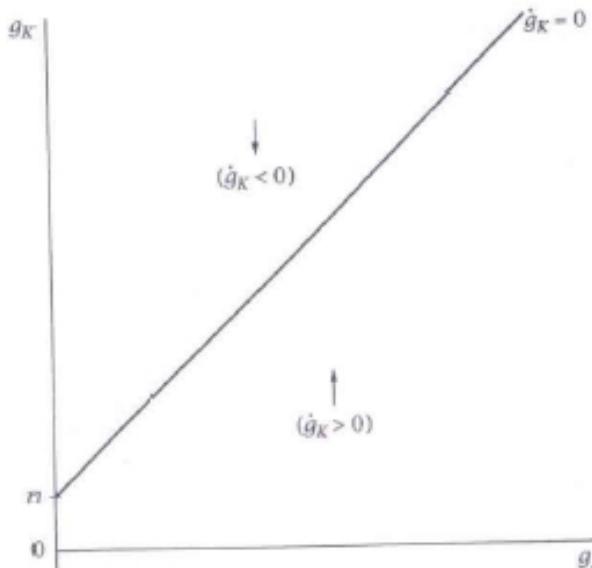
Разделив обе части на  $K(t)$  и введя обозначение  $c_K = s(1-a_K)^\alpha(1-a_L)^{1-\alpha}$ , получим

$$\begin{aligned} g_K(t) &\equiv \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} \\ &= c_K \left[ \frac{A(t)L(t)}{K(t)} \right]^{1-\alpha}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Прологарифмировав обе части и продифференцировав по времени, получаем

$$\frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = (1-\alpha)[g_A(t) + n - g_K(t)]. \quad (3.15)$$

Согласно (3.14) величина  $g_K$  всегда положительна. Таким образом,  $g_K$  растет, если выражение  $g_A + n - g_K$  положительно, падает, если отрицательно, и не меняется, если оно равно нулю. Эта информация суммирована на Рис. 3.6. В координатах  $(g_A, g_K)$  геометрическое место точек, в которых величина  $g_K$  постоянна, представляет собой прямую, имеющую единичный наклон и пересекающую вертикальную ось на уровне  $n$ . В области над этой прямой  $g_K$  падает; ниже ее  $g_K$  растет.



**Рисунок 3.6 Динамика темпа роста капитала в общей версии модели**

Аналогично, поделив обе части уравнения (3.2),  $\dot{A} = B(a_K K)^\beta (a_L L)^\gamma A^\theta$ , на  $A$ , получим уравнение для темпа роста  $A$ :

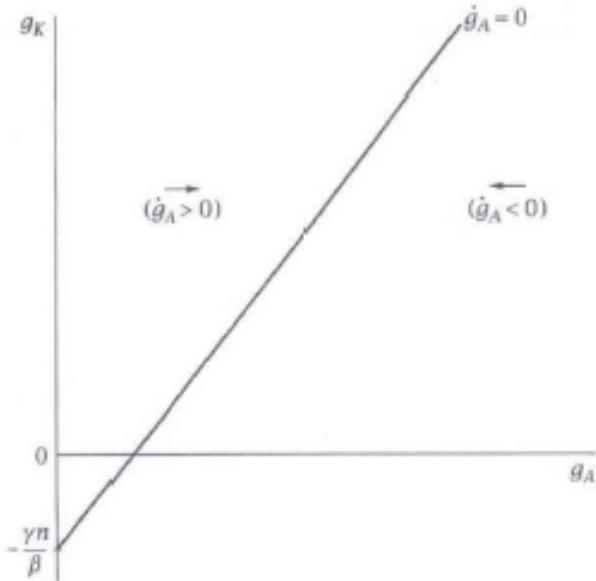
$$g_A(t) = c_A K(t)^\beta L(t)^\gamma A(t)^{\theta-1}, \quad (3.16)$$

где  $c_A \equiv B a_K^\beta a_L^\gamma$ . Это уравнение по существу выглядит так же, как уравнение (3.7) в простой версии модели, единственное отличие - наличие множителя  $K^\beta$ . Прологарифмировав и, затем, продифференцировав по времени, получаем

$$\frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = \beta g_K(t) + \gamma n + (\theta-1)g_A(t). \quad (3.17)$$

Таким образом, величина  $g_A$  растет, если выражение  $\beta g_K + \gamma n + (\theta-1)g_A$  положительно, падает, если оно отрицательно, и не меняется, если оно равно нулю. Это

показано на Рис. 3.7. Прямая, на которой величина  $\dot{g}_A$  постоянна, пересекает вертикальную ось на уровне  $-\gamma n / \beta$  и имеет наклон  $(1 - \theta) / \beta$  (рисунок соответствует случаю  $\theta < 1$ , поэтому наклон положителен). Над этой прямой  $\dot{g}_K$  растет; под ней —  $\dot{g}_K$  падает.



**Рисунок 3.7 Динамика темпа роста знаний в общей версии модели**

Производственная функция для выпуска (уравнение [3.1]) характеризуется постоянной отдачей от масштаба по обоим воспроизводимым факторам производства, по капиталу и знаниям. Таким образом, возрастание, убывание или постоянство отдачи от масштаба по воспроизводимым факторам для нашей модели зависит от их отдачи от масштаба в функции производства знаний, задаваемой уравнением (3.2). Как видно из этого уравнения, степень отдачи от масштаба факторов  $K$  и  $A$  в производстве знаний равна  $\beta + \theta$ : при одновременном увеличении  $K$  и  $A$  в  $X$  раз, производная  $\dot{A}$  увеличивается в  $X^{\beta+\theta}$  раз. Следовательно, ключевым детерминантом поведения экономики теперь является не разность  $\theta$  и 1, а разность  $\beta + \theta$  и 1. Как и ранее, мы рассмотрим все три случая.

### Случай 1: $\beta + \theta < 1$

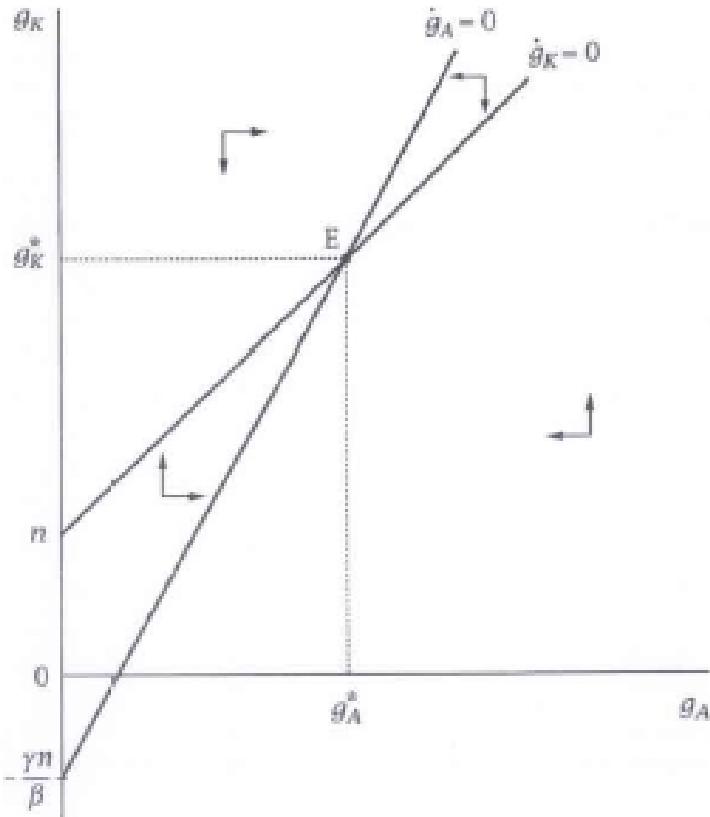
Если  $\beta + \theta$  меньше 1, то  $(1 - \theta) / \beta$  больше 1. Таким образом, прямая, на которой  $\dot{g}_A = 0$ , круче прямой, где  $\dot{g}_K = 0$ . Этот случай показан на Рис. 3.8. Начальные значения  $g_A$  и  $g_K$  определяются параметрами модели и начальными значениями  $A$ ,  $K$  и  $L$ . Их динамика показана на рисунке.

Из рисунка видно, что независимо от начальных значений  $g_A$  и  $g_K$ , они сходятся к точке  $E$ , отмеченной на графике\*. И  $\dot{g}_A$ , и  $\dot{g}_K$  в этой точке равны нулю. Поэтому значения  $g_A$  и  $g_K$  в точке  $E$ , которые обозначены через  $g_A^*$  и  $g_K^*$ , должны удовлетворять следующим условиям:

$$g_A^* + n - g_K^* = 0 \quad (3.18)$$

и

$$\beta g_K^* + \gamma n + (\theta - 1)g_A^* = 0 \quad (3.19)$$



**Рисунок 3.8 Динамика темпов роста капитала и знаний при  $\beta + \theta < 1$**

Записывая условие (3.18) в виде  $g_K^* = g_A^* + n$  и подставляя его в (3.19), получаем

$$\beta g_A^* + (\beta + \gamma)n + (\theta - 1)g_A^* = 0, \quad (3.20)$$

или

$$g_A^* = \frac{\beta + \gamma}{1 - (\theta + \beta)}n. \quad (3.21)$$

Из этих уравнений следует, что  $g_K^*$  - это просто  $g_A^* + n$ . Теперь из уравнения (3.1), следует, что при росте  $A$  и  $K$  с этими темпами, выпуск растет темпом  $g_K^*$ . Значит, выпуск на одного работника растет темпом  $g_A^*$ .

Этот случай схож со случаем, когда  $\theta$  меньше 1 в версии модели без капитала. Здесь, как и в том случае, долгосрочный темп роста экономики задан эндогенно и является возрастающей функцией от темпа роста численности населения, а при нулевом темпе роста населения равен нулю. Доли рабочей силы и капитала, занятых в R&D, соответственно  $a_L$  и  $a_K$ , не влияют на долгосрочный рост; не влияет на него и норма сбережения  $s$ . Причина, по которой эти параметры не влияют на долгосрочный рост, по сути дела та же, что и причина, по которой  $a_L$  не влияет на долгосрочный рост в простой версии этой модели.<sup>5</sup>

\* Речь идет о сходимости траекторий, описываемых парами функций  $g_A(t), g_K(t)$ , удовлетворяющими системе уравнений (3.15), (3.17). Фазовая диаграмма, соответствующая этой системе, изображена на рисунке 3.8. (Прим. науч. ред.).

### Случай 2: $\beta + \theta > 1$

В этом случае прямые, на которых  $g_A$  и  $g_K$  постоянны, расходятся, как показано на Рис. 3.9. Как показывает фазовая диаграмма независимо от того, где экономика стартует, она, в конце концов, окажется в области между двумя прямыми. Как только это происходит, темпы роста  $A$  и  $K$ , а значит, и темп роста выпуска, непрерывно возрастают. Можно показать, что увеличение  $s$  или  $n$  повышает выпуск на одного работника по сравнению с исходной траекторией, образуя разрыв, который увеличивается со временем. Однако, эффекты изменения  $a_L$  или  $a_K$  более сложны, так как они включают в себя перемещение ресурсов между двумя секторами. Таким образом, этот случай аналогичен случаю в простой модели, в котором  $\theta$  превышает 1.

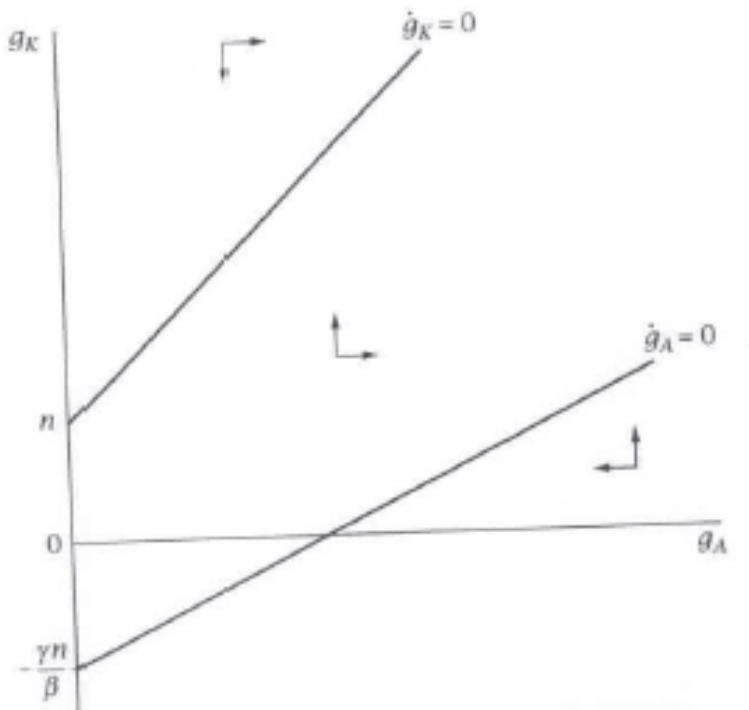
### Случай 3: $\beta + \theta = 1$

Последний вариант – это когда  $\beta + \theta$  равняется 1. В этом случае  $(1 - \theta)/\beta$  равно 1, и поэтому прямые  $\dot{g}_A = 0$  и  $\dot{g}_K = 0$  имеют одинаковый наклон. Если темп роста населения  $n$  положителен, прямая  $\dot{g}_K = 0$  лежит над прямой  $\dot{g}_A = 0$ , и динамика экономики схожа со случаем, когда  $\beta + \theta > 1$ . Данная ситуация изображена на Рис. 3.10(а).

С другой стороны, если  $n$  равен нулю, обе прямые совпадают, как показано на Рис. 3.10 (б). На графике показано, что независимо от начальных условий экономика сходится к траектории сбалансированного роста. Как и в случае модели без капитала при  $\theta = 1$  и  $n = 0$ , фазовая диаграмма не определяет, к какой траектории сбалансированного роста сходится экономика. Тем не менее, можно показать, что для экономики существует единственная такая траектория, и что темп роста экономики на этой траектории – сложная функция от параметров. Рост нормы сбережения и численности населения увеличивает долгосрочный темп роста. Интуиция здесь та же, что и в случае ускорения долгосрочного роста из-за увеличения  $a_L$  или  $L$  в модели без капитала. Как и в случае 2, эффект увеличения  $a_L$  и  $a_K$  на долгосрочный рост неоднозначен. К сожалению, вычисление темпа долгосрочного роста утомительно и не особенно полезно. Поэтому мы не будем вдаваться в детали.<sup>6</sup>

---

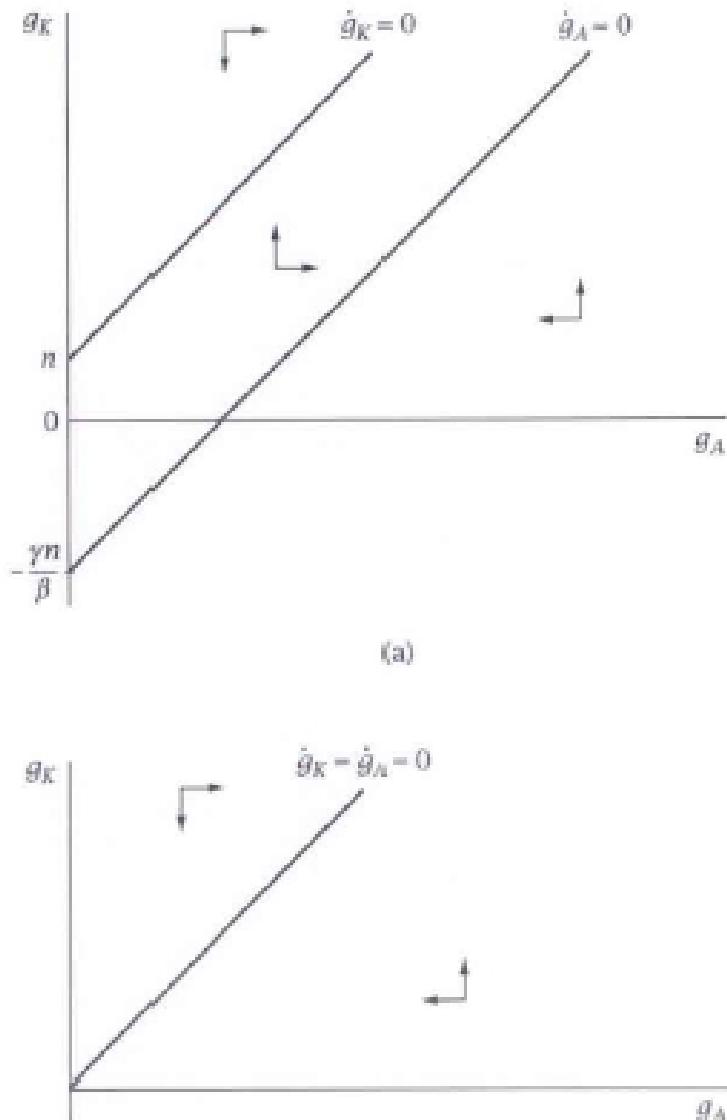
<sup>6</sup> См. задачу 3.4 для более детального анализа влияния изменения нормы сбережения в этой модели.



**Рисунок 3.9 Динамика темпов роста капитала и знаний при  $\beta + \theta > 1$**

Конкретным примером модели накопления знаний и роста, макроэкономическая часть которой укладывается в рамки нашего подхода, является модель "эндогенного технического прогресса" П. Ромера (Romer, 1990; микроэкономическая часть модели Ромера, которая представляется, возможно, даже более важной, рассматривается в разделе 3.4 и в задачах 3.6-3.8). Как и в нашем случае, темп роста населения равен нулю, и отдача от масштаба воспроизводимых факторов в обоих секторах постоянна. В R&D секторе используется труд и существующий запас знаний, но не физический капитал. Таким образом, в наших обозначениях функция производства новых знаний имеет вид

$$\dot{A}(t) = Ba_L LA(t). \quad (3.22)$$



**Рисунок 3.10 Динамика темпов роста капитала и знаний при  $\beta + \theta = 1$**

Так как весь физический капитал используется при производстве благ, то производственная функция имеет вид

$$Y(t) = K(t)^\alpha [(1-a_L)L A(t)]^{1-\alpha}. \quad (3.23)$$

Обычное предположение о постоянстве нормы сбережения ( $\dot{K}(t) = s Y(t)$ ) завершает описание модели.<sup>7</sup> Это частный случай нашей более общей модели при  $\beta = 0$ ,  $\theta = 1$  и  $\gamma = 1$ . Для получения выводов из данной версии модели, отметим, что в силу (3.22)  $A$  растет с постоянным темпом  $B a_L L$ . Это значит, что модель идентична модели Солоу при  $n = \delta = 0$  и при темпе технического прогресса равном  $B a_L L$ . Таким образом (так как отсутствует рост населения), темпы роста выпуска и капитала на траектории сбалансированного роста равны  $B a_L L$ . Эта модель является примером ситуации, когда долгосрочный рост эндогенен (и зависит от других параметров, но не от роста населения), но не подвержен влиянию нормы сбережения.

<sup>7</sup> См. задачу 3.5.

## Эффекты масштаба и рост

Одна из важнейших стимулов к работе над новой теорией роста является стремление понять различия в темпах долгосрочного роста. Как следствие, центральное место в ранних моделях новой теории роста отводилось постоянной или возрастающей отдаче от воспроизводимых факторов, где изменения в нормах сбережения и ресурсах, направляемых на R&D, оказывают перманентное влияние на темпы роста. Однако Jones (1995) выявил важную проблему, связанную с этими моделями. В течение послевоенного периода все факторы, которые, согласно моделям, влияют на долгосрочный рост, изменялись в благоприятном направлении. Численность населения стабильно росла, нормы сбережения повысились, доля ресурсов, направляемых на накопление человеческого капитала, возросла значительно, и доля ресурсов, выделяемых на исследования и разработки, также резко повысилась. Таким образом, согласно новым моделям роста с постоянной или возрастающей отдачей от масштаба, темпы роста должны были бы существенно увеличиться. На самом же деле динамика темпов роста не обнаруживает заметного тренда.

Самая простая интерпретация результатов, полученных Джонсом, заключается в том, что существует убывающая отдача от масштаба воспроизводимых факторов. Эта интерпретация предложена самим Джонсом. Однако несколько недавних работ предлагают другое возможное объяснение. В них по-прежнему предполагается постоянная или возрастающая отдача воспроизводимых факторов, но добавляется дополнительный канал, ответственный за то, что общее расширение экономики не приводит к более быстрому росту. А именно, в данных работах предполагается, что рост определяется уровнем исследовательской активности, приходящейся на каждый сектор, и что число секторов растет вместе с экономикой. Как следствие, темп роста постоянен, несмотря на растущее население. Но из-за отдачи воспроизводимых факторов увеличение доли ресурсов, направляемых на R&D, перманентно ускорило бы рост. Таким образом, эти модели, как и ранние модели новой теории роста, способны объяснить вариации (различия в темпах) долгосрочного роста, но не утверждают, что увеличение численности населения в мире приводит к постоянно ускоряющемуся росту (см., например, Peretto (1998), Dunapoulos и Thompson (1998) и Howitt (1999)).

Эта аргументация сталкивается с двумя трудностями. Во-первых, увеличивалось не только население. Основной факт, подчеркиваемый Джонсом, заключается в том, что доля R&D и нормы инвестиций в физический и человеческий капитал также росли. Поэтому тот факт, что рост не ускоряется, является загадкой и для этих моделей второго поколения новой теории роста. Во-вторых, как заметил Jones (1999b), для устранения влияния эффектов масштаба на рост в этих моделях вводятся довольно сильные и кажущиеся произвольными ограничения на параметры.

При убывающей отдаче от масштаба отсутствие тренда в динамике темпов роста не удивительно. В этом случае увеличение, скажем, нормы сбережения или доли R&D приводит к временному периоду роста выше нормального. В результате, повторяющиеся скачки в этих переменных приводят не к ускоряющемуся росту, а к продолжительному периоду роста с темпами выше нормы. Отсюда следует, что, несмотря на относительную стабильность роста, нельзя сказать, что Соединенные Штаты и другие ведущие экономики находятся на традиционных (обычных) траекториях сбалансированного роста (Jones, 1999a).

Нормы сбережения и доля R&D не могут расти бесконечно (хотя, в случае с долей R&D, ее нынешний уровень достаточно низок, так что она может продолжать расти быстрыми темпами в течение продолжительного периода). Поэтому один из выводов

этого анализа состоит в том, что в отсутствии противодействующих сил в определенной точке рост должен замедлиться. Более того, по подсчетам Jones (1999a) это замедление должно быть значительным.

### **3.4 Природа знаний и детерминанты распределения ресурсов на R&D**

#### **Общие замечания**

В предыдущем анализе норма сбережения  $s$  и доли факторов производства, направляемых на R&D,  $a_L$  и  $a_K$ , рассматривались как заданные. В моделях из главы 2 (а также из главы 7) описываются элементы, необходимые для того, чтобы сделать  $s$  эндогенной. Но остается вопрос о том, что определяет  $a_L$  и  $a_K$ . Этому посвящен данный раздел.

До сих пор мы просто описывали переменную "A" как знания, производимые R&D сектором. Но знание может принимать различные формы. Удобно считать, что существует континuum видов знаний от высоко абстрактных до самых прикладных. Одна крайность – это фундаментальные научные знания с широкой областью применения, такие как, например, теорема Пифагора, инфекционная теория заболеваний и квантовая механика. Другая крайность – это специфические знания об определенных предметах, например, знание о том, как включать газонокосилку холодным утром. Существует широкий спектр различных идей между этими двумя крайностями, от конструкции транзистора или изобретения магнитофона до улучшенной планировки кухни ресторана быстрого обслуживания или рецепта изготовления более вкусного напитка.

Многие из этих разнообразных видов знаний имеют важное значение для экономического роста. Представим себе, например, что 100 лет назад произошла остановка в фундаментальном научном прогрессе или в изобретении прикладных технологий, имеющих широкое применение, или в изобретении новых продуктов, или в усовершенствовании их конструкции и использования уже после их изобретения. Такие изменения привели бы к различным последствиям для экономического роста, воздействуя на него с разными лагами, но, скорее всего, все они послужили бы причиной его значительного замедления.

Нет оснований полагать, что детерминанты накопления этих разнообразных видов знаний будут одинаковыми: силы, лежащие в основе, например, развития фундаментальной математики, отличаются от тех, что стоят за усовершенствованием проектирования ресторанов быстрого обслуживания. Таким образом, мы не предполагаем существования единой теории роста знаний. Напротив, мы должны будем стремиться найти разнообразные факторы, лежащие в основе накопления знаний.

В то же время, как отмечает Romer (1990), все виды знаний обладают одним главным качеством: они *неконкурентны*. То есть, какое-либо применение единицы знаний, будь это теорема Пифагора или состав напитка, не затрудняет ее использование в иной ситуации. Обычные экономические блага, напротив, *конкурентны*: использование, скажем, одежды одним индивидом препятствует ее одновременному использованию другим.

Немедленное следствие этого фундаментального качества знаний заключается в том, что производство и распределение знаний не может полностью управляться рыночными силами. После того, как знание уже получено, предельные издержки его предоставления дополнительному пользователю, равны нулю. Таким образом, рентная стоимость знаний на конкурентном рынке нулевая. Но тогда создание знаний не может быть мотивировано желанием частного агента получить экономическую выгоду. Отсюда следует, что, либо

знания продаются по цене, выше их предельных издержек, либо их развитие не мотивируется рыночными силами. Следовательно, необходимо несколько отклониться от чисто конкурентной модели.

Ромер отмечает, что, хотя все знания неконкурентны, они неоднородны в другом измерении – в отношении *исключаемости*. Благо является исключаемым, если можно запретить его использование другими. Обычные частные блага являются исключаемыми: владелец одежды может запретить другим ею пользоваться.

В случае знаний исключаемость зависит от природы самих знаний и от экономических институтов, управляющих правами собственности. Например, патентное право дает возможность изобретателям контролировать использование их разработок и открытий. Различные законы могут давать изобретателю меньшие или большие возможности предотвратить использование своих открытий другими индивидами. Еще один пример: законы об авторских правах не позволяют автору, придумавшему лучшую структуру учебника, полностью предотвратить использование этой структуры другими авторами. Следовательно, исключаемость лучшей структуры учебника ограничена. (Однако, так как законы об авторских правах предотвращают попытки полного копирования учебника другими авторами, использование новой структуры требует приложения усилий; в результате есть определенная степень исключаемости, а значит, и потенциал для получения выгод от лучшей организации учебника). Но можно было бы изменить закон так, чтобы у авторов появились большие возможности по предотвращению использования структуры их книги другими авторами.

Иногда исключаемость больше зависит от природы знаний и меньше – от законодательства. Рецепт изготовления Кока-колы настолько сложен, что может держаться в секрете и без защиты закона об авторском праве или патента. Технология записи телевизионных программ на видеокассету достаточно проста, так что создатели программ были не в состоянии запретить зрителям записывать программы (и содержащиеся в них «знания») даже до того, как суды постановили, что такая запись для личного пользования законна.

Степень исключаемости оказывает сильное влияние на то, в какой мере создание и распределение знаний отклоняются от чистой конкуренции. Если определенный вид знаний полностью неисключаем, то частных выгод от его разработки быть не может, поэтому R&D в эту область должны прийти откуда-то еще. Но когда знания исключаемы, производители новых знаний могут выдавать разрешение на их использование за определенную положительную плату, и, следовательно, надеяться получить доход от усилий, вложенных в R&D.

С учетом этих общих замечаний мы можем приступить к рассмотрению некоторых основных факторов, ответственных за распределение ресурсов для создания знаний. Четыре таких фактора заслужили особое внимание: поддержка фундаментальных научных исследований, частные стимулы к R&D и инновациям, альтернативные возможности для талантливых индивидов и обучение на практике.

## **Поддержка фундаментальных научных исследований**

Доступ к фундаментальным научным знаниям по традиции был относительно свободным; то же самое относится к результатам исследований, проводимых в таких институтах как современные университеты и средневековые монастыри. Таким образом, эти исследования не мотивированы желанием частных лиц получить прибыль на рынке. Вместо этого они поддерживаются государствами, благотворительными фондами и богатыми людьми, и ведутся индивидами, мотивированными этой поддержкой, желанием стать известными и, возможно, любовью к знаниям.

Экономика такого вида знаний относительно прямолинейна. Так как они доступны за нулевую цену, и так как они полезны в производстве, они создают положительную экстерналию. Поэтому их производство должно субсидироваться.<sup>8</sup> Если, к примеру, добавить домохозяйства с бесконечным горизонтом жизни из модели Рамсея в модель роста, основывающейся на этом взгляде на накопление знаний, можно подсчитать размер оптимальных субсидий на исследования. Примерами такого типа анализа являются работы Phelps (1966b), Nordhaus (1967) и Shell (1966, 1967).

### **Частные стимулы к R&D и инновациям**

Многие инновации, от создания абсолютно новых продуктов до небольших улучшений уже существующих товаров, осуществляются при совсем незначительной внешней поддержке или вообще без нее, и основаны практически полностью на стремлении получать частные выгоды. Моделирование такой частной исследовательской деятельности и ее влияния на экономический рост стало предметом значительной части исследований, важными примерами которых являются работы Romer (1990), Grossman и Helpman (1991a) и Aghion и Howitt (1992).

Как описано выше, для того, чтобы в основе исследовательской активности лежали экономические стимулы, необходимо, чтобы знания, созданные при помощи R&D, были в какой-то степени исключаемыми. Тогда разработчик новой идеи обладает определенной рыночной властью. Обычно разработчик моделируется как агент, обладающий эксклюзивным контролем над использованием идеи и выдающий лицензии на ее использование производителям конечных благ. Плата, которую может назначить новатор за использование идеи, ограничена полезностью идеи в производстве или вероятностью того, что другие, стремясь получить большую выгоду, затратят некие ресурсы на то, чтобы узнать эту идею. Количество факторов производства, используемых в R&D, определяется в модели как результат перемещения факторов между секторами, которое выравнивает частную оплату факторов в R&D секторе с оплатой факторов в секторе производства конечных благ.

Модели Ромера, Гроссмана-Хэлпмена и Агиона-Ховитта являются примерами завершенных моделей, которые формализуют эти идеи. На макроэкономическом уровне модели схожи с третьим случаем в предыдущем разделе ( $\theta + \beta = 1$  и  $n = 0$ ), поскольку та модель имеет естественную интерпретацию, и из нее следует, что количество ресурсов, занятых в R&D, может влиять на долгосрочный рост. Однако, микроэкономические структуры моделей гораздо богаче.<sup>9</sup>

Так как подобные экономики не являются абсолютно конкурентными, равновесия в них не являются оптимальными в общем случае. В частности, в децентрализованных равновесиях распределение ресурсов между R&D и производством обычных благ может быть неэффективным. Различают три внешних эффекта от R&D: *эффект излишка потребителя*, *эффект похищения бизнеса* и *эффект R&D*.

Эффект излишка потребителя заключается в том, что индивиды или фирмы, покупающие лицензии на использование идей у новаторов, получают некоторый излишек, так как новаторы не могут использовать совершенную ценовую дискриминацию. Следовательно, это положительный внешний эффект от R&D.

<sup>8</sup> На агрегированном уровне модель Ромера имеет два небольших отличия от изложенной в тексте. Во-первых,  $a_L$  и  $s$  определяются исходя из микроэкономических взаимосвязей, поэтому являются эндогенными и могут меняться во времени. Однако в равновесии они постоянны. Во-вторых, в его модели различаются опытные и неопытные работники. Неопытная рабочая сила используется только при производстве благ. Тем не менее, запасы обоих типов труда экзогенны и постоянны.

<sup>9</sup> Данный вывод заставляет ученых симпатизировать подобному взгляду на знания.

Эффект похищения бизнеса состоит в том, что введение лучшей технологии обычно делает существующие технологии менее привлекательными и поэтому наносит ущерб владельцам этих технологий. Этот внешний эффект отрицателен.<sup>10</sup>

Наконец, эффект R&D заключается в том, что новаторы, как обычно предполагается, не контролируют использование их знаний в производстве дополнительных знаний. В терминах модели предыдущего раздела новаторы получают прибыль от использования их знаний в производстве благ (уравнение [3.1]), но не в производстве знаний (уравнение [3.2]). Это предположение соответствует тому институциональному факту, что описание новой технологии должно быть доступным после выдачи патента, поэтому знание может быть использовано другими изобретателями. Таким образом, разработка новых знаний оказывает положительный внешний эффект на других работников, занятых в R&D.

Совокупный эффект от этих трех экстерналий неоднозначен. Можно построить примеры, в которых экстерналия похищения бизнеса перевешивает экстерналии потребительского излишка и R&D. В таком случае стимулы к захвату прибыли, полученной другими новаторами, приводят к тому, что на R&D будет выделяться слишком много ресурсов. В результате равновесный темп роста экономики может быть неэффективно высоким (Aghion и Howitt, 1992). Однако, принято считать, что в нормальной ситуации совокупные внешние эффекты от R&D положительны. Например, в модели, разработанной Romer (1990), эффекты потребительского излишка и похищения бизнеса балансируют друг друга, поэтому в итоге остается лишь положительный эффект R&D. В этом случае равновесный уровень R&D неэффективно низок, и субсидии на R&D могут повысить благосостояние.

Могут также существовать и другие внешние эффекты. Например, если новаторы обладают лишь неполным контролем над использованием их идей в производстве благ (то есть, имеет место частичная исключаемость), возникает дополнительная причина, по которой частные отдача от R&D меньше общественной. С другой стороны, то обстоятельство, что индивид, первым придумавший изобретение, получает эксклюзивные права на это него, может породить излишние стимулы для некоторых видов R&D. Например, частная выгода от деятельности, позволяющей одному изобретателю завершить изобретение чуть раньше своего конкурента, может превысить общественную выгоду.<sup>11</sup>

## **Альтернативные возможности для талантливых индивидов**

В работах Baumol (1990) и Murphy, Shleifer и Vishny (1991) авторы исходят из наблюдения, что основные инновации и достижения в области знаний часто становятся результатом деятельности чрезвычайно талантливых индивидов. Они также учитывают, что талантливые индивиды, кроме погони за инновациями и производством благ, имеют альтернативные возможности. Эти наблюдения свидетельствуют о том, что экономические стимулы и общественные силы, влияющие на активность талантливых индивидов, могут оказаться важными для накопления знаний.

Баумоль подходит к рассмотрению этого вопроса с исторической точки зрения. Он

<sup>10</sup> См. задачи 3.6-3.8

<sup>11</sup> И эффект излишка потребителя, и эффект похищения бизнеса – это ценовые экстерналии: они реализуются только через рынки. Как описано в разделе 2.4, такие внешние эффекты не приводят к возникновению неэффективности на конкурентных рынках. Например, любовь индивида к моркови, приводящая к повышению цены моркови, вредит другим покупателям моркови, но приносит выгоды производителям моркови. В конкурентном случае такие выгоды и потери балансируют друг друга, и поэтому конкурентное равновесие эффективно по Парето. Но если есть отклонения от чистой конкуренции, ценовые экстерналии могут привести к неэффективности.

утверждает, что в разных местах в различные времена завоевания, политическое и религиозное лидерство, сбор налогов, криминальная активность, философские размышления, финансовые сделки и манипуляции с законами были привлекательны для большинства талантливых членов общества. Он также утверждает, что такие виды деятельности часто приносили незначительные (или даже отрицательные) общественные выгоды. То есть, его идея заключается в том, что эти виды деятельности представляют собой *поиск ренты* – попытку захватить существующее богатство, а не создавать новое. Наконец, он говорит о том, что существовала сильная связь между тем, как общества управляли энергией своих самых способных членов и процветанием этих обществ в течение долгого времени.

В работе Мерфи, Шляйфера и Вишни приведено общее обсуждение сил, влияющих на решения талантливых индивидов об участии в продуктивных с точки зрения общества видах деятельности. В частности, они выделяют три фактора. Первый – это размер соответствующего рынка: чем больше рынок, на котором талантливый индивид может пожинать плоды своей деятельности, тем больше его стимулы им заняться. Так, например, низкие транспортные издержки и отсутствие торговых барьеров стимулируют предпринимательство, а плохо определенные права собственности подвергают экономическое богатство страны риску экспроприации, что стимулирует рентоориентированное поведение. Второй фактор – это степень убывающей отдачи от масштаба. Виды деятельности, масштаб которых ограничен временем, затрачиваемым предпринимателем (проведение хирургических операций, например), потенциально не столь доходны, как виды деятельности, доходность которых ограничена лишь масштабом рынка (к примеру, создание изобретений). Таким образом, например, хорошо функционирующие рынки капитала, позволяющие фирмам быстро расширяться, способствуют большей привлекательности предпринимательства по сравнению с поиском ренты. Последний фактор – это возможность сохранить полученные доходы. Поэтому четко определенные права собственности стимулируют предпринимательство, тогда как узаконенный поиск ренты (например, с помощью государственной или церковной власти) стимулирует общественно непроизводительную деятельность.

## **Обучение на практике**

Последний фактор накопления знаний имеет, по своей сути, совершенно иную природу. Основная идея состоит в том, что, производя блага, индивиды неизбежно думают о возможностях улучшения производственного процесса. Например, Arrow (1962) отмечает следующую эмпирическую закономерность: после внедрения новой модели самолета, время, необходимое для постройки корпуса дополнительного самолета, обратно пропорционально кубическому корню из числа уже выпущенных самолетов этой модели. Такое улучшение в производительности появляется без каких-либо явных инноваций в производственном процессе. Следовательно, накопление знаний появляется отчасти не как результат преднамеренных усилий, но как побочный эффект обычной экономической деятельности. Такой вид накопления знаний известен как *обучение на практике*(*learning by doing*).

Когда обучение на практике является источником технического прогресса, темп накопления знаний зависит не от доли ресурсов экономики, направляемой на исследования и разработки, а от того, сколько новых знаний создается в процессе обычной экономической деятельности. Поэтому для анализа обучения на практике необходимо внести некоторые изменения в нашу модель. Все факторы производства теперь задействованы в производстве благ, поэтому производственная функция принимает следующий вид:

$$Y(t) = K(t)^\alpha [A(t)L(t)]^{1-\alpha}. \quad (3.24)$$

Самый простой случай обучения на практике – это случай, в котором обучение является побочным результатом производства нового капитала. Поскольку при такой формулировке рост знаний является функцией роста капитала, запас знаний является функцией запаса капитала. Таким образом, здесь присутствует лишь одна переменная запаса, чье поведение эндогенно.<sup>12</sup> Как обычно, выбирая степенную функцию, получаем

$$A(t) = BK(t)^\phi, \quad B > 0, \quad \phi > 0. \quad (3.25)$$

Поведение экономики описывается уравнениями (3.24)-(3.25) совместно с уравнениями (3.3)-(3.4), характеризующими накопление капитала и труда.

Чтобы проанализировать свойства этой экономики, для начала подставим (3.25) в (3.24); это дает нам

$$Y(t) = K(t)^\alpha B^{1-\alpha} K(t)^{\phi(1-\alpha)} L(t)^{1-\alpha}. \quad (3.26)$$

Так как  $\dot{K}(t) = sY(t)$ , динамика  $K$  описывается следующим образом:

$$\dot{K}(t) = sB^{1-\alpha} K(t)^\alpha K(t)^{\phi(1-\alpha)} L(t)^{1-\alpha}. \quad (3.27)$$

В нашей модели накопления знаний без капитала из раздела 3.2 динамика  $A$  описывалась так:  $\dot{A}(t) = B[a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta$  (уравнение [3.6]). Сравнение данного уравнения с уравнением (3.27) из модели обучения на практике показывает, что обе модели имеют схожую структуру. В модели из раздела 3.2 существует единственный фактор производства – знания. Здесь мы тоже можем считать, что фактор производства всего лишь один – капитал. Как видно из уравнений (3.6) и (3.27), динамика обеих моделей, по сути, одинакова. Поэтому для анализа данной модели мы можем использовать результаты анализа более ранней модели, в которой ключевым детерминантам экономической динамики был знак разности  $\theta$  и 1. Здесь же, по аналогии, это – знак разности  $\alpha + \phi(1 - \alpha)$  и 1, который совпадает со знаком разности  $\phi$  и 1.

Если  $\phi$  меньше 1, темп долгосрочного роста экономики является функцией темпа роста населения  $n$ . Если  $\phi$  больше 1, рост будет ускоряющимся. А если  $\phi$  равен 1, рост будет ускоряющимся при положительном  $n$  и устойчивым при  $n$  равном 0.

Опять же, особого внимания заслуживает случай  $\phi = 1$  и  $n = 0$ . Здесь производственная функция (уравнение [3.26]) приобретает вид

$$Y(t) = bK(t), \quad b \equiv B^{1-\alpha} L^{1-\alpha}. \quad (3.28)$$

Поэтому накопление капитала определяется уравнением

$$\dot{K}(t) = sbK(t). \quad (3.29)$$

Как и в других подобных случаях, которые мы уже рассмотрели, динамика этой экономики проста. Из уравнения (3.29) следует, что  $K$  растет с постоянным темпом  $sb$ . А так как выпуск пропорционален  $K$ , он растет с тем же темпом. Таким образом, у нас появился еще один пример модели, в которой долгосрочный рост эндогенен и зависит от нормы сбережения. Здесь это происходит потому, что вклад капитала выше, чем его обычный вклад: возросший капитал приводит к росту выпуска не только вследствие его прямого вклада в производство (величина  $K^\alpha$  из [3.26]), но и в результате косвенного вклада в развитие новых идей и, в связи с этим, увеличения производительности всего остального капитала (величина  $K^{\phi(1-\alpha)}$ ). Так как запись производственной функции в этих моделях часто содержит символ "A" вместо символа "b", используемого в (3.28), эти модели часто называют моделями " $Y = AK$ ".<sup>13</sup>

<sup>12</sup> См. Reinganum (1989), где содержится введение в проблемы, связанные с такими патентными гонками.

<sup>13</sup> См. задачу 3.9 для случая, в котором накопление знаний является побочным эффектом при производстве

### 3.5 Эндогенные сбережения в моделях накопления знаний: пример<sup>14</sup>

В предыдущих разделах этой главы, следуя духу модели Солоу, мы считали норму сбережения заданной. Но время от времени возникает желание смоделировать динамику сбережений как результат выбора оптимизирующих индивидов или домохозяйств, в особенности, если нам интересны вопросы благосостояния.

Сделать сбережения эндогенными в моделях, подобных тем, что мы изучаем, часто бывает нелегко. Здесь мы рассмотрим только самый простой случай: пусть существует единственный фактор производства, отдача от этого фактора постоянна и рост численности населения отсутствует. Иными словами, мы рассматриваем случай  $\theta = 1$  и  $n = 0$  из модели со знаниями, но без физического капитала, или случай  $\phi = 1$  и  $n = 0$  из модели обучения на практике. Для большей конкретности, обсуждение ведется в терминах модели обучения на практике. Для простоты мы продолжаем считать, что амортизация отсутствует.<sup>15</sup>

Предположим, что распределение выпуска между потреблением и сбережением определяется выбором домохозяйств с бесконечным горизонтом жизни, как и в модели Рамсея из главы 2. Так как население не растет, мы можем предположить, что каждое домохозяйство состоит ровно из одного индивида. Поэтому функция полезности репрезентативного домохозяйства будет иметь вид

$$U = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} \frac{C(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} dt, \quad \rho > 0, \quad \sigma > 0, \quad (3.30)$$

где  $C$  - потребление домохозяйства,  $\rho$  - норма дисконтирования, а  $\sigma$  - коэффициент относительной несклонности к риску. (За исключением использования  $\sigma$  вместо  $\theta$  и того факта, что размер домохозяйства нормирован к 1, это идентично уравнениям [2.1]-[2.2].) Капитал и труд оплачиваются в соответствии с их частными предельными продуктами. Домохозяйства считают заданными свое начальное богатство и траекторию(и) ставки процента и заработной платы, а траекторию потребления выбирают так, чтобы максимизировать  $U$ .

Вспомним, что в случае обучения на практике капитал влияет на выпуск в отдельной фирме как непосредственно, так и благодаря его воздействию на знания. Производственная функция одной фирмы, фирмы  $i$  имеет вид:

$$Y_i(t) = K_i(t)^\alpha [A(t)L_i(t)]^{1-\alpha}, \quad (3.31)$$

где  $K_i$  и  $L_i$  - количества капитала и труда, используемых фирмой. Хотя каждая фирма считает параметр  $A$  заданным, он на самом деле определяется совокупным запасом капитала. А именно, поскольку, согласно нашему предположению,  $\phi$  равняется 1,  $A(t)$  равняется  $BK(t)$  (см. [3.25]). Таким образом, выпуск фирмы  $i$  составляет

$$Y_i(t) = B^{1-\alpha} K_i(t)^{1-\alpha} K_i(t)^\alpha L_i(t)^{1-\alpha}. \quad (3.32)$$

Поскольку рынки факторов конкурентны, цены капитала и труда равны их

<sup>14</sup> Модель Р. Romer (1986), с которой началась новая теория роста, достаточно хорошо соответствует данной категории, однако имеются два основных различия. Во-первых, роль, которую у нас играет физический капитал, в модели Ромера играют знания: находящиеся в частной собственности знания вносят прямой вклад в производство конкретной фирмы и добавляются к совокупным знаниям, которые вносят свой вклад в производство всех фирм. Во-вторых, накопление знаний описывается отдельной производственной функцией, а не связано с частичным отказом от выпуска благ. Предполагается возрастающая отдача от знаний в производстве благ и (асимптотически) постоянная отдача при накоплении знаний. В результате экономика сходится к траектории с постоянным темпом роста.

<sup>15</sup> Читатели, не изучившие главу 2, могут пропустить этот раздел.

предельным продуктам. Предельный продукт капитала для фирмы  $i$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_i(t)}{\partial K_i(t)} &= \alpha B^{1-\alpha} K(t)^{1-\alpha} K_i(t)^{\alpha-1} L_i(t)^{1-\alpha} \\ &= \alpha B^{1-\alpha} K(t)^{1-\alpha} [K_i(t)/L_i(t)]^{-(1-\alpha)}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Так как предельный продукт капитала в равновесии должен быть одинаковым для всех фирм, из (3.33) следует, что отношение капитал-труд также должно быть одним и тем же для каждой фирмы. Следовательно,  $K_i/L_i$  должно равняться отношению агрегированных капитала и труда,  $K/L$ . К тому же в отсутствии амортизации предельный продукт капитала должен равняться реальной ставке процента. Учитывая эти факты, запишем выражение (3.33) в виде

$$\begin{aligned} r(t) &= \alpha B^{1-\alpha} K(t)^{1-\alpha} [K(t)/L]^{-(1-\alpha)} \\ &= \alpha B^{1-\alpha} L^{1-\alpha} \\ &= \alpha b \\ &\equiv \bar{r}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

где в третьей строке выражение  $B^{1-\alpha} L^{1-\alpha}$  обозначено как  $b$  (см. [3.28]). Таким образом, при постоянной отдаче капитала и при отсутствии роста населения реальная ставка процента постоянна.

Аналогичным образом, заработная плата задается частным предельным продуктом труда:

$$\begin{aligned} w(t) &= (1-\alpha) B^{1-\alpha} K(t)^{1-\alpha} [K_i(t)/L_i(t)]^\alpha \\ &= (1-\alpha) B^{1-\alpha} K(t) L^{-\alpha}, \\ &= (1-\alpha) b \frac{K(t)}{L}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

где во второй строке опять используется тот факт, что в равновесии отношение капитал-труд для каждой фирмы равняется отношению агрегированных величин  $K/L$ . Таким образом, реальная заработная плата пропорциональна запасу капитала.

Из главы 2 нам известно, что траектория потребления домохозяйства, чья полезность задана уравнением (3.30), удовлетворяет уравнению

$$\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = \frac{r(t) - \rho}{\sigma} \quad (3.36)$$

(см. уравнение [2.20]). Так как  $r$  постоянна и равна  $\bar{r}$ , потребление возрастает с постоянным темпом  $(\bar{r} - \rho)/\sigma$ . Пусть  $\bar{g}$  обозначает этот темп роста; предположим, что он меньше  $\bar{r}$ .

Поскольку потребление растет темпом  $\bar{g}$ , запас капитала и выпуск также растут с этим темпом: в противном случае норма сбережения непрерывно росла бы или непрерывно снижалась. Чтобы убедиться в этом, нужно рассмотреть бюджетное ограничение домохозяйств. Из раздела 2.2 мы знаем, что решение домохозяйств удовлетворяет их бюджетному ограничению, тогда и только тогда, когда предел приведенной стоимости их запасов капитала равен нулю (см. уравнение [2.10]). В рассматриваемой модели реальная ставка процента постоянна и равна  $\bar{r}$ , значит, это условие выглядит так:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\bar{r}t} K(t) = 0. \quad (3.37)$$

Так как  $\bar{g}$ , по предположению, меньше  $\bar{r}$ , это условие удовлетворяется, если  $K$  растет темпом  $\bar{g}$ . Иными словами, если домохозяйства выбирают уровень потребления так, что капитал растет темпом  $\bar{g}$ , то они не нарушают свое бюджетное ограничение.

Следовательно, это и есть равновесие.<sup>16</sup>

Далее, используя бюджетное ограничение домохозяйств, можно показать, что это равновесие единственно. Предположим, например, что  $C(0)$  превышает уровень, при котором темп роста капитала в момент времени  $t = 0$  равен  $\bar{g}$ . Тогда потребление должно быть в каждый момент времени выше, чем в ситуации, когда запас капитала растет темпом  $\bar{g}$  (так как  $C$  должно расти темпом  $\bar{g}$  в любом равновесии), а, следовательно, капитал должен быть меньше. Отсюда вытекает, что приведенная стоимость потребления за весь период жизни оказалась бы строго выше, чем в случае, когда капитал растет темпом  $\bar{g}$ , а приведенная стоимость трудового дохода - строго ниже. Но тогда получается, что домохозяйства нарушают бюджетное ограничение, так как оно удовлетворяется как равенство лишь в случае, когда капитал растет темпом  $\bar{g}$ . Значит, такая траектория невозможна. Аналогичная аргументация показывает, что, если бы  $C(0)$  было ниже уровня, при котором капитал растет темпом  $\bar{g}$ , приведенная стоимость потребления за весь период жизни оказалась бы строго меньше накопленного богатства.

Из этого анализа следует, что, если экономика подвергнется какому-нибудь шоку (например, изменится  $\rho$ ), то отношение потребления к запасу капитала немедленно подскочит до значения, соответствующего новой траектории сбалансированного роста, а потребление, капитал и выпуск сразу же начнут расти с постоянным темпом. Таким образом, здесь отсутствует переходный процесс приспособления к траектории сбалансированного роста. Интуитивное объяснение заключается в следующем: то обстоятельство, что производство линейно (производственная функция линейна по капиталу – это напрямую не следует из (3.31), но вытекает из (3.34) – прим. переводчика), означает, что любой конкретный уровень капитала или отношение капитал-труд принципиально ничем не отличаются от любых других значений. Например, если война внезапно сократит запас капитала на половину, домохозяйства просто урежут на половину свое ежедневное потребление.

В разделе 3.4 мы установили, что в модели с обучением и экзогенными сбережениями темп роста экономики составляет  $sb$ , где  $s$  – норма сбережения. Для рассматриваемого случая эндогенных сбережений непосредственно из проведенного анализа следует, что норма сбережения постоянна и равна  $\bar{g}/b$ . Поскольку  $\bar{g}$  равняется  $(ab - \rho)/\sigma$ , норма сбережения составляет  $(ab - \rho)/(\sigma b)$ . Отсюда, в частности, следует, что при снижении нормы дисконтирования домохозяйств  $\rho$ , норма сбережения повышается и, тем самым, увеличивается долгосрочный темп роста. Более высокое значение  $\alpha$  увеличивает также норму сбережения и, как следствие, темп роста: чем ближе частный предельный продукт капитала ( $ab$ ) к общественному предельному продукту ( $b$ ), тем больше домохозяйства сберегают, и поэтому темп роста выше. Одно из следствий этого заключается в том, что, если  $\alpha$  отличается от 1, темп роста в децентрализованном равновесии будет меньше социально оптимального темпа роста. А именно, общественный плановый орган принимал бы во внимание весь предельный продукт капитала, а не только лишь частный предельный продукт, и выбрал бы, поэтому, норму сбережения  $(b - \rho)/(\sigma b)$ , а стало быть, темп роста  $(b - \rho)/\sigma$ .

### 3.6 Модели накопления знаний и центральные вопросы

<sup>16</sup> Сделать сбережения эндогенными в случае многих факторов производства или при непостоянной отдаче от масштаба значительно сложнее. Mulligan и Sala-i-Martin (1993) проанализировали случай с двумя факторами производства при отсутствии роста населения и при постоянной отдаче от обоих факторов. Romer (1986) предложил пример модели с одним фактором производства, непостоянной отдачей и эндогенными сбережениями. См. также Barro и Sala-i-Martin (1998, глава 5).

## теории роста

Наш анализ экономического роста продиктован существованием двух проблем: ростом уровней жизни с течением времени, и их неравенством в различных регионах мира. Поэтому естественно задаться вопросом о выводах из моделей R&D и накопления знаний по отношению к названным проблемам.

Что касается мирового роста, то вполне правдоподобно, что механизмы, на которых фокусируются рассмотренные модели, действительно важны. На неформальном уровне кажется понятным, что накопление знаний является основной причиной того, что выпуск и уровни жизни столь высоки сегодня по сравнению с предшествующими столетиями. И как описано в главе 1, исследования, основанные на формальной калькуляции роста, приписывают значительный вклад в рост выпуска на одного работника за продолжительный период времени некой необъясненной остаточной компоненте, которая может отражать технический прогресс.

Было бы, конечно, желательно развить рассматриваемые нами идеи и улучшить понимание того, какие именно виды знаний важнее всего для роста, соизмерить их важность количественно и изучить более детально механизмы накопления знаний. Но кажется вполне правдоподобным, что те механизмы, которые мы рассмотрели, являются действительно важными. Таким образом, общее направление исследований, предложенное этими моделями, выглядит многообещающим для понимания мирового роста.

Пригодность этих моделей для объяснения различий в реальных доходах менее очевидна. Имеются две трудности. Первая из них количественная. Как предложено продемонстрировать в задаче 3.13, если предположить, что экономики описываются моделью типа Солоу, но не все из них имеют доступ к одинаковым технологиям, то запаздывания в распространении знаний от богатых стран к бедным, которые необходимы для объяснения наблюдаемых различий в доходах, окажутся очень большими – порядка столетия и выше. Трудно поверить, что причина того, что некоторые страны столь бедны, – это отсутствие доступа к усовершенствованиям в технологиях, имевшим место в течение последнего века.

Вторая трудность – концептуальная. Как отмечено в разделе 3.5, технология – неконкурентный товар: ее использование одной фирмой не ограничивает ее использования другими. Отсюда, естественно, возникает вопрос: почему бедные страны не имеют доступ к тем же самим технологиям, к которым имеют доступ богатые страны. Если необходимые знания доступны всем, бедные страны могут стать богаче, заставив своих работников или управляющих прочитать соответствующую литературу. А если необходимые знания запатентованы и производятся частными R&D, бедные страны могут стать богаче, внедрив надежную программу по защите прав собственности иностранных фирм. При наличии такой программы фирмы из развитых стран с запатентованными знаниями открыли бы фабрики в бедных странах, наняли бы их недорогую рабочую силу и производили бы товары, используя запатентованные технологии. В результате предельный продукт труда в бедных странах, а стало быть, и заработные платы, быстро бы возросли до уровня развитых стран.

Хотя отсутствие уверенности со стороны иностранных фирм в безопасности их прав собственности, конечно же, является важной проблемой во многих бедных странах, трудно поверить, что только одно это служит причиной бедности страны. Существует множество примеров бедных регионов или стран (от европейских колоний, существовавших в последние несколько веков, до многих современных стран), где иностранные инвесторы могут размещать заводы и использовать свои ноу-хау с большой долей уверенности, что политическая обстановка будет относительно стабильной, их заводы не будут национализированы, и их прибыли не будут облагаться непомерными

налогами. Но пока мы не наблюдаем скачка доходов в этих регионах до уровня индустриальных стран.

Резонно возразить, что трудность, с которой сталкиваются такие страны – это не отсутствие доступа к современным технологиям, а отсутствие возможности эти технологии использовать. Но такое возражение подразумевает, что главный источник различий в уровнях жизни – не разные уровни знаний или технологий, а различия в каких-то факторах, позволяющих более богатым странам извлекать больше пользы из современных технологий. Следовательно, понимание различий в доходах требует понимания различий в соответствующих факторах. Этому посвящена Часть В данной главы.

### **3.7 Эмпирическое приложение: Рост численности населения и технический прогресс с 1 млн лет до н.э.**

В статье Kremer (1993) демонстрируется, что модели эндогенного накопления знаний имеют важные приложения к истории человечества на протяжении очень долгого периода времени. Сначала автор отмечает, что практически все модели эндогенного роста знаний предсказывают, что технический прогресс является возрастающей функцией от численности населения. Причина проста: чем больше население, тем больше людей, способных делать открытия, и поэтому знания накапливаются быстрее.<sup>17</sup>

Затем Кремер утверждает, что на протяжении практически всей истории человечества технический прогресс приводил, в основном, к росту населения, а не к росту выпуска на душу населения. Население выросло на несколько порядков за период между доисторическими временами и промышленной революцией. Но, так как доходы на начало промышленной революции не сильно превышали прожиточный минимум, выпуск на душу населения не мог вырасти так же быстро, как и население. Только в последние несколько столетий, утверждает Кремер, технический прогресс в какой-то мере оказывал влияние на выпуск на душу населения. Суммируя эти наблюдения, Кремер заключает, что, согласно предсказаниям моделей эндогенного технического прогресса, в течение большей части истории человечества темп роста населения должен был расти.

#### **Простая модель**

Формальная модель Кремера представляет собой простую модификацию рассмотренных нами моделей. Самая простая версия состоит из трех уравнений. Во-первых, выпуск зависит от технологии, труда и земли:

$$Y(t) = T^\alpha [A(t)L(t)]^{1-\alpha}, \quad (3.38)$$

где  $T$  обозначает фиксированное количество земли. (Капитал в модели опущен для простоты, а земля включена для того, чтобы численность населения была конечной.) Во-вторых, прирост знаний пропорционален населению и зависит от запаса знаний:

$$\dot{A}(t) = BL(t)A(t)^\theta. \quad (3.39)$$

И, в-третьих, численность населения меняется так, что выпуск на душу населения равен прожиточному минимуму, обозначаемому через  $\bar{y}$ :

$$\frac{Y(t)}{L(t)} = \bar{y}. \quad (3.40)$$

За исключением данного малтузианского предположения о формировании численности населения, эта модель схожа с моделью, описанной в разделе 3.2 при  $\gamma = 1$ .<sup>18</sup>

---

<sup>17</sup> Если  $\bar{g}$  превышает  $\bar{r}$ , домохозяйства могут добиться бесконечной интегральной полезности. В таком случае необходим другой подход.

Мы будем искать решение модели в два этапа. На первом этапе находим численность населения, которое может разместиться на фиксированном количестве земли в данный момент времени. Подставляя уравнение (3.38) для выпуска в условие Мальтуса о населении, получаем

$$\frac{T^\alpha [A(t)L(t)]^{1-\alpha}}{L(t)} = \bar{y}. \quad (3.41)$$

Разрешая это соотношение относительно  $L(t)$ , получаем

$$L(t) = \left( \frac{1}{\bar{y}} \right)^{1/\alpha} A(t)^{(1-\alpha)/\alpha} T. \quad (3.42)$$

Согласно этому уравнению, поддерживаемая численность населения убывает с ростом прожиточного минимума, возрастает с уровнем технологии и пропорциональна количеству земли.

На втором этапе находим динамику технологии и населения. Поскольку и  $\bar{y}$ , и  $T$  постоянны, то из (3.42) следует, что темп роста  $L$  - это увеличенный в  $(1-\alpha)/\alpha$  раз темп роста  $A$ :

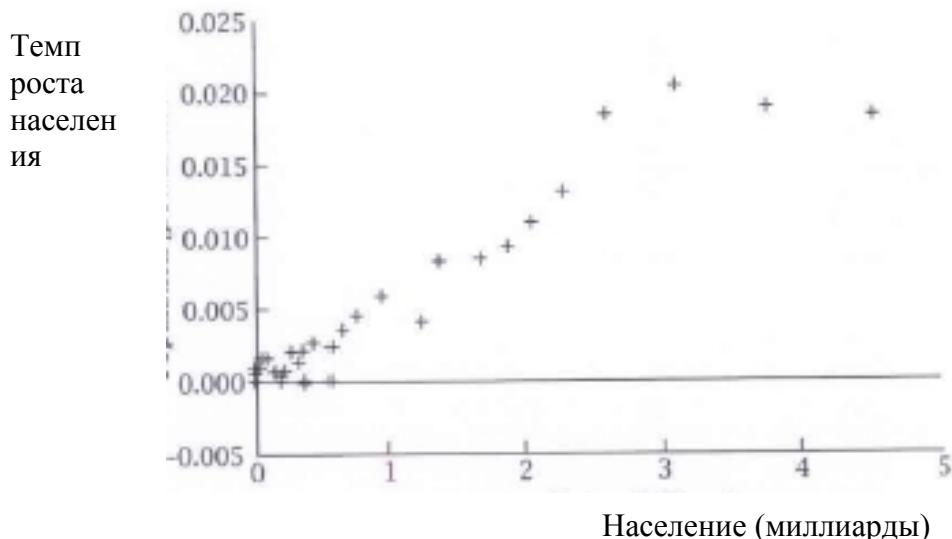
$$\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\dot{A}(t)}{A(t)}. \quad (3.43)$$

В специальном случае, когда  $\theta = 1$ , из уравнения (3.39) для накопления знаний следует, что  $\dot{A}(t)/A(t)$  равняется просто  $BL(t)$ . Таким образом, для данного случая из уравнения (3.43) следует, что темп роста населения пропорционален количеству населения. В общем случае можно показать, что в этой модели темп роста населения пропорционален  $L(t)^\psi$ , где  $\psi = 1 - [(1-\theta)\alpha/(1-\alpha)]$ .<sup>19</sup> Таким образом, темп роста населения возрастает при увеличении численности населения, за исключением случаев, когда  $\alpha$  велико или  $\theta$  много меньше 1 (или когда выполнены оба условия)\*. Интуитивно из модели Кремера следует, что рост ускоряется, даже если существует убывающая отдача от масштаба знаний в производстве новых знаний (то есть даже при  $\theta < 1$ ) потому, что труд теперь – воспроизводимый фактор: улучшения в технологии приводят к большей численности населения, что, в свою очередь, ведет к дальнейшим улучшениям в технологии. Более того, этот эффект, скорее всего, значителен. Например, даже если  $\alpha = \frac{1}{3}$  и  $\theta = \frac{1}{2}$ , а не 1, то  $1 - [(1-\theta)\alpha/(1-\alpha)] = 0.75$ .

## Результаты

Кремер тестирует предсказания модели, используя оценки численности населения за миллион лет до нашей эры, которые были получены археологами и антропологами. На Рис. 3.11 показана диаграмма рассеяния для роста населения и численности населения. Каждое наблюдение соответствует уровню населения на начало какого-либо периода и среднегодовому темпу роста населения на этот период. Продолжительность рассматриваемых периодов постепенно снижается от многих тысяч лет в начале выборки, до 10 лет в конце. Поскольку рассматриваемые в начале выборки периоды времени очень длинные, даже существенные ошибки в оценках численности населения на заре человечества незначительно повлияли бы на оценки темпов роста.

<sup>19</sup> Другие примеры моделей роста, в которых рост численности населения определяется эндогенно, см. в работах Barro и Becker (1988, 1989), Becker, Murohy и Tamura (1990) и Galor и Weil (1996).



**Рисунок 3.11 Уровень и темп роста численности населения, от миллиона лет до нашей эры до 1990 (из Kremer, 1993; используется с разрешения автора)**

На рисунке показана сильная положительная и близкая к линейной связь между темпами роста населения и уровнем населения. Регрессия темпов роста на константу и численность населения (в миллиардах) дает

$$n_t = -0.0023 + 0.524L_t, \quad R^2 = 0.92, \quad D.W. = 1.10, \quad (3.44)$$

где  $n_t$  - темп роста численности населения, а  $L_t$  - население, и где числа в скобках – стандартные ошибки. Таким образом, существует сильная статистически значимая связь между численностью населения и ее темпом роста.

Утверждение, что технический прогресс – мировой феномен, неверно, если существуют части света, которые полностью отрезаны друг от друга. Кремер использует это наблюдение, чтобы предложить второй тест для теории эндогенного накопления знаний. С момента исчезновения сухопутных мостов между континентами в конце прошлого ледникового периода до начала путешествий европейских первооткрывателей Евразия-Африка, обе Америки, Австралия и Тасмания были практически полностью изолированы друг от друга. Из модели следует, что поскольку на момент разделения материков население каждого из регионов имело одну и ту же технологию, изначальные численности населения должны были быть практически пропорциональными площадям данных регионов (см. уравнение [3.42]). Модель также прогнозирует, что в течение периода, когда регионы были разделены, технический прогресс был быстрее в тех регионах, где численность населения была выше. Теория, таким образом, предсказывает, что, когда связь между регионами была восстановлена в районе 1500 года, плотность населения была наивысшей в самых больших регионах. Иными словами, нововведения, которые позволили бы данной местности прокормить больше людей, как, например, приручение животных и развитие сельского хозяйства, были более вероятны в Евразии-Африке, с их миллионным населением, чем в Тасмании с населением в несколько тысяч.

Данные подтверждают это предсказание. Площади четырех регионов составляют 84 миллиона квадратных километров для Евразии-Африки, 38 миллионов для Америки, 8 миллионов для Австралии и 0.1 миллион для Тасмании. Из оценок численности населения для четырех регионов на 1500 год следуют оценки плотности: приблизительно 4.9 человека на квадратный километр в Евразии-Африке, 0.4 в Америках и 0.03 в Австралии и Тасмании.<sup>20</sup>

## Обсуждение

Что мы можем вынести из того факта, что предсказания модели согласуются с данными временных рядов и с данными в межстрановом разрезе. Основная идея, на базе которой Кремер строит свой прогноз, состоит в том, что темп роста знаний повышается с увеличением населения: инновации не появляются экзогенно, а создаются людьми. Хотя эта идея и не учитывается в моделях Солоу, Рамсея и Даймонда, она едва ли противоречит им. Поэтому главные качественные результаты Кремера, по большей части, подтверждают предсказания, не вызывающими удивления.

Любая содержательная модель технического прогресса и роста населения на протяжении многих тысячелетий должна быть неизбежно настолько упрощена, что ее количественные выводы будут соответствовать реальным данным только, если очень повезет. Например, было бы глупо придавать большое значение тому факту, что темп роста населения получается примерно пропорциональным его численности, а не  $L^{0.75}$  или  $L^{0.9}$ . Данные Кремера мало что говорят, например, о точном значении величины  $\theta$  в уравнении (3.39).

Таким образом, значение результатов Кремера состоит не в том, чтобы провести различие между альтернативными теориями роста, а в том, чтобы с помощью теории роста расширить представление об основных чертах истории человечества. Динамика численности населения на протяжении очень длительного периода человеческой истории и относительное техническое развитие различных регионов в эпоху до 1500 года – это действительно очень важные вопросы. И как показывают результаты Кремера, идеи новой теории роста существенно помогают пролить на них свет.

### Рост численности населения в сравнении с ростом дохода на душу населения на протяжении очень длительного периода

Как было описано выше, на протяжении практически всей истории технический прогресс почти целиком отражался на повышении численности населения, а не приводил к более высоким средним доходам. Но в последние несколько столетий это перестало быть верным: очень быстрый технический прогресс в современную эпоху привел не только к быстрому росту населения, но также и к значительному росту среднего дохода.

Может показаться, что для объяснения этого изменения необходимо обратиться к демографическим изменениям, например - развитию противозачаточных средств или предпочтениям иметь меньше детей в условиях высокой скорости технического прогресса. Однако Кремер показывает, что объяснение гораздо проще. Численность населения не подстраивается мгновенно, чтобы соответствовать условию Мальтуса о динамике населения [3.40]. Скорее, темп роста населения возрастает по доходу при низких уровнях дохода. Иными словами, Кремер утверждает, что вместо предположения, что  $Y/L$  всегда равняется  $\bar{y}$  (уравнение [3.40]), более реалистично предположить, что  $n = n(y)$ , где  $n'(\bar{y}) = 0$  и  $n'(\bullet) > 0$  в окрестности  $\bar{y}$ .

Из этой формулировки следует, что при повышении дохода рост населения также ускоряется, тем самым способствуя снижению дохода. При медленном техническом прогрессе не столь важно, что подстройка численности населения не происходит мгновенно. В этом случае подстройка осуществляется достаточно быстро, поддерживая доход на душу населения близким к  $\bar{y}$ : доход и темп роста населения увеличиваются очень медленно, при этом влияние технического прогресса почти полностью отражается на увеличении численности населения, а не среднего дохода. Но ситуация меняется, когда

численность населения становится достаточно большой, обеспечивая относительно быстрый технический прогресс. В этом случае влияние эффекта технического прогресса в значительной части оказывается именно на среднем доходе, а не на численности населения. Таким образом, небольшая и естественная модификация базовой модели Кремера позволяет объяснить другую важную особенность человеческой истории.<sup>21</sup>

Дальнейшее уточнение предположений о демографических процессах приводит к новым интересным следствиям. Данные говорят о том, что в силу структуры предпочтений при достаточно высоком среднем доходе темп роста населения убывает по доходу. Иными словами,  $n(y)$  становится убывающей функцией от  $y$ , когда  $y$  превышает некоторый уровень  $y^*$ . С учетом этой модификации модель предсказывает, что темп роста населения достигает максимума в некоторый момент, а затем убывает.<sup>22</sup> Это обстоятельство усиливает тенденцию, в соответствии с которой увеличивается та доля эффекта влияния технического прогресса, которая приходится на повышение именно среднего дохода, а не численности населения. А если темп  $n(y)$  отрицателен при достаточно большом  $y$ , то и численность населения в какой-то момент достигает своего пика. В этом случае, если значение  $\theta$  меньше или равно 1, экономика сходится к траектории, на которой темп роста среднего дохода и численность населения стремятся к 0.<sup>23</sup>

## Часть В Межстрановые различия в доходах

Фундаментальная цель исследований экономического роста – понять причину значительных различий в среднем доходе на душу населения в мире. До сих пор, однако, нам не удавалось получить содержательный вывод на этот счет. Главный вывод модели Солоу заключался в том, что если доля физического капитала в доходе является приемлемой мерой вклада капитала в производство, то различия в капитале не объясняют огромные различия в доходе между странами. Модели Рамсея-Касса-Купманса и Даймонда приводят к тому же выводу. А основной вывод из части А данной главы состоит в том, что поскольку технология неконкурентна, различия в технологии вряд ли играют важную роль в объяснении межстрановых различий в доходах.

В оставшейся части этой главы мы попытаемся выйти за рамки данных моделей и следствий из них. В качестве первого шага мы осознаем тот факт, что физический капитал не является единственным видом капитала: чтобы определить, насколько важны различия в капитале для объяснения различий в доходах, нам необходимо рассмотреть также и человеческий капитал. Поэтому в разделе 3.8 мы расширяем границы нашего анализа экономического роста и включаем в него человеческий капитал. Раздел 3.9 посвящен рассмотрению эмпирических данных. В частности, межстрановые различия в доходах раскладываются на составляющие, определяющие вклад физического капитала, человеческого капитала и выпуска при заданном объеме капитала. Мы увидим, что вариациями физического и человеческого капитала нельзя пренебречь, но самым важным

---

\* Более точно, за исключением случаев, когда  $\theta$  меньше  $2 - 1/\alpha$  (Прим. науч. ред.).

<sup>22</sup> Кремер утверждает, что, так как большую часть территории Австралии занимает пустыня, эти данные недооценивают ее эффективную плотность населения. Он также утверждает, что прямых сведений, подтверждающих, что Австралия имела более совершенные технологии, чем Тасмания, нет. Наконец, он отмечает, что, в принципе, был и пятый отдельный регион – остров Флиндерс – земля между Тасманией и Австралией, площадью в 680 квадратных километров. В районе 3000 года до нашей эры люди полностью вымерли на этом острове.

<sup>23</sup> См. раздел III работы Кремера, где содержится формальное обоснование этих утверждений.

источником различий в межстрановых доходах являются вариации выпуска при фиксированных запасах капитала. Мы также увидим, что страны, которые демонстрируют успехи по одному из этих трех направлений, обычно успешны и в остальных. Отсюда следует, что могут существовать силы, лежащие в основе всех этих трех непосредственных детерминант дохода на душу населения.

Нам, таким образом, необходимо углубить анализ и исследовать источники различий в этих детерминантах среднего дохода. В разделе 3.10 вводится идея о том, что критичным может оказаться распределение ресурсов между теми видами деятельности, которые повышают совокупный выпуск и теми, которые нацелены на его перераспределение. В разделе 3.11 проводится анализ простой модели подобного распределения ресурсов между производством и поиском ренты. Наконец, в разделе 3.12 ставится вопрос о том, что может сказать наш анализ о межстрановых различиях в темпах роста дохода (а не об уровнях дохода).

### **3.8 Расширенная модель Солоу с человеческим капиталом**

В этом разделе рассматривается модель роста, включающая как человеческий, так и физический капитал<sup>24</sup>. Поскольку модель не стремится объяснить феномен общемирового роста дохода, то технический прогресс, вслед за моделью Солоу, принимается экзогенным. Более того, нашей окончательной целью является объяснение на количественном уровне межстрановых различий в доходах. Поэтому в модели предполагается производственная функция Кобба-Дугласа, что облегчает интерпретацию и количественную оценку модели. Другое преимущество функции Кобба-Дугласа заключается в том, что она является достаточно точным приближением для реальных производственных функций. Поскольку мы хотим провести количественный анализ, то проще всего рассматривать модель, в которой, в духе модели Солоу, норма сбережения и ресурсы на накопление человеческого капитала определяются экзогенно. Это позволит нам соотнести модель с наблюдаемыми количественными характеристиками, избежав ненаблюдаемых параметров предпочтений.

Прежде чем мы продолжим, важно прояснить разницу между человеческим капиталом и абстрактным знанием. Несмотря на то, что приобретение человеческого капитала работником включает обучение, существует четкая концептуальная граница между человеческим капиталом и абстрактным знанием. Человеческий капитал состоит из приобретенных способностей, навыков и знаний работников. Таким образом, как и обычные экономические блага, он является конкурентным и исключаемым. Например, тот факт, что все усилия инженера посвящены одному виду деятельности, исключает одновременное использование его усилий для другой деятельности. В противоположность этому, если какой-либо алгоритм применяется в одном виде деятельности, то его применение в другом виде деятельности не становится более сложным или менее производительным.

#### **Предположения**

Модель строится в непрерывном времени. Выпуск в момент времени  $t$  равен

$$Y(t) = K(t)^\alpha [A(t)H(t)]^{1-\alpha}. \quad (3.45)$$

Как и в модели Солоу,  $Y$  - выпуск,  $K$  - капитал,  $A$  - эффективность труда  $Y$ . Переменная  $H$  - это совокупный объем производственных услуг, предлагаемых работниками, то есть совокупный вклад в производство работников с различным уровнем навыков. Таким образом, он включает вклад как неквалифицированного труда (то есть навыки, которыми

индивидуи наделены изначально), так и человеческого капитала (то есть приобретенные навыки).

Динамика  $K$  и  $A$  остается такой же, как и в модели Солоу. Экзогенная доля  $s$  от выпуска сберегается, а капитал амортизирует с экзогенной нормой  $\delta$ . То есть,

$$\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t). \quad (3.46)$$

Темп роста технического прогресса  $g$  задан экзогенно:

$$\dot{A}(t) = gA(t). \quad (3.47)$$

Основным в модели является предположение о том, каким образом определяется уровень человеческого капитала  $H$ . Как и в случае физического капитала, доля ресурсов на накопление человеческого капитала в модели задается экзогенно. Однако, мы должны установить, какое количество человеческого капитала образуется из заданного объема ресурсов, направленных на его накопление. В модели предполагается, что уровень человеческого капитала, которым обладает работник, зависит только от числа лет, затраченных им на образование. Это условие эквивалентно предположению о том, что единственным фактором в производственной функции человеческого капитала является время учащегося. В следующем разделе вкратце рассматривается ситуация, в которой физический капитал и существующий человеческий капитал работников также являются факторами производства человеческого капитала.

В модели для удобства предполагается, что каждый работник получает одинаковый уровень образования, обозначенный как  $E$ . Мы сосредоточим свое внимание на случае, когда  $E$  постоянно во времени. То есть, наше предположение выглядит следующим образом

$$H(t) = L(t)G(E) \quad (3.48)$$

где  $L$  - число работников, а  $G(\bullet)$  - функция, устанавливающая зависимость между человеческим капиталом в расчете на одного работника и годами обучения одного работника<sup>25</sup>. Как и в модели Солоу, число работников растет экзогенным темпом  $n$  (по крайней мере, когда  $E$  постоянно):

$$\dot{L}(t) = nL(t). \quad (3.49)$$

Разумно также предположить, что чем более образован работник, тем больше у него человеческого капитала, то есть, мы полагаем  $G'(\bullet) > 0$ . С другой стороны, нет никаких оснований считать, что  $G''(\bullet) < 0$ . По мере приобретения индивидами человеческого капитала, их способность к приобретению дополнительного человеческого капитала может улучшаться. Другими словами, за первые несколько лет обучения индивиды получают базовые навыки, такие как умение читать, считать и следовать рекомендациям, которые сами по себе не позволяют индивидам осуществить значительный вклад в выпуск, но являются совершенно необходимыми для приобретения дополнительного человеческого капитала.

Из микроэкономических данных следует, что *процент* увеличения заработной платы индивида при увеличении продолжительности его обучения на один год приблизительно постоянен. Если заработная плата отражает количество труда, поставляемого индивидом, то  $G'(\bullet)$  действительно следует считать возрастающей функцией. Более точно, это означает, что  $G(\bullet)$  имеет вид

$$G(E) = e^{\phi E}, \quad \phi > 0, \quad (3.50)$$

где величина  $G(0)$  принята равной 1. Однако, в большинстве случаев мы не будем

использовать эту конкретную функциональную форму в нашем анализе.

## Анализ модели

Динамика модели в точности такая же, как и модели Солоу. Для того, чтобы убедиться в этом, обозначим через  $k$  физический капитал на единицу эффективных трудовых услуг, то есть  $k = K/[AG(E)L]$ . Анализ, подобный проведенному в разделе 1.3, показывает, что динамика  $k$  идентична той, которая имела место в модели Солоу, то есть

$$\begin{aligned}\dot{k}(t) &= sf(k(t)) - (n + g + \delta)k(t) \\ &= sk(t)^{\alpha} - (n + g + \delta)k(t).\end{aligned}\tag{3.51}$$

В первой строке  $f(\bullet)$  означает интенсивную форму производственной функции, которая выражает зависимость выпуска на единицу эффективных трудовых услуг,  $y$ , от физического капитала, приходящегося на единицу эффективных трудовых услуг,  $k$  (см. раздел 1.2). Во второй строке использован тот факт, что производственная функция имеет вид Кобба-Дугласа.

Как и в модели Солоу,  $k$  сходится к точке, где  $\dot{k} = 0$ . Из (3.51) мы получаем, что это значение  $k$  равно  $[s/(n + g + \delta)]^{1/(1-\alpha)}$ ; обозначим его через  $k^*$ . Мы также знаем, что, как только  $k$  достигает  $k^*$ , экономика попадает на траекторию сбалансированного роста, на которой выпуск на одного работника растет темпом  $g$ .

Более того, данный анализ говорит нам о том, что качественные и количественные эффекты изменения нормы сбережения точно такие же, как и в модели Солоу. Для того, чтобы это продемонстрировать, заметим, что уравнение движения  $k$  идентично аналогичному уравнению в модели Солоу, поэтому и влияние эффекта изменения  $s$  на траекторию  $k$  такое же, как и в модели Солоу. А в силу того, что  $y$  определяется значением  $k$ , влияние на траекторию  $y$  также будет идентичным. Наконец, выпуск на одного работника равен произведению выпуска  $y$ , приходящегося на единицу эффективных трудовых услуг, и объема  $AG(E)$  эффективных трудовых услуг на одного работника, :  $Y/L = AG(E)y$ . На траекторию  $AG(E)$  изменения нормы сбережения не влияют:  $A$  растет экзогенным темпом  $g$ , а  $G(E)$  постоянна. Таким образом, влияние этих изменений на траекторию выпуска на одного работника целиком определяется их влиянием на траекторию  $y$ .

Мы можем также описать долгосрочный эффект от увеличения числа лет обучения одного работника,  $E$ . Поскольку  $E$  не входит в уравнение для  $\dot{k}$ , значение  $k$  на траектории сбалансированного роста не меняется, как не меняется и значение  $y$  на траектории сбалансированного роста. Но отношение  $Y/L$  равно  $AG(E)y$ , поэтому увеличение  $E$  приводит к увеличению выпуска на одного работника на траектории сбалансированного роста в той же пропорции, в какой увеличивается  $G(E)$ .

Из данной модели следует два вывода в отношении межстрановых различий в доходах. Во-первых, она указывает на дополнительный возможный источник этих различий: они могут быть следствием различий как в человеческом, так и в физическом капитале. Во-вторых, при данных предпосылках модели о способе накопления

человеческого капитала факт признания существования человеческого капитала не меняет выводов модели Солоу в отношении эффектов накопления физического капитала. Другими словами, эффекты изменения нормы сбережения одинаковы в рамках данной модели и в рамках модели Солоу.

## Студенты и работники

До сих пор мы анализировали выпуск на одного *работника*. В случае изменения нормы сбережения, поведение выпуска на душу населения точно такое же, как и выпуск на одного работника. Но изменение количества времени обучения в школе меняет долю работающего населения. В таком случае, выпуск на душу населения и выпуск на одного работника изменятся по-разному.

Чтобы проанализировать эту ситуацию, нам необходимо сделать ряд допущений в отношении демографии, наиболее простые и естественные из которых состоят в следующем. Предположим, что индивид располагает фиксированным жизненным отрезком  $T$  и тратит первые  $E$  лет своей жизни на образование, а оставшиеся  $T - E$  лет на работу. Кроме того, чтобы все население росло темпом  $n$ , а возрастное распределение выглядело достаточно просто, число людей, рождаемых в единицу времени, должно расти тем же темпом  $n$ .

В рамках таких предположений, все население в момент времени  $t$  равно числу людей, рожденных в период между  $t - T$  и  $t$ . Следовательно, обозначив численность населения в момент  $t$  через  $N(t)$ , а количество рожденных людей в момент  $t$  через  $B(t)$ , получаем

$$\begin{aligned} N(t) &= \int_{\tau=0}^T B(t-\tau)d\tau \\ &= \int_{\tau=0}^T B(t)e^{-n\tau}d\tau \\ &= \frac{1-e^{-nT}}{n} B(t), \end{aligned} \tag{3.52}$$

где во второй строке используется тот факт, что число людей, рождающихся в единицу времени растет темпом  $n$ .

По аналогии, число работников в момент времени  $t$  равно числу живущих людей, которые уже закончили обучение в школе, что равно числу людей, рожденных в период с  $t - T$  по  $t - E$ :

$$\begin{aligned} L(t) &= \int_{\tau=E}^T B(t-\tau)d\tau \\ &= \int_{\tau=E}^T B(t)e^{-n\tau}d\tau \\ &= \frac{e^{-nE} - e^{-nT}}{n} B(t), \end{aligned} \tag{3.53}$$

Рассматривая совместно выражения (3.52) и (3.53), мы получаем, что отношение числа работников ко всему населению равно:

$$\frac{L(t)}{N(t)} = \frac{e^{-nE} - e^{-nT}}{1 - e^{-nT}}. \quad (3.54)$$

Данный анализ позволяет нам найти выпуск на душу населения (в противоположность выпуску на одного работника) на траектории сбалансированного роста. Выпуск на душу населения равен произведению выпуска на единицу эффективных трудовых услуг,  $y$ , и количества эффективных трудовых услуг, предоставляемых в среднем одним индивидом. В свою очередь, количество эффективных трудовых услуг, предоставляемых среднестатистическим индивидом, равно количеству эффективных трудовых услуг, предоставляемых среднестатистическим работником,  $A(t)G(E)$ , умноженному на долю работающего населения,  $(e^{-nE} - e^{-nT})/(1 - e^{-nT})$ . Следовательно,

$$\left(\frac{Y}{N}\right)^* = y^* A(t)G(E) \frac{e^{-nE} - e^{-nT}}{1 - e^{-nT}}, \quad (3.55)$$

где  $y^*$  (равный  $f(k^*)$ ) - выпуск на единицу эффективных трудовых услуг на траектории сбалансированного роста.

Выше было показано, что изменения в  $E$  не влияют на  $y^*$ . К тому же, траектория  $A$  является экзогенной. Таким образом, из нашего анализа следует, что изменение в уровне образования  $E$ , которое получает человек, изменяет выпуск на душу населения на траектории сбалансированного роста в той же пропорции, в которой оно изменяет величину  $G(E)[(e^{-nE} - e^{-nT})/(1 - e^{-nT})]$ . Следовательно, увеличение уровня образования обладает как положительным, так и отрицательным эффектом на выпуск на душу населения. Каждый работник теперь обладает большим количеством человеческого капитала, поскольку множитель  $G(E)$  увеличивается. Но в то же время доля работающего населения снижается, так что множитель  $(e^{-nE} - e^{-nT})/(1 - e^{-nT})$  уменьшается. Поэтому увеличение  $E$  может как уменьшить, так и увеличить выпуск в долгосрочной перспективе<sup>26</sup>.

Анализ особенностей процесса сходимости экономики к своей новой траектории сбалансированного роста в ответ на повышение  $E$  представляется несколько более сложным. В краткосрочном периоде это повышение сокращает выпуск по сравнению с прежним уровнем. Кроме того, процесс приспособления к новой траектории сбалансированного роста является очень постепенным. Чтобы понять это, допустим, что экономика находится на траектории сбалансированного роста, на которой  $E = E_0$ . Теперь, предположим, что все, кто родился после некоторого момента времени  $t_0$ , получают  $E_1 > E_0$  лет образования. Это изменение начнет оказывать влияние на экономику в момент времени  $t_0 + E_0$ . Начиная с этого момента времени и вплоть до  $t_0 + E_1$  все работающие по-прежнему имеют  $E_0$  лет образования, а некоторые индивиды, которые бы уже работали, если бы не было повышения  $E$ , все еще учатся в школе. Высокообразованные индивиды начинают пополнять рабочую силу с момента  $t_0 + E_1$ . Впрочем, средний уровень образования рабочей силы так и не достигнет своего значения, соответствующего траектории сбалансированного роста, вплоть до момента  $t_0 + T$ . И даже после этого, запас физического капитала все еще будет приспосабливаться к измененной траектории эффективных трудовых услуг, а значит приспособление к новой траектории сбалансированного роста не будет завершено.

Данные результаты, характеризующие влияние повышения уровня образования на траекторию выпуска на душу населения, аналогичны выводам из модели Солоу относительно влияния повышения нормы сбережения на траекторию душевого потребления. В обоих случаях перемещение ресурсов приводит к краткосрочному падению интересующей нас переменной (выпуск на душу населения в нашей модели и потребление на душу населения в модели Солоу). И в обоих случаях долгосрочный эффект в отношении интересующей нас переменной неоднозначен.

### **3.9 Эмпирическое приложение: объяснение межстрановых различий в доходах**

Важнейшим шагом на пути к пониманию причин различий в доходах между странами является ответ на вопрос, в какой степени эти различия вызваны различиями в накоплении физического капитала, человеческого капитала или других факторов. На эмпирическом уровне вопрос рассматривается в статьях Hall и Jones (1999), а также Klenow и Rodriguez-Clare (1997). Вкратце, их идея заключалась в том, чтобы провести калькуляцию роста (см. раздел 1.7) для совокупности стран, а не во времени. Авторы измеряют различия в накоплении физического и человеческого капитала, а затем используют подход, аналогичный разработанному в предыдущем разделе, для количественной оценки вклада этих различий в вариации доходов. Затем степень влияния других сил оценивается как остаток.

#### **Процедура оценивания**

Холл и Джонс, а также Кленоу и Родригес-Клер, начинают свой анализ, как и мы в предыдущем разделе, с предположения о том, что выпуск является комбинацией физического капитала и эффективных трудовых услуг в виде функции Кобба-Дугласа:

$$Y_i = K_i^\alpha (A_i H_i)^{1-\alpha}, \quad (3.56)$$

где  $i$  служит указателем страны. Вклад  $A$  будет измеряться как остаток, отражая таким образом не только технологию или знания, но и все силы, влияющие на выпуск при заданных уровнях физического капитала и трудовых услуг.

Разделив обе части (3.56) на число работников  $L_i$  и прологарифмировав, получаем

$$\ln \frac{Y_i}{L_i} = \alpha \ln \frac{K_i}{L_i} + (1 - \alpha) \ln \frac{H_i}{L_i} + (1 - \alpha) \ln A_i. \quad (3.57)$$

Основная идея в данных работах, как и в калькуляции роста во времени, состоит в том, чтобы напрямую измерить все составляющие уравнения, за исключением  $A_i$ , а затем рассчитать  $A_i$  как остаток. Таким образом, уравнение (3.57) может быть использовано для разложения на составляющие различий в душевом выпуске, чтобы отдельно оценить вклады физического капитала на одного работника, трудовых услуг на одного работника и остаточный член.

Однако, как замечают Кленоу и Родригес-Клер, а также Холл и Джонс, такое разложение представляется далеко не самым интересным. Предположим, к примеру, что уровень  $A$  возрастает при неизменной норме сбережения или уровне образования на одного работника. Возросший в результате выпуск повышает уровень физического

капитала (поскольку в данном примере мы сделали предположение о неизменной *норме сбережения*). Когда страна выйдет на свою новую траекторию сбалансированного роста, физический капитал и выпуск окажутся возросшими в той же пропорции, что и  $A$ . Как следует из разложения (3.57) в результате роста  $A$  увеличивается выпуск на одного работника в долгосрочной перспективе, причем доля  $\alpha$  в данном увеличении приписывается физическому капиталу на одного работника. Более полезным оказалось бы несколько иное разложение, которое позволило бы соотнести данное увеличение исключительно с ростом остатка, поскольку именно рост  $A$  послужил единственным источником увеличения выпуска на одного работника.

Для решения этой проблемы Кленоу и Родригес-Клер, а также Холл и Джонс, вычитают  $\alpha \ln(Y_i / L_i)$  из обеих частей (3.57), что дает:

$$\begin{aligned} (1-\alpha) \ln\left(\frac{Y_i}{L_i}\right) &= \left( \alpha \ln\left(\frac{K_i}{L_i}\right) - \alpha \ln\left(\frac{Y_i}{L_i}\right) \right) + (1-\alpha) \ln\left(\frac{H_i}{L_i}\right) + (1-\alpha) \ln A_i \\ &= \alpha \ln\left(\frac{K_i}{Y_i}\right) + (1-\alpha) \ln\left(\frac{H_i}{L_i}\right) + (1-\alpha) \ln A_i. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Поделив обе части на  $(1-\alpha)$ , получаем

$$\ln\left(\frac{Y_i}{L_i}\right) = \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln\left(\frac{K_i}{Y_i}\right) + \ln\left(\frac{H_i}{L_i}\right) + \ln A_i \quad (3.59)$$

Уравнение (3.59) позволяет выразить выпуск на душу населения через интенсивность физического капитала (то есть, через отношение капитала к выпуску  $K/Y$ ), трудовые услуги на одного работника и остаток. Оно не является более корректным, чем уравнение (3.57): оба являются результатом манипулирования с производственной функцией (3.56). Однако, уравнение (3.59) позволяет лучше понять сущность интересующих нас явлений, поскольку за долгосрочные эффекты изменения уровня трудовых услуг на одного работника ( $H/L$ ) и остатка ( $A$ ) полностью отвечают сами же эти переменные.

## Данные и основные результаты

Данные по выпуску и численности работников имеются в Penn World Tables<sup>27</sup>. Холл и Джонс и Кленоу и Родригес-Клер на базе данных из Penn World Tables строят оценки запасов физического капитала и делают разумные предположения о начальном уровне этих запасов и амортизации. Из данных о долях доходов на факторы производства следует, что  $\alpha$ , доля физического капитала в производственной функции, приблизительно равна  $\frac{1}{3}$ .

Наиболее сложная часть анализа заключается в оценивании запаса трудовых услуг  $H$ . Холл и Джонс используют наиболее простой подход, рассматривая только количество лет обучения в школе. В частности, они предполагают, что  $H_i$  имеет вид  $e^{\phi(E_i)} L_i$ , где  $E_i$  - это среднее число лет образования работников в стране  $i$ , а  $\phi(\bullet)$  является возрастающей функцией. В предыдущем разделе мы рассматривали возможность линейной функции  $\phi(\bullet)$ :  $\phi(\bullet) = \phi E$ . Холл и Джонс, однако, утверждают, что в соответствии с микроэкономическими данными, процентное увеличение в доходах от дополнительного года обучения падает с увеличением общего количества лет обучения.

На основании этих данных, они рассматривают  $\phi(E)$  в виде кусочно-линейной функции с коэффициентом наклона 0,134 для  $E$  меньше 4 лет, 0,101 для  $E$  в промежутке от 4 до 8 лет и 0,068 для  $E$  выше 8 лет.

Вооружившись этими данными и предпосылками, Холл и Джонс используют уравнение (3.59) для оценивания вкладов интенсивности физического капитала, образования и остатка в объем выпуск на одного работника в каждой стране. Суммируя результаты исследований, они сравнивают пять наиболее богатых стран в выборке с пятью наиболее бедными. Средний выпуск на одного работника в группе богатых стран превышает средний выпуск на одного работника в бедной группе в 31,7 раза, что не может не поражать. В логарифмическом масштабе, эта разница составляет 3,5. Разница между средними значениями  $[\alpha/(1-\alpha)]\ln(K/Y)$  в двух группах составляет 0,6, для  $\ln(H/L)$  она составляет 0,8, а для  $\ln A - 2,1$ . Другими словами, всего лишь около одной шестой разрыва между самыми богатыми и самыми бедными странами объясняется непосредственно различиями в интенсивности физического капитала, и меньше четверти разрыва объясняется различиями в образовании. Кленоу и Родригес-Клер, используя несколько иные предположения, приходят к похожим результатам.

Другой важный результат разложений Холла и Джонса и Кленоу и Родригес-Клера, заключается в том, что параметры влияния физического капитала, образования и остатка не являются независимыми. Холл и Джонс, например, находят значительную корреляцию на межстрановых данных между оценками  $\ln(H_i/L_i)$  и  $\ln A_i$  ( $\rho = 0,52$ ), и менее значительную между оценками  $[\alpha/(1-\alpha)]\ln(K_i/L_i)$  и  $\ln A_i$  ( $\rho = 0,25$ ); они также обнаруживают значительную корреляцию между двумя видами капитала ( $\rho = 0,60$ ). Отсюда следует, что, возможно, существуют силы, оказывающие влияние на все непосредственные детерминанты выпуска на одного работника.

### **Различия в качестве человеческого капитала**

В расчетах Холла и Джонса и Кленоу и Родригес-Клера имеются две потенциальные проблемы. Во-первых, как это всегда делается при калькуляции роста, в качестве меры вклада физического и человеческого капитала в объем выпуска берутся соответствующие рыночные доходы. Если существуют экстерналии физического или человеческого капитала, то их предельные продукты отличаются от рыночных доходов. В результате, описанный метод межстрановых сопоставлений дает неверную оценку их влиянию на межстрановые различия в доходах. Мы вернемся к этой проблеме в конце раздела 3.10.

Вторая возможная проблема специфична для только что описанных расчетов. Эти расчеты не принимают во внимание никаких различий в человеческом капитале за исключением различий в количестве лет образования. Но существует множество других причин, обуславливающих вариации человеческого капитала. Качество образовательных учреждений, повышение квалификации на работе, неформальное накопление человеческого капитала, воспитание детей и даже предродовой уход значительно варьируют в разных странах. В результате, различия в человеческом капитале могут оказаться очень большими.

Для того, чтобы учесть различия в качестве человеческого капитала в рамках нашего анализа, можно, как один из способов, использовать по-прежнему разложение (3.59), но в качестве характеристики человеческого капитала подобрать более представительную меру. Обычный подход к сравнению общего человеческого капитала работников в различных странах состоит в сравнении заработных плат, которые бы они

получали на одном и том же рынке труда. Поскольку Соединенные Штаты принимают иммигрантов из множества стран, это можно сделать, сравнив заработные платы иммигрантов из различных стран в США. Конечно, в этом есть свои сложности. Например, иммигранты не выбираются случайным образом из числа работников в их родных странах, и они могут обладать характеристиками, которые могут повлиять на их доходы в США и при этом не влиять на их доходы в родных странах. Тем не менее, рассмотрение заработных плат иммигрантов дает нам важную информацию о том, есть ли значительные различия в качестве человеческого капитала.

Для проведения подобного исследования Кленоу и Родригес-Клер опираются на работу Borgas (1987). Согласно их выводам, из оценок, полученных Борхасом, следует, что в среднем заработка платы, которую получает в США работник с определенным уровнем образования на 0,12 процентов выше, если доход на душу населения в родной стране этого иммигрировавшего работника выше на 1 процент. Это означает, что когда мы смотрим на страны, логарифмы доходов которых различаются на 3,5, то логарифмы качества человеческого капитала в этих странах при данном уровне образования должны отличаться примерно на 0,12, умноженные на 3,5, то есть на 0,4. И действительно, Борхас обнаруживает, что для одного и того же уровня образования разница в заработных plataх иммигрантов из самых богатых и самых бедных стран его выборки составляет примерно 40 процентов. Напомним, что в соответствии с разложением (3.59) примерно 0,8 единиц разрыва между логарифмами дохода в самых богатых и самых бедных странах объяснялось различиями в количестве лет образования работников. Результаты Борхаса показывают, что если в разложении подобном (3.59) использовать комплексную меру человеческого капитала, то различиями в человеческом капитале можно будет объяснить дополнительные 0,4 единицы общего разрыва, а значит, на долю остатка придется на 0,4 меньше. Таким образом, в общем разложении на долю физического капитала остается 0,6, или около одной шестой; 1,2 или около трети приходится на долю человеческого капитала, и 1,7 или около половины приходится на остаток. Иными словами, обобщение меры человеческого капитала не меняет основного вывода анализа Холла и Джонса и Кленоу и Родригес-Клеров<sup>28</sup>.

## **Отдача и потоки факторов**

В разделе 1.6 мы столкнулись с серьезным аргументом против гипотезы, утверждающей, что межстрановые различия в доходах объясняются исключительно различиями в физическом капитале: согласно данной гипотезе, предельный продукт капитала намного выше в бедных странах по сравнению с богатыми, а значит, существуют огромные стимулы для перетекания капитала из богатых стран в бедные. Таким образом, важно проверить, что следует из оценок источников различий в доходах, полученных Холлом и Джонсом и Кленоу и Родригес-Клером, в отношении предельных продуктов факторов производства.

Напомним, что мы обнаружили, что между самыми бедными и самыми богатыми странами разница в значениях  $[\alpha/(1-\alpha)]\ln(Y/K)$  составляет 0,6. Это следует из того, что разница в значениях  $\ln(Y/K)$  равна 1,2, а значение  $\alpha/(1-\alpha)$  в рамках наших предпосылок равно 0,5. Для производственной функции Кобба-Дугласа, предельный продукт физического капитала равен  $\alpha Y/K$ . Поэтому, разница в  $\ln(Y/K)$ , равная 1,2, соответствует различиям предельного продукта физического капитала в  $e^{1,2}$  или в 3,3 раза. Таким образом, если предположения в отношении функции Кобба-Дугласа и данные по капиталу и выпуску более-менее корректны, то между предельными продуктами капитала

в богатых и бедных странах существуют большие различия.

Как мы видели в разделе 1.6, для того, чтобы объяснить весь существующий разрыв в доходах между богатыми и бедными странами с помощью физического капитала при значении  $\alpha$  примерно равном  $\frac{1}{3}$ , необходимо допустить, что предельные продукты

капитала различаются в 1000 раз. Подобных различий, безусловно, не существует, а вот различия в 3 раза или около этого вполне вероятны. Наиболее очевидным объяснением является то, что в разных странах ставки налога на капитал сильно различаются. Но, возможно, более важным объяснением является наличие существенных различий в межстрановых рисках в отношении частичной потери капитала или его дохода вследствие государственной экспроприации, судебной тяжбы, воровства или вымогательства, коррумпированности чиновников, а также коллективных действий работников. Наконец, особенно в бедных странах, присутствуют значительные барьеры, ограничивающие международную мобильность капитала. Поэтому, даже с учетом налогов и рисков экспроприации доходы капитала могут значительно различаться между странами.

Как правило, работники стремятся в более богатые страны. Определим, насколько результаты Холла и Джонса и Кленоу и Родригес-Клерса, согласуются с данным фактом. Для этого заметим, что предельный продукт трудовых услуг, который мы обозначим как  $MPH$ , равен  $(1-\alpha)Y/H$ . Из уравнения (3.59) следует, что  $Y = (K/Y)^{\alpha/(1-\alpha)} HA$ . Таким образом,

$$MPH = (1-\alpha) \left( \frac{K}{Y} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} A. \quad (3.60)$$

Описанные выше результаты межстрановой калькуляции роста означают, что и  $(K/Y)^{\alpha/(1-\alpha)}$ , и  $A$  в целом выше в более богатых странах, при этом различия в  $A$  очень велики. Как следует из данных результатов, предельный продукт работника, предоставляющего одно и то же количество трудовых услуг, значительно выше в более богатых странах. Таким образом, выводы Холла и Джонса и Кленоу и Родригес-Клерса вполне согласуются с тем фактом, что работники, как правило, стремятся в более богатые страны.

## 3.10 Социальная инфраструктура

### Обзор

В предыдущем разделе мы проанализировали роль накопления физического и человеческого капитала, а также выпуска при заданных уровнях капитала для объяснения межстрановых различий в доходах. Однако мы бы хотели пойти дальше и детально исследовать детерминанты этих наиболее вероятных источников различий в доходах.

Главная из возможных гипотез состоит в том, что различия в детерминантах дохода в целом определяются различиями в том, что Холл и Джонс называли *социальной инфраструктурой*. Под социальной инфраструктурой Холл и Джонс понимают институты и политику, которые поощряют инвестиции и производство, в противоположность потреблению и непроизводительной деятельности. Обратите внимание, что здесь выделены два различия. Во-первых, проведено разграничение между потреблением и инвестициями. Использование ресурсов в целях создания физического и человеческого

капитала увеличивает будущий выпуск, тогда как их использование в целях производства товаров и услуг для текущего потребления будущий выпуск не увеличивает. Второе разграничение касается производительной и непроизводительной деятельности. Производство относится к деятельности, увеличивающей совокупный выпуск в экономике в определенный момент времени, тогда как непроизводительная деятельность, с которой мы сталкивались в разделе 3.4 под названием *рентоориентированное поведение*, относится к деятельности, которая просто перераспределяет этот выпуск.

В центре дискуссий в отношении непроизводительной деятельности или поиска ренты зачастую оказываются их наиболее простые формы проявления, такие как преступность, лоббирование налоговых привилегий и возбуждение безосновательных судебных дел. Поскольку на эти виды деятельности отвлекается лишь небольшая доля ресурсов в экономиках развитых стран, естественно было бы предположить, что поиск ренты для этих стран не имеет большого значения. Однако, поиск ренты не сводится к трем перечисленным выше «чистым» формам. Большая часть экономической деятельности содержит элементы рентоориентированного поведения. Значительная составляющая такого поведения содержится в действиях фирм, проводящих ценовую дискриминацию, работников, собирающих документы для аттестации, а также потребителей, вырезающих купоны на скидки. На самом деле, такие повседневные действия, как запирание машины или заблаговременная покупка билета на концерт<sup>24</sup>, связаны с поиском ренты. Таким образом, даже в развитых странах существенная доля ресурсов, вероятно, направляется на поиск ренты, а в менее развитых странах эта доля, скорее всего, намного больше. Если это так, то различия в масштабах рентоориентированного поведения могут послужить важным источником межстрановых различий в доходах. Более того, как описано в разделе 3.4, степень рентоориентированного поведения в мире в целом может оказаться важным фактором, определяющим общемировой рост<sup>29</sup>.

Существует множество аспектов социальной инфраструктуры, которые удобно разделить на три группы. В первую группу входят особенности государственной фискальной политики. Например, налоговая политика в отношении инвестиций и распределение государственных расходов между инвестиционными проектами и другими расходами непосредственно влияет на распределение ресурсов между инвестициями и потреблением. Несколько более тонкий аспект: высокие налоговые ставки стимулируют такие формы рентоориентированного поведения как уклонение от уплаты налогов и уход в теневую экономику несмотря на их относительную неэффективность.

Вторая группа институтов и политик, образующих социальную инфраструктуру, состоит из факторов, определяющих среду, в которой принимаются частные решения. Если за преступностью не следят, или идет гражданская война, или иностранное вторжение, частная отдача от инвестиций и прочей деятельности, повышающей выпуск, невелика. На более фундаментальном уровне, если не обеспечивается соблюдение контрактов, а решения суда в отношении контрактных споров являются непредсказуемыми, то долгосрочные инвестиционные проекты становятся менее привлекательными. Аналогичным образом, возникновение конкуренции, стимулирующей производительные виды деятельности, повышающие совокупный выпуск, наиболее вероятна в условиях свободной торговли и государственной политики, направленной на ограничение монопольной власти.

<sup>24</sup> Тот факт, что население не приспособливается мгновенно, и что в какой-то момент темп роста населения начинает убывать по доходу, может объяснить, почему связь между уровнем населения и его темпом роста, изображенная на Рис. 3.11, меняет характер для двух последних наблюдений на рисунке, относящихся к периоду после 1970.

Заключительная группа политик, образующих социальную инфраструктуру, состоит из рентоориентированных действий самого государства. Как подчеркивают Холл и Джонс, продуманные меры государственной политики могут быть важным источником формирования выгодной с общественной точки зрения социальной инфраструктуры, однако государство может быть также основным участником процесса поиска ренты. Среди основных форм рентоориентированного поведения могут быть государственная экспроприация, мздоимство, раздача вознаграждений и предоставление выгодных условий в ответ на запросы лоббистов или подкуп государственных чиновников.

Поскольку социальная инфраструктура обладает множеством измерений, слабая социальная инфраструктура может принимать различные формы. Это может быть сталинская система центрального планирования, в которой права собственности и экономические стимулы минимальны. Это может быть и «клептократия» - экономика, управляемая олигархами или диктатором, которые в первую очередь заинтересованы в собственном обогащении и защите власти, основанной на экспроприации и коррупции. Это также может быть система, близкая к анархии, когда собственность и жизнь подвержены крайней опасности, и так далее.

## **Эмпирические доказательства**

Идея о том, что институты и политика, влияющие на выбор между потреблением и инвестициями, а также между производительной и непроизводительной деятельностью, крайне важны для функционирования экономики, восходит, по меньшей мере, к Адаму Смиту. Однако не так давно на нее вновь обратили внимание. К числу значимых работ, развивающих данную идею, относятся статьи Baumol (1990); Murphy, Shleifer и Vishny (1991); Olson (1996); Sachs и Warner (1995); Knack и Keefer (1995); Mauro (1995); и Hall и Jones (1999). Отличительной чертой этих недавних исследований является попытка представить эмпирические доказательства важной роли социальной инфраструктуры.

На важную роль социальной инфраструктуры в объяснении межстрановых различий в доходах указывают несколько фактов. Во-первых, это факты (и их можно было бы отнести к разряду неопровергимых доказательств), свидетельствующие об опыте так называемых разделившихся стран (Olson, 1996). На протяжении большей части послевоенного периода Германия, и Корея были разделены на две страны. Подобным же образом, Тайвань и Гонконг были отделены от Китая. Многие переменные, которые могли бы оказывать влияние на доход, такие как климат, природные ресурсы, изначальные уровни физического и человеческого капитала, а также традиционные отношения к работе, бережливости и предпринимательству были схожи в разных частях этих разделенных территорий. Однако, их социальная инфраструктура сильно различалась: Восточная Германия, Северная Корея и Китай были коммунистическими странами, тогда как Западная Германия, Гонконг и Тайвань были экономиками с относительно свободным рынком.

Ориентированные на рынок режимы оказались экономически намного более успешными, чем коммунистические. В 1990 году, когда Германия воссоединилась, выпуск на одного работника в Западной Германии был примерно в 2,5 раза выше, чем в Восточной. Когда Китай вернул себе Гонконг в 1997 году, выпуск на одного работника в Гонконге был примерно в 10 раз выше, чем на основной территории. Точно также, выпуск на одного работника в Тайване в 5-10 раз выше, чем в Китае. У нас нет достоверных данных о душевом выпуске в Северной Корее, но выпуск в Южной Корее совсем немного ниже, чем в Тайване, а все данные свидетельствуют о том, что этот показатель в Северной

Корее значительно ниже, чем в Китае. В итоге оказывается, что в данных случаях роль социальной инфраструктуры в объяснении столь огромных межстрановых различий в доходах чрезвычайно значима. Обобщая, можно сказать, что описанные исторические примеры убедительно свидетельствуют о значительном эффекте влияния социальной инфраструктуры на доходы.

Во-вторых, на значимость социальной инфраструктуры указывают фактические данные о межстрановых различиях в показателях отношения капитала к выпуску. Если производство в целом описывается функцией Кобба-Дугласа, то различия в показателях отношения капитала к выпуску приводят к различиям в предельном продукте капитала. Анализ, проведенный в предыдущем разделе, указывает на существенные различия в отношении капитала к выпуску, а значит и в предельном продукте труда. Представленные там результаты показали, что эти различия по большей части вызваны разрывом между предельным продуктом капитала и частными инвестиционными мотивами. Возможными объяснениями этого разрыва являются различия в налоговых ставках, коррупция, риск экспроприации и т.д. – иными словами, различные типы социальной инфраструктуры. Иначе говоря, отношение капитала к выпуску является приблизительной мерой качества инфраструктуры.

Анализ, проведенный в предыдущем разделе, указывает на существование значительной корреляции между отношением капитала к выпуску и общим выпуском на одного работника. Например, согласно оценке Холла и Джонса, корреляция между  $\ln(K_i / Y_i)$  и  $\ln(Y_i / L_i)$  равна 0.6. Другими словами, существует значительная корреляция между этой простой мерой социальной инфраструктуры и общим выпуском на одного работника.

Заключительная группа фактов связана со статистическим оцениванием отношения между социальной инфраструктурой и экономическими показателями. Подобные исследования проводились в работах Sachs и Warner (1995), Knack и Keefer (1995), Mauro (1995), Murphy, Shleifer и Vishny (1991), Temple и Jones (1998), Acemoglu, Johnson и Robinson (2000), а также Холлом и Джонсом. В этих работах выводятся меры социальной инфраструктуры и исследуется, как эти меры соотносятся с уровнем или темпом роста среднего дохода<sup>30</sup>. Одной из наиболее тщательных попыток является работа Холла и Джонса. Они пытаются учесть тот факт, что меры социальной инфраструктуры несовершены, и практически наверняка существуют силы, которые коррелируют с социальной инфраструктурой и влияют на экономические показатели. По утверждению Холла и Джонса, данные говорят о количественно большом и статистически значимом влиянии социальной инфраструктуры на выпуск на одного работника, и о том, что различия в социальной инфраструктуре отвечают за большую часть межстрановых различий в доходах. Но поскольку их корректировка ошибок измерения и расчет корреляции социальной инфраструктуры с опущенными переменными весьма несовершены, эти аргументы не являются окончательными<sup>31</sup>.

## **Детерминанты социальной инфраструктуры**

Хотелось бы пойти еще дальше и исследовать, что именно определяет социальную инфраструктуру. К сожалению, этой теме посвящено очень мало работ. У нас есть лишь какие-то наблюдения общего характера и отрывочные данные.

Часть наблюдений касается побудительных мотивов поведения людей, в особенности тех, кто обладает властью в существующей системе. Самый очевидный

пример важности мотивов для социальной инфраструктуры – это случай абсолютного диктатора. Абсолютный диктатор может экспроприировать любые материальные ценности, которые накапливает индивид, однако знание индивидов о такой возможности как раз и препятствует накоплению ими ценностей. Для того чтобы способствовать сбережению и предпринимательству, диктатору, возможно, понадобиться сократить свои полномочия. В результате все, включая диктатора, могут оказаться в лучшем положении. Однако на практике, по каким-то причинам, которые не доконца понятны, диктатору оказывается сложно ограничить свои полномочия таким образом, чтобы при этом не возникало риска полной потери власти (или даже худшего). Кроме того, диктатору нетрудно накопить значительное богатство даже в бедной экономике. Поэтому он вряд ли допустит даже небольшой шанс быть свергнутым взамен на значительный рост ожидаемого богатства. В результате диктатор может предпочесть социальную инфраструктуру, приводящую к низкому душевому доходу (De Long и Shleifer, 1993; North, 1981; Jones, 1998, стр. 138-140).

Аналогичные аргументы применимы также к другим индивидам, получающим выгоду от существующей системы: чиновникам, берущим взятки, либо работникам, получающим заработную плату, превышающую рыночную, и работающим в отраслях с трудоемкими и неэффективными технологиями производства. Если существующая система очень неэффективна, то должен существовать способ предоставить этим индивидам щедрую компенсацию, чтобы взамен заручиться их согласием на преобразование системы в более эффективную. Однако на практике, мы, опять-таки, очень редко наблюдаем подобные соглашения, и в результате эти индивиды используют свое значительное влияние для сохранения прежней системы (Shleifer и Vishny, 1993; Parente и Prescott, 1999; Acemoglu и Robinson, 2000a, 2000b).

Вторая группа наблюдений сосредоточена на культурных факторах. Каждое общество обладает своими достаточно стабильными отличительными чертами, коренящимися в религии, структуре семьи и т.д., которые могут оказывать значительное влияние на социальную инфраструктуру. Так, разные религии отличаются взглядами на относительную важность традиций, власти, индивидуальной инициативы. Явные или неявные предписания доминирующей религии, касающиеся этих факторов, могут повлиять как на взгляды отдельных индивидов, так и на общественный выбор социальной инфраструктуры. Кроме того, в разных странах существуют значительные различия в нормах гражданской ответственности и в том, до какой степени люди доверяют друг другу (Knack и Keefer, 1997; La Porta, Lopes-de-Silanes, Shleifer и Vishny, 1997). Эти различия, скорее всего, также оказывают значительное влияние на социальную инфраструктуру. Следует также отметить, что страны существенно различаются в этническом разнообразии населения, а страны с большим этническим разнообразием, по-видимому, обладают менее благоприятной социальной инфраструктурой (Easterly и Levine, 1997).

Последняя группа наблюдений относится к представлениям индивидов о том, какая политика и какие институты лучше подходят для экономического развития. Например, Сакс и Уорнер (Sachs и Warner, 1995) акцентируют внимание на том, что в ранний послевоенный период относительные преимущества рыночных или плановых систем не были достаточно осознаны. Страны с рыночной экономикой только что пережили Великую Депрессию, в то время как Советский Союз вышел из состояния отстающей экономики и стал одной из крупнейших в мире индустриальных стран всего лишь за несколько десятилетий. Вполне разумные люди расходились в оценках альтернативных социальных инфраструктур. В результате одним из важнейших источников различий в социальной инфраструктуре стали различия в суждениях лидеров.

Сочетание мнений и мотивов при формировании социальной инфраструктуры приводит к возможности возникновения «порочного круга» социальной инфраструктуры. Страна может изначально внедрять относительно централизованную, захватническую систему, так как ее лидеры искренне полагают, что эта система лучше удовлетворяет потребности большей части населения. Однако в результате внедрения такой системы возникают группы, заинтересованные в продолжении её функционирования. Таким образом, даже если данные показывают, что иные формы социальной инфраструктуры более предпочтительны, существующую систему очень трудно изменить. Это может быть важным элементом формирования социальной инфраструктуры во многих странах Центральной Африки после того, как они стали независимыми (Kreuger, 1993).

## **Ограничения и дополнения**

Определение социальной инфраструктуры как институтов и политики, способствующих производству и инвестициям, а не перераспределению и потреблению является очень широким. На самом деле, трудно придумать какой-либо аспект институтов или политики, который бы не влиял на доход страны и который бы не был включен в социальную инфраструктуру. В результате, утверждение, что различия в социальной инфраструктуре являются важнейшим фактором в объяснении межстрановых различий в доходах, не приближает нас к определенным прогнозам относительно того, какие страновые характеристики соответствуют более высокому доходу. Точно так же из него не следуют никакие советы политикам, стремящимся повысить уровень жизни.

Сделать гипотезу о важности социальной инфраструктуры для функционирования экономики более точной можно двумя путями. Во-первых, можно выявить наиболее важные аспекты социальной инфраструктуры. Например, многие неформальные доводы делают акцент на таких элементах социальной инфраструктуры как охрана прав собственности, политическая стабильность, ориентация на рыночные механизмы. Во-вторых, можно выявить наиболее важные переменные, на которые влияет социальная инфраструктура. Допустим, например, что существует специфический вид капитала, обладающий значительным положительным внешним эффектом. Тогда, институты и политика, которые влияют на инвестиции в этот тип капитала, наиболее важны для функционирования экономики.

Эмпирические работы по межстрановым различиям в доходах выявили группу переменных, связанных с лучшим функционированием экономики. К ним относятся высокий уровень финансового развития (**Начиная с этого места и до конца главы не исправлены ссылки: все они должны быть даны в английской транскрипции!!!- В. Полтерович**) (Кинг и Левин, 1993а, 1993б; Джапелли и Пагано, 1994; Джайарати и Страхан, 1996; Левин и Зервос, 1998); слабые микроэкономические искажения (Истерли, 1993); политическая стабильность (Барро, 1991); низкая инфляция (Фишер, 1993; Кукерман, Калатсидакис, Сammerс, Вебб, 1993; Бруно и Истерли, 1998). Во всех этих случаях важно помнить, что исследуемая переменная может коррелировать с опущенными факторами, влияющими на функционирование экономики, а это значит что, статистическая связь может не отражать реальное влияние переменной. Но допустим, что для некоторых из этих переменных эмпирические результаты выдерживают скрупулезную проверку и свидетельствуют о количественно важном эффекте переменной. Такие результаты означают, что аспекты социальной инфраструктуры, влияющие на эти переменные, особенно важны для функционирования экономики, как и другие детерминанты этих переменных.

Один из возможных детерминантов функционирования экономики, которому уделено много внимания, - экстерналии от капитала. Согласно этой точке зрения, доход от капитала меньше, чем его предельный продукт. Высококвалифицированные работники создают инновации, которые приносят пользу всем и повышают человеческий капитал других работников, за который первые не получают компенсацию. Накопление физического капитала способствует росту человеческого капитала и стимулирует развитие новых технологий производства, и опять-таки, владельцы капитала не получают полную компенсацию за эти результаты. Мы исследуем такие ситуации в моделях обучения на практике в разделах 3.4 и 3.5 части А этой главы<sup>25</sup>.

Если эта точка зрения верна, то исследования Кленоу и Родригеса-Клерса, и Холла и Джонса, основанные на калькуляции роста, не информативны. Если капитал обладает положительными внешними эффектами, то разложение, использующее его частную доходность для измерения предельного продукта, недооценивает его важность. Более того, эта точка зрения согласуется фактом, обнаруженным в рамках калькуляции роста: оценки вклада капитала и остатка положительно коррелированы. Согласно данной точке зрения, часть того, что в этих исследованиях относится к остатку, на самом деле отражает вклад капитала.

Из этого подхода следует, что ключевыми детерминантами межстрановых различий в доходах являются факторы, которые обуславливают различия в накоплении капитала. Но тогда существенны лишь некоторые аспекты социальной инфраструктуры, и, кроме того, важны другие факторы, такие как коренящееся в культуре отношение к сбережению и образованию.

Результаты обоих подходов, свидетельствуют против идеи о том, что внешние эффекты от капитала имеют решающее значение для объяснения межстрановых различий в доходах. Во-первых, нет неопровергимых микроэкономических данных о том, что локальные внешние эффекты от капитала настолько велики, что могут породить огромные различия в доходах, которые мы наблюдаем. Во-вторых, прямые наблюдения того, как функционируют бедные страны, показывают, что различия в распределении ресурсов между производительными и непроизводительными видами деятельности очень важны для объяснения различий в доходах: в некоторых странах преступность, коррупция и обширное государственное вмешательство крайне распространены и серьезно вредят экономическому развитию. Ярким примером этого является опыт нескольких стран, каждая из которых была насильственно разделена на страны с разным режимом. Такие страны, как Восточная Германия и Северная Корея, успешно аккумулировали физический и человеческий капитал, и достигли более высокого отношения капитала к выпуску, чем их ориентированные на рынок собратья. Но экономическое функционирование этих стран в целом неудовлетворительно<sup>26</sup>.

### **3.11 Модель производства, защиты и пиратства**

В предыдущем разделе обсуждалась возможность того, что распределение ресурсов между производством и рентоориентированным поведением является решающим фактором, определяющим средний доход. В данном разделе представлена и проанализирована простая модель такого распределения. Айсмоглу (1995); Мерфи, Шлифер и Вишни (1993); и Гроссман и Ким (1995, 1996) предлагают более совершенные

<sup>25</sup> Конечно, мы не должны ожидать от какой-то одной модели описания главных черт всей истории. Например, вполне вероятно, что когда-то в течении следующих нескольких веков генная инженерия достигнет таких успехов, что понятие "человек" уже не будет иметь четкого определения. Когда это произойдет, потребуется модель нового типа.

<sup>24</sup> Jones (1998, Глава 3) предлагает похожую модель

модели.

## Предположения

Люди могут быть или производителями, или пиратами. Пираты пытаются заполучить чужой выпуск, а производители направляют ресурсы как на производство, так и на защиту выпуска от других. Таким образом, существует три способа использования ресурсов: производство, защита и пиратство.

Индивиды максимизируют величину получаемого выпуска. Таким образом (в силу того, что решения являются внутренними), производители распределяют ресурсы между производством и защитой так, чтобы их предельные выгоды от этих действий были равны. Точно так же индивиды решают, быть им производителями или пиратами до тех пор, пока частные выгоды от этих двух видов деятельности не уравняются.

Каждый индивид наделен одной единицей времени. Пусть  $f$  обозначает долю времени, которую репрезентативный производитель направляет на защиту. Производственная функция выпуска является взаимно однозначной, поэтому выпуск репрезентативного производителя можно считать равным  $1-f$ . Производитель теряет некоторую долю  $L$  этого выпуска из-за пиратов. Величина  $L$  зависит от  $f$  и от доли пиратов в населении  $R$ :  $L=L(f,R)$ . EMBED Equation.3  $L(\bullet)$  удовлетворяет набору правдоподобных предположений:  $L(f,0)=0$  (ничего не теряется, если нет пиратов),  $L_f \leq 0$  и  $L_R \geq 0$  (доля потерь снижается при увеличении объема ресурсов, направленных на защиту, и увеличивается при росте относительного числа пиратов),  $L_{ff} \geq 0$  (убывающие предельные выгоды от защиты) и  $L_{fR} \leq 0$  (предельные выгоды от защиты больше, когда относительное число пиратов увеличивается).

Совокупный объем выпуска, теряемого производителями (на душу населения) является произведением трех величин:  $1-R$  (доля производителей в экономике),  $1-f$  (выпуск на душу населения) и  $L$  (доля теряемого выпуска). Таким образом, каждый пират получает  $(1-R)(1-f)L(f,R)/R$ . Наше последнее предположение об  $L(\bullet)$  состоит в том, что это количество не возрастает по  $R$  при заданном  $f$ . Отсюда следует, что совокупный объем потерянных ресурсов на одного пирата падает с увеличением числа пиратов.

## Анализ модели

На первом этапе анализа модели рассмотрим, как производители распределяют свое время между производством выпуска и его защитой от пиратов. Задача репрезентативного производителя выглядит так:

$$\underset{f}{\operatorname{Max}}[1-L(f,R)](1-f). \quad (3.61)$$

Условие первого порядка:

$$-[1-L(f,R)]-(1-f)L_f(r,R)=0. \quad (3.62)$$

Это уравнение может быть представлено следующим образом:

$$\frac{1}{1-f} = \frac{-L_f(f, R)}{1-L(f, R)}. \quad (3.63)$$

Целью производителя является максимизация произведения  $1-L(f, R)$  на  $1-f$ . С увеличением  $f$  растет первый сомножитель, но уменьшается второй. Производитель безразличен к малым изменениям  $f$ , когда процентное увеличение  $1-L(f, R)$  в точности равно процентному уменьшению  $1-f$ ; значит, эластичности этих двух уравнений по  $f$  должны быть равны и противоположны по знаку. Это условие отражено в (3.63). Предположения  $L_f \leq 0$  и  $L_R \geq 0$  гарантируют выполнение условий второго порядка. Далее мы рассматриваем лишь внутренние решения.

Ключевой вопрос заключает в том, как доля пиратов  $R$  влияет на долю ресурсов, которые производители направляют на производство. Неявно дифференцируя (3.62) по  $R$ , получаем

$$L_f \frac{df}{dR} + L_R - (1-f) \left( L_{ff} \frac{df}{dR} + L_{fR} \right) + L_f \frac{df}{dR} = 0, \quad (3.64)$$

или

$$\frac{df}{dR} = \frac{L_R - (1-f)L_{fR}}{(1-f)L_{ff} - 2L_f}. \quad (3.65)$$

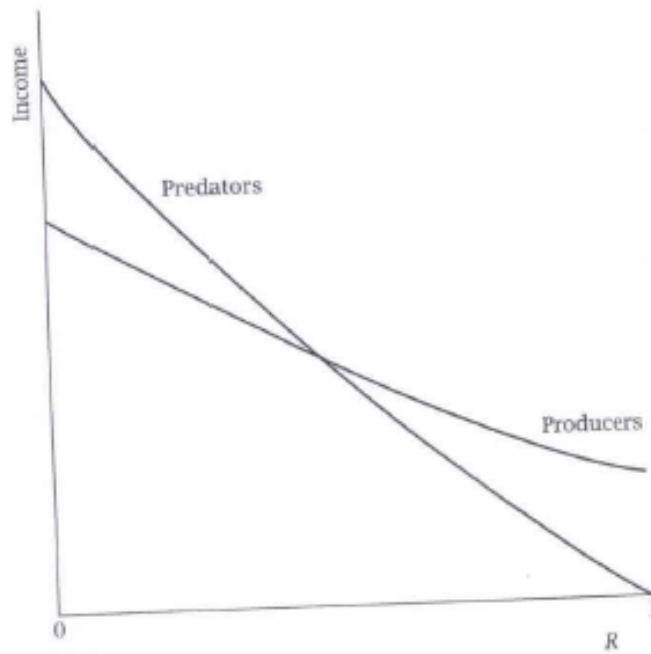
Из наших предположений об  $L(\bullet)$  следует, что это выражение положительно: увеличение числа пиратов приводит к тому, что производители направляют больше ресурсов на защиту. Значит, мы можем считать, что  $f = f(R)$ , где  $f'(R) > 0$ .

Второй этап заключается в анализе разделения населения на производителей и пиратов. В равновесии доход на одного производителя должен равняться прибыли на одного пирата. Доход каждого производителя равен  $[1-L(f(R), R)][1-f(R)]$ , а доход каждого пирата равен  $(1-R)[1-f(R)]L(f(R), R)/R$ , следовательно, в равновесии выполняется следующее условие

$$[1-L(f(R), R)][1-f(R)] = \frac{1-R}{R}[1-f(R)]L(f(R), R). \quad (3.66)$$

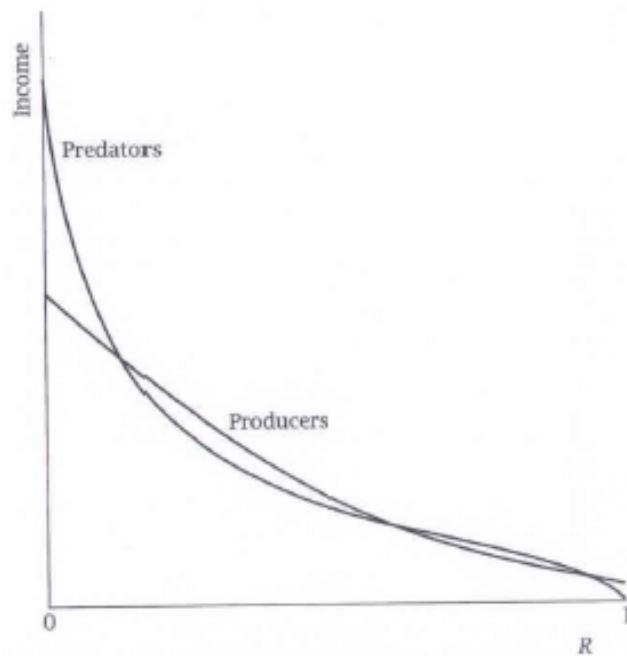
Рисунок 3.12 показывает обе части уравнения (3.66) как функции от  $R$ . **(Перевести термины на рис 3.12-13-14!!!- В. Полтерович)** Обе кривые убывают по  $R$ . Левая часть - доход производителя снижается с увеличением числа пиратов, так как производители теряют все большую часть выпуска<sup>27</sup>. Правая часть -  $(1-R)(1-f)L(f, R)/R$  убывает по  $R$  согласно предположениям модели. Во-первых, совокупный объем ресурсов, получаемый пиратами, при заданном уровне ресурсов, направленных на защиту, растет менее чем пропорционально числу пиратов. Во-вторых, при увеличении  $R$  растет также и  $f$ . Это увеличение доли ресурсов, направленных производителями на защиту, снижает доход пиратов как за счет снижения выпуска производителями, так и за счет того, что пираты получают меньшую долю этой прибыли. К тому же, мы знаем, что когда  $R=1$ , доход пиратов равен нулю: когда нет производителей, пиратам нечего отнимать.

<sup>25</sup> Из выражения (3.48) следует, что в общем объеме трудовых услуг  $LG(0)$  является неквалифицированным трудом, а остальное, т. е., количество  $L[G(E) - G(0)]$  - это человеческий капитал. Если  $G(0)$  намного меньше  $G(E)$ , то практически все трудовые услуги являются человеческим капиталом.



**Рисунок 3.12 Доходы производителей и пиратов как функции от доли населения, занятой пиратством**

Рисунок 3.12 иллюстрирует случай, когда доходы производителей и пиратов равны только для одного уровня  $R$ , так что существует единственное равновесие. В случае, когда  $R = 0$ , правдоподобно, что индивид, становящийся пиратом, получает большой доход: все занимаются производством, и ресурсы не направляются на защиту. Мы также знаем, что доход пирата равен нулю, когда  $R = 1$ . Таким образом, случай, показанный на рисунке, достаточно правдоподобен, но возможно также существование более чем одного равновесия. Этот случай показан на Рисунке 3.13.

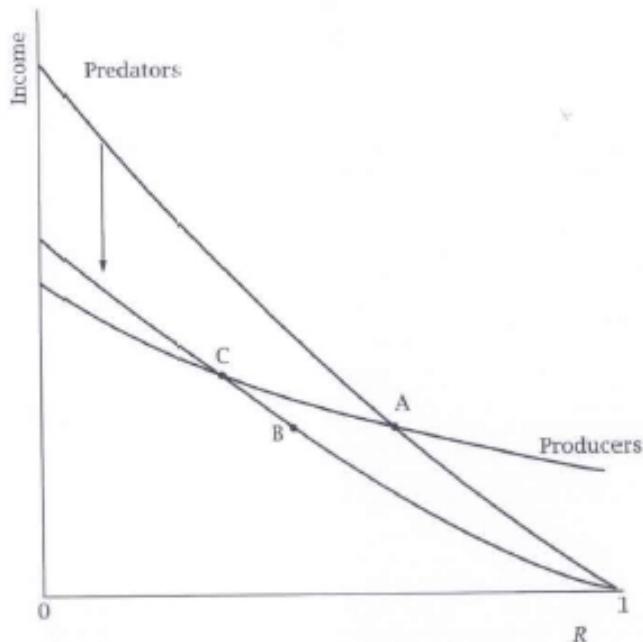


**Рисунок 3.13 Возможность существования нескольких равновесий при наличии пиратства**

### Обсуждение

В этой простой модели выпуск ниже возможного по двум причинам. Некоторые индивиды участвуют в рентоориентированном поведении, а не в производстве, тогда как те, кто производит, направляют ресурсы на защиту своего выпуска от пиратов. Если бы ресурсы не направлялись на защиту и пиратство, то доход каждого человека возрос бы с  $(1 - f)(1 - R)$  до 1.

Для того, чтобы понять как работает модель, рассмотрим пример. Пусть пираты могут быть опознаны. Если пират опознан, то выпуск, который он отобрал у производителя, конфискуется. Для простоты предположим, что определить, у кого были взяты эти ресурсы, невозможно, поэтому они поровну распределяются среди населения.



**Рисунок 3.14 Эффекты, возникающие при возможности опознания пиратов**

Возможность опознания не влияет на потери производителя, при заданных  $f$  и  $R$ , а значит, она также не влияет на выбор  $f$  при заданном  $R$ . Другими словами, функция  $f(R)$  не меняется. Но возможность опознания приводит к снижению дохода пирата для данного  $R$ . Линия дохода пирата сдвигается вниз, как показано на Рисунке 3.14. В результате доля пиратов  $R$  в населении, падает. Кроме того, заметим, что  $R$  падает сильнее, чем необходимо для восстановления дохода пирата до первоначального уровня. При падении  $R$  привлекательность производства возрастает, что приводит к дальнейшему падению  $R$ . На нашем рисунке это означает, что экономика переходит из точки А не в точку В, в которой доход пирата не меняется, а в точку С, где доходы производителей и пиратов вновь равны. Таким образом, грубо говоря, существует мультипликативный эффект от снижения привлекательности рентоориентированного

поведения<sup>28</sup>.

Более того, в силу того, что  $f(R)$  возрастает, падение  $R$  приводит к снижению  $f$  - доли ресурсов, которую производители направляют на защиту. Иначе говоря,  $f$  падает не из-за сдвига  $f(R)$ , а из-за того, что изменение  $R$  приводит к сдвигу точки равновесия вдоль графика функции. И падение  $R$ , и падение  $f$  приводят к увеличению дохода на душу населения  $(1-R)(1-f)$ <sup>29</sup>.

Эта базовая модель иллюстрирует один из каналов, благодаря которым рентоориентированное поведение может самоподдерживаться. Если в результате какого-либо события число пиратов увеличивается, то привлекательность производства падает, что способствует дальнейшему увеличению числа пиратов. Это и есть эффект мультипликатора, описанный выше. Однако существуют и другие каналы, благодаря которым рентоориентированное поведение может самоподдерживаться. Например, существует эффект «безопасности в силу численности»: при большем числе пиратов, вероятность быть опознанным падает, приводя к повышению привлекательности пиратства (Айсмоглу, 1995). Аналогично, при большем числе пиратов ресурсы, которые можно использовать для их опознания и наказания, скорей всего, уменьшаются, а общественные санкции, направленные против пиратства, оказываются слабее.

Одно из полезных обобщений модели можно получить, включив в нее капитал. Пусть выпуск производится из капитала и труда в соответствии с функцией Кобба-Дугласа, причем доля капитала равна  $\alpha$ . Как и всегда в случае функции Кобба-Дугласа, предельный продукт капитала равен  $\alpha Y / K$ . Но в силу того, что производители получают лишь  $1-L$  своего выпуска, частный предельный продукт капитала равен произведению  $1-L$  и этого значения. Следовательно, большие значения  $L$  препятствуют накоплению капитала.

Для того, чтобы убедиться в этом, предположим, что амортизация отсутствует и что капитал свободно передвигается между странами, уравнивая частные предельные продукты капитала с мировой нормой доходности  $r^*$ . Тогда для равновесия необходимо выполнение равенства

$$(1-L)\alpha \frac{Y}{K} = r^*, \quad (3.67)$$

или

$$\frac{K}{Y} = \frac{(1-L)\alpha}{r^*}. \quad (3.68)$$

Таким образом, повышение уровня пиратства ( $L$ ) снижает отношение капитала к выпуску. Эквивалентная формулировка: повышение уровня пиратства снижает капиталовооруженность труда. Следовательно, более высокий уровень пиратства уменьшает выпуск не только снижая доли факторов производства, направленные на производство, но и снижая уровень доступных факторов производства.

Аналогичные комментарии применимы и к человеческому капиталу: когда преобладает рентоориентированное поведение, стимулы к накоплению человеческого капитала меньше. Таким образом, более высокий уровень пиратства вновь приводит к меньшим возможностям производства.

<sup>26</sup> См. Задание 3.16 для анализа уровня  $E$ , соответствующего «золотому правилу» в данной модели.

<sup>27</sup> Эти данные описаны в Summers и Heston (1991) и доступны онлайн в Национальном бюро экономических исследований.

Эти эффекты становятся еще сильнее, если есть риск потери капитала. Пусть  $p$  - вероятность присвоения пиратами каждой единицы капитала. Тогда ожидаемая частная доходность одной единицы капитала равна  $[(1-L)\alpha Y/K] - p$ . Если эта величина должна равняться мировой норме доходности  $r^*$ , то отношение капитала к выпуску равно

$$\frac{K}{Y} = \frac{(1-L)\alpha}{r^* + p}. \quad (3.69)$$

Это выражение убывает по  $p$ .

### 3.12 Различия в темпах роста

Наше обсуждение до этого момента было посвящено межстрановым различиям в средних уровнях дохода на душу населения. Но, как было сказано в разделе 1.1, относительные доходы непостоянны, они нередко значительно изменяются, иногда всего лишь за несколько десятилетий. Следовательно, естественно задать вопрос о том, какие выводы относительно различий в темпах роста можно сделать из полученных результатов о различиях в уровнях дохода.

#### Сходимость к траектории сбалансированного роста

Начнем со случая, в котором основные детерминанты долгосрочного относительного дохода на душу населения в разных странах постоянны во времени. Другими словами, мы вначале не будем учитывать изменения норм сбережения, длительности обучения и долгосрочных детерминант выпуска при данном уровне факторов производства.

Доходы стран не оказываются мгновенно на своих долгосрочных траекториях. Например, если часть запасов капитала страны уничтожена во время войны, капитал возвращается на свою траекторию роста лишь постепенно. В процессе этого возвращения капиталовооруженность растет более быстрым темпом, чем в долгосрочной перспективе, и это значит, что экономика испытывает период сверхнормального роста. В общем случае одной из причин различий в темпах роста стран являются их начальные положения относительно своих долгосрочных траекторий роста. Страны, начинающие ниже своих долгосрочных траекторий, растут быстрее, чем страны, начинающие выше их.

Для того, чтобы убедиться в этом формально, предположим для простоты, что эти различия в выпуске на одного работника основаны только на различиях в физическом капитале на одного работника. Другими словами, человеческий капитал и выпуск для данных факторов производства одинаковы во всех странах. Пусть выпуск определяется стандартной производственной функцией  $Y_i(t) = F(K_i(t), A(t)L_i(t))$  с постоянной отдачей. Вследствие предположения о постоянной отдаче можно записать выпуск на одного работника в стране  $i$  так:

$$\frac{Y_i(t)}{L_i(t)} = A(t)f(k_i(t)). \quad (3.70)$$

(Как и в предыдущих моделях,  $k \equiv K/(AL)$  и  $f(k) \equiv F(k, 1)$ ). По предположению, траектория роста  $A$  одна и та же во всех странах. Таким образом, из (3.70) следует, что различия в темпах роста объясняются только поведением  $k$ .

В моделях Солоу и Рамсея каждая экономика обладает значением  $k$ , соответствующим траектории сбалансированного роста, и темп роста  $k$  приблизительно

пропорционален отклонению от его значения на сбалансированной траектории роста (см. разделы 1.5 и 2.6). Если предположить, что это верно и для данного случая, мы получаем

$$dk_i^* / dt = \lambda[k_i^* - k_i(t)], \quad (3.71)$$

где  $k_i^*$  это значение  $k$  на траектории сбалансированного роста в стране  $i$  и  $\lambda > 0$

это скорость сходимости. Из уравнения (3.71) следует, что когда страна находится далеко от своей траектории сбалансированного роста, ее капитал на единицу эффективного труда растет быстрее, а значит ее рост в доходах на одного работника больше.

Для значений  $k_i^*$  существуют два сценария. Согласно первому сценарию, они одинаковы во всех странах. В этом случае, все страны обладают равным доходом на одного работника на траекториях сбалансированного роста. Различия в средних доходах основаны только на том, где находятся страны относительно общей траектории сбалансированного роста. Таким образом, в данном случае, модель прогнозирует, что более низкий доход на одного работника соответствует более быстрому росту этого показателя. Это явление известно как *безусловная конвергенция*.

Согласно другому сценарию,  $k_i^*$  может варьироваться в разных странах. В этом случае, существует устойчивый компонент межстрановых различий в доходах. Например, страны, бедные из-за низкой нормы сбережения, не выявляют тенденции расти быстрее других. Но ведь различия, основанные на том, что страны находятся в разных положениях относительно своих траекторий сбалансированного роста, постепенно исчезают по мере их приближения к этим траекториям. Значит, эта модель предсказывает *условную конвергенцию*: при одинаковых значениях факторов, определяющих доход на траектории сбалансированного роста, более бедные страны растут быстрее (Барро и Сала-и-Мартин, 1991, 1992; Менкью, Д. Ромер и Вейл, 1992).

Эти идеи распространяются на ситуации, когда начальные различия в доходах происходят не только из различий в физическом капитале. При наличии человеческого капитала, как и в случае с физическим капиталом, капиталовооруженность не переходит мгновенно на свой долгосрочный уровень. Например, если молодежь тратит больше времени на образование, чем предыдущие поколения, то средний уровень человеческого капитала на одного работника растет постепенно, по мере того как новые работники пополняют рабочую силу, а старые выбывают. Аналогичным образом, невозможно мгновенное и не связанное с затратами переключение рабочей силы и капитала с рентоориентированных видов деятельности на производительные. Распределение ресурсов между видами деятельности не перестраивается мгновенно на долгосрочный уровень. Опять-таки, страны, начинающие с уровней доходов ниже их долгосрочных траекторий, испытывают периоды временного быстрого роста по мере того, как они движутся к долгосрочным траекториям.

Данный подход дает возможность получить важные выводы относительно различий в темпах роста индустриальных стран в послевоенный период. Долгосрочные фундаментальные характеристики – нормы сбережения, уровни образования и превалирующие стимулы к производству, а не к перераспределению, во многом сходны в этих странах. Однако Вторая мировая война повлияла на них по-разному, у них были очень разные средние доходы в начале послевоенного периода. Например, средние доходы в Японии и Германии были намного ниже доходов США и Канады. Таким образом, эти огромные вариации начальных доходов коренились в различиях их позиций относительно их долгосрочных траекторий, а не в самих этих траекториях. В результате индустриальные страны, оказавшиеся самыми бедными в начале послевоенного периода, продемонстрировали самый быстрый рост. Другими словами, динамика этих экономик

неплохо вписывается в концепцию безусловной конвергенции (Доурик и Нгайен, 1989; Менкью, Ромер, Вейл, 1992).

## Изменения в фундаментальных характеристиках

До этого момента мы предполагали, что основные детерминанты относительных долгосрочных уровней дохода в странах постоянны. Возможность изменений этих детерминант порождает еще одну причину различий в темпах роста.

Чтобы разобраться в этом, начнем опять со случая, в котором доходы на одного работника различаются только вследствие различий между физическим капиталом на одного работника. Как и прежде, предположим, что экономики обладают траекториями сбалансированного роста, к которым они сходятся в отсутствии шоков. Вспомним уравнение (3.71):  $k_i^* = \lambda[k_i^* - k_i(t)]$ . Мы хотели бы рассмотреть рост за некоторый промежуток времени, в котором  $k_i^*$  может не быть постоянным. Для того чтобы понять возникающие здесь проблемы, допустим, что время дискретно, и рассмотрим рост всего за два периода. Предположим, что изменения  $k_i$  с момента  $t$  до  $t+1$ , обозначаемые как  $\Delta k_{it+1}$ , зависят от значений  $k_i^*$  и  $k_i$  в момент  $t$ . Уравнение, аналогичное (3.71), имеет вид

$$\Delta k_{it+1} = \lambda(k_i^* - k_{it}), \quad (3.72)$$

где  $\lambda$  принимает значения от 0 до 1. Значит, изменение  $k_i$  в период с момента  $t$  до  $t+2$  равно

$$\Delta k_{it+1} + \Delta k_{it+2} = \lambda(k_{it}^* - k_{it}) + \lambda(k_{it+1}^* - k_{it+1}). \quad (3.73)$$

Для интерпретации этого уравнения, перепишем  $k_{it+1}^*$  как  $k_{it}^* + \Delta k_{it+1}^*$ . Точно также, перепишем  $k_{it+1}$  как  $k_{it} + \Delta k_{it+1}$ . Таким образом, (3.73) имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta k_{it+1} + \Delta k_{it+2} &= \lambda(k_{it}^* - k_{it}) + \lambda(k_{it}^* + \Delta k_{it+1}^* - k_{it} - \Delta k_{it+1}) \\ &= \lambda(k_{it}^* - k_{it}) + \lambda[k_{it}^* + \Delta k_{it+1}^* - k_{it} - \lambda(k_{it}^* - k_{it})] \quad (3.74) \\ &= [\lambda + \lambda(1-\lambda)](k_{it}^* - k_{it}) + \lambda\Delta k_{it+1}^*, \end{aligned}$$

где во второй строке используется (3.72) для замены  $\Delta k_{it+1}$ .

Полезно также рассмотреть случай непрерывного времени. Можно показать, что если  $k_i^*$  не меняется скачками, то из (3.71) следует, что изменение  $k$  за определенный интервал, скажем, от 0 до  $T$ , равно

$$k_i(T) - k_i(0) = (1 - e^{-\lambda T})[k_i^*(0) - k_i(0)] + \int_{\tau=0}^T (1 - e^{-\lambda(T-\tau)}) (dk_i^*(\tau)/d\tau) d\tau. \quad (3.75)$$

Уравнения (3.74) и (3.75) показывают, что мы можем разложить это изменение на две части. Первая часть зависит от начальной позиции страны относительно траектории сбалансированного роста. Это эффект условной конвергенции, рассмотренной выше. Вторая часть зависит от изменений траектории сбалансированного роста на рассматриваемом временном интервале. Например, увеличение значения  $k^*$  на траектории сбалансированного роста ускоряет рост. Более того, как показывает уравнение для случая непрерывного времени (и как можно было ожидать), такое увеличение производит тем больший эффект, чем раньше оно происходит.

Для простоты наш анализ сосредоточен на физическом капитале, но аналогичные результаты справедливы и для человеческого капитала, и для технологической эффективности: рост зависит от начальных точек относительно

траектории сбалансированного роста, а также от различий в этих траекториях .

Данный анализ показывает, что проблема конвергенции более сложна, чем предполагали наши предыдущие обсуждения. Общая конвергенция зависит не только от распределения начальных позиций стран относительно их долгосрочных траекторий и от разброса в этих долгосрочных траекториях, но и от распределения изменений основных параметров, влияющих на долгосрочные траектории стран. Например, общая конвергенция может быть результатом конвергенции фундаментальных характеристик.

Существует соблазн сделать отсюда заключение, что существуют значительные силы, способствующие конвергенции. Средний доход страны может быть намного ниже мирового среднего дохода, либо потому, что он намного ниже своей долгосрочной траектории, либо потому, что этой долгосрочной траектории соответствует необычно низкий доход. В первом случае, страна, по-видимому, будет быстро расти по мере конвергенции к долгосрочной траектории. Во втором случае, страна может быстро расти, улучшая свои фундаментальные характеристики. Например, она может заимствовать политику и институты, доказавшие свою успешность в более богатых странах.

К сожалению, данные не подтверждают это заключение. За послевоенный период бедные страны не росли быстрее, чем богатые. Это, по-видимому, отражает два фактора. Во-первых, незначительная часть начального разрыва между богатыми и бедными странами выражалась в том, что бедные страны находились ниже своей долгосрочной траектории, а богатые выше своей долгосрочной траектории. На самом деле, есть доказательства того, что именно богатые страны начинали намного ниже своих долгосрочных траекторий (Ко и Грэхем, 1996). Это может отражать тот факт, что Вторая Мировая Война непропорционально повлияла на эти страны. Во-вторых, несмотря на множество случаев, когда фундаментальные характеристики улучшались в бедных странах, есть также много примеров, когда они ухудшались.

Более того, вспомните из раздела 1.1, что если посмотреть на последние века, общая картина указывала на сильную дивергенцию. Страны, которые были немного индустриализованы в 1800 году – в основном страны Западной Европы плюс США и Канада – сейчас гораздо богаче бедных стран мира. По-видимому, случилось так, что эти страны значительно улучшили свои фундаментальные характеристики, тогда как бедные страны этого не сделали.

## **Чудеса и трагедии роста**

Данный анализ обеспечивает нам рамки для понимания наиболее экстремальных случаев изменений в относительных доходах стран - чудес и трагедий роста. Период очень быстрого или очень медленного роста относительно остального мира может возникнуть либо в результате шока, сдвигающего страну очень далеко от ее долгосрочной траектории, либо в результате значительного изменения фундаментальных характеристик. Впрочем, шоки, способные сдвинуть экономику очень далеко от ее долгосрочной траектории, встречаются редко. Лучшим примером является влияние Второй Мировой Войны на Западную Германию. Накануне войны средний доход на душу населения в регионе, который затем стал Западной Германией, составлял три четверти дохода в США. В 1946 году, по окончании войны, он составил одну четверть от этого показателя в США. Выпуск Западной Германии быстро рос в течение нескольких десятилетий, пока страна не вернулась на свою долгосрочную траекторию. Спустя 20 лет после 1946 года рост дохода на душу населения в Западной Германии составлял в среднем более 7 процентов. В результате, ее средний доход к 1966 году вновь стал равным около трех четвертей дохода в США (Мэдисон, 1995)<sup>30</sup>.

<sup>28</sup> Подход, при котором используется разложение (3.59) с обобщенной мерой человеческого капитала,

Впрочем, такие возмущения встречаются редко. Итак, чудеса и трагедии роста обычно являются результатом значительных изменений в фундаментальных характеристиках. Более того, так как социальная инфраструктура является основой фундаментальных характеристик, большинство чудес и трагедий роста являются результатом значительных, быстрых изменений в социальной инфраструктуре.

Неудивительно, что чудеса и трагедии роста чаще всего встречаются при сильных диктаторах; большие и быстрые изменения в институтах крайне трудно осуществимы при демократии. Более удивительно, что нет ясной связи между мотивами диктатора и природой изменений в социальной инфраструктуре. Значительные благоприятные сдвиги в социальной инфраструктуре могут произойти при диктаторе, который, мягко выражаясь, далеко не благорасположен, а значительные неблагоприятные сдвиги могут случиться при диктаторе, основной целью которого является улучшение жизни среднего гражданина своей страны. Примерами фундаментальных благоприятных сдвигов в социальной инфраструктуре и последовавших периодов фантастически быстрого роста могут служить Сингапур и Южная Корея в районе 1960-ых годов, Чили в начале 1970-ых годов и Китай в 1990-ых. Примерами противоположной картины развития являются Аргентина после Второй Мировой Войны, множество недавно ставших независимыми африканских стран в начале 1960-ых, китайская «культурная революция» середины 1960-ых и Уганда в начале 1970-ых.

Возможно, что данные о том, какие формы социальной инфраструктуры наиболее благоприятны для достижения высоких показателей среднего дохода, становятся все более понятными, и в результате, многие бедные страны близки к тому, чтобы продемонстрировать новые чудеса роста. К сожалению, еще слишком рано, чтобы оценить, является ли правильным этот оптимистичный взгляд.

## Задачи

**3.1.** Рассмотрим модель из раздела 3.2 с  $\theta < 1$ .

(a) На траектории сбалансированного роста  $\dot{A} = g_A^* A(t)$ , где  $g_A^*$  - значение  $g_A$  на траектории сбалансированного роста. Используя эту информацию и уравнение (3.6), выразите  $A(t)$  на траектории сбалансированного роста через  $B$ ,  $a_L$ ,  $\gamma$ ,  $\theta$  и  $L(t)$ .

(b) Используйте ваш ответ в пункте (a) и производственную функцию (3.5) для получения уравнения для  $Y(t)$  на траектории сбалансированного роста. Найдите значение  $a_L$ , максимизирующее выпуск на траектории сбалансированного роста.

**3.2.** Рассмотрим две экономики ( $i = 1, 2$ ), которые описываются уравнениями  $Y_i(t) = K_i(t)^\theta$  и  $\dot{K}_i(t) = s_i Y_i(t)$ , где  $\theta > 1$ . Предположим, что в двух экономиках начальные значения  $K$  равны, но  $s_1 > s_2$ . Покажите, что  $Y_1/Y_2$  непрерывно возрастает.

**3.3.** Рассмотрим экономику, описанную в разделе 3.3. Предположим, что  $\beta + \theta < 1$  и  $n > 0$ . Предположим, что вначале экономика находится на траектории сбалансированного роста. Опишите, как каждое из этих изменений повлияет на линии  $\dot{g}_A = 0$  и  $\dot{g}_K = 0$  и на положение экономики в пространстве  $(g_A, g_K)$  в момент изменения:

- (a) увеличение  $n$ ;
- (b) увеличение  $a_K$ ;
- (c) увеличение  $\theta$ .

**3.4.** Рассмотрим экономику, описанную в разделе 3.3. Предположим, что  $\beta + \theta < 1$  и  $n > 0$ .

Предположим, что вначале экономика находится на траектории сбалансированного роста и происходит перманентное увеличение  $s$ .

(a) Повлияет ли это изменение на линии  $\dot{g}_A = 0$  и  $\dot{g}_K = 0$ ? Если да, то как? Повлияет ли это изменения на положение экономики в пространстве  $(g_A, g_K)$  в момент изменения? Если да, то как?

(b) Какова динамика  $g_A$  и  $g_K$  после увеличения  $s$ ? Нарисуйте траекторию логарифма выпуска на одного работника.

(c) Чем этот эффект от увеличения  $s$  отличается от эффекта в модели Солоу?

### 3.5. Рассмотрим модель из раздела 3.3 с $\beta + \theta = 1$ и $n = 0$ .

(a) Используя (3.14) и (3.16), найдите такой уровень  $A/K$ , при котором  $g_A$  и  $g_K$  равны.

(b) Используя ваш результат из пункта (a), найдите темп роста  $A$  и  $K$  такой, что  $g_A = g_K$ .

(c) Как увеличение  $s$  влияет на долгосрочный темп роста экономики?

(d) Какое значение  $a_K$  максимизирует долгосрочный экономический рост экономики? Объясните, почему это значение не зависит от  $\beta$  (важности капитала в R&D секторе).

**3.6. Производственная функция Этьера.** (Этьер, 1982). Пусть производственная функция имеет вид  $[(1-a_L)L]^{1-\alpha} \int_{i=0}^A \chi(i)^\alpha di$ ,  $0 < \alpha < 1$ , где  $\chi(i)$  это используемое количество капитального блага  $i$ , а  $A$  измеряет диапазон потенциальных капитальных благ.

(a) Пусть  $\chi(i)$  равно  $K/A$  для  $0 < i < A$  и равно нулю в других случаях. Найдите  $Y$  как функцию от  $a_L$ ,  $L$ ,  $K$  и  $A$ .

(b) Пусть арендная плата за капитальное благо  $i$  равна  $p(i)$ , а заработная плата равна  $w$ . Рассмотрим фирму, стремящуюся произвести 1 единицу выпуска с минимальными затратами.

(i) Постройте функцию Лагранжа для задачи минимизации фирмы.

(ii) Найдите условие первого порядка для  $\chi(i)$ .

(iii) Покажите, что из условия первого порядка следует, что эластичность спроса на капитальное благо  $i$  равна  $-1/(1-\alpha) \equiv -\eta$ . (Обратите внимание, что поскольку цена монополиста, максимизирующего прибыль, равна произведению  $\eta/(1-\eta)$  и издержек, то прибыль монополиста-поставщика капитального блага  $i$  при максимизирующей прибыль цене равна  $(1/\eta)p(i)\chi(i)$  или  $(1-\alpha)p(i)\chi(i)$ , где  $p(i)$  - максимизирующая прибыль цена капитального блага  $i$ , а  $\chi(i)$  - величина спроса при этой цене).

**3.7. Модель Ромера.** (П. Ромер, 1990). Рассмотрим те же условия, что и в задаче 3.6. Предположим также, что  $\dot{K}(t) = Y(t) - C(t)$ ,  $\dot{A}(t) = Ba_L L(t)A(t)$  и  $\dot{L}(t) = 0$ . Пусть экономика населена бесконечно живущими домохозяйствами с предпочтениями, характеризующимися постоянным относительным неприятием риска, то есть  $\dot{C}(t)/C(t) = r(t) - \rho]/\theta$ . Наконец, предположим, что все фирмы, производящие как блага, так и знания, считают заработную плату заданной, что труд является мобильным между двумя секторами, и что фирмы, производящие товары, считают цену аренды капитальных

товаров заданной.

Рассмотрим траекторию сбалансированного роста, где  $K$ ,  $A$ ,  $Y$  и  $C$  растут с одним и тем же темпом, где  $r$  и  $a_L$  постоянны, где  $\chi(i)$  и  $p(i)$  не зависят от  $i$  и постоянны во времени. Пусть  $\bar{p}$  и  $\bar{\chi} = K/A$  - это значения  $p(i)$  и  $\chi(i)$  на траектории сбалансированного роста.

(a) Используйте результат из пункта (iii)(b) задачи 3.6 для того, чтобы выразить дисконтированную прибыль от выдачи в аренду капитального товара как функцию от  $\bar{p}$ ,  $\bar{\chi}$ ,  $r$  и  $\alpha$ .

(b) Зная результат пункта (a) и уравнение для  $\dot{A}$ , найдите заработную плату работника сектора, производящего знания?

(c) Используя производственную функцию, найдите уравнение для предельного продукта труда в секторе, производящем товары.

(d) Используя производственную функцию, найдите уравнение для предельного продукта капитального блага  $i$  в производстве товаров.

(e) Совместите результаты из пунктов (b)-(d), чтобы найти выражение для  $(1-a_L)L$  через  $r$  и параметры модели.

(f) Используя уравнение для  $\dot{A}$ , выразите темп роста экономики на траектории сбалансированного роста через  $B$ ,  $a_L$  и  $L$ .

(g) Используя тот факт, что  $\dot{C}/C = (r - \rho)/\theta$  и результаты пунктов (e) и (f), найдите  $a_L$ ,  $r$  и темп роста экономики на траектории сбалансированного роста.

(h) Может ли значение  $a_L$ , найденное вами в пункте (g), быть отрицательным? Если да, то, учитывая тот факт, что уровень труда в производстве знаний не может быть отрицательным, укажите, как будет выглядеть траектория сбалансированного роста в таком случае. Могут ли значения  $a_L$ , найденные в пункте (g), быть больше 1?

**3.8.** Модель из разделов 3.1-3.2 рассматривает долю  $a_L$  людей, задействованных в R&D, как заданную величину. В рамках модели, рассмотренной в задачах 3.6-3.7, опишите, как изменение каждой из перечисленных величин влияет на значение  $a_L$  на траектории сбалансированного роста, и поясните свой ответ.

(a) Повышение  $\rho$ .

(b) Повышение  $B$ .

(c) Повышение  $L$ .

**3.9. Обучение на практике.** Пусть выпуск задается производственной функцией (3.24),  $Y(t) = K(t)^\alpha [A(t)L(t)]^{1-\alpha}$ ,  $L$  постоянна и равна 1,  $\dot{K}(t) = sY(t)$ , а накопление знаний является побочным эффектом производства товаров:  $\dot{A}(t) = BY(t)$ .

(a) Найдите выражения для  $g_A(t)$ ,  $g_K(t)$  через  $A(t)$ ,  $K(t)$  и параметры.

(b) Нарисуйте линии  $\dot{g}_A = 0$  и  $\dot{g}_K = 0$  в пространстве  $(g_A, g_K)$ .

(c) Сходится ли экономика к траектории сбалансированного роста? Если да, то каковы значения  $K$ ,  $A$  и  $Y$  на траектории сбалансированного роста?

(d) Как влияет увеличение  $s$  на долгосрочный рост?

**3.10.** Пусть выпуск фирмы определяется как  $Y_i = K_i^\alpha L_i^{1-\alpha} (K^\phi L^{-\phi})$ , где  $K_i$  и  $L_i$  - уровни труда и капитала, используемые фирмой,  $K$  и  $L$  - агрегированные значения труда и капитала,  $\alpha > 0$ ,  $\phi > 0$  и  $\alpha + \phi < 1$ . Предположим, что плата за факторы равна их частному

предельному продукту, то есть  $r = \partial Y_i / \partial K_i$ . Предположим также, что динамика  $K$  и  $L$  задана как  $\dot{K} = sY$  и  $\dot{L} = nL$ , а также что отношение  $K_i/L_i$  одинаково для всех фирм.

(а) Найдите  $r$  как функцию от  $K/L$ .

(б) Чему равна величина  $K/L$  на траектории сбалансированного роста? Чему равна  $r$  на траектории сбалансированного роста?

(с) «Если увеличение местной нормы сбережения повышает местный уровень инвестиций, то внешние эффекты от капитала уменьшают снижение частного предельного продукта капитала. Таким образом, сочетание положительных внешних эффектов от капитала и небольших барьеров для мобильности капитала может быть источником результатов Фельдштайна и Хориоки о сбережениях и инвестициях, описанных в главе 1». Поддерживает ли ваш анализ из пунктов (а) и (б) эту идею? Поясните.

**3.11.** (Заимствовано из Rebelo, 1991). Пусть имеются два фактора производства - капитал и земля. Капитал используется в обоих секторах, тогда как земля только при производстве товаров потребления. При этом производственные функции выглядят следующим образом:  $C(t) = K_C(t)^\alpha T^{1-\alpha}$  и  $\dot{K}(t) = BK_K(t)$ , где  $K_C$  и  $K_K$  - объемы капитала, используемые в этих двух секторах (так что  $K_C(t) + K_K(t) = K(t)$ ), а  $T$  - количество земли, и  $0 < \alpha < 1$ ,  $B > 0$ . Плата за факторы равна их предельным продуктам, и капитал может свободно перераспределяться между секторами. Для простоты  $T$  принято равным 1.

(а) Пусть  $P_K(t)$  обозначает цену капитальных товаров относительно товаров потребления в момент  $t$ . Используя тот факт, что доходы от капитала в единицах товаров потребления должны быть равны в обоих секторах, выведите условие, соотносящее  $P_K(t)$ ,  $K_C(t)$  и параметры  $\alpha$  и  $B$ . Если  $K_C$  растет темпом  $g_K(t)$ , каким темпом должна расти или падать  $P_K$ ? Обозначим этот темп роста через  $g_P(t)$ .

(б) Реальная процентная ставка в терминах потребления равна  $B + g_P(t)$ <sup>31</sup>. Таким образом, предполагая нашу стандартную функцию полезности домохозяйств (3.30), получим, что темп роста потребления равен  $(B + g_P - \rho)/\sigma \equiv g_C$ . Пусть  $\rho < B$ .

(i) Используя результаты из пункта (а), выразите  $g_C(t)$  через  $g_K(t)$ .

(ii) При данной производственной функции товаров потребления, найдите темп, которым должен расти  $K_C$  для того, чтобы  $C$  росло темпом  $g_C(t)$ .

(iii) Скомбинируйте свои результаты из (i) и (ii) так, чтобы выразить  $g_C(t)$  и  $g_K(t)$  через основные параметры.

(с) Пусть инвестиционный доход облагается налогом по ставке  $\tau$ , так что реальная процентная ставка для домохозяйств равна  $(1-\tau)(B + g_P)$ . Влияет ли  $\tau$  на равновесный темп роста потребления? Если да, то как?

**3.12.** (Заимствовано из Krugman, 1979; см. также Grossman, Helpman, 1991b). Пусть мир состоит из двух регионов, «Севера» и «Юга». Выпуск и накопление капитала в регионе  $i$  ( $i = N, S$ ) заданы так:  $Y_i(t) = K_i(t)^\alpha [A_i(t)(1 - a_{Li})L_i]^{1-\alpha}$  и  $\dot{K}_i(t) = sY_i(t)$ . Новые технологии разрабатываются на Севере, а именно,  $\dot{A}_N(t) = Ba_{LN}L_N A_N(t)$ . Улучшения в технологии Юга происходят за счет обучения у Севера:  $\dot{A}_S(t) = \mu a_{LS}L_S[A_N(t) - A_S(t)]$ , если  $A_N(t) > A_S(t)$ , и

<sup>31</sup> Утверждение о наличии связи между «заблаговременной покупкой билета на концерт» и присвоением ренты кажется весьма спорным (примеч. научного редактора).

$\dot{A}_S(t) = 0$  в противном случае. Здесь  $a_{LN}$  означает долю рабочей силы Севера, занятой в секторе R&D, а  $a_{LS}$  - долю рабочей силы Юга, занятой обучением технологиям у Севера, остальные обозначения являются стандартными. Обратите внимание, что  $L_N$  и  $L_S$  предполагаются постоянными.

- (a) Найдите долгосрочный темп роста выпуска на одного работника на Севере.
- (b) Определим:  $Z(t) = A_S(t)/A_N(t)$ . Найдите уравнение для  $\dot{Z}$  как функции от  $Z$  и параметров модели. Устойчива ли величина  $Z$ ? Если да, то к каким значениям она сходится? Найдите долгосрочный темп роста выпуска на одного работника на Юге.
- (c) Пусть  $a_{LS} = a_{LN}$  и  $s_S = s_N$ . Найдите отношение выпуска на одного работника на Севере и на Юге, когда обе экономики находятся на своих траекториях сбалансированного роста.

### 3.13. Задержки в передачи знаний бедным странам.

(a) Пусть мир состоит из двух регионов, Севера и Юга. Технология Севера задается функциями  $Y_N(t) = A_N(t)(1-a_L)L_N$  и  $\dot{A}_N(t) = a_L L_N A_N(t)$ . Юг не осуществляет новых разработок, а просто использует технологию, разработанную на Севере. Однако, технологии, разработанные на Севере, доходят до Юга через  $\tau$  лет. Таким образом,  $Y_S(t) = A_S(t)L_S$  и  $A_S(t) = A_N(t)(1-\tau)$ . Пусть темп роста выпуска на одного работника на Севере равен 3 процентам в год и  $a_L$  близка к нулю. Каким должно быть  $\tau$ , чтобы выпуск на одного работника на Севере был больше чем на Юге в 10 раз?

(b) Пусть теперь и Север, и Юг, описываются моделью Солоу:  $y_i(t) = f(k_i(t))$ , где  $y_i(t) \equiv Y_i(t)/[A_i(t)L_i(t)]$  и  $k_i(t) \equiv K_i(t)/[A_i(t)L_i(t)]$  ( $i = N, S$ ). Как и в модели Солоу, предположим, что  $\dot{K}_i(t) = sY_i(t) - \delta K_i(t)$  и  $\dot{L}_i(t) = nL_i(t)$ . Нормы сбережения и темпы роста населения в двух странах равны. Наконец,  $\dot{A}_N(t) = gA_N(t)$  и  $A_S(t) = A_N(t-\tau)$ .

- (i) Покажите, что значение  $k$  на траектории сбалансированного роста  $k^*$  одинаково для двух стран.
- (ii) Меняет ли ответ в (a) включении капитала? Объясните. (Как и раньше, предполагаем, что  $g = 3\%$ ).

### 3.14. Рассмотрим следующую модель с физическим и человеческим капиталом:

$$Y(t) = [(1-a_K)K(t)]^\alpha [(1-a_H)H(t)]^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad 0 < a_K < 1, \quad 0 < a_H < 1,$$

$$\begin{aligned} \dot{K}(t) &= sY(t) - \delta_K K(t), \\ \dot{H}(t) &= B[a_K K(t)]^\gamma [a_H H(t)]^\phi [A(t)L(t)]^{1-\gamma-\phi} - \delta_H H(t), \quad \gamma > 0, \phi > 0, \gamma + \phi < 1, \\ \dot{L}(t) &= nL(t), \\ \dot{A}(t) &= gA(t), \end{aligned}$$

где  $a_K$  и  $a_H$  - доли физического и человеческого капитала, задействованные в образовательной отрасли.

В этой модели предполагается, что человеческий капитал производится в своем собственном секторе со своей собственной производственной функцией. Люди ( $L$ ) важны только в качестве субъектов обучения, а не в качестве прямых факторов производства товаров. Точно также, знания ( $A$ ) являются просто тем, чему учат студентов, а не прямым фактором производства благ.

(a) Пусть  $k = K/(AL)$  и  $h = H/(AL)$ . Выведите уравнения для  $\dot{k}$  и  $\dot{h}$ .

(b) Найдите уравнение, описывающее множество комбинаций  $k$  и  $h$  таких, что  $\dot{k} = 0$ . Нарисуйте его в пространстве  $(k, h)$ . Проведите аналогичную процедуру для  $\dot{h} = 0$ .

(c) Обладает ли эта экономика траекторией сбалансированного роста? Если да, то является ли она единственной и стабильной? Каковы значения выпуска, физического капитала и человеческого капитала на душу населения на траектории сбалансированного роста?

(d) Предположим, что вначале экономика находится на сбалансированной траектории роста, и происходит перманентное увеличение  $s$ . Как это изменение влияет на выпуск на душу населения с течением времени?

**3.15. Возрастающая отдача в модели с человеческим капиталом.** (Лукас, 1988). Пусть  $Y(t) = K(t)^\alpha [(1 - a_H)H(t)]^\beta$ ,  $\dot{H}(t) = Ba_H H(t)$  и  $\dot{K}(t) = sY(t)$ . Пусть  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$ ,  $\alpha + \beta > 1$ <sup>32</sup>.

(a) Найдите темп роста  $H$ .

(b) Сходится ли экономика к траектории сбалансированного роста. Если да, то каковы значения  $K$  и  $Y$  на траектории сбалансированного роста?

**3.16. «Золотое правило» для уровня образования.** Рассмотрим модель из раздела 3.8, предполагая, что  $G(E)$  имеет вид  $G(E) = e^{\phi E}$ .

(a) Найдите уравнение, характеризующее значение  $E$ , максимизирующее уровень выпуска на душу населения на траектории сбалансированного роста.

(b) Опишите, как меняется золотое правило для уровня образования (то есть уровень  $E$ , который Вы нашли в пункте (a)) в результате следующих изменений.

(i) Повышение  $T$ .

(ii) Снижение  $n$ .

**3.17. Эндогенный выбор  $E$ .** (Билс и Кленоу, 1998). Предположим, что заработка плата работника с образованием  $E$  в момент  $t$  равна  $be^{gt}e^{\phi E}$ . Рассмотрим работника, который родился в момент 0, будет ходить в школу первые  $E$  лет своей жизни и работать оставшиеся  $T - E$  лет. Пусть ставка процента постоянна и равна  $\bar{r}$ .

(a) Найдите приведенную стоимость пожизненного дохода работника как функцию от  $E$ ,  $T$ ,  $b$ ,  $\bar{r}$ ,  $\phi$  и  $g$ .

(b) Найдите условие первого порядка для значения  $E$ , которое бы максимизировало выражение, полученное Вами в пункте (a). Обозначим это значение  $E$  через  $E^*$ .

(c) Опишите, как каждое из перечисленных ниже изменений влияет на  $E^*$ .

(i) Повышение  $T$ .

(ii) Повышение  $\bar{r}$ .

(iii) Повышение  $g$ .

**3.18.** Рассмотрим модель производителей и пиратов из раздела 3.11. Предположим, что производство задано функцией  $(1 - f)B$  (вместо  $(1 - f)$ ) при  $B > 0$ . Теперь

<sup>29</sup> Базовой работой по поиску ренты является статья Tullock (1967). В статье Laband и Sophocleus (1992) предпринята попытка оценить общий уровень непроизводительной деятельности в экономике США. Поиск ренты играет важную роль в объяснении многих феноменов и помимо межстрановых различий в доходах. Например, в работе Krueger (1974) демонстрируется важность поиска ренты для понимания влияния тарифов и других форм государственного вмешательства, а статье Posner (1975) говорится о значимости поиска ренты для понимания эффектов влияния монополии на благосостояние.

предположим, что  $B$  растет. Опишите, каким образом данное изменение повлияет (или не повлияет) на

(а) выбор  $f$  производителем при заданном  $R$ ;

(б) кривые, изображенные на рисунке 3.12, представляющие доходы производителей и пиратов как функции от  $R$ ;

(с) равновесный уровень (уровни)  $R$ .

### 3.19. Регрессии, связанные с конвергенцией.

(а) **Конвергенция.** Пусть  $y_i$  обозначает логарифм выпуска на душу населения в стране  $i$ . Предположим, что все страны обладают одним и тем же уровнем логарифма выпуска на душу населения на траектории сбалансированного роста  $y_i^*$ . Пусть  $y_i$  меняется в соответствии с уравнением  $dy_i/dt = -\lambda[y_i(t) - y^*]$ .

(i) Найдите  $y_i(t)$  как функцию от  $y_i(0)$ ,  $y^*$ ,  $\lambda$  и  $t$ .

(ii) Пусть  $y_i(t)$  на самом деле равен тому выражению, которое Вы получили в пункте (i), плюс случайный шум с нулевым средним, который не коррелирует с  $y_i(0)$ . Рассмотрим межстрановую регрессию роста вида  $y_i(t) - y_i(0) = \alpha + \beta y_i(0) + \varepsilon_i$ . Как соотносятся  $\beta$ , коэффициент при  $y_i(0)$  в регрессии, и  $\lambda$ , скорость конвергенции? (подсказка: для парной МНК регрессии коэффициент при переменной справа равен ковариации между переменными справа и слева, деленной на дисперсию переменной справа). Зная это, как бы Вы оценили  $\lambda$  из оценки  $\beta$ ?

(iii) Если величина  $\beta$  в пункте (ii) отрицательна (то есть богатые страны растут в среднем медленнее, чем бедные), всегда ли  $Var(y_i(t))$  меньше  $Var(y_i(0))$ , то есть межстрановые различия в доходах сокращаются? Объясните.

(б) **Условная конвергенция.** Пусть  $y_i^* = a + bX_i$ , а  $dy_i/dt = -\lambda[y_i(t) - y^*]$ .

(i) Найдите  $y_i(t)$  как функцию от  $y_i(0)$ ,  $y^*$ ,  $\lambda$  и  $t$ .

(ii) Пусть  $y_i(0) = y_i^* + u_i$ , а  $y_i(t)$  равен выражению, найденному Вами в пункте (i) плюс случайный шум с нулевым средним  $e_i$ , при том что  $X_i$ ,  $u_i$  и  $e_i$  не коррелированы между собой. Рассмотрим межстрановую регрессию роста вида  $y_i(t) - y_i(0) = \alpha + \beta y_i(0) + \varepsilon_i$ . Предположим, что кто-то пытается получить оценку  $\lambda$  из оценки  $\beta$ , используя формулу в пункте (a)(ii). Приведет ли эта процедура к правильной оценке  $\lambda$ , к переоценке или недооценке?

(iii) Рассмотрим межстрановую регрессию роста вида  $y_i(t) - y_i(0) = \alpha + \beta y_i(0) + \gamma X_i + \varepsilon_i$ . При тех же предположениях, что и в пункте (ii), можно ли найти оценку  $b$  (влияние  $X_i$  на значение  $y$  на траектории сбалансированного роста) из оценок  $\beta$  и  $\gamma$ ?

## Глава 4

### Теория реального делового цикла

#### 4.1 Введение: некоторые факты относительно экономических колебаний

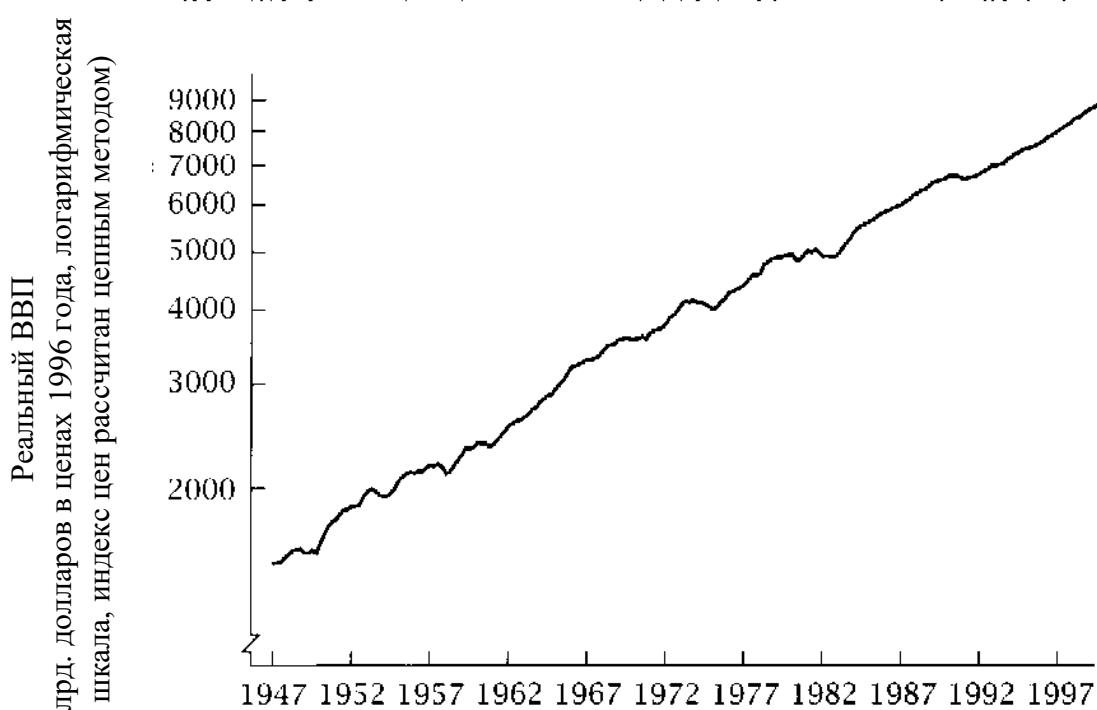
Современные экономические системы испытывают значительные колебания выпуска и безработицы. Время от времени выпуск и занятость снижаются, а безработица растет; в другие периоды выпуск и занятость быстро растут, а безработица падает. Рассмотрим для примера США в начале 1980-х. Между третьим кварталом 1981 г. и третьим кварталом 1982 г. реальный ВВП снизился на 2,9%, доля занятых среди взрослого населения снизилась на 1,3 процентных пункта, а уровень безработицы вырос с 7,4 до 9,9%. Затем, за последующие 2 года реальный ВВП вырос на 12,8%, доля занятых среди взрослого населения выросла на 2 процентных пункта, а безработица снизилась до предыдущего уровня 7,4%.

Современная макроэкономика стремится понять причины этих колебаний. В данной главе и в двух последующих представлены ведущие теории, описывающие источники и природу макроэкономических колебаний. Прежде чем обратится к этим теориям, в данном разделе мы представим краткий обзор основных фактов относительно краткосрочных колебаний. Чтобы быть конкретными, а также ввиду того, что американский опыт играет центральную роль в макроэкономической мысли, мы сосредоточимся на Соединенных Штатах.

Первым важным фактом относительно колебаний является отсутствие какой-либо простой периодичности или цикличности. На рисунке 4.1 представлена поквартальная динамика реального ВВП с поправкой на сезонность начиная с 1947 года, а таблица 4.1 содержит данные о поведении реального ВВП на протяжении 9 послевоенных рецессий.<sup>1</sup> Из рисунка и таблицы видно, что рецессии значительно различаются масштабами и динамикой спада. Спад реального ВВП варьируется от 1,1% в 1970 году до 3,7% в 1957-1958 годах. Период между окончанием одной рецессии и началом следующей колеблется между четырьмя кварталами в 1980-1981 годах и десятью годами в 1960-1970 годах. Динамика выпуска в периоды рецессий также сильно отличается от рецессии к рецессии. В рецессии 1980 года более 90% общего снижения выпуска, составляющего 2,2%, пришлось на один-единственный квартал; в течение же рецессии 1990-1991 годов сокращение выпуска на 1,5% происходило плавно на протяжении трех кварталов; а в

<sup>1</sup> Формальное определение периодов, когда наблюдались рецессии в Соединенных Штатах, основывается не только на динамике реального ВВП. Периоды рецессий определяет Национальное бюро экономического анализа (NBER) на основе множества индикаторов и частных суждений. Поэтому мы наблюдаем некоторое несоответствие между данными таблицы 4.1 и официальными данными о пиках деловой активности, предоставляемыми NBER. Современная методология NBER описана в работе Мур и Зарнович, (см. Moore and Zarnowitz, 1986).

рекессию 1981-1982 годов выпуск за два квартала сначала сократился на 2,8%, затем, вырос на 0,4%, после чего снова упал на 0,5%.



**Рисунок 4.1. Реальный ВВП США с 1947 по 1999 гг.**

**ТАБЛИЦА 4.1 Рецессии, наблюдавшиеся в Соединенных Штатах после II Мировой Войны**

Год и квартал верхней точки подъема	Продолжительность спада в кварталах	Сокращение ВВП от верхней точки подъема до нижней точки спада
1948:4	2	-1,7%
1953:2	3	-2,7
1957:3	2	-3,7
1960:1	3	-1,6
1970:3	1	-1,1
1973:4	5	-3,4
1980:1	2	-2,2
1981:3	4	-2,9
1990:2	3	-1,5

Ввиду того, что в динамике выпуска не наблюдается никакой регулярности, современная макроэкономика больше не рассматривает колебания как комбинацию детерминированных циклов разной длины; попытки выделить циклы разной длины

(циклы Китчина (3 года), Джаглера (10 лет), Кузнецова (20 лет) и Кондратьева (50 лет)) были прекращены ввиду их нерезультивности.<sup>2</sup> Превалирующее мнение на данном этапе состоит в том, что экономика выводится из равновесия шоками различного размера и характера с относительно случайной периодичностью, после чего происходит распространение этих шоков. Основные макроэкономические школы отличаются друг от друга гипотезами о природе шоков и о механизмах их распространения.

**ТАБЛИЦА 4.2 Поведение составляющих выпуска в периоды рецессий**

<b>Составляющая выпуска</b>	<b>Средняя доля в ВВП</b>	<b>Средняя доля в общем сокращении ВВП по отношению к тренду</b>
<b>Потребление</b>		
Товары длительного пользования	8,4%	15,6%
Другие товары	25,8	11,2
Услуги	29,5	9,1
<b>Инвестиции</b>		
В недвижимость	4,7	20,9
В основной капитал	10,7	11,7
В запасы	0,7	40,6
Чистый экспорт	-0,4	-12,3
Государственные закупки	20,6	3,3

Вторым важным фактом относительно колебаний является значительная неравномерность их распределения между составляющими выпуска. В таблице 4.2 представлены средние доли каждой компоненты в выпуске, а также средние доли от общего снижения выпуска (по отношению к обычному росту) в периоды рецессии. Как видно из таблицы, несмотря на то, что инвестиции в запасы в среднем составляют незначительную долю в ВВП, их колебания составляют примерно половину краткосрочного снижения роста в периоды рецессий: в пиках деловой активности мы наблюдаем значительное накопление запасов, а в нижней точке спада – значительное сокращение. Инвестиции в жилье, а также покупка товаров длительного пользования также составляют значительные доли колебаний выпуска. Относительно стабильными

<sup>2</sup> Когда мы говорим об отсутствии регулярности в колебаниях, следует помнить об одном важном исключении: наблюдаются значительные сезонные колебания, во многом похожие на обычные колебания деловой активности. См. Работы Барского и Мирона (Barsky and Miron, 1989, and Miron, 1986)

являются товары недлительного пользования и услуги, государственные закупки и чистый экспорт.<sup>3</sup> Существуют некоторые различия между рецессиями, однако, в большинстве случаев сохраняется общие свойства, представленные в таблице 4.2. И те компоненты выпуска, которые непропорционально снижаются при снижении совокупного выпуска, растут также непропорционально, когда темп роста выпуска превышает нормальные темпы роста.

Третья совокупность фактов включает разные типы асимметрии в динамике выпуска. Между подъемами и спадами большой асимметричности нет; распределение выпуска приблизительно симметрично в окрестности среднего. Тем не менее, возникает асимметрия второго типа: похоже, что динамика выпуска характеризуется относительно длительными периодами, на протяжении которых выпуск выше своей обычной траектории, прерываемыми относительно короткими периодами, когда выпуск оказывается значительно ниже.<sup>4</sup>

Четвертая совокупность фактов относится к колебаниям деловой активности до II Мировой войны. В ряде статей К. Ромер (см. C. Romer 1986a, 1986b, 1989, 1994) показала, что существует значительное смещение в традиционных оценках основных макроэкономических временных рядов этого периода. С поправкой на эти смещения, макроэкономические колебания до Великой депрессии незначительно отличаются от наблюдавшихся на протяжении около 40 лет после II Мировой войны. Колебания выпуска до Великой депрессии несколько выше и менее продолжительны. Тем не менее, не наблюдалось резкого изменения характера колебаний. Такие особенности экономики, как отраслевая структура выпуска и роль правительства значительно различаются в эти периоды. Следовательно, мы можем предположить, что либо основные характеристики колебаний определяются факторами, которые изменились незначительно, либо различные факторы компенсировали влияние друг друга<sup>5</sup>.

Интересно отметить, что американская экономика стала более стабильной примерно в то время, как Ромер начала свои исследования. На протяжении двух десятилетий после рецессий 1981-1982 гг. в Соединенных Штатах наблюдалась лишь одна умеренная рецессия, а подъем, который последовал после этой рецессии, является самым

---

<sup>3</sup> Данные о чистом экспорте показывают, что в послевоенный период чистый экспорт, в среднем, был отрицательным, и что, как правило, он растет (по абсолютному значению снижается) в периоды рецессий.

<sup>4</sup> Строго говоря, значительно чаще наблюдаются ситуации, когда после периодов очень низких темпов роста наблюдаются периоды очень высоких темпов роста, чем обратное. См., например, Де Лонг и Суммерс (De Long, Summers (1986a)), Сичел (Sichel (1983)), Бьюдри и Куп (Beaudry and Koop (1993)), МакКуин и Сорлей (McQueen and Thorley (1993)), Асемоглу и Скотт (Acemoglu and Scott (1997)), Хес и Ивата (Hess and Iwata (1997)).

<sup>5</sup> В работах Балк и Гордон (Balk and Gordon, 1989) и Шеффрин (Sheffrin, 1988) более подробно сравниваются деловые циклы, наблюдавшиеся до Великой Депрессии и после II Мировой Войны.

длительным безрецессионным периодом. Мы вернемся к изучению причин достигнутой стабильности в разделе 10.5.

Анализ динамики выпуска до Великой депрессии показывает, что масштабы коллапса в период депрессии и последующее восстановление экономики в 1930-х годах и на протяжении II Мировой войны несравненно более значительны, чем масштабы любых других колебаний до или после этого периода. С 1929 по 1933 г. реальный ВВП в Соединенных Штатах снизился на 27%, а оценка безработицы в 1933 г. достигает 25%. В последующие 11 лет средний темп роста реального ВВП составлял 10% в год; в результате к 1944 г. безработица снизилась до 1,2%. Затем с 1944 по 1947 г. реальный ВВП снизился на 13%, а безработица выросла до 3,9%.<sup>6</sup>

В таблице 4.3 представлено поведение основных макроэкономических индикаторов в периоды рецессий. Неудивительно, что занятость в периоды рецессий снижается, а безработица растет. Кроме того, из таблицы видно, что средняя продолжительность рабочей недели снижается. Снижение занятости и числа часов работы, как правило, меньше в процентном отношении, чем снижение выпуска. Следовательно, производительность – выпуск на одного рабочего – практически всегда падает в периоды рецессий. Сопоставление снижения производительности и числа часов работы показывает, что колебания безработицы, как правило, меньше, чем колебания выпуска. Связь колебаний выпуска и колебаний безработицы известна как закон Оукена. Как сформулировал сам Оукен (см. Okun, 1962) из «Закона» следует, что краткосрочное падение ВВП на 3% по отношению к обычному росту приводит к росту безработицы на 1%; более аккуратные расчеты дают соотношение 2:1.

**ТАБЛИЦА 4.3 Поведение основных макроэкономических показателей в периоды рецессии**

Показатель	Среднее изменение в рецессию	Количество рецессий, в которых значение показателя снизилось
Реальный ВВП*	-4,7%	9/9
Занятость*	-3,6%	9/9
Безработица	+1,9	0/9
Средняя продолжительность рабочей недели рабочих, занятых на производстве	-2,3%	9/9
Выпуск на одного рабочего (кроме отраслей	-1,9%	8/9

<sup>6</sup> Последние дискуссии на тему того, на сколько мы понимаем Великую депрессию, могут быть найдены в работах К. Ромер (C. Romer (1993)) и Бернанка (Bernank (1995)).

---

общественного сектора)*		
Инфляция (на основе дефлятора ВВП, процентные пункты)	-0,3	4/9
Заработка плата за час работы (кроме сельского хозяйства)*	-0,7%	7/9
Номинальная ставка процента по трехмесячным государственным долговым обязательствам Treasury Bills (процентные пункты)	-2,0	8/9
Реальная ставка процента по трехмесячным государственным долговым обязательствам Treasury Bills, рассчитанная на основе фактической инфляции (процентные пункты)	-1,7	9/9
Реальная денежная масса (M-2/Дефлятор ВВП)*♣	-1,1%	3/6

\* Среднее изменение в период рецессии рассчитано по отношению к тренду послевоенного периода, 1947-1999 гг.

♣ Данные доступны с 1959 года

Оставшиеся строки в таблице 4.3 содержат данные о поведении различных цен и финансовых показателей. Инфляция не демонстрирует какую-либо устойчивую тенденцию.<sup>7</sup> Реальная заработка плата, по крайней мере, на агрегированном уровне имеет тенденцию к снижению в периоды рецессий. Номинальная и реальная ставка процента снижаются, в то время как реальная денежная масса не демонстрирует какой-либо строгой тенденции.

#### 4.2 Теории колебаний

Естественно начать с вопроса о том, можно ли понять агрегированные колебания на основе *Вальрасовской* модели, то есть на основе модели совершенной конкуренции, в которой отсутствуют внешние эффекты, асимметричная информация, провалы рынков или другие несовершенства. Если это возможно, то для анализа колебаний могут не потребоваться какие-либо фундаментальные отклонения от стандартной микроэкономической теории.

Как подчеркивалось в главе 2, модель Рамсея представляет собой естественную модель агрегированной экономики, основанную на Вальрасовских идеях: из модели

---

<sup>7</sup> Различные способы анализа циклического поведения темпов роста и уровня цен дают различные результаты, поэтому циклическое поведение темпов роста и уровня цен, а также выводы, которые следуют из их поведения, являются предметом дискуссий. См. Kydland and Prescott (1990), Cooley and Obanian (1991), Backus and Kehoe (1992), Ball and Mankiw (1994), Raon and Sola (1995) и Rotemberg (1996).

исключены не только несовершенства рынков, но также и все вопросы, связанные с неоднородностью домашних хозяйств. Поэтому в данной главе мы расширим одну из версий модели Рамсея, включив в нее агрегированные колебания. Потребуется модифицировать модель в двух направлениях. Во-первых, следует ввести источник колебаний: в отсутствии внешних шоков, экономика, описанная моделью Рамсея, стремится к траектории сбалансированного роста, а затем, плавно растет вдоль этой траектории. Первые попытки включить колебания в модель Рамсея делали упор на технологические шоки, то есть на сдвиги производственной функции от периода к периоду.<sup>8</sup> Позже в анализ были также включены и шоки, связанные с динамикой государственных закупок.<sup>9</sup> В обоих случаях шоки являются следствием реальных (в отличие от монетарных или номинальных) возмущений: технологические шоки приводят к изменению выпуска, который может быть получен из заданного количества ресурсов, а шоки государственных закупок изменяют количество благ, доступных частному сектору экономики при заданном уровне производства. Поэтому эти модели известны как модели реального делового цикла (модели РДЦ).

Во-вторых, модель Рамсея должна допускать вариации занятости. Во всех моделях, которые мы до сих пор рассматривали, предложение труда задается экзогенно; оно либо фиксировано, либо растет с постоянным темпом. Теория реального делового цикла пытается ответить на вопрос, может ли Вальрасовская модель объяснить основные характеристики наблюдаемых колебаний. Чтобы позволить занятости изменяться, предполагается, что функция полезности домашних хозяйств в моделях данного типа зависит не только от потребления, но и от того, сколько они работают; при этом занятость определяется пересечением кривых спроса на труд и предложения труда.

В последнем разделе данной главы мы констатируем, что чисто Вальрасовские модели в лучшем случае имеют лишь ограниченный успех в объяснении основных характеристик колебаний. Следовательно, требуется пойти дальше базовой модели теории реального делового цикла. Один из подходов заключается в том, чтобы сохранить многие черты теории реального делового цикла, однако добавить в анализ некоторые невальрасовские компоненты. В последнем разделе данной главы мы вкратце обсуждаем модели, написанные в стиле реального делового цикла.

Однако многие макроэкономисты полагают, что технологические шоки, а также механизм распространения, свойственный моделям реального делового цикла, плохо описывает экономические колебания, и что номинальные возмущения и неспособность

<sup>8</sup> Подобные работы проделали Кидлэнд и Прескотт (Kydland and Prescott (1982), Лонг и Плоссер (Long and Plosser (1983), Прескотт (Prescott (1986)) и Блэк (Black (1982)).

<sup>9</sup> См. Аягари, Кристиано и Эйченбаум (Aiyagary, Christiano and Eichenbaum (1992)), Бакстер и Кинг (Baxter and King (1993)), Кристиано и Эйченбаум (Christiano and Eichenbaum (1992)).

номинальных цен и заработной платы полностью приспособиться к этим возмущениям, являются важными факторами колебаний. Поэтому в главах 5 и 6 мы рассматриваем кейнсианские теории колебаний. Для того чтобы изучить причины и последствия неполного номинального подстройки, в этих главах исследуется жесткость цен с помощью моделей, где реальная часть экономики<sup>\*</sup> представлена очень упрощенно. В главе 5 мы предполагаем существование номинальных жестокостей и анализируем их последствия. В главе 6 мы ищем ответ на вопрос, почему номинальные цены могут не в полной мере реагировать на возмущения.

Один из выводов главы 6 состоит в том, что значительная номинальная жесткость наиболее вероятна, когда мы используем модель, отличающуюся от Вальрасовской не только учетом прямых препятствий для мгновенного подстройки цен: несовершенство рынков товаров, кредита и труда могут значительно усилить последствия барьеров для номинальной гибкости. Поэтому современные кейнсианские модели отличаются от базовой модели реального делового цикла не только включением в анализ препятствий к полному номинальному подстройку, но также описанием того, как функционировала бы экономика в отсутствие этих барьеров.

Разделение теорий колебаний на те, которые концентрируют внимание на реальных шоках и базируются на вальрасовском равновесии, и на те, которые концентрируют внимание на номинальных возмущениях экономики при значительных несовершенствах рынка, слишком упрощает проблему в двух отношениях. Во-первых, не учитывается возможность реальных невальрасовских теорий. А именно, вполне возможно, что номинальные шоки и номинальная жесткость не важны как источник колебаний, но имеются другие отклонения от вальрасовского подхода, играющие центральную роль. Существует множество возможных невальрасовских черт экономики: несовершенная конкуренция, внешние эффекты, асимметрическая информация, неполная рациональность и неспособность рынков прийти к равновесию; следовательно, существует множество возможных реальных невальрасовских теорий колебаний. Поэтому мы даже не будем пытаться их полностью обсудить, а ограничимся лишь их кратким рассмотрением в конце главы 6.

Во-вторых, это простое деление создает иллюзию значительно большего, чем на самом деле, расхождения различных макроэкономических подходов. Современные теории реального делового цикла зачастую включают в себя и номинальную жесткость, и реальные несовершенства рынков конечных благ, кредита и труда. На самом деле, ввиду желания исследователей построить завершенные модели общего равновесия, их

---

\* Речь идет о производстве и обмене товарами, изменении технологий, и т. п. в противопоставлении изменению цен, движению денег и ценных бумаг (прим. науч. ред.).

предположения, например, о жесткости цен, зачастую кажутся крайностями в сравнении с современными кейнсианскими моделями. Современные модели, следующие кейнсианским традициям, редко используют столь упрощенное описание реальной части экономики, как модели, представленные в главах 5 и 6. Было бы преувеличением сказать, что не существует различных мнений о том, какой подход к моделированию колебаний лучше их описывает. Однако также будет преувеличением сказать, что макроэкономисты строго разделены между сторонниками теории реального делового цикла и кейнсианцами.

#### 4.3 Базовая модель реального делового цикла

Рассмотрим конкретную модель реального делового цикла. Используемые нами предположения и функциональные зависимости типичны для такого рода модели (см., например, Prescott, 1986, Christiano и Eichenbaum, 1982; Baxter и King, 1993; Campbell, 1994). Данная модель является версией модели Рамсея, описанной во второй главе, которую мы переформулируем в дискретном времени. Ввиду того, что нашей целью является количественное описание экономики, мы предполагаем, что производственная функция и функция полезности задаются конкретными формулами.

Экономика состоит из большого числа одинаковых фирм и одинаковых домашних хозяйств. И фирмы, и домашние хозяйства считают цены заданными. Как и в модели Рамсея, каждое домашнее хозяйство живет бесконечно долго. Аргументами производственной функции, как и прежде, являются капитал ( $K$ ), труд ( $L$ ) и «технология» ( $A$ ). Производственная функция имеет вид Кобба-Дугласа; выпуск в периоде  $t$  задается уравнением:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (4.1)$$

Выпуск распределяется между потреблением ( $C$ ), инвестициями ( $I$ ) и государственными закупками ( $G$ ). В каждый период изнашивается доля  $\delta$  общего запаса капитала.

Следовательно, запас капитала в периоде  $t+1$  определяется как

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= K_t + I_t - \delta K_t \\ &= K_t + Y_t - C_t - G_t - \delta K_t \end{aligned} \quad (4.2)$$

Государственные закупки финансируются за счет паушальных налогов, при этом в каждом периоде бюджет сбалансирован.<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup> Как и в модели Рамсея, выбор между долговым финансированием и финансированием за счет налогов не оказывает влияния на динамику экономики. Таким образом, предположение о финансировании за счет налогов сделано лишь для удобства описания задачи. В разделе 11.2 мы покажем, почему в моделях такого типа не важен способ финансирования государственных расходов.

Оплата труда и капитала производится в соответствии с их предельными продуктами. Поэтому реальная заработная плата и реальная ставка процента в периоде  $t$  могут быть найдены следующим образом:

$$\begin{aligned} w_t &= (1-\alpha)K_t^\alpha(A_tL_t)^{-\alpha}A_t \\ &= (1-\alpha)\left(\frac{K_t}{A_tL_t}\right)^\alpha A_t \quad , \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$r_t = \alpha\left(\frac{A_tL_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} - \delta . \quad (4.4)$$

Репрезентативное домашнее хозяйство максимизирует ожидаемое значение функции

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t, 1 - \ell_t) \frac{N_t}{H} . \quad (4.5)$$

$u(\bullet)$  - мгновенная функция полезности репрезентативного члена домашнего хозяйства, а  $\rho$  - норма дисконта полезности.<sup>11</sup>  $N_t$  - численность населения, а  $H$  - количество домашних хозяйств; следовательно,  $N_t/H$  - количество членов одного домашнего хозяйства. Темп роста населения задается экзогенно и составляет  $n$ :

$$\ln N_t = \bar{N} + nt, \quad n < \rho . \quad (4.6)$$

Таким образом,  $N_t$  можно найти как  $N_t = e^{\bar{N}+nt}$ .

Мгновенная функция полезности,  $u(\bullet)$ , зависит от двух аргументов. Первый – это потребление в расчете на одного члена домашнего хозяйства,  $c$ . Второй аргумент – это время досуга в расчете на одного члена домашнего хозяйства, которое определяется как разность между его начальным запасом времени, который мы принимаем равным единице, и его рабочим временем  $\ell$ . Ввиду того, что все домашние хозяйства одинаковы,  $c = C/N$ , а  $\ell = L/N$ . Для упрощения предположим, что функция  $u(\bullet)$  является лог-линейной по обоим аргументам:

$$u_t = \ln c_t + b \ln(1 - \ell_t), \quad b > 0 . \quad (4.7)$$

Заключительные предположения модели задают динамику переменных, являющихся в модели источниками колебаний, а именно, технологического параметра и

<sup>11</sup> Обычно в моделях с дискретным временем дисконтирующий множитель задается в виде  $1/(1 + \rho)^t$ , а не  $e^{-\rho t}$ . Однако ввиду лог-линейной структуры модели, более естественной является экспоненциальная форма. При этом между двумя подходами нет большой разности; а именно, если мы зададим  $\rho' = e^\rho - 1$ , то  $e^{-\rho t} = 1/(1 + \rho')^t$ . Точно так же, экспоненциальная формулировка роста населения, долгосрочного роста выпуска и государственных закупок (см. уравнения [4.6], [4.8], [4.10]) принята ввиду лог-линейной структуры модели.

государственных закупок. Начнем с технологии. Чтобы принять во внимание возрастающий тренд, предположим, что в отсутствие шоков  $\ln A_t$  определяется как  $\bar{A} + gt$ , где  $g$  - темп технического прогресса. Однако технология также подвержена и случайным возмущениям, поэтому

$$\ln A_t = \bar{A} + gt + \tilde{A}_t, \quad (4.8)$$

где  $\tilde{A}$  задает случайную составляющую технического прогресса; мы предполагаем, что  $\tilde{A}$  следует *авторегрессионному процессу первого порядка*. Иными словами,

$$\tilde{A}_t = \rho_A \tilde{A}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}, \quad -1 < \rho_A < 1, \quad (4.9)$$

где  $\varepsilon_{A,t}$  - это *белый шум*, т.е. последовательность некоррелированных друг с другом случайных величин с нулевыми средними. Уравнение (4.9) показывает, что случайная составляющая  $\ln A_t$ , равная  $\tilde{A}_t$ , равна доле  $\rho_A$  от своего значения в предыдущем периоде плюс случайный член. Если  $\rho_A$  положительно, то последствия технологического шока с течением времени плавно исчезают.

Аналогичные предположения вводятся и относительно динамики государственных закупок. Темп роста трендовой составляющей объема государственных закупок равен темпу роста трендовой составляющей технологии; в противном случае государственные закупки со временем становились бы сколь угодно большими или сколь угодно малыми по отношению к экономике. Имеем:

$$\ln G_t = \bar{G} + (n + g)t + \tilde{G}_t, \quad (4.10)$$

$$\tilde{G}_t = \rho_G \tilde{G}_{t-1} + \varepsilon_{G,t}, \quad -1 < \rho_G < 1, \quad (4.11)$$

где  $\varepsilon_G$  - это белый шум (некоррелированный с  $\varepsilon_A$ ). Это завершает описание модели.

#### 4.4 Поведение домашних хозяйств

Данная модель имеет два важных отличия от модели Рамсея: время досуга включено в функцию полезности, а динамика технологии и государственных закупок является случайной. Прежде, чем перейти к анализу основных свойств модели, в данном разделе мы покажем, как эти особенности отразятся на поведении домашних хозяйств.

#### Межвременное замещение предложения труда

Чтобы понять, какие свойства предложения труда следуют из выбранной функции полезности, рассмотрим домашнее хозяйство, живущее только один период, и не наделенное начальным богатством. Также для простоты предположим, что домашнее хозяйство состоит из одного единственного индивида. В этом случае, целевая функция домашних хозяйств записывается в виде  $\ln c + b \ln(1 - \ell)$ , а его бюджетное ограничение имеет вид  $c = w\ell$ .

Функция Лагранжа для задачи максимизации домашнего хозяйства записывается следующим образом:

$$L = \ln c + b \ln(1 - \ell) + \lambda(w\ell - c). \quad (4.12)$$

Получаем следующие условия первого порядка для  $c$  и  $\ell$ :

$$\frac{1}{c} - \lambda = 0, \quad (4.13)$$

$$-\frac{b}{1 - \ell} + \lambda w = 0. \quad (4.14)$$

Ввиду того, что бюджетное ограничение требует выполнения равенства  $c = w\ell$ , из (4.13) имеем:  $\lambda = 1/(w\ell)$ . Подставляя этот результат в (4.14), получим:

$$-\frac{b}{1 - \ell} + \frac{1}{\ell} = 0. \quad (4.15)$$

Заработная плата не входит в уравнение (4.15). Следовательно, предложение труда (значение  $\ell$ , удовлетворяющее ([4.15])) не зависит от заработной платы. Этому можно дать следующее объяснение: ввиду того, что функция полезности является логарифмической, а домашние хозяйства не наделены начальным богатством, эффекты дохода и замещения взаимно компенсируют друг друга.

Из того, что уровень заработной платы не влияет на предложение труда в статической задаче, не следует, что вариации в заработной плате не оказывают влияния на предложение труда в случае, когда домашнее хозяйство живет более одного периода. Проще всего данной свойство продемонстрировать для случая, когда домашнее хозяйство живет два периода. Как и ранее, предположим, что домашнее хозяйство состоит из одного индивида и не имеет начального богатства; кроме того, предположим, что со ставкой процента или заработной платой во втором периоде не связано никакой неопределенности.

Бюджетное ограничение домашнего хозяйства принимает вид

$$c_1 + \frac{1}{1+r}c_2 = w_1\ell_1 + \frac{1}{1+r}w_2\ell_2, \quad (4.16)$$

где  $r$  – реальная ставка процента. Запишем функцию Лагранжа:

$$L = \ln c_1 + b \ln(1 - \ell_1) + e^{-r} [\ln c_2 + b \ln(1 - \ell_2)] + \lambda \left[ w_1\ell_1 + \frac{1}{1+r}w_2\ell_2 - c_1 - \frac{1}{1+r}c_2 \right]. \quad (4.17)$$

Домашнее хозяйство выбирает значения  $c_1, c_2, \ell_1$  и  $\ell_2$ . Однако для того, чтобы выявить влияние заработной платы в двух периодах на предложение труда, нам необходимы условия первого порядка только для  $\ell_1$  и  $\ell_2$ . Эти условия записываются следующим образом:

$$\frac{b}{1-\ell_1} = \lambda w_1, \quad (4.18)$$

$$\frac{e^{-\rho} b}{1-\ell_2} = \frac{1}{1+r} \lambda w_2. \quad (4.19)$$

Чтобы показать выводы, которые следуют из уравнений (4.18)-(4.19), разделим (4.18) с обеих сторон на  $w_1$ , а (4.19) на  $w_2/(1+r)$ , после чего приравняем полученные уравнения для  $\lambda$ . Это даст следующее условие:

$$\frac{e^{-\rho} b}{1-\ell_2} \frac{1+r}{w_2} = \frac{b}{1-\ell_1} \frac{1}{w_1}, \quad (4.20)$$

или

$$\frac{1-\ell_1}{1-\ell_2} = \frac{1}{e^{-\rho}(1+r)} \frac{w_2}{w_1}. \quad (4.21)$$

Из уравнения (4.21) следует, что отношение предложений труда в двух периодах зависит от отношения заработных плат. Например, если  $w_1$  растет относительно  $w_2$ , то домашние хозяйства снижают отношение времени досуга в первом периоде ко времени досуга во втором периоде; это значит, что они увеличивают отношение предложения труда в первом периоде к предложению труда во втором периоде. Ввиду логарифмической формы функции полезности, эластичность замещения досуга между двумя периодами равна 1.

Из (4.21) также следует, что увеличение  $r$  приводит к росту отношения предложения труда в первом периоде к предложению труда во втором периоде. Интуитивное объяснение этого заключается в том, что увеличение  $r$  повышает привлекательность стратегии больше работать сегодня и сберечь дополнительный доход для того, чтобы меньше работать завтра. Как мы увидим, эффект воздействия ставки процента на предложение труда является ключевым в объяснении колебаний занятости в моделях реального делового цикла. Данная реакция предложения труда на изменения относительной заработной платы и ставки процента известна как *межвременное замещение* предложения труда (Lucas и Rapping 1969).

### **Оптимальный выбор домашних хозяйств в условиях неопределенности**

Второе отличие задачи домашних хозяйств от задачи Рамсея – неопределенность, связанная со ставкой процента и будущей заработной платой. Ввиду этой неопределенности, выбранные домашними хозяйствами траектории потребления и предложения труда не являются детерминированными. Напротив, выбор  $c$  и  $\ell$  в любой период времени потенциально зависит от всех шоков производительности и государственных закупок, которые наблюдались до рассматриваемого периода

включительно. Поэтому полное описание поведения домашних хозяйств оказывается слишком сложным. К счастью, ключевые характеристики их поведения могут быть описаны без полного решения задачи оптимизации. Вспомним, что в модели Рамсея нам удалось вывести уравнение, связывающее потребление в данный момент времени со ставкой процента и потреблением спустя короткий промежуток времени (уравнение Эйлера); затем мы учли бюджетное ограничение, и с его помощью определили уровень потребления. В условиях неопределенности аналогичное уравнение связывает потребление в текущем периоде с *ожиданиями* относительно ставки процента и потребления в следующем периоде. Мы выведем это уравнение, используя неформальный подход, который мы уже однажды использовали в уравнениях (2.21) – (2.22) для вывода уравнения Эйлера.<sup>12</sup>

Рассмотрим выбор, с которым сталкивается домашнее хозяйство в периоде  $t$ . Предположим, что оно сокращает потребление в расчете на одного члена на малую величину  $\Delta c$ , а образующееся в результате этого дополнительное богатство использует для увеличения подушевого потребления в следующем периоде. Если домашнее хозяйство ведет себя оптимальным образом, то предельное изменение такого типа не должно изменить ожидаемое значение функции полезности.

Из уравнений (4.5) и (4.7) следует, что предельная полезность потребления в периоде  $t$  равна  $e^{-\rho t}(N_t/H)(1/c_t)$ . Следовательно, сокращение текущего потребления приведет к снижению полезности на величину  $e^{-\rho t}(N_t/H)(\Delta c/c_t)$ . Ввиду того, что численность домашнего хозяйства в периоде  $t+1$  в  $e^n$  раз превышает численность в периоде  $t$ , увеличение подушевого потребления в периоде  $t+1$  составит  $e^{-n}(1+r_{t+1})\Delta c$ . Предельная полезность потребления в периоде  $t+1$  составляет  $e^{-\rho(t+1)}(N_{t+1}/H)(1/c_{t+1})$ . Следовательно, в периоде  $t$  домашнее хозяйство будет ожидать прироста полезности от потребления в следующем периоде, равного  $E_t[e^{-\rho(t+1)}(N_{t+1}/H)e^{-n}(1+r_{t+1})/c_{t+1}]\Delta c$ , где  $E_t$  используется для обозначения оператора условного математического ожидания, учитывающего всю информацию, доступную домашнему хозяйству в периоде  $t$  (другими словами, учитывающего всю предысторию до момента  $t$  включительно). Приравнивая предельные издержки и предельные выгоды, получаем

$$e^{-\rho t} \frac{N_t}{H} \frac{\Delta c}{c_t} = E_t \left[ e^{-\rho(t+1)} \frac{N_{t+1}}{H} e^{-n} \frac{1}{c_{t+1}} (1+r_{t+1}) \right] \Delta c. \quad (4.22)$$

---

<sup>12</sup> Задача домашнего хозяйства может быть решена более формальным способом, а именно методами динамического программирования (см. раздел 9.4, а также главу 11 учебника Диксита (Dixit, 1990,), приложение 2 у Крепса (Kreps, 1990)). Эти методы также дают уравнение (4.23).

Ввиду того, что  $e^{-\rho(t+1)}(N_{t+1}/H)e^{-n}$  не является случайной величиной, а  $N_{t+1} = N_t e^n$ , полученное уравнение упрощается к следующему виду:

$$\frac{1}{c_t} = e^{-\rho} E_t \left[ \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right]. \quad (4.23)$$

Это аналог уравнения (2.20) в модели Рамсея.

Заметим, что правую часть уравнения (4.23) нельзя переписать в виде  $e^{-\rho} E_t [1/c_{t+1}] E_t [1 + r_{t+1}]$ . То есть выбор между текущим и будущим потреблением зависит не только от ожиданий будущей предельной полезности и ставки процента, но и от их совместной функции распределения. Точнее, ожидание произведения двух переменных равно сумме произведения их ожидаемых значений и их ковариации. Следовательно, уравнение (4.23) дает:

$$\frac{1}{c_t} = e^{-\rho} \left\{ E_t \left[ \frac{1}{c_{t+1}} \right] E_t [1 + r_{t+1}] + Cov \left( \frac{1}{c_{t+1}}, 1 + r_{t+1} \right) \right\}, \quad (4.24)$$

где  $Cov(1/c_{t+1}, 1 + r_{t+1})$  - это ковариация между  $1/c_{t+1}$  и  $1 + r_{t+1}$ . Предположим, например, что при высоком значении  $r_{t+1}$  обычно наблюдается высокое значение  $c_{t+1}$ . В этом случае  $Cov(1/c_{t+1}, 1 + r_{t+1})$  будет отрицательна; иными словами, отдача от сбережений будет высокой, когда предельная полезность низкая. Это делает сбережения менее привлекательными, чем в случае отсутствия корреляции между  $1/c_{t+1}$  и  $r_{t+1}$ , следовательно, увеличивает текущее потребление.

Более детальный анализ воздействия неопределенности на потребление представлен в главе 7.

### **Выбор между потреблением и предложением труда**

В каждый момент времени домашнее хозяйство выбирает не только потребление, но и предложение труда. Поэтому второе условие первого порядка в задаче домашнего хозяйства связывает потребление и предложение труда. Предположим, что домашнее хозяйство в периоде  $t$  увеличивает предложение труда в расчете на одного его члена на величину  $\Delta\ell$  и использует дополнительный доход для увеличения потребления в этом же периоде. Как и ранее, если домашнее хозяйство ведет себя оптимально, предельное изменение такого типа не окажет воздействия на ожидаемую полезность.

Из уравнений (4.5) и (4.7) следует, что предельная ущерб труда в периоде  $t$  равна  $e^{-\alpha}(N_t/H)[b/(1-\ell_t)]$ . Следовательно, снижение полезности за счет увеличения предложения труда составит  $e^{-\alpha}(N_t/H)[b/(1-\ell_t)]\Delta\ell$ . А раз приращение потребления на

одного члена домашнего хозяйства составит  $w_t \Delta \ell$ , полезность возрастет на  $e^{-\rho t} (N_t/H)(1/c_t) w_t \Delta \ell$ . Приравнивая выгоды и издержки, получаем

$$e^{-\rho t} \frac{N_t}{H} \frac{b}{1 - \ell_t} \Delta \ell = e^{-\rho t} \frac{N_t}{H} \frac{1}{c_t} w_t \Delta \ell, \quad (4.25)$$

или

$$\frac{c_t}{1 - \ell_t} = \frac{w_t}{b}. \quad (4.26)$$

Уравнение (4.26) показывает, как связаны между собой потребление и продолжительность досуга в текущем периоде для каждого заданного уровня заработной платы. Ввиду того, что в данном уравнении учитываются значения лишь текущего периода, реализация которых в момент принятия решения уже известна, в данном уравнении нет никакой неопределенности. Уравнения (4.23) и (4.26) являются ключевыми уравнениями, описывающими поведение домашних хозяйств.

## 4.5 Частный случай модели

### Упрощающие предположения

Модель, представленная в разделе 4.3, не может быть решена аналитически. Как подчеркнул Кемпбелл (Campbell, 1994), основная трудность заключается в том, что в ней содержатся как линейные уравнения (амortизация, разделение выпуска между потреблением, сбережениями и государственными закупками), так и лог-линейные (производственная функция, предпочтения). Поэтому в данном разделе мы рассмотрим упрощенную версию модели.

Внесем в модель два изменения: исключим правительство и предположим стопроцентный износ капитала в каждом периоде.<sup>13</sup> Тогда уравнения (4.10) и (4.11), описывающие динамику государственных закупок, исключаются из модели. А уравнения (4.2) и (4.4), задающие динамику накопления капитала и реальную ставку процента, принимают вид:

$$K_{t+1} = Y_t - C_t, \quad (4.27)$$

$$1 + r_t = \alpha \left( \frac{A_t L_t}{K_t} \right)^{1-\alpha}. \quad (4.28)$$

Исключение из анализа правительства можно обосновать желанием выделить последствия лишь технологических шоков. С другой стороны, единственным обоснованием

<sup>13</sup> После этих изменений модель представляет собой односекторную версию модели реального делового цикла Лонка и Плостера (см. Long и Ploster, 1983). Маккалум исследовал базовые свойства этой модели (см. McCallum, 1989). Кроме того, за исключением предположения  $\delta = 1$ , модель эквивалентна базовой модели, рассмотренной Прескоттом (см. Prescott, 1986). Вместо гипотезы отсутствия государственных закупок, мы с тем же успехом могли предположить, что правительственные закупки составляют фиксированную долю выпуска.

предположения о полном износе капитала в каждом периоде является наше желание получить аналитическое решение модели.

### Решение модели

Ввиду полноты рынков, отсутствия внешних эффектов и ограниченности количества индивидов, равновесие в модели является оптимальным по Парето. Поэтому мы можем найти равновесие двумя путями: либо игнорируя рынки найти социальный оптимум, либо найти конкурентное рыночное равновесие. При этом поиск социального оптимума оказывается несколько проще; по этой причине анализ моделей реального делового цикла очень часто осуществляется именно этим методом.<sup>14</sup>

Решение модели можно получить, сконцентрировав внимание на двух переменных: труд в расчете на одного человека  $\ell$  и сберегаемая доля выпуска  $s$ . Базовая стратегия решения - переписать все уравнения в лог-линейной форме, заменяя  $C$  во всех местах, где оно появляется, на  $(1-s)Y$ . Затем мы определим, как  $\ell$  и  $s$ , удовлетворяющие условиям равновесия, зависят от текущей технологии и капитала, накопленного в предыдущем периоде. Мы концентрируем внимание на условиях оптимизации домашних хозяйств (4.23) и (4.26); остальные уравнения механически следуют из условий сбалансированности и конкурентности.

Как обнаружим, что  $s$  не зависит ни от технологии, ни от капитала. Интуитивное объяснение этому состоит в том, что комбинация логарифмической функции полезности, производственной функции Кобба-Дугласа и стопроцентного износа капитала, приводит к тому, что возникающие в результате изменения технологии либо капитала эффекты дохода и замещения в точности компенсируют друг друга. Постоянство  $s$  – как раз тот результат, который позволяет получить аналитическое решение модели.

Во-первых, рассмотрим уравнение (4.23), которое имеет вид  $1/c_t = e^{-\rho} E_t [(1+r_{t+1})/c_{t+1}]$ . С учетом, что  $c_t = (1-s_t)Y_t/N_t$ , уравнение (4.23) принимает вид:

$$-\ln \left[ (1-s_t) \frac{Y_t}{N_t} \right] = -\rho + \ln E_t \left[ \frac{1+r_{t+1}}{(1-s_{t+1})Y_{t+1}/N_{t+1}} \right]. \quad (4.29)$$

Раз производственная функция имеет вид Кобба-Дугласа, а износ составляет 100%,  $1+r_{t+1} = \alpha Y_{t+1}/K_{t+1}$ . Кроме того, ввиду стопроцентной амортизации,  $K_{t+1} = Y_t - C_t = s_t Y_t$ . Подставляя эти результаты в (4.29), получаем:

---

<sup>14</sup> См. в задаче 4.11. решение, основанное на поиске социального оптимума.

$$\begin{aligned}
& -\ln(1-s_t) - \ln Y_t + \ln N_t \\
& = -\rho + \ln E_t \left[ \frac{\alpha Y_{t+1}}{K_{t+1}(1-s_{t+1})Y_{t+1}/N_{t+1}} \right] \\
& = -\rho + \ln E_t \left[ \frac{\alpha N_{t+1}}{s_t(1-s_{t+1})Y_t} \right] \\
& = -\rho + \ln \alpha + \ln N_t + n - \ln s_t - \ln Y_t + \ln E_t \left[ \frac{1}{1-s_{t+1}} \right]
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Последняя строчка записана с учетом того, что  $\alpha$ ,  $N_{t+1}$ ,  $s_t$  и  $Y_t$  в момент  $t$  достоверно известны, а  $N$  растет с темпом  $n$ . Уравнение (4.30) упрощается к следующему виду:

$$\ln s_t - \ln(1-s_t) = -\rho + n + \ln \alpha + \ln E_t \left[ \frac{1}{1-s_{t+1}} \right]. \tag{4.31}$$

Технология ( $A$ ) и капитал ( $K$ ) не входят в уравнение (4.31). Следовательно, существует некое постоянное значение  $s$ , являющееся решением этого уравнения. Что бы это показать, заметим, что если  $s$  постоянно и равно  $\hat{s}$ , то  $s_{t+1}$  не будет случайно, следовательно,  $E_t[1/(1-s_{t+1})]$  становится равным  $1/(1-\hat{s})$ . Уравнение (4.31) принимает вид:

$$\ln \hat{s} = \ln \alpha + n - p, \tag{4.32}$$

или

$$\hat{s} = \alpha e^{n-p}. \tag{4.33}$$

Итак, норма сбережения постоянна.

Теперь рассмотрим уравнение (4.26), которое имеет вид  $c_t/(1-\ell_t) = w_t/b$ . Зная, что  $c_t = C_t/N_t = (1-\hat{s})Y_t/N_t$ , мы можем переписать его в виде

$$\ln \left[ (1-\hat{s}) \frac{Y_t}{N_t} \right] - \ln(1-\ell_t) = \ln w_t - \ln b. \tag{4.34}$$

Ввиду того, что производственная функция имеет вид Кобба-Дугласа,  $w_t = (1-\alpha)Y_t/(\ell_t N_t)$ . Подставляя это в (4.34), получаем:

$$\begin{aligned}
& \ln(1-\hat{s}) + \ln Y_t - \ln N_t - \ln(1-\ell_t) \\
& = \ln(1-\alpha) + \ln Y_t - \ln \ell_t - \ln N_t - \ln b
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Упрощение и перегруппировка слагаемых дает:

$$\ln \ell_t - \ln(1-\ell_t) = \ln(1-\alpha) - \ln(1-\hat{s}) - \ln b \tag{4.36}$$

Простые математические преобразования позволяют получить:

$$\begin{aligned}
\ell_t &= \frac{1-\alpha}{(1-\alpha)+b(1-\hat{s})} \\
&\equiv \hat{\ell}
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Таким образом, предложение труда также постоянно во времени. Мы наблюдаем этот результат, несмотря на стремление домашних хозяйств к межвременному замещению предложения труда, потому, что изменения технологии или капитала приводят к таким изменениям заработной платы и ставки процента, воздействия которых на предложение труда взаимно компенсируют друг друга. Так, улучшение технологии приводит к росту заработной платы в текущем периоде по отношению к ожидаемой заработной плате в будущем периоде, что стимулирует увеличение предложения труда. Однако увеличивая объем сбережений, улучшение технологии также снижает ожидаемую ставку процента, что приводит к сокращению предложения труда. В рассматриваемом нами случае, эти эффекты в точности компенсируют друг друга.

Оставшиеся уравнения модели не подразумевают оптимизацию; они являются следствием имеющейся технологии, балансовых расчетов и условий конкуренции. Таким образом, мы нашли решение модели, в котором  $s$  и  $\ell$  постоянны.

Как мы обсуждали ранее, любое конкурентное равновесие данной модели также будет являться решением задачи максимизации ожидаемой полезности репрезентативного домашнего хозяйства. Одним из стандартных результатов в теории оптимизации заключается в том, что у данной задачи существует одно единственное решение (см., например, Stockey, Lucas и Prescott, 1989). А раз так, то найденное нами равновесие является единственным.

## Обсуждение результатов

Данная модель является примером экономики, в которой реальные шоки вызывают колебания выпуска. Ввиду того, что рассматриваемая экономика является Вальрасовской, колебания выпуска являются оптимальной реакцией на внешние шоки. Следовательно, вопреки традиционной точке зрения о макроэкономических колебаниях, эти колебания не являются следствиями провалов рынка, и любая попытка правительства их смягчить приведет лишь к потере благосостояния. Кратко говоря, следствием теории реального делового цикла в наиболее жесткой формулировке заключается в том, что наблюдаемые колебания агрегированного выпуска представляют собой изменяющийся во времени оптимум по Парето.

Специфика колебаний выпуска в данной модели определяется особенностями динамики технологии и капитала.<sup>15</sup> В частности, производственная функция  $Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}$  может быть записана в виде:

$$\ln Y_t = \alpha \ln K_t + (1 - \alpha)(\ln A_t + \ln L_t). \quad (4.38)$$

---

<sup>15</sup> Последующее обсуждение результатов основано на работе McCallum (1989).

Мы знаем, что  $K_t = \hat{s}Y_{t-1}$ , а  $L_t = \hat{\ell}N_t$ ; следовательно,

$$\begin{aligned}\ln Y_t &= \alpha \ln \hat{s} + \alpha \ln Y_{t-1} + (1-\alpha) (\ln A_t + \ln \hat{\ell} + \ln N_t) \\ &= \alpha \ln \hat{s} + \alpha \ln Y_{t-1} + (1-\alpha) (\bar{A} + gt) \\ &\quad + (1-\alpha) \tilde{A}_t + (1-\alpha) (\ln \hat{\ell} + \bar{N} + nt)\end{aligned}, \quad (4.39)$$

где в последней строчке мы использовали уравнения динамики (4.6),  $\ln A_t = \bar{A} + gt + \tilde{A}_t$ , и (4.8),  $\ln N_t = \bar{N} + nt$ .

В правой части уравнения (4.39) присутствуют лишь две компоненты, динамика которых не детерминирована, это  $\alpha \ln Y_{t-1}$  и  $(1-\alpha) \tilde{A}_t$ . Следовательно, (4.39) может быть переписано в виде

$$\tilde{Y}_t = \alpha \tilde{Y}_{t-1} + (1-\alpha) \tilde{A}_t, \quad (4.40)$$

где  $\tilde{Y}_t$  - это разность между  $\ln Y_t$  и значением  $\ln Y_t$ , которое мы наблюдали если бы  $\ln A_t$  в каждом периоде равнялось бы  $\bar{A} + gt$ . (см. задачу 4.14).

Чтобы понять, какая динамика выпуска следует из уравнения (4.40), заметим, что раз оно выполняется в каждый период времени, его можно переписать в виде

$$\tilde{Y}_{t-1} = \alpha \tilde{Y}_{t-2} + (1-\alpha) \tilde{A}_{t-1}, \text{ или}$$

$$\tilde{A}_{t-1} = \frac{1}{1-\alpha} (\tilde{Y}_{t-1} - \alpha \tilde{Y}_{t-2}). \quad (4.41)$$

Вспомним, что уравнение (4.9) задает динамику  $\tilde{A}_t = \rho_A \tilde{A}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$ . Подставив его и (4.41) в (4.40), получаем

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_t &= \alpha \tilde{Y}_{t-1} + (1-\alpha) (\rho_A \tilde{A}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}) \\ &= \alpha \tilde{Y}_{t-1} + \rho_A (\tilde{Y}_{t-1} - \alpha \tilde{Y}_{t-2}) + (1-\alpha) \varepsilon_{A,t} \\ &= (\alpha + \rho_A) \tilde{Y}_{t-1} - \alpha \rho_A \tilde{Y}_{t-2} + (1-\alpha) \varepsilon_{A,t}\end{aligned} \quad (4.42)$$

Итак, отклонение логарифма выпуска от детерминированной траектории следует *авторегрессионному процессу второго порядка*; другими словами,  $\tilde{Y}$  может быть записан как линейная комбинация своих значений в двух предыдущих периодах и белого шума.<sup>16</sup>

<sup>16</sup> Читатель, знакомый с лаговыми операторами, может вывести (4.42) на основе этого подхода. В этом подходе для обозначения  $\tilde{Y}_{t-1}$  используется  $L\tilde{Y}_t$ , где оператор  $L$  дает предыдущее значение рассматриваемой переменной. Следовательно, (4.40) может быть записано в виде  $\tilde{Y}_t = \alpha L\tilde{Y}_t + (1-\alpha) \tilde{A}_t$ , или  $(1-\alpha L)\tilde{Y}_t = (1-\alpha) \tilde{A}_t$ . Аналогично, мы можем переписать (4.9) в виде  $(1-\rho_A L)\tilde{A}_t = \varepsilon_{A,t}$ , или  $\tilde{A}_t = (1-\rho_A L)^{-1} \varepsilon_{A,t}$ . Таким образом мы получаем  $(1-\alpha L)\tilde{Y}_t = (1-\alpha)(1-\rho_A L)^{-1} \varepsilon_{A,t}$ . Умножая это равенство на  $1-\rho_A L$ , имеем  $(1-\alpha L)(1-\rho_A L)\tilde{Y}_t = (1-\alpha) \varepsilon_{A,t}$ , или

Комбинация положительного коэффициента перед первым лагом  $\tilde{Y}_t$  и отрицательного перед вторым может привести к реакции выпуска на возмущения, временной график которой имеет форму холма. Предположим, например, что  $\alpha = \frac{1}{3}$ , а  $\rho_A = 0.9$ . Рассмотрим разовый шок  $\varepsilon_A$  величиной  $1/(1-\alpha)$ . Используя несколько раз уравнение (4.42), мы видим, что логарифм выпуска увеличивается по отношению к траектории, которая наблюдалась бы в отсутствии шоков, на единицу в периоде шока ( $1-\alpha$  умножить на размер шока), на 1,23 в следующем периоде ( $\alpha + \rho_A$  умножить на 1), затем на 1,22 ( $\alpha + \rho_A$  умножить на 1.23 минус  $\alpha$ , умноженное  $\rho_A$  и умноженное на 1), затем на 1,14, 1,03, 0,94, 0,84, 0,76, 0,68, ... в последующие периоды.

Ввиду относительно невысокого значения  $\alpha$ , динамика выпуска определяется, в первую очередь персистентностью<sup>\*</sup> технологических шоков, которая задается коэффициентом  $\rho_A$ . Если, например,  $\rho_A = 0$ , то (4.42) упрощается до вида  $\tilde{Y}_t = \alpha \tilde{Y}_{t-1} + (1-\alpha)\varepsilon_{A,t}$ . Если  $\alpha = \frac{1}{3}$ , то около девяти десятых начального шока исчезает уже после второго периода. Даже если  $\rho_A = \frac{1}{2}$ , после третьего периода исчезает две трети начального шока. Следовательно, в модели отсутствуют какие-либо механизмы, которые смогли бы превратить краткосрочный технологический шок в значительное долгосрочное отклонение выпуска от исходной траектории. Мы увидим, что этот результат окажется верным и в более общей версии модели.

Тем не менее, полученные результаты говорят о том, что модель демонстрирует довольно интересную динамику выпуска. Действительно, если из логарифма фактического выпуска в Соединенных Штатах извлечь линейный тренд, остаток следует стохастическому процессу, очень похожему на описанный выше (См. Бланшар (Blanchard, 1981); заметим, что этот результат чувствителен к процедуре извлечения тренда).

В других аспектах, тем не менее, рассмотренный частный случай модели не слишком успешен в объяснении основных свойств колебаний. Так, из постоянства нормы сбережений следует, что потребление и инвестиции обладают одинаковой волатильностью, а занятость при этом не изменяется вообще. В действительности же, как

$[1 - (\alpha + \rho_A)L + \alpha\rho_A L^2]\tilde{Y}_t = (1-\alpha)\varepsilon_{A,t}$ . Это эквивалентно записи

$\tilde{Y}_t = (\alpha + \rho_A)L\tilde{Y}_t - \alpha\rho_A L^2\tilde{Y}_t + (1-\alpha)\varepsilon_{A,t}$ , что соответствует уравнению (4.42). (См. в разделе 6.6 обсуждение лаговых операторов и правомерности манипулирования ими подобным образом).

\* Термин «персистентность» происходит от английского *persistent*, - слова, не имеющего точного перевода на русский язык. Говорят, что шоки обладают значительной персистентностью, если их влияние на экономику не ограничивается единственным периодом, а продолжается достаточно долго. В рассматриваемой модели мерой персистентности технологических шоков является параметр  $\rho_A$ : чем выше его значение, тем больше персистентность технологических шоков (прим. переводчика).

мы обсуждали в разделе 4.1, инвестиции колеблются сильнее потребления, а занятость и число часов работы являются строго проциклическими переменными, т.е. изменяются в том же направлении, что и выпуск. Кроме того, модель предсказывает, что реальная заработная плата является в значительной мере проциклической. Для производственной функции Кобба-Дугласа реальная заработная плата равна  $(1-\alpha)Y/L$ ; так как  $L$  не реагирует на технологические шоки, реальная заработная плата растет с ростом выпуска в пропорции один к одному. Однако в действительности реальная заработная плата оказывается лишь в незначительной степени проциклической.

Таким образом, чтобы модель оказалась способной объяснить особенности циклических колебаний, она должна быть модифицирована. В следующем разделе мы увидим, что введение предположения о норме износа меньшем, чем 100%, а также введение в модель случайной динамики государственных закупок позволяет значительно улучшить предсказания модели относительно динамики занятости, сбережений и реальной заработной платы.

Чтобы показать, как введение предположения о более низком износе позволяет улучшить модель, рассмотрим крайний случай, в котором полностью отсутствуют износ и экономический рост; следовательно, в отсутствии шоков, инвестиции равны нулю. В данном случае положительный технологический шок увеличивает предельный продукт капитала в следующем периоде, что побуждает домашние хозяйства увеличить инвестиции. Следовательно, норма сбережений увеличивается. Так как рост сбережений является временным, ожидаемый темп роста потребления должен быть выше, чем был бы при постоянной ставке процента; из условия межвременной оптимизации домашних хозяйств (4.23) следует, что ожидаемая ставка процента должна возрасти. При этом мы знаем, что более высокая ставка процента приводит к росту предложения труда. Таким образом, введение предположения о неполной амортизации капитала приводит к более сильной реакции инвестиций и занятости на технологические шоки.

Причина, по которой введение шоков государственных расходов улучшает характеристики модели, очевидна: эта гипотеза разрывает тесную связь между выпуском и реальной заработной платой. Ввиду того, что рост государственных закупок увеличивает приведенную стоимость налоговой нагрузки на домашние хозяйства, приведенная стоимость доходов сокращается. Это приводит к сокращению продолжительности досуга, - т.е. к увеличению предложения труда. Если предложение труда возрастает в отсутствии изменений технологии, то реальная заработная плата сокращается; следовательно, выпуск и заработная плата движутся в противоположных направлениях. Таким образом, если мы вводим в модель шоки государственных закупок и

технологии, динамика реальной заработной платы в модели может не быть строго проциклической.

## 4.6 Решение модели в общем случае

### Общие замечания

Как мы уже обсуждали, модель в полной версии, как она представлена в разделе 4.3, не может быть решена аналитически. Это характерно практически для всех моделей реального делового цикла. В научных работах в данной области эта трудность обычно преодолевается путем численного решения моделей. Таким образом, после формального описания модели и выбора значений параметров, обсуждаются количественные выводы относительно дисперсий и корреляций различных макроэкономических переменных.

Как подчеркнул Кэмпбелл (см. Campbell, 1994), данная процедура не дает достаточных представлений о том, что именно является источником полученных выводов. В соответствии с его мнением, предпочтительнее использовать разложение Тэйлора первого порядка уравнений модели в логарифмической форме в окрестности траектории сбалансированного роста, которая имела бы место в отсутствии шоков, после чего исследовать свойства полученной аппроксимации модели.<sup>17</sup> Кэмпбелл также утверждает, что внимание исследователя должно быть сосредоточено на том, как различные переменные модели реагируют на шоки, вместо того, чтобы просто описывать полученные дисперсии и коэффициенты корреляции.

В данном разделе мы применяем методику Кэмпбелла к модели, описанной в разделе 4.3. Несмотря на то, что лог-линейная аппроксимация модели позволяет найти аналитическое решение, анализ остается довольно громоздким. Поэтому мы остановимся лишь на описании методики анализа и результатов, не углубляясь в детали.

### Лог-линеаризация модели в окрестности траектории сбалансированного роста<sup>18</sup>

Состояние экономики в каждый момент времени описывается запасом капитала, накопленным в предыдущие периоды, а также текущим уровнем технологии и текущим объемом государственных закупок. В каждом периоде две переменные являются эндогенными: потребление и занятость. При лог-линеаризации модели в окрестности нестochasticеской траектории сбалансированного роста, уравнения, определяющие динамику потребления и занятости, принимают следующий вид:

$$\tilde{C}_t \cong a_{CK} \tilde{K}_t + a_{CA} \tilde{A}_t + a_{CG} \tilde{G}_t, \quad (4.43)$$

$$\tilde{L}_t \cong a_{LK} \tilde{K}_t + a_{LA} A + a_{LG} \tilde{G}_t, \quad (4.44)$$

<sup>17</sup> Похожий прием использовал Кимбалл (Kimball, 1991).

<sup>18</sup> См. задачу 4.10, где рассматривается траектория сбалансированного роста этой модели при отсутствии шоков.

где значения коэффициентов  $a$  определяются на основе параметров модели. Как и ранее, тильда ( $\tilde{\phantom{x}}$ ) над переменной использована для обозначения разности между логарифмом текущего значения данной переменной, и логарифмом значения, которого достигла бы данная переменная на траектории сбалансированного роста в отсутствии шоков. Например,  $\tilde{A}_t$  обозначает  $\ln A_t - (\bar{A} + gt)$ . Уравнения (4.43) и (4.44) показывают, что логарифм потребления и логарифм занятости являются линейными функциями логарифмов  $K$ ,  $A$  и  $G$ , и что потребление и занятость принимают значения, соответствующие траектории сбалансированного роста, когда  $K$ ,  $A$  и  $G$  также принимают значения на траектории сбалансированного роста. Действительно, любое лог-линейное разложение в окрестности траектории сбалансированного роста должно обладать такими свойствами. Чтобы найти решение, необходимо определить значения коэффициентов  $a$  через параметры модели.

Как и в более простой версии модели, мы сконцентрируем внимание на двух условиях оптимизации домашних хозяйств, (4.23) и (4.26). Чтобы какой-то набор значений  $a$  был решением модели, он должен удовлетворять этим условиям. Оказывается, этих условий достаточно для того, чтобы однозначно задать набор  $a$ , и, следовательно, найти решение модели.

Мы применим *метод неопределенных коэффициентов*. Суть его заключается в том, чтобы использовать теорию (либо, в некоторых случаях обоснованные догадки), чтобы задать общую функциональную форму решения, а затем определить, какие значения параметров следует выбрать в данной функциональной форме, чтобы полученное уравнение удовлетворяло уравнениям модели. Этот метод оказывается полезным во многих ситуациях.

### **Условия первого порядка для переменных одного периода**

Рассмотрим условия первого порядка домашних хозяйств, определяющие их выбор между потреблением и предложением труда,  $c_t / (1 - \ell_t) = w_t / b$  (уравнение [4.26]). Подставим выражение (4.3),  $w_t = (1 - \alpha)[K_t / (A_t L_t)]^\alpha A_t$ , вместо заработной платы, и прологарифмируем полученное выражение. Получаем:

$$\ln c_t - \ln(1 - \ell_t) = \ln\left(\frac{1 - \alpha}{b}\right) + (1 - \alpha)\ln A_t + \alpha \ln K_t - \alpha \ln L_t. \quad (4.45)$$

Наша цель – получить разложение данного логарифмического уравнения в ряд Тэйлора первого порядка в окрестности траектории сбалансированного роста, вдоль которой развивалась бы экономика в отсутствие шоков. Разложить в ряд Тэйлора правую часть этого уравнения не составляет труда: разность между фактическим значением правой

части и значением, соответствующим траектории сбалансированного роста, составляет  $(1-\alpha)\tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t - \alpha\tilde{L}_t$ . Чтобы разложить левую часть, примем во внимание, что динамика численности населения не подвержена случайным шокам, следовательно  $\tilde{C}_t = \tilde{c}_t$ : логарифм общего потребления во столько же раз превышает логарифм общего потребления на траектории сбалансированного роста, во сколько логарифм потребления на одного рабочего превышает логарифм потребления на одного рабочего на траектории сбалансированного роста. Аналогично,  $\tilde{\ell}_t = \tilde{L}_t$ . Производная левой части уравнения (4.45) по  $\ln c_t$  равна единице. Производная по  $\ln \ell_t$  в точке  $\ell_t = \ell^*$  равна  $\ell^*/(1-\ell^*)$ , где  $\ell^*$  – значение  $\ell$  на траектории сбалансированного роста. Таким образом, лог-линеаризация (4.45) в окрестности траектории сбалансированного роста дает:

$$\tilde{C}_t + \frac{\ell^*}{1-\ell^*} \tilde{L}_t = (1-\alpha)\tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t - \alpha\tilde{L}_t. \quad (4.46)$$

Воспользуемся тем, что  $\tilde{C}_t$  и  $\tilde{L}_t$  являются линейными функциями от  $\tilde{K}_t$ ,  $\tilde{A}_t$  и  $\tilde{G}_t$ . Подставляя (4.43) и (4.44) в (4.46), получаем

$$\begin{aligned} a_{CK}\tilde{K}_t + a_{CA}\tilde{A}_t + a_{CG}\tilde{G}_t + \left(\frac{\ell^*}{1-\ell^*} + \alpha\right)(a_{LK}\tilde{K}_t + a_{LA}\tilde{A}_t + a_{LG}\tilde{G}_t) \\ = \alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\tilde{A}_t \end{aligned} \quad (4.47)$$

Уравнение (4.47) должно выполняться для любых значений  $\tilde{K}$ ,  $\tilde{A}$  и  $\tilde{G}$ . В противном случае при некоторых значениях  $\tilde{K}$ ,  $\tilde{A}$  и  $\tilde{G}$ , домашние хозяйства смогут увеличить свою полезность, изменив потребление и предложение труда. Значит, коэффициенты перед  $\tilde{K}$  в обеих частях уравнения (4.47) должны быть одинаковыми, как впрочем, и коэффициенты перед  $\tilde{A}$  и перед  $\tilde{G}$ . Таким образом,  $a$  должны удовлетворять условиям:

$$a_{CK} + \left(\frac{\ell^*}{1-\ell^*} + \alpha\right)a_{LK} = \alpha, \quad (4.48)$$

$$a_{CA} + \left(\frac{\ell^*}{1-\ell^*} + \alpha\right)a_{LA} = 1 - \alpha, \quad (4.49)$$

$$a_{CG} + \left(\frac{\ell^*}{1-\ell^*} + \alpha\right)a_{LG} = 0. \quad (4.50)$$

Чтобы интуитивно понять эти условия, рассмотрим сначала уравнение (4.50), которое связывает реакцию потребления и занятости, на изменение государственных закупок. Государственные закупки не входят непосредственно в уравнение (4.45); это означает, что они не влияют заработную плату, если только в результате изменения государственных закупок не изменяется предложение труда. Если в результате роста государственных закупок домашние хозяйства увеличат предложение труда, то заработная плата снизится, а

предельный ущерб (негативная полезность) работы по абсолютному значению увеличится. Это произойдет лишь в том случае, если вырастет предельная полезность от потребления, т.е. если само потребление сократится. Следовательно, если предложение труда и потребление каким-либо образом реагируют на изменение государственных закупок, они определенно должны изменяться в противоположных направлениях. Уравнение (4.50) не только отражает этот качественный результат, но и дает конкретное соотношение, связывающее изменения предложения труда и потребления.

Рассмотрим теперь эффект увеличения  $A$  (уравнение [4.49]). Улучшение технологии при заданном объеме предложении труда приводит к росту заработной платы. Если при этом ни объем предложения труда, ни потребление не изменяются, то домашние хозяйства могут увеличить полезность, увеличив предложение труда и текущее потребление. Следовательно, домашнее хозяйство должно увеличить объем предложение труда, либо потребление (либо и то и другое одновременно), что и отражено в уравнении (4.49).

Наконец, из уравнения (4.45) следует, что ограничения на изменения предложения труда и потребления, вызванные изменением запаса капитала, аналогичны ограничениям на изменения предложения труда и потребления, вызванным изменениями технологии. Различие состоит лишь в том, что эластичность реальной заработной платы по капиталу при заданном значении  $L$  составляет  $\alpha$ , а не  $1 - \alpha$ . Это и отражено в уравнении (4.48).

### Межвременные условия первого порядка

Более сложным является анализ условий первого порядка, связывающих текущее потребление с потреблением следующего периода,  $1/c_t = e^{-\rho} E_t [(1 + r_{t+1})/c_{t+1}]$  (уравнение [4.23]). Базовой является следующая идея. Введем новое обозначение: пусть  $\tilde{Z}_{t+1}$  - это разница между логарифмом  $(1 + r_{t+1})/c_{t+1}$  и логарифмом этого же выражения на траектории сбалансированного роста. Уравнение (4.43) выполняется в каждый момент времени, следовательно,

$$\tilde{C}_{t+1} \equiv a_{CK} \tilde{K}_{t+1} + a_{CA} \tilde{A}_{t+1} + a_{CG} \tilde{G}_{t+1}, \quad (4.51)$$

Мы можем использовать данное выражение для  $\tilde{C}_{t+1}$ , а также уравнение (4.4) для  $r_{t+1}$ , чтобы выразить  $\tilde{Z}_{t+1}$  через  $\tilde{K}_{t+1}$ ,  $\tilde{A}_{t+1}$  и  $\tilde{G}_{t+1}$ .<sup>19</sup> Раз  $\tilde{K}_{t+1}$  является эндогенной, её следует исключить из данного выражения. А именно, мы можем лог-линеаризовать уравнение динамики капитала (4.2), записать  $\tilde{K}_{t+1}$  через  $\tilde{K}_t$ ,  $\tilde{A}_t$ ,  $\tilde{G}_t$ ,  $\tilde{L}_t$  и  $\tilde{C}_t$ , а затем вместо  $\tilde{L}_t$  и  $\tilde{C}_t$  подставить (4.43) и (4.44). Это дает уравнение следующего вида:

---

<sup>19</sup> Уравнение (4.44) для  $\tilde{L}$  использовано для замены  $\tilde{L}_{t+1}$  в уравнении для  $r_{t+1}$ .

$$\tilde{K}_{t+1} \equiv b_{KK} \tilde{K}_t + b_{KA} \tilde{A}_t + b_{KG} \tilde{G}_t, \quad (4.52)$$

где  $b$  - это довольно сложная функция от параметров модели и коэффициентов  $a$ .<sup>20</sup>

Подставляя (4.52) в выражение для  $\tilde{Z}_{t+1}$ , записанное через  $\tilde{K}_{t+1}$ ,  $\tilde{A}_{t+1}$  и  $\tilde{G}_{t+1}$ , получаем выражение для  $\tilde{Z}_{t+1}$ , записанное через  $\tilde{A}_{t+1}$ ,  $\tilde{G}_{t+1}$ ,  $\tilde{K}_t$ ,  $\tilde{A}_t$  и  $\tilde{G}_t$ . Последним шагом является использование его, чтобы найти  $E_t[\tilde{Z}_{t+1}]$  через  $\tilde{K}_t$ ,  $\tilde{A}_t$  и  $\tilde{G}_t$ .<sup>21</sup> Подставляя полученное выражение в (4.23), получаем три дополнительных ограничения на значения констант  $a$ , выраженных через параметры модели.

К сожалению, модель достаточно сложна, поэтому поиск решений для  $a$  является достаточно утомительным, а полученные значения  $a$ , выраженные через значения параметров модели, запутаны. Даже если мы выпишем эти уравнения, влияние параметров модели на значения  $a$  не будет очевидным, а значит, не будет очевидной и реакция экономики на внешние шоки.

Таким образом, несмотря на относительную простоту модели и использование приближенных вычислений, мы по-прежнему должны прибегнуть к численным методам для определения свойств модели. Для этого выберем какие-то базовые значения параметров и получим из них оценки  $a$  и  $b$  в уравнениях (4.43), (4.44) и (4.45). Задав значения  $a$  и  $b$  в уравнениях (4.43), (4.44) и (4.45), мы определим (приближенно), как потребление, занятость и капитал реагируют на технологические шоки и на шоки государственных закупок. Затем оставшиеся уравнения модели могут быть использованы для определения динамики других переменных (выпуска, инвестиций, заработной платы, реальной ставки процента). Так, мы можем подставить уравнение для  $\tilde{L}$  в лог-линейную версию производственной функции, чтобы определить, какая динамика выпуска следует из рассматриваемой модели:

<sup>20</sup> См. задачу 4.15.

<sup>21</sup> В этой процедуре имеется некоторая сложность. Как мы обсуждали в разделе 4.4, в уравнении (4.23) присутствуют не только ожидаемые значения величин следующего периода, но также их функции распределения. Поэтому в лог-линейной версии, вместо формы записи  $E_t[\tilde{Z}_{t+1}]$  больше подходит  $E_t[e^{\tilde{Z}_{t+1}}]$ . Кэмпбелл (Campbell, 1994) выходит из затруднения, предположив, что распределение  $\tilde{Z}$  является нормальным с постоянной дисперсией, поэтому  $e^{\tilde{Z}}$  имеет логнормальное распределение. Из стандартных свойств логнормального распределения следует, что  $\ln E_t[e^{\tilde{Z}_{t+1}}]$  равен  $E_t[\tilde{Z}_{t+1}]$  плюс некоторая константа. Следовательно, мы можем выразить логарифм правой части уравнения (4.23) как  $E_t[\tilde{Z}_{t+1}]$  плюс константа. Далее Кэмпбелл отмечает, что с учетом лог-линейной структуры модели, если экзогенные шоки  $\varepsilon_A$  и  $\varepsilon_G$  в уравнениях (4.9) и (4.11) имеют нормальное распределение с постоянной дисперсией, то наше предположение о распределении  $\tilde{Z}_{t+1}$  корректно.

$$\begin{aligned}
\tilde{Y}_t &= \alpha \tilde{K}_t + (1 - \alpha) (\tilde{L}_t + \tilde{A}_t) \\
&= \alpha \tilde{K}_t + (1 - \alpha) (a_{LK} \tilde{K}_t + a_{LA} \tilde{A}_t + a_{LG} \tilde{G}_t + \tilde{A}_t) \\
&= [\alpha + (1 - \alpha) a_{LK}] \tilde{K}_t + (1 - \alpha) (1 + a_{LA}) \tilde{A}_t + (1 - \alpha) a_{LG} \tilde{G}_t
\end{aligned} \quad . \quad (4.53)$$

#### 4.7. Результаты

Как и Кэмпбелл, предположим, что один период соответствует одному кварталу, и используем в качестве базовых следующие значения параметров:  $\alpha = \frac{1}{3}$ ,  $g = 0,5\%$ ,  $n = 0,25\%$ ,  $\delta = 2,5\%$ ,  $\rho_A = 0,95$ ,  $\rho_G = 0,95$ . При этом  $\bar{G}$ ,  $\rho$  и  $b$  выбраны таким образом, чтобы  $(G/Y)^* = 0,2$ ,  $r^* = 1,5\%$ , а  $\ell^* = \frac{1}{3}$ .<sup>22</sup>

#### Последствия технологических шоков

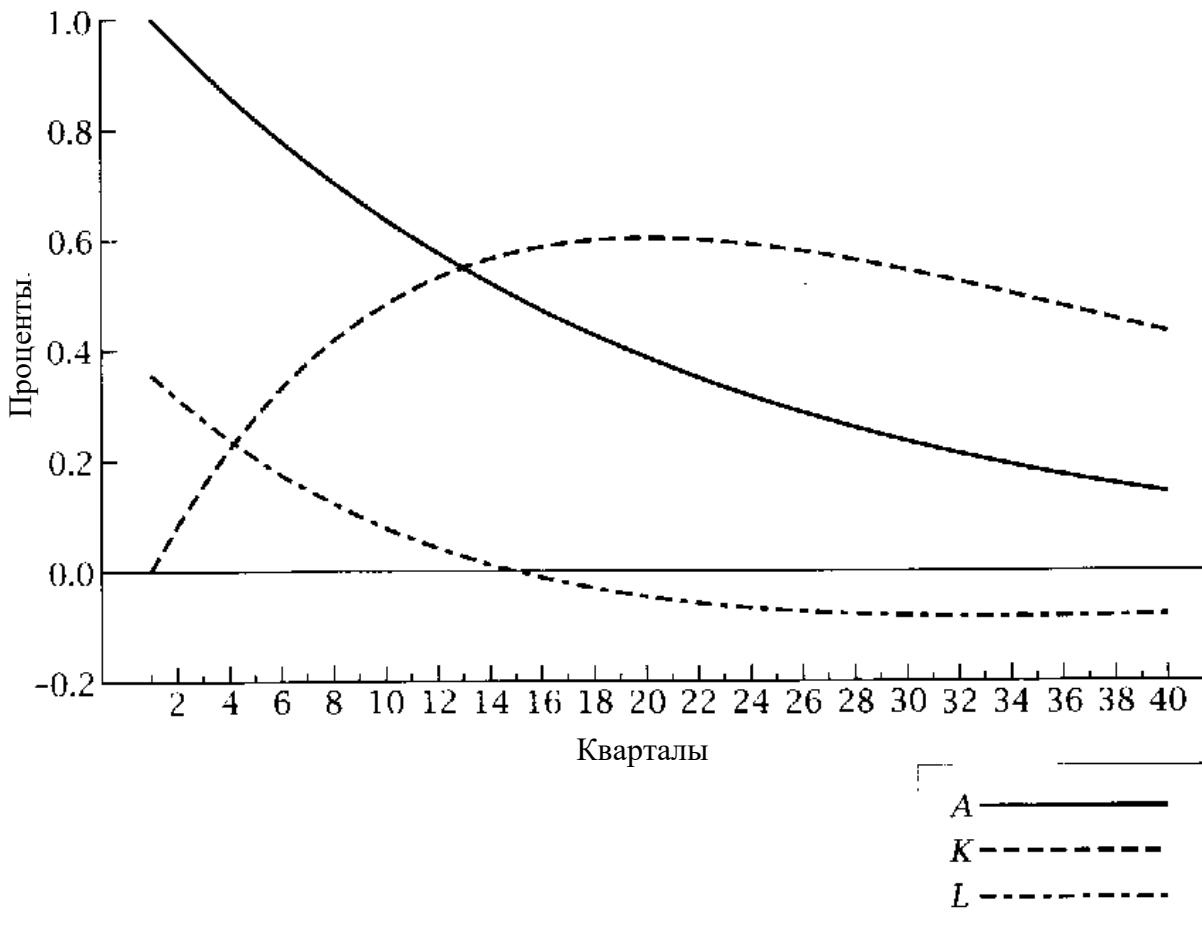
Можно показать, что выбранные параметры модели соответствуют следующим значениям коэффициентов в уравнениях динамики:  $a_{LA} \cong 0,35$ ,  $a_{LK} \cong -0,31$ ,  $a_{CA} \cong 0,38$ ,  $a_{CK} \cong 0,59$ ,  $b_{KA} \cong 0,08$  и  $b_{KK} \cong 0,95$ . Эти значения позволяют рассчитать последствия технологического шока. Рассмотрим, например, положительный однопроцентный технологический шок. В период, когда происходит шок, капитал не изменяется (т.к. он был накоплен в предыдущие периоды), предложение труда возрастает на 0,35 процента, а потребление возрастает на 0,38 процента. Ввиду того, что производственная функция имеет вид  $K^{1/3}(AL)^{2/3}$ , выпуск возрастает на 0,90 процента. В следующем периоде, уровень технологии находится на 0,95% выше своего нормального уровня (так как  $\rho_A = 0,95$ ), капитал оказывается выше на 0,08 процента (так как  $b_{KA} \cong 0,08$ ), предложение труда выше на 0,31 процента (0,35 умножить на 0,95 минус 0,31 умножить на 0,08), а потребление выше на 0,41 процента (0,38 умножить на 0,95 плюс 0,59 умножить на 0,08); в результате всех изменений, произошедших с  $A$ ,  $K$  и  $L$ , выпуск оказывается выше на 0,86 процента по отношению к нормальному уровню. И так далее.

На рисунках 4.2 и 4.3 представлено количественное влияние данного шока на основные показатели модели. В соответствии с начальными гипотезами, последствия технологического шока исчезают относительно медленно. Запас капитала сначала медленно увеличивается, а затем плавно возвращается к нормальному уровню; запас капитала достигает своего максимального значения через 20 кварталов после шока, и в этой точке прирост капитала составляет 0,6 процента. Труд скачкообразно увеличивается на 0,35 процента в период шока, затем медленно снижается, и через 15 кварталов оказывается ниже нормального уровня. В 33-м квартале труд достигает своего минимума,

---

<sup>22</sup> См. задачу 4.10, где предлагается исследовать траекторию сбалансированного роста при выбранных параметрах модели.

где он на 0,09 процента ниже нормального уровня, после чего плавно возвращается к нормальному уровню. Общее влияние  $A$ ,  $K$  и  $L$  на выпуск приводит к тому, что выпуск возрастает в периоде шока, а затем плавно возвращается кциальному уровню (рис. 4.3). Потребление реагирует в меньшей степени, и не так быстро, как выпуск; поэтому инвестиции более волатильны, чем потребление.



**Рисунок 4.2. Динамика технологии, капитала и труда, вызванная однопроцентным технологическим шоком**

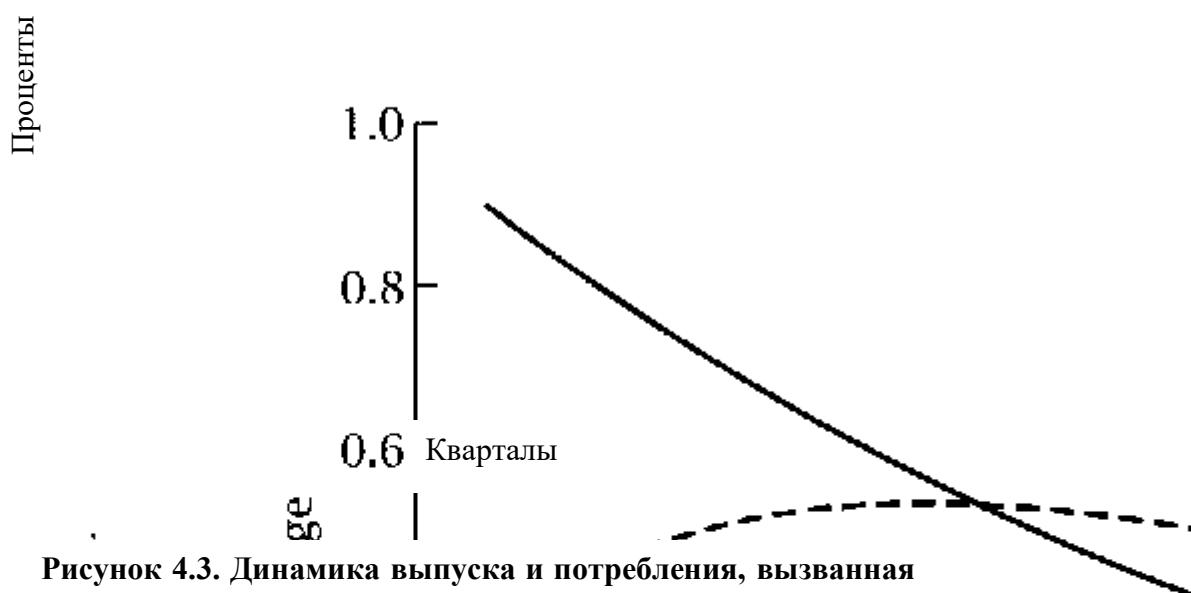


Рисунок 4.3. Динамика выпуска и потребления, вызванная однопроцентным технологическим шоком

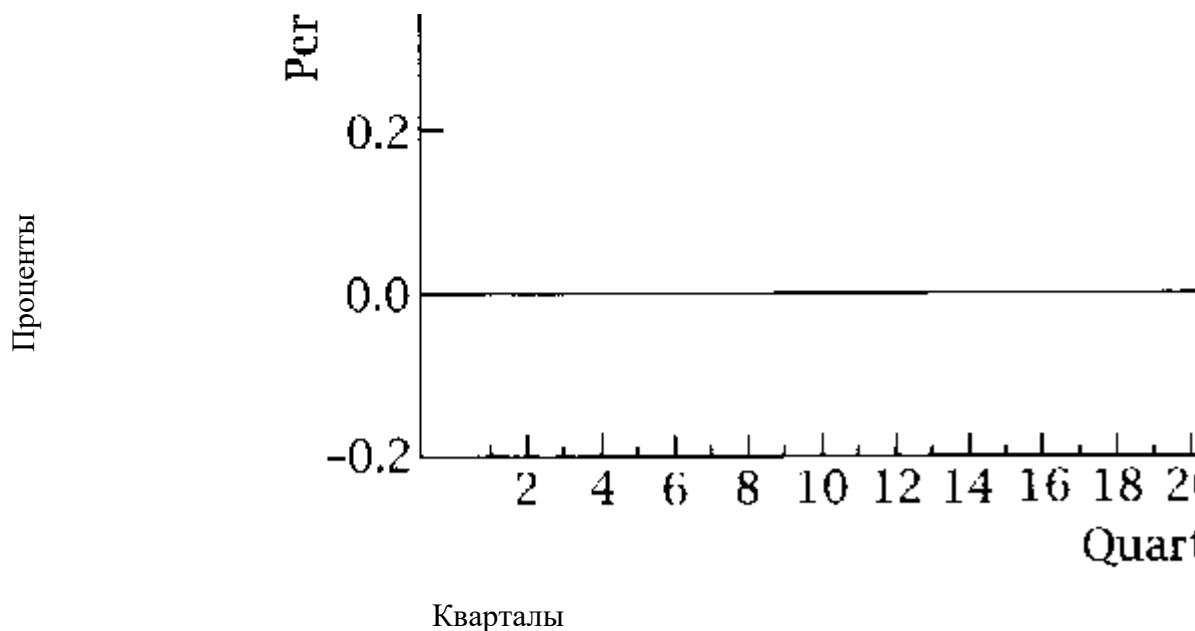


Рисунок 4.4. Динамика реальной заработной платы и реальной ставки процента, вызванная однопроцентным технологическим шоком

FIGURE 4.3 The effect of a 1 percent  
of output and consumption

На рисунке 4.4 показано процентное отклонение заработной платы, а также отклонение реальной ставки процента, выраженные в процентных пунктах в годовом исчислении. Заработная плата возрастает, а затем очень медленно возвращается к нормальному значению. Ввиду того, что изменение реальной заработной платы (после своего непредвиденного скачкообразного изменения в период шока) относительно невелико, колебания заработной платы не оказывают значительного влияния на колебания предложения труда. Ставка процента в годовом исчислении увеличивается примерно на одну седьмую процентного пункта в момент шока, после чего быстро возвращается к прежнему уровню достаточно быстро. Ввиду того, что запас капитала изменяется значительно медленнее предложения труда, ставка процента оказывается ниже своего нормального уровня уже через 14 кварталов после шока. Такая динамика ставки процента является основной причиной колебания предложения труда.

Чтобы понять колебания ставки процента и потребления, начнем со случая, когда предложение труда неэластично, и используем формулу  $r = \alpha(AL/K)^{1-\alpha} - \delta$ . В результате роста  $A$ ,  $r$  мгновенно возрастает. Ввиду того, что положительный шок  $A$  исчезает достаточно медленно,  $r$  должна оставаться на высоком уровне до тех пор, пока в достаточной степени не увеличится  $K$ . Быстрое увеличение  $K$  потребовало бы значительного повышения инвестируемой доли выпуска. При этом, если бы норма сбережений выросла настолько, что  $r$  тут же вернулось бы к прежнему уровню, это означало бы, что ожидается быстрый рост потребления несмотря на то, что  $r$  находится на своем прежнем уровне; такая ситуация противоречила бы условию оптимизации для домашнего хозяйства (4.23). Следовательно, домашние хозяйства хотя и увеличивают норму сбережений, однако не настолько, чтобы  $r$  тут же вернулось к прежнему уровню. Ввиду персистентности увеличения  $A$  (т.е. ввиду того, что  $A$  исчезает лишь с течением длительного времени), рост сбережений также является персистентным. Когда уровень технологии возвращается кциальному, подстройка запаса капитала приводит к снижению  $A/K$  ниже начального уровня, поэтому  $r$  также оказывается ниже своего начального уровня. Когда это происходит, норма сбережений падает ниже уровня траектории сбалансированного роста.

Если мы допускаем вариации предложения труда, то подстройка запаса капитала будет происходить не только за счет изменения нормы сбережений, но также и за счет изменения предложения труда. Домашние хозяйства создают запас капитала на первой фазе частично за счет увеличения предложения труда, а затем возвращают его к прежнему уровню частично за счет сокращения предложения труда.

Параметром, к которому полученные результаты наиболее чувствительны, является параметр  $\rho_A$ . Когда шоки технологии менее персистентны (т.е., угасают быстрее), эффект дохода, вызванный шоком, оказывается слабее (так как его влияние быстро исчезает), а эффект межвременного замещения - сильнее. Поэтому с ростом  $\rho_A$  значение  $a_{CA}$  увеличивается, а  $a_{LA}$  и  $b_{KA}$  - уменьшаются; значения  $a_{CK}$ ,  $a_{LK}$ ,  $b_{KK}$  не изменяются. Так, если  $\rho_A$  снижается с 0,95 до 0,5, то  $a_{CA}$  снижается с 0,38 до 0,11,  $a_{LA}$  увеличивается с 0,35 до 0,66, а  $b_{KA}$  растет с 0,08 до 0,12. В результате мы наблюдаем более сильные и менее продолжительные колебания выпуска. В случае однопроцентного положительного шока технологии, выпуск растет на 1,11 процента в периоде шока, но лишь на 0,30 процента двумя периодами позже. Если  $\rho_A = 1$ , то  $a_{CA}$  увеличивается до 0,63,  $a_{LA}$  снижается до 0,05, а  $b_{KA}$  снижается до 0,04. В этом случае колебания занятости будут очень маленькими, а колебания выпуска - значительно более плавными. Так, однопроцентный шок приведет к росту выпуска на 0,70 процента в первом периоде (лишь незначительно больше прямого эффекта в 0,67 процента), а затем очень медленно возрастает до значения, на 1% превышающего начальное.

Мы могли бы вместо (4.7) задать более общую форму функции полезности, для которой эластичность межвременного замещения предложения труда могла бы принимать значения, отличные от единицы.<sup>23</sup> В этом случае эластичность замещения труда также оказывает значительное влияние на то, как экономика реагирует на внешние шоки: чем больше эластичность, тем сильнее предложение труда реагирует на изменения технологии и запаса капитала. Так, если эластичность увеличивается с 1 до 2,  $a_{LA}$  растет с 0,35 до 0,48,  $a_{LK}$  снижается с -0,31 до -0,41 (кроме того, незначительно изменяются  $a_{CA}$ ,  $a_{CK}$ ,  $b_{KA}$  и  $b_{KK}$ ). В результате более высокое значение эластичности приводит к более сильным колебаниям предложения труда.<sup>24</sup>

### **Последствия изменения государственных закупок**

Выбранные нами значения параметров дают  $a_{CG} \approx -0,13$ ,  $a_{LG} \approx 0,15$ ,  $b_{KG} \approx -0,004$ ; значения  $a_{CK}$ ,  $a_{LK}$  и  $b_{KK}$  уже указывались ранее. Интуитивно, рост государственных закупок приводит к снижению потребления и росту предложения труда ввиду эффекта богатства. Ввиду того, что увеличение государственных закупок не является перманентным, экономические агенты отвечают на этот шок сокращением запаса капитала.

---

<sup>23</sup> См. Campbell (1994) и задачу 4.4.

<sup>24</sup> Кроме того, Кимболл (см. Kimball, 1991) показал, что если, вместо производственной функции Кобба-Дугласа предположить ее более общий вид, то эластичность замещения между трудом и капиталом будет оказывать значительное влияние на реакцию экономики на внешние шоки.

Эластичность выпуска по  $L$  составляет  $\frac{2}{3}$ , поэтому значение  $a_{LG}$ , равное 0,15, означает, что в результате роста государственных закупок на 1 процент, выпуск растет на 0,1 процента. Ввиду того, что на траектории сбалансированного роста выпуск в 5 раз больше государственных закупок, прирост  $Y$  составляет примерно половину прироста  $G$ . А с учетом того, что потребление на траектории сбалансированного роста примерно в  $2\frac{1}{2}$  раза превышает государственные закупки, значение  $a_{CG}$ , равное -0,13 означает, что  $C$  снижается примерно на треть от роста  $G$ . Оставшаяся одна шестая часть подстройки выпуска происходит за счет снижения инвестиций.

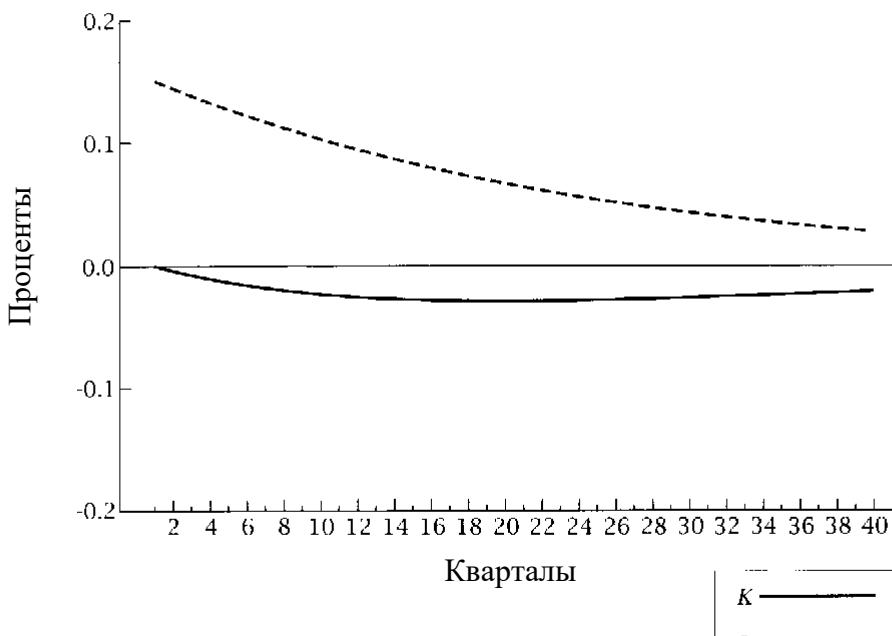


Рисунок 4.5. Динамика капитала и труда, вызванная однопроцентным шоком государственных закупок

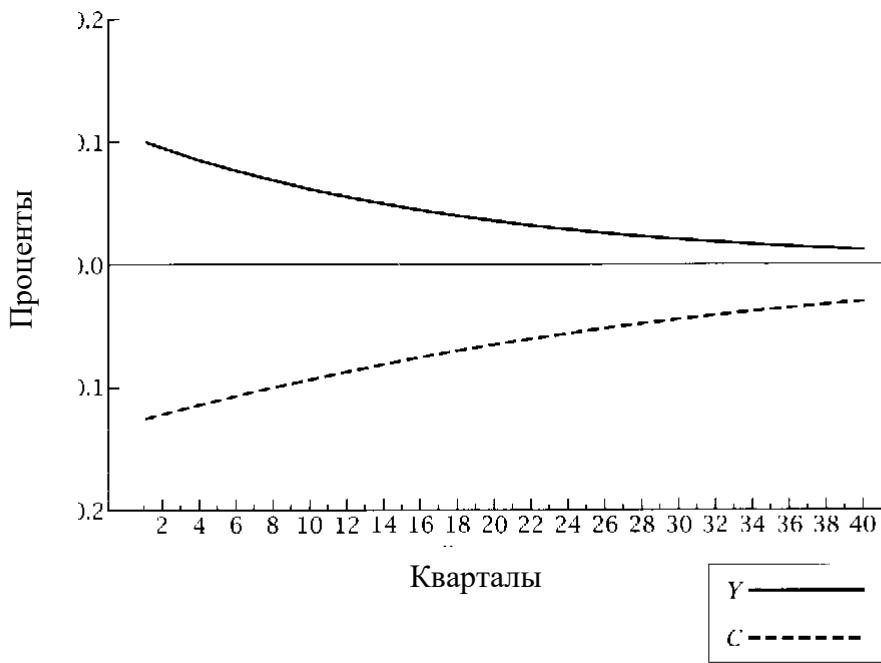
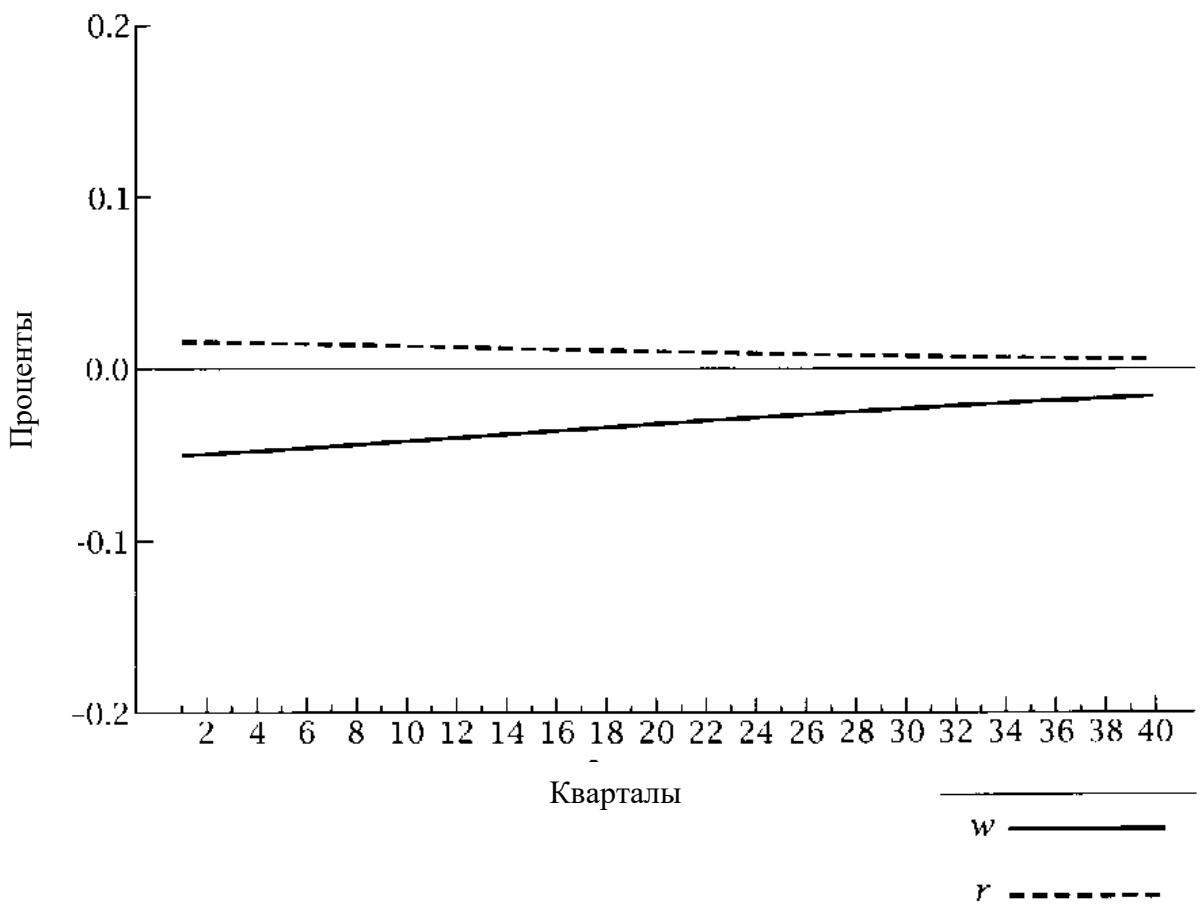


Рисунок 4.6. Динамика выпуска и потребления, вызванная однопроцентным шоком государственных закупок

На рисунках 4.5-4.7 показаны последствия однопроцентного шока государственных закупок. Запас капитала изменяется незначительно; максимальное сокращение капитала

достигается на 20-ом квартале и составляет 0,03 процента. Занятость скачкообразно возрастает, а затем медленно снижается к прежнему уровню; в отличие от технологических шоков, мы не наблюдаем эффекта перелета. Раз запас капитала изменяется незначительно, а технология не изменяется вовсе, общее изменение выпуска оказывается незначительным, а его динамика очень близка к динамике занятости. Потребление сокращается в периоде шока, а затем медленно возвращается к прежнему уровню. Рост занятости и сокращение запаса капитала приводят к сокращению заработной платы и росту ставки процента. После шока мы ожидаем небольшого роста реальной заработной платы, поэтому, как и ранее, основной причиной увеличения предложения труда является рост ставки процента.



| **Рисунок 4.4. Динамика реальной заработной платы и реальной ставки процента, вызванная однопроцентным шоком государственных закупок**

Как и при технологических шоках, персистентность шоков государственных закупок оказывает сильное влияние на то, как экономика реагирует на них. Так, если  $\rho_G$  снижается до 0,5, то  $a_{CG}$  увеличивается с -0,13 до -0,03,  $a_{LG}$  снижается с 0,15 до 0,03, а  $b_{KG}$  снижается с -0,004 до -0,020: раз шоки государственных закупок исчезают быстрее, значительно большая часть подстройки происходит за счет снижения запаса капитала. При данных параметрах прирост государственных закупок приводит к увеличению

выпуска примерно на одну десятую от этого прироста, снижению потребления на одну десятую, и снижения инвестиций на четыре пятых от прироста государственных закупок. Так, в результате однопроцентного шока, выпуск в периоде шока увеличивается на 0,02 процента, после чего снижается ниже нормального уровня, достигая минимального значения (снижение на 0,004 процента) через 7 кварталов.

#### **4.8 Эмпирическое приложение: персистентность колебаний выпуска**

##### **Введение**

В моделях реального делового цикла основным источником колебаний служат технологические изменения. В частном случае, рассмотренном нами в данной главе, технология колеблется в окрестности долгосрочного тренда; поэтому последствия технологического шока со временем сходят на нет. Однако это предположение сделано исключительно из соображений удобства. Гипотеза о том, что технологические шоки имеют значительную перманентную составляющую, кажется вполне реалистичной. Так, инновация, сделанная сегодня, возможно оказывает лишь незначительное влияние на перспективы будущих инноваций, следовательно, она оказывает незначительное влияние и на ожидаемый *рост* технологии в будущем. В этом случае инновация приводит к перманентному увеличению ожидаемого *уровня* развития технологии. Следовательно, модели реального делового цикла хорошо согласуются со значительной перманентной составляющей в колебаниях выпуска. В традиционных кейнсианских моделях деловых циклов мы имеем обратную картину: отклонения выпуска происходят в первую очередь за счет монетарных или других шоков совокупного спроса, сопровождающихся плавной подстройкой цен и заработных плат. Из предположения о том, что цены и заработные платы в конце концов подстраиваются, следует, что изменения совокупного спроса не приводят к долгосрочным последствиям. Поэтому базовые версии таких моделей предсказывают, что выпуск колеблется в окрестности детерминированной трендовой траектории. Эти аргументы привели к огромному пласту литературы, посвященному персистентности колебаний выпуска.

##### **Тест Нельсона и Плоссера**

Персистентность колебаний впервые была исследована Нельсоном и Плоссером (см. Nelson и Plosser, 1982), которые пытались ответить на вопрос, присутствует ли в колебаниях перманентная компонента (см. также Маккалоча (McCulloch, 1975)). Идея их теста концептуально проста, несмотря на то, он содержит некоторые сложные эконометрические элементы. Если выпуск колеблется в окрестности детерминированного

тренда, то темпы роста выпуска должны уменьшаться, когда выпуск находится выше тренда, и увеличиваться, когда выпуск ниже тренда. Рассмотрим следующую регрессию:

$$\Delta \ln y_t = a + b \{ \ln y_{t-1} - [\alpha + \beta(t-1)] \} + \varepsilon_t, \quad (4.54)$$

где  $\ln y$  - это логарифм реального ВВП,  $\alpha + \beta t$  - траектория тренда, а  $\varepsilon_t$  - случайные шоки, некоррелированные с  $\ln y_{t-1} - [\alpha + \beta(t-1)]$ . (Регрессия также может включать в себя другие переменные, влияющие на темп роста выпуска). Слагаемое  $\ln y_{t-1} - [\alpha + \beta(t-1)]$  представляет собой разницу между логарифмом выпуска и трендом в периоде  $t-1$ . Таким образом, если выпуск имеет тенденцию возвращаться к тренду, то  $b$  отрицательно, в противном случае  $b$  равно нулю.

Перепишем (4.54) в виде

$$\Delta \ln y_t = \alpha' + \beta' t + b \ln y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (4.55)$$

где  $\alpha' \equiv a - b\alpha + b\beta$ , а  $\beta' \equiv -b\beta$ . Чтобы проверить гипотезу о возвращении к тренду против предположения перманентных шоков, следует оценить 4.55 и проверить гипотезу  $b=0$ . Заметим, что в данной формулировке нулевая гипотеза предполагает, что выпуск не возвращается к тренду. Говоря формально, нулевая гипотеза состоит в том, что динамика выпуска *нестационарна*, или имеет *единичный корень*; альтернативной гипотезой является гипотеза *тренд-стационарности*.<sup>25</sup>

При проведении данного теста возникает некоторая эконометрическая сложность: при проверке нулевой гипотезы на основе метода наименьших квадратов (МНК), мы получаем отрицательно смещенные оценки значений  $b$ . Чтобы убедиться в этом, рассмотрим, что происходит в случае  $\beta=0$ . Уравнение (4.55) принимает вид

$$\Delta \ln y_t = \alpha' + b \ln y_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (4.56)$$

Для простоты предположим, что  $\varepsilon$  – это независимые одинаково распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием. Величина  $\ln y_{t-1}$  представляет собой комбинацию прошлых значений  $\varepsilon$ . Так, при нулевой гипотезе  $b=0$ ,  $\ln y_{t-1}$  можно переписать в виде  $\ln y_0 + (t-1)\alpha' + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{t-1}$ . Так как ошибки  $\varepsilon$  не

<sup>25</sup> Термин «тренд-стационарность» означает, что разность между фактическим выпуском и детерминированным трендом не демонстрирует взрывной динамики. Термин *единичный корень* происходит из методологии лаговых операторов (см. сноску 16 в разделе 6.6). Если в выпуске содержится перманентная компонента, приращение выпуска будет стационарным. В обозначениях теории лаговых операторов  $\ln y_{t-1}$  записывается как  $L \ln y_t$ , а  $\Delta \ln y_t$  принимает вид  $(1-L) \ln y_t$ . Многочлен  $1-L$  равен нулю при  $L=1$ ; другими словами, он имеет «единичный корень». Например, стационарный процесс может быть представлен в виде  $\ln y_t = \rho \ln y_{t-1} + \varepsilon_t$ , при  $|\rho| < 1$ . Записывая это уравнение через лаговые операторы, имеем:

$(1-\rho L) \ln y_t = \varepsilon_t$ . Многочлен  $1-\rho L$  равен нулю при  $L=1/\rho$ , что по абсолютному значению больше единицы. В общем случае, корни стационарного процесса находятся за *пределами единичного круга*.

коррелируют друг с другом,  $\varepsilon_t$  не коррелирует с  $y_{t-1}$ . На первый взгляд может показаться, что МНК дает несмешенную оценку. Однако условием несмешенности оценки МНК является не только отсутствие корреляции ошибки с текущими значениями переменных в правой части уравнения, но также отсутствие корреляции со всеми переменными в правой части в предыдущие и последующие периоды. Ввиду того, что ошибки  $\varepsilon$  входят с положительным знаком в  $\ln y_{t-1}$ , оказывается, что  $\ln y_{t-1}$  положительно коррелирует с предыдущими значениями ошибки. Можно показать, что в этом случае оценки  $b$ , полученные методом МНК, будут смещены в сторону отрицательных значений.<sup>26</sup> Следовательно, даже если нулевая гипотеза об отсутствии тенденции выпуска возвращаться к тренду верна, МНК, вероятно, покажет существование такой тенденции.

Эти эконометрические затруднения являются примером более глобальной проблемы: в случае значительной персистентности анализируемых данных, оценки, получаемые на основе различных методов, часто обладают очень сложными и не поддающимися интуитивному анализу свойствами. В таких ситуациях нужно быть очень осторожными и помнить, что обычные эконометрические тесты, как правило, использоваться не могут.

Ввиду отрицательной смещенности оценки  $b$  при нулевой гипотезе, для проверки трендстационарности мы не можем использовать традиционные методы оценки значимости  $b$  в уравнениях (4.55) или (4.56), основанные на  $t$ -статистике, получаемой из МНК. Поэтому Нельсон и Плоссер использовали *тест на наличие единичного корня Дикки-Фуллера* (см. Dickey and Fuller, 1979). Дикки и Фуллер использовали метод Монте-Карло для оценки функций распределения  $t$ -статистики для  $b$ , получаемой на основе МНК в уравнениях вида (4.55) и (4.56) при истинном значении  $b$ , равном нулю. Другими словами, они с помощью генератора случайных чисел задавали ряды  $\varepsilon$ , из которых на основе уравнений (4.55) и (4.56) при значении  $b$ , равном нулю, получали ряды  $\ln y$ ; после этого они оценивали полученные ряды с помощью МНК и рассчитывали  $t$ -статистику для  $b$ . Данная процедура была проведена много раз. Полученное распределение  $t$ -статистики оказалось не симметричным, а смещенным влево. Так, Нельсон и Плоссер отмечают, что имея 100 наблюдений при истинном значении параметров  $\alpha' = 1$  и  $b = 0$ , среднее значение  $t$ -статистики для  $b$  составляет -2.22. Полученная  $t$ -статистика оказалась по абсолютному значению выше стандартного 5%-го значения, равного -1.96 в 65% случаев, и больше, чем -3.45 в 5 процентах случаев. Исследователь, незнакомый с этими техническими трудностями, скорее всего не сможет отвергнуть гипотезу нестационарности рядов на пятипроцентном уровне значимости, даже если эти ряды на самом деле нестационарны. Однако в teste Дикки-Фуллера,  $t$ -статистика для  $b$  сравнивается не со стандартным  $t$ -

<sup>26</sup> Простой пример рассмотрен в задаче 4.16.

распределением, а с распределением, полученным на основе экспериментов Монте-Карло. Так, для отвержения нулевой гипотезы о нестационарности полученных рядов ( $b = 0$ ) на 5%-ом уровне, нам требуется значение  $t$ -статистики, превышающее по абсолютному значению 3.45.

После этого эконометрического предисловия, мы можем описать результаты Нельсона и Плоссера. Эти авторы сделали оценку несколько более сложного уравнения, чем (4.45) на основе американских данных о реальном ВВП, о реальном ВВП на душу населения, об индексе промышленного производства и занятости. Они обнаружили, что оценки  $b$ , полученные на основе МНК, находятся в пределах от  $-0,2$  до  $-0,1$ , а  $t$ -статистика – в пределах от  $-3$  до  $-2,5$ . Это значительно ниже, чем корректное 5%-ое значение, равное  $-3.45$ . Основываясь на этих и других результатах, Нельсон и Плоссер приходят к выводу о невозможности отвергнуть нулевую гипотезу о том, что в колебаниях присутствует перманентная компонента.

### Тест Кэмпбелла и Мэнкью

Типичное ограничение простых тестов на наличие перманентной составляющей состоит в том, что эти тесты не могут ничего сказать о ее величине. После работы Нельсона и Плоссера исследователи стремились дать количественную оценку персистентности в колебаниях выпуска. Кэмпбелл и Мэнкью (см. Campbell и Mankiw, 1987) предложили естественный способ измерить персистентность. Они рассмотрели несколько частных уравнений динамики логарифма выпуска. Например, они рассмотрели случай авторегрессии третьего порядка (или AR-3):

$$\Delta \ln y_t = a + b_1 \Delta \ln y_{t-1} + b_2 \Delta \ln y_{t-2} + b_3 \Delta \ln y_{t-3} + \varepsilon_t. \quad (4.57)$$

Кэмпбелл и Мэнкью оценили уравнение (4.57), а затем и рассчитали динамику  $\ln y$ , вызванную единичным шоком  $\varepsilon$ .<sup>27</sup> Оценкой персистентности является значение, к которому стремится прогноз логарифма выпуска в долгосрочном периоде. Этот показатель отвечает на следующий вопрос: если выпуск сегодня оказался на 1 процент выше ожидаемого, то на какую величину следует изменить прогноз выпуска в отдаленном будущем? В случае тренд-стационарности, мы получим 0 процентов. Если выпуск следует случайному блужданию (т.е.  $\Delta \ln y_t$  равно  $a + \varepsilon_t$ ), то мы получим 1 процент.

Результаты Кэмпбелла и Мэнкью оказались несколько неожиданными: значение этой меры персистентности, как правило, *превышает* 1. Следовательно, если происходит

---

<sup>27</sup> Если шок  $\varepsilon$  происходит в одном единственном периоде, то, как следует из уравнения (4.57),  $\Delta \ln y$  изменится на единицу в этом периоде, затем на  $b_1$ , после чего на  $b_1^2 + b_2$  и т.д. Следовательно,  $\ln y$  в периоде шока изменяется на 1, в следующий период на  $1 + b_1$ , затем на  $1 + b_1 + b_1^2 + b_2$  и т.д.

отклонение выпуска от долгосрочной тенденции, то следует ожидать дальнейшего отклонения в том же направлении. Для процесса AR-3, описанного уравнением (4.57), оценена мера персистентности составила 1,57. Кэмпбелл и Мэнкью рассматривали и другие процессы, моделирующие изменение логарифма выпуска; для большинства из них (но не для всех) мера персистентности принимала похожие значения.

## Обсуждение

Существуют две серьёзные проблемы, связанные с идеей изучения персистентности колебаний; одна проблема – статистическая, другая – теоретическая. Статистическая проблема заключается в сложности определения долгосрочных характеристик колебаний выпуска на основе данных, покрывающих ограниченные отрезки времени. Существование перманентной компоненты в колебаниях и асимптотическая реакция выпуска на инновацию относится к характеристикам данных на бесконечном горизонте. Поэтому никакое конечное количество данных не позволяет хоть как-то прояснить эти вопросы. Предположим, например, что в какой-то выборке динамика выпуска оказалась очень персистентной. Хотя это согласуется с присутствием перманентной компоненты в колебаниях, это также согласуется и с той точкой зрения, что выпуск возвращается крайне медленно к детерминированному тренду. Рассмотрим противоположный пример, когда в имеющейся выборке выпуск очень быстро возвращается к некоторому тренду. Однако такой результат отлично согласуется не только с тренд-стационарностью, но и с точкой зрения, согласно которой движение выпуска на коротких отрезках не просто персистентно, а имеет взрывную динамику, и правильной реакцией на инновацию, изменяющую выпуск, является очень сильный пересмотр прогноза выпуска в отдаленном будущем.<sup>28</sup>

Таким образом, правильнее было бы поставить вопрос о том, присутствует ли в колебаниях выпуска большая персистентная компонента, и как относительно долгосрочные прогнозы выпуска должны быть пересмотрены в случае инновации, а не о том, как ведут себя рассматриваемые показатели на бесконечности. Подобным образом следует переформулировать вопрос и в любой другой ситуации, когда исследователи изучают поведение каких-либо показателей на бесконечности.

Даже если мы переключим внимание с бесконечного на относительно длительный отрезок времени, имеющиеся в распоряжении данные не окажутся слишком информативными. Рассмотрим, например, процедуру Кэмпбелла и Мэнкью для представленного выше процесса AR-3. Кэмпбелл и Мэнкью использовали зависимость между приростом выпуска в текущем периоде и приростом выпуска в трех

---

<sup>28</sup> См. Blough (1992), Campbell и Perron (1991)

предшествующих периодах, чтобы сделать выводы о долгосрочных характеристиках. Этот метод является рискованным. Предположим, например, что на самом деле прирост выпуска следует процессу AR-20, а не AR-3, и коэффициенты перед дополнительными 17 предыдущими значениями  $\Delta \ln y$  в реальности являются маленькими, однако все они отрицательны. В выборке разумного размера будет сложно отличить этот процесс от AR-3. Однако долгосрочный эффект шока выпуска в последнем случае может оказаться значительно скромнее.

Эта сложность возникает ввиду слишком короткой длины выборки, а не из-за специфики процедуры, использованной Кэмбеллом и Мэнкью. Главная проблема заключается в том, что в выборке реалистичной длины содержится слишком мало независимых друг от друга длинных выборок. Поэтому никакая процедура не может дать окончательный ответ на вопрос о долгосрочных последствиях шоков. Для изучения персистентности было уже предложено множество подходов. Точечные оценки, как правило, говорят о значительной персистентности (однако меньшей, чем найденная Мэнкью и Кэмбеллом). Однако при горизонте более пяти лет оценки становятся значительно менее точными. Поэтому данные согласуются и с той точкой зрения, что эффекты шоков постепенно исчезают.<sup>29</sup>

Теоретическая трудность заключается в том, что, даже если бы мы смогли точно измерить персистентность колебаний выпуска, это не дало бы нам достаточно информации о движущих силах экономических колебаний. Ввиду того, что изменение технологии может включать в себя компоненту, возвращающуюся к тренду, и поскольку модели реального делового цикла допускают в качестве источника колебаний не только технологические шоки, эти модели согласуются как с низкой, так и с высокой персистентностью. При этом кейнсианские модели не требуют того, чтобы персистентность была низкой. Они связывают значительную часть краткосрочных колебаний с шоками совокупного спроса, но не предполагают, что процесс, которым движим долгосрочный экономический рост, имеет детерминированный тренд. Следовательно, они допускают существование персистентных компонент в динамике выпуска. Кроме того, часть колебаний, вызванных шоками совокупного спроса, может быть также крайне персистентной. Так, политика Федеральной резервной системы, направленная на подавление инфляции, в случае существенной жесткости цен и заработных плат может снизить выпуск на достаточно длительном интервале времени. А если технологический прогресс обуславливается, в частности, обучением на практике (см.

---

<sup>29</sup> См., например, Cochrane (1988, 1994); Christiano и Eichenbaum (1990); Perron (1989); Waston (1986); Beaudry and Koop (1993); и Rudebusch (1993). Неамериканские данные представлены в работах Campbell и Mankiw (1989b); Cogley (1990); и Fatás (2000)

раздел 3.4), то колебания выпуска, вызванные колебаниями совокупного спроса, воздействуют и на технологию.

Таким образом, основным вкладом исследований, посвященных персистентности, является предостережение относительно эконометрики временных рядов: механическое извлечение тренда или игнорирование возможных сложностей, вызванных персистентной компонентной, может привести к серьезным заблуждениям.

## 4.9 Дополнительные эмпирические исследования

### Калибровка модели реального делового цикла

На основании чего мы могли бы судить о том, насколько хорошо модель реального делового цикла описывает имеющиеся данные? Стандартный подход – это калибровка модели (Kydland и Prescott, 1982). Идея состоит в том, чтобы выбрать параметры модели, основываясь на микроэкономических исследованиях, после чего сравнить дисперсии и коэффициенты корреляции, следующие из модели, с наблюдаемыми значениями.

Существуют два потенциальных преимущества калибровки модели по сравнению с ее эконометрической оценкой. Во-первых, поскольку параметры выбираются на основе микроэкономических исследований, тем самым используется существенная часть информации, на которой они основаны, и это значительно повышает качество модели. Во-вторых, довольно часто эконометрические результаты о «незначимости коэффициентов» или о «невозможности отвергнуть гипотезу» плохо поддаются экономической интерпретации. Модель, которая хорошо описывает имеющиеся данные во всех отношениях, кроме одного, совсем неважного, может быть статистически отвергнута. Или модель может оказаться не отвергнутой лишь потому, что данные согласуются со множеством различных предположений.<sup>30</sup>

Чтобы понять, как работает калибровка, рассмотрим базовую модель реального делового цикла Прескотта и Хансена (см. Prescott (1986), Hansen (1985)). Эта модель отличается от рассмотренной выше двумя предпосылками. Во-первых, в ней нет правительства. Во-вторых, предполагается, что динамика тренда не является лог-линейной; в начале анализа из имеющихся данных был извлечен гладкий нелинейный тренд.<sup>31</sup>

Мы используем значения параметров, предложенные Хансеном и Райтом (Hansen и Wright, 1992), которые близки к параметрам Прескотта и Хансена. Основываясь на данных

---

<sup>30</sup> Традиционные эконометрические оценки моделей реального делового цикла могут быть найдены в работах Altug (1989); Christiano и Eichenbaum (1992).

<sup>31</sup> Для извлечения тренда был использован фильтр Ходрика-Прескотта (Hodrik и Prescott, 1997). Как показывает обсуждение перманентных шоков и трендовой составляющей в предыдущем разделе, эта процедура может исказить результаты последующего анализа (см. Cogley and Nason, 1995).

о долях дохода от факторов в общем доходе, отношении капитала к выпуску и отношения инвестиций к выпуску, Хансен и Райт выбрали  $\alpha = 0,36$ ,  $\delta = 2,5\%$  за квартал,  $\rho = 1\%$  за квартал. Зная среднее деление свободного времени между досугом и трудом, они приняли значение  $b$  равным 2. Параметры, определяющие динамику технологии, были выбраны исходя из эмпирически наблюдаемого поведения остатка Солоу,  $\ln R_t \equiv \ln Y_t - [\alpha \ln K_t + (1-\alpha) \ln L_t]$ . Как мы обсуждали в главе 1, остаток Солоу отражает влияние на выпуск всех факторов за вычетом вклада труда и капитала, измеренного их предельным продуктом. В предположениях теории реального делового цикла единственным «другим» фактором является технология, а остаток Солоу отражает технологические изменения. Основываясь на динамике остатка Солоу, Хансен и Райт задали  $\rho_A = 0,95$ , а стандартное отклонение квартального  $\varepsilon_A$ , приняли равным 1,1 процента.<sup>32</sup>

Выводы из модели об основных характеристиках деловых циклов представлены в таблице 4.4. Значения, представленные в первом столбце, - фактические данные по США; значения во втором столбце следуют из модели. Все представленные показатели – это

**ТАБЛИЦА 4.4 Сопоставление калиброванной модели реального делового цикла с фактическими данными**

	Данные по США	Результаты модели реального делового цикла
$\sigma_Y$	1,92	1,30
$\sigma_C/\sigma_Y$	0,45	0,31
$\sigma_I/\sigma_Y$	2,78	3,15
$\sigma_L/\sigma_Y$	0,96	0,49
$Corr(L, Y/L)$	-0,14	0,93

Источник: Hansen и Wright (1992)

---

<sup>32</sup> Как отмечает Прескотт, если ввести предположение о том, что параметр технического прогресса умножается на выражение вида  $F(K, L)$ , то отсутствие значимого тренда в динамике долей доходов труда и капитала говорит о том, что производственная функция  $F(\bullet)$  хорошо аппроксимируется функцией Кобба-Дугласа. Кроме того, из отсутствия тренда в динамике досуга, а также из исследований, посвященных замещению потребления между различными периодами, следует, что (4.7) является хорошей аппроксимацией мгновенной функции полезности. Таким образом, выбор функциональных зависимостей был хорошо продуман.

отклонения от тренда соответствующих индикаторов, при этом тренд был выделен с помощью нелинейной процедуры, использованной Прескоттом и Хансеном.

В первой строчке представлено стандартное отклонение выпуска. Колебания модели лишь немного меньше колебаний, которые мы наблюдаем в жизни. Основываясь на этом результате, Прескотт (Prescott, 1986) сделал свое известное утверждение о том, что агрегированные колебания не просто согласуются с конкурентной неоклассической моделью, но они предсказываются этой моделью. Вторая и третья строчка показывают, что и в модели, и в реальных данных по США, потребление значительно менее волатильно, чем выпуск, а инвестиции – значительно волатильнее выпуска.

Из последних двух строчек видно, что базовая модель менее успешна в предсказании вклада колебаний труда и производительности труда в агрегированные колебания. В экономике США труд примерно столь же волатилен, что и выпуск; в модели – намного менее волатилен. В Соединенных Штатах труд и производительность труда практически не коррелируют друг с другом; в модели их колебания близки к синхронным.

Таким образом, калибровка модели может быть использована, чтобы выявить сильные и слабые стороны модели. Она также помогает понять, как следует модифицировать модель, чтобы она лучше соответствовала действительности. Так, введение дополнительных источников колебаний, вероятно, приведет к росту волатильности выпуска и снижению корреляции между производительностью и трудом. Действительно, Хансен и Райт показали, что для использованных значений параметров, включение шоков государственных закупок подобно тому, как мы сделали выше в этой главе, снижает корреляцию между  $L$  и  $Y/L$  с 0,93 до 0,49; тем не менее, это незначительно сказывается на величине колебаний выпуска.

### **Динамика производительности в период Великой депрессии**

Шоки технологии – одна из основных составляющих модели реального делового цикла. Главное, на основании чего мы можем судить о существовании значительных технологических шоков, – это краткосрочные колебания остатка Солоу. В частности, как уже отмечалось, Прескотт, Хансен и Райт оценивали величины технологических шоков на основе остатка Солоу.

Однако вместо предположения о том, что динамика остатка Солоу отражает изменение технологии, мы могли бы предположить, что к колебаниям остатка Солоу, приводят колебания выпуска, вызванные какими-то другими причинами. Так, если фирмы используют более интенсивно труд и капитал в ответ на любые шоки, за исключением шоков производительности, увеличивающих выпуск, то остаток Солоу, рассчитанный на

основе предположения о постоянной интенсивности использования труда и капитала, будет расти с ростом выпуска.

Если нам удастся выделить другой источник колебаний выпуска, нежели изменение технологии, мы сможем проверить, какая из этих гипотез дает более точное представление о причинах краткосрочных колебаний остатка Солоу. Модель реального делового цикла предсказывает, что остаток Солоу не будет систематически изменяться в результате колебаний выпуска, вызванных нетехнологическими шоками. Альтернативная точка зрения, заключающаяся в том, что колебания являются следствием колебаний выпуска, и что технологические шоки не способны объяснить краткосрочные колебания выпуска, предсказывает, что остаток Солоу будет изменяться вместе с колебаниями агрегированного выпуска, вызванными нетехнологическими факторами.

Бернанке и Паркинсон (см. Bernanke и Parkinson, 1991) провели простой тест, вытекающий из этих рассуждений. Зная, что среднедушевой выпуск сильно сократился в период Великой депрессии, и принимая в расчет, что значительный технологический регресс маловероятен, можно заключить, что изменение выпуска в период депрессии было вызвано нетехнологическими шоками. Поэтому Бернанке и Паркинсон предложили сравнить динамику остатка Солоу на протяжении Великой депрессии с динамикой остатка Солоу в послевоенной экономике. Если технологические шоки являются основным источником колебаний в послевоенный период, но не в период Великой депрессии, то остаток Солоу и выпуск должны иметь схожую динамику только в послевоенный период. Из-за отсутствия надежных данных о запасе капитала, Бернанке и Паркинсон использовали несколько другую процедуру. Вместо того, чтобы исследовать связь изменений остатка Солоу и выпуска, они исследовали связь изменений выпуска и труда. Их базовая регрессия имеет следующий вид:

$$\Delta \ln y_{it} = a + b_i \Delta \ln L_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (4.58)$$

где  $\Delta \ln y$  – изменение логарифма выпуска,  $\Delta \ln L$  – изменение числа отработанных человеко-часов,  $i$  – номер отрасли, а  $t$  - время.

Если краткосрочные колебания выпуска относительно невелики (что кажется похожим на правду в послевоенный период), то остаток Солоу приблизительно равен процентному изменению выпуска за вычетом эластичности выпуска по труду умноженной на процентное изменение числа часов работы (см. уравнение [1.34]). Поскольку теория реального делового цикла предполагает, что колебания выпуска, не вызванные технологическими шоками, не влияют на остаток Солоу, она предсказывает, что оценки  $b_i$ , полученные для периода Великой депрессии, будут приблизительно равны доле дохода труда в общем доходе (которая в отраслях, рассмотренных Бернанке и

Паркинсоном, составляет приблизительно 0,5). Для послевоенного периода, в котором, в соответствии с теорией реального делового цикла, значительная часть колебаний труда была вызвана технологическими шоками, оценки  $b_i$  должны быть выше. Альтернативная точка зрения состоит в том, что оценки  $b_i$  должны быть приблизительно одинаковыми в двух периодах.

Бернанк и Паркинсон оценили (4.58), используя квартальные данные для каждой из 10 отраслей за два периода, 1929-1939 гг., и 1955-1988 гг. Их основные результаты представлены в таблице 4.5. В выборке, соответствующей Великой депрессии, оценка  $b_i$  превышает 1 в 8 отраслях из 10, а среднее значение составляет 1,07. При этом средняя послевоенная оценка составляет 0,96. Восемь из десяти  $b_i$  в период депрессии оказались выше, чем в послевоенный период. Поэтому сторонники теории реального делового цикла должны согласится либо с тем, что депрессия была вызвана большим отрицательным технологическим шоком, либо с тем, что остаток Солоу является плохим измерителем технологических изменений на протяжении Великой депрессии, но не обязательно в другие периоды.

**ТАБЛИЦА 4.5 Результаты Бернанка и Паркинсон**

Отрасль	Оценка $b_i$	
	1929-1939	1955-1988
Сталь	1,51 (0,17)	1,66 (0,10)
Изделия из древесины	1,07 (0,05)	0,86 (0,05)
Автомобили	1,21 (0,15)	1,05 (0,06)
Нефть	0,42 (0,07)	-0,04 (0,03)
Текстиль	1,09 (0,17)	1,03 (0,13)
Изделия из кожи	0,58 (0,08)	0,83 (0,03)
Изделия из резины и каучука	1,21 (0,07)	0,98 (0,06)
Целлюлозно-бумажная	1,11 (0,10)	1,04 (0,38)

	1,11	0,94
Камень, глина, стекло	(0,07)	(0,10)
	1,38	1,23
Цветные металлы	(0,03)	(0,07)

В скобках указаны стандартные ошибки

Источник: Бернанке и Паркинсон (1991).

## 4.10 Обобщения модели и её критика

### Обобщения

В данной главе мы рассмотрели частный случай модели реального делового цикла. Однако исследователи в данной области уже изучили множество вариаций и обобщений этой базовой модели. Обсудим наиболее важные.

Одна из вариаций данной модели, привлекшая к себе пристальное внимание, включает гипотезу *неделимого труда*. Изменения объема использованного труда возникают не только в результате изменения числа часов работы, но также и в результате изменения числа увольнений и наймов. Чтобы выявить следствия данной гипотезы, Роджерсон и Хансен (см. Rogerson (1988) и Hansen (1985)) рассмотрели крайний случай, в котором  $\ell$  для каждого индивида принимает лишь два значения, 0 (соответствует состоянию незанятого) и  $\ell_0$  (соответствует состоянию занятого). Рогерсон и Хансен обосновывают данную гипотезу существованием постоянных издержек, связанных с работой.

Эта модификация модели значительно увеличивает чувствительность труда к шокам, что, в свою очередь, увеличивает одновременно и колебания выпуска, и долю колебаний труда в колебаниях выпуска. Из результатов калибровки модели, описанной в предыдущем разделе, следует, что эти изменения повышают адекватность модели.

Чтобы показать, почему гипотеза «все или ничего» в отношении занятости увеличивает колебания труда, предположим, что при фиксированном количестве занятых индивиды оказываются занятыми или безработными случайным образом. Численность занятых в периоде  $t$ , обозначаемая как  $E_t$ , должна удовлетворять условию  $E_t \ell_0 = L_t$ ; таким образом, вероятность того, что рабочий занят в периоде  $t$  составляет  $(L_t / \ell_0) / N_t$ . Ожидаемая полезность досуга для каждого индивида в периоде  $t$  равна

$$\frac{L_t / \ell_0}{N_t} b \ln(1 - \ell_0) + \frac{N_t - (L_t / \ell_0)}{N_t} b \ln 1. \quad (4.59)$$

Данное выражение является линейным по  $L_t$ . Это значит, что для экономических агентов не характерно неприятие колебаний занятости. В противоположность этому, если все индивиды работают одно и тоже число часов, то полезность досуга в периоде  $t$  составляет

$b \ln[1 - (L_t / N_t)]$ . Это выражение имеет отрицательную вторую производную по  $L_t$ : предельная полезность (тягость) труда отрицательна и возрастает по абсолютному значению. В результате колебания  $L_t$ , вызванные колебаниями заработной платы, оказываются меньше в традиционной версии модели, чем в ее модификации с неделимым трудом. Хансен и Райт (см. Hansen и Wright, 1992) рассчитали, что включение неделимого труда в модель Прескотта, разобранную в предыдущих секциях, увеличивает стандартное отклонение выпуска с 1,30 до 1,73 процента (согласно фактическим данным- 1,92), а отношение стандартного отклонения общего числа часов работы к стандартному отклонению выпуска - с 0,49 до 0,76 (фактический показатель- 0,96 ).<sup>33</sup>

Вторым важным обобщением модели является включение искажающих налогов (см. Greenwood и Huffman, 1991; Baxter и King, 1993; Campbell, 1994; Braun, 1994; McGrattan, 1994). Ярким частным случаем является пропорциональное налогообложение,  $T_t = \tau_t Y_t$ , где  $\tau_t$  - ставка подоходного налога в периоде  $t$ . Налогообложение выпуска эквивалентно налогообложению по одинаковым ставкам труда и капитала, что близко к фактическому положению дел во многих странах. В случае налогообложения выпуска изменение  $1 - \tau$ , с точки зрения частных агентов эквивалентно изменению технологии  $A^{1-\alpha}$ : налогообложение снижает получаемый ими объем выпуска при заданном объеме труда и капитала. Следовательно, при заданной динамике величины  $1 - \tau$  выпуск после налогообложения ведет себя таким же образом, как выпуск в модели без налогообложения, в которой  $A^{1-\alpha}$  следует той же динамике. Этот факт делает анализ искажающего налогообложения достаточно простым (Campbell, 1994).

Поскольку налоговые доходы используются для того, чтобы финансировать государственные закупки, естественно провести анализ совместного воздействия искажающего налогообложения и государственных закупок. Это приводит к значительным изменениям результатов, касающихся воздействия государственных закупок на экономику. Например, Бэкстер и Кинг (Baxter и King, 1993) показали, что временное увеличение государственных закупок, финансируемое за счет временного увеличения искажающего налогообложения, приводит к эффекту межвременного замещения, вызванного налогообложением, который перевешивает эффект процентной ставки; в результате совокупный выпуск не растет, а снижается.

Еще одно обобщение моделей реальных деловых циклов предусматривает включение в анализ множества секторов и шоков, специфичных для секторов. Лонг и Плоссер (Long и

---

<sup>33</sup> Ввиду того, что мгновенная функция полезности (4.7) является сепарабельной по потреблению и досугу, ожидаемая полезность достигает максимума, когда занятые и безработные имеют одинаковое потребление. Следовательно, из модели неделимого труда следует, что безработные оказываются в лучшей ситуации, чем занятые. См. задачу 9.6, а также Rogerson and Wright (1988).

Plosser (1983)) разработали многосекторную модель по аналогии с моделью раздела 4.5, и изучили в рамках своей модели распространение шоков между секторами. Лильен (Lilien, 1982), используя теоретическую работу Лукаса и Прескотта (Lucas и Prescott, 1974) предложил альтернативный механизм, благодаря которому технологические шоки отдельных секторов, либо относительные шоки спроса, могут привести к колебаниям занятости. Основная идея заключается в том, что перераспределение рабочей силы между секторами требует времени, и занятость снижается быстрее в секторах, испытывающих отрицательный шок, чем растет в секторах, испытывающих благоприятный шок. Поэтому шоки, специфичные для отраслей, приводят к временному росту безработицы. Лильен предложил простую меру величины шоков, специфичных для секторов, и показал, что эти шоки объясняют значительную долю колебаний безработицы. Однако последующие исследования выявили некорректность этого способа измерения и показали, что заключения Лильена являются слишком сильными. Твердые выводы о влиянии секторальных шоков на колебания безработицы или на её средний уровень так и не были получены.<sup>34</sup>

Мы рассказали лишь о нескольких обобщениях модели реального делового цикла. На настоящий момент времени теория реального делового цикла представляет собой динамично развивающуюся область исследований<sup>35</sup>

## Критика модели

Базовая модель реальных деловых циклов критикуется в основном по четырем направлениям.<sup>36</sup> Первое направление критики касается технологических шоков. Модель предполагает существование технологических шоков со стандартным отклонением около 1 процента за квартал. Если бы шоки действительно были настолько велики, вероятно, было бы несложно идентифицировать сами технологические изменения, стоящие за ними. Однако определить специфические инновации, с которыми были бы связаны колебания остатка Солоу, обычно очень сложно.

---

<sup>34</sup> См. Abraham и Katz (1986), Murphy и Topel (1987a), Lougani, Rush и Tave (1990), Davis и Haltiwanger (1990, 1999), Brainard и Cutler (1993).

<sup>35</sup> В данные модели были также включены такие факторы, как лаги инвестиций, или *время строительства* (Kydland и Prescott, 1992); не сепарабельную во времени полезность (мгновенная полезность в периоде  $t$  зависит не только от  $c_t$  и  $\ell_t$ ) (Kydland и Prescott, 1982); работу на дому (Benhabib, Rogerson и Wright, 1991; Greenwood и Hercowitz, 1991); роль благ, поставляемых правительством, а также капитал в функции полезности (Christiano и Eichenbaum, 1992; Baxter и King, 1993, и др.); внедренный технический прогресс (Greenwood, Hercowitz, Huffman, 1988; Horstein и Krusell, 1996); уровень использования капитала и накопление труда (Greenwood, Hercowitz, Huffman, 1988; Burnside, Eichenbaum, Rebelo, 1993; Burnside и Eichenbaum, 1996).

<sup>36</sup> Большая часть критики впервые была озвучена Саммерсом и Мэнкью (Sammers, 1986а и Mankiw, 1989).

Более того, существуют эмпирические основания полагать, что краткосрочные колебания остатка Солово отражают отнюдь не только изменения технологии. Как отмечалось выше, Бернанке и Паркинсон обнаружили, что остаток Солово изменяется практически в той же пропорции, что и выпуск, как в период Великой Депрессии, так и в послевоенный период, несмотря на то, что Великая Депрессия вряд ли была вызвана технологическим регрессом. И это лишь один из многих примеров данного типа. Так, Мэнкью (Mankiw, 1989) показал, что динамика остатка Солово обладает схожими свойствами и в период бума во время II Мировой Войны (который, скорее всего, тоже не был вызван технологическим шоком), и в другие периоды. Холл (Hall, 1988а) показал, что динамика остатка Солово коррелирует с политическими процессами, зависит от военных закупок и изменений цен на нефть; тем не менее, не похоже, что хотя бы одна из этих переменных значительно воздействует на технологию в краткосрочном периоде.<sup>37</sup>

Эти факты показывают, что вариация остатка Солово, возможно, является плохой мерой технологических шоков. Существует несколько причин, по которым рост выпуска, вызванный нетехнологическими шоками, может привести к росту остатка Солово. Главными причинами являются возрастающая отдача от масштаба, изменения интенсивности использования труда и капитала, и перераспределение ресурсов в пользу более эффективных фирм. Данные показывают, что изменения интенсивности использования труда и капитала действительно играют важную роль, но не подтверждают влияние возрастающей отдачи от масштаба. Меньше исследований было посвящено эффекту перераспределения.<sup>38</sup>

Технологические шоки играют центральную роль в базовой модели реального делового цикла. А раз фактические шоки технологии значительно меньше, чем изменения остатка Солово, способность модели объяснить колебания оказывается значительно слабее, чем было представлено в предыдущих разделах на основе выбранной нами калибровки модели.

Второе направление критики касается не самих шоков, а одного из механизмов их распространения – межвременного замещения предложения труда. Колебания занятости в модели определяются различиями стимулов к труду от периода к периоду. Следовательно, для объяснения колебаний безработицы требуется очень высокая эластичность замещения труда между периодами. Однако микроэкономические исследования не выявляют значительной эластичности замещения труда. Типичным является результат Болла (Ball,

<sup>37</sup> С точки зрения Холла, изменения цен на нефть не должны воздействовать на производительность при условии, что влияние нефти на производство уже элиминировано.

<sup>38</sup> Последними исследованиями в данной области можно найти в следующих источниках: Basu (1995, 1996); Burnside, Eichenbaum, и Rebelo (1995), Caballero и Lyons (1992), Basu и Fernald (1995, 1997), Biss и Klenow (1998).

1990) (см. также Altonji, 1986; Card, 1991). Болл разделил рабочих в наборе панельных данных на тех, кто утверждает, что его решение о предложении труда ограничено количеством рабочих мест или рабочих часов, и тех, кто утверждает, что не ограничено. Затем он исследовал предсказания модели, в которой колебания занятости определяются межвременными оптимальными решениями рабочих каждой группы. Результаты согласуются с утверждениями рабочих: модель отвергается для той группы, в которой рабочие говорят, что они ограничены, и не отвергается для группы, в которой они говорят, что не ограничены. Более того, те рабочие, которые говорят, что они не ограничены, имеют сравнительно невысокую оценку эластичности предложения труда по заработной плате. Таким образом, Болл показал, что колебания общего предложения труда определяются факторами, отличными от межвременного замещения.

Третье направление критики касается отсутствия в базовой модели реального делового цикла монетарных шоков. Основная черта модели состоит в том, что колебания возникают как следствие реальных, а не монетарных шоков. Все же, как показано в разделе 5.5, существуют основания полагать, что монетарные шоки оказывают существенное воздействие на реальные показатели. Если это так, то это означает нечто большее, чем просто отсутствие в модели реального делового цикла одного из источников колебаний выпуска. Как показано в следующих двух главах, наиболее вероятной основной причиной, объясняющей влияние монетарных факторов на реальные показатели, является неполная подстройка номинальных цен и заработных плат. Однако, как мы увидим, неполная подстройка цен приводит к появлению нового механизма, благодаря которому другие источники колебаний (например, шоки государственных закупок) действуют на реальные показатели. Мы также увидим, что неполная подстройка номинальных показателей, вероятно, возникает, когда рынки труда, кредита и конечных благ не удовлетворяют основным гипотезам о совершенной конкуренции, использованным в теории реального делового цикла. Поэтому если действительно имеет место существенная ненейтральность денег, многие предположения базовой теории реального делового цикла должны быть либо отвергнуты, либо значительно модифицированы.

В заключение отметим, что, как показали Коглей и Нэйсон (Cogley, Nason (1995b)), а также Ротемберг и Вудфорд (Rotemberg и Woodford, 1996), динамика базовой модели реального делового цикла не похожа на общепринятые представления о деловом цикле. Аргумент Коглей и Нэйсона заключается в том, что в модели отсутствует существенный механизм распространения шоков: динамика выпуска следует вплотную за динамикой шоков. Иными словами, модель дает реалистичную динамику выпуска только лишь в той мере, в какой эта динамика предположена в исходных возмущениях. Аргумент Ротемберга и Вудфорда заключается в том, что в реальной экономике наблюдаются значительные

предсказуемые колебания выпуска, потребления и рабочего времени, которые отсутствуют в базовой модели реального делового цикла. Так, периоды, когда рабочее время оказывается необычно низким, а отношение потребления к доходу необычно высоким, как правило, сменяются периодами ускоренного роста выпуска. Ротемберг и Вудфорд показали, что предсказуемая доля колебаний выпуска в моделях реального делового цикла оказывается значительно меньше наблюдаемой в фактических данных и имеет другие характеристики.

### **Модели в стиле реального делового цикла**

Из-за приведенных выше и некоторых других доводов, утверждение о том, что макроэкономические колебания хорошо описываются моделью с технологическими шоками и другими реальными возмущениями, не имеет широкой поддержки среди экономистов.<sup>39</sup> Тем не менее, теория реального делового цикла стимулировала активную программу исследований. Для этой программы уже не характерна строго определенная точка зрения на шоки и механизмы распространения. Исследования в стиле реального делового цикла рассматривают широкий спектр невальрасовских гипотез, в том числе жесткие номинальные цены и заработные платы, а также монетарные шоки (см. Cho и Cooley, 1995; King, 1991; Cho, Cooley и Phaneuf, 1999); внешние эффекты капитала (см., например, Christiano and Harrison, 1999); эффективные заработные платы (Danthine и Donaldson, 1990); поиск работы (Merz, 1995; Andol-Smith, 1998) и нестрахуемые идеосинкритические риски (см., например, Krusell and Smith, 1998). Отличительной особенностью моделей в стиле реального делового цикла является определенный подход к моделированию. Таким образом, современное разделение исследований, посвященных колебаниям, основывается на стратегии моделирования, а не на представлениях о природе колебаний.

Модели, разработанные в рамках традиции теории реального делового цикла, имеют три отличительные черты. Во-первых, «по умолчанию» выбирается валльрасовская модель. Другими словами, анализ отталкивается от чистой модели реального делового цикла, описанной в данной главе, в которую вносятся некоторые корректизы. Так, если исследователь, работающий в стиле моделей реального делового цикла, интересуется тем, как гипотеза эффективной заработной платы влияет на динамику модели, он предположит что динамика потребления определяется из задачи домашнего хозяйства с бесконечным горизонтом планирования и отсутствием ограничений ликвидности. Исследователь, интересующийся тем же вопросом, но работающий в кейнсианских традициях, вместо

---

<sup>39</sup> Кинг и Ребело (King и Rebelo, 1999) назвали одну из своих последних работ «Реанимация теории реального делового цикла»; это отражает современные представления о состоянии теории.

этого предположит, что потребление равно текущему доходу (как в случае статической модели, либо при отсутствии капитала).

Использование валльрасовской основы дисциплинирует: исследователь не имеет возможности выдвинуть длинный список невалльрасовских гипотез, которые дадут ему желаемый результат. Кроме этого, становится понятно, какие невалльрасовские особенности играют основную роль в полученном результате. Однако это приводит к усложнению моделей, и вследствие этого затрудняет анализ результатов. Это также может привести к тому, что исследователь будет использовать не слишком хорошие гипотезы для анализа рассматриваемых вопросов.

Вторая отличительная черта моделей в стиле реального делового цикла состоит в том, что они анализируют общее равновесие. Пусть, например, изучается вопрос, который мы рассмотрим в главе 6: могут ли незначительные издержки подстройки цен быть причиной значительной номинальной жесткости? Макроэкономист-кейнсианец для ответа на этот вопрос может сосредоточиться на анализе того, как одна единственная фирма реагирует на единственный монетарный шок. Макроэкономист, работающий в стиле реального делового цикла, скорее построит динамическую модель, в которой предложение денег следует стохастическому процессу, и исследует свойства общего равновесия. Ввиду того, что современные модели в стиле реального делового цикла исследуют общее равновесие и полностью специфицируют динамику шоков, они часто называются *динамическими стохастическими моделями общего равновесия* (*Dynamic Stochastic General Equilibrium models*, либо *DSGE models*).

Использование модели общего равновесия помогает избежать случаев, когда рассматриваемый эффект приводит к неправдоподобным выводам в некоторых аспектах, выводам, которые в противном случае исследователь мог бы попросту не заметить. выбор Однако этот результат достигается ценой значительного усложнения анализа. Поэтому исследователю иногда стоит использовать более простой подход к моделированию, в котором внимание концентрируется на каком-то центральном эффекте, представляющем особый интерес. Например, как описано в разделе 4.2, исследователи, работающие в стиле моделей реального делового цикла, часто используют более простые и сильные предположения о жесткости цен, чем предположения о жесткости в кейнсианских моделях. Кроме того, усложнение анализа приводит к затруднениям в интерпретации полученных результатов.

Третьей особенностью моделирования в стиле реального делового цикла является оценка качества модели путем калибровки. Как описано в разделе 4.9, оценка качества модели часто производится на основании того, насколько хорошо совпадают дисперсии и ковариации, найденные по модельным и фактическим данным. Было бы ошибкой считать,

что главной альтернативой являются формальная оценка и тестирование. Скорее основным отличием стиля реального делового цикла от кейнсианского заключается в концентрации внимания на более общих или более конкретных проблемах. Исследователи, работающие в кейнсианских традициях, скорее будут оценивать свои модели на основании того, насколько использованные гипотезы соответствуют микроэкономическим фактам, а также того, насколько центральные результаты согласуются со «стилизованными фактами», которые они считают решающими.

Как и другие особенности моделей стиля реального делового цикла, калибровка дисциплинирует и может дать неожиданные результаты. Однако анализ в стиле реального делового цикла отошел от начальной идеи использования микроэкономических данных для задания всех существенных параметров и функциональных форм: благодаря разнообразию форм этих моделей, они обладают некоторой гибкостью в объяснении наблюдаемых данных. Поэтому мы не знаем, насколько информативен тот факт, что модель хорошо отражает их важные черты. Кроме того, поскольку модели практически никогда не тестируются против возможных альтернатив, мы не уверены в том, что не существуют совершенно другие модели, которые столь же хорошо соответствуют данным.

Более того, при имеющемся уровне накопленных экономических знаний, не ясно, следует ли рассматривать соответствие модели наблюдаемым данным как её хорошее свойство.<sup>40</sup> Даже самые сложные модели колебаний представляют собой очень сильное упрощение реальности. Было бы удивительно, если бы ни одно из значительных упрощений, принятых в модели, не оказалось бы существенного влияния на получаемые из неё выводы. А раз так, то трудно понять, в какой мере тот факт, что модель хорошо или плохо согласуется с агрегированными данными, свидетельствует о ее полезности в общей ситуации.

Эти два случая – модели в стиле реального делового цикла и кейнсианские модели, - скорее являются двумя крайними точками континуума, нежели исключительными подходами к анализу краткосрочных колебаний. Различные модели в разной степени используют базовые валютарские предположения, завершенную спецификацию общего равновесия и калибровку.

Возникает соблазн заявить, что ценны как кейнсианские модели, так и модели в стиле реального делового цикла, следовательно, макроэкономисты должны использовать и те, и другие. В этом утверждении имеется значительная доля правды. Однако существует проблема выбора: одновременное использование для анализа как моделей общего, так и

---

<sup>40</sup> Дальнейшая аргументация заимствована у Мэтью Шапиро.

частичного равновесия, калибровки и других способов оценки моделей, полностью специфицированных динамических моделей и простых статических моделей, означает, что меньше внимания будет уделено каждому из подходов. Следовательно, утверждение о том, что каждый подход ценен, обходит более трудный вопрос о том, в какой ситуации один подход оказывается лучше другого и в какой комбинации их следует использовать для анализа той или иной конкретной проблемы. К сожалению, мы не имеем систематических данных, чтобы ответить на эти вопросы. Поэтому у макроэкономистов нет серьезной альтернативы тому, чтобы, основываясь на знании современных методов анализа и эмпирических данных, пытаться оценить, какой из методов анализа окажется наиболее подходящим. И они должны быть готовыми к тому, что эту оценку придется пересмотреть.

### **Задачи.**

**4.1.** Повторите расчеты, представленные в таблицах 4.1, 4.2 и 4.3 для любой страны, кроме Соединенных Штатов.

**4.2.** Повторите расчеты, представленные в таблице 4.3 для перечисленных ниже показателей.<sup>41</sup>

- (а) Доля оплаты труда в национальном доходе.
- (б) Отношения рабочей силы ко всему населению.
- (в) Отношения дефицита государственного бюджета к ВВП.
- (г) Составной индекс деловой активности агентства Standard and Poor's.
- (д) Разница в доходности облигаций Baa и Aaa по оценке агентства Moody.
- (е) Разница в доходности десятигодовых и трехмесячных правительственные облигаций.
- (ж) Средневзвешенный курс доллара по отношению к основным валютам

**4.3.** Обозначим через  $A_0$  значение  $A$  в периоде 0, пусть при этом динамика  $\ln A$  задается уравнениями (4.8) – (4.9).

- (а) Выразите  $\ln A_1$ ,  $\ln A_2$  и  $\ln A_3$  через  $\ln A_0$ ,  $\varepsilon_{A1}$ ,  $\varepsilon_{A2}$ ,  $\varepsilon_{A3}$ ,  $\bar{A}$  и  $g$ .
- (б) Учитывая, что ожидание  $\varepsilon_A$  равно нулю, найдите ожидания  $\ln A_1$ ,  $\ln A_2$  и  $\ln A_3$  при заданных значениях  $\ln A_0$ ,  $\bar{A}$  и  $g$ .

**4.4.** Предположим, что полезность  $u_t$  в периоде  $t$  задается выражением  $u_t = \ln c_t + b(1 - \ell_t)^{1-\gamma} / (1 - \gamma)$ ,  $b > 0$ ,  $\gamma > 0$ , а не (4.7).

---

<sup>41</sup> Годовые данные по всем указанным индикаторам могут быть найдены в Экономическом докладе Президента. Квартальные данные представлены в Citibase data bank.

- (а) Рассмотрите однопериодную задачу, аналогичную (4.12) – (4.15). Зависит ли предложение труда от реальной заработной платы? Если да, то как?
- (б) Рассмотрите двухпериодную задачу, аналогичную (4.16) – (4.21). Как отношение объемов спроса на свободное время в двух периодах зависит от отношений заработных плат? От ставки процента? Объясните на интуитивном уровне, почему  $\gamma$  влияет на чувствительность предложения труда к заработным платам и к ставке процента.

**4.5.** Рассмотрите задачу, описанную уравнениями (4.16)-(4.21).

- (а) Покажите, что одновременное увеличение  $w_1$  и  $w_2$ , не влияющее на отношение  $w_1/w_2$ , не влияет ни на  $\ell_1$ , ни на  $\ell_2$ .
- (б) Предположим, что домашние хозяйства обладают начальным богатством  $Z > 0$ .
- (i) Будет ли выполняться соотношение (4.23)? Объясните, почему.
  - (ii) Будет ли выполняться результат (а)? Объясните, почему.

**4.6.** Предположим, что каждый индивид живет два периода, и его полезность имеет вид  $\ln C_1 + \ln C_2$

- (а) Предположим, что индивид получает трудовой доход  $Y_1$  в первом периоде своей жизни, и 0 во втором. Следовательно, потребление во втором периоде равно  $(1+r)(Y_1 - C_1)$ , где  $r$  – ставка процента, которая может быть случайной величиной.
- (i) Выпишите условия первого порядка для  $C_1$ .
  - (ii) Предположим, что величина  $r$  вначале была детерминированной, а затем стала случайной; при этом  $E[r]$  осталась прежней. Как  $C_1$  отреагирует на это изменение?
- (б) Предположим, что индивид не получает никаких доходов в первом периоде, и имеет трудовой доход  $Y_2$  во втором периоде. Следовательно, потребление во втором периоде равно  $Y_2 - (1+r)C_1$ . Значение  $Y_2$  известно, а  $r$  - может быть случайной величиной.
- (i) Выпишите условия первого порядка для  $C_1$ .
  - (ii) Предположим, что  $r$  вначале была детерминированной, а затем стала случайной; при этом  $E[r]$  осталась прежней. Как  $C_1$  отреагирует на это изменение?

**4.7.** (а) Используя аргументацию, аналогичную той, что мы использовали для вывода уравнения (4.23), покажите, что из задачи оптимизации домашнего хозяйства следует соотношение:  $b/(1-\ell_t) = e^{-\rho} E_t [w_t(1+r_{t+1})b/[w_{t+1}(1-\ell_{t+1})]]$ .

(б) Покажите, что это соотношение вытекает из уравнений (4.23) и (4.26) (обратите внимание, что выражение [4.26] выполняется в каждом периоде).

**4.8. Упрощенная модель реального делового цикла с аддитивными технологическими шоками** (см. Blanchard, Fisher; 1989, pp. 329-331). Рассмотрим экономику, с постоянным населением и бесконечно живущими экономическими агентами.

Репрезентативный агент максимизирует ожидаемое значение функции  $\sum_{t=0}^{\infty} u(C_t)/(1+\rho)^t$ ,  $\rho > 0$ . Мгновенная функция полезности  $u(C_t)$  имеет вид  $u(C_t) = C_t - \theta C_t^2$ ,  $\theta > 0$ . Предположим, что  $C$  всегда находится внутри интервала, на котором  $u'(C)$  положительна. Производственная функция является линейной по капиталу и подвержена случайным шокам:  $Y_t = AK_t + e_t$ . Амортизация отсутствует; поэтому  $K_{t+1} = K_t + Y_t - C_t$ , а ставка процента равна  $A$ . Предположим, что  $A = \rho$ . Случайная ошибка  $e_t$  следует авторегрессионному процессу первого порядка:  $e_t = \phi e_{t-1} + \varepsilon_t$ , где  $-1 < \phi < 1$ , а ошибки  $\varepsilon_t$  имеют нулевое математическое ожидание, независимы и одинаково распределены.

(а) Запишите условие первого порядка, связывающее  $C_t$  и ожидаемое значение  $C_{t+1}$  (уравнение Эйлера).

(б) Используйте пробное решение вида  $C_t = \alpha + \beta K_t + \gamma e_t$ . С учетом этого пробного решения определите, как зависит  $K_{t+1}$  от  $K_t$  и  $e_t$ ?

(в) Какие ограничения следует наложить на параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , чтобы условие первого порядка, полученное в (а), выполнялось бы для любых значений  $K_t$  и  $e_t$ ?

(г) Предположим, что в одном периоде происходит шок  $\varepsilon$ . Как это скажется на динамике  $Y$ ,  $K$  и  $C$ ?

**4.9. Упрощенная модель реального делового цикла с шоками предпочтений** (см. Blanchard, Fisher; 1989, pp. 361). Рассмотрим экономику, описанную в задаче 4.8. Предположим, что технологические шоки отсутствуют ( $e=0$ ), а мгновенная функция полезности имеет вид  $u(C_t) = C_t - \theta(C_t + v_t)^2$ , где ошибки  $v_t$  имеют нулевое математическое ожидание, независимы и одинаково распределены.

(а) Запишите условие первого порядка, связывающее  $C_t$  и ожидаемое значение  $C_{t+1}$  (уравнение Эйлера).

- (б) Используйте пробное решение вида  $C_t = \alpha + \beta K_t + \gamma v_t$ . С учетом этого пробного решения определите, как зависит  $K_{t+1}$  от  $K_t$  и  $v_t$ ?
- (в) Какие ограничения следует наложить на параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , чтобы условие первого порядка, полученное в (а), выполнялось бы для любых значений  $K_t$  и  $v_t$ ?
- (г) Предположим, что в одном периоде происходит шок  $v$ . Как это скажется на динамике  $Y$ ,  $K$  и  $C$ ?

**4.10. Траектория сбалансированного роста в модели раздела 4.3.** Рассмотрим модель, представленную в разделе 4.3. Предположим отсутствие каких-либо шоков. Используем  $y^*$ ,  $k^*$ ,  $c^*$  и  $G^*$  для обозначения  $Y/(AL)$ ,  $K/(AL)$ ,  $C/(AL)$  и  $G/(AL)$  на траектории сбалансированного роста. Пусть  $w^*$  значение  $w/A$ ,  $\ell^*$  - значение  $\ell/N$ , а  $r^*$  - значение  $r$  на траектории сбалансированного роста.

- (а) Используйте уравнения (4.1) – (4.2), (4.23) и (4.26), а также тот факт, что  $y^*$ ,  $k^*$ ,  $c^*$ ,  $w^*$ ,  $\ell^*$  и  $r^*$  постоянны на траектории сбалансированного роста, чтобы получить шесть уравнений для этих шести переменных. (Подсказка: поскольку  $c$  в уравнении (4.23) обозначает потребление на душу населения,  $C/N$ , а  $c^*$  - это потребление на единицу эффективного труда на траектории сбалансированного роста, то  $C/(AL)$ , то на траектории сбалансированного роста  $c = c^* \ell^* A$ .)
- (б) Воспользуйтесь значениями параметров, представленными в разделе 4.7. Определите значения долей потребления и инвестиций в выпуске на траектории сбалансированного роста. Определите отношение капитала к годовому выпуску на траектории сбалансированного роста.

**4.11. Решение модели реального делового цикла путем поиска социального оптимума.<sup>42</sup>** Рассмотрим модель, представленную в главе 4.3. Для простоты предположим, что  $n = g = \bar{A} = \bar{N} = 0$ . Пусть  $V(K_t, A_t)$  - функция ценности, которая определяется как максимальное ожидаемое значение межвременной функции полезности, которого можно достичь из имеющегося запаса капитала с учетом достигнутого уровня технологии.

- (а) Объясните на интуитивном уровне, почему  $V(\bullet)$  должна удовлетворять следующему условию:

$$V(K_t, A_t) = \max_{C_t, \ell_t} \left\{ \ln C_t + b \ln(1 - \ell_t) \right\} + e^{-\rho} E_t [V(K_{t+1}, A_{t+1})].$$

Это условие известно как *уравнение Беллмана*.

---

<sup>42</sup> В данной задаче используются методы динамического программирования и метод неопределенных коэффициентов. Эти методы разобраны, соответственно, в разделах 9.4 и 4.6.

С учетом лог-линейной структуры модели, пробное решение для  $V(\bullet)$  может быть записано в виде  $V(K_t, A_t) = \beta_0 + \beta_K \ln K_t + \beta_A \ln A_t$ ; при этом значения коэффициентов  $\beta$  следует определить из условий первого порядка и ограничений рассматриваемой задачи. Подставив пробное решение, а также условия  $K_{t+1} = Y_t - C_t$  и  $E_t[\ln A_{t+1}] = \rho_A \ln A_t$ , в уравнение Беллмана, получаем:

$$V(K_t, A_t) = \max_{C_t, \ell_t} \left\{ [\ln C_t + b \ln(1 - \ell_t)] + e^{-\rho} [\beta_0 + \beta_K \ln(Y_t - C_t) + \beta_A \rho_A \ln A_t] \right\}.$$

(б) Выпишите условие первого порядка для  $C_t$ . Покажите, что  $C_t/Y_t$  не зависит ни от  $K_t$ , ни от  $A_t$ .

(в) Выпишите условие первого порядка для  $\ell_t$ . Используя это условие и результат задания (б), покажите, что  $\ell_t$  не зависит ни от  $K_t$ , ни от  $A_t$ .

(г) Подставьте производственную функцию и уравнения, полученные в пунктах (б) и (в) для оптимальных  $C_t$  и  $\ell_t$  в уравнение для  $V(\bullet)$ , и покажите, что полученное уравнение может быть записано в виде  $V(K_t, A_t) = \beta_0' + \beta_K' \ln K_t + \beta_A' \ln A_t$ .

(д) Определите значения  $\beta_K$   $\beta_A$ , такие, что  $\beta_K' = \beta_K$  и  $\beta_A' = \beta_A$ .<sup>43</sup>

(е) Какие в результате получаются значения  $C/Y$  и  $\ell$ ? Совпадает ли полученный результат с результатом раздела (4.5) при  $n = g = 0$ ?

**4.12.** Предположим, что технологические шоки следуют процессу, отличному от предположенного нами в уравнениях (4.8) – (4.9). Будут ли  $\hat{s}_t = \hat{s}$  и  $\ell_t = \hat{\ell}$  для любого  $t$  по-прежнему являться решениями модели из раздела 4.5? Поясните ответ.

**4.13.** Рассмотрим модель, представленную в разделе 4.5. Предположим, однако, что мгновенная функция полезности вместо (4.7) имеет вид  $u_t = \ln c_t + b(1 - \ell_t)^{1-\gamma}/(1-\gamma)$ , при этом  $b > 0$ ,  $\gamma > 0$  (см. задачу 4.4).

(а) Найдите условия первого порядка (по аналогии с уравнением [4.26]), которое связывает текущее потребление и текущий досуг при заданной заработной плате.

(б) Останется ли норма сбережений ( $s$ ) постоянной при изменившихся предположениях модели?

(с) Будет ли постоянным досуг в расчете на одного человека  $(1 - \ell)$ ?

**4.14.** (а) Предположим, что  $\tilde{A}_t$  всегда равно 0, а динамика  $\ln Y_t$  описывается (4.39).

Определите траекторию  $\ln Y_t$ . (Подсказка: заметим, что (4.39) можно переписать в виде

<sup>43</sup> В связи с громоздкостью вычислений  $\beta_0$  мы не предлагаем найти  $\beta_0$  в данной задаче.

$$\ln Y_t - (n+g)t = Q + \alpha [\ln Y_{t-1} - (n+g)(t-1)] + (1-\alpha)\tilde{A}_t, \text{ где}$$

$$Q \equiv \alpha \ln \hat{s} + (1-\alpha)(\bar{A} + \ln \hat{\ell} + \bar{N}) - \alpha(n+g)$$

(б) Определив  $\tilde{Y}_t$ , как разницу между  $\ln Y_t$  и траекторией, найденной в (а), выведите уравнение (4.40).

**4.15. Вывод лог-линеаризованного уравнения динамики капитала.** Рассмотрим уравнение динамики капитала  $K_{t+1} = K_t + K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha} - C_t - G_t - \delta K_t$ .

(а) (i) Покажите, что  $\partial \ln K_{t+1} / \partial \ln K_t$  (при заданных  $A_t$ ,  $L_t$ ,  $C_t$  и  $G_t$ ) равно  $(1+r_{t+1})(K_t/K_{t+1})$ .

(ii) Покажите, что из этого следует, что  $\partial \ln K_{t+1} / \partial \ln K_t$  на траектории сбалансированного роста равно  $(1+r^*)/e^{n+g}$ .<sup>44</sup>

(б) Покажите, что

$$\tilde{K}_{t+1} \equiv \lambda_1 \tilde{K}_t + \lambda_2 (\tilde{A}_t + \tilde{L}_t) + \lambda_3 \tilde{G}_t + (1 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3) \tilde{C}_t,$$

$$\text{где } \lambda_1 \equiv (1+r^*)/e^{n+g}, \quad \lambda_2 \equiv (1-\alpha)(r^*+\delta)/(\alpha e^{n+g}), \quad \text{а } \lambda_3 = -(r^*+\delta)(G/Y)^*/(\alpha e^{n+g}).$$

Здесь  $(G/Y)^*$  обозначает отношение  $G$  к  $Y$  на траектории сбалансированного роста без шоков. (Подсказка: Так как производственная функция имеет вид Кобба-Дугласа, то  $Y^* = (r^*+\delta)K^*/\alpha$ . На траектории сбалансированного роста  $K_{t+1} = e^{n+g} K_t$ , откуда  $C^* = Y^* - G^* - \delta K^* - (e^{n+g} - 1)K^*$ ).

(в) Используйте результат, полученный в (б), и уравнения (4.43) – (4.44), для вывода (4.52), где  $b_{KK} = \lambda_1 + \lambda_2 a_{LK} + (1 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3) a_{CK}$ ,  $b_{KA} = \lambda_2 (1 + a_{LA}) + (1 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3) a_{CA}$ ,  $b_{KG} = \lambda_2 a_{LG} + \lambda_3 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3) a_{CG}$ .

**4.16. Эксперимент Монте-Карло и причина смещенности МНК оценки возвращения к тренду.** Предположим, что рост выпуска описывается уравнением  $\Delta \ln y_t = \varepsilon_t$ , где ошибки  $\varepsilon_t$  имеют нулевое математическое ожидание, независимы и одинаково распределены. Примем начальное значение  $\ln y$ , обозначенное как  $\ln y_0$ , равным нулю. Мы хотим понять, что произойдет, если попытаться оценить уравнение  $\Delta \ln y_t = \alpha' + b \ln y_{t-1} + \varepsilon_t$  методом наименьших квадратов.

---

<sup>44</sup> Значение  $r^*$  может быть выражено через норму дисконта полезности  $\rho$ . Кэмпбелл (см. Campbell, 1994) отмечает, однако, что проще анализировать выводы из модели в терминах  $r^*$ , чем в терминах  $\rho$ .

- (а) Предположим, что размер выборки равен 3, причем каждый раз  $\varepsilon$  с вероятностью  $\frac{1}{2}$  принимает значение  $-1$ , и с вероятностью  $\frac{1}{2}$  - значение  $+1$ . Для каждой из восьми возможных реализаций  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$  ( $(1,1,1)$ ,  $(1,1,-1)$ , и т.д.) найдите оценку  $b$  методом МНК. Каково среднее значение оценки? Объясните, почему эти оценки систематически отклоняются от истинного значения  $b=0$ .
- (б) Предположим, что размер выборки составляет 200, а ошибка  $\varepsilon$  имеет нормальное распределение со средним 0 и дисперсией 1. Воспользуйтесь генератором случайных чисел в персональном компьютере и получите 200 значений  $\varepsilon$ ; затем получите  $\ln y_t$ , используя соотношения  $\Delta \ln y_t = \varepsilon_t$  и  $\ln y_0 = 0$ . После этого оцените (4.56 методом наименьших квадратов и запишите полученное значение  $b$ . Повторите эксперимент 500 раз. Каково среднее значение  $b$ ? Какова доля отрицательных оценок параметра  $b$ ?

## Глава 5

# Традиционные кейнсианские теории колебаний

(Вставить рисунки!)

В данной главе и следующей за ней рассматриваются модели колебаний, предполагающие наличие определенных препятствий на пути мгновенной подстройки номинальных цен и заработной платы. Как мы увидим, медленная номинальная подстройка приводит к изменениям в объеме агрегированного спроса для данного уровня цен, что влияет на объем производства фирм. В результате, чисто монетарные шоки, которые обычно действуют только на спрос, влияют на занятость и выпуск. Кроме того, многие реальные шоки, такие как изменения величины государственных закупок, инвестиционного спроса и технологий, также действуют на объем агрегированного спроса при данном уровне цен. Таким образом, замедленная подстройка цен определяет механизмы, посредством которых указанные шоки действуют на занятость и выпуск. Эти механизмы качественно отличаются от механизмов межвременного замещения и накопления капитала, на которые опираются базовые модели реального делового цикла.

В данной главе жесткость (негибкость) номинальных переменных предполагается. Анализ здесь преследует две основные цели. Во-первых, мы исследуем детерминанты объема агрегированного спроса для данного уровня цен, а также последствия изменения уровня цен. Во-вторых, мы рассмотрим альтернативные предположения относительно форм номинальной жесткости. Мы исследуем, как эти предположения влияют на желание фирм изменять выпуск в ответ на изменения в агрегированном спросе и на поведение реальной заработной платы, наценок и инфляции. Затем, в главе 6 мы вернемся к вопросу о том, почему номинальные цены и заработка могут не подстроиться мгновенно в ответ на шоки.

Рассматриваемые в данной главе модели базируются на традиционных кейнсианских моделях. По своей сути и с точки зрения стратегии моделирования они радикально отличаются от чистой теории реального делового цикла, изложенной в четвертой главе. Взаимосвязи между агрегированными показателями, рассматриваемыми в данных моделях, часто просто постулируются. Кроме того, эти взаимосвязи являются статическими, и вопросы динамики некоторых переменных (например, запаса капитала) часто не затрагиваются вовсе. Вместо того чтобы специфицировать динамику экзогенных переменных как некоторые стохастические процессы, анализ сфокусирован на последствиях изменений, происходящих единожды. И, наконец, модели являются настолько стилизованными, что не имеет особого смысла спрашивать о том, насколько адекватно они описывают экономику в целом.

Глава разбита на шесть разделов. Разделы 5.1 и 5.2 посвящены описанию агрегированного спроса в рамках стандартного кейнсианского подхода. В этих разделах неполная гибкость номинальных цен и заработной платы принимается

как предположение. Предполагается, что фирмы подстраивают свой выпуск под изменения в спросе. В разделе 5.1 анализ проводится для закрытой экономики, а в разделе 5.2 – для открытой экономики.

В разделах 5.3 и 5.4 рассматривается агрегированное предложение. В разделе 5.3 анализируется влияние изменений в агрегированном спросе на уровня выпуска, безработицы, реальной заработной платы и наценок. Показывается, какую роль при этом играют жесткость цен и заработной платы, а также различные невальярсовские черты рынков труда и товаров. В разделе 5.4 обсуждается проблема выбора между выпуском и инфляцией в краткосрочной и долгосрочной перспективе.

И, наконец, в разделах 5.5 и 5.6 рассматриваются некоторые эмпирические исследования реальных эффектов, возникающих в результате изменений денежной массы, и изучается циклическое поведение реальной заработной платы.

## 5.1 Обзор базовой кейнсианской модели агрегированного спроса

Базовая кейнсианская модель экономики традиционно представляется парой кривых в пространстве выпуск - уровень цен или выпуск – инфляция. Это кривая агрегированного спроса ( $AD$ ), имеющая отрицательный наклон, и кривая агрегированного предложения ( $AS$ ), имеющая положительный наклон. Кривые представлены на Рис. 5.1.

**Рис. 5.1. Диаграмма  $AS-AD$**

**Рис. 5.2. Диаграмма  $IS-LM$**

Тот факт, что кривая агрегированного предложения имеет положительной наклон, а не является вертикальной линией - одна из основных черт модели. Если бы кривая  $AS$  была вертикальной линией, то изменения в агрегированном спросе влияли бы лишь на цены. Но ее положительный наклон обеспечивает воздействие изменений агрегированного спроса как на уровень цен, так и на выпуск.

Кривая  $AD$  описывает спрос в экономике. Она может быть построена на основе двух хорошо известных кривых в координатах выпуск – ставка процента, кривых  $IS$  и  $LM$ , которые представлены на Рис. 5.2. Кривые строятся для данного уровня цен, варьируя который, можно, как мы скоро увидим, вывести кривую  $AD$  из кривых  $IS$  и  $LM$ . В литературе можно встретить многочисленные вариации и расширения модели  $IS-LM$ , но здесь мы рассмотрим стандартную версию.

### Кривая $IS$

Кривая  $IS$  отражает все возможные комбинации значений выпуска и ставки процента, для которых планируемые агрегированные расходы на производство

выпуска равны фактическим расходам.<sup>1</sup> Планируемые реальные расходы положительно зависят от реального дохода и отрицательно зависят от реальной ставки процента. Кроме того, они положительно зависят от объема государственных закупок товаров и услуг и отрицательно от налогов:

$$E = E(Y, i - \pi^e, G, T), \quad 0 < E_Y < 1, \quad E_{i-\pi^e} < 0, \quad E_G > 0, \quad E_T < 0. \quad (5.1)$$

Здесь  $E$  - это планируемые расходы,  $Y$  - реальный выпуск,  $i$  - номинальная ставка процента,  $\pi^e$  - ожидаемый уровень инфляции,  $G$  - реальные государственные закупки и  $T$  - реальные налоги.  $E_Y$ ,  $E_{i-\pi^e}$ , и т.д. обозначают соответствующие частные производные функции  $E(\bullet)$ . Величины  $G$ ,  $T$  и  $\pi^e$  рассматриваются как экзогенные.<sup>2</sup> Отрицательная зависимость планируемых расходов от реальной ставки процента объясняется природой инвестиционных решений фирм и расходов домохозяйств на потребление (в первую очередь товаров длительного пользования). Предполагается, что агрегированные планируемые расходы возрастают медленнее, чем агрегированный доход, т.е.  $0 < E_Y < 1$ .

Стандартный упрощенный подход состоит в выделении основных компонент агрегированных планируемых расходов,  $E$ , и задании их свойств:

$$E = C(Y - T) + I(i - \pi^e) + G, \quad (5.2)$$

где  $C(\bullet)$  - потребление и  $I(\bullet)$  - инвестиции. Ограничения, которые предполагает данная спецификация, могут быть далеки от реальности. Так, например, есть все основания полагать, что изменения в реальной ставке процента отражаются на потреблении, а инвестиции зависят, в том числе, и от дохода. Еще одно соображение: предположение о том, что изменения в доходе и налогах имеют одинаковое по силе воздействие на потребление, вряд ли соответствует действительности. В этой связи, поскольку более общая спецификация (5.1) не вызывает особых затруднений, ниже будет использована именно она.

С учетом инвестиций фирм в товарно-материальные запасы, фактические агрегированные расходы в экономике должны соответствовать агрегированному выпуску. Таким образом, в равновесии планируемые и фактические расходы должны быть равны. Если, например, планируемые расходы оказываются ниже фактических расходов, то фирмы против своего желания вынуждены накапливать товарно-материальные запасы. В ответ на это они, естественно, сократят объемы производства. Значит, в равновесии должно соблюдаться:

$$E = Y. \quad (5.3)$$

---

<sup>1</sup> Часто встречается определение, согласно которому кривая *IS* отражает равновесие на товарном рынке. Это определение является не очень аккуратным, поскольку агрегированное предложение в данном случае не рассматривается вовсе.

<sup>2</sup> Строго говоря, поскольку траектория уровня цен определяется внутри модели, инфляционные ожидания также должны определяться внутри модели, а не рассматриваться как экзогенная величина. Однако предположение о том, что  $\pi^e$  определяется вне модели, значительно облегчает рассуждения, не влияя существенно на основные выводы.

Подставляя (5.3) в (5.1), получаем:

$$Y = E(Y, i - \pi^e, G, T) \quad (5.4)$$

На Рис. 5.3. представлен т.н. *кейнсианский крест*, который отражает условия (5.1) и (5.3) в координатах  $(Y, E)$  для заданной ставки процента. Уравнение (5.3) представлено просто как луч с наклоном 45 градусов. Т.к. планируемые расходы растут медленнее  $Y$ , множество точек, удовлетворяющих условию (5.1) представлено линией с наклоном меньше 45 градусов. В точке  $A$ , где линия планируемых расходов пересекает луч с наклоном в 45 градусов, достигается тот единственный уровень выпуска, для которого планируемые и фактические расходы совпадают для заданной ставки процента.<sup>3</sup>

### Рис. 5.3. Кейнсианский крест

С ростом ставки процента линия планируемых расходов сдвигается вниз (т.к.  $E(\bullet)$  убывает по аргументу  $i - \pi^e$ ). При этом снижается уровень выпуска, для которого фактические расходы совпадают с планируемыми расходами. Как представлено на диаграмме, увеличение ставки процента с  $i$  до  $i'$  приводит к смещению пересечения двух линий из точки  $A$  в точку  $A'$ . Это означает, что кривая  $IS$  имеет отрицательный наклон.

Дифференцируя правую и левую часть (5.4) по переменной  $i$ , получаем:

$$\frac{dY}{di} \Big|_{IS} = E_Y \left( \frac{dY}{di} \Big|_{IS} \right) + E_{i-\pi^e}, \quad (5.5)$$

или

$$\frac{dY}{di} \Big|_{IS} = \frac{E_{i-\pi^e}}{1 - E_Y}, \quad (5.6)$$

где  $\frac{dY}{di} \Big|_{IS}$  соответствует значениям  $dY/di$  вдоль кривой  $IS$ . Мы рассматриваем именно  $dY/di$ , а не  $di/dY$ . Значит, кривая  $IS$  будет тем более пологой\*, чем больше либо величина  $E_{i-\pi^e}$ , либо величина  $E_Y$ . Действительно, чем сильнее изменение в ставке процента воздействует на планируемые расходы, тем ниже будет опускаться линия планируемых расходов, а следовательно, сильнее будет и снижение выпуска. Аналогично, чем круче наклон линии планируемых расходов, тем большим должно быть падение выпуска, необходимое для того, чтобы для определенного сдвига вниз линии планируемых расходов сохранить их баланс с фактическими расходами. Это есть не что иное, как хорошо известный *эффект мультипликатора*: т.к.  $E$  зависит от  $Y$ , то при увеличении

<sup>3</sup> Иногда кейнсианский крест интерпретируют как теорию определения дохода. Но это верно только в случае, когда ставка процента считается фиксированной, что часто не соответствует целям анализа.

\* Предполагается, что значения  $Y$  отложены по горизонтальной оси (прим. науч. ред.).

ставки процента снижение  $Y$ , необходимое для поддержания равенства  $E$  и  $Y$ , должно быть большим, чем снижение  $E$  при фиксированном  $Y$ .

## Кривая $LM$

Кривая  $LM$  представляет все возможные комбинации величины выпуска и ставки процента, которые соответствуют равновесию на денежном рынке для данного уровня цен. При этом проще будет понимать под деньгами сумму наличности и резервов, т.е. денежную базу, эмитируемую государством. Поскольку денежная база не приносит процентного дохода, то номинальная ставка процента характеризует альтернативные издержки, связанные с хранением денег в виде наличных. Следовательно, спрос на реальные денежные остатки является убывающей функцией номинальной ставки процента. Кроме того, т.к. объем транзакций тем выше, чем выше выпуск, спрос на реальные денежные остатки возрастает с ростом выпуска. Номинальное предложение денег определяется государством. С учетом всего этого можно записать условие равенства спроса и предложения реальных денежных остатков для данного уровня цен:

$$\frac{M}{P} = L(i, Y), \quad L_i < 0, \quad L_Y > 0, \quad (5.7)$$

где  $M$  - объем денег и  $P$  - уровень цен.

Т.к.  $L(\bullet)$  убывает по  $i$  и возрастает по  $Y$ , множество комбинаций  $i$  и  $Y$ , удовлетворяющих (5.7), соответствует возрастающей кривой. Действительно, дифференцируя обе части (5.7) по переменной  $Y$  и преобразуя полученное выражение, получаем:

$$\left. \frac{di}{dY} \right|_{LM} = -\frac{L_Y}{L_i}. \quad (5.8)$$

Нетрудно видеть, что увеличение эластичности спроса на деньги по доходу и снижение эластичности по ставке процента (по абсолютной величине) делает наклон кривой  $LM$  более крутым.<sup>4</sup>

Модель  $IS-LM$  неявно предполагает, что все активы за исключением денег являются совершенными заменителями. В этой ситуации закон Вальраса позволяет исключить из рассмотрения все рынки, кроме рынка денег. Действительно, общий объем богатства в экономике определяется суммарной стоимостью всех активов, а общий объем активов индивида определяет его

---

<sup>4</sup> В этом изложении мы принимаем стандартное предположение об экзогенном характере  $M$ . Taylor (1998) и D. Romer (2000) предлагают заменить его на предположение, что центральный банк регулирует  $M$ , делая реальную ставку процента возрастающей функцией инфляции и, возможно, выпуска. Они отмечают, что предлагаемая альтернатива в большей степени соответствует фактическим действиям центрального банка. Кроме того, альтернативное предположение облегчает анализ модели. Пока еще рано говорить о том, приживется ли данный подход в литературе. И поскольку два этих подхода в равной степени отвечают целям представленного здесь анализа, мы будем придерживаться традиционного предположения об экзогенном предложении денег.

общее богатство. Таким образом, если на всех рынках активов, кроме одного, достигается равновесие, то и на оставшемся рынке также должно наблюдаться равновесие. В модели *IS-LM* существует только два типа активов (деньги и все остальное), так что требуется лишь одно условие равновесия. Известен целый ряд важных обобщений модели *IS-LM*, в рамках которых анализируются последствия ослабления предположения о совершенной взаимозаменяемости всех немонетарных активов.<sup>5</sup>

## Кривая *AD*

Пересечение кривых *IS* и *LM* определяет значения переменных  $i$  и  $Y$ , которые обеспечивают равновесие денежного рынка и равенство планируемых расходов фактическим расходам для данных значений  $M$ ,  $P$ ,  $\pi^e$ ,  $G$  и  $T$ . Из модели *IS-LM* следует отрицательная взаимосвязь между  $P$  и  $Y$ . Чтобы показать это, рассмотрим последствия увеличения  $P$ . Поскольку функция планируемых расходов не содержит  $P$ , кривая *IS* не изменит своего положения. Однако рост уровня цен снижает предложение реальных денежных остатков. Следовательно, для любого уровня выпуска равновесие на денежном рынке будет достигаться при более высокой ставке процента, что соответствует сдвигу кривой *LM* вверх. В результате  $i$  возрастает, а  $Y$  снижается, что отображено на Рис. 5.4. Таким образом, уровень выпуска, определяемый пересечением кривых *IS* и *LM*, снижается с ростом уровня цен. Эта зависимость между  $Y$  и  $P$  задает кривую агрегированного спроса.

### Рис. 5.4. Последствия роста уровня цен

Определить наклон кривой *AD* можно, продифференцировав уравнения (5.4) и (5.7) по переменной  $P$ . Это дает два уравнения относительно двух неизвестных:

$$\frac{dY}{dP} \Big|_{AD} = E_Y \frac{dY}{dP} \Big|_{AD} + E_{i-\pi^e} \frac{di}{dP} \Big|_{AD}, \quad (5.9)$$

$$-\frac{M}{P^2} = L_i \frac{di}{dP} \Big|_{AD} + L_Y \frac{dY}{dP} \Big|_{AD}. \quad (5.10)$$

Объединяя два условия, получаем:

$$\frac{dY}{dP} \Big|_{AD} = \frac{-M/P^2}{[(1-E_Y)L_i/E_{i-\pi^e}] + L_Y}. \quad (5.11)$$

---

<sup>5</sup> Классические ссылки в данной области – Tobin and Brainard (1963) и Tobin (1969). В последние годы одно из интересных направлений исследований строится на основе предположения, что активы, которыми обладают банки, в частности, выданные ими займы, не являются совершенными заменителями для других видов активов, приносящих процентный доход. См., например, Bernanke and Blinder (1988) и Kashyap and Stein (1994).

Выражение в правой части меньше нуля. Оно показывает детерминанты наклона кривой агрегированного спроса.

### **Пример: последствия роста государственных закупок**

Модель *IS-LM* - это простая модель агрегированного спроса, позволяющая исследовать многие вопросы. Например, рассмотрим рост государственных закупок. Увеличение  $G$  приводит к увеличению планируемых расходов для данного уровня выпуска и ставки процента. Линия планируемых расходов на Рис. 5.3 сдвигается вверх, так что уровень выпуска, обеспечивающий равенство планируемых и фактических расходов, становится выше для данной ставки процента. Значит, кривая *IS* сдвигается вправо (см. Рис. 5.5(а)). В свою очередь, сдвиг вправо кривой *IS* увеличивает  $Y$  (а также  $i$ ) для данного уровня цен. Кривая *AD* сдвигается вправо (Рис. 5.5 (б)).<sup>6</sup>

Для объема выпуска и уровня цен, последствия рассматриваемого изменения в агрегированном спросе зависят от вида кривой агрегированного предложения. Если агрегированное предложение представлено вертикальной линией, то изменится только уровень цен. Если это горизонтальная линия, то изменится лишь выпуск. И если кривая имеет положительный наклон, то вырастет и выпуск, и уровень цен.

Таким образом, из-за неполной подстройки номинальных цен возникает новый канал влияния шоков на выпуск.. Существует ряд причин, которые нам еще предстоит изучить, почему в краткосрочной перспективе номинальные цены не подстраиваются в полной степени. В результате, любые изменения спроса на блага при данном уровне цен влияют на выпуск. Заметим, что эффект межвременного замещения и эффект богатства, определяющие колебания занятости в теории реального делового цикла, описывают воздействие государственных закупок не на спрос, а на агрегированное предложение. Т.е., эти эффекты определяют, как изменение в государственных закупках влияет на решение фирм производить определенный объем выпуска при данном уровне цен, а не на объем планируемых расходов фирм и домохозяйств при данном уровне цен.

#### **Рис. 5.5. Последствия увеличения государственных закупок**

## **5.2 Открытая экономика**

В большинстве реальных приложений теории, обменный курс и международная торговля играют важную роль для объяснения краткосрочных флюктуаций. В данном разделе рассматривается версия модели *IS-LM* для открытой экономики.<sup>7</sup>

---

<sup>6</sup> Диаграмма *IS-LM* строится для фиксированного  $P$ . Таким образом, величина, на которую увеличивается выпуск на диаграмме *IS-LM*, совпадает с величиной, на которую сдвигается вправо кривая агрегированного спроса для фиксированного уровня цен.

<sup>7</sup> Современное изложение макроэкономической теории открытой экономики см. в Obstfeld and Rogoff (1996)

## Реальный обменный курс и планируемые расходы

Наиболее простой способ моделирования внешнего мира состоит в представлении его просто как одной страны. Пусть  $\varepsilon$  - это номинальный обменный курс, а именно, стоимость иностранной валюты в единицах внутренней валюты. В соответствии с данным определением увеличение обменного курса означает относительное удорожание иностранной валюты, т.е. обесценение отечественной валюты. Или, наоборот, снижение  $\varepsilon$  означает удорожание отечественной валюты. Обозначим  $P^*$  - уровень цен за рубежом (цена иностранных товаров в иностранной валюте). Тогда реальный обменный курс (т.е. оценка стоимости иностранных товаров в единицах отечественных товаров) определяется<sup>\*</sup> как  $\varepsilon P^*/P$ .

Рост реального обменного курса соответствует удорожанию иностранных товаров относительно отечественных. В такой ситуации, как резиденты, так и иностранцы, скорее всего, увеличат расходы на отечественные товары за счет снижения расходов на импортные товары. Следовательно, планируемые расходы увеличиваются. Уравнение (5.4) принимает вид:

$$Y = E\left(Y, i - \pi^e, G, T, \frac{\varepsilon P^*}{P}\right), \quad (5.12)$$

где функция  $E(\bullet)$  возрастает по аргументу  $\varepsilon P^*/P$ .<sup>8</sup> Скорее всего, спрос на деньги не испытывает сильного воздействия со стороны обменного курса. Так что кривая  $LM$  не меняет своего положения на плоскости.

Экономику любой страны можно считать малой относительно остального мира. Поэтому имеет смысл считать уровень цен за рубежом заданным. В то же время, было бы неправильно рассматривать обменный курс как экзогенную переменную в данной модели. А раз так, то модель, описываемая уравнениями (5.7) и (5.12) вместе с кривой  $AS$ , не является завершенной..

Чтобы достроить ее, можно ввести различные предположения относительно валютного режима (плавающего или фиксированного), мобильности капитала (совершенной или несовершенной), ожиданий относительно обменного курса (статичных или рациональных). Выбор набора предположений определяется кругом изучаемых вопросов и характеристиками экономики. Ниже мы рассмотрим наиболее важные случаи.

## Модель Манделла-Флеминга

---

<sup>\*</sup> Во многих работах под реальным обменным курсом понимается обратная величина:  $P/\varepsilon P^*$ ; см., например, (прим. науч. ред.).

<sup>8</sup> Как правило эта функция представляется в виде  $C(Y - T) + I(i - \pi^e) + G + NX(\varepsilon P^*/P)$ , где  $NX$  - это чистый экспорт.

Самое простое – предположить отсутствие барьеров для потоков капитала и нейтральность к риску инвесторов, т.е. взять за основу предположение о совершенной мобильности капитала. В большинстве индустриально развитых стран препятствия на пути иностранных инвестиций незначительны, и большинство инвесторов в значительной степени перестраивают свои портфели, реагируя на появление небольших различий в норме отдачи. Поэтому предположение о совершенной мобильности капитала является неплохой аппроксимацией реальности при анализе многих вопросов.

Что касается обменного курса, то здесь проще всего предположить, что инвесторы не ожидают его изменения. Данное предположение кажется обоснованным как с точки зрения упрощения анализа, так и с практической точки зрения: как правило, изменения в обменном курсе не являются предсказуемыми (Meese and Rogoff, 1983). На этих предположениях о мобильности капитала и о характере ожиданий обменного курса базируется хорошо известная модель Манделла-Флеминга (Mundell, 1968; Fleming, 1962).

Совершенная мобильность капитала означает, что, если существует хоть какая-то разница в ожидаемой норме отдачи отечественных и иностранных активов, то инвесторы будут размещать все свое богатство в активе с наибольшей доходностью. Но каждый из активов должен находиться в чьем-либо владении. Следовательно, их ожидаемые нормы отдачи должны быть равны. Ожидаемая норма отдачи иностранного актива, измеряемая во внутренних ценах, должна быть равна ставке процента за рубежом плюс темп изменения стоимости иностранной валюты. В соответствии с предпосылкой о статичном характере ожиданий, ожидаемый темп изменения стоимости иностранной валюты равен нулю. Тогда условие равенства ожидаемых норм отдачи активов записывается просто как

$$i = i^*, \quad (5.13)$$

где  $i^*$  – экзогенно заданная ставка процента за рубежом.

Теперь введем предположения относительно валютного режима. В случае плавающего валютного курса агрегированный спрос задается тремя уравнениями, (5.7), (5.12) и (5.13), относительно трех неизвестных,  $i$ ,  $Y$  и  $\varepsilon$ . Поскольку уровень  $i$  тривиально определяется из (5.13), система превращается в два уравнения относительно двух переменных,  $Y$  и  $\varepsilon$ :

$$\frac{M}{P} = L(i^*, Y), \quad (5.14)$$

$$Y = E\left(Y, i^* - \pi^e, G, T, \frac{\varepsilon P^*}{P}\right). \quad (5.15)$$

На Рис. 5.6 в координатах выпуск - обменный курс представлены кривые, определяемые условиями (5.14) и (5.15). Поскольку рост переменной  $\varepsilon P^*/P$  приводит к увеличению планируемых расходов, кривая, соответствующая (5.15) и обозначенная на рисунке как  $IS^*$ , имеет положительный наклон. При этом, т.к. обменный курс никак не влияет на спрос на деньги, множество точек,

удовлетворяющих (5.14) будет представлено вертикальной линией (линия  $LM^*$  на рисунке).

Тот факт, что  $LM^*$  - вертикальная линия, означает, что положение кривой  $AD$ , т.е. объем выпуска для данного уровня цен, всецело определяется равновесием на денежном рынке. Рассмотрим тот же пример изменения равновесия, что и в предшествующем разделе – пусть объем государственных закупок увеличивается. Это сдвигает кривую  $IS^*$  вправо. Однако, как видно из Рис. 5.7, для данного уровня цен это приведет лишь к укреплению национальной валюты при неизменном объеме выпуска. Т.е. кривая агрегированного спроса не меняет своего положения.

#### **Рис. 5.6. Модель Манделла-Флеминга при плавающем обменном курсе**

#### **Рис. 5.7. Последствия увеличения государственных закупок при плавающем обменном курсе**

Модель претерпевает два изменения, если обменный курс является фиксированным, а не плавающим. Во-первых, обменный курс теперь закреплен на определенном уровне  $\bar{\varepsilon}$ :

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon}. \quad (5.16)$$

Во-вторых, предложение денег становится эндогенным, а не экзогенным. Для того чтобы зафиксировать обменный курс, государство должно быть готово покупать или продавать внутреннюю валюту в обмен на иностранную по курсу  $\bar{\varepsilon}$ .

Агрегированный спрос в модели с фиксированным обменным курсом неявно задан уравнением  $LM$  (5.7), уравнением  $IS$  (5.12), соотношением для процентных ставок (5.13) и определением валютного курса (5.16). Подставляя снова условие  $i = i^*$  в уравнения  $IS$  и  $LM$ , мы сводим систему к трем уравнениям: уравнению  $LM^*$  (5.14), уравнению  $IS^*$ , (5.15), и определению валютного курса (5.16). Кроме того, уравнение  $LM^*$ ,  $M/P = L(i^*, Y)$ , теперь служит только для определения эндогенной переменной  $M$  и может быть исключено из рассмотрения. Так что остаются лишь уравнение  $IS^*$  и определение валютного курса. Как и прежде, кривая  $IS^*$  представлена линией с положительным наклоном. Второе уравнение соответствует горизонтальной линии на уровне  $\bar{\varepsilon}$ . Решение этих уравнений изображено на Рис. 5.8 в координатах выпуск - обменный курс.

Модель с фиксированным обменным курсом приводит к результатам, диаметрально противоположным выводам модели с плавающим обменным курсом. В данном случае изменения в планируемых расходах воздействуют на агрегированный спрос. Например, увеличение государственных закупок приведет к сдвигу кривой  $IS^*$  вправо и увеличению объема выпуска для фиксированного уровня цен. И напротив, изменения на денежном рынке никак не отразятся на величине  $Y$  при данном  $P$ . Например, рост спроса на деньги приведет лишь к росту предложения денег.

#### **Рис. 5.8. Модель Манделла-Флеминга при фиксированном обменном курсе**

И наконец, режим фиксированного обменного курса предполагает, что сам по себе обменный курс является инструментом политики. Например, девальвация, т.е. увеличение  $\bar{\varepsilon}$ , стимулирует чистый экспорт и тем самым увеличивает агрегированный спрос.

## **Рациональные ожидания относительно обменного курса и эффект перелета**

Модель Манделла-Флеминга предполагает статичный характер ожиданий относительно обменного курса. Но для режима плавающего валютного курса после введения в модель правдоподобных предположений относительно динамики цен и выпуска естественно допустить, что агенты будут стремиться предсказать изменения в обменном курсе. Статичные ожидания не являются рациональными, т.к. инвестор, имеющий статичные ожидания, допускает систематические ошибки в предсказании обменного курса. Используя информацию, которая может быть полезна для определения будущих изменений обменного курса, инвестор может рассчитывать на более высокую среднюю норму доходности. Таким образом, вполне естественно задаться вопросом о том, что произойдет, если инвесторы будут формировать свои ожидания относительно изменений в обменном курсе, используя всю доступную информацию, т.е., если их ожидания будут рациональными. При этом, т.к. статичные ожидания являются рациональными в случае, когда обменный курс фиксирован и его изменения не предвидятся, мы остановимся на анализе режима плавающего валютного курса.<sup>9</sup>

В случае, когда ожидания не являются статичными, предположение о совершенной мобильности капитала больше не обеспечивает равенство внутренней и мировой ставок процента. Рассмотрим поведение инвестора, который в момент времени  $t$  решает, в каких активах разместить свое богатство. Если инвестор вкладывает доллар<sup>\*</sup> во внутренний актив, дающий непрерывно начисляемую норму отдачи  $i$ , то в момент времени  $t + \Delta t$  он будет иметь  $e^{i\Delta t}$  долларов. Если инвестор выбирает иностранный актив, то в момент времени  $t$  на один доллар он может приобрести актив стоимостью  $1/\varepsilon(t)$  в единицах иностранной валюты. По прошествии времени  $\Delta t$ , стоимость актива составит  $e^{i^*\Delta t}/\varepsilon(t)$  в единицах иностранной валюты, что при обратном пересчете в доллары дает сумму  $\varepsilon(t + \Delta t)e^{i^*\Delta t}/\varepsilon(t)$ .

В условиях совершенной мобильности капитала, два рассматриваемых актива должны давать одинаковую ожидаемую норму отдачи. Величины  $\varepsilon(t)$ ,  $i$  и  $i^*$  известны, а относительно величины  $\varepsilon(t + \Delta t)$  существует неопределенность. С учетом этого получаем:

---

<sup>9</sup> Рациональные ожидания могут отличаться от статичных ожиданий в случае, когда существует определенная вероятность изменения уровня, на котором зафиксирован обменный курс. Кроме того, существуют валютные режимы, лежащие где-то между фиксированным и плавающим валютным курсом. Один из наиболее интересных случаев – это т.н. валютный коридор, использовавшийся в Европейской Монетарной Системе в 1980-ых и 1990-ых годах. См., например, Krugman (1991).

\* Не забудем, что для автора доллар – отечественная валюта (прим. науч. ред.).

$$e^{i\Delta t} = \frac{E[\varepsilon(t + \Delta t)e^{i^*\Delta t}]}{\varepsilon(t)}. \quad (5.17)$$

Уравнение (5.17) должно соблюдаться для любого интервала  $\Delta t$ . Тогда производные по  $\Delta t$  правой и левой части уравнения также должны быть равны:

$$e^{i\Delta t} i = \frac{E[\varepsilon(t + \Delta t)e^{i^*\Delta t}]}{\varepsilon(t)} e^{i^*\Delta t} i^* + e^{i^*\Delta t} \frac{E[\dot{\varepsilon}(t + \Delta t)e^{i^*\Delta t}]}{\varepsilon(t)}. \quad (5.18)$$

Рассматривая предельный случай  $\Delta t = 0$ , получаем:

$$i = i^* + \frac{E[\dot{\varepsilon}(t)]}{\varepsilon(t)}. \quad (5.19)$$

В соответствии с уравнением (5.19), в условиях совершенной мобильности капитала разница между процентными ставками должна быть компенсирована изменением обменного курса. Например, внутренняя ставка процента может превышать мировую ставку процента только в том случае, когда ожидается обесценение национальной валюты на величину, соответствующую разнице в процентных ставках. Соотношение (5.19) называют *непокрытым паритетом процентных ставок*.<sup>10</sup>

Ожидаемые изменения обменного курса вследствие различия процентных ставок порождают возможность *перелета обменного курса* (Dornbusch, 1976). Термин «перелет» означает ситуацию, когда первоначальная реакция переменной на шок превышает ее изменение в долгосрочной перспективе. Чтобы понять, как возникает эффект перелета обменного курса, рассмотрим следующий пример. Пусть первоначально  $i = i^*$ , и инвесторы не ожидают изменения обменного курса. Затем происходит увеличение предложения денег. Как будет показано ниже, из кейнсианских моделей, как правило, следует, что монетарные шоки не порождают реальных эффектов в долгосрочной перспективе. Поэтому в долгосрочной перспективе уровень цен и обменный курс должны вырасти пропорционально росту денежной массы.

Рассмотрим краткосрочный эффект данного шока. Если денежная экспансия снижает внутреннюю ставку процента, то в соответствии с (5.19) величина  $E[\dot{\varepsilon}]$  должна быть отрицательной: в случае, когда  $i$  оказывается меньше  $i^*$ , инвесторы будут держать внутренние активы, только если они ожидают удорожание внутренней валюты. Но это означает, что отечественная валюта стоит меньше, чем она будет стоить в долгосрочной перспективе.

---

<sup>10</sup> В случае, когда (5.19) не соблюдается, можно добиться положительной ожидаемой прибыли, покупая один актив и продавая другой, однако данные операции не будут безрисковыми. В этом смысле паритет является «непокрытым». Альтернативой здесь выступает *покрытый паритет процентных ставок*, который предполагает, что в условии (5.18) ожидаемая величина обменного курса заменяется стоимостью фьючерса на куплю или продажу иностранной валюты в соответствующий момент времени в будущем. Нарушение условия покрытого паритета процентных ставок означало бы существование возможности безрискового извлечения положительной прибыли.

Иными словами, в момент шока она обесценивается столь резко, что обменный курс «перелетает» свой долгосрочный уровень\*.

При этом остается вопрос о том, снижает ли денежная экспансия внутреннюю ставку процента. Особенно простой случай возникает в варианте модели, где в кратчайшей перспективе производители не могут изменить объем выпуска, так что экономика не обязательно находится на кривой  $IS$ , описываемой уравнением (5.12), в каждый момент времени. В такой ситуации, когда фиксированными оказываются не только уровень цен, но и выпуск, единственной переменной, которая может подстраиваться так, чтобы выполнялось уравнение  $LM$  (5.7), является ставка процента. Так что  $i$  должна снизиться в ответ на увеличение  $M$ . При этом будет наблюдаться перелет валютного курса.

Этот результат имеет простое интуитивное объяснение. Если в момент шока обменный курс просто обесценится до своего нового долгосрочного равновесия, то существующая разница в процентных ставках заставит всех инвесторов скупать иностранную валюту, необходимую для приобретения более доходного иностранного актива. Но такая ситуация не может быть равновесной. Напротив, стоимость внутренней валюты должна быть снижена относительно ожидаемого долгосрочного равновесия настолько, чтобы ее ожидаемое удорожание сбалансировало низкую (по сравнению с мировой) внутреннюю ставку процента.

В случае, когда экономика находится на кривой  $IS$ , увеличение  $M$  может и не привести к сокращению  $i$ . Так что в данном случае может иметь место как перелет, так и недолет. Что произойдет – нетривиальным образом зависит от параметров модели (см. Dornbusch, 1976, а также Задачу 5.10).

## Несовершенная мобильность капитала

Предположение об отсутствии препятствий для потоков капитала между странами и предположение о нейтральности к риску инвесторов, очевидно, далеки от реальности. Транзакционные издержки и желание диверсифицировать риски вынуждают инвесторов не вкладывать все свое богатство в активы одной страны даже при небольшой разнице в ожидаемых нормах отдачи. Поэтому имеет смысл рассмотреть последствия несовершенной мобильности капитала. Мы остановимся на случае плавающего обменного курса и в целях упрощения анализа вернемся к предположению о статичных ожиданиях обменного курса.

Простейший подход к моделированию несовершенной мобильности капитала – предположить, что потоки капитала зависят от разницы между ставками процента внутри и за рубежом. А именно, определим поток капитала,  $CF$ , как объем покупок отечественных активов иностранными инвесторами за вычетом объема покупок иностранных активов резидентами страны. При этом предполагается, что:

$$CF = CF(i - i^*), \quad CF'(\bullet) > 0. \quad (5.20)$$

---

\* А затем снижается по мере роста цен, приближаясь к своему долгосрочному значению. Внутренний процент при этом растет, возвращаясь к своему значению до монетарного шока. Напомним, что снижение валютного курса  $\epsilon$  означает укрепление отечественной валюты (прим. науч. ред.).

Сумма потока капитала  $CF$  и чистого экспорта  $NX$  должна быть равна 0. Например, если величина чистого экспорта является отрицательной, это означает, что доход страны от продажи отечественных товаров за рубеж не покрывает расходы на импорт иностранных товаров. Страна должна покрыть эту разницу, продавая иностранцам свои активы. Т.е., величина  $CF$  должна быть равна по абсолютной величине  $NX$ , но иметь при этом противоположный знак. В равновесии, тем самым, должно соблюдаться следующее условие:<sup>11</sup>

$$CF(i - i^*) + NX\left(Y, i - \pi^e, G, T, \frac{\varepsilon P^*}{P}\right) = 0. \quad (5.21)$$

Агрегированный спрос в модели теперь определяется уравнением  $IS$  (5.12), уравнением  $LM$  (5.7), и уравнением платежного баланса (5.21). Если из всех компонент планируемых расходов только чистый экспорт зависит от обменного курса, модель несложно проанализировать графически. При данном предположении мы можем записать планируемые расходы как сумму внутренних планируемых расходов (на отечественные и импортные товары) и чистого экспорта:

$$Y = E^D\left(Y, i - \pi^e, G, T\right) + NX\left(Y, i - \pi^e, G, T, \frac{\varepsilon P^*}{P}\right), \quad (5.22)$$

где  $E^D(\bullet)$  - внутренние планируемые расходы. Предполагается, что функция  $E^D(\bullet)$  удовлетворяет условиям  $0 < E_Y^D < 1$ ,  $E_{i-\pi^e}^D < 0$ ,  $E_G^D > 0$  и  $E_T^D < 0$ . Используя (5.21), можно подставить вместо чистого экспорта поток капитала и тем самым исключить из модели обменный курс:

$$Y = E^D\left(Y, i - \pi^e, G, T\right) - CF\left(i - i^*\right), \quad (5.23)$$

Т.к.  $CF(i - i^*)$  возрастает по  $i$ , множество точек, удовлетворяющих уравнению (5.23) является убывающей кривой в пространстве  $(Y, i)$ . Данная кривая представлена на Рис. 5.9 как кривая  $IS^{**}$ . Следует обратить внимание на тот факт, что при движении вдоль кривой обменный курс неявным образом меняется. Изменение в ставке процента оказывает как прямое воздействие на  $Y$ , так и благодаря влиянию на обменный курс и чистый экспорт. Следовательно, кривая  $IS^{**}$  будет более пологой по сравнению с обычной кривой  $IS$ . В предельном случае, в условиях совершенной мобильности капитала, кривая  $IS^{**}$  будет горизонтальной линией на уровне  $i^*$ . Кривая  $LM$  имеет обычный вид.

---

<sup>11</sup> В условиях совершенной мобильности капитала  $CF$  стремится в минус бесконечность, если  $i$  меньше  $i^*$ , стремится в плюс бесконечность, если  $i$  больше  $i^*$ , и может принять любое значение в случае, когда  $i$  равно  $i^*$ , т.к. при этом инвесторам безразлично, активы какой страны держать. Так что в данном случае (5.21) может соблюдаться, только если  $i = i^*$ .

**Рис. 5.9. Случай несовершенной мобильности капитала и плавающего обменного курса**

**Рис. 5.10. Эффект увеличения государственных закупок в случае несовершенной мобильности капитала и плавающего обменного курса**

Результаты, полученные в данном случае, лежат где-то посередине между результатами, которые дает анализ закрытой экономики и результатами, которые дает анализ в случае совершенной мобильности капитала. Рассмотрим снова эффект увеличения государственных закупок. Т.к. рост государственных закупок увеличивает расходы при фиксированной ставке процента, кривая  $IS^{**}$  сдвигается вправо, что отражено на Рис. 5.10. Таким образом, в отличие от случая совершенной мобильности капитала,  $i$  и  $Y$  возрастают при фиксированном уровне цен. С другой стороны, поскольку кривая  $IS^{**}$  является более пологой, чем кривая  $IS$  в случае закрытой экономики, эффект будет более слабым по сравнению с закрытой экономикой. Аналогичным образом можно проанализировать эффекты остальных шоков.

### 5.3 Альтернативные предположения относительно жесткости заработной платы и цен

Теперь мы переходим к описанию агрегированного предложения в модели. В данном разделе будут рассмотрены несколько возможных вариантов построения невертикальной кривой  $AS$ . В каждом случае предположение о неполноте номинальной подстройки вводится без соответствующих обоснований. Данный раздел не ставит перед собой задачу вывести микроэкономические обоснования негибкости номинальных цен – это будет проделано позже в главе 6. Вместо этого здесь мы рассмотрим некоторые комбинации жесткости номинальных цен и заработной платы вкупе с характеристиками рынка труда и рынка товаров, которые порождают невертикальную кривую  $AS$ . Различные предположения приводят к различным выводам относительно характера безработицы и ценообразования фирм, динамики реальной заработной платы и наценок в ответ на колебания агрегированного спроса.

Мы рассмотрим четыре набора предположений. Первые два традиционно являются базовыми. Однако оба далеки от реальности даже в первом приближении. Остальные два набора являются более сложными и потенциально более точными. Вместе, эти четыре случая иллюстрируют широкий спектр возможных ситуаций.

#### Случай 1. Модель Кейнса

Описание агрегированного предложения в *Общей Теории* Кейнса (Keynes, 1936) начинается с предположения, что номинальная заработная плата является жесткой (по крайней мере, в некотором диапазоне):

$$W = \bar{W}. \quad (5.24)$$

Выпуск производится конкурирующими фирмами. Труд,  $L$ , является единственным переменным фактором производства в краткосрочной перспективе. Действует закон убывающей отдачи:

$$Y = F(L), \quad F'(\bullet) > 0, \quad F''(\bullet) < 0. \quad (5.25)$$

Конкурирующие фирмы нанимают труд до тех пор, пока предельный продукт труда не сравняется с реальной заработной платой:

$$F'(L) = \frac{W}{P}. \quad (5.26)$$

Из уравнений (5.24)-(5.26) следует, что кривая  $AS$  имеет положительный наклон. При фиксированной номинальной заработной плате рост уровня цен приводит к снижению реальной заработной платы. Фирмы реагируют на это увеличением занятости, что увеличивает выпуск. Таким образом, между  $P$  и  $Y$  существует положительная связь.

В условиях неполноты номинальной подстройки изменения в агрегированном спросе приводят к изменениям в объеме выпуска. Причина этого проста. Поскольку номинальная заработная плата фиксирована, увеличение уровня цен снижает реальную заработную плату, а следовательно, увеличивает объем выпуска, который фирмы хотели бы продать. В результате рост агрегированного спроса приводит не только к увеличению цен, но и к увеличению объема выпуска.

Рис. 5.11 иллюстрирует ситуацию на рынке труда при фиксированном уровне цен. Занятость соответствует объему спроса на труд при уровне реальной заработной платы, определяемой фиксированной номинальной заработной платой и данным уровнем цен (точка Е на диаграмме). При этом существует вынужденная безработица: некоторые работники, желающие работать при такой заработной плате, не могут найти работу. Объем безработицы определяется разницей между предложением труда и спросом на труд при данной реальной заработной плате (отрезок EA на диаграмме).

### Рис. 5.11. Рынок труда в случае жесткой номинальной заработной платы, гибких цен и конкурентного рынка

Изменения в агрегированном спросе приводят к изменениям занятости и реальной заработной платы вдоль убывающей кривой спроса на труд. Например, снижение спроса приводит к снижению уровня цен, росту реальной заработной платы и снижению занятости (точка Е' на диаграмме). Тем самым, из данной модели агрегированного предложения следует контрциклический характер изменений реальной заработной платы в ответ на шоки агрегированного спроса. Данный теоретический результат неоднократно проверялся с момента публикации *Общей Теории* и не получил подтверждения.

Как описано в разделе 5.6, согласно современному взгляду реальная заработная плата умеренно проциклична.<sup>12</sup>

## **Случай 2. Жесткие цены, гибкая заработная плата и конкурентный рынок труда**

Взгляд на агрегированное предложение, представленный в *Общей Теории*, основан на предположении, что рынки товаров конкуренты и цены на товары полностью гибкие, а единственным источником номинальной жесткости является рынок труда. Интересно, однако, исследовать противоположную ситуацию, когда рынок труда конкурентен и заработка плата является полностью гибкой, а неполнота номинальной подстройки имеет место только на рынках товаров.

Предположение о неполной гибкости цен на товары практически всегда дополняется предпосылкой о несовершенстве конкуренции на рынках товаров. Делается это по двум причинам. Во-первых, при совершенной конкуренции в состоянии равновесия с гибкими ценами фирмы продают ровно столько товара, сколько они хотят продать. При росте спроса и неизменной цене фирмы вынуждены вводить рационирование покупателей. В условиях же несовершенной конкуренции цена превосходит предельные издержки, так что фирмам выгодно продавать больший объем по текущей цене. Так что вполне оправдано предположить, что в отсутствии подстройки цен фирмы до определенной степени готовы увеличивать производство, удовлетворяя спрос.

Во-вторых, конечная цель построения теории – объяснить неполноту подстройки цен, а не просто предполагать ее. Для этого лучше иметь в самой модели агентов, устанавливающих цены (таких, как фирмы в модели несовершенной конкуренции), а не предполагать наличие внемодельного агента, который устанавливает цены (такого, как вальрасовский аукционер в моделях совершенной конкуренции).<sup>13</sup>

При подобном подходе цены, а не заработка плата, предполагаются жесткими:

$$P = \bar{P} . \quad (5.27)$$

---

<sup>12</sup> Кейнс в значительной степени дезавуировал специфическое представление агрегированного предложения в *Общей Теории*, отвечая на ранние исследования циклических характеристик заработной платы в своей важной более поздней работе (Keynes, 1939). Он объяснил свой подход желанием приблизить, насколько это было возможно, данную модель к классическому подходу и упростить ее представление. Его взгляд на агрегированное предложение 1939 года в большей степени соответствует анализу, представленному в четвертом случае ниже.

<sup>13</sup> Важные исключения из привычной связи неполноты подстройки цен с несовершенством конкуренции могут быть найдены в литературе по *теории неравновесия*. Как правило, модели данного класса предполагают совершенство конкуренции, рассматривая при этом возможность введения фирмами рационирования. Кроме того, эти модели вводят предположение о жесткости как заработной платы, так и цен, и допускают рационирование на рынке труда как со стороны фирм, так и со стороны работников. См., например, Barro and Grossman (1971), Solow and Stiglitz (1968) и Malinvaud (1977). Benassy (1976) распространяет неравновесные модели на случай несовершенной конкуренции.

Заработная плата является гибкой. Кривая предложения труда предполагается возрастающей.<sup>14</sup>

$$L = L^s \left( \frac{W}{P} \right), \quad L^s'(\bullet) > 0. \quad (5.28)$$

Как и прежде, занятость и выпуск связаны производственной функцией,  $Y = F(L)$  (уравнение [5.25]). Наконец, фирмы удовлетворяют спрос при фиксированной цене до тех пор, пока она не сравняется с предельными издержками. Обозначим соответствующий объем выпуска  $Y^{MAX}$ .

При введенных сильных предположениях о жесткости цен, кривая агрегированного предложения оказывается горизонтальной прямой. На Рис. 5.12 она представлена горизонтальной линией на уровне  $\bar{P}$  для объема выпуска, не превышающего  $Y^{MAX}$ . Колебания агрегированного спроса вынуждают фирмы менять занятость и объем выпуска при фиксированном уровне цен  $\bar{P}$ . И если агрегированный спрос вдруг станет настолько высоким, что для уровня цен  $\bar{P}$  превысит объем выпуска, равный  $Y^{MAX}$ , фирмы ограничат объем продаж.

### **Рис. 5.12. Агрегированное предложение в условиях жесткости цен товаров**

Рис. 5.13 иллюстрирует выводы модели, касающиеся рынка труда. Спрос фирм на труд определяется их спросом на конечную продукцию. Так что до тех пор, пока реальная заработная плата не является настолько высокой, чтобы сделать убыточным производство, в полной степени удовлетворяющее спрос, кривая спроса на труд будет представлена вертикальной линией в координатах занятость – заработка плата. Для описания ситуации, подобной этой, когда величина спроса на труд определяется объемом продукции, который фирма может продать, используется специальное понятие – *эффективный спрос на труд*.<sup>15</sup> Реальная заработная плата определяется пересечением кривой эффективного спроса на труд и кривой предложения труда (точка Е на диаграмме). Таким образом, предлагаемый работниками труд полностью используется, и в экономике нет безработицы.

В данной модели реальная заработная плата характеризуется проциклической реакцией в ответ на колебания в спросе. Например, снижение агрегированного спроса приводит к снижению эффективного спроса на труд, что в свою очередь приводит к снижению реальной заработной платы при движении экономики вниз вдоль кривой предложения труда (к точке Е' на диаграмме). Если предложение труда относительно нечувствительно к

---

<sup>14</sup> Отметим, что, предполагая зависимость предложения труда только от реальной заработной платы, мы игнорируем эффекты межвременного замещения и процентной ставки, которые играли основную роль в базовых моделях реального делового цикла. В принципе, данные эффекты можно включить в модель. Но поскольку они не столь важны в исследовании вопросов, поставленных в данной главе, мы их не рассматриваем в целях упрощения анализа.

<sup>15</sup> Когда реальная заработная плата становится настолько высокой, что фирмам оказывается невыгодно полностью удовлетворять спрос, объем спроса на труд будет определяться условием равенства предельного продукта труда реальной заработной плате. Данный отрезок кривой спроса на труд имеет отрицательный наклон.

изменениям реальной заработной платы, то реальная заработная плата может меняться довольно значительно при изменении агрегированного спроса.

### **Рис. 5.13. Конкурентный рынок труда в условиях жесткости цен и гибкости заработной платы**

И наконец, данная модель демонстрирует контрциклическую динамику наценки (отношения цены к предельным издержкам) в ответ на колебания спроса. Например, увеличение спроса приводит к росту издержек, что объясняется как ростом заработной платы, так и снижением предельного продукта труда с ростом объема выпуска. Цены, однако, фиксированы. Следовательно, отношение цены к предельным издержкам снижается.

В силу того, что измерить уровень наценок сложнее, чем реальную заработную плату, на практике трудно исследовать их циклическое поведение. Тем не менее, исследования в данной области сходятся во мнении, что наценки в значительной степени являются контрциклическими. См., например, Bils (1987), Warner and Barsky (1995), Chevalier and Scharfstein (1996) и Sbordone (1998). В работе Rotemberg and Woodford (1999) проводится синтез многих исследований, и обсуждаются их приложения.

В данном случае причина, по которой неполнота номинальной подстройки вынуждает выпуск реагировать на изменения в агрегированном спросе, радикально отличается от той, что имела место в предшествующем случае. Так, например, в данном случае снижение агрегированного спроса снижает количество товара, которое фирмы могут продать при фиксированном уровне цен, и поэтому фирмы вынуждены сокращать производство. В предыдущей же модели снижение агрегированного спроса приводило к росту реальной заработной платы, и следовательно, к снижению количества товара, которое фирмы хотели продать.

Представленная здесь модель агрегированного предложения важна по трем причинам. Во-первых, это естественная отправная точка для моделей, в которых проблема номинальной жесткости связана с ценами, а не с заработной платой. Во-вторых, она показывает, что связь между номинальной жесткостью и безработицей отнюдь не является неизбежной. И в третьих, это очень простая модель. Поэтому подобного рода модели часто можно встретить в литературе.

### **Случай 3. Жесткие цены, гибкая заработная плата и реальные несовершенства рынка труда**

Поскольку колебания выпуска связаны с колебаниями безработицы, вполне естественно задаться вопросом: могут ли изменения в агрегированном спросе привести к изменениям в безработице из-за медленной подстройки номинальных цен? Чтобы понять как такое возможно, предположим, что номинальная заработная плата является гибкой, но рынок труда обладает некоторыми не-валтерасовскими чертами и поэтому реальная заработная плата может быть выше значения, уравнивающего спрос и предложение труда. В главе 9 будут изучены характеристики рынка труда, оправдывающие такое предположение; кроме того, будет рассмотрено, как в подобных ситуациях может изменяться реальная заработная плата при изменении уровня

агрегированной экономической активности. Здесь же мы просто предположим, что у фирм есть некоторая «функция реальной заработной платы»:

$$\frac{W}{P} = w(L), \quad w'(\bullet) \geq 0. \quad (5.29)$$

Для конкретности можно считать, что фирма платит реальную заработную плату выше равновесной по причинам, рассматриваемым в теории *эффективной заработной платы* (см. разделы 9.2-9.4). Как и прежде, уровень цен полагается фиксированным на уровне  $\bar{P}$ , а выпуск и занятость связаны между собой производственной функцией  $Y = F(L)$ .

Из данных предположений, как и в рассмотренном выше случае, следует, что агрегированное предложение задается горизонтальной линией вплоть до объема выпуска, при котором предельные издержки равны цене  $\bar{P}$ . Таким образом, изменения в агрегированном спросе здесь также будут вызывать реальные эффекты. Однако, как показывает Рис. 5.14, ситуация на рынке труда будет отличаться от той, что мы наблюдали в предшествующем случае. Занятость и реальная заработка определяются здесь пересечением кривой эффективного спроса на труд и кривой реальной заработной платы. В отличие от предшествующего случая здесь существует безработица, уровень которой определяется интервалом ЕА на диаграмме. Колебания спроса на труд приводят к движению вдоль кривой реальной заработной платы, а не вдоль кривой предложения труда. Так что здесь эластичность предложения труда не определяет реакцию реальной заработной платы на изменения агрегированного спроса. И если кривая реальной заработной платы является более пологой, чем кривая предложения труда, то безработица будет возрастать при снижении агрегированного спроса.

**Рис. 5.14. Невальрасовский рынок труда в условиях жесткости цен и гибкости номинальной заработной платы**

#### Случай 4. Жесткая заработка, гибкие цены и несовершенная конкуренция

Подобно тому как случай 3 обобщает случай 2, допуская реальные несовершенства рынка труда, последний рассматриваемый случай 4 обобщает случай 1, допуская реальные несовершенства рынка товаров. Именно, предположим, также как и в первом случае, что номинальная заработка фиксирована на уровне  $\bar{W}$ , а номинальные цены являются гибкими. Как и прежде, выпуск и занятость связаны производственной функцией. Но теперь мы допускаем, что конкуренция на рынке товаров несовершенна. При этом цена будет выше предельных издержек на величину наценки. Так же как и при определении реальной заработной платы в случае 3, мы не будем здесь моделировать величину наценки. Мы просто предположим, что существует «функция наценки». Согласно принятым предположениям уровень цен определяется следующим образом:

$$P = \mu(L) \frac{W}{F'(L)}, \quad (5.30)$$

где  $W/F'(L)$  - это предельные издержки, а  $\mu$  - наценка.

В соответствии с (5.30), реальная заработная плата  $W/P$  определяется величиной  $F'(L)/\mu(L)$ . Для того, чтобы однозначно охарактеризовать зависимость  $W/P$  от  $L$ , необходимо ввести дополнительные предположения относительно  $\mu(L)$ . Если  $\mu$  - константа, то, так же как и в случае 1, реальная заработная плата будет контрциклической, т.к. предельный продукт труда является убывающей функцией. При фиксированной номинальной заработной плате уровень цен должен возрастать при увеличении выпуска, т.е. кривая  $AS$  будет возрастающей. Так же как и в случае 1, здесь имеет место безработица, если объем предложения труда больше объема труда, определяемого пересечением  $AS$  и  $AD$ .

Если  $\mu(L)$  является в значительной степени контрциклической (т.е. наценка становится ниже во время подъема деловой активности, по сравнению со спадом), то реальная заработная плата может быть как ациклической, так и проциклической, даже если номинальная жесткость имеет место только на рынке труда. Наиболее простой случай имеет место тогда, когда в ходе циклических колебаний  $\mu(L)$  меняется точно так же, как и  $F'(L)$ . При этом реальная заработная плата будет постоянной. Т.к. номинальная заработная плата постоянна по предположению, то уровень цен также станет константой, и кривая  $AS$  будет представлена горизонтальной линией.<sup>16</sup> Если  $\mu(L)$  является в большей степени контрциклической, чем  $F'(L)$ , то уровень цен,  $P$ , должен убывать с ростом занятости,  $L$ . При этом кривая агрегированного предложения станет даже убывающей. Во всех этих случаях занятость будет определяться объемом выпуска, соответствующим пересечению кривых  $AS$  и  $AD$ .

Рис. 5.15 иллюстрирует ситуацию на рынке труда. Реальная заработная плата равна  $F'(L)/\mu(L)$ . Она может быть возрастающей по  $L$  (случай (а)), постоянной (случай (б)), или убывающей (случай (с)). Пересечение  $AS$  и  $AD$  определяет  $Y$  (а значит и  $L$ ) и  $P$ , что в свою очередь определяет положение экономики на кривой  $F'(L)/\mu(L)$ . Безработица снова определяется разрывом между предложением труда и занятостью для данной реальной заработной платы.

Итак, разные взгляды относительно источников неполноты номинальной подстройки и характеристик рынка труда и рынка товаров приводят к разным выводам относительно безработицы, реальной заработной платы и наценки. В результате, кейнсианские теории не позволяют сколько-нибудь полно предсказать поведение рассматриваемых переменных. Например, тот факт, что реальная заработная плата не является контрциклической, вполне согласуется с предположением о невертикальной кривой агрегированного предложения\*. Однако данные о поведении рассматриваемых переменных могут быть

<sup>16</sup> Т.к. по смыслу функция  $\mu(L)$  не может быть меньше 1, то либо она должна сходиться к 1 при увеличении  $L$ , либо возрастать при некоторых  $L$ . В этом последнем случае кривая  $AS$  становится возрастающей.

\* Видимо, автор хочет подчеркнуть, что теория не дает более детальной информации о кривой агрегированного предложения (Прим. науч. ред.).

использованы для тестирования конкретных кейнсианских моделей. Например, отсутствие контриклической динамики реальной заработной платы выступает серьезным аргументом против точки зрения, согласно которой экономические колебания порождаются шоками агрегированного спроса. Кроме того, этот факт, видимо, показывает, что исходная модель Кейнса не дает удовлетворительного описания агрегированного предложения.

**Рис. 5.15. Рынок труда в условиях жесткости заработной платы, гибкости цен и несовершенной конкуренции на рынке товаров**

## 5.4 Выпуск и инфляция

### Перманентный выбор между выпуском и инфляцией\*?

Модели предыдущего раздела основаны на простых формах номинальной жесткости. Во всех них номинальная заработная плата или номинальные цены считаются полностью фиксированными в краткосрочной перспективе. Если, кроме того, уровень, на котором фиксированы заработная плата или цены, определяется заработной платой или ценами предшествующего периода, то из моделей следует долговременная отрицательная зависимость между выпуском и инфляцией.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим нашу первую модель агрегированного предложения с фиксированной номинальной заработной платой, гибкими ценами и конкурентным рынком товаров. Предположим, что номинальная заработная плата пропорциональна уровню цен в предшествующем периоде. Другими словами, предположим, что заработная плата подстраивается под уровень инфляции предшествующего периода. В итоге, агрегированное предложение в экономике описывается следующим образом:

$$W_t = AP_{t-1}, \quad A > 0, \quad (5.31)$$

$$Y_t = F(L_t), \quad F'(\bullet) > 0, \quad F''(\bullet) < 0, \quad (5.32)$$

$$F'(L_t) = \frac{W_t}{P_t}. \quad (5.33)$$

Предположим, что первоначально уровень цен и выпуск являются постоянными для данного положения кривых  $AD$  и  $AS$  (кривые  $AD_0$  и  $AS_0$  на Рис. 5.16). Затем, в периоде 1, фискальная или монетарная политика сдвигает кривую  $AD$  вправо до положения  $AD_1$ . При этом уровень цен возрастает с  $P_0$  до  $P_1$ , а объем выпуска возрастает с  $Y_0$  до  $Y_1$ . Поскольку  $P_1$  выше, чем  $P_0$ , заработная плата, устанавливаемая для периода 2, будет выше заработной платы, установленной для периода 1. А именно, заработная плата

\* В английском тексте «A Permanent Output-Inflation Tradeoff?» К сожалению, понятие “tradeoff” не имеет русского эквивалента. (Прим. науч. ред.).

подстраивается в соответствии с инфляцией в предшествующем периоде, так что заработная плата в периоде 2 превосходит заработную плату в периоде 1 в  $P_1/P_0$  раз:

$$\begin{aligned}\frac{W_2}{W_1} &= \frac{AP_1}{AP_0} \\ &= \frac{P_1}{P_0}.\end{aligned}\tag{5.34}$$

Это означает, что если уровень цен в периоде 2 остается таким же, как и в периоде 1, то реальная заработная плата,  $AP_1/P_1 = A$ , равна реальной заработной плате в периоде 0. Таким образом, занятость и выпуск не изменятся по сравнению с периодом 0. Кривая  $AS_2$ , как представлено на Рис. 5.16, пройдет через точку  $(Y_0, P_1)$ . В итоге, если макроэкономическая политика сдвигает кривую агрегированного спроса до положения  $AD_2$ , то объем выпуска сохранится на уровне  $Y_1$ , и уровень цен возрастет еще больше до уровня  $P_2$ .

**Рис. 5.16. Использование политики агрегированного спроса для перманентного увеличения выпуска в случае простой модели агрегированного предложения**

Этот процесс может продолжаться бесконечно: уровень цен будет возрастать, а  $Y$  будет равен  $Y_1$  в каждом периоде времени. И если политика будет в еще большей степени экспансионистской, то можно достичь даже более высокого выпуска ценой более высокой инфляции. Таким образом, модель демонстрирует наличие перманентного выбора между выпуском и инфляцией. И поскольку более высокий объем выпуска связан с более низким уровнем безработицы, это означает также наличие перманентного выбора между безработицей и инфляцией.

В своей известной работе Phillips (1958) показал, что в Соединенном Королевстве на протяжении предшествующего столетия действительно наблюдалась сильная и относительно устойчивая отрицательная связь между безработицей и инфляцией заработной платы.<sup>17</sup> Последующие исследования выявили схожую отрицательную зависимость между безработицей и инфляцией цен, которая стала известна как *кривая Филлипса*. Таким образом, представление о наличии перманентного выбора между безработицей и инфляцией, казалось, получило как теоретическую, так и эмпирическую поддержку.

## Естественный уровень

Представление о долгосрочной отрицательной связи между выпуском и инфляцией было серьезно пересмотрено в конце 1960-ых – начале 1970-ых. С теоретического фланга, данное представление было атаковано с позиции гипотезы естественного уровня. Основоположники нового взгляда, Фридман и

<sup>17</sup> См. также Lipsey (1960) и Samuelson and Solow (1960).

Феллс (Friedman, 1968, Phelps, 1968), утверждали, что в долгосрочной перспективе нет никаких оснований полагать, что номинальные переменные, такие как предложение денег или инфляция, могут воздействовать на реальные переменные, такие как выпуск или безработица. В долгосрочной перспективе динамика реальных переменных должна определяться реальными экономическими процессами.

В случае проблемы выбора между выпуском и инфляцией (безработицей и инфляцией) аргументация Фридмана и Феллса была основана на том, что перманентная экспансионистская политика\* рано или поздно приведет к изменению процесса установления цен и заработной платы. Вернемся к примеру, проанализированному на Рис. 5.16. Перманентная экспансионистская политика правительства приводит к непрерывному увеличению выпуска и занятости и снижению реальной заработной платы (для данной версии кривой агрегированного предложения). Это, однако, порождает вопрос: почему работники и фирмы принимают решение о другом уровне реальной заработной платы и занятости в случае более высокой инфляции? Ведь те же силы, что определяли равновесные уровни занятости и реальной заработной платы в отсутствии инфляции, должны определять равновесие и при наличии инфляции. Так что вряд ли заработная плата всегда будет механистически подстраиваться под уровень инфляции предшествующего периода. Рано или поздно в процессе установления заработной платы работники и фирмы начнут учитывать экспансионистскую политику, которая, как им известно, будет проводиться в будущем. Как только это произойдет, занятость, выпуск и реальная заработная плата вернутся на уровень, имевший место в отсутствии инфляции.

Вкратце, гипотеза естественного уровня утверждает, что существует некий «нормальный» или «естественный» уровень безработицы. И монетарная политика не может сколь угодно долго удерживать безработицу на уровне ниже естественного. При этом не столь важно, какими именно факторами определяется этот естественный уровень. Аргументация Фридмана и Феллса состояла в основном в том, что он определяется реальными, а не номинальными силами. Так, по определению Фридмана (Friedman, 1968, стр. 8):

«Естественный уровень безработицы ... - это уровень, который вытекает из валльрасовской системы уравнений общего экономического равновесия при условии, что в них учтены фактические структурные характеристики рынка труда и товаров, включая несовершенства рынков, стохастическая изменчивость спроса и предложения, издержки сбора информации о рабочих вакансиях и наличии специалистов, издержки перемещения, и т.п.»

Эмпирические данные относительно уровня безработицы и инфляции по Соединенным Штатам за период с 1961 по 1999 годы, отраженные на Рис. 5.17, также не подтверждают существование стабильной возможности выбора между безработицей и инфляцией. Действительно, соответствующие точки для 1960-ых годов ложатся на убывающую кривую. Однако для точек, соответствующих более позднему периоду, это уже не так.

### **Рис. 5.17. Безработица и инфляция в Соединенных Штатах, 1961-1999**

---

\* Экспансионистская политика (expansionary policy) – политика, направленная на увеличение предложения денег для сокращения безработицы и стимулирования роста (Прим. науч. ред.).

Одно из объяснений несоответствия кривой Филлипса эмпирическим данным носит тривиальный характер: в случае, когда экономика сталкивается не только с шоками агрегированного спроса, но и с шоками агрегированного предложения, то даже модели из предшествующего раздела предсказывают возможность наличия в одно и то же время и высокой инфляции, и высокой безработицы. И действительно, в 1970-ых годах шоки агрегированного предложения имели место. Например, в 1973-74 и 1978-79 годах произошли серьезные скачки цен на нефть, что, вероятно, могло вынудить фирмы повышать цены при фиксированной заработной плате. Можно привести и другой пример: в этот период имел место значительное увеличение рабочей силы за счет притока новых работников, что могло привести к росту безработицы для данного уровня заработной платы.

Тем не менее, одни лишь шоки агрегированного предложения не могут объяснить все случаи нестабильности кривой Филлипса в 1970-ых и 1980-ых годах. Например, в 1981 и 1982 годах сложно обнаружить какие-либо шоки предложения. При этом как инфляция, так и безработица оказались намного выше привычных уровней 1960-ых. Если аргументация Фридмана и Фелпса верна, причиной этого может быть то, что более высокая инфляция 1970-ых годов привела к изменению процесса установления цен и заработной платы.<sup>18</sup>

Таким образом, модели установления цен и заработной платы, из которых следует наличие стабильной связи между инфляцией и безработицей, даже в первом приближении не дают адекватного описания динамики инфляции и проблемы выбора, стоящей перед политиками. Следовательно, они должны быть модифицированы, для того чтобы их можно было использовать в анализе соответствующих проблем.

## Модифицированная кривая Филлипса, учитывающая ожидания

Проводя долгосрочный анализ, проще всего предположить, что цены и заработка являются полностью гибкими, так что изменения в агрегированном спросе не будут иметь никаких реальных эффектов. Тогда кривая агрегированного предложения в долгосрочной перспективе (*LRAS* на Рис. 5.18)\*, является вертикальной линией, и никакие изменения спроса не отразятся на долгосрочном уровне выпуска. Уровень выпуска, определяющий положение кривой агрегированного предложения в долгосрочной перспективе, обозначается  $\bar{Y}$  и называется *естественным уровнем выпуска, или потенциальным выпуском, или выпуском при полной занятости* (см. Рис. 5.18).

### Рис. 5.18. Кривая агрегированного предложения в долгосрочной перспективе и кривая агрегированного спроса

Вывод о том, что кривая агрегированного предложения является вертикальной линией в долгосрочной перспективе, мало чем помогает при моделировании агрегированного предложения в краткосрочной перспективе. Современный кейнсианский подход к определению агрегированного

<sup>18</sup> Кроме того, роль шоков предложения в объяснении динамики инфляции в 1970-ых неоднозначна. См. Barsky and Kilian (2000).

\* *LRAS* – long-run aggregate supply (Прим. науч. ред.).

предложения в краткосрочной перспективе отличается от простой модели, представленной уравнениями (5.31)-(5.33), и моделей из раздела 5.3 тремя ключевыми чертами. Во-первых, ни цены, ни заработка плата не предполагаются абсолютно фиксированными и не реагирующими на изменения в экономике. Напротив, предполагается, что более высокий объем выпуска должен соответствовать более высоким ценам и заработной плате. Среди прочего, это означает, что кривая агрегированного предложения в краткосрочной перспективе является возрастающей, даже если не заработка плата, а цены не приспосабливаются к шокам мгновенно. Во-вторых, современный кейнсианский анализ учитывает возможность шоков агрегированного предложения. В-третьих, и это наиболее важная черта, приспособление к предшествующей и ожидаемой в будущем инфляции предполагается более сложным по сравнению с простой формулировкой (5.31).

Типичная современная кейнсианская форма представления агрегированного предложения имеет вид:

$$\ln P_t = \ln P_{t-1} + \pi_t^* + \lambda(\ln Y_t - \ln \bar{Y}_t) + \varepsilon_t^S, \quad \lambda > 0, \quad (5.35)$$

или

$$\pi_t = \pi_t^* + \lambda(\ln Y_t - \ln \bar{Y}_t) + \varepsilon_t^S, \quad (5.36)$$

где  $\pi_t \equiv \ln P_t - \ln P_{t-1}$  - уровень инфляции\*. Благодаря наличию слагаемого  $\lambda(\ln Y_t - \ln \bar{Y}_t)$  в любой момент времени между инфляцией и выпуском имеется положительная зависимость. Для простоты эта зависимость предполагается логлинейной. Уравнение (5.36) не опирается ни на какое конкретное предположение относительно того, являются ли цены, заработка плата или их комбинация источниками неполноты номинального приспособления.<sup>19</sup> Случайная величина  $\varepsilon^S$  характеризует шоки предложения.

Ключевое нововведение в (5.36) по сравнению с более ранними моделями агрегированного предложения – это слагаемое  $\pi^*$ . Буквально,  $\pi^*$  – это гипотетический уровень инфляции в случае, когда выпуск находится на своем естественном уровне, и отсутствуют шоки предложения. Уровень инфляции  $\pi^*$  обычно называют *базовым* или *основным* уровнем инфляции. При этом уравнение (5.36) задает *модифицированную кривую Филлипса, учитывающую ожидания*, хотя, как мы увидим вскоре, кейнсианские теории далеко не всегда трактуют  $\pi^*$  как ожидаемую инфляцию.

---

\* Читателя не должно смущать, что независимая (по логике изложения) переменная – объем предложения  $Y$  – стоит в правой части (5.35). Отметим также, что показатель инфляции  $\pi_t \equiv \ln P_t - \ln P_{t-1}$  близок к более традиционному показателю  $P_t / P_{t-1} - 1$ , если этот последний достаточно мал. (Прим. науч. ред.).

<sup>19</sup> Возможна комбинация уравнения (5.36) и случаев 2 или 3 из раздела 5.3, если, вместо гипотезы о полной жесткости цен,  $P = \bar{P}$ , предположить, что заработка плата является полностью гибкой и справедливо (5.36). Аналогично, в случаях 1 и 4 вместо условия  $W = \bar{W}$  можно предположить, что инфляция заработка платы подчиняется уравнению, аналогичному (5.36). Это, однако, приведет к несколько более сложному поведению инфляции цен.

Наиболее простая и удобная для изложения основных идей гипотеза состоит в том, что величина  $\pi^*$  равна фактическому уровню инфляции предшествующего периода:

$$\pi_t^* = \pi_{t-1}. \quad (5.37)$$

При такой формулировке модели можно говорить о наличии выбора между выпуском и *приращением* инфляции, однако, здесь нет возможности перманентного выбора между выпуском и инфляцией. Для того чтобы инфляция установилась на определенном стационарном значении, выпуск должен находиться на своем естественном уровне. При этом любое значение инфляции является устойчивым. Но для того, чтобы инфляция уменьшилась, необходим период, когда выпуск оказывается ниже своего естественного уровня.<sup>20</sup>

Данная модель гораздо лучше соответствует данным по Соединенным Штатам за последнюю четверть столетия, чем модель, предполагающая перманентный выбор между выпуском и инфляцией. В качестве примера рассмотрим динамику безработицы и инфляции с 1980 по 1995 год. Модель приписывает одновременно высокие уровни инфляции и безработицы в начале 1980-ых снижению агрегированного спроса в условиях достаточно высокой инфляции. Как и предсказывает модель, высокий уровень безработицы был связан с падением инфляции, и чем сильнее падал уровень инфляции, тем выше был уровень безработицы. Однако когда безработица опустилась ниже диапазона в 6-7 процентов в середине 1980-ых, уровень инфляции стал ползти вверх. А когда безработица вернулась в этот диапазон в конце декады, инфляция остановилась на стационарном уровне. Инфляция вновь снизилась, когда уровень безработицы превысил 7 процентов в 1992 году, и снова остановилась на стационарном уровне, когда безработица упала ниже 7 процентов в 1993 и 1994 годах. Все эти изменения вполне соответствуют предсказаниям модели.

Однако, и модифицированная модель далека от совершенства. В работе Staiger, Stock, and Watson (1997) было показано, что хотя в среднем инфляция снижается, когда уровень безработицы высокий, их связь не является особенно тесной. И это так, даже если брать в расчет наблюдаемые шоки предложения. Яркий тому пример - динамика инфляции и безработицы во второй половине 1990-ых: уровень инфляции перестал расти, несмотря на то, что безработица опустилась ниже предшествующих оценок ее естественного уровня.<sup>21</sup>

Введение в модель показателя базовой инфляции делает более удобным анализ экономики в координатах выпуск – инфляция вместо координат выпуск – уровень цен. В соответствии с уравнением (5.36), кривая агрегированного предложения описывает положительную взаимосвязь между выпуском и

<sup>20</sup> Стандартное упрощенное правило: каждый процентный пункт превышения безработицей своего естественного уровня связан с падением инфляции на половину процентного пункта в год. И как мы видели в разделе 4.1, на каждый процентный пункт превышения  $u$  над  $\bar{u}$  приходится уменьшение (исчисленного в процентах) отношения  $Y$  к  $\bar{Y}$  на два процентных пункта. Так что для интервалов длиной в год параметр  $\lambda$  в уравнении (5.36) приблизительно равен  $1/4$ .

<sup>21</sup> *Ex post*, экономисты предложили объяснение данной ситуации на основе шоков предложения и снижения естественного уровня. Но это не меняет того факта, что *ex ante* предсказания модели в отношении данного эпизода оказались неточными.

инфляцией. При этом из соотношения для агрегированного спроса следует отрицательная зависимость между двумя этими переменными. Действительно, для данного уровня цен в предшествующем периоде, уровень цен в текущем периоде является возрастающей функцией инфляции. Так что более высокий уровень инфляции соответствует более низкому уровню  $M/P$ , а значит, более низкому объему выпуска. Соответствующие кривые  $AS$  и  $AD$  представлены на Рис. 5.19.

### **Рис. 5.19. Кривые $AS$ и $AD$ в координатах выпуск – инфляция**

Хотя модель базовой инфляции (5.37) и является достаточно полезной, ее применение имеет ряд серьезных ограничений. Так, например, если мы будем рассматривать очень короткие интервалы времени, такие как квартал, то реакция уровня базовой инфляции на изменение фактической инфляции займет явно более одного периода. В этом случае правую часть (5.37) следовало бы заменить на уровень инфляции, средневзвешенный за последние несколько периодов.

Наиболее существенный недостаток модели агрегированного предложения (5.36)-(5.37) – это, пожалуй, предположение о независимости базовой инфляции от экономической среды. Так, например, если условие (5.37) соблюдается в каждом периоде, то это означает наличие перманентного выбора между объемом выпуска и изменением уровня инфляции. Иными словами, если политические деятели согласны пойти на бесконечно возрастающий уровень инфляции, то оказывается они могут поднять выпуск выше естественного уровня. Но тот же аргумент, что был высказан Фридманом и Фелпсом против возможности перманентного выбора между выпуском и инфляцией, может быть выдвинут и в данном случае: при описанной макроэкономической политике работники и фирмы перестанут вести себя в соответствии с уравнениями (5.36)-(5.37). Они изменят свое поведение так, чтобы учесть ожидаемый прирост инфляции. В конечном итоге выпуск должен будет вернуться на свой естественный уровень.

В первоначальном изложении гипотезы естественного уровня, Фридман предлагал другой, более реалистичный пример зависимости динамики базовой инфляции от экономической среды: то, насколько быстро базовая инфляция приспосабливается к изменениям в фактической инфляции, скорее всего, должно зависеть от типичной продолжительности изменений в инфляции. Если это действительно так, то в ситуации, подобной той, что исследовал Филлипс, когда имеют место многочисленные временные изменения в инфляции, базовая инфляция не будет подвержена значительным изменениям. При этом статистические данные будут говорить в пользу наличия стабильного соотношения между выпуском и инфляцией. Но в таких условиях, как в последние годы в Соединенных Штатах, когда имеют место продолжительные периоды то высокой, то низкой инфляции, базовая инфляция будет меняться в большей степени. Так что при этом определенной взаимосвязи между объемом выпуска и уровнем инфляции не будет.

С учетом данной критики, уравнения (5.36)-(5.37) можно переписать, рассматривая ожидаемую инфляцию вместо базовой инфляции:

$$\pi_t = \pi_t^e + \lambda(\ln Y_t - \ln \bar{Y}_t) + \varepsilon_t^S, \quad (5.38)$$

где  $\pi_t^e$  - ожидаемая инфляция. Эта формулировка учитывает важные аспекты, рассмотренные выше. Например, если ожидания не являются абсолютно иррациональными, то в соответствии с (5.38) никакая политика не может перманентно увеличить выпуск сверх своего естественного уровня. В противном случае это означало бы, что инфляционные ожидания работников и фирм постоянно являются заниженными. Аналогичным образом, поскольку ожидания относительно будущей инфляции в меньшей степени реагируют на изменения в текущей инфляции в случае, когда эти изменения являются непродолжительными, то уравнение (5.38) вполне соответствует аргументации Фридмана относительно вероятного изменения связи между выпуском и инфляцией в зависимости от динамики фактической инфляции.

Тем не менее, современный кейнсианский анализ, как правило, не использует модель агрегированного предложения, представленную уравнением (5.38). Основная причина этого состоит в следующем. Как будет показано в части А главы 6, если предполагать, что агенты устанавливающие цены или заработную плату формируют свои ожидания рациональным образом, то использование уравнения (5.38) будет давать результаты, которые не подтверждаются эмпирически. Можно, конечно, считать, что работники и фирмы не формируют свои ожидания рационально, но тогда теория оказывается основанной на предположении об иррациональности поведения.

Естественным компромиссом между моделью базовой инфляции (5.37) и моделью (5.38) является подход, рассматривающий базовую инфляцию как взвешенное среднее инфляции предшествующего периода и ожидаемой инфляции. В данном предположении краткосрочная кривая агрегированного предложения имеет вид:

$$\pi_t = \phi \pi_t^e + (1 - \phi) \pi_{t-1} + \lambda (\ln Y_t - \ln \bar{Y}_t) + \varepsilon_t^s, \quad 0 \leq \phi \leq 1. \quad (5.39)$$

Современные кейнсианские теории, как правило, предполагают, что  $\phi$  больше нуля, т.е. что базовая инфляция не определяется чисто механически как инфляция предшествующего периода. Но при этом также предполагается, что  $\phi$  строго меньше 1. Таким образом, инфляции цен и заработной платы приписывается некоторая инерция. Другими словами, помимо эффекта, связанного с ожиданиями, предполагается наличие определенной связи между инфляцией в прошлом и в будущем.

Однако, кейнсианские теории обычно не претендуют на создание общей модели агрегированного предложения. Как правило, модели относятся к одному из двух типов. Модели первого типа характеризуются тем, что вид кривой агрегированного предложения или соответствующая форма номинальной жесткости определяются специфическими предположениями относительно микроэкономической среды. В таких моделях (например, в тех, что были представлены в разделе 5.3) обычно присутствуют крайние формы номинальной жесткости. Их цель – проиллюстрировать некоторые проблемы, они не предназначены для того, чтобы обеспечить хорошую аппроксимацию фактического поведения. Мы столкнемся со многими подобными моделями в следующей главе. Вторая группа – это модели с достаточно специфичными формулировками, такими как (5.36)-(5.37). Они дают неплохое обобщенное

представление о поведении совокупного предложения в определенных ситуациях, но далеки от универсальности.

Неспособность современной кейнсианской теории выработать общую модель агрегированного предложения создает определенные проблемы для приложения теории в новых ситуациях. Кроме того, делая модели менее строгими, кейнсианская теория сталкивается с затруднениями в эмпирической проверке результатов. К этой проблеме мы еще раз вернемся в конце следующей главы.

## 5.5 Эмпирическое приложение: деньги и выпуск

Пожалуй, наиболее серьезное расхождение между реальными и кейнсианскими теориями флуктуаций состоит в их предсказаниях относительно последствий монетарных шоков. В базовых моделях реального делового цикла чистые монетарные шоки не имеют никаких реальных эффектов. В кейнсианских моделях они оказывают значительное воздействие на занятость и выпуск.

### Сент-Луисское уравнение

Из этого замечания следует естественный тест для сопоставления реальных и кейнсианских теорий: просто построить регрессию выпуска на денежную массу. Подобный подход имеет длительную предысторию. Одна из первых попыток построения регрессии выпуска на денежную массу была предпринята Леонолом Андерсоном и Джерри Йорданом из Федерального Резервного Банка Сент Луиса (Andersen and Jordan, 1968). С тех пор регрессию объема выпуска на денежную массу называют *Сент-Луисским уравнением*.

Здесь мы рассмотрим один из примеров Сент-Луисского уравнения. Переменная в левой части – это приращение логарифма реального ВВП. Основная переменная в правой части – это приращение логарифма денежной массы, определяемой как агрегат  $M2$ . Чтобы учесть возможность воздействия денежной массы на выпуск с лагом, в регрессию включены текущий объем денежной массы и четыре лаговых величины. Кроме этого в регрессии присутствует константа и временной тренд, позволяющий учесть тренды в росте выпуска и денежной массы. Рассматриваются поквартальные данные за период с 1959 по 1999 год.

Был получен следующий результат:

$$\begin{aligned} \Delta Y_t = & 0.0016 - 0.03 \Delta \ln m_t + 0.17 \Delta \ln m_{t-1} + 0.17 \Delta \ln m_{t-2} \\ & + 0.02 \Delta \ln m_{t-3} - 0.02 \Delta \ln m_{t-4} + 0.0008t, \\ \bar{R}^2 = & 0.050, \quad D.W. = 1.55, \quad s.e.e. = 0.009, \end{aligned} \tag{5.40}$$

где в скобках приведены стандартные ошибки. Сумма коэффициентов перед текущим и четырьмя лаговыми значениями темпа роста денежной массы равна 0,33 при стандартной ошибке 0,11. Полученная оценка означает, что однопроцентное увеличение денежной массы связано с ростом выпуска на 1/3

процента на протяжении последующего года. Нулевая гипотеза об отсутствии связи отвергается при высоком уровне значимости.

Можно ли тогда считать, что данная регрессия дает убедительное доказательство в пользу монетарных, а не реальных теорий колебаний? Нет, нельзя. Существует несколько основных проблем, связанных с построением подобных регрессий. Во-первых, причинно-следственная связь может идти не от денежной массы к выпуску, а наоборот, от выпуска к денежной массе. Простое соображение, формализованное в работе King and Plosser (1984), состоит в следующем. В ситуации, когда фирмы планируют увеличить объем производства, они могут увеличить запас денег, который будет необходим для закупки промежуточной продукции. Аналогично, домохозяйства могут увеличить запас денег, если они планируют увеличить объем покупок. Денежные агрегаты, такие как  $M_2$ , не устанавливаются напрямую Федеральной Резервной Системой, а определяются предложением денежной базы, поведением банковской системы и частных лиц. Таким образом, изменения в спросе на деньги, обусловленные пересмотром производственных планов фирм и домохозяйств, могут привести к изменению объема денежной массы. В результате мы можем наблюдать изменения в объеме денежной массы, которые опережают изменения в выпуске, даже если сами по себе эти изменения и не приводят к изменениям выпуска.

Вторая важная проблема состоит в том, что Сент-Луисское уравнение включает детерминанты монетарной политики. Предположим, например, что Федеральная Резервная Система подстраивает объем денежной массы, пытаясь нейтрализовать воздействие на совокупный выпуск других факторов. Тогда, если монетарные изменения обладают реальными эффектами и усилия Федеральной Резервной Системы увенчиваются успехом, мы будем наблюдать изменения в денежной массе в отсутствии изменений в выпуске (Kareken and Solow, 1963). Таким образом, так же как из наблюдаемой положительной корреляции между денежной массой и выпуском мы не можем сделать однозначный вывод, что именно изменения в денежной массе являются причиной изменений в выпуске, отсутствие данной корреляции не позволяет заключить, что денежная масса не влияет на выпуск.<sup>22</sup>

Третье затруднение с Сент-Луисским уравнением состоит в том, что за последние два десятилетия произошли значительные сдвиги в спросе на деньги. Некоторые из них, вероятно, связаны с инновациями на финансовых рынках и дерегулированием банковской системы, хотя их причины до сих пор еще не нашли полного объяснения.<sup>23</sup> Если Федеральная Резервная Система не подстраивает в полной мере предложение денег кенным шокам, модель *IS-LM-AS* предсказывает, что они будут порождать отрицательную связь между денежной массой и выпуском. Например, положительный шок спроса на деньги приведет к увеличению объема денежной массы, но увеличит при этом ставку процента и снизит объем выпуска. И даже если Федеральная Резервная Система реагирует на эти сдвиги, их крупномасштабный характер может привести к тому, что несколько наблюдений окажут диспропорционально большое влияние на результат.

---

<sup>22</sup> Аналогично, предположим, что монетарная и фискальная политика скординированы так, что они меняются в одном направлении. Тогда, если фискальная политика воздействует на реальный выпуск, то будет наблюдаться взаимосвязь монетарной политики и изменений в выпуске, даже если изменения в денежной массе не создают никаких реальных эффектов.

<sup>23</sup> См. классическое исследование Goldfeld (1976).

Происходящие сдвиги спроса на деньги делают оценку зависимости выпуска от денежной массы весьма чувствительной к таким аспектам, как выбор периода времени и характеристики денежной массы. Если, например, регрессия типа (5.40) строится с использованием агрегата  $M1$  вместо  $M2$ , или если берется иной период выборки, результаты меняются значительно.

Вследствие этих трудностей, регрессия вида (5.40) не может быть использована для получения веских доводов в пользу монетарной либо реальной теории флюктуаций.

## Другие доводы

В работе Friedman and Schwartz (1963) был предложен совершенной иной подход к тестированию гипотезы о том, что монетарные шоки порождают реальные эффекты. Фридман и Шварц провели аккуратный исторический анализ причин изменений денежной массы в Соединенных Штатах за период с Гражданской Войны до 1960 года. На основании полученных результатов они пришли к выводу, что многие изменения в денежной массе являлись последствиями развития денежного сектора экономики и не были вызваны изменениями в реальном секторе экономии. Фридман и Шварц также показали, что за этими изменениями в денежной массе последовали изменения в выпуске того же знака. Таким образом, если только взаимосвязь денежной массы и выпуска в этих эпизодах не является странной случайностью, можно говорить о причинно-следственной взаимосвязи идущей от денежной массы к выпуску, а не наоборот.<sup>24</sup>

В работе C. Romer and D. Romer (1989) представлено современное исследование этой же проблемы. Авторы проанализировали деятельность Федеральной Резервной Системы в послевоенный период, которая была направлена на снижение инфляции и не была при этом обусловлена изменениями в реальном секторе экономики. Они обнаружили шесть сдвигов подобного рода и обнаружили, что за всеми сдвигами последовала рецессия. Например, в октябре 1979 года, вскоре после того как Пол Волкер возглавил Федеральную Резервную Систему, монетарная политика была резко ужесточена. Известно, что данная смена курса была мотивирована желанием снизить уровень инфляции, а вовсе не наличием других сил, которые неизбежно могли бы привести к падению выпуска. За этой политикой последовала одна из самых сильных рецессий в послевоенной истории США.<sup>25</sup>

---

<sup>24</sup> Подробно это описано в главе 13 их книги, которую должен прочитать каждый будущий макроэкономист.

<sup>25</sup> Вполне возможно, что подобные исследования открытых экономик могли бы дать веские доводы в пользу значимости монетарных сил. Например, сдвиги в монетарной политике с целью снижения высокого уровня инфляции в малых открытых экономиках, казалось бы, должны быть связаны со значительными изменениями реального обменного курса, реальной ставки процента, и реального выпуска. Однако, то, что наблюдается в действительности, несколько сложнее, чем просто антиинфляционная политика, сопровождающаяся каждый раз снижением выпуска. В частности, в тех случаях, когда политика направлена на снижение инфляции посредством контроля над обменным курсом, она часто сопровождается ростом выпуска в краткосрочной перспективе. Пока еще нет однозначного объяснения, почему так происходит. Также до сих пор не ясен ответ на более общий вопрос о том, может ли опыт стабилизации инфляции в открытых экономиках служить подтверждением не-нейтральности денег. Анализ эпизодов стабилизации осложняется тем фактом, что изменения в политике часто сопровождаются фискальными

Общей чертой исследования Фридмана и Шварц и исследования К. Ромер и Д. Ромера является поиск *естественных экспериментов*, позволяющих определить эффекты монетарных шоков. Если бы экономики стран можно было бы использовать для лабораторных опытов, экономисты могли бы случайным образом менять предложение денег и исследовать последующие колебания выпуска. Для монетарных изменений случайного характера может быть исключена вероятность того, что они могли быть вызваны изменениями в выпуске, или что были другие силы, систематически приводящие к изменениям как в денежной массе, так и в выпуске.

К несчастью для экономической науки (впрочем, к счастью с иных точек зрения) экономика страны не является лабораторией. В наибольшей степени приблизиться к условиям лабораторного эксперимента можно тогда, когда мы ищем исторические примеры монетарных изменений, заведомо не обусловленных динамикой выпуска. Например, как отмечают Фридман и Шварц, смерть в 1928 году Бенджамина Стронга, президента Федерального Резервного Банка Нью-Йорка, дает пример подобного рода независимого монетарного шока. По мнению Фридмана и Шварц, после смерти Стронга в Федеральной Резервной Системе образовался вакуум власти, что привело к явному изменению монетарной политики на протяжении нескольких последующих лет.<sup>26</sup>

В идентификации эффектов монетарных шоков естественные эксперименты, такие как смерть Стронга, вряд ли настолько же идеальны, как подлинно случайные эксперименты. Можно не соглашаться с тем, что любые эпизоды могут восприниматься как действительно независимые монетарные шоки, и ставить вопрос о том, какие именно эпизоды подходят на эту роль. Но поскольку чистые случайные эксперименты невозможны, опыт, который дают нам естественные эксперименты можно расценивать как лучшее из того, чем мы располагаем.

Близкий подход состоит в использовании наблюдений, которые дают нам те или иные монетарные интервенции, для того, чтобы определить воздействие монетарных шоков на относительные цены. Например, как это описано в разделе 10.3, в работе Cook and Hahn (1989) формально подтверждается общее наблюдение, что операции на открытом рынке, проводимые Федеральной

реформами и изменениями в степени неопределенности. См., например, Sargent (1982), Rebelo and Vegh (1995) и Calvo and Vegh (1999).

<sup>26</sup> В действительности, идея естественных экспериментов позволяет выявить потенциальные инструментальные переменные для Сент-Луисского уравнения. Проблема состоит в том, что на деле может иметь место корреляция между ростом денежной массы и другими факторами, воздействующими на выпуск. Решение этого затруднения состоит в поиске переменных, которые коррелированы с ростом денежной массы, но не коррелированы с остальными факторами. Таким образом, оценка регрессии выпуска на денежную массу может быть проведена с использованием метода *инструментальных переменных* (или *двух-шагового метода наименьших квадратов*). Т.е., можно попытаться исследовать зависимость темпа роста выпуска от компоненты темпа роста денежной массы, которая коррелирована с инструментами и тем самым не коррелирована с опущенными факторами. Или, если нас просто интересует, воздействуют ли изменения в денежной массе на реальный выпуск, и при этом не важно, каковы точные значения коэффициентов в регрессии, можно оценить *редуцированную форму* модели. Т.е., можно построить регрессию темпа роста выпуска непосредственно на инструменты. В действительности, когда Фридман и Шварц, а также К. Ромер и Д. Ромер ищут исторические примеры изменений в монетарной сфере, они пытаются выявить такие инструменты, чтобы исследовать затем *редуцированную форму* зависимости изменений в выпуске от этих инструментов.

Резервной Системой, связаны с изменениями в номинальных ставках процента. Учитывая дискретную природу операций на открытом рынке и специфику определения времени их проведения, вряд ли они происходят эндогенным образом как раз в то время, когда ставки процента так или иначе изменяются. И хотя данный вопрос не был исследован формально, сам тот факт, что монетарные экспансии снижают номинальные ставки процента, дает серьезное основание полагать, что изменения в номинальных ставках процента отражают также изменения и в реальных ставках процента. Например, монетарная экспансия снижает даже однодневные номинальные ставки процента. Кажется невероятным, что одновременно за столь короткое время происходит снижение инфляционных ожиданий.<sup>27</sup> И реальные, и кейнсианские теории согласны с тем, что изменения реальной ставки процента приводят к изменениям в реальном секторе экономики. Так что приведенные рассуждения выступают в качестве довода в пользу существования реальных эффектов монетарных шоков.

Аналогичным образом, режим номинального обменного курса оказывает воздействие на реальный обменный курс. В условиях фиксированного обменного курса центральный банк подстраивает предложение денег для поддержания номинального курса на постоянном уровне. В условиях плавающего обменного курса он этого не делает. Есть веские доказательства того, что не только номинальный, но также и реальный обменный курс является значительно менее волатильным в режиме фиксированного обменного курса по сравнению с режимом плавающего обменного курса. Кроме того, в ситуациях, когда центральный банк меняет привязку номинального обменного курса с одной валюты на другую, волатильность реального обменного курса также резко меняется (см., например, Genberg, 1978; Stockman, 1983; Mussa, 1986 и Baxter and Stockman, 1989). Поскольку изменения в режиме обменного курса носят дискретный характер, объяснение подобного поведения реального обменного курса без апелляции к реальным эффектам монетарных сил потребовало бы предъявить неожиданные и значительные по масштабу реальные шоки. И в данном случае реальные и кейнсианские теории вновь сходятся в предсказании, что динамика реального обменного курса порождает реальные эффекты.

Наиболее серьезное ограничение данных доводов состоит в том, что важность воздействия монетарных шоков на реальные ставки процента и реальные обменные курсы не была количественно подтверждена. Например, в исследовании Baxter and Stockman (1989) не было найдено никакого различия в динамике агрегированных экономических показателей в условиях плавающего и фиксированного обменных курсов. Однако, поскольку теории реального делового цикла связывают достаточно большие изменения в объемах с достаточно слабыми изменениями в относительных ценах, утверждение, что изменения цен не играют серьезной роли, было бы загадочным как с точки зрения реальных, так и с позиции кейнсианских теорий.

## Результаты более тонких статистических исследований

---

<sup>27</sup> В работе Вагто (1989) представлена модель, в которой монетарные экспансии снижают инфляционные ожидания. Однако, модель требует, чтобы цены менялись скачкообразно в ответ на эти экспансии.

В свете полученных результатов, утверждение, что монетарные шоки обладают реальными эффектами, получило широкую поддержку среди макроэкономистов. Однако данные результаты мало чем помогают в детализированном анализе эффектов политики. Так, например, Фридман и Шварц и К. Ромер и Д. Ромер выявили слишком мало эпизодов для того, чтобы полученные результаты могли быть использованы для количественной оценки любого воздействия политики на выпуск, или для того, чтобы пролить свет на возможные достоинства и недостатки разных гипотез относительно времени отклика различных переменных на монетарные шоки.

Желание получить более детализированное представление об эффектах монетарной политики мотивировало большое число новых статистических исследований воздействия монетарной политики на экономику. Большинство исследований было проведено в контексте *векторных авторегрессий* (VARs – vector autoregressions). В самой простой форме, VAR – это система уравнений, в которой для каждой переменной системы строится ее регрессия на свои собственные лаговые значения, а также лаговые значения других переменных. (См., например, Sims, 1980. В главе 11 монографии Hamilton, 1994, изложено общее введение в VARs). Ранние попытки построения VARs налагали мало структурных ограничений на систему, или не делали этого вовсе. В результате большинство попыток использовать VARs для оценки эффектов монетарной политики страдало от тех же недостатков (опущенных переменных, неправильной причинно-следственной связи и проблемы сдвигов спроса на деньги), что и Сент-Луисское уравнение (Cooley and LeRoy, 1985).

Более поздние построения VARs были усовершенствованы в двух направлениях. Во-первых, поскольку Федеральная Резервная Система, как правило, позволяла денежной массе колебаться в ответ на шоки спроса на деньги, более поздние VARs использовали не денежную массу, а другие показатели монетарной политики. Наиболее распространен был выбор ставки по федеральным фондам (Bernanke and Blinder, 1992). Во-вторых, и это более важно, исследователи осознали, что для того чтобы делать выводы на основе статистических данных требуется определенная модель. Они стали вводить предположения относительно проведения политики и ее эффектов, что позволяло сопоставить оценки параметров VAR и оценки воздействия политики на макроэкономические переменные. Первыми в построении *структурных* VARs были Sims (1986), Bernanke (1986) и Blanchard and Watson (1986). Важный недавний вклад в контексте монетарной политики внесли исследования Sims (1992), Bernanke and Mihov (1998), Christiano, Eichenbaum, and Evans (1996), Leeper, Sims, and Zha (1996), Cochrane (1998) и Barth and Ramey (2000). Результаты данных исследований в общем соответствуют выводам, которые мы обсуждали выше. И что более важно, эти исследования предоставили достаточное количество фактов относительно лагов воздействия политики, ее влияния на финансовые рынки, и прочих важных проблем.

К сожалению, трудно говорить о том, что современные VARs действительно разрешили все затруднения, возникавших для более простых регрессий выпуска на денежную массу (Rudebusch, 1998). Эти исследования до сих пор так и не нашли убедительный способ решения одной из самых важных проблем: Федеральная Резервная Система может приспосабливать политику с учетом информации о возможных изменениях в экономике в будущем. И эта возможность не учитывается при построении VARs. Рассмотрим, например, снижение ставки процента, осуществленное Федеральной Резервной Системой

осенью 1998 года. Поскольку экономика находилась на подъеме (что не является стандартной ситуацией, в которой Федеральная Резервная Система снижает ставки процента), типичная VAR идентифицирует это событие как шок, вызванный монетарной экспансиеи, и будет его использовать для анализа эффектов политики. На самом деле, Федеральная Резервная Система пошла на этот шаг, опасаясь, что Южно-Азиатский финансовый кризис приведет к замедлению роста агрегированного спроса в Соединенных Штатах. Ставки процента были снижены только для того, чтобы нейтрализовать возможный негативный шок. Таким образом, анализ макроэкономического поведения, последовавшего за снижением ставок процента, вряд ли позволит адекватно определить воздействие монетарной политики. Даный пример показывает, что проводимая макроэкономическая политика носит достаточно сложный характер, так что очень трудно контролировать все факторы, которые и влияют на политику, и могут оказывать прямое воздействие на экономику.

## 5.6 Циклический характер реальной заработной платы

Экономистов интересовал циклический характер реальной заработной платы еще во время выхода в свет *Общей Теории Кейнса*. Ранние исследования этой проблемы проводились на основе агрегированных данных. Общий результат этих исследований состоял в том, что реальная заработная плата в Соединенных Штатах и других странах является в первом приближении ациклической или умеренно проциклической переменной (см., например, Geary and Kennan, 1982).

Однако использование агрегированных данных по заработной плате связано с определенным затруднением: множество работников, по которому составляются агрегированные показатели, не является неизменным на протяжении делового цикла. Занятость в большей степени подвержена циклическим колебаниям для низко-квалифицированных, низкооплачиваемых работников. А значит, низко-квалифицированные работники составляют более высокую долю среди занятых в периоды подъема, чем в периоды спада. В результате анализ агрегированных данных может привести к недооценке степени процикличности реальной заработной платы типичного индивида. Другими словами, агрегированная заработная плата, скорректированная с учетом квалификации, будет носить, вероятно, более проциклический характер, чем нескорректированная агрегированная заработная плата.

Учитывая данное затруднение, многие исследования, начиная с работы Bils (1985), проверяли циклический характер реальной заработной платы на панельных данных. Примером наиболее основательного и глубокого анализа здесь может служить исследование Solon, Barsky, and Parker (1985). Они использовали статистику по США за период с 1967 по 1987 год, представленную в Панельных Исследованиях Динамики Доходов (PSID – Panel Study of Income Dynamics). Как объясняют Солон, Барски и Паркер, агрегированная заработная плата является необычно сильно проциклической на данном интервале времени. Для него они получили следующий результат: рост уровня безработицы на один процентный пункт связан со снижением агрегированной реальной заработной платы на 0.6 процента (при стандартной ошибке в 0.17 процента).

Солон, Барски и Паркер рассматривают два подхода к решению указанной выше проблемы смещенности выборки по структуре (по составу работников). Первый состоит в рассмотрении только тех индивидов, кто является занятым на протяжении всего рассматриваемого периода. Анализ агрегированной реальной заработной платы проводится только для этой группы. Второй подход использует большее число наблюдений. Не вдаваясь в детали, можно сказать, что Солон, Барски и Паркер оценивают регрессию следующего вида:

$$\Delta \ln w_{it} = a'X_{it} + b\Delta u_t + e_{it}. \quad (5.41)$$

Здесь индекс  $i$  относится к индивидам, индекс  $t$  соответствует годам,  $w$  - это реальная заработная плата,  $u$  - уровень безработицы,  $X$  - вектор контрольных переменных. Авторы используют все доступные наблюдения: наблюдаемые переменные с индексом  $it$  включаются в регрессию, если индивид  $i$  является занятым и в году  $t-1$ , и в году  $t$ . Требование, чтобы включаемый в выборку индивид был занятым оба года, как раз и направлено на решение проблемы смещенности выборки по структуре.<sup>28</sup>

Результаты, которые дают два представленных подхода, в принципе совпадают: характеристика процикличности реальной заработной платы на индивидуальном уровне почти вдвое выше, чем на агрегированном уровне. Снижение уровня безработицы на 1 процентный пункт связано с ростом реальной заработной платы типичного работника примерно на 1.2 процента. Т.е., реальная заработная плата является в немалой степени проциклической на индивидуальном уровне. При этом оба подхода дают оценки с высокой степенью статистической значимости.

Однако полученные результаты могут отражать не смещенность выборки по структуре, а различие между выборкой PSID и всем населением страны. Рассматривая данную возможность, Солон, Барски и Паркер проводят следующий тест. Они выстраивают временной ряд агрегированной реальной заработной платы на основе PSID традиционным образом, вычисляя реальную заработную плату для данного года как среднюю заработную плату, выплачиваемую работнику из выборки PSID, являющемуся занятым в данном году. Поскольку набор работников в подобной методике варьируется от года к году, полученные оценки могут страдать от смещенности выборки по структуре. Таким образом, сравнение оценок циклического характера реальной заработной платы, измеренной данным образом, с традиционной агрегированной оценкой показывает роль самой выборки PSID. Аналогичное сравнение данной оценки с оценкой по панельным данным показывает потенциальную роль смещенности выборки по структуре.

Проводя данный тест, Солон, Барски и Паркер обнаруживают, что характеристика цикличности агрегированной по PSID реальной заработной платы практически совпадает с тем же показателем для традиционной

<sup>28</sup> Чтобы избежать проблемы смещенности выборки по структуре Солон, Барски и Паркер не задействуют данные по всем работникам PSID ни в первом, ни во втором подходе. При этом возникает потенциальная проблема смещенности выборки по структуре другого типа. Например, можно предположить, что ставки заработной платы, отобранные по критерию занятости, будут сильно контрицикллическими для индивидов, работающих время от времени. Исключая таких работников из выборки, Солон, Барски и Паркер переоценивают степень процикличности заработной платы типичного работника. Однако данная возможность кажется несколько надуманной.

агрегированной реальной заработной платы. Таким образом, расхождение между оценками по панельным данным и оценками по агрегированным данным отражает смещенность выборки по структуре.

Солон, Барски и Паркер естественно не были первыми исследователями циклического характера реальной заработной платы на основе панельных данных. Однако они выявили более сильную смещенность выборки по структуре, чем их предшественники. Следует глубже разобраться в природе данного результата.

Солон, Барски и Паркер обсуждают эту проблему в контексте трех ранних исследований: Blank (1990), Coleman (1984) и Bils (1985). Результаты, полученные Бланк в действительности демонстрируют значительную смещенность выборки по структуре. Однако, она сфокусировала внимание на несколько иных вопросах, обойдя эту проблему стороной. Коулмен обратил внимание на тот факт, что временной ряд по агрегированной реальной заработной плате и временной ряд, скорректированный с учетом смещенности выборки по структуре, характеризуются практически одинаковой *корреляцией* с динамикой уровня безработицы. При этом он не обратил внимания на то, что величина колебаний в скорректированном ряде намного выше. Это еще раз подтверждает важность общего принципа работы со статистикой: нужно рассматривать не только такие статистические показатели как корреляцию и *t*-статистику, но и экономическую интерпретацию полученных в ходе оценки величин. В свою очередь, Билс обнаружил, что реальная заработная плата на индивидуальном уровне является в значительной степени проциклической. При этом он также получил, что временной ряд агрегированной (по рассматриваемой выборке) реальной заработной платы является практически в такой же степени проциклическим. На основании этого он сделал вывод, что смещенность выборки по структуре не является значительной. Однако, в выборку, с которой работал Билс, входили лишь молодые люди. А значит, полученный для данной достаточно однородной выборки результат вовсе не позволяет исключить вероятность значительной смещенности выборки в случае, когда рассматривается все население страны.

Позволяют ли результаты исследований Солона, Барски и Паркера сделать вывод, что краткосрочные колебания в объеме труда соответствуют перемещению вдоль возрастающей кривой предложения труда в краткосрочной перспективе? Солон, Барски и Паркер считают, что такой вывод сделать нельзя по двум причинам. Во-первых, они показывают, что подобного рода интерпретация потребует, чтобы эластичность предложения труда по заработной плате лежала в диапазоне от 1.0 до 1.4. Но микроэкономические исследования показывают, что такое значение эластичности является невероятно высоким, даже если рассматривать чисто временные изменения. А с учетом того, что колебания в заработной плате носят обычно далеко не временный характер, объяснение, основанное лишь на движениях вдоль кривой предложения труда, становится еще более проблематичным. Во-вторых, как было показано выше, для периода выборки, рассмотренного Солоном, Барски и Паркером, агрегированная реальная заработная плата носит непривычно сильно проциклический характер. Если это же справедливо и для заработной платы на индивидуальном уровне, то объяснение колебаний занятости в другие периоды времени движением вдоль кривой предложения труда становится еще более затруднительным.

Таким образом, результаты, полученные Солоном, Барски и Паркером, вовсе не исключают возможность того, что невальярсовские черты рынка труда, (возможно, наряду со сдвигами предложения труда) имеют важное значение для объяснения совместных изменений в объеме труда и реальной заработной плате. Тем не менее, результаты их исследования меняют наше представление о природе краткосрочных колебаний и, соответственно, наши требования к моделям макроэкономических флуктуаций.

## Задачи

- 5.1.** Рассмотрите модель  $IS-LM$ , представленную в разделе 5.1. Выведите значения мультипликаторов  $di/dM$  и  $dY/dM$  для фиксированного  $P$ .
- 5.2.** Вывод кривой  $LM$  основан на предположении, что переменная  $M$  является экзогенной. Но предположим вместо этого, что Федеральная Резервная Система имеет некоторый целевой уровень ставки процента  $i$  и подстраивает  $M$  так, чтобы  $i$  всегда равнялась  $\bar{i}$ .
- Для данной политики определите наклон кривой  $LM$  (множества всех комбинаций  $i$  и  $Y$ , обеспечивающих равновесие спроса и предложения денег).
  - Что будет с наклоном кривой  $AD$  при данной политике?
- 5.3. Государственный бюджет в стандартной кейнсианской модели.**
- Мультипликатор сбалансированного бюджета.** (См. Haavelmo, 1945.) Предположим, что планируемые расходы определяются в соответствии с (5.2),  $E = C(Y - T) + I(i - \pi^e) + G$ .
    - Как одновременное равновеликое увеличение  $G$  и  $T$  отразится на положении кривой  $IS$ ? А именно, как изменится  $Y$  для фиксированного уровня  $i$ ?
    - Как одновременное равновеликое увеличение  $G$  и  $T$  отразится на положении кривой  $AD$ ? А именно, как изменится  $Y$  для фиксированного  $P$ ?
  - Автоматические стабилизаторы.** Предположим, что налоги  $T$  не являются экзогенными, а зависят от дохода:  $T = T(Y)$ ,  $T'(Y) > 0$ . Определите, как в этом случае увеличение  $T'(Y)$  повлияет
    - на наклон кривой  $IS$ ;
    - на изменение  $Y$  в результате вариации  $G$  и  $M$  при фиксированном  $P$ .
- 5.4. Ловушка ликвидности и эффект Пигу.** Предположим, что номинальная ставка процента настолько мала, что альтернативные издержки хранения наличных денег пренебрежимо малы. Пусть в результате индивидам безразлично, держать ли свое богатство в деньгах или в других активах, и поэтому они готовы менять объем денежной массы при неизменной ставке процента.
- Ловушка ликвидности.** (Keynes, 1936). Определите наклон кривой  $AD$  в рассматриваемой ситуации. Если цены являются полностью

- гибкими (так что кривая  $AS$  вертикальна), влияет ли агрегированный спрос на равновесный выпуск?
- (b) **Эффект Пигу.** (Pigou, 1943.) Предположим, что, кроме того, планируемые расходы зависят от реального богатства и от других переменных согласно (5.1). Поскольку денежная база является одной из компонент реального богатства, снижение уровня цен увеличивает реальное богатство. Если цены являются полностью гибкими (так что кривая  $AS$  вертикальна), влияет ли агрегированный спрос на равновесный выпуск?
- 5.5. Эффект Манделла.** (Mundell, 1963). Рассмотрите модель  $IS-LM$  и определите, как снижение ожидаемого уровня инфляции  $\pi^e$  влияет на  $i$ ,  $Y$  и  $i - \pi^e$ ?
- 5.6. Мультипликатор-акселератор.** (Samuelson, 1939.) Рассмотрим следующую модель определения дохода. (1) Потребление определяется доходом в предшествующем периоде:  $C_t = a + bY_{t-1}$ . (2) Желательный запас капитала (или товарно-материальные запасы) пропорционален выпуску предшествующего периода:  $K_t^* = cY_{t-1}$ . (3) Инвестиции определяются разницей между желательным запасом капитала текущего периода и запасом капитала прошлого периода:  $I_t = K_t^* - K_{t-1} = K_t^* - cY_{t-2}$ . (4) Государственные закупки постоянны:  $G_t = \bar{G}$ . (5)  $Y_t = C_t + I_t + G_t$ .
- Выразите  $Y_t$  через  $Y_{t-1}$ ,  $Y_{t-2}$  и другие параметры модели.
  - Пусть  $b=0.9$  и  $c=0.5$ . Предположим, что происходит временный шок государственных закупок. А именно, предположим, что  $G$  равно  $\bar{G}+1$  в периоде  $t$  и равно  $\bar{G}$  во все остальные периоды времени. Опишите реакцию выпуска на данный шок во времени.
- 5.7.** (На основе Mankiw and Summers, 1986.) Предположим, что спрос на реальные денежные остатки зависит от ставки процента,  $i$ , и располагаемого дохода,  $Y-T$ . Другими словами, уравнение  $LM$  записывается в виде:  $M/P = L(i, Y-T)$ .
- Предполагая экономику закрытой, можно ли в данной модификации модели  $IS-LM-AS$  установить, как отразится на выпуске снижение налогов (уменьшение  $T$ )?
  - Ответьте на вопрос пункта (a) в условиях открытой экономики с плавающим обменным курсом и совершенной мобильностью капитала.
  - Ответьте на вопрос пункта (a) в условиях открытой экономики с фиксированным обменным курсом и совершенной мобильностью капитала.
- 5.8.** Объясните, как указанные ниже изменения отразятся на выпуске, обменном курсе и чистом экспорте при фиксированном уровне цен в условиях: (1) плавающего обменного курса и совершенной мобильности капитала; (2) фиксированного обменного курса и совершенной мобильности капитала; (3) плавающего обменного курса и несовершенной мобильности капитала. Во всех случаях предполагается, что ожидания

относительного обменного курса носят статичный характер, а планируемые расходы определяются выражением из сноски 8.

- (a) Спрос на деньги падает для данных уровней  $i$  и  $Y$ .
- (b) Возрастает ставка процента за рубежом.
- (c) Страна переключается на протекционистскую политику, так что чистый экспорт становится выше, чем раньше для каждого уровня реального обменного курса.

**5.9. Интервенции на валютном рынке.** Предположим, что центральный банк проводит интервенции на валютном рынке, покупая иностранную валюту, и *стерилизует* свои интервенции, продавая облигации, так, чтобы сохранить объем денежной массы неизменным. В условиях данных интервенций сумма  $NX$  и  $CF$  должна быть положительной, а не нулевой (см. уравнение [5.21]).

- (a) Как влияют эти интервенции на выпуск, обменный курс и уровень цен в условиях плавающего валютного курса, статичных ожиданий относительно обменного курса и несовершенной мобильности капитала.
- (b) Изменятся ли ответы в пункте (a), и если да, то как, в случае совершенной мобильности капитала?

**5.10. Алгебра эффекта перелета обменного курса.** Рассмотрим упрощенную модель открытой экономики:  $m - p = hy - ki$ ,  $y = b(\varepsilon - p) - a(i - \dot{p})$ ,  $i = \dot{\varepsilon}$ ,  $\dot{p} = \theta y$ . Переменные  $y$ ,  $m$ ,  $p$  и  $\varepsilon$  - логарифмы выпуска, денежной массы, уровня цен и обменного курса соответственно. Переменная  $i$  - номинальная ставка процента, и  $\dot{p}$  - инфляция. Все переменные рассматриваются как отклонения от своих равновесных значений, при этом  $p^*$  и  $i^*$  для простоты приняты равными нулю и опущены. Основные отличия от нашей привычной модели состоят в том, что процесс приспособления цен имеет конкретную простую форму, и все уравнения являются линейными. Параметры  $h$ ,  $k$ ,  $b$ ,  $a$  и  $\theta$  положительны.

Предположим, что первоначально  $y = i = \dot{p} = m = p = 0$ . И пусть происходит перманентное увеличение  $m$ .

- (a) Покажите, что после того как произойдет полное приспособление цен (т.е.  $\dot{p} = 0$ ), будут иметь место равенства  $y = i = 0$  и  $p = \varepsilon = m$ .
- (b) Покажите, что существует такая комбинация значений параметров модели, для которой в момент увеличения  $m$ , обменный курс  $\varepsilon$  скачком возрастает до нового уровня  $m$ , после чего остается постоянным, не испытывая ни перелета, ни недолета.<sup>29</sup>

**5.11.** Рассмотрим модель агрегированного спроса в открытой экономике в условиях несовершенной мобильности капитала, представленную в разделе 5.2. При этом мы снимем упрощающее предположение, использованное в построении уравнения (5.22). Вместо этого,

---

<sup>29</sup> Из результата, согласно которому существуют значения параметров для которых обменный курс не испытывает ни перелета, ни недолета в ответ на монетарные шоки, следует, что в обычном случае существуют пертурбации параметров, приводящих к каждому конкретному исходу. Доказательство этого сложно, и мы его опускаем.

предположим дополнительно, что  $NX_{\varepsilon P^*/P} \geq E_{\varepsilon P^*/P}$ ,  $NX_{i-\pi^e} \geq 0$ ,  $NX_Y < 0$  и  $E_Y + NX_Y < 1$ .

- (a) Выведите выражение, определяющее наклон кривой  $IS^{**}$  (т.е. все комбинации  $i$  и  $Y$ , которые, являясь частью комбинаций  $(i, Y, \varepsilon)$ , являются решением уравнений [5.12] и [5.21]).
- (b) Как меняется  $\varepsilon$  при движении вдоль кривой  $IS^{**}$ ?
- (c) Будет ли по-прежнему верен тот факт, что большая степень мобильности капитала (т.е. большая величина  $CF'(\bullet)$ ) делает кривую  $IS^{**}$  более пологой?

**5.12.** Анализ случая 1 в разделе 5.3 предполагает, что занятость определяется спросом на труд. Более реалистичным является предположение, что для данной реальной заработной платы занятость определяется как минимум из объема спроса и объема предложения. Это правило называется *правилом короткой стороны*.

- (a) Постройте диаграммы для рынка труда при данном предположении для следующих ситуаций:
  - (i) переменная  $P$  находится на уровне, соответствующем максимальному объему выпуска;
  - (ii) переменная  $P$  выше уровня, соответствующего максимальному объему выпуска.
- (b) Как будет выглядеть кривая агрегированного предложения при данном предположении?

**5.13.** Рассмотрим модель агрегированного предложения, представленную в случае 2 раздела 5.3. Предположим, что объем агрегированного предложения при уровне цен  $\bar{P}$  равен  $Y^{MAX}$ . Какая ситуация при этом сложится на рынке труда?

**5.14.** Предположим, что производственная функция имеет вид  $Y = AF(L)$ , где  $F'(\bullet) > 0$ ,  $F''(\bullet) < 0$  и  $A > 0$ . Покажите, как негативный технологический шок (снижение  $A$ ) отразится на кривой  $AS$  в каждой из моделей агрегированного предложения из раздела 5.3.

**5.15. Дестабилизирующая гибкость цен.** (De Long and Summers, 1986b.) Рассмотрим следующую версию модели закрытой экономики на основе модели из задачи 5.10:  $y = -a(i - \dot{p})$ ,  $m - p = -ki$ ,  $\dot{p} = \theta y$ . Предположим, что  $a > 0$ ,  $k > 0$ ,  $\theta > 0$  и  $a\theta < 1$ .

- (a) Предположим, что первоначально  $y = i = \dot{p} = m = p = 0$ . Пусть в определенный момент времени (например, в момент времени 0) происходит перманентное снижение  $m$  до более низкого уровня  $m'$ .
  - (i) Что произойдет с  $y$  и  $i$  в момент времени 0? (Обратите внимание, что  $p$  не может дискретно измениться в момент шока.) Как отразится на  $y(0)$  увеличение скорости подстройки цен  $\theta$ ? Дайте интуитивное объяснение.
  - (ii) Опишите траекторию  $y$  после момента времени 0.

- (b) Предположим, что мы измеряем общий объем волатильности выпуска, вызванной изменением  $m$ , с помощью показателя  $V = \int_{t=0}^{\infty} y(t)^2 dt$ . Как отразится на  $V$  увеличение скорости подстройки цен  $\theta$ ?

**5.16.** Постройте регрессию аналогичную (5.40)

- (a) с использованием современной статистики;
- (b) с использованием современной статистики, используя  $M1$  вместо  $M2$ ;
- (c) рассматривая восемь, а не четыре лага для показателя приращения в денежной массе.

## Глава 6

# Микроэкономические основы неполной номинальной подстройки

Медленная подстройка номинальной заработной платы и цен – центральный факт для кейнсианских моделей. Исследование микроэкономических оснований медленной подстройки необходимо для полной спецификации моделей, анализа благосостояния и сравнения альтернативных политик. Можно привести следующий пример. Некоторые критики традиционных кейнсианских моделей утверждают, что предположения о жесткости цен не согласуются с какой-либо приемлемой моделью микроэкономического поведения. На основании этого делается вывод о том, что данные модели вступают в противоречие с микроэкономической теорией. Вообще говоря, если бы условия, порождающие номинальную жесткость, не согласовались с микроэкономическими наблюдениями, то это означало бы, что постепенная номинальная подстройка, скорее всего, не играет важной роли. С другой стороны, если бы такие условия оказались реалистичными, это дало бы основание рассматривать номинальную жесткость как важный аспект макроэкономического моделирования.

Необходимость микроэкономического обоснования неполноты номинальной подстройки обусловлена еще и тем, что природа неполной подстройки должна учитываться при проведении политики. Мы увидим, что в случае, когда монетарные шоки вызывают реальные эффекты по причинам, рассматриваемым в модели несовершенной информации Лукаса (Часть А данной главы), систематические правила обратной связи монетарной политики с экономическим развитием никак не влияют на реальные экономические переменные. Аналогичным образом, если номинальные цены и заработка плата являются полностью гибкими, монетарная политика не окажет воздействия на реальные переменные. Напротив, если существует стабильная взаимосвязь между выпуском и инфляцией, то (как мы видели в главе 5) с помощью мер монетарной политики можно добиться перманентного роста выпуска. И, как мы увидим ниже, природа неполноты номинальной подстройки важна в анализе таких вопросов как потери выпуска для различных методов снижения инфляции, взаимосвязь между выпуском и инфляцией в различных условиях и воздействие стабилизационной политики на средний объем выпуска.

Важно подчеркнуть, что вопрос, который нас интересует, это неполнота подстройки *номинальных* цен и заработной платы. Существует множество причин (неопределенность, информационные издержки и издержки пересмотра условий контракта, стимулы, и т.п.), в силу которых цены и заработка плата не могут свободно подстраиваться, чтобы уравновесить спрос и предложение, а фирмы не могут полностью и без промедления изменять свои цены и заработную плату в ответ на внешние шоки. Но, если просто ввести в модель тот или иной вид несовершенства рынков, из нее вовсе не обязательно будет следовать, что номинальные шоки имеют значение. Например, все модели

безработицы в главе 9 – это реальные модели. Если добавить в них монетарный сектор без каких-либо усложнений, то классическая дихотомия по-прежнему будет выполняться: номинальные шоки приведут к изменению всех цен и заработной платы, оставляя реальное равновесие неизменным (независимо от того, есть ли у него какие-либо невальрасовские черты). Любое микроэкономическое обоснование нарушения классической дихотомии требует какой-нибудь формы *номинального* несовершенства.

Рассматриваемые ниже модели включают три типа номинальных несовершенств. В модели из части А, построенной на основе работ Lucas (1972) и Phelps (1970), номинальное несовершенство состоит в том, что производители не знают агрегированный уровень цен. В результате, они вынуждены принимать решения о производстве, не владея полной информацией об относительных ценах, которые они получат за свою продукцию. В моделях постепенной подстройки цен из части В монетарные шоки производят реальные эффекты потому, что не все цены и ставки заработной платы подстраиваются одновременно. И наконец, в части С реальные эффекты монетарных шоков обусловлены незначительными издержками изменения номинальных цен и заработной платы или другими небольшими трениями при номинальной подстройке.

## **Часть А. Модель Лукаса: экономика при несовершенной информации**

Основная идея модели Лукаса-Фелпса состоит в том, что в ситуации, когда производители наблюдают изменение цен на свою продукцию, они не знают точно, отражает ли оно изменение относительных цен или изменение агрегированного уровня цен. Изменение относительной цены меняет оптимальный объем производства. Напротив, изменение в агрегированном уровне цен не должно отразиться на оптимальном объеме выпуска.

В случае, когда цена продукции возрастает, этот рост с некоторыми вероятностями отражает либо увеличение уровня цен, либо увеличение относительной цены товара. В данной ситуации рациональная реакция производителя состоит в том, чтобы отнести часть роста цены к росту уровня цен, а часть – к росту относительной цены. Значит, производитель должен в какой-то мере увеличить объем выпуска. Отсюда вытекает, что кривая агрегированного предложения будет возрастающей: когда уровень цен повышается, все производители наблюдают рост цен на свою продукцию и, не зная того, что этот рост отражает лишь увеличение уровня цен, наращивают выпуск.

В следующих двух разделах эта идея формализуется в модели, где индивиды производят товары с использованием своего собственного труда, продают продукцию на конкурентных рынках, а вырученные средства расходуют на приобретение товаров других производителей. В модель вводится два типа шоков. Во-первых, случайно изменяются вкусы и предпочтения, приводящие к изменениям относительного спроса на различные товары. Как следствие, меняются их относительные цены и относительные объемы производства. Во-вторых, рассматриваются монетарные шоки, или в общем случае шоки агрегированного спроса. Если шоки наблюдаемы, они не приводят

к реальным эффектам и меняют только агрегированный уровень цен. Но в случае, когда эти шоки не наблюдаются, они влияют как на уровень цен, так и на агрегированный выпуск.

В качестве введения в разделе 6.1 рассматривается случай, когда объем денежной массы наблюдается всеми агентами. В этой ситуации деньги являются нейтральными. В разделе 6.2 рассматривается случай, когда объем денежной массы не наблюдаем.

## 6.1 Случай совершенной информации

### Поведение производителей

В экономике производится множество товаров. Рассмотрим репрезентативного производителя некоторого типичного товара  $i$ . Его производственная функция имеет простой вид:

$$Q_i = L_i, \quad (6.1)$$

где  $L_i$  - объем труда индивида и  $Q_i$  - объем выпуска его продукции. Потребление индивида  $C_i$  определяется его реальным доходом – выручкой от продаж собственного товара  $P_i Q_i$ , деленной на стоимость  $P$  рыночной корзины товаров. Переменная  $P$  выступает в роли индекса цен всех товаров (см. уравнение [6.9] ниже).

Функция полезности индивида положительно зависит от объема потребления и отрицательно зависит от затрат труда. Рассматривается весьма простая ее форма:

$$U_i = C_i - \frac{1}{\gamma} L_i^\gamma, \quad \gamma > 1. \quad (6.2)$$

Таким образом, предполагается постоянная предельная полезность потребления и возрастающая предельная тягость труда.

В случае, когда агрегированный уровень цен известен, индивидуальная задача оптимизации является весьма простой. Подставляя  $C_i = P_i Q_i / P$  и  $Q_i = L_i$  в (6.2), можно переписать функцию полезности в виде:

$$U_i = \frac{P_i L_i}{P} - \frac{1}{\gamma} L_i^\gamma, \quad \gamma > 1. \quad (6.3)$$

Предположение, что рынки являются конкурентными, означает, что индивид выбирает  $L_i$  так, чтобы максимизировать полезность для данных  $P_i$  и  $P$ . Условие первого порядка имеет вид:

$$\frac{P_i}{P} - L_i^{\gamma-1} = 0, \quad (6.4)$$

или

$$L_i = \left( \frac{P_i}{P} \right)^{1/(\gamma-1)}. \quad (6.5)$$

Обозначая прописными буквами логарифмы соответствующих переменных, можно переписать данное условие в виде:

$$l_i = \frac{1}{\gamma-1} (p_i - p). \quad (6.6)$$

Таким образом, индивидуальное предложение труда и объем производства возрастают с ростом относительной цены продукции.

## Спрос

Поведение производителей определяет кривые предложения различных товаров. Для того чтобы определить равновесие на каждом рынке требуется специфицировать также и кривые спроса. Предполагается, что спрос на товар зависит от трех факторов: реального дохода, относительной цены товара и случайных изменений предпочтений. Для удобства анализа спрос представлен в логлинейной форме. Спрос на товар  $i$  имеет вид:

$$q_i = y + z_i - \eta(p_i - p), \quad \eta > 0, \quad (6.7)$$

где  $y$  - логарифм агрегированного реального дохода,  $z_i$  - шок спроса на товар  $i$ ,  $\eta$  - эластичность спроса на любой товар,  $q_i$  - спрос на продукцию одного производителя на рынке  $i$ .<sup>1</sup> Переменная  $z_i$  имеет нулевое среднее для всех товаров, т.е. она характеризует относительные шоки спроса. Предполагается, что  $y$  определяется как среднее по  $q_i$ ,  $p$  - как среднее по  $p_i$ :

$$y = \bar{q}_i, \quad (6.8)$$

$$p = \bar{p}_i. \quad (6.9)$$

В соответствии с (6.7)-(6.9) спрос на товар будет тем выше, чем выше агрегированное производство (и, значит, агрегированный доход), чем ниже цена

<sup>1</sup>Т.е., логарифм совокупного спроса на благо  $i$  равен  $\ln N + y + z_i - \eta(p_i - p)$ , где  $N$  - численность производителей каждого блага.

данного товара относительно других, и чем сильнее предпочтения потребителей в отношении данного товара.<sup>2</sup>

Агрегированный спрос в модели определяется следующим образом:

$$y = m - p . \quad (6.10)$$

Можно привести несколько интерпретаций (6.10). Самая простая и наиболее приемлемая для наших целей состоит в том, что это всего лишь некоторое упрощенное представление агрегированного спроса. Из уравнения (6.10) следует обратная зависимость между уровнем цен и выпуском, а это является наиболее важным. Т.к. мы сфокусированы в первую очередь на агрегированном предложении, нет смысла моделировать агрегированный спрос более основательно. В данной интерпретации  $M$  следует рассматривать не просто как денежную массу, а как некоторую переменную, обобщающую различные источники воздействия на агрегированный спрос.

Уравнение (6.10) можно также вывести и из моделей с более полной монетарной спецификацией. Например, в модели Blanchard-Kiyotaki (1987) вместо переменной  $C_i$  в функции полезности подставлена функция Кобба-Дугласа от  $C_i$  и индивидуальных реальных денежных остатков,  $M_i/P$ . При соответствующей спецификации денег в бюджетном ограничении получается уравнение (6.10). Rotemberg (1987) выводит (6.10) из *ограничения предоплаты наличностью*. В анализе Бланшара-Кийотаки и Ротемберга переменная  $m$  вполне естественно интерпретируется как обычные деньги. В этом случае правая часть уравнения (6.10) должна быть преобразована к виду  $m + v - p$ , где переменная  $v$  отражает все возмущения агрегированного спроса, за исключением шоков предложения денег.

## Равновесие

Равновесие на рынке товара  $i$  достигается, когда объем спроса на продукцию каждого производителя равен объему предложения. Из уравнений (6.6) и (6.7) вытекает следующее условие:

$$\frac{1}{\gamma-1}(p_i - p) = y + z_i - \eta(p_i - p) . \quad (6.11)$$

Выражая  $p_i$ , получаем:

$$p_i = \frac{\gamma-1}{1+\eta\gamma-\eta}(y + z_i) + p . \quad (6.12)$$

---

<sup>2</sup>Несмотря на простую интуицию, стоящую за соотношениями (6.7)-(6.9), вывод функций этого вида из задачи индивидуальной оптимизации требует определенных допущений. Сложность состоит в следующем. Если предпочтения таковы, что функция спроса на каждый товар имеет вид (6.7) при постоянной эластичности, то логарифм индекса цен будет равен среднему  $p_i$  только в частном случае, когда  $\eta = 1$ . См. задачу 6.2. Данное соображение не влияет существенно на основные результаты модели.

Используя полученное выражение для определения  $p$  как среднего по  $p_i$ , имеем:

$$p = \frac{\gamma - 1}{1 + \eta\gamma - \eta} y + p. \quad (6.13)$$

Здесь был использован тот факт, что шоки  $z_i$  имеют среднее, равное 0. Из уравнения (6.13) вытекает, что равновесное значение  $y$  определяется просто как<sup>3</sup>

$$y = 0. \quad (6.14)$$

Наконец, из (6.12) и (6.14) вытекает, что

$$p = m. \quad (6.15)$$

Неудивительно, что в данной версии модели деньги оказались нейтральными: увеличение  $m$  приводит к равному увеличению всех  $p_i$ , а значит и к увеличению общего индекса цен  $p$ . Никакие реальные переменные при этом не меняются.

## 6.2 Случай несовершенной информации

Теперь мы переходим к более интересной ситуации, когда производители знают цены на свои товары, но не знают агрегированный уровень цен.

### Поведение производителя

Обозначив через  $r_i = p_i - p$  относительную цену товара  $i$ , можно записать:

$$\begin{aligned} p_i &= p + (p_i - p) \\ &= p + r_i. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Таким образом, переменная, которую может наблюдать индивид – цена его товара – равна сумме относительной цены товара и агрегированного уровня цен (в логарифмах).

Принимаемые индивидуальные решения о производстве должны основываться только на  $r_i$  (см. [6.6]). Однако индивид не наблюдает переменную  $r_i$  и должен оценить ее на основании наблюдаемой переменной

---

<sup>3</sup> Если логарифм равновесного выпуска равен 0, то равновесный уровень выпуска равен 1. Это значение получается благодаря коэффициенту  $1/\gamma$ , стоящему перед  $L_i^\gamma$  в функции полезности (6.2).

$p_i$ .<sup>4</sup> Далее Лукас вводит два упрощающих предположения. Во-первых, он предполагает, что индивиды вначале строят свои ожидания относительно величины  $r_i$  для данной величины  $p_i$ , а затем выбирают такой объем производства, как если бы построенная оценка  $r_i$  была детерминированной. Тогда уравнение (6.6) принимает вид:

$$l_i = \frac{1}{\gamma-1} E[r_i|p_i]. \quad (6.17)$$

Как показывает задача 6.1, данное поведение, построенное по принципу эквивалентности детерминированному случаю, отличается от максимизации ожидаемой полезности: вообще говоря, выбор, максимизирующий ожидаемую полезность, зависит не только от оценки индивидом величины  $r_i$ , но также и от того, насколько неопределенной он считает эту величину. Однако предположение о том, что индивиды используют принцип эквивалентности, неискажает основные результаты модели, упрощая при этом анализ.

Во-вторых, (и это очень важно) Лукас предполагает, что индивиды формируют ожидание  $r_i$  при данном  $p_i$  рациональным образом. Иными словами, предполагается, что  $E[r_i|p_i]$  - это среднее значение  $r_i$ , исчисляемое на основе информации о  $p_i$  и о совместном распределении двух этих переменных\*. На сегодняшний день, предположение о *рациональных ожиданиях* кажется не менее привычным, чем предположение о максимизации индивидом функции полезности. Однако, в то время, когда Лукас ввел в макроэкономический анализ гипотезу рациональных ожиданий, предложенную в работах Muth (1960, 1961), она воспринималась как весьма спорная. Как мы увидим ниже, это один из источников (хотя и далеко не единственный) основных результатов модели Лукаса.

Чтобы упростить вычисления  $E[r_i|p_i]$ , монетарные шоки ( $m$ ) и шоки индивидуального спроса на товары ( $z_i$ ) полагаются нормально распределенными. Величина  $m$  имеет среднее  $E[m]$  и дисперсию  $V_m$ . Величины  $z_i$  имеют нулевое среднее, дисперсию  $V_z$  и предполагаются независимыми от  $m$ . Как мы увидим, из этих предположений следует, что величины  $p$  и  $r_i$  являются независимыми и нормально распределенными. Т.к.  $p_i$  равна  $p + r_i$ , эта величина также будет нормально распределенной со средним, равным сумме средних  $p$  и  $r_i$ , и дисперсией, равной сумме дисперсий этих переменных. Также мы увидим, что средние  $p$  и  $r_i$ ,  $E[p]$  и  $E[r]$ , равны,

<sup>4</sup> Если бы индивиду были известны цены других товаров, которые он покупает, он мог бы вывести значение  $p$ , а значит и  $r_i$ . Данную ситуацию можно исключить из рассмотрения по разным соображениям. Например, можно предположить, что домохозяйства состоят из двух индивидов, «производителя» и «покупателя», и что передача информации между ними ограничена. В оригинальной модели Лукаса экономика представлена структурой перекрывающихся поколений, где индивиды производят в первом периоде жизни и совершают покупки во втором периоде, что также позволяет обойти стороной данную проблему.

\* Разумеется, речь идет об условном математическом ожидании (прим. науч. ред.).

соответственно,  $E[m]$  и 0, а их дисперсии  $V_p$  и  $V_r$  - это сложные функции от  $V_m$ ,  $V_z$  и других параметров модели.

Задача индивида состоит в построении ожидания  $r_i$  при данном  $p_i$ . Один из важных результатов математической статистики состоит в том, что в случае, когда две переменных имеют совместное нормальное распределение (как  $r_i$  и  $p_i$  в данной ситуации), ожидание одной из переменных является линейной функцией от наблюдаемого значения второй. Таким образом,  $E[r_i|p_i]$  может быть представлено в виде:

$$E[r_i|p_i] = \alpha + \beta p_i. \quad (6.18)$$

В данном частном случае, когда  $p_i$  равно  $r_i$  плюс независимая случайная величина, (6.18) принимает конкретную форму:

$$\begin{aligned} E[r_i|p_i] &= -\frac{V_r}{V_r + V_p} E[p] + \frac{V_r}{V_r + V_p} p_i \\ &= \frac{V_r}{V_r + V_p} (p_i - E[p]). \end{aligned} \quad (6.19)$$

Смысл уравнения (6.19) понятен интуитивно. Во-первых, получается, что если  $p_i$  совпадает со своим средним, то и ожидаемая величина  $r_i$  будет равна своему среднему, т.е. 0. Во-вторых, ожидаемая величина  $r_i$  превосходит среднее тогда, когда  $p_i$  превосходит свое среднее, и оказывается ниже среднего, в ситуации, когда  $p_i$  ниже среднего. В третьих, доля в отклонении  $p_i$  от своего среднего, объясняемая отклонением  $r_i$  от своего среднего, равна  $V_r/(V_r + V_p)$ . И это есть не что иное, как доля общей дисперсии  $p_i$ , равной  $V_r + V_p$ , объясняемая дисперсией  $r_i$ , т.е.  $V_r$ . Так например, если  $V_p$  равно 0, то вся вариация случайной величины  $p_i$  обусловлена вариацией  $r_i$ , так что  $E[r_i|p_i]$  равно  $p_i - E[p]$ . А если  $V_r$  и  $V_p$  равны, то половина дисперсии  $p_i$  объясняется дисперсией  $r_i$ , так что  $E[r_i|p_i] = (p_i - E[p])/2$ . И т.д.<sup>5</sup>

Подставляя (6.19) в (6.17), получаем индивидуальное предложение труда:

$$\begin{aligned} l_i &= \frac{1}{\gamma - 1} \frac{V_r}{V_r + V_p} (p_i - E[p]) \\ &\equiv b(p_i - E[p]). \end{aligned} \quad (6.20)$$

---

<sup>5</sup> Рассматриваемая проблема построения условных ожиданий часто называется проблемой *выделения сигнала*. Случайная величина, наблюданная индивидом,  $p_i$ , равна сумме *сигнала*,  $r_i$ , и *шума*,  $p$ . Уравнение (6.19) представляет лучший способ получения индивидом оценки сигнала из наблюдений  $p_i$ . Отношение  $V_r$  к  $V_p$  известно как *отношение сигнал-шум*.

Усредняя (6.20) по производителям и используя определения  $y$  и  $p$ , получаем выражение для агрегированного выпуска:

$$y = b(p - E[p]) \quad (6.21)$$

Уравнение (6.21) описывает *кривую предложения Лукаса*. В соответствии с ним, отклонение выпуска от своего нормального уровня (равного нулю в данной модели) является возрастающей функцией от неожиданного отклонения уровня цен.

Кривая предложения Лукаса, по существу, совпадает с представленной в главе 5 модифицированной кривой Филлипса, где базовая инфляция заменена на инфляционные ожидания (см. уравнение [5.38]). Оба подхода утверждают, что если не брать в расчет шоки предложения, выпуск становится выше равновесного только в ситуации, когда инфляция (и, следовательно, уровень цен) выше ожидаемого уровня. Таким образом, модель Лукаса подводит микроэкономическое основание под данный взгляд на агрегированное предложение.

## Равновесие

Рассматривая совместно кривую предложения Лукаса (уравнение [6.21]) и кривую агрегированного спроса (уравнение [6.10],  $y = m - p$ ) находим решения для  $p$  и  $y$ :

$$p = \frac{1}{1+b}m + \frac{b}{1+b}E[p], \quad (6.22)$$

$$y = \frac{b}{1+b}m - \frac{b}{1+b}E[p]. \quad (6.23)$$

Далее, используя (6.22), можно найти  $E[p]$ . *Ex post*, после того как величина  $m$  становится известной, правая и левая часть (6.22) должны быть равны. Тогда *ex ante*, до того как  $m$  становится известной, ожидания правой и левой части должны быть равны:

$$E[p] = \frac{1}{1+b}E[m] + \frac{b}{1+b}E[p], \quad (6.24)$$

или

$$E[p] = E[m]. \quad (6.25)$$

Используя (6.25) и тот факт, что  $m = E[m] + (m - E[m])$ , уравнения (6.22) и (6.23) можно переписать в виде:

$$p = E[m] + \frac{1}{1+b} (m - E[m]), \quad (6.26)$$

$$y = \frac{b}{1+b} (m - E[m]). \quad (6.27)$$

Уравнения (6.26) и (6.27) представляют основные результаты модели: наблюдаемая компонента агрегированного спроса,  $E[m]$ , воздействует только на цены, а ненаблюдаемая компонента,  $m - E[m]$ , обладает реальным эффектом. Например, рассмотрим неожиданное увеличение  $m$ , т.е. реализацию  $m$  на уровне выше ожидаемого среднего при данном распределении. Рост предложения денег увеличивает агрегированный спрос, а значит, приводит к сдвигу вправо кривой спроса на каждое благо. Т.к. рассматриваемое изменение является ненаблюдаемым, то каждый производитель будет считать, что имеющий место рост спроса на его товар частично отражает шок относительных цен. Поэтому производители увеличат выпуск.

Эффекты наблюдаемого увеличения  $m$  существенно иные. Например, рассмотрим эффекты сдвига вверх всего распределения  $m$  при неизменной реализации  $m - E[m]$ . В данном случае каждый производитель относит рост спроса на свою продукцию к последствиям роста денежной массы, а значит, не будет менять объем производства. При этом, конечно, шоки вкусов и предпочтений приводят к изменению относительных цен и объемов выпуска разных товаров, также как это имело место в случае ненаблюдаемых шоков. Однако в среднем реальный выпуск при этом не меняется. Таким образом, наблюдаемые шоки агрегированного спроса влияют только на цены.

В завершение мы должны выразить коэффициент  $b$  в терминах исходных параметров модели, а не в терминах дисперсий  $p$  и  $r_i$ . В соответствии с уравнением (6.20),  $b = [1/(\gamma-1)]V_r/(V_r + V_p)$ . Из уравнения (6.26) вытекает, что  $V_p = V_m/(1+b)^2$ . Уравнение спроса (6.7) и уравнение предложения (6.21) можно использовать для определения  $V_r$ , дисперсии  $p_i - p$ . А именно, подставляя  $y = b(p - E[p])$  в уравнение (6.7) мы получим  $q_i = (p - E[p]) + z_i - \eta(p_i - p)$ . Кроме того, можно переписать (6.20) в виде  $l_i = b(p_i - p) + b(p - E[p])$ . Выражая  $p_i - p$  из последних двух уравнений, имеем  $p_i - p = z_i/(\eta + b)$ . Таким образом, получаем, что  $V_r = V_z/(\eta + b)^2$ .

Подставляя полученные выражения для  $V_p$  и  $V_r$  в уравнение (6.20), определяющее  $b$ , получаем:

$$b = \frac{1}{\gamma-1} \left[ \frac{V_z}{V_z + \frac{(\eta+b)^2}{(1+b)^2} V_m} \right]. \quad (6.28)$$

Уравнение (6.28) неявно определяет коэффициент  $b$  в терминах  $V_z$ ,  $V_m$  и  $\gamma$ . Таким образом, теперь модель построена полностью. Несложно показать, что  $b$

возрастает с ростом  $V_z$  и убывает с ростом  $V_m$ . В частном случае, когда  $\eta = 1$ , мы можем получить аналитическое решение для  $b$ :

$$b = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{V_z}{V_z + V_m}. \quad (6.29)$$

И, наконец, из соотношений  $p = E[m] + [1/(1+b)][m - E[m]]$  и  $r_i = z_i/(\eta + b)$ , следует, что  $p$  и  $r_i$  являются линейными функциями от  $m$  и  $z_i$ , соответственно. Т.к.  $m$  и  $z_i$  независимы, то  $p$  и  $r_i$  также независимы. Линейная функция нормально распределенных случайных величин сама является нормально распределенной случайной величиной. Следовательно,  $p$  и  $r_i$  имеют нормальное распределение. Это подтверждает обоснованность введенных выше предположений относительно данных переменных.

## 6.3 Следствия и ограничения

### Кривая Филлипса и критика Лукаса

Из модели Лукаса следует, что неожиданно высокая реализация агрегированного спроса приводит как к более высокому выпуску, так и к более высокому (по сравнению с ожидаемым) уровню цен. В результате, для разумной спецификации шоков агрегированного спроса, из модели следует, что между выпуском и инфляцией существует положительная взаимосвязь. Предположим, например, что  $m$  следует процессу случайного блуждания с трендом:

$$m_t = m_{t-1} + c + u_t, \quad (6.30)$$

где  $u$  - это белый шум. Из данной спецификации следует, что ожидание  $m_t$  равно  $m_{t-1} + c$ , а ненаблюдаемая компонента в  $m_t$  - это  $u_t$ . Тогда из (6.26) и (6.27) следует, что

$$p_t = m_{t-1} + c + \frac{1}{1+b} u_t, \quad (6.31)$$

$$y_t = \frac{b}{1+b} u_t. \quad (6.32)$$

Из уравнения (6.31) следует, что  $p_{t-1} = m_{t-2} + c + [u_{t-1}/(1+b)]$ . Тогда уровень инфляции, измеряемый как приращение логарифма уровня цен, равен:

$$\begin{aligned} \pi_t &= (m_{t-1} - m_{t-2}) + \frac{1}{1+b} u_t - \frac{1}{1+b} u_{t-1} \\ &= c + \frac{b}{1+b} u_{t-1} + \frac{1}{1+b} u_t. \end{aligned} \quad (6.33)$$

Обратим внимание на то, что  $u_t$  появляется и в (6.32), и в (6.33) с положительным знаком, а также на то, что  $u_t$  и  $u_{t-1}$  - некоррелированные случайные величины. Из этого следует, что выпуск и инфляция положительно коррелированы. Действительно, неожиданно высокий рост предложения денег приводит, посредством кривой предложения Лукаса, к увеличению как цен, так и выпуска. Таким образом, из модели следует положительная взаимосвязь между выпуском и инфляцией – кривая Филлипса.

Однако, несмотря на наличие статистической взаимосвязи между выпуском и инфляцией, здесь не существует возможности выбора между высоким выпуском и низкой инфляцией. Предположим, что политические деятели решают повысить средний темп роста денежной массы, что соответствует увеличению  $c$  в уравнении (6.30). Если об изменении политики первоначально не известно, то в течение некоторого интервала времени ненаблюдаемый рост денежной массы будет в среднем положительным, а выпуск будет в среднем выше нормального уровня. Однако, после того как индивиды осознают, что политика изменилась, ненаблюдаемый рост денежной массы вновь станет в среднем равным нулю, и средний реальный выпуск вернется к нормальному уровню. А в случае, когда увеличение среднего темпа роста является наблюдаемым, ожидаемый темп роста денежной массы возрастает моментально, так что не будет даже короткого интервала, когда выпуск выше нормального уровня. Изменение статистической взаимосвязи между выпуском и инфляцией в случае, когда политики пытаются воспользоваться ее наличием, не является чисто теоретической возможностью. Как мы видели в главе 5, рост средней инфляции в конце 1960-ых – начале 1970-ых привел нарушению традиционной взаимосвязи между выпуском и инфляцией.

Основная идея проведенного анализа имеет намного более широкое приложение. Очевидно, что ожидания имеют большое значение в определении многих взаимосвязей между агрегированными показателями. И скорее всего, изменения в политике влияют на формирование этих ожиданий. В результате, изменения в политике могут привести к изменениям в агрегированных взаимосвязях. Короче говоря, если политики пытаются использовать для достижения своих целей существующие статистические взаимосвязи, изменение ожиданий может их разрушить. Этот знаменитый вывод известен как *критика Лукаса* (Lucas, 1976).

Кривая Филлипса является наиболее известным приложением критики Лукаса. Другим примером является политика временного изменения налогов. Существует тесная взаимосвязь между располагаемым доходом и расходами на потребление. Однако в определенной степени данная зависимость возникает не потому, что текущий располагаемый доход определяет текущие расходы, а потому, что текущий доход сильно коррелирован с *перманентным* доходом (см. главу 7), т.е. он высоко коррелирован с ожидаемыми в будущем располагаемыми доходами домохозяйств. Если политические деятели пытаются снизить потребление посредством увеличения налогов, и это рассматривается домохозяйствами как временное явление, взаимосвязь между текущим доходом и ожидаемыми будущими доходами изменится. А значит, также изменится и взаимосвязь между текущим доходом и расходами. И снова, это вовсе не чисто теоретический результат. В Соединенных Штатах в 1968 году произошло

увеличение налогов. При этом воздействие на потребление оказалось значительно меньше, чем можно было предположить на основе оцененных статистических взаимосвязей между располагаемым доходом и расходами (см., например, Dolde, 1979).

## Предвиденные и непредвиденные монетарные шоки

Мы получили, что только ненаблюдаемые шоки агрегированного спроса обладают реальными эффектами. Следовательно, монетарная политика может стабилизировать выпуск только в том случае, когда политические деятели обладают информацией, недоступной частным агентам. Любая политика, реагирующая на общедоступную информацию, такую как информация о ставках процента, уровне безработицы и о других важных экономических индикаторах, не сможет воздействовать на реальную экономику (Sargent and Wallace, 1975; Barro, 1976).

Чтобы показать это, предположим, что компонента агрегированного спроса  $m$  определяется как  $m^* + v$ , где  $m^*$  - переменная, определяемая политикой, и  $v$  - переменная, неподконтрольная правительству. Если правительство не проводит активную политику, а лишь поддерживает  $m^*$  на постоянном уровне (или позволяет ей расти с постоянным темпом), то ненаблюдаемый шок агрегированного спроса в некоторый период времени определяется как реализация  $v$  за вычетом ожидания  $v$  (на основе информации, доступной частным агентам). Ситуация никак не меняется, если  $m^*$  является функцией от общедоступной информации и может быть вычислена частными агентами. Таким образом, политика, основанная на постоянных правилах, не может стабилизировать выпуск.

Если же правительство может наблюдать за некоторой переменной, которая коррелирована с  $v$ , но не наблюдается частными агентами, то оно может использовать эту информацию для стабилизации выпуска. Правительство может изменять  $m^*$  так, чтобы нейтрализовать шоки  $v$ , которые прогнозируются на основе скрытой от частного сектора информации. Но данное соображение нельзя считать решающим аргументом в пользу кейнсианского подхода к стабилизационной политике по двум причинам. Во-первых, центральным элементом традиционной стабилизационной политики как раз и является реакция на общедоступную информацию о том, находится ли экономика в состоянии спада или подъема. Во-вторых, если обладание большей информацией является основой для стабилизационной политики, то существует более простой способ ее использования: вместо построения сложных правил проведения политики можно просто сделать ранее недоступную для частных агентов информацию общедоступной.<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup> Большая исследовательская работа, начатая в статьях Barro (1977a, 1978) и значительно продвинутая в статьях Mishkin (1982, 1983), была направлена на проверку предсказаний модели Лукаса относительно воздействий наблюдаемой и ненаблюдаемой монетарной политики, с использованием денежной массы как измерителя политики. В понимании Барро, основная идея состояла в построении регрессии выпуска на измерители предсказуемой и непредсказуемой компонент темпа роста денежной массы и некоторый набор переменных управления. К сожалению, данные тесты обладали теми же недостатками, что и регрессии выпуска на денежную массу (см. раздел 5.5). Так, например, положительная корреляция между неожиданными изменениями в денежной массе и изменениями выпуска может отражать

В исследовании Ball (1991), построенном на основе работы Sargent (1983), отмечается, что предсказание модели Лукаса относительно воздействия наблюдаемой политики можно проверить следующим образом. Необходимо проанализировать эпизоды, когда непосредственно объявлялось переключение на жесткую монетарную политику, направленную на подавление инфляции. Модель Лукаса предсказывает отсутствие систематической взаимосвязи между реальными переменными и общедоступной информацией относительно изменений в монетарной политике. Иными словами, темп роста выпуска не должен быть в среднем выше нормального в периоды появления подобного рода информации. Однако, как отмечает Бол, в случаях, когда политические деятели отклоняются от обещанной политики, уровень инфляции меняется незначительно, а темп роста выпуска, как правило, остается на уровне выше нормального. И напротив, когда обещанная политика реализуется, инфляция обычно снижается, а темп роста выпуска падает ниже нормального. Таким образом, Бол отмечает, что вслед за появлением информации темп роста выпуска в среднем опускается ниже нормального, что не соответствует модели Лукаса.

## **Эмпирическое приложение. Проблема выбора между выпуском и инфляцией: международный опыт**

В модели Лукаса, реакция производителей на изменения в ценах определяется относительным весом агрегированных и идиосинкретических шоков. Если, например, агрегированные шоки являются более существенными, производители будут относить большую долю изменения в ценах на товары к изменению уровня цен. При этом они будут лишь незначительно варьировать объем производства в ответ на изменение цен товаров (см. уравнение [6.20]). Таким образом, модель Лукаса предсказывает, что реальные эффекты данных агрегированных шоков будут слабее в тех экономиках, где дисперсия этих шоков является большой.

Чтобы проверить данное предсказание модели необходимо найти измерители шоков агрегированного спроса. В своем исследовании Lucas (1973) использует показатель nominalного ВВП. Для того чтобы этот подход был корректным, требуется соблюдение двух условий. Во-первых, кривая агрегированного спроса должна обладать всюду единичной эластичностью. В этом случае, изменения в агрегированном предложении будут воздействовать на  $P$  и  $Y$ , но не на их произведение, так что nominalный ВВП определяется всецело агрегированным спросом. Во-вторых, изменения логарифма nominalного ВВП не должны быть предсказуемыми или наблюдаемыми. Иными словами, если обозначить через  $x$  логарифм nominalного ВВП, то приращение,  $\Delta x$ , должно иметь форму  $a + u_t$ , где  $u_t$  - белый шум. Для данного случайного процесса, изменение в логарифме nominalного ВВП (относительно

воздействие выпуска на спрос на деньги, а не воздействие денег на выпуск. Аналогичным образом, отсутствие взаимосвязи между предсказуемыми изменениями в денежной массе и изменениями выпуска может объясняться вовсе не тем, что наблюдаемые монетарные изменения не обладают реальными эффектами, а тем, что Федеральная Резервная Система подстраивает предложение денег так, чтобы нейтрализовать воздействие прочих факторов на выпуск. См. также задачу 6.3.

его среднего изменения) также будет ненаблюдаемым. И хотя данные условия никогда не соблюдаются в точности, их можно взять за основу в первом приближении.

При этих предположениях реальные эффекты шоков агрегированного спроса в данной стране могут быть оценены путем построения регрессии логарифма реального ВВП (или приращения логарифма реального ВВП) на приращение логарифма номинального ВВП и контрольные переменные. В своей работе Лукас использовал следующую спецификацию:

$$y_t = c + \gamma + \tau \Delta x_t + \lambda y_{t-1}, \quad (6.34)$$

где  $y$  - это логарифм реального ВВП,  $t$  - индекс времени,  $\Delta x$  - приращение номинального ВВП.

Лукас оценивает (6.34) по отдельности для разных стран. Затем он проверяет, связаны ли оценки  $\tau$ , показывающие чувствительность выпуска к изменениям агрегированного спроса, с относительной средней силой шоков агрегированного спроса в каждой из стран. Наиболее простой способ проверки состоит в построении оценки

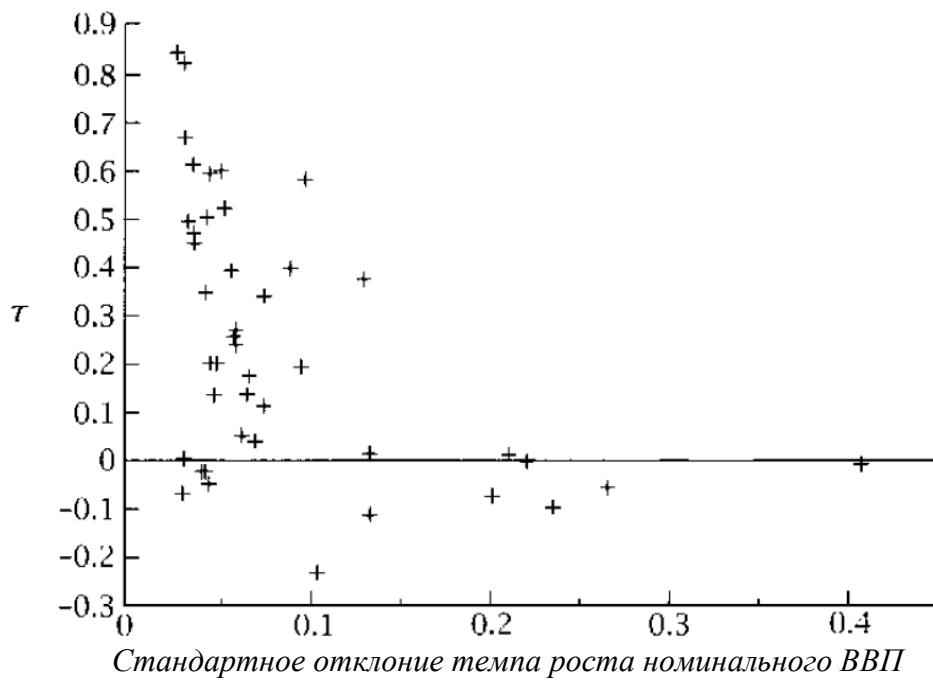
$$\tau_i = \alpha + \beta \sigma_{\Delta x, i}, \quad (6.35)$$

где  $\tau_i$  - это характеристика реального воздействия сдвига агрегированного спроса, полученная в ходе оценки (6.34) для страны  $i$ , а  $\sigma_{\Delta x, i}$  - стандартное (среднеквадратическое) отклонение приращения логарифма номинального ВВП в стране  $i$ . Теория Лукаса предсказывает, что номинальные шоки будут характеризоваться меньшими реальными эффектами в ситуации, когда агрегированный спрос является более волатильным, так что коэффициент  $\beta$  будет отрицательным.

Лукас использует достаточно небольшую выборку. Но его тест был повторен в ряде исследований для более широких выборок и с различными модификациями. На Рис. 6.1, заимствованном из работы Ball, Mankiw and D. Romer (1988), корреляционная диаграмма для  $\tau$  и  $\sigma_{\Delta x}$  по 43 странам представляет вполне характерный результат. Соответствующая регрессия имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \tau_i &= 0.388 - 1.639 \sigma_{\Delta x, i}, \\ \bar{R}^2 &= 0.201, \quad s.e.e. = 0.245, \end{aligned} \quad (6.36)$$

где в скобках приведены стандартные отклонения. Таким образом, выявлена статистически значимая отрицательная взаимосвязь между стандартным отклонением темпа роста номинального ВВП и оценкой воздействия данного шока агрегированного спроса, что, собственно, и предсказывала модель.



**Рис. 6.1 Проблема выбора между выпуском и инфляцией и стандартное отклонение агрегированного спроса (из статьи Ball, Mankiw and Romer, 1988)**

## Некоторые затруднения

Как обсуждалось выше, эпизоды перехода к политике снижения инфляции, о которой объявляло правительство, в среднем характеризовались темпом роста выпуска более низким, чем его нормальное значение. Тогда получается, что модель Лукаса не учитывает все эффекты изменений в агрегированном спросе. Однако более важным является вопрос, учитывает ли модель Лукаса наиболее существенные эффекты агрегированного спроса. По этому поводу были выдвинуты два главных возражения.

Первое затруднение состоит в том, что колебания занятости в модели Лукаса, так же как и в моделях реального делового цикла, определяются реакцией предложения труда на изменения в оплате труда. Таким образом, чтобы породить значительные колебания занятости, модель требует весьма высокой эластичности предложения труда в краткосрочной перспективе. Но как объяснялось в разделе 4.10, статистика не дает оснований полагать, что эта эластичность является столь высокой.

Второе затруднение связано с предпосылкой о несовершенстве информации. В современных экономиках высококачественная информация о ценах становится известной лишь с небольшими лагами. Таким образом, за исключением эпизодов гиперинфляции индивиды могут оценить изменения уровня цен с достаточной точностью, не неся при этом значительных издержек. В этом плане, не совсем понятно, откуда может возникать неуверенность в определении динамики относительных цен и агрегированного уровня цен.

Отталкиваясь от данных соображений, можно предположить, что конкретный механизм, предложенный в модели Лукаса, по крайней мере, в обычных условиях играет относительно незначительную роль в формировании

колебаний.<sup>7</sup> Ниже, в разделе 6.9, будет показано, что существуют другие механизмы, отличные от межвременного замещения, которые связывают незначительные изменения реальной заработной платы и относительных цен со значительными колебаниями занятости и выпуска. Существуют также причины, почему индивиды могут отказаться от получения информации, связанной с принятием решений относительно уровня цен, даже когда получение информации не сопряжено со значительными издержками. Ниже мы обсудим возможные способы переосмысления основной идеи Лукаса о том, что непредвиденные монетарные шоки могут порождать трудности в определении изменений относительных цен и агрегированного уровня цен, и таким образом воздействовать на агрегированный выпуск.

## Часть В. Постепенная подстройка цен

Мы переходим к следующему источнику номинальных несовершенств – постепенной подстройке цен и заработной платы. В одном важном аспекте модели постепенной подстройки возвращают нас к традиционным кейнсианским моделям: замедленная номинальная подстройка вводится как предположение, а не следует из анализа. Тем не менее, данные модели дают важное микроэкономическое обоснование жесткости номинальных цен и заработной платы. В пользу этого можно выдвинуть следующие три довода.

Во-первых (и это в меньшей степени важно для наших целей), модель Лукаса первоначально воспринималась как модель, показывающая, что с помощью одной лишь гипотезы рациональных ожиданий можно опровергнуть основные результаты традиционной кейнсианской теории, прежде всего возможность стабилизировать экономику, воздействуя на агрегированный спрос. Если бы это действительно было так, защита позиций традиционной кейнсианской теории должна была бы апеллировать к систематической иррациональности ожиданий. Модели постепенной подстройки показывают, что это вовсе не обязательно: если не все цены и ставки заработной платы могут

<sup>7</sup> Кроме того, из модели следует, что отклонения выпуска от равновесия с гибкими ценами вовсе не являются персистентными. Действительно,  $u$  зависит только от  $m - E[m]$ . А по определению,  $m - E[m]$  не может содержать в себе предсказуемую компоненту. Таким образом, из модели следует, что  $u$  – это белый шум, который характеризуется отсутствием как положительной, так и отрицательной корреляции во времени (автокорреляции – прим. перев.). Но это не совсем соответствует экономической реальности. Так, ограничительная политика Федеральной Резервной Системы в 1979 году, направленная на снижение инфляции, привела к ненормально низкому объему выпуска на протяжении достаточно продолжительного периода времени, а вовсе не на протяжении лишь одного периода, с последующим возвратом выпуска к нормальному уровню.

Данное затруднение может быть разрешено, если предположить, что первоначальная реакция выпуска на ненаблюдаемый монетарный шок активизирует некоторые процессы, которые не позволяют вернуться выпуску к нормальному уровню даже после того, как шок был идентифицирован. Примерами подобных механизмов является динамика товарно-материальных запасов (Blinder and Fischer, 1981), накопление капитала (Lucas, 1975) и единовременные издержки поиска и обучения новых работников. Таким образом, предсказание, что выпуск будет следовать процессу случайного блуждания, является скорее артефактом, вытекающим из упрощенной формы рассмотренной модели, а вовсе не robustным ее следствием.

свободно изменяться в каждом периоде, то политика спроса может оказывать стабилизирующее воздействие даже в случае рациональных ожиданий.

Во-вторых, в рассматриваемых моделях предположения относительно несовершенства подстройки цен и заработной платы вводятся на индивидуальном уровне, и лишь затем производится процедура агрегирования и переход к макроэкономическому анализу. В этом смысле данные модели должны быть подкреплены моделями, где номинальная жесткость выводится на основе микроэкономической оптимизации. Это будет проделано в следующем разделе.

И наконец, модели показывают, что взаимодействие между агентами, устанавливающими цены, может как усилить, так и снизить эффект наличия препятствий на пути подстройки цен. Лейтмотивом всех полученных здесь результатов является то, что номинальная жесткость на макроуровне не связана однозначным образом с микроэкономической жесткостью цен. Мы рассмотрим случаи, когда незначительная жесткость на микроуровне приводит к значительной жесткости на агрегированном уровне, и случаи, когда, несмотря на серьезную жесткость цен на микроуровне, она оказывается слабой или не наблюдается вовсе на уровне агрегатов.

Ниже рассматриваются три модели постепенной подстройки цен: модель Фишера, или модель Фишера-Фелпса-Тейлора (Fischer, 1977a; Phelps and Taylor, 1977), модель Тейлора (Taylor, 1979, 1980) и модель Кэплина-Спалбера (Caplin and Spulber, 1987).<sup>8</sup> Первые две модели, модель Фишера и модель Тейлора, предполагают, что ставки заработной платы или цены товаров определяются многопериодными контрактами или соглашениями. В каждом периоде времени часть контрактов, устанавливающих ставки заработной платы или цены, истекает и требует перезаключения. Основной результат этих моделей состоит в том, что наличие многопериодных контрактов порождает плавную подстройку уровня цен в ответ на номинальные шоки. Получается, что шоки агрегированного спроса приводят к реальным эффектам, и политика, основанная на правилах, может оказывать стабилизирующее воздействие, даже если ожидания являются рациональными.

Модели Фишера и Тейлора отличаются друг от друга в одном важном аспекте. Модель Фишера предполагает, что цены (заработка платы) являются *предопределеными*, но не *фиксированными*. Иными словами, когда многопериодный контракт устанавливает цены на несколько периодов вперед, то для каждого периода могут быть определены *различные* цены. Напротив, в модели Тейлора цены фиксированы: контракт определяет *одну и ту же* цену для любого периода своего действия. Мы увидим, что данное отличие является существенным.

И в модели Фишера, и в модели Тейлора продолжительность действия контракта, устанавливающего цены, определяется в момент его заключения. Таким образом, цены регулируются в *зависимости от времени*. Модель Кэплина-Спалбера является простым примером модели с *ценообразованием в зависимости от состояния*. В этом случае, пересмотр цен определяется не течением времени, а изменением экономической ситуации. В результате, доля цен, которые меняются в данный период времени, определяется эндогенным

---

<sup>8</sup> Важной ранней работой является Akerlof (1969). См. также Phelps (1978) и Blanchard (1983).

образом. Это незначительное с виду изменение в предположениях также играет ключевую роль.<sup>9</sup>

## 6.4 Модель ценообразования в условиях несовершенной конкуренции

Перед тем как перейти к постепенной подстройке, мы построим модель экономики, где ценообразование осуществляется в условиях несовершенной конкуренции, и цены являются полностью гибкими. Необходимость данной модели обусловлена двумя соображениями. Во-первых, как мы увидим ниже, само по себе несовершенство конкуренции порождает интересные макроэкономические следствия. Во-вторых, модели в оставшейся части главы рассматривают источники и последствия появления препятствий на пути подстройки цен. Для анализа данных проблем нам будет нужна модель, показывающая, на каком уровне фирмы устанавливают цены в отсутствии препятствий для их подстройки, и что происходит, когда цены отклоняются от данных уровней.

### Предположения

Представленная здесь модель в ряде аспектов отличается от модели из части А данной главы. Экономика состоит из большого числа индивидов. Каждый устанавливает цены на определенный товар, единственным производителем которого он является. Так же как и в части А, труд является единственным фактором производства. Однако индивиды не производят свои товары собственоручно. Вместо этого, предполагается наличие конкурентного рынка труда, на котором индивиды могут продать свой труд и нанять работников для своего производства.<sup>10</sup>

Как и прежде, спрос на каждый товар полагается лог-линейным. Для простоты шоки спроса на отдельные товары,  $z_i$ , исключаются из рассмотрения. Таким образом, уравнение (6.7) упрощается до вида  $q_i = y - \eta(p_i - p)$ . Как и в части А, логарифм уровня цен,  $p$ , определяется как среднее по  $p_i$ . Для того, чтобы гарантировать существования оптимальной цены в задаче максимизации прибыли, предположим, что  $\eta$  больше 1. Продавцы, обладающие рыночной

<sup>9</sup> Все три модели строятся на предположении о постепенной подстройке цен. Но, по крайней мере, для моделей Фишера и Тейлора, если время пересмотра цен сделать эндогенным, в результате получится синхронизированная, а вовсе не постепенная подстройка цен (см. задачу 6.8). Постепенный характер подстройки может возникнуть эндогенным образом, если предположить, что фирмы желают получить информацию о ценах других фирм до установления собственных цен (Ball and Cecchetti, 1988). Это возможно также в случае специфичных для фирм шоков (Ball and D. Romer, 1989; Caballero and Engel, 1991) и в случае стратегического взаимодействия фирм (Maskin and Tirole, 1988).

<sup>10</sup> Отсутствие общекономического рынка труда является важной чертой модели Лукаса. Если бы данный рынок присутствовал в модели, индивиды на основе наблюдаемой номинальной заработной платы могли бы раскрыть информацию о предложении денег, что сделало бы нейтральными любые номинальные шоки. Напротив, введение конкурентного рынка труда в рассматриваемую здесь модель не является критичным для получаемых результатов.

властью, устанавливают цены на уровне выше предельных затрат. В ситуации, когда у них нет возможности подстроить свои цены в ответ на небольшие изменения в спросе, они будут производить объем, соответствующий спросу. На протяжении всей главы мы исключаем из рассмотрения возможное рационализацию продаж.

Как и в модели Лукаса, функция полезности репрезентативного индивида имеет вид:  $U_i = C_i - L_i^\gamma / \gamma$  (см. [6.2]). Снова  $C_i$  равно доходу индивида, деленному на уровень цен, а  $L_i$  - индивидуальный объем предложения труда. Производственная функция имеет ту же форму: выпуск товара  $i$  равен объему труда, задействованного в его производстве. Доход  $i$ -го индивида равен сумме прибыли,  $(P_i - W)Q_i$ , и трудового дохода,  $WL_i$ , где  $Q_i$  - объем выпуска товара  $i$ , и  $W$  - номинальная заработка платы. Таким образом,

$$U_i = \frac{(P_i - W)Q_i + WL_i}{P} - \frac{1}{\gamma} L_i^\gamma. \quad (6.37)$$

Как и раньше, агрегированный спрос описывается уравнением (6.10),  $y = m - p$ . Переменная  $y$  определяется как среднее по  $q_i$ . В отличие от модели Лукаса, предложение денег является наблюдаемым для частных агентов.<sup>11</sup>

## Индивидуальное поведение

Преобразуем уравнение спроса в логарифмах,  $q_i = y - \eta(p_i - p)$ , в уравнение спроса в уровнях,  $Q_i = Y(P_i/P)^{-\eta}$ . Подстановкой последнего уравнения в (6.37) получаем:

$$U_i = \frac{(P_i - W)Y(P_i/P)^{-\eta} + WL_i}{P} - \frac{1}{\gamma} L_i^\gamma. \quad (6.38)$$

Индивид принимает решения относительно цены своего товара,  $P_i$ , и объема предложения труда,  $L_i$ . Условие первого порядка для  $P_i$  имеет вид:

$$\frac{Y(P_i/P)^{-\eta} - (P_i - W)\eta Y(P_i/P)^{-\eta-1}(1/P)}{P} = 0. \quad (6.39)$$

Умножая выражение в левой части на  $(P_i/P)^{\eta+1}P$ , деля на  $Y$ , и преобразуя, получаем:

---

<sup>11</sup> Как обсуждается в сноске 2 и в задаче 6.2, в случае, когда предпочтения индивидов относительно различных товаров заданы так, что кривая спроса на каждый товар обладает постоянной эластичностью, аккуратное определение (логарифмов) индексов цен и выпуска является более сложным, чем простое среднее арифметическое по  $p_i$  и  $q_i$ . В задаче 6.4 требуется показать, что основные результаты, полученные в данном разделе, не претерпевают существенных изменений в случае использования точных индексов.

$$\frac{P_i}{P} = \frac{\eta}{\eta-1} \frac{W}{P}. \quad (6.40)$$

Иными словами, мы получили стандартный результат, согласно которому производитель, обладающий рыночной властью, устанавливает цену на товар с некоторой наценкой над предельными издержками. При этом размер наценки определяется эластичностью спроса.

Рассмотрим теперь предложение труда. Для (6.38) соответствующее условие первого порядка для  $L_i$  имеет вид:

$$\frac{W}{P} - L_i^\gamma = 0, \quad (6.41)$$

или

$$L_i = \left( \frac{W}{P} \right)^{1/(\gamma-1)}. \quad (6.42)$$

Таким образом, предложение труда является возрастающей функцией реальной заработной платы. Эластичность предложения труда равна  $1/(\gamma-1)$ .

## Равновесие

Вследствие симметрии модели все индивиды в равновесии будут работать одно и то же время, и будут производить товары в одинаковом объеме. Таким образом, равновесный выпуск равен общему объему предложения труда. Тогда, используя (6.41) или (6.42), можно выразить реальную заработную плату как функцию от объема выпуска:

$$\frac{W}{P} = Y^{\gamma-1}. \quad (6.43)$$

Подставляя данное выражение в уравнение (6.40), получаем оптимальную относительную цену каждого производителя как функцию от агрегированного выпуска:

$$\frac{P_i^*}{P} = \frac{\eta}{\eta-1} Y^{\gamma-1}. \quad (6.44)$$

В будущем нам будет удобно использовать соответствующую форму записи в логарифмах:

$$\begin{aligned} p_i^* - p &= \ln \frac{\eta}{\eta-1} + (\gamma-1)y \\ &\equiv c + \phi y. \end{aligned} \quad (6.45)$$

В силу симметрии все производители назначают одну и ту же цену. Так что индекс цен  $P$  будет равен этой общей цене. Тогда в равновесии каждый производитель, рассматривая уровень цен  $P$  как заданный, должен выбирать свою собственную цену, равную  $P$ . Иными словами, оптимальная относительная цена каждого производителя равна 1. Из (6.44) следует, что это условие имеет вид  $[\eta/\eta-1]Y^{\gamma-1}=1$ , или

$$Y = \left( \frac{\eta-1}{\eta} \right)^{1/(\gamma-1)}. \quad (6.46)$$

Это и есть равновесный уровень выпуска.

Наконец, используя уравнение агрегированного спроса  $Y = M/P$ , мы можем найти равновесный уровень цен:

$$\begin{aligned} P &= \frac{M}{Y} \\ &= \frac{M}{\left( \frac{\eta-1}{\eta} \right)^{1/(\gamma-1)}}. \end{aligned} \quad (6.47)$$

## Следствия

В ситуации, когда производители обладают рыночной властью, они производят меньший объем выпуска по сравнению с общественным оптимумом. Действительно, при симметричном распределении каждый индивид предлагает объем труда  $\bar{L}$ . Объем производства каждого товара и потребление каждого индивида также будут равны  $\bar{L}$ . Таким образом, задача поиска наилучшего симметричного распределения сводится к выбору  $\bar{L}$ , максимизирующего  $\bar{L} - (1/\gamma)\bar{L}^\gamma$ . Решением является  $\bar{L} = 1$ . Из уравнения (6.46) следует, что равновесный выпуск ниже этого уровня. Т.к. производители работают с убывающей кривой спроса, предельный доход от труда будет ниже предельного продукта труда (имеется в виду реальный предельный доход - прим. научного ред.). В результате, реальная заработка платы будет меньше предельного продукта труда: из выражения (6.40) и того факта, что любое  $P_i$  равно в равновесии  $P$ , следует, что реальная заработка платы будет равна  $(\eta-1)/\eta$ . При этом предельный продукт труда равен 1. Это приводит к снижению объема предложения труда. Следовательно, равновесный выпуск ниже оптимального. В соответствии с (6.46), равновесный выпуск равен  $[(\eta-1)/\eta]^{1/(\gamma-1)}$ . Таким образом, разрыв между равновесным и оптимальным выпуском тем больше, чем больше рыночная власть производителей (т.е., чем ниже  $\eta$ ), и чем выше чувствительность предложения труда к изменениям в реальной заработной плате (т.е., чем ниже  $\gamma$ ).

Тот факт, что в условиях несовершенной конкуренции равновесный выпуск является неэффективно низким, играет важную роль в анализе экономических колебаний. Прежде всего, это означает, что периоды спада и подъема характеризуются асимметричным воздействием на благосостояние (Mankiw, 1985). На практике, периоды времени, когда выпуск оказывается выше среднего уровня, воспринимаются как хорошие времена, а периоды времени, когда выпуск оказывается ниже среднего уровня, воспринимаются как плохие времена. Посмотрим на эту проблему с точки зрения модели, в которой колебания возникают как реакция на монетарные шоки в условиях неполноты номинальной подстройки. Если равновесное состояние в отсутствии шоков является оптимальным, то и времена высокого выпуска, и времена низкого выпуска являются отклонением от оптимума, а следовательно, они нежелательны. Но если равновесный выпуск ниже оптимального, то в период подъема выпуск может приблизиться к общественному оптимуму, в то время как спады становятся еще более нежелательными.

Кроме того, вследствие существования разрыва между равновесным и оптимальным выпуском ценовые решения порождают внешние эффекты. Предположим, что экономика первоначально находится в состоянии равновесия, и рассмотрим эффект малого снижения всех цен. При этом происходит рост  $M/P$ , а значит и агрегированного выпуска. Это окажет воздействие на представительного индивида по двум каналам. Во-первых, происходит рост действующей реальной заработной платы (см. [6.43]). Но т.к. изначально индивид не выступает ни чистым продавцом, ни чистым покупателем труда, рассматриваемое предельное изменение никак не отразится на его благосостоянии. Во-вторых, увеличение агрегированного выпуска приведет к увеличению спроса на каждое благо,  $Y(P_i/P)^{\eta}$ . Т.к. индивид продает свой товар по цене, превышающей предельные издержки, рассматриваемое изменение увеличит его благосостояние. Таким образом, в условиях несовершенной конкуренции решения о назначении цен порождают внешние эффекты, которые действуют через агрегированный спрос. Данное явление часто называют *внешним эффектом агрегированного спроса* (Blanchard and Kiayaki, 1987).

Еще один, последний результат данного анализа состоит в том, что несовершенство конкуренции само по себе не приводит к не-нейтральности денег. Изменение в денежной массе ведет к пропорциональному изменению номинальной заработной платы и номинальных цен. При этом выпуск и реальная заработка не изменяются (см. [6.46] и [6.47]).

Уравнение ценообразования (6.45) играет важную роль в рассматриваемых ниже моделях. Следует отметить, что суть данного уравнения состоит не только в том, что это уравнения оптимального выбора цены. В соответствии с (6.45),  $p_i^* - p$  равно  $c + \phi y$ , т.е. оптимальная относительная цена является возрастающей функцией агрегированного выпуска. В данном частном случае, так получается потому, что рост выпуска приводит к росту реальной заработной платы. В более общих ситуациях это может объясняться ростом издержек на другие ресурсы, убывающей отдачей, или наличием издержек подстройки выпуска.

Тот факт, что оптимальные относительные цены являются возрастающими функциями агрегированного выпуска, является необходимым условием

стабильности равновесия с гибкими ценами. Это легко увидеть, если подставить уравнение  $y = m - p$  в уравнение (6.45):

$$p_i^* = c + (1 - \phi)p + \phi m. \quad (6.48)$$

Если параметр  $\phi$  является отрицательным, то рост уровня цен увеличивает оптимальную цену каждого продавца на большую величину, чем рост уровня цен. Это означает, что в ситуации, когда  $p$  оказывается выше уровня, для которого оптимальные цены на товары равны 1, каждый индивид будет стремиться установить цену на уровне выше существующего уровня цен. И напротив, в ситуации, когда  $p$  оказывается ниже равновесного уровня, каждый индивид будет стремиться установить цену на уровне ниже существующего уровня цен. Таким образом, для того, чтобы равновесие с гибкими ценами было устойчивым, необходимо, чтобы параметр  $\phi$  был положительным.

## 6.5 Предопределенные цены

### Предположения модели

Теперь мы переходим к модели Фишера, основанной на постепенной подстройке цен. За основу будет взят вариант модели из предшествующего раздела с дополнительным предположением, что производители не могут свободно устанавливать цены в каждом периоде: они устанавливают цены на два периода вперед. Как подчеркивалось выше, модель допускает возможность установления различных цен для каждого из периодов. В каждый период времени ровно половина всех индивидов устанавливает цены на свои товары на следующие два периода. Таким образом, в каждом периоде половина цен на товары была установлена в предшествующем периоде, в то время как другая половина цен была установлена два периода назад.<sup>12</sup>

Для простоты, мы принимаем равной 0 константу в уравнении оптимального ценообразования (6.45) (или [6.48]). Таким образом, оптимальная цена товара, устанавливаемая индивидом  $i$  в период  $t$  равна  $p_{it}^* = \phi m_t + (1 - \phi)p_t$ . Остальные предположения модели не отличаются от сделанных в предшествующем разделе. Динамика  $m$  предполагается экзогенной, и относительно нее мы не вводим никаких специальных предположений. Так, например, информация относительно  $m_t$  может постепенно раскрываться в периодах, предшествующих  $t$ , т.е., ожидания величины  $m_t$ , формируемые в периоде  $t-1$ ,  $E_{t-1}m_t$ , могут отличаться от более ранних ожиданий,  $E_{t-2}m_t$ .

Так же как и в модели Лукаса мы возьмем за основу принцип эквивалентности детерминированному случаю. Предположим, что индивид

---

<sup>12</sup> Оригинальные версии данных моделей рассматривают постепенную подстройку ставок заработной платы. Цены являются гибкими, но определяются по принципу наценки над заработной платой. Для простоты, мы рассматриваем непосредственно постепенную подстройку цен. Это не влияет на основные выводы модели.

устанавливает максимизирующие прибыль цены в периоде  $t$  на два периода вперед в соответствии со своими ожиданиями, основанными на информации, доступной в момент времени  $t$ . Так же как и в модели Лукаса, ожидания являются рациональными.

## Решение модели

Т.к. в каждом периоде половина цен на товары – это цены, установленные в предшествующем периоде, а другая половина цен – это цены, установленные два периода назад, агрегированный уровень цен будет равен

$$p_t = \frac{1}{2}(p_t^1 + p_t^2), \quad (6.48)$$

где  $p_t^1$  – это цена, установленная для периода  $t$  индивидом, который делал это в периоде  $t-1$ , а  $p_t^2$  – это цена, установленная для периода  $t$  индивидом, который делал это в периоде  $t-2$ . Коль скоро мы предположили, что процесс ценообразования основан на принципе эквивалентности детерминированному случаю, и поскольку все производители в данном периоде решают одну и ту же задачу, цена  $p_t^1$  будет равна ожидаемой в периоде  $t-1$  оптимальной цене  $p_{it}^*$ , а цена  $p_t^2$  будет равна ожидаемой в периоде  $t-2$  оптимальной цене  $p_{it}^*$ . Таким образом,

$$\begin{aligned} p_t^1 &= E_{t-1} p_{it}^* \\ &= E_{t-1} [\phi m_t + (1-\phi)p_t] \\ &= \phi E_{t-1} m_t + (1-\phi) \frac{1}{2}(p_t^1 + p_t^2), \end{aligned} \quad (6.50)$$

$$\begin{aligned} p_t^2 &= E_{t-2} p_{it}^* \\ &= \phi E_{t-2} m_t + (1-\phi) \frac{1}{2}(E_{t-2} p_t^1 + p_t^2), \end{aligned} \quad (6.51)$$

где оператор  $E_{t-\tau}$  обозначает ожидания на основе информации, доступной в момент времени  $t-\tau$ . В уравнении (6.50) учтен тот факт, что цена  $p_t^2$  уже определена в момент установления цены  $p_t^1$ , а значит, не является случайной величиной.

Наша цель состоит в определении динамики во времени уровня цен и выпуска для заданной динамики  $m$ . Начнем с того, что найдем  $p_t^1$  из уравнения (6.50):

$$p_t^1 = \frac{2\phi}{1+\phi} E_{t-1} m_t + \frac{1-\phi}{1+\phi} p_t^2. \quad (6.52)$$

Предположение о рациональных ожиданиях позволяет нам определить поведение индивидов, устанавливающих цены в периоде  $t-2$ . Правая и левая часть уравнения (6.52) равны, так что ожидания правой и левой части, формируемые в периоде  $t-2$ , также должны быть равны:

$$E_{t-2}p_t^1 = \frac{2\phi}{1+\phi} E_{t-2}m_t + \frac{1-\phi}{1+\phi} p_t^2. \quad (6.53)$$

В уравнении (6.53) был использован тот факт, что ожидания  $E_{t-2}E_{t-1}m_t$  просто равны  $E_{t-2}m_t$ . В противном случае, ожидания  $m_t$  должны были бы пересматриваться в сторону повышения или понижения. А это означало бы, что первоначально ожидания не были рациональными. Текущие ожидания относительно будущих ожиданий случайной величины равны текущим ожиданиям случайной величины. Этот факт известен как *закон итерации ожиданий*.

Подставляя (6.53) в (6.51), получаем

$$p_t^2 = \phi E_{t-2}m_t + (1-\phi) \frac{1}{2} \left( \frac{2\phi}{1+\phi} E_{t-2}m_t + \frac{1-\phi}{1+\phi} p_t^2 + p_t^2 \right). \quad (6.54)$$

Выражая из данного уравнения  $p_t^2$ , получаем простое выражение:

$$p_t^2 = E_{t-2}m_t. \quad (6.55)$$

Теперь можно скомбинировать полученные результаты и определить равновесие. Подставляя (6.55) в (6.52) и упрощая, имеем

$$p_t^1 = E_{t-2}m_t + \frac{2\phi}{1+\phi} [E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t]. \quad (6.56)$$

И наконец, подставляя (6.55) и (6.56) в выражения, определяющие уровень цен и выпуск,  $p_t = (p_t^1 + p_t^2)/2$  и  $y_t = m_t - p_t$ , окончательно получаем

$$p_t = E_{t-2}m_t + \frac{\phi}{1+\phi} (E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t), \quad (6.57)$$

$$y_t = \frac{1}{1+\phi} (E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t) + (m_t - E_{t-1}m_t). \quad (6.58)$$

## Следствия

Уравнение (6.58) содержит основные результаты, следующие из модели. Во-первых, также как и в модели Лукаса, непредвиденные сдвиги агрегированного спроса порождают реальные эффекты. На это указывает слагаемое  $m_t - E_{t-1}m_t$ .

Т.к. индивиды не знают  $m_t$  в тот момент, когда они устанавливают цены, шоки в полном объеме отражаются на выпуске.

Во-вторых, и это существенно, шоки агрегированного спроса, о которых становится известно после того, как одна половина цен уже была установлена, также влияют на выпуск. Рассмотрим информацию об агрегированном спросе в периоде  $t$ , которая становится известной при переходе от периода  $t-2$  к периоду  $t-1$ . На практике это может соответствовать появлению прогноза основных индикаторов экономической активности, или появлению информации о возможных изменениях в монетарной политике. Как видно из уравнений (6.57) и (6.58), доля  $1/(1+\phi)$  от изменения ожиданий величины  $m_t$ , возникающего при переходе от периода  $t-2$  к периоду  $t-1$ , отражается на выпуске, а оставшаяся доля отражается на ценах. Причина, по которой данное изменение не оказывается нейтральным, очевидна: не все цены являются полностью гибкими в краткосрочной перспективе.

Это позволяет незамедлительно сделать вывод: политика, основанная на правилах, может стабилизировать экономику. Так же как в разделе 6.3, предположим, что  $m_t$  равно  $m_t^* + v_t$ , где  $m_t^*$  - переменная, подконтрольная политике, а  $v_t$  представляет прочие шоки агрегированного спроса. Предположим, что политики обладают той же информацией, что и частные агенты, устанавливающие цены. Следовательно, они вынуждены выбирать  $m_t^*$  до того, как величина  $v_t$  стала известной. Тем не менее, коль скоро политические деятели могут регулировать  $m_t$ , реагируя на информацию, раскрытую при переходе от периода  $t-2$  к периоду  $t-1$ , монетарная политика может стабилизировать экономику. Если  $m_t = m_t^* + v_t$ , то из (6.58) вытекает, что  $y_t$  зависит от  $(m_t^* + v_t) - E_{t-1}(m_t^* + v_t)$  и от  $E_{t-1}(m_t^* + v_t) - E_{t-2}(m_t^* + v_t)$ . Подстраивая  $m_t^*$  так, чтобы нейтрализовать  $E_{t-1}v_t - E_{t-2}v_t$ , политики могут нейтрализовать воздействие на выпуск со стороны  $v$  даже в том случае, когда информация о  $v$  является общедоступной.

Еще один важный вывод состоит в том, что взаимодействие между индивидами, устанавливающими цены, может привести как к усилению, так и к ослаблению влияния жесткости цен, имеющей место на микроуровне. Рассмотрим шок агрегированного спроса, о котором становится известно после того как часть цен уже была установлена. Может показаться, что, так как половина цен уже установлена, а оставшаяся половина может быть установлена совершенно свободно, то половина шока перейдет на цены, а оставшаяся половина отразится на выпуске. Уравнения (6.57) и (6.58) показывают, что в общем случае это неверно. Ключевым здесь является параметр  $\phi$ : как показывает уравнение (6.58), доля шока, которая окажет воздействие на выпуск, равна не  $\frac{1}{2}$ , а  $1/(1+\phi)$ .

Как мы помним, в уравнении (6.45) параметр  $\phi$  характеризовал чувствительность оптимальных реальных цен к агрегированному реальному выпуску:  $p_{it}^* - p_t = c + \phi y_t$ . Значит меньшее значение  $\phi$  соответствует большей реальной жесткости (Ball and D. Romer, 1990). Реальная жесткость сама по себе не приводит к реальным эффектам монетарных шоков: если цены могут подстраиваться свободно, то деньги нейтральны независимо от величины  $\phi$ .

Однако реальная жесткость усиливает эффект номинальной жесткости: если агенты, устанавливающие цены, не могут подстраивать их абсолютно свободно, то более высокая степень реальной жесткости (т.е. более низкое  $\phi$ ) усиливает реальный эффект монетарного шока. Причина этого кроется в том, что чем ниже  $\phi$ , тем в меньшей степени индивиды озабочены изменениями устанавливаемых ими относительных цен. В результате индивиды, у которых еще есть возможность свободно подстроить свои цены, не будут их существенно менять, так что реальный эффект монетарного шока может оказаться значительным. Если же, напротив,  $\phi$  значительно превосходит 1, агенты, еще имеющие возможность устанавливать цены, изменят их довольно существенно, и агрегированный реальный эффект изменения  $m$  будет слабым.<sup>13</sup>

И последнее замечание. Модель показывает, что выпуск не зависит от  $E_{t-2}m_t$  (для данных величин  $E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t$  и  $m_t - E_{t-1}m_t$ ). Иными словами, любая информация относительно агрегированного спроса, на которую имеют возможность прореагировать все агенты, устанавливающие цены, не влияет на выпуск.

## 6.6 Фиксированные цены

### Модель

Внесем изменения в модель из предшествующего раздела. Предположим, что индивиды должны устанавливать одинаковые цены на два периода вперед. Т.е., во введенной ранее терминологии, цены являются не только предопределенными, но и фиксированными.

Кроме того, мы внесем в модель еще два небольших изменения. Во-первых, предположим, что индивиды, которые устанавливают цены в периоде  $t$ , делают это для периодов  $t$  и  $t+1$ , а не периодов  $t+1$  и  $t+2$ . Это упростит анализ, не повлияв существенно на результаты. Во-вторых, модель будет значительно проще решить, если постулировать конкретный процесс изменения  $m$ . Пусть это будет процесс случайного блуждания:

$$m_t = m_{t-1} + u_t, \quad (6.59)$$

где  $u$  - белый шум. Отличительной характеристикой данного процесса является то, что инновации в  $m$  (т.е.  $u$ ) обладают продолжительным по времени воздействием на уровень переменной.

Обозначим через  $x_t$  цену, которую индивид устанавливает в момент времени  $t$ . Мы снова будем придерживаться принципа эквивалентности детерминированному случаю, полагая, что индивиды стараются, насколько это возможно, приблизить цены к оптимальному уровню. В данном случае это означает, что

---

<sup>13</sup> В работе Haltiwanger and Waldman (1989) показывается в общем случае, как небольшая доля агентов, не реагирующих на шоки, может оказывать непропорционально большой эффект на экономику.

$$\begin{aligned}
x_t &= \frac{1}{2} \left( p_{it}^* + E_t p_{it+1}^* \right) \\
&= \frac{1}{2} \left\{ [\phi m_t + (1-\phi)p_t] + [\phi E_t m_{t+1} + (1-\phi)E_t p_{t+1}] \right\},
\end{aligned} \tag{6.60}$$

где при переходе ко второй строке используется тот факт, что  $p^* = \phi m + (1-\phi)p$ .

Так как в каждый период времени устанавливается половина цен, то  $p_t$  будет равно среднему из  $x_t$  и  $x_{t-1}$ . Кроме того, если  $m$  следует процессу случайного блуждания, то  $E_t m_{t+1}$  равно  $m_t$ . С учетом этого, уравнение (6.60) можно привести к виду:

$$x_t = \phi m_t + \frac{1}{4}(1-\phi)(x_{t-1} + 2x_t + E_t x_{t+1}). \tag{6.61}$$

Выражая отсюда  $x_t$ , получаем:

$$\begin{aligned}
x_t &= A(x_{t-1} + E_t x_{t+1}) + (1-2A)m_t, \\
A &\equiv \frac{1}{2} \frac{1-\phi}{1+\phi}.
\end{aligned} \tag{6.62}$$

Уравнение (6.62) является ключевым уравнением модели.

Уравнение (6.62) определяет  $x_t$  в терминах  $m_t$ ,  $x_{t-1}$  и ожидаемой величины  $x_{t+1}$ . Чтобы решить модель, необходимо каким-то образом избавиться от ожиданий  $x_{t+1}$ . Мы рассмотрим два способа решения модели: с использованием метода неопределенных коэффициентов и с использованием лаговых операторов. Как правило, метод неопределенных коэффициентов несколько проще. Но есть ситуации, когда его использование сопряжено с определенными трудностями. В таких случаях использование лаговых операторов оказывается весьма полезным.

## Метод неопределенных коэффициентов

Как обсуждалось в разделе 4.6, основная идея метода неопределенных коэффициентов состоит в подборе общей функциональной формы решения с последующим поиском конкретных значений коэффициентов на основе модели. В рассматриваемой здесь модели в периоде  $t$  две переменные уже даны – это денежная масса,  $m_t$ , и установленные в предшествующем периоде цены,  $x_{t-1}$ . Кроме того, модель является линейной. Так что вполне оправданной будет пробное предположение, что  $x_t$  должна быть линейной функцией от  $x_{t-1}$  и  $m_t$ :

$$x_t = \mu + \lambda x_{t-1} + \nu m_t. \tag{6.63}$$

Наша задача состоит в определении значений  $\mu$ ,  $\lambda$  и  $\nu$ , которые решают данную модель.

Перед тем как приступить к поиску  $\mu$ ,  $\lambda$  и  $\nu$ , можно упростить вычисления, если вначале использовать наше знание модели для того, чтобы дополнительно ограничить (6.33). Мы приняли равной нулю константу в уравнении, определяющем оптимальные цены,  $p_{it}^* - p_t = \phi y_t$ . Как следствие, в равновесии с гибкими ценами  $y$  должно быть равным 0, а все цены должны быть равны  $m$ . С учетом этого рассмотрим ситуацию, когда  $x_{t-1}$  и  $m_t$  равны. Если в периоде  $t$  индивиды, устанавливающие цены, установят их на уровне  $m_t$ , то экономика окажется в равновесии с гибкими ценами. Кроме того, т.к.  $m$  следует процессу случайного блуждания, у индивидов, устанавливающих цены в периоде  $t$ , нет оснований полагать, что  $m_{t+1}$  будет в среднем выше или ниже чем  $m_t$ . Следовательно,  $x_{t+1}$  будет в среднем равно  $m_t$ . Итак, в данной ситуации  $p_{it}^*$  и  $E_t p_{it+1}^*$  будут равны  $m_t$ , и индивиды установят цены  $x_t = m_t$ . Следовательно, резонно считать, что если  $x_{t-1} = m_t$ , то  $x_t = m_t$ . Согласно (6.63) это означает, что

$$\mu + \lambda m_t + \nu m_t = m_t \quad (6.64)$$

при любых  $m_t$ .

Для соблюдения (6.64) требуется выполнение двух условий. Во-первых, должно соблюдаться равенство  $\lambda + \nu = 1$ . В противном случае (6.64) не будет верно для любых  $m_t$ . Во-вторых, если мы положили  $\lambda + \nu = 1$ , для соблюдения (6.64) дополнительно требуется, чтобы  $\mu = 0$ . Подставляя эти условия в (6.63), получаем:

$$x_t = \lambda x_{t-1} + (1 - \lambda)m_t. \quad (6.65)$$

Наша задача теперь состоит в поиске значения  $\lambda$ , решающего модель.

Уравнение (6.65) может быть записано для любого периода. В частности,  $x_{t+1} = \lambda x_t + (1 - \lambda)m_{t+1}$ . Тогда формируемые в периоде  $t$  ожидания  $x_{t+1}$  - это ожидания  $\lambda x_t + (1 - \lambda)m_{t+1}$ , что просто равно  $\lambda x_t + (1 - \lambda)m_t$ . Подставляя в последнее выражение  $x_t$  из (6.65), получаем:

$$\begin{aligned} E_t x_{t+1} &= \lambda [\lambda x_{t-1} + (1 - \lambda)m_t] + (1 - \lambda)m_t \\ &= \lambda^2 x_{t-1} + (1 - \lambda^2)m_t. \end{aligned} \quad (6.66)$$

Подстановка полученного выражения в (6.62) дает:

$$\begin{aligned} x_t &= A [x_{t-1} + \lambda^2 x_{t-1} + (1 - \lambda^2)m_t] + (1 - 2A)m_t \\ &= (A + A\lambda^2)x_{t-1} + [A(1 - \lambda^2) + (1 - 2A)]m_t. \end{aligned} \quad (6.67)$$

Итак, если агенты, устанавливающие цены, верят, что  $x_t$  является линейной функцией от  $x_{t-1}$  и  $m_t$  вида (6.65), то, максимизируя прибыль, они действительно будут устанавливать свои цены как линейные функции от этих переменных. Если мы действительно нашли решение модели, два данных линейных уравнения должны быть одинаковыми. Сравнивая (6.65) и (6.67), можно сделать вывод, что для их совпадения требуется выполнение двух условий:

$$A + A\lambda^2 = \lambda, \quad (6.68)$$

и

$$A(1 - \lambda^2) + (1 - 2A) = 1 - \lambda. \quad (6.69)$$

Уравнение (6.68) является квадратным по  $\lambda$ . Его решение

$$\lambda = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4A^2}}{2A}. \quad (6.70)$$

Несложно показать, что эти значения  $\lambda$  удовлетворяют также и условию (6.69). (Очевидно, уравнения (6.68) и (6.69) эквивалентны. – Прим. научного ред.). С учетом определения (6.62) константы  $A$ , значения  $\lambda$  можно переписать в виде:

$$\lambda_1 = \frac{1 - \sqrt{\phi}}{1 + \sqrt{\phi}}, \quad (6.71)$$

$$\lambda_2 = \frac{1 + \sqrt{\phi}}{1 - \sqrt{\phi}}. \quad (6.72)$$

Однако имеет смысл рассматривать только одно из значений  $\lambda$ , а именно  $\lambda = \lambda_1$ . Если  $\lambda = \lambda_1$ , то  $|\lambda| < 1$ . Экономическая динамика при этом будет устойчивой. Напротив,  $|\lambda| > 1$  в случае, когда  $\lambda = \lambda_2$ , и динамика экономики будет неустойчивой: незначительный шок устремит выпуск в плюс или минус бесконечность. В результате, предположения, положенные в основу модели (например, предположение, что продавцы не рационируют покупателей) не будут соблюдаться. По этой причине, мы рассмотрим лишь значеник  $\lambda = \lambda_1$ .

Таким образом, выражение (6.65) для  $\lambda = \lambda_1$  является решением модели: если индивиды, устанавливающие цены, верят, что другие используют то же самое правило, они сами будут считать рациональным использовать именно его.

Теперь мы можем описать динамику выпуска. Величина  $y_t$  равна  $m_t - p_t$ , что в свою очередь равно  $m_t - (x_{t-1} + x_t)/2$ . С учетом уравнения динамики  $x$ , (6.65), получаем:

$$\begin{aligned}
y_t &= m_t - \frac{1}{2} \{ [\lambda x_{t-2} + (1-\lambda)m_{t-1}] + [\lambda x_{t-1} + (1-\lambda)m_t] \} \\
&= m_t - \left[ \lambda \frac{1}{2} (x_{t-2} + x_{t-1}) + (1-\lambda) \frac{1}{2} (m_{t-1} + m_t) \right].
\end{aligned} \tag{6.73}$$

Используя тот факт, что  $m_t = m_{t-1} + u_t$  и что  $(x_{t-2} + x_{t-1})/2 = p_{t-1}$ , последнее выражение можно свести к следующему простому виду:

$$\begin{aligned}
y_t &= m_{t-1} + u_t - \left[ \lambda p_{t-1} + (1-\lambda)m_{t-1} + (1-\lambda) \frac{1}{2} u_t \right] = \\
&= \lambda(m_{t-1} - p_{t-1}) + \frac{1+\lambda}{2} u_t = \\
&= \lambda y_{t-1} + \frac{1+\lambda}{2} u_t.
\end{aligned} \tag{6.74}$$

## Следствия

Уравнение (6.74) является основным результатом модели. Если  $\lambda_1$  положительно (что верно при  $\phi < 1$ ), то из уравнения (6.74) следует, что шоки агрегированного спроса будут характеризоваться продолжительным влиянием на выпуск – эффектами, которые будут наблюдаться *даже после того как все индивиды изменят свои цены*. Предположим, что экономика первоначально находится в состоянии равновесия с гибкими ценами (т.е.  $y$  находится на стационарном нулевом уровне), и рассмотрим эффект положительного шока  $u^0$ . В период времени, когда происходит данный шок, не все индивиды могут подстроить свои цены. Поэтому вполне естественно, что  $y$  при этом возрастает. Как следует из (6.74),  $y = [(1+\lambda)/2]u^0$ . В следующем периоде, несмотря на то, что теперь оставшиеся индивиды могут подстроить цены,  $y$  не возвращается к своему нормальному уровню даже в отсутствии новых шоков: в соответствии с (6.74),  $y = \lambda[(1+\lambda)/2]u^0$ . Затем выпуск постепенно возвращается к своемуциальному уровню, удовлетворяя условию  $y_t = \lambda y_{t-1}$  на каждом этапе.

Реакция уровня цен на шок неразрывно связана с реакцией выпуска. Уровень цен возрастает на  $[1 - (1+\lambda)/2]u^0$  в первом периоде, а затем – на долю  $1 - \lambda$  оставшегося расстояния от  $u^0$  в каждом последующем периоде. Таким образом, уровень цен в экономике инерционен.

Источником продолжительных реальных эффектов монетарных шоков вновь выступает нежелание индивидов в полной мере менять свои относительные цены. Вспомним, что  $p_{it}^* = \phi m_t - (1-\phi)p_t$ , и что  $\lambda_1 > 0$  только в случае, когда  $\phi < 1$ . Поэтому плавная подстройка цен будет иметь место, только если оптимальные цены являются возрастающей функцией текущего уровня цен. Предположим, что каждый индивид решит полностью подстроить свою цену при первой же возможности. В этом случае индивиды, устанавливающие цены в периоде, когда происходит шок, сразу же подстроят свои цены на всю

величину шока. Оставшиеся индивиды сделают то же в следующем периоде. Таким образом, у вырастет на величину  $u^0/2$  в начальном периоде и вернется к своему нормальному уровню в следующем периоде.

Однако такая быстрая подстройка не может иметь место в равновесии в случае, когда  $\phi$  меньше 1. Действительно, рассмотрим индивидов, немедленно подстраивающих свои цены. Предполагается, что все цены будут подстроены ко второму периоду, так что в этом периоде каждый индивид выберет оптимальную цену. Но если  $\phi < 1$ , то оптимальная цена будет тем ниже, чем ниже уровень цен. Не все цены могут подстроиться сразу же в ответ на шок. Поэтому цены, подобранные оптимальным образом в период, когда происходит шок, будут ниже оптимального уровня цен следующего периода. Получается, что данным индивидам не имеет смысла полностью подстраивать цены в периоде, когда происходит шок. Но это в свою очередь означает, что оставшимся индивидам также невыгодно полностью приспосабливать свои цены в следующем периоде. И знание того, что полная подстройка не будет наблюдаться и в будущем, сдерживает реакцию индивидов, подстраивающих свои цены в период, когда происходит шок. Окончательным результатом этого взаимодействия, учитывающего и прошлое, и будущее, является постепенный процесс подстройки, представленный уравнением (6.65).

Таким образом, так же как и в модели, где цены предопределены, но не фиксированы, степень неполноты номинальной подстройки на уровне агрегатов может оказаться сильнее, чем можно было бы предположить первоначально, зная только, что не все цены подстраиваются в каждом периоде. Действительно, степень негибкости агрегированного уровня цен будет еще выше в данной ситуации, когда наблюдается последействие даже после того, как все цены изменились. И снова низкое значение  $\phi$ , т.е. высокая степень реальной жесткости, является необходимым условием данного результата. Если  $\phi$  равно 1, т.е.  $\lambda$  равно 0, то каждый индивид будет полностью подстраивать свою цену при первой же возможности. Если  $\phi$  превышает 1, то  $\lambda$  является отрицательным, так что  $r$  изменяется сильнее, чем  $m$  в период, следующий за шоком, и процесс возвращения к долгосрочному равновесию будет носить колебательный характер.

## Лаговые операторы

Альтернативным и более общим подходом к решению этой модели является использование лаговых операторов. По определению, лаговый оператор  $L$  ставит в соответствие любой переменной ее же собственное значение, взятое с лагом:  $Lz_t = z_{t-1}$ .

Чтобы убедиться в полезности лаговых операторов, рассмотрим нашу модель без предположения, что  $m$  следует процессу случайного блуждания. Мы можем отталкиваться от уравнения (6.60). Если предпринять те же самые действия, что и в случае вывода уравнения (6.62), но не предполагать при этом, что  $E_t m_{t+1} = m_t$ , то мы получим следующее уравнение:

$$x_t = A(x_{t-1} + E_t x_{t+1}) + \frac{1-2A}{2} m_t + \frac{1-2A}{2} E_t m_{t+1}, \quad (6.75)$$

где константа  $A$  - та же, что и прежде. Заметим, что (6.75) принимает простой вид (6.62), если  $E_t m_{t+1} = m_t$ .

На первом этапе нужно переписать данное выражение в лаговых операторах. Величина  $x_{t-1}$  связана с  $x_t$  посредством лагового оператора:  $x_{t-1} = Lx_t$ . Введем правило, согласно которому в случае, когда  $L$  применяется к выражению, содержащему ожидания, происходит лаговый сдвиг самой переменной, но не периода, в котором формируются ожидания. Тогда мы можем представить  $x_t$  в виде  $LE_t x_{t+1} = E_t x_t = x_t$ .<sup>14</sup> Используя обозначение  $L^{-1}$  для оператора, обратного лаговому, можно записать  $E_t x_{t+1} = L^{-1} x_t$ . Аналогично,  $E_t m_{t+1} = L^{-1} m_t$ . Поэтому можно переписать (6.75) в виде:

$$x_t = A(Lx_t + L^{-1}x_t) + \frac{1-2A}{2}m_t + \frac{1-2A}{2}L^{-1}m_t, \quad (6.76)$$

или

$$(I - AL - AL^{-1})x_t = \frac{1-2A}{2}(I + L^{-1})m_t. \quad (6.77)$$

Здесь  $I$  обозначает оператор тождественного преобразования (т.е.  $Iz_t = z_t$  для любого  $z$ ). Таким образом,  $(I + L^{-1})m_t$  представляет собой сокращенную форму записи выражения  $m_t + L^{-1}m_t$ , а  $(I - AL - AL^{-1})x_t$  - сокращенную форму записи выражения  $x_t - Ax_{t-1} - AE_t x_{t+1}$ .

Заметим теперь, что выражение  $I - AL - AL^{-1}$  можно представить в виде произведения  $(I - \lambda L^{-1})(I - \lambda L)(A/\lambda)$ , где  $\lambda$ , как и раньше, определяется выражением (6.70). Таким образом, получаем следующее уравнение:

$$(I - \lambda L^{-1})(I - \lambda L)x_t = \frac{\lambda}{A} \frac{1-2A}{2}(I + L^{-1})m_t. \quad (6.78)$$

Данная форма записи, содержащая лаговый оператор, может быть проинтерпретирована естественным образом: выражение  $(I - \lambda L^{-1})(I - \lambda L)x_t$  является сокращенной формой записи для  $(I - \lambda L)x_t$  за вычетом произведения  $\lambda$  на обратный лаговый оператор, примененный к  $(I - \lambda L)x_t$ . Иными словами,

<sup>14</sup> Т.к.  $E_t x_{t-1} = x_{t-1}$  и  $E_t m_t = m_t$ , мы можем представить все переменные в уравнении (6.75) как ожидания, формируемые в момент времени  $t$ . Таким образом, в последующем анализе, лаговый оператор всегда можно рассматривать как оператор, сохраняющий все переменные как ожидания в период времени  $t$ . *Оператор обратного сдвига*,  $B$ , используется для обозначения функции, которая переносит назад как индекс времени переменной, так и индекс времени ожиданий. Например,  $BE_t x_{t+1} = E_{t-1} x_t$ . Удобнее ли использовать лаговый оператор или оператор обратного сдвига – зависит от конкретной ситуации. В данном случае удобнее использовать лаговый оператор.

данное выражение равно  $(x_t - \lambda L x_t) - (\lambda L^{-1} x_t - \lambda^2 x_t)$ . С учетом определения  $\lambda$ , несложно показать, что (6.78) и (6.77) эквивалентны.

Так же как и в первом методе, чтобы найти решение, нам нужно избавиться от члена, содержащего ожидания относительно будущего значения эндогенной переменной.  $E_t x_{t+1}$  неявным образом присутствует в левой части (6.78), поскольку она содержит оператор  $I - \lambda L^{-1}$ . «Поделим» правую и левую часть на  $I - \lambda L^{-1}$ . Это даст тот же результат, что и применение оператора  $I + \lambda L^{-1} + \lambda^2 L^{-2} + \lambda^3 L^{-3} + \dots$ . Действительно, произведение операторов  $I - \lambda L^{-1}$  и  $I + \lambda L^{-1} + \lambda^2 L^{-2} + \lambda^3 L^{-3} + \dots$  дает тождественный оператор  $I$ . Таким образом, в левой части останется  $(I - \lambda L)x_t$ . В правой части будет стоять произведение операторов  $I + \lambda L^{-1} + \lambda^2 L^{-2} + \lambda^3 L^{-3} + \dots$  и  $I + L^{-1}$ , что даст следующий оператор:  $I + (1 + \lambda)L^{-1} + (1 + \lambda)\lambda L^{-2} + (1 + \lambda)\lambda^2 L^{-3} + \dots$ <sup>15</sup> В итоге, выражение (6.78) переписывается в виде:

$$(I - \lambda L)x_t = \frac{\lambda}{A} \frac{1-2A}{2} [I + (1 + \lambda)L^{-1} + (1 + \lambda)\lambda L^{-2} + (1 + \lambda)\lambda^2 L^{-3} + \dots] m_t. \quad (6.79)$$

Перепишем это равенство без лаговых операторов:

$$x_t = \lambda x_{t-1} + \frac{\lambda}{A} \frac{1-2A}{2} [m_t + (1 + \lambda)(E_t m_{t+1} + \lambda E_t m_{t+2} + \lambda^2 E_t m_{t+3} \dots)]. \quad (6.80)$$

Уравнение (6.80) характеризует динамику устанавливаемых цен в зависимости от экзогенного процесса, определяемого предложением денег. Для того, чтобы описать динамику агрегированного уровня цен и выпуска, требуется просто подставить полученное выражение в формулы, определяющие  $p$  и  $y$  (т.е.  $p_t = (x_t + x_{t-1})/2$  и  $y_t = m_t - p_t$ ).

В частном случае, когда  $m$  следует процессу случайного блуждания, все ожидаемые величины  $E_t m_{t+i}$  будут равны  $m_t$ , так что (6.80) принимает простой вид:

$$x_t = \lambda x_{t-1} + \frac{\lambda}{A} \frac{1-2A}{2} \left(1 + \frac{1+\lambda}{1-\lambda}\right) m_t. \quad (6.81)$$

Учитывая, что  $A + A\lambda^2 = \lambda$ , несложно показать, что выражение (6.68), сводится к уравнению (6.65),  $x_t = \lambda x_{t-1} + (1 - \lambda)m_t$ . Таким образом, если  $m$  следует процессу случайного блуждания, мы получаем тот же результат, что и выше. Но мы также нашли решение модели для общего процесса  $m$ .

---

<sup>15</sup> Т.к. оператор  $I + \lambda L^{-1} + \lambda^2 L^{-2} + \lambda^3 L^{-3} + \dots$  представлен бесконечной суммой, здесь требуется существование предела  $\lim_{n \rightarrow \infty} (I + \lambda L^{-1} + \lambda^2 L^{-2} + \lambda^3 L^{-3} + \dots + \lambda^n L^{-n})(I + L^{-1})m_t$ . Это в свою очередь требует, чтобы член  $\lambda^n L^{-(n+1)}m_t$  (равный  $\lambda^n E_t m_{t+n+1}$ ) стремился к нулю. В случае, когда  $\lambda = \lambda_1$  (так что  $|\lambda| < 1$ ), и когда  $m$  следует процессу случайного блуждания, данное условие соблюдается.

Хотя использование лаговых операторов может показаться довольно замысловатой процедурой, это не более чем компактный способ проведения совершенно обычных действий. Можно было бы вначале путем нехитрых алгебраических преобразований вывести (6.77) в виде, не содержащем лаговых операторов. Затем, учитывая, что (6.77) должно соблюдаться для любого периода времени, можно было бы записать

$$E_t x_{t+k} - AE_t x_{t+k-1} - AE_t x_{t+k+1} = \frac{1-2A}{2} (E_t m_{t+k} + E_t m_{t+k+1}) \quad (6.82)$$

для любого  $k \geq 0$ .<sup>16</sup> Уравнение (6.82) можно использовать следующим образом: если к левой части для  $k=0$  прибавить левую часть для  $k=1$ , умноженную на  $\lambda$ , затем прибавить левую часть для  $k=2$ , умноженную на  $\lambda^2$ , и т.д., то это должно быть равно выражению в правой части для  $k=0$  плюс выражение в правой части для  $k=1$ , умноженное на  $\lambda$ , плюс выражение в правой части для  $k=2$ , умноженное на  $\lambda^2$ , и т.д. В итоге это даст (6.80). Так что использование лаговых операторов вовсе не является обязательным – это просто упрощает запись и подсказывает путь решения, который иначе было бы труднее обнаружить.<sup>17</sup>

## Модель Тейлора и инфляционная инерция

Как отмечалось в главе 5, современная кейнсианская интерпретация проблемы выбора между выпуском и инфляцией исходит из того, что инфляция обладает определенной степенью инерции. Иными словами, воздействуя на агрегированный спрос, можно добиться снижения инфляции только за счет некоторого периода низкого выпуска и высокой безработицы. Подобного рода представление лежит в основе объяснения кейнсианцами динамики выпуска в периоды проведения программ снижения инфляции (например, в Соединенных Штатах в начале 1980-ых). Как отмечалось выше, модель Тейлора демонстрирует инерцию уровня цен: уровень полностью подстраивается под монетарный шок только после того, как выпуск соответствующим образом отклонится от своего нормального уровня. В результате часто утверждается, что модель Тейлора учитывает инфляционную инерцию.

Однако в работе Fuhrer and Moore (1995) показано, что это утверждение неверно (см. также Ball, 1994a). Действительно, вернемся к уравнению ценообразования (6.60),  $x_t = (p_{it}^* + E_t p_{it+1}^*)/2$ . Т.к.  $p^* = p + \phi u$ , мы получаем, что

---

<sup>16</sup> Причина, по которой (6.82) нельзя считать верным для  $k < 0$ , состоит в том, что закон итерации ожиданий не применим к ожиданиям более ранних ожиданий: текущие ожидания ожиданий, сформированных когда-то в прошлом относительно некой переменной, вовсе не обязаны совпадать с текущими ожиданиями переменной.

<sup>17</sup> Более обстоятельное введение в технику лаговых операторов можно найти в книге Sargent (1987a, глава 9).

$$\begin{aligned}
x_t &= \frac{1}{2}(p_t + \phi y_t + E_t p_{t+1} + \phi E_t y_{t+1}) \\
&= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2}(x_{t-1} + x_t) + \phi y_t + \frac{1}{2}(x_t + E_t x_{t+1}) + \phi E_t y_{t+1} \right].
\end{aligned} \tag{6.83}$$

Выразим из этого уравнения  $x_t$ .

$$x_t = \frac{1}{2}(x_{t-1} + E_t x_{t+1}) + \phi(y_t + E_t y_{t+1}). \tag{6.84}$$

Чтобы понять следствия из этого выражения, касающиеся инфляции, обозначим  $\pi_t^x = x_t - x_{t-1}$ . Умножая правую и левую часть (6.84) на 2 и вычитая  $x_{t-1} + x_t$  из обеих частей, получим:

$$\pi_t^x = E_t \pi_{t+1}^x + 2\phi(y_t + E_t y_{t+1}). \tag{6.85}$$

Если обозначить  $u_{t+1} = \pi_{t+1}^x - E_t \pi_{t+1}^x$ , то (6.85) можно переписать в виде:

$$\pi_{t+1}^x = \pi_t^x - 2\phi(y_t + E_t y_{t+1}) + u_{t+1}. \tag{6.86}$$

Ключевая особенность (6.86) состоит в том, что слагаемое, содержащее  $y$ , входит с отрицательным знаком: высокие уровни выпуска связаны с *падением* инфляции. Таким образом, тот факт, что цены (и заработка) подстраиваются постепенно, вовсе не означает, что трудности снижения инфляции учтены.<sup>18</sup>

Можно дать интуитивное объяснение тому, что в модели Тейлора снижение инфляции не связано со снижением выпуска ниже нормального уровня. Обратим внимание на то, что ситуация, когда  $\pi_{t+1}^x$  меньше  $\pi_t^x$ , соответствует ситуации, когда  $x_t$  выше среднего из  $x_{t-1}$  и  $x_{t+1}$ . При этом индивид, устанавливающий цену в период  $t$ , не выберет  $x_t$  выше среднего из  $x_{t-1}$  и  $x_{t+1}$  в случае, когда выпуск ниже нормального уровня. Напротив, если выпуск ниже нормального уровня, то это побуждает индивидов устанавливать  $x_t$  ниже среднего из  $x_{t-1}$  и  $x_{t+1}$ . Иными словами, в рассматриваемой модели снижение выпуска ниже нормального уровня приводит к росту инфляции.<sup>19</sup>

---

<sup>18</sup> Используя (6.84) и то, что  $p_t = (x_t + x_{t-1})/2$ , можно вывести уравнение динамики инфляции, аналогичное (6.86):  $\pi_{t+1} = \pi_t - \phi(y_{t-1} + E_{t-1} y_t + y_t + E_t y_{t+1}) + (\pi_{t+1} - E_t \pi_{t+1}) + (\pi_t - E_{t-1} \pi_t)$ . Здесь  $y$  также присутствует с отрицательным знаком.

<sup>19</sup> Есть еще один способ показать, что модель Тейлора демонстрирует инерцию уровня цен, но не инерцию инфляции. Для этого нужно рассмотреть общее решение модели (6.80), когда агрегированный спрос не содержит в себе компоненту, определяемую процессом случайного блуждания. Пусть экономика первоначально находится в состоянии равновесия с гибкими ценами и инфляция стационарна. Рассмотрим последствия двух возможных изменений в политике. В первом случае, происходит однопериодное сокращение темпа роста денежной массы, после чего он возвращается к первоначальному значению. Во втором случае, происходит перманентное снижение темпа роста денежной массы. В соответствии с уравнением (6.80),

## 6.7 Модель Кэплина-Спалбера

В моделях Фишера и Тейлора предполагалось, что моменты подстройки цен определяются сугубо течением времени. Это неплохое приближение для некоторых случаев, таких как заработка плата, определяемая в коллективном договоре или заработка плата, пересматриваемая ежегодно, а также цены в каталогах. Но во многих других случаях данный принцип не дает адекватного описания действительности. Например, магазины розничной торговли могут свободно выбирать моменты изменения своих цен в зависимости от положения дел в экономике. Поэтому важно исследовать последствия ценообразования, определяемого состоянием. В качестве примера мы рассмотрим модель Кэплина-Спалбера.

Модель строится в непрерывном времени. Оптимальная цена каждого индивида в момент времени  $t$ ,  $p_i^*(t)$ , так же как и раньше, определяется выражением  $\phi m(t) + (1-\phi)p(t)$ . Темп роста денежной массы всегда положителен. Как мы увидим, это приводит к тому, что  $p_i^*$  постоянно возрастает. Основное предположение модели состоит в том, что индивиды, устанавливающие цены, следуют при этом  $Ss$ -ценовой политике. А именно, в любой момент, когда индивид меняет свою цену, он устанавливает ее таким образом, чтобы разрыв между фактической ценой и оптимальной ценой в этот момент времени,  $p_i - p_i^*$ , соответствовал целевому уровню  $S$ . После чего, индивид не меняет цену до тех пор, пока рост денежной массы не увеличит  $p_i^*$  настолько, что разрыв  $p_i - p_i^*$  опустится ниже определенного критического уровня  $s$ . Тогда индивид снова переустанавливает  $p_i - p_i^*$  до уровня  $S$ , и процесс продолжается дальше.

$Ss$  политика подобного рода является оптимальной в ситуации, когда инфляция стационарна, агрегированный выпуск не меняется, и существуют фиксированные издержки изменения номинальных цен (Barro, 1972; Sheshinski and Weiss, 1977). Кэплин и Спалбер приводят еще ряд примеров, когда такая политика является оптимальной, даже если выпуск и инфляция не являются постоянными. Но даже в случаях, когда политика не является полностью оптимальной, она дает простой и удобный пример ценообразования, определяемого состоянием.

Необходимо ввести еще два предположения технического характера. Во-первых, для того чтобы избежать ситуации перелета ценами границы  $s$  и чтобы исключить концентрацию в распределении цен среди индивидов, мы будем предполагать, что  $m$  изменяется непрерывно. Во-вторых, первоначальное распределение цен среди производителей полагается равномерным на интервале от  $s$  до  $S$ . Остальные предположения - такие же, как и в моделях Фишера и Тейлора.

устанавливаемые индивидами цены определяются всей ожидаемой в будущем траекторией денежной массы. Перманентное снижение темпа роста денежной массы в большей степени сократит ожидаемые в будущем объемы денежной массы, по сравнению с времененным снижением темпа роста денежной массы. В результате, перманентное изменение темпа роста денежной массы в большей степени будет воздействовать на вновь устанавливаемые цены по сравнению с временным изменением.

При введенных предположениях деньги являются нейтральными на агрегированном уровне, несмотря на негибкость цен на индивидуальном уровне. Чтобы доказать это, рассмотрим увеличение  $m$  на величину  $\Delta m < S - s$  на протяжении некоторого периода времени. Наша задача – найти соответствующие изменения уровня цен и выпуска,  $\Delta p$  и  $\Delta y$ . Т.к.  $p_i^* = \phi m + (1-\phi)p$ , то увеличение оптимальной цены каждого индивида составит  $(1-\phi)\Delta p + \phi\Delta m$ . Индивиды подстраивают цены только тогда, когда  $p_i - p_i^*$  опускается ниже  $s$ . Таким образом, цены будут менять те индивиды, у которых первоначально величина  $p_i - p_i^*$  была ниже, чем  $s + [(1-\phi)\Delta p + \phi\Delta m]$ . Далее, коль скоро первоначальная величина  $p_i - p_i^*$  распределена равномерно на интервале от  $s$  до  $S$ , то это означает, что доля индивидов, которые будут подстраивать свои цены, составит  $[(1-\phi)\Delta p + \phi\Delta m]/(S-s)$ . Каждый индивид, который на протяжении рассматриваемого периода времени меняет свою цену, делает это в тот момент, когда его собственный показатель  $p_i - p_i^*$  достигает  $s$ . Так что каждый индивид подстраивает цену ровно на величину  $S-s$ . Объединяя все эти соображения вместе, получаем что:

$$\begin{aligned}\Delta p &= \frac{(1-\phi)\Delta p + \phi\Delta m}{S-s}(S-s) \\ &= (1-\phi)\Delta p + \phi\Delta m.\end{aligned}\tag{6.87}$$

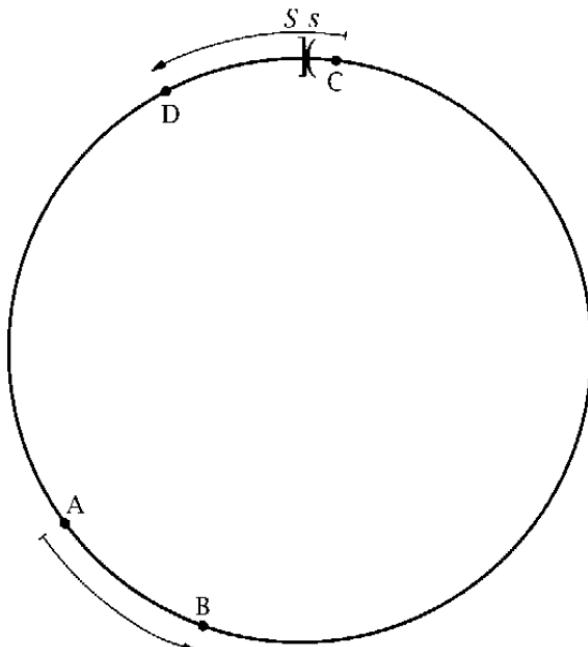
Из (6.87) следует, что  $\Delta p = \Delta m$ , а значит  $\Delta y = 0$ . Таким образом, изменение в денежной массе действительно не оказывает воздействия на агрегированный выпуск.<sup>20</sup>

Еще легче понять этот результат, если рассмотреть частный случай  $\phi = 1$ , так что  $p_i - p_i^*$  просто равно  $p_i - m$ . Представим себе, что точки интервала  $(s, S]$  расположены на окружности, как изображено на Рис. 6.2. Первоначально индивиды распределены равномерно вдоль окружности. Увеличение  $m$  на  $\Delta m$  передвигает положение каждого индивида против часовой стрелки на расстояние  $\Delta m$  вдоль окружности. Действительно, рассмотрим сперва индивида, находящегося в точке  $A$  и имеющего первоначально величину  $p_i - p_i^*$  меньше, чем  $s + \Delta m$ . Данный индивид не будет менять свою цену при увеличении  $m$  на  $\Delta m$ . При этом, т.к.  $p_i^*$  возрастает на  $\Delta m$ , то  $p_i - p_i^*$  уменьшается на  $\Delta m$ . Рассмотрим теперь индивида, находящегося в точке  $C$  и характеризующегося величиной  $p_i - p_i^*$ , равной  $s + k$ , где  $k$  меньше  $\Delta m$ . У данного индивида величина  $p_i - p_i^*$  упадет ниже критической отметки еще до

---

<sup>20</sup> Кроме того, данный результат помогает обосновать предположение, что первоначальное распределение величины  $p_i - p_i^*$  является равномерным на интервале от  $s$  до  $S$ . Для каждого индивида  $p_i - p_i^*$  пробегает все значения на интервале от  $s$  до  $S$  в промежутке между двумя моментами подстройки цен. Так что нет никаких оснований предполагать возможность концентрации цен где-либо на интервале. Действительно, Кэплин и Спалбер показали, что в простых предположениях, величина  $p_i - p_i^*$  у данного индивида может с равной вероятностью принимать любое значение на интервале от  $s$  до  $S$ .

того, как  $m$  вырастет на величину  $k$ . Так что данный индивид перемещается вдоль окружности против часовой стрелки. В момент времени, когда  $m$  достигает  $k$ ,  $p_i$  увеличивается скачком на  $S - s$ , так что  $p_i - p_i^*$  дискретно перемещается от  $s$  к  $S$ . Однако на диаграмме это всего лишь предельно малое продвижение по окружности. Далее с ростом  $m$  рассматриваемый индивид уже не будет менять цену. Его положение будет плавно перемещаться по окружности. Так что полное расстояние, на которое он переместится, также будет равно  $\Delta m$ .



**Рис. 6.2 Эффекты увеличения денежной массы в модели Кэплина-Спалбера**

Т.к. все индивиды первоначально равномерно распределены вдоль окружности, и коль скоро каждый из них передвигается на одно и то же расстояние, окончательно они также будут равномерно распределены. Таким образом, распределение величины  $p_i - m$  остается неизменным. А т.к.  $p$  определяется как среднее по  $p_i$ , то  $p - m$  также не меняется.

Причина столь сильного отличия результатов данной модели и модели Тейлора состоит в природе политики подстройки цен. В модели Кэплина-Спалбера, число индивидов, меняющих цены в каждый момент времени тем выше, чем выше темп роста предложения денег. В тех предположениях, которые вводят Кэплин и Спалбер, это сопровождается полной реакцией агрегированного уровня цен на изменение  $m$ . Напротив, в модели Тейлора число индивидов, меняющих свои цены, в каждый момент времени фиксировано. В результате, уровень цен не реагирует в полной мере на изменение  $m$ .

Однако нейтральность денег, возникающая в модели Кэплина-Спалбера, не является общим результатом для широкого класса моделей, в которых число индивидов, меняющих цены, определяется эндогенным образом в каждый момент времени в силу наличия постоянных издержек подстройки цен. Например, если допустить, что инфляция может быть не только положительной, но и отрицательной, или ввести в модель идиосинкритические шоки, которые

время от времени вынуждают индивидов снижать свои номинальные цены, то возникающие обобщения  $Ss$ - правила чаще всего приводят к ситуациям, а которых монетарные шоки порождают реальные эффекты (см., например, Iwai, 1981; Caplin and Leahy, 1991; и задачу 6.12). Кроме того, величины  $S$  и  $s$  могут меняться в ответ на изменения агрегированного спроса. Например, если высокий темп роста денежной массы сегодня сигнализирует о высоком темпе роста денежной массы в будущем, индивиды расширят границы  $Ss$ -диапазона в ответ на положительный монетарный шок. В результате ни один индивид не изменит свою цену в краткосрочном периоде (т.к. никто не окажется в новой, более низкой критической точке  $s$ ), так что данный положительный шок приведет к увеличению выпуска (Tsiddon, 1991).<sup>21</sup>

Таким образом, модель Кэплина-Спалбера не следует рассматривать как основополагающую модель для анализа эффектов агрегированного спроса. Модель является важной по другим причинам. Во-первых, она демонстрирует идею ценообразования, определяемого состоянием. Во-вторых, она выявляет новые для нас причины сложной взаимосвязи между жесткостью цен на микро и макроуровне. Модели Фишера и Тейлора показывают, что временная жесткость некоторых цен может порождать диспропорциональное воздействие шоков агрегированного спроса на агрегированный уровень цен. Напротив, модель Кэплина-Спалбера показывает, что диспропорциональный эффект может вызываться как раз подстройкой некоторых цен: небольшая доля индивидов, подстраивающихся ценами на значительную величину, вполне может породить нейтральность на агрегированном уровне. Таким образом, представленные модели Фишера, Тейлора и Кэплина-Спалбера совместно показывают, что основательный анализ жесткости цен требует пристального внимания как к природе политики подстройки цен, так и к тому, как разные варианты политики взаимодействуют друг с другом, формируя динамику агрегированного уровня цен.

## Часть С. Новая кейнсианская экономика<sup>22</sup>

Модели Лукаса, Фишера и Тейлора не дают исчерпывающего объяснения реальных эффектов, порождаемых шоками агрегированного спроса. В основе этих моделей лежат такие несовершенства, которые в действительности не представляют особых затруднений для экономических агентов (несовершенная информация относительно уровня цен в модели Лукаса и нечастая подстройка цен и заработной платы в моделях Фишера и Тейлора). Достаточно точная информация относительно динамики уровня цен является легкодоступной, и издержки перехода к более частой подстройке цен и заработной платы (например, с использованием индексации или других механизмов) являются довольно низкими. Возникает вопрос: почему экономические агенты должны позволять номинальным шокам серьезно влиять на выпуск, когда достаточно легко можно практически полностью устранить номинальные несовершенства?

---

<sup>21</sup> Более обстоятельный анализ данных проблем можно найти в работах Caballero and Engel (1991, 1993).

<sup>22</sup> Материал раздела 6.9 частично заимствован из работы D. Romer (1993).

Этот вопрос является центральным в многочисленных исследованиях реальных эффектов, порождаемых номинальными шоками, поскольку он относится не только к рассмотренным моделям, но и ко всем потенциально возможным источникам номинальных несовершенств. Индивидов, в основном, интересуют реальные цены и объемы: реальная заработка плата, количество рабочих часов, реальный уровень потребления, и т.д. Номинальные величины играют намного меньшую роль, и проблемы с ними часто можно легко обойти. Цены и ставки заработной платы определяются в номинальном исчислении, но их можно изменить или индексировать, не неся при этом больших издержек. Индивиды не обладают полной информацией относительно уровня цен, но они могут получить достаточно точные сведения за небольшую плату. Долговые контракты также, как правило, специфицируются в номинальных величинах, но опять же, они могут быть проиндексированы без особых затруднений. Индивиды хранят на руках умеренные суммы наличности, которая деноминирована в номинальных единицах, но они могут без труда их изменить. Нет никаких оснований полагать, что номинальные переменные сами по себе важны для индивидов.

Таким образом, в соответствии с *новой кейнсианской* точкой зрения, если номинальные несовершенства важны для объяснения колебаний на агрегированном уровне, то необходимо, чтобы номинальные фрикции, которые сами по себе малы на микроэкономическом уровне, каким-то образом порождали значительные эффекты на макроэкономическом уровне. Большинство исследований в области микроэкономических обоснований номинальной жесткости посвящены вопросу о том, может ли это действительно иметь место.<sup>23</sup>

Для определенности большая часть данного раздела посвящена анализу сформулированной проблемы на основе частного случая номинального несовершенства. А именно, мы будем работать со статической моделью, в которой фирма сталкивается с *издержками меню* – небольшими фиксированными издержками подстройки номинальных цен. (Стандартный пример подобной ситуации – издержки ресторана на изготовление новых меню – отсюда и название). При этом, как будет показано в конце раздела 6.9, качественно те же проблемы возникают при анализе других источников номинальной жесткости. Кроме того, анализ будет сфокусирован на вопросе, могут ли издержки меню породить существенную номинальную жесткость при реакции на временный монетарный шок. В результате анализ является в большей степени успешным в характеристике микроэкономических условий возникновения медленной подстройки, чем в выводах относительно влияния этих условий на специфические черты подстройки цен.

В разделе 6.8 показывается, что само по себе введение ценообразования с издержками меню в вальрасовскую (в остальных чертах) модель экономики, вероятно, не может породить существенной номинальной жесткости. Поэтому раздел 6.9 посвящен поиску дополнительных обстоятельств, обусловливающих значительные эффекты издержек меню. В разделе 6.10 представлены результаты некоторых важных эмпирических исследований. В последних разделах 6.11 и 6.12 обсуждаются некоторые обобщения и ограничения теории.

---

<sup>23</sup> Основополагающими работами являются Mankiw (1985) и Akerlof and Yellen (1985). См. также Parkin (1986), Rotemberg (1982) и Blanchard and Kiyotaki (1987).

## 6.8 Роль небольших фрикций

### Общие соображения

Рассмотрим экономику, состоящую из большого числа фирм, устанавливающих свои цены. Предположим, что первоначально она находится в равновесии с гибкими ценами. Иными словами, каждая фирма назначает такую цену, что предельная выручка равна предельным издержкам, если агрегированный спрос соответствует ожидаемому уровню. После того как цены установлены, определяется агрегированный спрос; в этот момент любая фирма может изменить свою цену, понеся при этом издержки меню. Для простоты предполагается, что цены заново переустанавливаются в начале каждого периода. Это означает, что динамические аспекты ценообразования, которые мы рассматривали в части В данной главы, не играют здесь никакой роли. Это означает также, что если фирма несет издержки меню, она устанавливает цену на новом, максимизирующем прибыль уровне.

Основной вопрос нашего анализа – в какой ситуации фирма пойдет на изменение цены в ответ на отклонение агрегированного спроса от ожидаемого уровня. Для определенности рассмотрим случай, когда спрос оказывается ниже, чем ожидалось. Т.к. экономика предполагается большой, каждая фирма воспринимает действия других фирм как данность. Тогда постоянные номинальные цены являются равновесными, если при фиксированных номинальных ценах других фирм максимально возможный выигрыш представительной фирмы меньше издержек меню, которые она понесла бы при подстройке цен.<sup>24</sup>

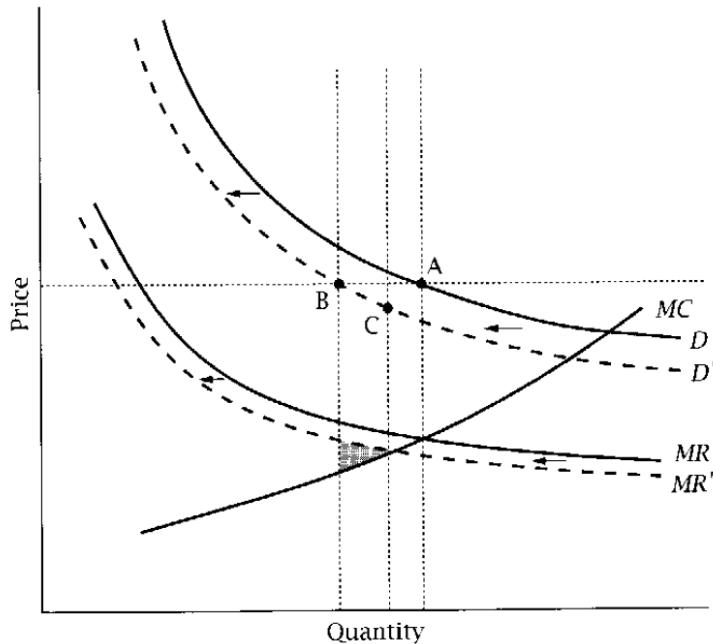
Воспользуемся диаграммой с кривыми предельной выручки и предельных издержек (Рис. 6.3). Первоначально экономика находится в равновесии, когда представительная фирма производит объем выпуска, для которого предельная выручка равна предельным издержкам (точка А на диаграмме). Снижение агрегированного спроса при условии, что остальные цены остаются неизменными, снижает агрегированный выпуск, а значит, сдвигает кривую спроса на продукцию фирмы влево и вниз (для любой возможной цены объем спроса на продукцию фирмы снижается). Следовательно, кривая предельной выручки сдвигается влево и вниз. Если фирма не меняет цену, то ее объем выпуска определяется спросом для старой цены (точка В). Для данного объема выпуска предельная выручка превышает предельные издержки, так что у фирмы есть стимул снизить цену и увеличить выпуск.<sup>25</sup> Если фирма пойдет на изменение цены, она выберет объем выпуска, соответствующий пересечению кривой предельной выручки и кривой предельных издержек (точка С). Площадь заштрихованного треугольника на диаграмме показывает дополнительный выигрыш, который фирма получит в случае снижения цены и увеличения

---

<sup>24</sup> Условие, когда подстройка всеми фирмами своих цен является равновесной ситуацией, вовсе не является обратным этому условию. В результате возможно, что равновесными будут одновременно и ситуация подстройки цен, и ситуация постоянных цен. См. задачу 6.15.

<sup>25</sup> Падение агрегированного выпуска, скорее всего, приведет к снижению заработной платы, что сдвинет кривую предельных издержек вниз. Для упрощения анализа данный эффект не отображен на диаграмме.

объема выпуска. Для того, чтобы фирма хотела оставить цену без изменений, площадь треугольника должна быть мала.



**Рис. 6.3. Выгоды репрезентативной фирмы от изменения цены в ответ на снижение агрегированного выпуска**

Диаграмма раскрывает ключевую идею: стимул фирмы к изменению цены может оказаться слабым, даже если она терпит серьезный ущерб из-за снижения спроса. Фирма, конечно же, предпочла бы работать со старой, лежащей выше кривой спроса, но она может выбирать только на новой кривой. Это пример внешнего эффекта агрегированного спроса, описанного в разделе 6.4: репрезентативная фирма несет потери от того, что другие фирмы не снижают свои цены в ответ на снижение предложения денег (в разделе 6.4 был рассмотрен случай потерь от того, что другие фирмы повышали цены). В результате, фирма может посчитать, что выигрыш от снижения цен слишком мал, даже если кривая спроса сдвинулась значительно. Таким образом, нет никакого противоречия между мнением, что рецессия связана со значительными потерями, и гипотезой о том, что эти потери вызваны падением спроса и небольшими препятствиями на пути подстройки цен.

Однако, больше ничего важного из диаграммы мы вынести не можем. Чтобы ответить на вопрос, как в типичной ситуации соотносятся между собой издержки меню и выгоды фирмы от подстройки цены, мы должны перейти к специальной модели и определить выгоды от подстройки для возможных значений параметров.

## Числовой пример

Мы возьмем за основу модель несовершенной конкуренции из раздела 6.4. Напомним, что в этой модели реальная прибыль репрезентативной фирмы определяется как произведение объема продаж,  $Y(P_i/P)^{-\eta}$ , и разности цены и

издержек,  $(P_i/P) - (W/P)$  (см. [6.38]). Кроме того, для равновесия на рынке труда необходимо, чтобы реальная заработка равнялась  $Y^{1/\nu}$ , где  $\nu = 1/(\gamma - 1)$  - эластичность предложения труда (см. [6.43]). Таким образом,

$$\begin{aligned}\pi_i &= Y \left( \frac{P_i}{P} \right)^{-\eta} \left( \frac{P_i}{P} - Y^{1/\nu} \right) \\ &= \frac{M}{P} \left( \frac{P_i}{P} \right)^{1-\eta} - \left( \frac{M}{P} \right)^{(1+\nu)/\nu} \left( \frac{P_i}{P} \right)^{-\eta},\end{aligned}\tag{6.88}$$

где при переходе ко второй строке используется тот факт, что  $Y = M/P$ . Выше мы показали, что в отсутствии издержек меню, оптимальная реальная цена равна предельным издержкам, помноженным на коэффициент  $\eta/(\eta-1)$ , т.е.  $[\eta/(\eta-1)][M/P]^{1/\nu}$  (см. [6.44]). Следовательно, в равновесии с гибкими ценами выполняется условие  $[\eta/(\eta-1)][M/P]^{1/\nu} = 1$ , или  $M/P = [(\eta-1)/\eta]^{\nu}$  (см. [6.46]).

Нам необходимо найти условие, при выполнении которого сохранение номинальных цен неизменными при отклонении  $M$  от ожидаемого уровня является равновесием по Нэшу. Иными словами, мы должны найти условие, соблюдение которого гарантирует, что если все остальные фирмы не подстраивают свои цены, то репрезентативная фирма также не захочет нести издержки меню и подстраивать свою цену. Данное условие должно иметь вид  $\pi_{ADJ} - \pi_{FIXED} < Z$ , где  $\pi_{ADJ}$  - прибыль репрезентативной фирмы, если она подстраивает свою цену,  $\pi_{FIXED}$  - прибыль, в случае, когда цена не меняется, и  $Z$  - издержки меню. Таким образом, нам необходимо найти два этих уровня прибыли.

Первоначально все фирмы устанавливают одну и ту же цену. Предположим, что все фирмы кроме рассматриваемой не меняют свои цены. Так что если фирма  $i$  не подстраивает свою цену, то  $P_i = P$ . С учетом этого получим из уравнения (6.88):

$$\pi_{FIXED} = \frac{M}{P} - \left( \frac{M}{P} \right)^{(1+\nu)/\nu}.\tag{6.89}$$

Если фирма подстраивает свою цену, то она установит ее на уровне  $[\eta/(\eta-1)][M/P]^{1/\nu}$ , максимизирующем прибыль. Подставляя это выражение в уравнение (6.88), получаем:

$$\begin{aligned}\pi_{ADJ} &= \frac{M}{P} \left( \frac{\eta}{\eta-1} \right)^{1-\eta} \left( \frac{M}{P} \right)^{(1-\eta)/\nu} - \left( \frac{M}{P} \right)^{(1+\nu)/\nu} \left( \frac{\eta}{\eta-1} \right)^{-\eta} \left( \frac{M}{P} \right)^{-\eta/\nu} \\ &= \frac{1}{\eta-1} \left( \frac{\eta}{\eta-1} \right)^{-\eta} \left( \frac{M}{P} \right)^{(1+\nu-\eta)/\nu}.\end{aligned}\tag{6.90}$$

Несложно проверить, что  $\pi_{ADJ}$  и  $\pi_{FIXED}$  равны, когда  $M/P$  находится на уровне, соответствующем равновесию с гибкими ценами. В противном случае  $\pi_{ADJ}$  больше, чем  $\pi_{FIXED}$ .

Чтобы определить, захочет ли фирма изменить свою цену, необходимо знать величины  $\eta$  и  $\nu$ . Предложение труда является относительно неэластичным, так что можно взять, например,  $\nu = 0,1$ . Предположим также, что  $\eta = 5$ . Это означает, что цена превышает предельные издержки в 1,25 раз. Для данных значений параметров уровень выпуска в равновесии с гибкими ценами  $Y^* = [(\eta - 1)/\eta]^\nu = 0,978$ . Оценим теперь стимул для фирмы подстроить свою цену в ответ на снижение  $M$  на 3%, при условии, что другие цены остаются неизменными. Подставляя  $\nu = 0,1$ ,  $\eta = 5$  и  $Y = 0,97Y^*$  в (6.89) и (6.90), получаем  $\pi_{ADJ} - \pi_{FIXED} \approx 0,253$ .

Величина  $Y^*$  приблизительно равна 1. Тогда из данных вычислений следует, что выигрыш репрезентативной фирмы от подстройки цен в ответ на изменение выпуска на 3% составляет примерно четверть выручки. Никакие разумные оценки издержек подстройки цен не могут объяснить, почему фирма должна поддерживать цену неизменной. Таким образом, в данных условиях фирмы подстраивают свои цены в ответ даже на небольшие шоки, и в первом приближении деньги являются нейтральными.<sup>26</sup>

Источник возникающего затруднения – рынок труда. Мы предполагаем, что рынок труда всегда находится в равновесии, и предложение труда относительно неэластично. Поэтому, как мы видели в случае 2 в разделе 5.3, снижение агрегированного выпуска приводит к значительному снижению реальной заработной платы. Это существенно снижает издержки производителя, что создает серьезный стимул снизить цену и увеличить объем производства. А это означает, что сохранение номинальных цен на прежнем уровне не может быть равновесной ситуацией.<sup>27</sup>

## 6.9 Необходимость реальной жесткости

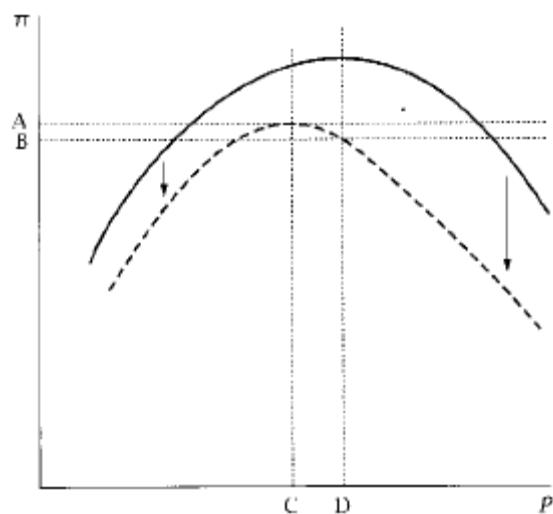
### Общие соображения

---

<sup>26</sup> Несмотря на то, что величина  $\pi_{ADJ} - \pi_{FIXED}$  является чувствительной к параметрам  $\eta$  и  $\nu$ , ни для каких разумных значений параметров выигрыш фирмы от подстройки цены не окажется маленьким. Возьмем, например,  $\eta = 3$  (при этом наценка будет составлять 50%) и  $\nu = 1/3$ . Даже для столь высоких значений параметров выигрыш от подстройки цен будет равен 0,8% от уровня равновесной выручки для 3% снижения выпуска, и 2,4% для 5% снижения выпуска. Хотя эти величины намного ниже тех, что были получены в базовом примере, они все равно намного выше издержек подстройки цен в типичной ситуации.

<sup>27</sup> Проблему нельзя обойти, предположив, что издержки подстройки возникают не при изменении цены, а при изменении заработной платы. В данном случае стимул снизить цену действительно будет низким. Однако стимул сократить заработную плату будет велик: фирмы, которые имеют возможность снизить издержки на труд, и работники, которые имеют возможность значительно увеличить количество часов работы, будут оказывать давление на заработную плату в сторону ее снижения.

Рассмотрим снова фирму, принимающую решение о целесообразности изменения своей цены в ответ на снижение агрегированного спроса в ситуации, когда остальные цены остались неизменными. На Рис. 6.4 представлена прибыль фирмы как функция ее цены. Снижение агрегированного выпуска воздействует на функцию прибыли двояко. Во-первых, график прибыли сдвигается по вертикали. Падение спроса на продукцию фирмы приводит к снижению прибыли. Но, с другой стороны, снижение реальной заработной платы приводит к росту прибыли. В случае, представленном на диаграмме, общий эффект состоит в снижении прибыли. Как отмечалось выше, для фирмы это явление неизбежно. Во-вторых, происходит снижение цены, доставляющей фирмее максимум прибыли.<sup>28</sup> Если фирма не хочет нести издержки меню, она не подстраивает свою цену и не максимизирует новую функцию прибыли. Если фирма идет на издержки меню, она переходит в точку максимума новой функции прибыли.



**Рис. 6.4. Изменение прибыли репрезентативной фирмы вследствие снижения агрегированного выпуска**

Выигрыш фирмы от подстройки своей цены представлен на диаграмме отрезком АВ. Длина отрезка определяется двумя факторами: разницей между старым и новым уровнем цены, доставляющим максимум прибыли, и кривизной графика функции прибыли. Рассмотрим каждый из них по очереди.

Т.к. остальные фирмы не подстраивают свои цены, изменение номинальной цены репрезентативной фирмы является также изменением ее реальной цены. Кроме того, при неизменных ценах у других фирм, изменение агрегированного спроса приводит к изменению агрегированного выпуска. Таким образом, разница между старым и новым уровнем цены, максимизирующими прибыль (отрезок CD на диаграмме) определяется тем, насколько сильно оптимальная цена зависит от агрегированного выпуска, т.е. степенью реальной жесткости. Для данной кривизны функции прибыли, более высокая степень реальной жесткости снижает выигрыш фирмы от подстройки

<sup>28</sup> Это вытекает из предположения о том, что относительная цена, максимизирующая прибыль, является возрастающей функцией агрегированного выпуска. Иными словами, это соответствует условию  $\phi > 0$  в уравнении ценообразования (6.45). Как отмечалось в разделе 6.4, данное условие необходимо для устойчивости равновесия с гибкими ценами.

цены в ответ на шок агрегированного спроса, если остальные фирмы не меняют цены. Интуитивное объяснение здесь такое же как и в случае, когда высокая степень реальной жесткости усиливала реальные эффекты номинальных шоков в моделях Фишера и Тейлора: значительная степень реальной жесткости означает, что фирмы не хотят, чтобы их цены сильно отличались от цен других фирм.

Кривизна функции прибыли определяет издержки отклонения цены от уровня, максимизирующего прибыль. В случае, когда прибыль незначительно снижается при отклонении от оптимума, стимул подстраивать цену низкий (для данной степени реальной жесткости). Так что диапазон шоков, в ответ на которые цены не подстраиваются, широк. Таким образом, для того чтобы небольшие издержки подстройки цен могли порождать высокую степень номинальной жесткости, необходимо определенное сочетание реальной жесткости и нечувствительности функции прибыли.

Оперируя понятиями реальной жесткости и нечувствительности функции прибыли, проще дать объяснение столь высокому стимулу к подстройке цен в базовом числовом примере: там имеет место внушительная «реальная гибкость», а не реальная жесткость. Т.к. оптимальная реальная цена равняется  $[\eta/(\eta-1)]Y^{1/\nu}$ , ее эластичность по выпуску равна  $1/\nu$ . Если эластичность предложения труда  $\nu$  относительно мала, то эластичность  $P_i^*/P$  по  $Y$  будет высока. Например, для  $\nu$ , равной 0.1, эластичность  $P_i^*/P$  по  $Y$  равна 10.

Хорошо известная аналогия помогает прояснить, каким образом сочетание издержек меню с реальной жесткостью или нечувствительностью функции прибыли (или и с тем, и с другим) может породить высокую степень номинальной жесткости: монетарные шоки могут порождать реальные эффекты по тем же причинам, что и переход на летнее время.<sup>29</sup> Переустановка часов является чисто номинальным изменением – просто переобозначаются различные моменты суток. Но это изменение связано с изменениями в реальном расписании, которое связывает различные виды активности с определенным положением солнца. И в отличие от случая с монетарными шоками, нет сомнений, что переход на летнее время является причиной изменений в реальном расписании.

Если бы не было никаких издержек изменения номинального расписания и передачи информации об этом остальным людям, все меняли бы его при изменении светового дня, не меняя реальное расписание. Таким образом, для того, чтобы переход на летнее время привел к изменению реального расписания, должны существовать издержки изменения номинального расписания. Эти издержки схожи по своей сути с издержками меню в процессе подстройки цен. И так же как и издержки меню, они не слишком велики. Причина, по которой эти небольшие издержки порождают реальные эффекты от перехода на летнее время, состоит в том, что большинство людей в гораздо большей степени озабочено согласованностью своего расписания с расписанием других людей, нежели с положением солнца. Поэтому ни один индивид не заинтересован в том, чтобы брать на себя эти издержки, если другие индивиды не меняют часы в расписании. Здесь налицо аналогия с эффектами реальной жесткости в случае подстройки цен. И наконец, чем меньше люди заботятся о

---

<sup>29</sup> Данная аналогия впервые была предложена в работе Friedman (1953, стр. 173) в контексте анализа обменных курсов.

своем расписании, тем меньше у них желания нести издержки его изменения. Это соответствует фактору нечувствительности функции прибыли в при подстройке цен.

## Конкретные источники реальной жесткости

Большое число макроэкономических исследований направлено на выявление конкретных причин возникновения реальной жесткости и нечувствительности функции прибыли. Работа ведется в нескольких направлениях. Например, можно в духе анализа частного равновесия попытаться глубже разобраться в особенностях работы финансового рынка, рынка товаров и рынка труда, которые определяют как желание фирмы подстраивать свою реальную цену в ответ на шоки агрегированного выпуска, так и чувствительность ее прибыли к отклонению от оптимума. Другой путь состоит в том, чтобы добавить потенциально важный фактор в подлежащую калибровке динамическую стохастическую модель общего экономического равновесия с номинальными несовершенствами. Можно посмотреть, как привнесение дополнительного фактора отразится на таких характеристиках модели как дисперсия выпуска, ковариация темпа роста денежной массы и темпа роста выпуска, а также на реальных эффектах монетарных шоков. А можно и вовсе не заострять внимание на монетарных шоках и номинальных несовершенствах. Как мы увидим в разделе 6.11, большинство факторов, которые заставляют реальную экономику быть более чувствительной к монетарным шокам в условиях номинальных несовершенств, делают экономику более чувствительной и к другим типам шоков. Поэтому многие исследования конкретных источников реальной жесткости и нечувствительности нацелены на изучение их общей роли в контексте любых шоков, либо на изучение тех или иных типов немонетарных шоков.

Здесь мы рассмотрим стимулы для фирм подстраивать свою цену в ответ на изменение агрегированного выпуска, в ситуации, когда другие фирмы не меняют свои цены. Для этого мы снова вернемся к диаграмме с кривыми предельной выручки и предельных издержек (Рис. 6.3). Вначале рассмотрим издержки. Чем меньше снижение предельных издержек фирмы в результате снижения агрегированного выпуска, тем меньше желание фирмы снижать цену и увеличивать объем производства, что означает большую вероятность влияния номинальной жесткости на равновесие. Это объясняется двумя факторами. Во-первых, чем меньше сдвигается вниз функция прибыли в ответ на снижение агрегированного выпуска, тем меньше будет снижение оптимальной цены, что соответствует большей степени реальной жесткости.<sup>30</sup> Во-вторых, более пологая кривая предельных издержек соответствует одновременно как большей нечувствительности функции прибыли, так и большей степени реальной жесткости.

Рассмотрим теперь выручку. Чем сильнее падает предельная выручка в ответ на снижение агрегированного выпуска, тем меньше разрыв между предельной выручкой и предельными издержками, соответствующими первоначальной цене. Следовательно, при этом меньше стимул подстраивать

---

<sup>30</sup> Для простоты на Рис. 6.3 не отражен сдвиг кривой предельных издержек (см. сноску 25). Однако в общем случае кривая, конечно же, сдвигается.

цену. Действительно, чем больше кривая предельной выручки сдвигается влево, тем больше степень реальной жесткости, и меньше выигрыш от подстройки цены. Кроме того, для данной величины сдвига кривой предельной выручки влево, чем более крутой она является, тем больше степень реальной жесткости и меньше желание менять цену.

Существует множество потенциальных факторов, обусловливающих циклическую динамику предельных издержек и предельной выручки, так что гипотеза о том, что небольшие фрикции в подстройке цен могут приводить к значительной номинальной жесткости, не привязана ни к одному конкретному взгляду на структуру экономики. Рассматривая издержки, исследователи выявили многочисленные причины, по которым они являются в меньшей степени проциклическими, чем в нашем базовом примере. Один из количественно важных факторов – это взаимосвязи типа затраты-выпуск, наличие которых делает издержки фирмы неизменными, когда цены являются жесткими (Basu, 1995). Другой фактор, которому уделяется пристальное внимание в последнее время – несовершенства финансового рынка, приводящие к росту издержек финансирования во времена спада. Это может быть связано со снижением потока наличности (Bernanke and Gertler, 1989), или с падением стоимости активов (Kiyotaki and Moore, 1997). Еще один фактор, анализу которого посвящено большое число современных исследований, это внешние эффекты толстого рынка (рынка с большим объемом продаж, см. также главу 9-примеч. науч. ред.) и другие виды экономии на масштабе. Эти экстерналии способствуют тому, что во времена высокой экономической активности фирмам проще приобретать ресурсы и продавать продукцию. Однако эта привлекательная идея до сих пор не прошла эмпирическую проверку.<sup>31</sup>

Рассматривая влияние выручки, необходимо отметить, что любые факторы, которые делают оптимальную для фирмы наценку контрциклической, усиливают реальную жесткость. Как правило, чем сильнее контрциклический характер оптимальной наценки, тем сильнее сдвиг вниз кривой предельной выручки во время спада. Одной из причин этого выступает эффект толстого рынка: фирме проще распространять информацию, а клиентам проще ее получать в периоды высокого агрегированного выпуска, что делает спрос более эластичным (Warner and Barsky, 1995). Другой фактор – это возможное сочетание долгосрочных взаимосвязей между клиентами и фирмами и несовершенств финансового рынка. С одной стороны, долгосрочные взаимосвязи дают выигрыш в будущем от снижения цен и привлечения за счет этого новых клиентов. С другой стороны, краткосрочные финансовые затруднения во времена спада снижают приведенную стоимость возможных будущих выигрышней (см., например, Greenwald, Stiglitz, and Weiss, 1984, и Chevalier and Scharfstein, 1996). Можно выделить три фактора, которые снижают оптимальную наценку фирм в периоды высокого выпуска: изменение структуры спроса в сторону товаров с высокой эластичностью спроса, возрастающая конкуренция со стороны вновь входящих фирм, и тот факт, что рост объема продаж побуждает фирмы отклоняться от условий неявных соглашений и снижать свои цены (Rotemberg and Woodford, 1999, и раздел 4.2). И наконец, примером фактора, который усиливает реальную жесткость за счет увеличения крутизны кривой предельной выручки (а не за счет ее сдвига в ответ на шоки

---

<sup>31</sup> Классической здесь является работа Diamond (1982). См. также Caballero and Lyons (1992); Cooper and Haltiwanger (1996); и Basu and Fernald (1995).

агрегированного выпуска) является несовершенство информации, которое делает существующих клиентов более чувствительными к росту цены, чем потенциальных клиентов к снижению цены (см., например, Stiglitz, 1979; Woglom; 1982; Ball and D. Romer, 1990).<sup>32</sup>

Хотя новый кейнсианский подход к колебаниям не привязан к какому-либо конкретному источнику реальной жесткости и нечувствительности функции прибыли, он с неизбежностью опирается на предпосылку, что предложение труда является относительно эластичным (так что издержки на труд не подвержены сильным изменениям). При этом условии стимулы к изменению цен, создаваемые большими сдвигами в издержках труда, почти наверняка перевесят влияние других факторов.

В общем случае реальная заработная плата не могла бы быть сильно проциклической по двум причинам. Во-первых, краткосрочное агрегированное предложение труда может быть относительно эластичным (например, по причине межвременного замещения). Но как было отмечено в разделе 4.10, данное соображение не находит эмпирического подтверждения.

Во-вторых, несовершенства рынка труда, например, те, что изучаются в главе 9, могут привести к тому, что положение работников не будет соответствовать кривой предложения труда по крайней мере в некоторые фазах делового цикла. В моделях эффективной заработной платы, в моделях заключения контрактов и в моделях поиска соответствия, представленных в главе 9, издержки на труд, которые несут фирмы, могут отличаться от альтернативных издержек предложения труда работниками. Тем самым данные модели разрушают взаимосвязь между эластичностью предложения труда и реакцией издержек труда на шоки спроса. Действительно, из этих моделей следует ациклический характер заработной платы (или издержек фирмы на труд), несмотря на неэластичное предложение труда. Если несовершенства подобного рода приводят к слабой реакции реальной заработной платы на шоки спроса, то они также снижают желание фирм менять свои цены.<sup>33</sup>

## Второй числовой пример

Чтобы понять, почему несовершенства рынка труда являются потенциально важными, рассмотрим следующую модификацию рассмотренного ранее

<sup>32</sup> Как обсуждалось в разделе 5.3, в действительности наценки являются, как минимум, умеренно контриклическими. Если это происходит потому, что *оптимальные* наценки фирм являются контриклическими, то имеет место реальная жесткость, порождаемая факторами, влияющими на выручку фирм. Однако это не так, если наценки являются контриклическими только потому, что существуют препятствия на путях подстройки номинальных цен, которые вынуждают фирмы не менять их в ответ на проциклические колебания предельных издержек (см. Sbordone, 1998).

<sup>33</sup> Кроме того, указанная возможность существенной реальной жесткости на рынке труда предполагает, что незначительные препятствия на путях номинальной подстройки могут породить значительные реальные эффекты номинальных шоков вследствие негибкости номинальной заработной платы, а не номинальных цен. Если заработная плата демонстрирует существенную реальную жесткость, то рост спроса приведет лишь к слабому росту оптимальной реальной заработной платы. В результате, так же как небольшие трения в процессе подстройки номинальных цен могут породить их значительную жесткость, небольшие трения в процессе подстройки номинальной заработной платы могут породить ее существенную жесткость.

примера реакции фирмы на монетарный шок (см. Ball and Romer, 1990). Предположим, что по каким-то причинам фирмы платят заработную плату, более высокую, нежели равновесная. Пусть эластичность заработной платы по агрегированному выпуску равна  $\beta$ :

$$\frac{W}{P} = AY^\beta. \quad (6.91)$$

Здесь, так же как и в случае 3 из раздела 5.3, циклическая динамика реальной заработной платы определяется «функцией реальной заработной платы», а не эластичностью предложения труда.

Остальные предположения модели остаются без изменений. Прибыль  $i$ -ой фирмы определяется выражением (6.37) для реальной заработной платы, равной  $AY^\beta$  вместо  $Y^{1/\nu}$ . Тогда

$$\pi_i = \frac{M}{P} \left( \frac{P_i}{P} \right)^{1-\eta} - A \left( \frac{M}{P} \right)^{1+\beta} \left( \frac{P_i}{P} \right)^{-\eta} \quad (6.92)$$

(сравни с [6.88]). Как и раньше, оптимальная реальная цена будет равна реальной заработной плате умноженной на коэффициент  $\eta/(\eta-1)$ , т.е.  $[\eta/(\eta-1)]AY^\beta$ . Тогда в равновесии с гибкими ценами выпуск будет равен  $[(\eta-1)/(\eta A)]^{1/\beta}$ . Предположим, что значения параметров  $A$  и  $\beta$  таковы, что в равновесии с гибкими ценами объем предложения труда превосходит объем труда, затрачиваемый фирмами.<sup>34</sup>

Теперь рассмотрим, каков стимул для репрезентативной фирмы подстраивать цены в ответ на снижение агрегированного спроса в ситуации, когда цены других фирм остаются неизменными. Если репрезентативная фирма не меняет свою цену, то  $P_i/P = 1$ , и в соответствии с (6.92)

$$\pi_{FIXED} = \frac{M}{P} - A \left( \frac{M}{P} \right)^{1+\beta}. \quad (6.93)$$

Если же фирма изменяет свою цену, то она установит ее на новом уровне  $[\eta/(\eta-1)]AY^\beta$ . Подставляя это выражение в (6.92), получаем:

---

<sup>34</sup> Если цены являются гибкими, то каждая фирма устанавливает свою относительную цену на уровне  $[\eta/(\eta-1)](W/P)$ . При этом в равновесии с гибкими ценами реальная заработная плата должна быть равна  $(\eta-1)/\eta$ , и объем предложения труда при этом равен  $[(\eta-1)/\eta]^\nu$ . Тогда условие, что в равновесии с гибкими ценами объем предложения труда превосходит объем спроса на труд, имеет вид:  $[(\eta-1)/\eta]^\nu > [(\eta-1)/(\eta A)]^{1/\beta}$ .

$$\begin{aligned}
\pi_{ADJ} &= \frac{M}{P} \left( \frac{\eta}{\eta-1} \right)^{1-\eta} A^{1-\eta} \left( \frac{M}{P} \right)^{\beta(1-\eta)} \\
&\quad - A \left( \frac{M}{P} \right)^{1+\beta} \left( \frac{\eta}{\eta-1} \right)^{-\eta} A^{-\eta} \left( \frac{M}{P} \right)^{-\beta\eta} \\
&= A^{1-\eta} \frac{1}{\eta-1} \left( \frac{\eta}{\eta-1} \right)^{-\eta} \left( \frac{M}{P} \right)^{1+\beta-\beta\eta}.
\end{aligned} \tag{6.94}$$

Если параметр  $\beta$ , определяющий циклическую динамику реальной заработной платы, относительно мал, то новые предположения модели радикально меняют оценку выигрыша фирмы от подстройки цены. Пусть, например,  $\eta = 5$ , как и прежде,  $\beta = 0,1$  и  $A = 0,806$  (так что в равновесии с гибкими ценами  $Y = 0,928$ ; это составляет около 95 процентов от уровня, соответствующего  $v = 0,1$  при равновесии на рынке труда). Подставляя данные значения параметров в (6.93) и (6.94), получаем, что при снижении предложения денег на 3 процента, и при условии, что другие фирмы не меняют свои цены, выигрыш репрезентативной фирмы от подстройки своей цены составит приблизительно 0.0000168, или около 0.0018 процента от выручки, которую фирма получает в равновесии с гибкими ценами. Даже если  $M$  снижается на 5 процентов и  $\beta = 0,25$  (чтобы равновесие с гибкими ценами соответствовало тому же уровню  $Y = 0,928$ , изменим также  $A$  до значения 0.815), то выигрыш фирмы от подстройки цены будет составлять лишь 0.03 процента от выручки, которую фирма получает в равновесии с гибкими ценами.

Данный пример показывает, что реальная жесткость и незначительные препятствия на пути подстройки цен могут породить высокую степень номинальной жесткости. Однако, пример опирается на нереалистично высокую степень реальной жесткости на рынке труда: как обсуждалось в разделе 5.6, в действительности эластичность реальной заработной платы по выпуску значительно выше рассмотренной в примере величины (равной 0,1). Возможно, более реалистично было бы не предполагать столь высокую реальную жесткость на рынке труда, а ввести в модель другие факторы, которые бы гасили колебания в издержках и делали оптимальные наценки контриклическими.

## Другие фрикции

Препятствия на пути полной подстройки к номинальным шокам вовсе не обязательно должны быть связаны с подстройкой цен и заработной платы. Например, одно из направлений исследования рассматривает последствия того, что долговые контракты, как правило, не индексируются: долговые соглашения и облигации обычно определяют поток платежей от должника к кредитору в номинальном выражении. Следовательно, номинальные шоки могут привести к перераспределительным эффектам. Например, отрицательный номинальный шок увеличивает реальную стоимость долга, который должен вернуть заемщик. Если рынки капитала являются совершенными, то такое перераспределение не порождает никаких реальных эффектов: инвестиции осуществляются, если

скорректированный на риски ожидаемый платеж превышает издержки, независимо от того, финансируется ли проект самим предпринимателем или средства занимаются на рынке капитала.

Однако в реальности рынки капитала не являются совершенными. Асимметрия информации между кредиторами и заемщиками вкупе с несклонностью к риску или ограниченной ответственностью часто делает оптимальный результат недостижимым. Несклонность к риску или ограниченная ответственность означает, что должники обычно не несут все издержки в случаях, когда их инвестиционные проекты дают очень плохие результаты. А если должники частично застрахованы от неблагоприятных исходов, у них возникает стимул воспользоваться асимметрией информации, имеющейся у них и у их кредиторов, занимая только тогда, когда они знают, что их проекты связаны с риском (неблагоприятный отбор), или идя на дополнительный риск при осуществлении проекта (моральное искушение). В данной ситуации кредиторы вынуждены запрашивать премию за риск. В результате, в случае внешнего финансирования происходит снижение общего объема инвестиций, и объема эффективных инвестиций по сравнению с финансированием за счет средств самого предпринимателя.

В подобных обстоятельствах, перераспределение имеет значение: переход богатства от предпринимателя к кредитору делает первого более зависимым от внешнего финансирования, а значит, снижает инвестиции. Таким образом, если долговые контракты не индексируются, номинальные шоки будут, скорее всего, порождать реальные эффекты. При этом гибкость цен и заработной платы может усилить распределительные эффекты номинальных шоков и тем самым усилить их реальные эффекты. Такой механизм возникновения реальных эффектов номинальных шоков известен как *дефляция долга*.<sup>35</sup>

Этот подход к описанию номинальных несовершенств сталкивается с теми же проблемами, что и теории, основанные на фрикционах в процессе подстройки номинальных цен. Например, в случае, когда происходит снижение денежной массы, приводящее в отсутствии индексации долговых контрактов к перераспределению богатства от фирм к кредиторам, кривые предельных издержек фирм сдвигаются вверх. В разумных предположениях, данный сдвиг не будет очень большим. Если предельные издержки значительно падают вследствие снижения агрегированного спроса (например, потому что значительно снижается реальная заработка), а предельная выручка при этом сильно не меняется, то умеренное увеличение издержек, вызванное снижением денежной массы, приведет лишь к незначительному снижению агрегированного выпуска.<sup>36</sup> Если же предельные издержки снижаются незначительно, а предельная выручка очень чувствительна к агрегированному выпуску, то небольшие изменения издержек ведут к значительному изменению выпуска. Таким образом, те же самые силы, которые были нужны для того,

<sup>35</sup> Данный термин ввел Ирвинг Фишер (Fisher, 1933). См. также современный анализ Bernanke and Gertler (1989). В разделе 8.7 представлена модель инвестиций в условиях несовершенства финансового рынка, где рассматривается эффект изменения богатства предпринимателя.

<sup>36</sup> Если незначительное снижение богатства должника скачкообразно снижает его возможности заимствовать, то увеличение издержек уже не будет малым (см., например, Mankiw, 1986а, и Bernanke and Gertler, 1990). Однако не совсем ясно, почему небольшое снижение богатства должника может заставить кредитора прекратить финансирование, если, например, в то же самое время происходит значительное снижение издержек на труд. Также не ясно, почему небольшое перераспределение должно оказывать значительный эффект на число предпринимателей, имеющих возможность брать в долг.

чтобы незначительные препятствия на пути подстройки цен приводили к большим колебаниям в выпуске, требуется и здесь, чтобы незначительные издержки индексирования долговых контрактов порождали значительный эффект.

В свете данных рассуждений возможна альтернативная интерпретация модели Лукаса. Вспомним, что модель Лукаса строилась на предположении о несовершенстве информации относительно агрегированного уровня цен и значительном межвременном замещении предложения труда. Ни одно из этих предположений не является реалистичным в первом приближении. Однако, наше обсуждение показывает, что основной результат модели Лукаса не зависит от этих предположений. Допустим, индивиды, устанавливающие цены, решают не искать последнюю информацию относительно уровня цен, так что экономика описывается моделью Лукаса. В данной ситуации, выигрыш индивидов от сбора информации об уровне цен, необходимой для подстройки цен и объемов производства, определяется путем таких же рассуждений, как и в модели с издержками меню. И мы уже убедились в том, что существует много других механизмов, отличных от механизма межвременного замещения, которые могут сделать этот выигрыш сравнительно низким. Так что ни недоступность информации об уровне цен, ни межвременное замещение, вовсе не являются ключевыми факторами в модели Лукаса. Фрикции в процессе номинальной подстройки могут быть обусловлены небольшими неудобствами или издержками получения информации об уровне цен (или издержками подстройки цен в соответствии с полученной информацией). Являются ли эти фрикции важными в действительности – это до сих пор открытый вопрос.<sup>37</sup>

## 6.10 Эмпирические приложения

### Средний уровень инфляции и проблема выбора между выпуском и инфляцией

В работе Ball, Mankiw and D. Romer (1988) отмечается, что если реальные эффекты шоков агрегированного спроса обусловлены фрикциями в подстройке цен, то величина данных эффектов, скорее всего, должна быть связана со средним уровнем инфляции. Авторы приводят следующий простой аргумент. Чем выше средний уровень инфляции, тем чаще фирмы вынуждены подстраивать свои цены вслед за изменением уровня цен. Следовательно, они быстрее реагируют на шоки, и реальные эффекты шоков оказываются слабее.

---

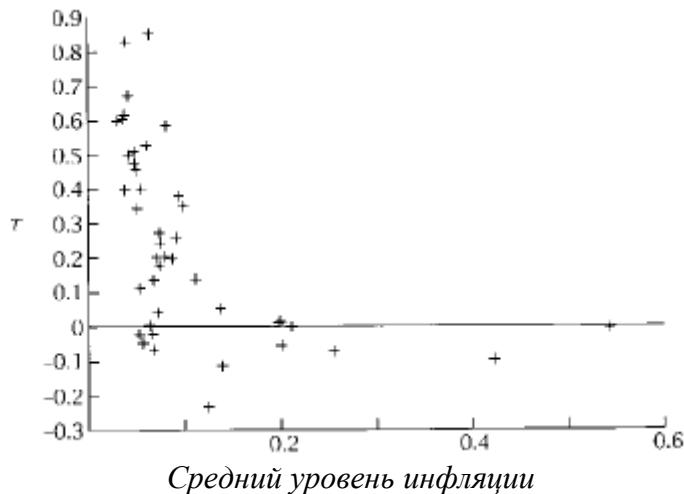
<sup>37</sup> Существует еще одно направление исследований, изучающее последствия того факта, что в каждый момент времени далеко не все агенты подстраивают свой запас наличных денег. Пожалуй, когда денежные власти изменяют общий объем денежной базы, они не могут добиться пропорционального увеличения запасов каждого агента. В результате, изменение денежной базы в общем случае влияет на реальные денежные остатки, даже если все цены и ставки заработной платы являются полностью гибкими. При определенных условиях (например, если реальные денежные остатки влияют на потребление) данное изменение в реальных денежных остатках воздействует на реальную ставку процента. И если реальная ставка процента влияет на агрегированное предложение, то в результате может произойти изменение в агрегированном выпуске. См. основополагающие работы Grossman and Weiss (1983) и Rotemberg (1984), а также недавнее исследование Christiano, Eichenbaum and Evans (1997).

Тест данной гипотезы, проведенный Болом, Мэнкью и Ромером, аналогичен тесту Лукаса на наличие связи между дисперсией агрегированного спроса и реальными эффектами шоков спроса. Следуя Лукасу, авторы вначале строят оценку реального воздействия шоков спроса (обозначенную через  $\tau_i$ ), используя обширную выборку стран и спецификацию (6.34). Затем они проверяют, как полученная оценка связана со средним уровнем инфляции.

На Рис. 6.5 представлена корреляционная диаграмма для оценки  $\tau_i$  и среднего уровня инфляции по 43 странам, включенным Болом, Мэнкью и Ромером в выборку. Как видно из диаграммы, зависимость является отрицательной. Соответствующая регрессия (с дополнительным квадратным членом, учитывающим явно наблюдаемую нелинейность) имеет вид:

$$\begin{aligned}\tau_i &= 0,600 - 4,835 \bar{\pi}_i + 7,118 \bar{\pi}_i^2, \\ R^2 &= 0,388, \quad s.e.e. = 0,215,\end{aligned}\quad (6.95)$$

где  $\bar{\pi}_i$  - средний уровень инфляции в стране  $i$ , а величины в скобках - стандартные ошибки. Отсюда следует, что  $\partial\tau/\partial\bar{\pi} = -4,835 + 2(7,118)\bar{\pi}$ . Эта величина меньше нуля для  $\bar{\pi} < 4,835/[2(7,118)] \approx 34\%$ . Таким образом, выявлена статистически значимая отрицательная связь между средним уровнем инфляции и оценкой реального воздействия шоков агрегированного спроса.



**Рис. 6.5. Проблема выбора между выпуском и инфляцией и средний уровень инфляции (из статьи Ball, Mankiw and Romer, 1988)**

Как мы помним, модель Лукаса предсказывает, что дисперсия шоков агрегированного спроса влияет на  $\tau$ , и статистические данные, как будто, подтверждают это. Более того, страны с более высоким средним уровнем инфляции, как правило, характеризуются большей дисперсией шоков агрегированного спроса. Так что, возможно, результат, полученный в (6.95), имеет место не потому, что  $\bar{\pi}$  непосредственно влияет на  $\tau$ , а потому, что средний уровень инфляции коррелирован со стандартным отклонением темпа роста номинального ВНП ( $\sigma_x$ ), которое оказывает непосредственное воздействие на  $\tau$ . Но возможна и противоположная ситуация, а именно,

возможно, что приведенные ранее результаты, на первый взгляд, свидетельствовавшие в пользу модели Лукаса, имели место просто потому, что  $\sigma_x$  и  $\bar{\pi}$  коррелированы.

Чтобы проверить, какая из этих двух гипотез справедлива, следует включить обе переменные в регрессию. Опять же, чтобы учесть нелинейность, включаем также и квадратные члены. Результат таков:

$$\begin{aligned}\tau_i &= 0,589 - 5,729 \bar{\pi}_i + 8,406 \bar{\pi}_i^2 + 1,241 \sigma_x - 2,380 \sigma_x^2, \\ \bar{R}^2 &= 0,359, \quad s.e.e. = 0,219.\end{aligned}\tag{6.96}$$

Коэффициенты перед показателями средней инфляции существенно не изменились по сравнению с предшествующей регрессией и остались статистически значимыми. Напротив, показатели отклонения играют незначительную роль. Нуевая гипотеза о том, что коэффициенты при  $\sigma_x$  и  $\sigma_x^2$  равны нулю, не может быть отвергнута при любом разумном уровне значимости. И полученная точечная оценка говорит о том, что изменения  $\sigma_x$  в разумных пределах оказывают количественно слабое воздействие на  $\tau$ . Например, изменение  $\sigma_x$  с 0,05 до 0,10 изменяет  $\tau$  только на 0,04. Таким образом, результаты говорят в пользу новой кейнсианской теории, а не модели Лукаса.<sup>38</sup>

Работа Kiley (2000) распространяет этот анализ на персистентность колебаний выпуска. Вначале автор отмечает, что из новых кейнсианских моделей следует, что отклонения выпуска от нормального уровня тем менее персистентны, чем выше средний уровень инфляции. Интуитивные соображения здесь снова состоят в том, что для более высокой средней инфляции частота подстройки цен должна быть выше, поэтому после шока экономика будет быстрее возвращаться к равновесию с гибкими ценами. Автор показал, что статистические данные подтверждают также и этот вывод.

## Микроэкономические данные относительно подстройки цен

Основное предположение анализа, проводимого в данной части главы, состоит в том, что на уровне фирмы существуют определенные препятствия на пути подстройки цены. Поэтому вполне естественно исследовать ценовую политику на микроэкономическом уровне. Это даст ответ на вопрос, существуют ли препятствия на пути подстройки цен, и если да, то какие формы они принимают.

Яркими примерами исследований в данной области являются Carlton (1986), Cecchetti (1986), Lach and Tsiddon (1992), Kashyap (1995) и Blinder (1998). Можно выделить два основных результата этих работ. Во-первых, редкая подстройка цен обнаруживается всеми исследователями. Например,

---

<sup>38</sup> Однако, отсутствие видимой взаимосвязи между  $\sigma_x$  и  $\tau$  является загадкой не только для модели Лукаса, но и для моделей, основанных на небольших фрикционах. Действительно, рост дисперсии шоков должен заставлять фирмы менять цены чаще, а следовательно, должен снизить реальное воздействие изменений агрегированного спроса.

Карлтон и Блайндер, рассматривающие самые широкие выборки товаров, отмечают, что период времени между подстройками цен составляет в среднем около года. И есть товары, цены на которые меняются еще реже. Например, согласно наблюдениям Цечетти, цены журналов меняются в среднем раз в три года.

Во-вторых, обнаруживается, что подстройка цен не следует каким-либо простым правилам. Поведение цен в каталоге L.L. Bean, изученное Кэшиап, является типичным. Как и в других примерах, подстройка цен в данном случае носит нечастый характер: в среднем цены меняются только после того, как инфляция съедает 10 процентов реальной стоимости. Только очень большие издержки подстройки цен или очень низкие потери в прибыли из-за неоптимальности цен, могут объяснить данное наблюдение с позиций теории издержек меню. Кроме того, хотя Bean выпускает за год более 20 каталогов, цены изменяются только в двух из них (осенью и весной). И даже в этих каталогах большая часть цен не меняется. Ни один из фактов не подтверждает гипотезу, что препятствиями на пути подстройки цен являются издержки на тиражирование и рассылку каталогов с новыми ценами. Кроме того, моменты изменения цен не являются регулярными. Так что, это не соответствует предположениям моделей Фишера и Тейлора о существовании постоянного интервала времени между моментами подстройки цен. И, наконец, величина подстройки варьируется очень сильно. Повторная подстройка может последовать после значительного изменения цены с такой же вероятностью, как и после незначительного. Если препятствием на пути подстройки цен является тот или иной вид постоянных издержек, то логично было бы предположить, что подстройки цен будут иметь примерно одинаковую величину, и что фирмы будут идти на сравнительно небольшие изменения лишь в том случае, когда ожидается, что новые цены продержатся сравнительно долго. Таким образом, микроэкономические данные о подстройке цен носят загадочный характер.

В работе Levy, Bergen, Dutta, and Venable (1997) исследуется иной микроэкономический аспект подстройки цен, а именно, издержки изменения номинальных цен. Авторы скрупулезно рассматривают все этапы процесса изменения цен в супермаркетах, как то: наклейка новых ярлычков и установка новых ценников на полках, введение новых цен в компьютерную базу данных, проверка вновь установленных цен и исправление ошибок.

Этот подход не учитывает возможность существования более уточненных и менее дорогостоящих методов подстройки цен к агрегированным шокам. Например, магазин может ввести дисконт фактор (коэффициент скидки), снижающий общую сумму покупки при оплате (и сделать это так, чтобы покупатели всегда видели его). Тогда можно в ответ на агрегированные шоки менять только дисконт фактор, а не все цены на полках, что будет обходиться магазину намного дешевле.

Несмотря на это соображение, все же интересно узнать насколько велики издержки изменения цен. Основной результат Леви, Бергена, Дутты и Венабля состоит в том, что эти издержки неожиданно высоки. В среднем по рассматриваемой ими выборке магазинов, расходы на изменение цен составляют от 0,5 до 1 процента выручки. Средние издержки подстройки цены для магазинов из рассматриваемой выборки в 1991-1992 году составляли 50 центов. Таким образом, общее мнение, что физические издержки изменения номинальных цен чрезвычайно малы, не всегда верно. Для магазинов из

выборки Леви, Бергена, Дутты и Венабля эти издержки, не являясь большими, не могут также считаться и пренебрежимо малыми.

## 6.11 Модели провала координации и реальные невальрасовские теории

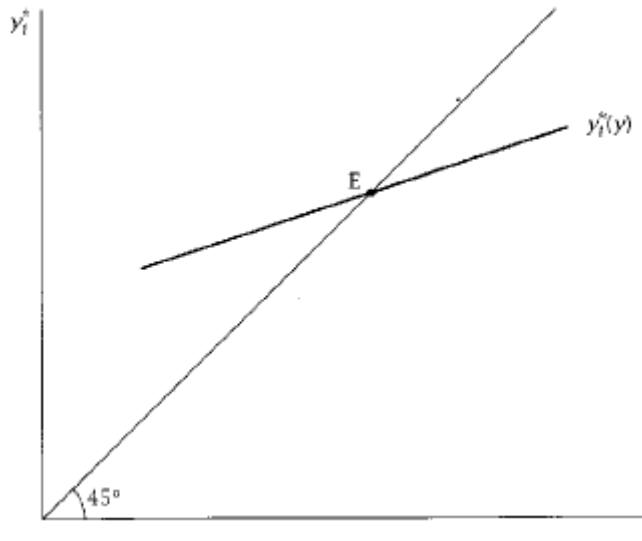
### Модели провала координации

Во всех рассмотренных нами моделях колебаний оказывалось, что при гибких ценах экономика имеет единственное состояние равновесия. Таким образом, экономические колебания возникали либо вследствие изменений равновесия с гибкими ценами (модели реального делового цикла), либо вследствие отклонений от равновесия с гибкими ценами (модели с номинальной жесткостью). Однако, если при гибких ценах имеется несколько равновесных значений выпуска, колебания могут отражать переход экономики из одного равновесного состояния в другое.

В работе Cooper and John (1988) предлагается простая модель для анализа множественности равновесий на агрегированном уровне. Экономика состоит из большого числа одинаковых агентов. Каждый агент выбирает значение некоторой переменной (пусть это для определенности выпуск), рассматривая решения других агентов как заданные. Обозначим  $U_i = V(y_i, y)$  - выигрыш агента  $i$  в ситуации, когда он выбирает выпуск  $y_i$ , в то время как остальные агенты выбирают выпуск  $y$ . (Мы будем рассматривать только симметричные равновесия, так что нет необходимости определять ситуации, в которых выбор остальных агентов разнороден). Пусть  $y_i^*(y)$  - оптимальный выбор  $y_i$  для заданного  $y$ , осуществляемый репрезентативным агентом. Предположим, что функция  $V(\bullet)$  обладает хорошими свойствами, так что  $y_i^*(y)$  однозначно определена для любого  $y$ , непрерывна, и лежит в пределах от 0 до некоторой верхней границы  $\bar{y}$ . Функция  $y_i^*(y)$  называется *функцией отклика*.

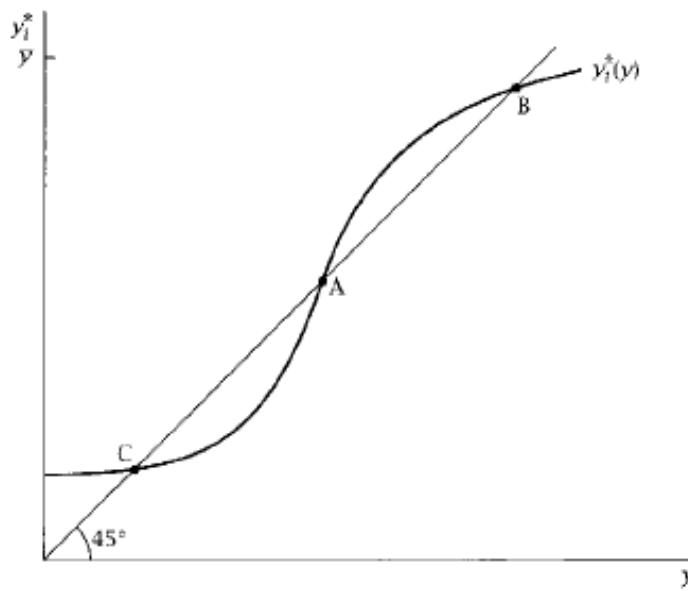
Равновесие достигается при соблюдении условия  $y_i^*(y) = y$ . (Речь идет о равновесии по Нэшу. – Примеч. научного ред.). В данной ситуации, если каждый агент верит в то, что остальные произведут ровно  $y$ , каждый агент сам выбирает объем выпуска  $y$ .

На Рис. 6.6 представлена экономика, где нет множественности равновесий. Равновесие определяется пересечением графика функции отклика  $y_i^*(y)$  с линией, имеющей наклон 45 градусов. Поскольку имеется лишь одно пересечение, существует единственное равновесие.



**Рис. 6.6. Функция отклика, для которой существует единственное равновесие**

На Рис. 6.7 представлена ситуация множественности равновесий. Т.к., по предположению, функция  $y_i^*(y)$  лежит в пределах от 0 до  $\bar{y}$ , ее график должен начинаться выше линии с наклоном  $45$  градусов, а заканчиваться ниже ее. И т.к. она является непрерывной, она должна пересекать эту линию нечетное число раз (если не рассматривать возможность касания). На рисунке представлена ситуация с тремя точками пересечения, т.е. с тремя равновесными значениями выпуска. При правдоподобных предположениях равновесие в точке А неустойчиво. Если, например, агенты ожидают, что выпуск будет немного выше точки А, то они в действительности произведут несколько больше, чем, как они ожидали, произведут другие. Тогда, при естественных предположениях, экономика будет удаляться от точки А. Однако равновесия в точках В и С устойчивы.



**Рис. 6.7. Функция отклика, для которой существует множество равновесий**

В ситуации множества равновесий фундаментальные показатели не полностью определяют окончательное положение экономики. Если агенты ожидают, что экономика окажется в точке С, то так и произойдет. Если же они ожидают, что экономика попадет в равновесие В, то именно это и случится. Поэтому *звериный инстинкт, самореализующиеся ожидания и солнечные пятна* могут влиять на совокупный результат.<sup>39</sup>

Можно предположить, что  $V(y_i, y)$  возрастает по  $y$ , т.е. что репрезентативный агент получает более высокую полезность в случае высокого агрегированного выпуска. Например, в модели из раздела 6.4 увеличение агрегированного выпуска сдвигает вправо кривую спроса на продукцию репрезентативной фирмы. Это приводит к увеличению реальной цены на продукцию фирмы при данном объеме производства. Если  $V(y_i, y)$  возрастает по  $y$ , то равновесие с более высоким объемом агрегированного выпуска соответствует более высокому уровню благосостояния. Действительно, рассмотрим два равновесных объема выпуска  $y_1$  и  $y_2$ , так что  $y_2 > y_1$ . Т.к.  $V(y_i, y)$  возрастает по  $y$ , то  $V(y_1, y_2)$  больше, чем  $V(y_1, y_1)$ . А поскольку  $y_2$  – это равновесие, то, значит,  $y_i = y_2$  максимизирует  $V(y_i, y)$  для  $y = y_2$ . Следовательно,  $V(y_2, y_2)$  превосходит  $V(y_1, y_2)$ . Таким образом, репрезентативный агент получает большую полезность в состоянии равновесия с более высоким выпуском.<sup>40</sup>

Модели с множеством равновесий, сравнимых по Парето, называют моделями *провала координации*. При отсутствии координации экономика может застрять в равновесии с недоиспользованием ресурсов. При этом выпуск может оказаться неэффективно низким только потому, что все верят, что именно так и случится. Проблема состоит в том, что в данной ситуации не существует сил, способных вернуть выпуск к нормальному уровню. В результате может потребоваться определенная политика государства, направленная на координацию ожиданий с целью перехода в равновесие с высоким выпуском. Так, например, временное стимулирование может навсегда перевести экономику в лучшее равновесие.

<sup>39</sup> Принято говорить о равновесии, определяемом пятнами на солнце, в ситуации, когда переменная, которая не должна оказывать воздействие на экономику, становится значимой только потому, что экономические агенты верят в это. Любая модель со множеством равновесий потенциально связана с этой проблемой: если агенты верят в то, что экономика придет в одно равновесие, когда некая посторонняя переменная принимает высокое значение, и в другое равновесие, когда эта переменная имеет низкое значение, то они ведут себя так, что их вера подтверждается. Подробнее см. Cass and Shell (1983), Woodford (1990, 1991), Benhabib and Farmer (1999).

<sup>40</sup> Не существует однозначной связи между наклоном функции отклика и уровнем благосостояния, достигаемым в различных состояниях равновесия. Если задача индивидуальной оптимизации имеет внутреннее решение, то  $y_i^*(y)$  определяется из условия  $V_1(y_i^*(y), y) = 0$ , где нижний индекс обозначает соответствующую частную производную. Дифференцируя данное уравнение по  $y$ , получаем:  $y_i^{*'}(y) = V_{12}/(-V_{11})$ . Для того чтобы  $y_i^*(y)$  было внутренним максимумом,  $V_{11}$  должно быть меньше нуля. Следовательно, знак  $y_i^{*'}(y)$  определяется знаком  $V_{12}$ . С другой стороны, относительный уровень благосостояния в различных состояниях равновесия определяется величиной  $V_2$ . Таким образом, существует ли множество равновесий, и является ли равновесие с высоким выпуском предпочтительным по сравнению с равновесием с низким выпуском – это разные вопросы.

Между проблемой множества равновесий и проблемой реальной жесткости, которую мы обсуждали выше, существует важная связь. Вспомним, что мы подразумевали под высокой степенью реальной жесткости такую ситуацию, когда в ответ на увеличение уровня цен и последующее падение агрегированного выпуска репрезентативная фирма стремится изменить свою относительную цену лишь незначительно. В терминах выпуска это соответствует функции отклика с наклоном чуть меньшим 1: когда агрегированный выпуск падает, репрезентативная фирма готова снизить свой объем производства почти так же, как и остальные. Если существует множество равновесий, снижение агрегированного выпуска в определенном диапазоне должно заставлять репрезентативную фирму *увеличивать* свою цену и *снижать* объем производства относительно других фирм. Другими словами, необходимо, чтобы на определенном интервале функция отклика фирмы имела наклон больше 1. Значит, чтобы имели место провалы координации, нужна очень высокая степень реальной жесткости на некотором интервале.

Одно из следствий этого наблюдения состоит в том, что поскольку существует много потенциальных источников реальной жесткости, то существует и много потенциальных источников провала координации. Поэтому многие модели подходят под общую логику, предлагаемую Купером и Джоном. Примерами работ, где рассматриваются такие модели, являются Diamond (1982), Bryant (1983), Shleifer (1986), Kiyotaki (1988), Howitt and McAfee (1988), Murphy, Shleifer, and Vishny (1989), Pagano (1989), Matsuyama (1991), Durlauf (1993), Gali (1994) и Lamont (1995).

## **Эмпирическое приложение: экспериментальное исследование игр с провалом координации**

Модели провала координации характеризуются множеством равновесий по Нэшу. Традиционная теория игр говорит о том, что экономика окажется в одном из равновесий, но она не может предсказать в каком именно. Различные теории уточненного выбора равновесий делают предсказания относительно того, какое равновесие установится. Например, распространенная точка зрения заключается в том, что Парето-доминирующее равновесие является фокальной точкой, и поэтому экономики, находящиеся в ситуации потенциального провала координации, приходят в лучшее из возможных равновесий. Существуют и другие возможности. Например, может быть так, что каждый агент не уверен в том, какому правилу выбора среди возможных исходов следуют другие агенты, и что в результате такая экономика не достигнет ни одного из своих равновесий.

Один из широко распространенных в последние годы подходов к тестированию теорий - это использование экспериментов. Преимущество экспериментов заключается в том, что они позволяют исследователям точно контролировать экономическую среду. Однако у них есть и недостатки: эксперименты часто оказываются невыполнимыми, к тому же поведение в лабораторных условиях и на практике в аналогичных ситуациях может сильно отличаться.

В работах Van Huyck, Battalio, and Beil (1990, 1991) и Cooper, DeJong, Forstyhе, and Ross (1990, 1992) тестировались теории провала координации с помощью экспериментов. В статье Van Huyck, Battalio, and Beil (1990)

рассматривалась игра с провалом координации, предложенная в работе Bryant (1983). В игре Брианта каждый из  $N$  агентов выбирает уровень усилий из интервала  $[0, \bar{e}]$ . Выигрыш  $i$ -го агента имеет вид:

$$U_i = \alpha \min[e_1, e_2, \dots, e_N] - \beta e_i, \quad \alpha > \beta > 0. \quad (6.97)$$

Ситуация, когда все агенты выбирают максимальный уровень усилий  $\bar{e}$ , дающий им выигрыш в размере  $(\alpha - \beta)\bar{e}$ , является наилучшим равновесием. Но также и любой одинаковый для всех агентов уровень усилий из интервала  $[0, \bar{e}]$  является равновесием по Нэшу: если каждый агент, за исключением агента  $i$ , выбирает уровень усилий  $\hat{e}$ , то  $i$ -ый агент также предпочтет выбрать уровень усилий  $\hat{e}$ . Т.к. выигрыш каждого агента возрастает при увеличении общего уровня их усилий, то игра Брианта – это модель провала координации с континуумом равновесий.

Ван Хук, Батталио и Бейл рассматривали версию игры Брианта, в которой усилия могли принимать только целочисленные значения от 1 до 7,  $\alpha = \$0,20$ ,  $\beta = \$0,10$ , и  $N$  лежало между 14 и  $16^{41}$ . Они сделали несколько основных выводов. Первый вывод касается ситуации, когда группа играет в игру первый раз. Т.к. игра Брианта не является повторяющейся, то эта ситуация более всего соответствует модели. Ван Хук, Батталио и Бейл выявили, что в первой партии равновесие не достигается вовсё. Наиболее часто выбираемые уровни усилий – это 5 и 7, но разброс при этом очень велик. Следовательно, никакая детерминистическая теория выбора равновесия не может успешно описать поведение.

Во-вторых, при повторении игры наблюдалось быстрое движение к наименьшему уровню усилий. В пяти из семи экспериментальных групп минимальный уровень усилий в первом периоде был строго больше 1. Но к четвертому периоду игры во всех семи группах минимальный уровень усилий достигал 1 и оставался на этом уровне во всех последующих периодах. Таким образом, наблюдается сильный провал координации.

В-третьих, игра не сходится ни к одному равновесию. Каждая группа участвовала в игре 10 раз, в общей сложности было проведено 70 испытаний. Ни в одном из 70 испытаний все игроки не выбрали одинаковый уровень усилий. Даже в нескольких последних испытаниях, которым во всех группах предшествовала серия испытаний, где минимальный уровень усилий составлял 1, больше четверти игроков выбирали уровень выше 1.

И, наконец, даже изменение функции выигрыша с целью стимулировать «успех координации» не предотвращает возвращения к неэффективным исходам. После начальных 10 испытаний, каждая группа прошла еще пять испытаний с параметром  $\beta$  из (6.97), равным 0. При  $\beta = 0$  издержки увеличения усилий отсутствуют. В результате в большинстве групп (хотя и не во всех) установилось Парето-эффективное равновесие, где уровень усилий равен 7 для всех игроков. Но когда  $\beta$  вновь увеличили до  $\$0,10$ , произошел быстрый возврат к ситуации, когда большинство игроков выбирало минимальный уровень усилий.

---

<sup>41</sup> Кроме того, они добавили к функции выигрыша константу  $\$0,60$ , так что никто из агентов не мог потерять деньги.

Результаты, полученные Ван Хуком, Батталио и Бейлом, говорят о том, что предсказания дедуктивных теорий поведения должны трактоваться с осторожностью: несмотря на то, что игра Брианта весьма проста, реальное поведение агентов не соответствует предсказаниям какой-либо стандартной теории. Результаты также показывают, что в моделях провала координации могут возникнуть сложное поведение и динамика.

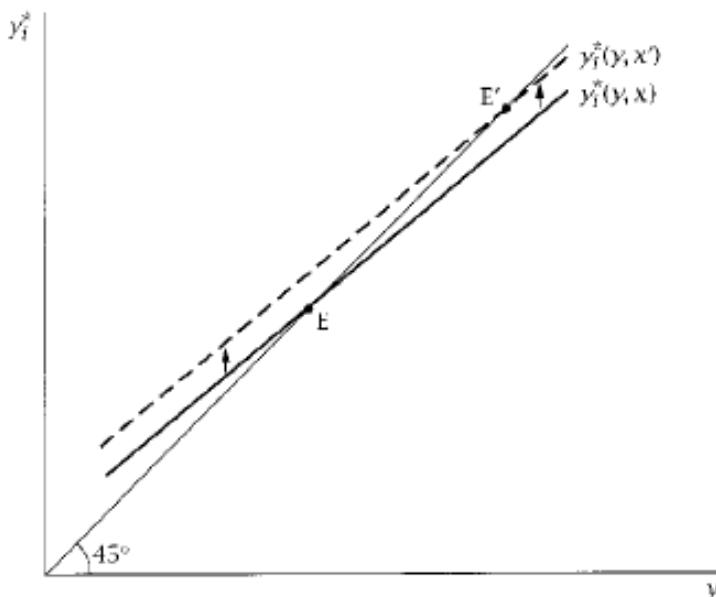
## Реальные невальрасовские теории

Даже если степень реальной жесткости не настолько высока, чтобы породить множественность равновесий, она может сделать равновесие очень чувствительным к шокам. Рассмотрим случай, когда функция отклика имеет положительный наклон с коэффициентом чуть меньше единицы. Как показано на Рис. 6.8, это приводит к существованию единственного равновесия. Обозначим через  $x$  переменную, отвечающую за сдвиг функции отклика. Иными словами, представим функцию отклика в виде  $y_i = y_i^*(y, x)$ . Равновесный уровень  $y$  для данного значения  $x$ , обозначаемый  $\hat{y}(x)$ , определяется из условия  $y_i^*(\hat{y}(x), x) = \hat{y}(x)$ . Дифференцируя это условие по  $x$ , получаем:

$$\frac{\partial y_i^*}{\partial y} \hat{y}'(x) + \frac{\partial y_i^*}{\partial x} = \hat{y}'(x), \quad (6.98)$$

или

$$\hat{y}'(x) = \frac{1}{1 - (\partial y_i^*/\partial y)} \frac{\partial y_i^*}{\partial x}. \quad (6.99)$$



**Рис. 6.8. Функция отклика, для которой существует единственное, но хрупкое равновесие**

Из уравнения (6.99) следует, что для функции отклика с положительным наклоном существует «мультипликатор», усиливающий эффект  $\partial y_i^*/\partial x$  сдвига функции отклика для данного уровня  $y$ . Это также видно на диаграмме: влияние сдвига на равновесный уровень  $y$  больше, чем величина сдвига вверх функции отклика. И чем ближе наклон функции отклика к 1, тем больше мультипликатор.

В подобной ситуации любой фактор, оказывающий воздействие на функцию отклика, сильно влияет на общий уровень экономической активности. В терминологии Семмерса (Summers, 1988) равновесие является *хрупким*. Таким образом, возможно, что существует значительная реальная жесткость, но при этом экономические колебания порождаются не номинальными, а реальными шоками. Технологические шоки, распад кредитного рынка, изменения в государственных расходах и ставках налогов, рост или снижение неопределенности относительно будущей политики, и другие реальные шоки – все это может быть важным источником колебаний выпуска в случае, когда имеет место высокая степень реальной жесткости. Как мы видели, вряд ли существенная реальная жесткость может иметь место в валльрасовской модели. Поэтому, теории колебаний, основанные на реальной жесткости и реальных шоках, называют *реальными невальрасовскими теориями*. И коль скоро существует много потенциальных источников реальной жесткости, существует довольно много теорий данного типа.<sup>42</sup>

В действительности для объяснения экономических колебаний не столь важно, существует ли множество равновесий с гибкими ценами, или единственное, но хрупкое равновесие. Предположим, как мы делали это на протяжении всего данного раздела, что на пути номинальной подстройки цен нет никаких препятствий. Если в экономике существует множество равновесий, то колебания могут возникнуть в отсутствии каких-либо шоков в то время как экономика движется между различными равновесиями. С другой стороны, если равновесие является единственным, но хрупким, колебания могут быть спровоцированы незначительными шоками, т.к. в данном случае шоки оказывают очень сильное влияние на равновесие.

Эта ситуация похожа на ту, которая имела место для небольших барьеров на пути подстройки цен. Высокая степень реальной жесткости (плюс соответствующая нечувствительность функции прибыли) снижает стимул фирмы подстраивать свою цену в ответ на номинальные шоки. При этом не так уж и важно, является ли степень реальной жесткости настолько высокой, чтобы породить множество равновесий с гибкими ценами.

## 6.12 Ограничения

---

<sup>42</sup> Если мы берем за основу предположение о наличии существенной реальной жесткости, то это вовсе не означает, что мы считаем важными многие типы шоков. В рассмотренном примере с переходом на летнее время, несмотря на высокую степень реальной жесткости в индивидуальных предпочтениях относительно личных расписаний, мы вовсе не наблюдаем значительных краткосрочных изменений в общем реальном расписании, возникающих по причинам, отличным от изменений в стандарте времени. И, наконец, существует промежуточная возможность, что, когда степень реальной жесткости высока, многие виды шоков, как реальных, так и номинальных, имеют важное значение (см., например, Greenwald and Stiglitz, 1988).

Кейнсианская теория содержит широкий класс моделей, большинство из которых предназначены для рассмотрения тех или иных конкретных проблем и не дают всеобъемлющего описания экономики. Кроме того, кейнсианский подход к колебаниям часто отводит важную роль разнообразным типам шоков и рыночных несовершенств.

Данные черты кейнсианского подхода создают основу для многочисленной критики: кейнсианские модели являются настолько расплывчатыми и гибкими, что их практически невозможно отвергнуть. Так же как последователи Птолемея были готовы объяснить любое новое наблюдение с помощью эпициклов, кейнсианские макроэкономисты могут модифицировать любую из своих теорий и постулировать ненаблюденные шоки так, чтобы согласовать модель со статистическими данными для почти любой ситуации.

Несложно указать примеры подобной гибкости кейнсианского анализа, как в отношении основных модельных предположений, так и применительно к специфике отдельных эпизодов. Вскоре после публикации *Общей Теории* в работе Dunlop (1938) были приведены убедительные аргументы против ее предсказания контрциклического характера реальной заработной платы. Но вместо того, чтобы отказаться от своей теории, Кейнс (Keynes, 1939) просто отметил необходимость изменения предположений о поведении агентов при назначении цен. Другой пример: реакция кейнсианской школы на нарушение взаимосвязи между выпуском и инфляцией в конце 1960-ых – начале 1970-ых состояла просто-напросто в модификации моделей, включение в них шоков предложения и базовой инфляции. Аналогично, получив убедительные доводы в пользу того, что микроэкономические процессы подстройки номинальных цен не могут быть объяснены одними лишь небольшими фиксированными издержками изменения цен, новые кейнсианцы не отказались от своих теорий. Вместо этого они доказывали, что в реальности препятствия на пути номинальной подстройки представлены сложной комбинацией издержек подстройки и других факторов (D. Romer, 1993), или что издержки меню – это всего лишь метафора, нацеленная на описание реальности не более, чем вальрасовский аукционер в моделях конкуренции (Ball and Mankiw, 1994). И далее в том же духе.

Такая же гибкость характеризует не только кейнсианские модели, но и кейнсианский подход к частным эпизодам. Модели допускают возможность шоков в любых секторах экономики, будь то шоки предложения денег и спроса на деньги, шоки фискальной политики, шоки потребления и инвестиций, шоки в установлении цен и заработной платы, шоки международной торговли. А раз так, то модели допускают почти что любые комбинации изменений различных переменных. Например, общепринятое кейнсианское объяснение рецессии в США в 1981-1982 годах состоит в том, что она была спровоцирована жесткой монетарной политикой. И тот факт, что в этот период не наблюдалось значительного снижения темпа роста денежной массы, вовсе не воспринимается как серьезное противоречие: дополнительно постулируется сдвиг спроса на деньги, к которому Федеральная резервная система подстроилась лишь частично. Аналогичным образом, кейнсианцы относят значительную часть рецессии в США в 1990-1991 годах на счет падения «доверия потребителей», причины которого не объясняются. А сочетание высокого темпа роста в США во второй половине 1990-ых годов с очень низкой безработицей и со стационарной или снижающейся инфляцией приписывается, в основном,

благоприятным шокам предложения и снижению естественного уровня безработицы – изменениям, которые выводятся в основном из динамики самих макроэкономических переменных.

Возможно, что экономика сложна, что существует много разных типов шоков, и что модификации кейнсианских моделей отражают постепенный прогресс в нашем понимании экономических процессов. Но теория, которая является настолько гибкой, что не может быть опровергнута никакими наблюдениями, бессодержательна. Таким образом, для того, чтобы кейнсианская теория была полезной, должны существовать такие вопросы, на которые она давала бы четкий ответ.

Один из вопросов, на который кейнсианская теория дает, видимо, такой ответ - это реальные эффекты номинальных шоков. Основной элемент всех кейнсианских моделей – отсутствие мгновенной подстройки номинальных цен и заработной платы. В результате модели предсказывают, что независимые монетарные шоки должны воздействовать на реальную экономическую активность. Если бы данное предсказание противоречило наблюдениям, то от подобных моделей пришлось бы отказаться вовсе, а не пытаться их модифицировать. И это означало бы необходимость исследовать колебания на основе моделей реального делового цикла из главы 4 или на основе реальных невальрасовских теорий из предшествующего раздела. И напротив, если верен вывод раздела 5.5 о том, что монетарные шоки порождают важные реальные эффекты, то теории колебаний должны содержать в себе важный кейнсианский элемент. Но даже в этом случае было бы желательно усовершенствовать кейнсианскую теорию и четче очертировать границы тех областей, где она дает более сильные и четкие предсказания.

## Задачи

- 6.1.** Рассмотрим проблему, с которой сталкивается индивид в модели Лукаса в ситуации, когда  $P_i/P$  неизвестно. Индивид выбирает  $L_i$ , максимизирующее ожидания  $U_i$ . При этом  $U_i$  по-прежнему задается уравнением (6.3).
- (a) Найдите условие первого порядка для  $L_i$  и преобразуйте его так, чтобы получить зависимость  $L_i$  от  $E[P_i/P]$ . Прологарифмируйте полученное выражение, чтобы найти выражение для  $l_i$ .
  - (b) Как соотносится объем предложения труда индивида в ситуации, когда его поведение соответствует принципу эквивалентности детерминированному случаю (6.17), с оптимальным значением, найденным в пункте (a)? (Подсказка: как  $E[\ln(P_i/P)]$  соотносится с  $\ln(E[P_i/P])$ ?)
  - (c) Предположим, что (как и в модели Лукаса)  $\ln(P_i/P) = E[\ln(P_i/P)|P_i] + u_i$ , где  $u_i$  распределено нормально со средним значением 0 и дисперсией, не зависящей от  $P_i$ . Покажите, что при этом выполняется условие  $\ln\{E[(P_i/P)|P_i]\} = E[\ln(P_i/P)|P_i] + C$ , где  $C$  – это константа, значение которой не зависит от  $P_i$ . (Подсказка:

обратите внимание на то, что  $P_i/P = \exp\{E[(P_i/P)|P_i]\}\exp(u_i)$ , и покажите, что отсюда следует формула для оптимального значения  $l_i$ , отличающаяся от правила, соответствующего принципу эквивалентности (6.17), только на константу.)

- 6.2.** (На основе Dixit and Stiglitz, 1977.) Предположим, что индекс потребления  $C_i$  в уравнении (6.2) задается следующим образом:

$C_i = \left[ \int_{j=0}^1 Z_j^{1/\eta} C_{ij}^{(\eta-1)/\eta} dj \right]^{\eta/\eta-1}$ , где  $C_{ij}$  – это потребление индивидом блага  $j$ , и  $Z_j$  – это шок предпочтений относительно блага  $j$ . Предположим, что индивид может потратить на покупку благ сумму  $Y_i$ . Таким образом, бюджетное ограничение имеет вид  $\int_{j=0}^1 P_j C_{ij} dj = Y_i$ .

- Найдите условие первого порядка для задачи максимизации  $C_i$  при данном бюджетном ограничении. Выразите  $C_{ij}$  через  $Z_j$ ,  $P_j$  и множитель Лагранжа для бюджетного ограничения.
- Используя бюджетное ограничение, найдите выражение для  $C_{ij}$  через  $Z_j$ ,  $P_j$ ,  $Y_i$ , и прочие  $Z$  и  $P$ .
- Подставьте полученный в пункте (b) результат в выражение для  $C_i$  и покажите, что  $C_i = Y_i/P$ , где  $P \equiv \left( \int_{j=0}^1 Z_j P_j^{1-\eta} dj \right)^{1/(1-\eta)}$ .
- Используя результаты пунктов (b) и (c) покажите, что  $C_{ij} = Z_j (P_j/P)^{\eta} (Y_i/P)$ .
- Сравните полученные результаты с выражениями (6.7) и (6.9) в тексте.

- 6.3. Эмпирическая эквивалентность.** (Sargent, 1976.) Предположим, что предложение денег определяется процессом  $m_t = c'z_{t-1} + e_t$ , где  $c$  и  $z$  – векторы, а  $e_t$  – независимые одинаково распределенные случайные величины, не коррелированные с  $z_{t-1}$ . Случайные величины  $e_t$  непредсказуемы и не наблюдаются. Таким образом,  $c'z_{t-1}$  – ожидаемая компонента  $m_t$ , а  $e_t$  – неожидаемая компонента  $m_t$ . Формируя предложение денег, Федеральная Резервная Система реагирует только на переменные, которые влияют на реальную активность. Иными словами, предполагается, что компоненты вектора  $z$  непосредственно влияют на  $y$ .

Рассмотрим две следующие модели. (i) Только неожидаемая компонента денежного предложения имеет значение, т.е.  $y_t = a'z_{t-1} + b e_t + v_t$ . (ii) Все компоненты денежного предложения имеют значение, т.е.  $y_t = \alpha'z_{t-1} + \beta m_t + v_t$ . В каждой модели предполагается, что шоки имеют независимое одинаковое распределение и не коррелированы с  $z_{t-1}$ .

- Можно ли различить эти две теории? Другими словами, для данного набора параметров в модели (i), существует ли набор параметров в модели (ii), который дает тот же результат? Объясните ответ.

- (b) Предположим, что Федеральная Резервная Система реагирует также на некоторые переменные, не оказывающие прямого воздействия на выпуск. Иными словами, предположим, что  $m_t = c'z_{t-1} + \gamma' w_{t-1} + e_t$ , и рассмотрим те же две модели (i) и (ii) (полагая, что соответствующие шоки некоррелированы как с  $z_{t-1}$  и  $e_t$ , так и с  $w_{t-1}$ ). Можно ли провести различие между двумя этими теориями в данном случае? Объясните ответ.
- 6.4.** Рассмотрим экономику, которая описывается моделью из раздела 6.4. Предположим, однако, что  $P$  это индекс цен, введенный в части (с) задачи 6.2 (пусть при этом все  $Z_j$  для простоты равны 1). Также предположим, что для достижения равновесия на рынке денег необходимо, чтобы совокупные расходы в экономике равнялись  $M$ . Будет ли после этих изменений по-прежнему равновесной ситуация, когда выпуск каждого блага определяется формулой (6.46), а цена каждого блага – формулой (6.47)?
- 6.5. Индексация.** (См. Gray, 1976, 1978 и Fisher, 1977b. Задача заимствована из Ball, 1988.) Предположим, что производство фирмы  $i$  задается соотношением  $Y_i = SL_i^\alpha$ , где  $S$  – это шок предложения,  $0 < \alpha \leq 1$ . Таким образом, в логарифмах имеем  $y_i = s + \alpha l_i$ . Цены являются гибкими, так что  $p_i = w_i + (1 - \alpha)l_i - s$  (для простоты константа принята равной 0). Агрегирование уравнений выпуска и цен дает:  $y = s + \alpha l$  и  $p = w + (1 - \alpha)l - s$ . Ставки заработной платы частично индексированы по ценам:  $w = \theta p$ , где  $0 \leq \theta \leq 1$ . Агрегированный спрос задается уравнением  $y = m - p$ . При этом  $s$  и  $m$  – это независимые случайные величины со средним значением 0 и дисперсиями  $V_s$  и  $V_m$ , соответственно.
- (a) Выпишите  $p$ ,  $y$ ,  $l$  и  $w$  как функции от  $m$ ,  $s$  и параметров  $\alpha$  и  $\theta$ . Каким образом индексация влияет на реакцию занятости на монетарные шоки? А на шоки предложения?
- (b) Какое значение  $\theta$  минимизирует дисперсию занятости?
- (c) Предположим, что спрос на продукцию одной фирмы задается соотношением  $y_i = y - \eta(p_i - p)$ . Предположим, что все фирмы, за исключением  $i$ -ой фирмы, индексируют ставки заработной платы по уровню цен, т.е.  $w = \theta p$ , как и прежде. Однако  $i$ -ая фирма индексирует заработную плату по уровню цен несколько иначе:  $w_i = \theta_i p$ . Фирма  $i$  продолжает устанавливать цену в соответствии с формулой  $p_i = w_i + (1 - \alpha)l_i - s$ . Тогда из производственной функции и уравнения ценообразования следует, что  $y_i = y - \phi(w_i - w)$ , где  $\phi = \alpha\eta/[\alpha + (1 - \alpha)\eta]$ .
- (i) Найдите занятость  $l_i$  на фирме  $i$  как функцию от  $m$ ,  $s$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$ ,  $\theta$  и  $\theta_i$ .
- (ii) Какое значение  $\theta_i$  минимизирует дисперсию  $l_i$ ?

(iii) Найдите равновесное по Нэшу значение  $\theta$ . Иными словами, найдите такое значение  $\theta$ , что если агрегированная индексация задается параметром  $\theta$ , то репрезентативная фирма минимизирует дисперсию  $l_i$ , задавая  $\theta_i = \theta$ . Сравните полученное значение со значением, найденным в пункте (b).

**6.6. Синхронизированное установление цен.** Рассмотрим модель Тейлора. Предположим, однако, что в каждом втором периоде все индивиды устанавливают цены на текущий период и на следующий. Иными словами, в периоде  $t$  цены устанавливаются на периоды  $t$  и  $t+1$ . В периоде  $t+1$  цены не устанавливаются. В периоде  $t+2$  устанавливаются цены на периоды  $t+2$  и  $t+3$ , и т.д. Как и в модели Тейлора, цены предопределены и фиксированы, и индивиды устанавливают свои цены в соответствии с (6.60). Наконец, предположим, что  $m$  следует процессу случайного блуждания.

- (a) Найдите цену  $x_t$ , которую в периоде  $t$  устанавливает репрезентативный индивид. Запишите  $x_t$  как функцию от  $m_t$ ,  $E_t m_{t+1}$ ,  $p_t$ ,  $E_t p_{t+1}$ .
- (b) Синхронизация требует, чтобы  $p_t$  и  $p_{t+1}$  были равны  $x_t$ . Используя этот факт, запишите  $x_t$  в терминах  $m_t$  и  $E_t m_{t+1}$ .
- (c) Найдите величины  $y_t$  и  $y_{t+1}$ . Сохраняется ли по-прежнему основной результат модели Тейлора, что номинальные шоки продолжают воздействовать на реальные переменные даже после того, как все цены изменены? Дайте интуитивное объяснение.

**6.7. Модель Фишера с несбалансированным установлением цен.** Рассмотрим экономику, моделируемую в разделе 6.5. Предположим, однако, что вместо половины индивидов, устанавливающих свои цены каждый период, доля индивидов  $f$  устанавливает свои цены в нечетные периоды, а доля  $1-f$  - в четные периоды. Таким образом, уровень цен равен  $fp_t^1 + (1-f)p_t^2$ , если  $t$  - четное число, и  $(1-f)p_t^1 + fp_t^2$ , если  $t$  - нечетное число. Выведите выражения для  $p_t$  и  $y_t$ , аналогичные выражениям (6.57) и (6.58) для четного и нечетного периодов.

**6.8. Неустойчивость постепенного установления цен.** (См. Fethke and Pollicano, 1986; Ball and Cecchetti, 1988; Ball and D. Romer, 1989.) Рассмотрим экономику, описанную в задаче 6.7, и предположим для простоты, что  $m$  следует процессу случайного блуждания (так что  $m_t = m_{t-1} + u_t$ , где  $u$  - белый шум с постоянной дисперсией). Предположим, что потери в прибыли индивида за два периода по сравнению с его прибылью при постоянном выполнении равенства  $p_i = p_i^*$ , пропорциональны величине  $(p_{it} - p_{it}^*)^2 + (p_{it+1} - p_{it+1}^*)^2$ . Пусть  $f < 1/2$  и  $\phi < 1$ . Для кого ожидаемые потери в прибыли будут больше - для индивидов, устанавливающих цены в нечетные периоды, или для индивидов, устанавливающих цены в четные

периоды? В свете этого, будет ли по-прежнему наблюдаться постепенное установление цен, если  $\phi < 1$ ?

- 6.9.** Рассмотрим модель Тейлора в случае, когда денежная масса представляет собой белый шум, а не процесс случайного блуждания, т.е.  $m_t = \varepsilon_t$ , где  $\varepsilon_t$  некоррелированы друг с другом. Решите модель, используя метод неопределенных коэффициентов. (Подсказка: естественно ли в уравнении, аналогичном (6.63), предположить, что  $\lambda + \nu = 1$ ?)

- 6.10.** Решите задачу 6.9, используя лаговые операторы.

- 6.11.** (На основе Ball, 1994а.) Рассмотрим версию модели Тейлора в непрерывном времени, так что  $p(t) = (1/T) \int_{\tau=0}^T x(t-\tau)d\tau$ , где  $T$  - интервал времени между изменениями цен каждого индивида, и  $x(t-\tau)$  - это цена, устанавливаемая индивидами в момент времени  $t-\tau$ . Предположим, что  $\phi = 1$ , так что  $p_i^*(t) = m(t)$ . Таким образом,  $x(t) = (1/T) \int_{\tau=0}^T E_t m(t+\tau)d\tau$ .

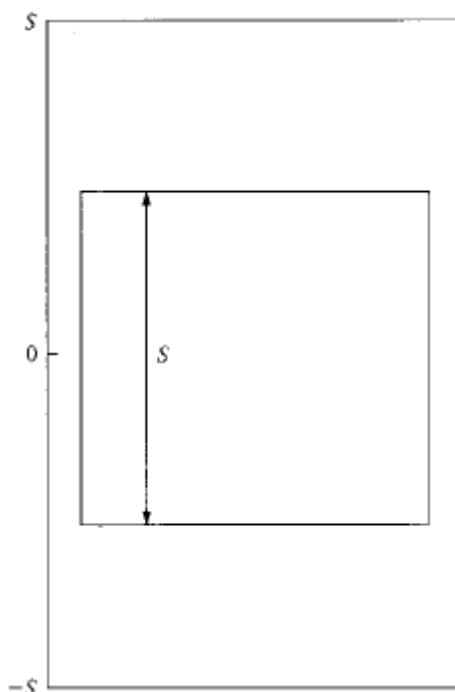
- (a) Предположим, что изначально  $m(t) = gt$ , ( $g > 0$ ), и, следовательно,  $E_t m(t+\tau)$  равно  $(t+\tau)g$ . Найдите  $\dot{x}(t)$ ,  $p(t)$  и  $y(t) = m(t) - p(t)$ .
- (b) Предположим, что в момент времени 0 правительство объявляет, что оно собирается равномерно снизить скорость роста денежной массы до 0 на протяжении интервала времени  $T$ . Так что  $m(t) = t[1 - (t/2T)]g$  для  $0 < t < T$ , и  $m(t) = gT/2$  для  $t \geq T$ . Изменение политики является неожиданным, поэтому цены, заданные до момента  $t=0$ , остаются такими же, как в пункте (a).
- (i) Покажите, что если  $x(t) = gT/2$  для любого  $t > 0$ , то  $p(t) = m(t)$  для любого  $t > 0$ , и значит, выпуск будет таким же, каким бы он был без изменения политики.
- (ii) Будут ли цены, задаваемые фирмами для периода  $0 < t < T$ , больше, меньше или равны  $gT/2$ ? Каков ответ для периода  $T \leq t \leq 2T$ ? Сравните выпуск за период  $(0, 2T)$  с выпуском, который был бы в отсутствии изменения политики.

- 6.12. Ценообразование, определяемое состоянием, при положительной и отрицательной инфляции.** (На основе Caplin and Leahy, 1991). Рассмотрим модель экономики Кэплина-Спалбера. Предположим, однако, что  $m$  может, как расти, так и падать. При этом фирмы следуют двухсторонней  $Ss$ -политике: если  $p_i - p_i^*(t)$  достигает  $S$  или  $-S$ , то фирма  $i$  меняет цену таким образом, чтобы  $p_i - p_i^*(t)$  равнялось 0. Как и в модели Кэплина-Спалбера, изменения  $m$  носят непрерывный характер.

Предположим для простоты, что  $p_i^*(t) = m(t)$ . Кроме того, предположим, что случайная величина  $p_i - p_i^*(t)$  изначально распределена равномерно на некотором интервале шириной  $S$ . Иными словами, случайная величина  $p_i - p_i^*(t)$  распределена равномерно на интервале  $[X, X + S]$  для некоторого  $X$ , лежащего между  $-S$  и 0. Это показано на

Рис. 6.9: распределение случайной величины  $p_i - p_i^*(t)$  - это «лифт» высотой  $S$  в «шахте» высотой  $2S$ .

- (а) Объясните, почему при данных предположениях случайная величина  $p_i - p_i^*(t)$  всегда будет распределена равномерно на некотором интервале шириной  $S$ . (В терминах диаграммы это означает, что хотя лифт может двигаться по шахте, его высота не меняется и остается равной  $S$  ).
- (б) Существуют ли какие-либо позиции лифта (какие-либо значения  $X$  ), где инфинитезимальное приращение  $m$  на величину  $dm$  приводит к росту средних цен на величину а) меньшую  $dm$ ; б) большую  $dm$ ; в) равную  $dm$ ? В соответствии с этим, что можно сказать о реальных эффектах монетарных шоков в данной модели?



**Рис. 6.9. Распределение случайной величины  $p_i - p_i^*(t)$  в модели Кэплина-Лихи**

**6.13.** Рассмотрим экономику, состоящую из двух групп фирм: у одних цены являются гибкими, а у других – жесткими. Обозначим через  $p^f$  цену, устанавливаемую репрезентативной фирмой, для которой цена является гибкой, а через  $p^r$  – цену, устанавливаемую репрезентативной фирмой, для которой цена является жесткой. Фирмы с гибкими ценами устанавливают свои цены, после того как  $m$  становится известной, а фирмы с жесткими ценами – до того, как  $m$  становится известной. Таким образом, фирмы с гибкими ценами назначают  $p^f = p_i^* = (1-\phi)p + \phi m$ , а фирмы с жесткими ценами –  $p^r = E p_i^* = (1-\phi)E p + \phi E m$ , где  $E$  обозначает ожидаемое значение переменной в момент, когда фирмы с жесткими ценами назначают свои цены.

Предположим, что доля фирм с жесткими ценами составляет  $q$ , так что  $p = qp^r + (1-q)p^f$ .

- (a) Выразите  $p^f$  через  $p^r$ ,  $m$  и параметры модели ( $\phi$  и  $q$ ).
- (b) Выразите  $p^r$  через  $Ey$  и параметры модели.
- (c) (i) Будут ли ожидаемые изменения величины  $m$  влиять на  $y$ ?  
(Имеются в виду изменения – это изменения, которые ожидаются после того как фирмы с жесткими ценами установят свои цены.) Объясните ответ.
- (ii) Будут ли влиять неожиданные изменения  $m$  на  $y$ ? Объясните ответ.

**6.14.** Рассмотрим экономику, в которой в условиях несовершенной конкуренции действует большое число фирм, устанавливающих цены. Прибыль репрезентативной фирмы  $i$  зависит от агрегированного выпуска  $y$  и от реальной цены фирмы  $r_i$ :  $\pi_i = \pi(y, r_i)$ , где  $\pi_{22} < 0$  (нижние индексы обозначают соответствующие частные производные). Пусть  $r^*(y)$  – реальная цена, доставляющая максимум прибыли фирмы. Заметим, что  $r^*(y)$  как функция от  $y$  определяется условием  $\pi_2 = \pi(y, r^*(y)) = 0$ .

Предположим, что выпуск находится на некотором уровне  $y_0$ , и реальная цена  $i$ -ой фирмы равна  $r^*(y_0)$ . Пусть происходит изменение предложения денег и при этом остальные фирмы не меняют свои цены; в результате агрегированный выпуск изменяется и устанавливается на новом уровне  $y_1$ .

- (a) Объясните, почему стимул для  $i$ -ой фирмы подстроить свою цену характеризуется величиной  $G = \pi(y_1, r^*(y_1)) - \pi(y_1, r^*(y_0))$ .
- (b) Рассматривая это выражение как функцию от  $y_1$ , разложите его в ряд Тейлора до второго члена в окрестности  $y_1 = y_0$ . Покажите, что  $G \approx -\pi_{22}(y_0, r^*(y_0)) [r^*(y_0)]^2 (y_1 - y_0)^2 / 2$ .
- (c) Какой из элементов этого выражения характеризует степень реальной жесткости? Какой из элементов этого выражения соответствует степени нечувствительности функции прибыли?

**6.15. Множественность равновесий в модели с издержками меню.** (На основе Ball and D. Romer, 1991.) Рассмотрим экономику, в которой в условиях несовершенной конкуренции действует большое число фирм. Потери в прибыли фирмы, по сравнению с тем, что она получила бы при  $p_i = p^*$ , составляют  $K(p_i - p^*)^2, K > 0$ . Как обычно,  $p^* = p + \phi y$  и  $y = m - p$ . Каждая фирма несет фиксированные издержки подстройки номинальных цен равные  $Z$ .

Первоначально  $m$  равно 0, и экономика находится в равновесии с гибкими ценами, в котором  $y = 0$  и  $p = m = 0$ . Теперь предположим, что  $m$  изменяется до  $m'$ .

- (a) Предположим, что доля фирм  $f$  изменила свои цены. Таким образом, фирмы, которые изменили цены, назначили  $p^*$ , а остальные оставили их на уровне 0. Следовательно,  $p = fp^*$ . Используя этот факт, найдите  $p$ ,  $y$  и  $p^*$  как функции от  $m'$  и  $f$ .

- (b) Постройте график зависимости стимула фирмы подстраивать цену,  $K(0 - p^*)^2 = Kp^{*2}$ , от величины  $f$ . Рассмотрите два случая:  $\phi < 1$  и  $\phi > 1$ .
- (c) Фирма подстраивает свою цену в случае, если выгоды превышают  $Z$ , не подстраивает, если выгоды ниже  $Z$ , и фирме безразлично подстраивать цену или нет, если выгоды равны  $Z$ . Учитывая этот факт, возможна ли ситуация, в которой два исхода являются равновесными: и исход, когда все фирмы принимают решение подстраивать цены, и исход, когда ни одна из фирм не подстраивает цены? Возможна ли ситуация, когда в равновесии часть фирм подстраивает цены, а часть нет?

**6.16.** (На основе Diamond, 1982.)<sup>43</sup> Рассмотрим остров, заселенный  $N$  людьми, на котором растет большое число пальм. Каждый человек может находиться в одном из двух состояний: либо он не несет кокос и ищет пальму (состояние P), либо он несет кокос и ищет другого человека с кокосом (состояние C). Если человек без кокоса находит пальму, то он забирается на нее и срывает кокос, что соответствует издержкам в размере  $c$  (в единицах полезности). Если человек с кокосом встречает другого человека с кокосом, то они торгаются и съедают кокосы друг друга; это приносит каждому  $\bar{u}$  единиц полезности. (Люди не могут есть кокосы, сорванные ими лично.)

Человек, ищащий кокосы, находит пальмы с вероятностью  $b$  в единицу времени. Индивид, ищащий других обладателей кокосов, находит их с вероятностью  $aL$  в единицу времени, где  $L$  - общая численность людей, обладающих кокосом. Константы  $a$  и  $b$  заданы экзогенно.

Норма дисконтирования для индивидов составляет  $r$ . Рассмотрим только стационарные состояния; иными словами, предположим, что  $L$  является константой.

- (a) Объясните, почему в случае, когда все, находящиеся в состоянии P, залезают на пальму, как только ее находят, будет соблюдаться условие  $rV_p = b(V_c - V_p - c)$ , где  $V_p$  и  $V_c$  - ценность пребывания в соответствующем состоянии.
- (b) Найдите аналогичное выражение для  $V_c$ .
- (c) Найдите выражения для  $V_c - V_p$ ,  $V_c$  и  $V_p$  через  $r$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\bar{u}$ ,  $a$  и  $L$ .
- (d) Каково значение  $L$ , если предположение о том, что все находящиеся в состоянии P залезают на пальму, как только ее находят, остается в силе? Для простоты предположим, что  $aN = 2b$ .
- (e) Для каких значений  $c$  ситуация, когда все находящиеся в состоянии P залезают на пальму, как только ее находят, является стационарной? (В предположении, что  $aN = 2b$ .)
- (f) Для каких значений  $c$  ситуация, когда никто в состояние P не залезет на пальму, если ее найдет, является стационарной? Возможны ли значения  $c$ , для которых существует более одного стационарного состояния? Если существует множество равновесий, будет ли в одном

---

<sup>43</sup> Для решения этой задачи нужно использовать динамическое программирование (см. раздел 9.4).

из равновесий достигаться более высокое благосостояние, чем в другом? Дайте интуитивное объяснение.

## Глава 7

# Потребление

В данной главе и следующей за ней исследуются потребительский выбор домохозяйств и инвестиционные решения фирм. Потребление и инвестиции важны для анализа проблем и экономического роста, и колебаний деловой активности. Применительно к проблематике экономического роста, деление ресурсов общества на потребление и различные виды инвестиций (в физический капитал, человеческий капитал, в исследования и разработки) является центральной проблемой при определении уровня жизни в долгосрочной перспективе. Это деление оказывается результатом взаимодействия решений домашних хозяйств о распределении их доходов между потреблением и сбережениями и решений фирм об инвестиционном спросе; в обоих случаях учитываются ставка процента и ряд других ограничений. Кроме того, потребление и инвестиции являются наиболее важными компонентами агрегированного спроса, а следовательно, играют основополагающую роль в определении колебаний деловой активности. Так что, если мы хотим понять, каким образом такие факторы как государственные закупки, технология и монетарная политика воздействуют на агрегированный выпуск, нам необходимо понять, как определяются потребление и инвестиции.

Необходимость изучения потребления и инвестиций продиктована также следующими двумя соображениями. Во-первых, анализ потребления и инвестиций неизбежно затрагивает ряд вопросов функционирования финансовых рынков. С одной стороны, финансовые рынки влияют на макроэкономическую ситуацию, главным образом, посредством воздействия на потребление и инвестиции. С другой стороны, потребление и инвестиции сами оказывают обратное воздействие на финансовые рынки. Ниже мы исследуем взаимосвязь финансовых рынков с потреблением и инвестициями как для совершенных, так и для несовершенных финансовых рынков.

Во-вторых, за последние 20 лет наиболее интересные и результативные эмпирические исследования в макроэкономике были связаны именно с потреблением и инвестициями. По этой причине в данных двух главах эмпирическим исследованиям уделено особое внимание.

### **7.1 Потребление в условиях определенности: гипотеза жизненного цикла/перманентного дохода**

#### **Предположения**

Хотя мы уже анализировали выбор потребителей в рамках модели Рамсея и модели Даймонда в главе 2 и в теории реального делового цикла в главе 4, здесь

мы начнем с анализа простого случая. Рассмотрим индивида, живущего  $T$  периодов и максимизирующего интегральную полезность:

$$U = \sum_{t=1}^T u(C_t), \quad u'(\bullet) > 0, \quad u''(\bullet) < 0, \quad (7.1)$$

где  $u(\bullet)$  - мгновенная функция полезности, а  $C_t$  - потребление в периоде  $t$ . Индивид наделен начальным богатством  $A_0$  и на протяжении  $T$  периодов своей жизни получает трудовые доходы  $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$ , рассматриваемые им как экзогенно заданные. Индивид может как сберегать, так и брать в долг. Ставка процента также полагается экзогенно заданной. Единственным ограничением является условие, что к концу жизни индивид полностью возвращает весь долг. Для простоты ставка процента полагается равной нулю.<sup>1</sup> Таким образом, бюджетное ограничение потребителя имеет вид:

$$\sum_{t=1}^T C_t \leq A_0 + \sum_{t=1}^T Y_t. \quad (7.2)$$

## Поведение потребителя

Так как предельная полезность потребления всегда положительна, бюджетное ограничение индивида должно выполняться как равенство. Запишем функцию Лагранжа для данной задачи максимизации:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^T u(C_t) + \lambda \left( A_0 + \sum_{t=1}^T Y_t - \sum_{t=1}^T C_t \right). \quad (7.3)$$

Условие первого порядка для  $C_t$  имеет вид:

$$u'(C_t) = \lambda. \quad (7.4)$$

Т.к. условие (7.4) должно соблюдаться для любого периода, предельная полезность потребления является постоянной во времени. А поскольку любому уровню предельной полезности соответствует единственный уровень потребления, данный результат означает постоянство потребления, так что  $C_1 = C_2 = \dots = C_T$ . Используя бюджетное ограничение, можно найти:

$$C_t = \frac{1}{T} \left( A_0 + \sum_{\tau=1}^T Y_{\tau} \right) \quad \text{для любого } t. \quad (7.5)$$

---

<sup>1</sup> Постановка задачи (7.1) неявным образом предполагает, что индивидуальная норма дисконтирования также равна нулю. Введение альтернативного предположения, что ставка процента и норма дисконтирования равны между собой, но не обязательно равны нулю, почти никак не отразится на анализе в данном и последующих разделах. В свою очередь, предположение о том, что два этих параметра не совпадают, также будет иметь довольно слабый эффект.

Выражение в скобках характеризует совокупные ресурсы индивида, доступные на протяжении жизни. Таким образом, в соответствии с выражением (7.5) индивид должен равномерно распределить все свои ресурсы между всеми периодами жизни.

## Следствия

Основной результат проведенного выше анализа состоит в следующем: потребление индивида в каждый момент времени должно определяться не текущим доходом, а потоком доходов на протяжении всей его жизни. В терминологии Фридмана (Friedman, 1957) правая часть в уравнении (7.5) является *перманентным доходом*, а разность между текущим и перманентным доходом называется *временным доходом*. В соответствии с (7.5) потребление определяется именно перманентным доходом.

Важно понимать отличие перманентного дохода от временного. К примеру, рассмотрим последствия неожиданного увеличения дохода в первом периоде на величину  $Z$ . Хотя текущий доход увеличился на  $Z$ , перманентный доход возрастает лишь на величину  $Z/T$ . И если индивид живет достаточно долго, потребление изменится достаточно незначительно. Одно из важных следствий данного вывода состоит в том, что временное снижение налогов может оказаться лишь весьма слабое воздействие на потребление. Как отмечалось в главе 6, это соответствует действительности.

Из проведенного анализа вытекает еще один важный результат: хотя распределение дохода во времени не играет никакой роли для потребления, оно определяет сбережения. Действительно, сбережения индивида представляют собой разность между текущим доходом и потреблением. С учетом (7.5) получаем:

$$\begin{aligned} S_t &= Y_t - C_t \\ &= \left( Y_t - \frac{1}{T} \sum_{\tau=1}^T Y_\tau \right) - \frac{1}{T} A_0, \end{aligned} \tag{7.6}$$

Таким образом, сбережения тем выше, чем выше текущий доход по сравнению со своим средним уровнем, т.е. чем выше временный доход. Если текущий доход ниже перманентного, сбережения будут отрицательной величиной. Таким образом, индивид использует возможность делать сбережения и брать в долг для того, чтобы сгладить траекторию потребления. Данное соображение является основополагающим в гипотезе жизненного цикла/перманентного дохода (Modigliani and Brumberg, 1954, и Friedman, 1957).

## Что такое сбережения?

Обобщая, можно сказать, что гипотеза жизненного цикла/перманентного дохода предлагает следующий простой взгляд на сбережения: сбережения – это будущее потребление. Вряд ли домохозяйства сберегают просто ради того

чтобы сберегать. Сбережения делаются для того, чтобы иметь возможность больше потреблять в будущем. Сбережения могут быть использованы для того, чтобы отложить потребление на более поздний период жизни, чтобы оставить наследство детям, увеличив их потребление, или даже для того, чтобы поставить надгробье после своей смерти. Но коль скоро индивид не считает, что сбережения доставляют ему полезность непосредственно, его решение о распределении дохода между потреблением и сбережениями должно определяться предпочтениями относительно текущего и будущего потребления и информацией о будущем.

В свете сказанного становиться очевидной некорректность многих суждений относительно природы сбережений. Так, например, часто утверждается, что бедные индивиды сберегают меньшую долю своих доходов по сравнению с богатыми, потому, что их доходы лишь незначительно превышают прожиточный минимум. Но данные рассуждения не учитывают тот факт, что индивиды, имеющие очень низкие доходы сегодня, могут столкнуться с той же проблемой и завтра. Так что их сбережения должны зависеть от динамики будущих доходов в той же степени, что и сбережения обеспеченных индивидов<sup>\*</sup>.

В качестве еще одного примера можно рассмотреть распространенное убеждение, согласно которому потребление не в последнюю очередь определяется желанием «чтобы все было не хуже, чем у людей». Опять таки, данное утверждение обходит стороной сущность сбережений. Т.к. сбережения отчасти определяют будущий уровень потребления, высокое потребление и низкие сбережения сегодня приведут к снижению потребления в будущем. Так что с таким же успехом можно говорить о том, что желание «чтобы все было не хуже, чем у людей» не только сейчас, но и в будущем, будет заставлять индивидов снижать, а не увеличивать текущее потребление<sup>2</sup>.

## **Приложение: эмпирические функции потребления**

В традиционном кейнсианском анализе функция потребления определяет зависимость потребительских расходов от величины текущего располагаемого дохода. Дж. М. Кейнс отмечал, что «объем совокупного потребления в основном зависит от объема совокупного дохода», и что эта зависимость является «достаточно устойчивой функцией». По его мнению, «вполне очевидно, что более высокий по абсолютной величине уровень дохода ... приводит, как правило, к более высокой доле сберегаемого дохода» (Keynes, 1936, стр. 96-97, отмечено курсивом в оригинале).

Тот факт, что важную роль в своем анализе колебаний Дж. М. Кейнс отводил именно функции потребления, породил многочисленные попытки оценить взаимосвязь потребления и текущего дохода. В противовес мнению Кейнса, эти исследования не выявили наличие состоятельной, устойчивой взаимосвязи. Для совокупности домохозяйств в каждый момент времени зависимость действительно имеет вид, постулированный Кейнсом. Пример такой зависимости представлен на Рис. 7.1(а). Но для временных рядов,

<sup>\*</sup> Предполагается, что кредит доступен даже самым низкооплачиваемым и что норма временных предпочтений не зависит от благосостояния (прим. науч. ред.).

<sup>2</sup> См. Abel (1990) и Campbell and Cochrane (1999), где более подробно обсуждается вопрос о том, как сравнение собственного потребления с потреблением других индивидов влияет на сбережения, если потребитель сознает, что сбережения определяют будущее потребление.

относящихся к той или иной стране, агрегированное данных потребление практически пропорционально совокупному доходу (см. Рис. 7.1(b)). Кроме того, функция потребления отличается для разных групп населения. Например, наклон функции потребления практически совпадает для белых и чернокожих. Однако функция потребления белых расположена на плоскости выше (см. Рис. 7.1(c)).

Как показал М. Фридман (Friedman, 1957), все эти факты легко находят объяснение в рамках гипотезы перманентного дохода. Предположим, что потребление действительно определяется перманентным доходом:  $C = Y^P$ . Текущий доход определяется как сумма перманентного и временного дохода:  $Y = Y^P + Y^T$ . А т.к. временный доход отражает отклонения текущего дохода от перманентного, в большинстве выборок его среднее значение близко к нулю и практически не коррелирует с перманентным доходом.

Рассмотрим теперь регрессию потребления на текущий доход:

$$C_i = a + bY_i + e_i \quad (7.7)$$

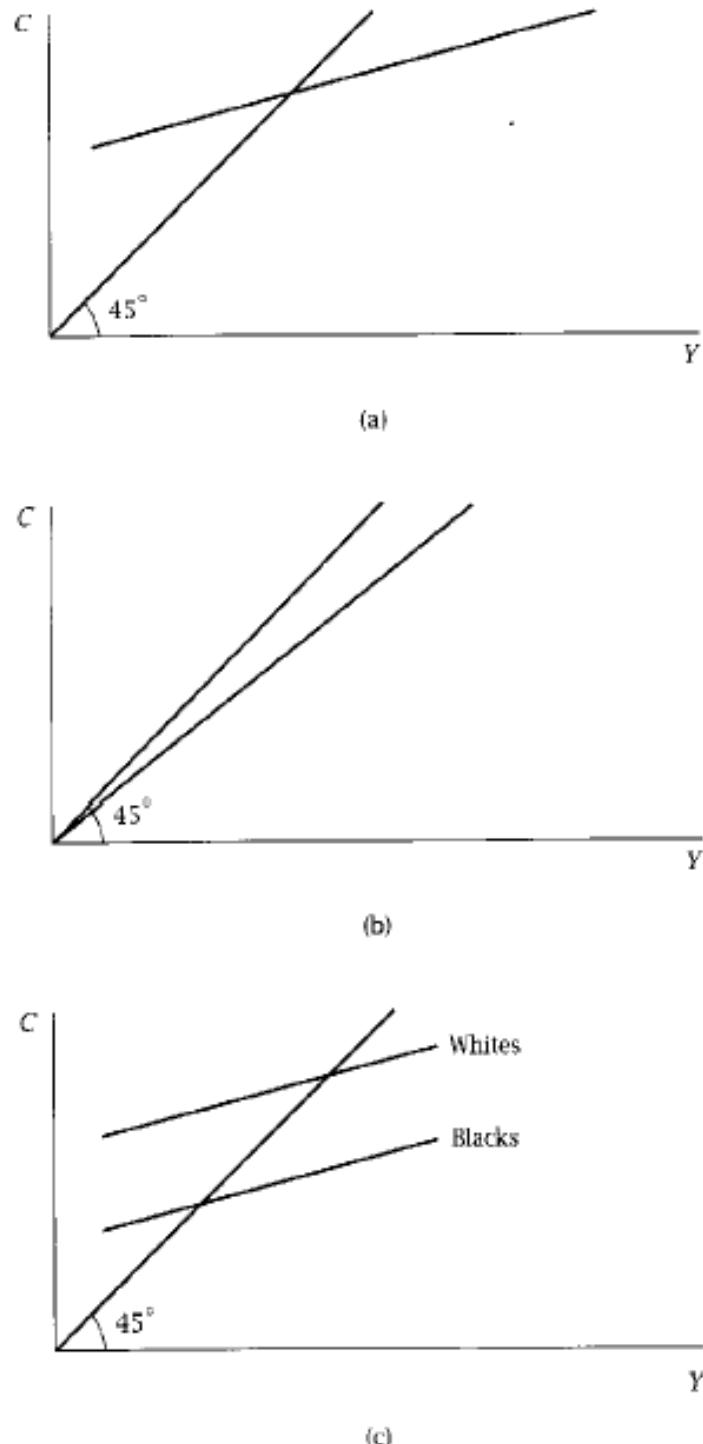
В одномерной регрессии оценка коэффициента перед независимой переменной равна отношению ковариации независимой и зависимой переменных к дисперсии независимой переменной. Это означает, что

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \frac{\text{Cov}(Y, C)}{\text{Var}(Y)} \\ &= \frac{\text{Cov}(Y^P + Y^T, Y^P)}{\text{Var}(Y^P + Y^T)} \\ &= \frac{\text{Var}(Y^P)}{\text{Var}(Y^P) + \text{Var}(Y^T)}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

При переходе ко второй строке был использован тот факт, что текущий доход равен сумме перманентного и временного дохода, и что потребление равно перманентному доходу. Последний переход опирается на предположение о некоррелированности перманентного и временного доходов. Кроме того, оценка константы равна среднему значению зависимой переменной за вычетом произведения оценки коэффициента наклона и среднего значения независимой переменной. Таким образом,

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \bar{C} - \hat{b}\bar{Y} \\ &= \bar{Y}^P - \hat{b}(\bar{Y}^P + \bar{Y}^T) \\ &= (1 - \hat{b})\bar{Y}^P, \end{aligned} \quad (7.9)$$

где переход к последней строке использует предположение о нулевом среднем значении временного дохода.



**Рис. 7.1. Различные формы взаимосвязи между текущим доходом и потреблением**

Таким образом, гипотеза перманентного дохода предсказывает, что коэффициент наклона оцененной функции потребления,  $\hat{b}$ , определяется, главным образом, относительной вариацией перманентного и временного доходов. Интуитивная трактовка этой гипотезы состоит в следующем. Рост текущего дохода приводит к росту потребления лишь в той степени, в какой рост текущего дохода отражается на уровне перманентного дохода. В случае,

когда вариация перманентного дохода значительно превышает вариацию временного дохода, изменения в текущем доходе в значительной степени связаны с изменениями в перманентном доходе, так что потребление растет практически так же, как и текущий доход. Но в случае, когда вариация перманентного дохода незначительна в сравнении с вариацией текущего дохода, лишь малая часть последней связана с вариацией перманентного дохода, а потому потребление незначительно меняется с ростом текущего дохода.

Этот анализ можно использовать, чтобы понять особенности эмпирических функций потребления, изображенных на Рис. 7.1. Значительная часть вариации дохода по домохозяйствам а отражает такие факторы как безработица и тот факт, что домохозяйства находятся на разных стадиях жизненного цикла. В результате оценка коэффициента наклона значительно меньше единицы и константа  $a$  (определяющая точку пересечения прямой с осью ординат) положительна. Для временного ряда ситуация совсем другая: практически все изменения в совокупном доходе отражают долгосрочный экономический рост, т.е. перманентный рост ресурсов в экономике. Поэтому оценка коэффициента наклона близка к единице, а константа близка к нулю<sup>3</sup>.

Рассмотрим теперь различие в функции потребления для белых и чернокожих. Отношения дисперсий перманентного и временного дохода близки для двух групп, так что близки и оценки  $b$ . Однако доходы чернокожих в среднем ниже, чем доходы белых. Как следствие, оценка коэффициента  $a$  для чернокожих ниже, чем для белых (см. [7.9]).

Чтобы понять этот результат на интуитивном уровне, рассмотрим представителей каждой группы, чей текущий доход равен среднему доходу белого. Коль скоро число чернокожих, чей доход ниже, в данной ситуации превышает число чернокожих, чей доход выше данного, вероятнее всего, перманентный доход рассматриваемого индивида будет ниже текущего. В результате, чернокожие с данным уровнем текущего дохода в среднем имеют более низкий уровень перманентного дохода, так что их потребление в среднем также окажется ниже текущего дохода. Для белого же индивида рассматриваемый уровень дохода является средним. И получив текущий доход, совпадающий в среднем с перманентным, белый индивид потратит его весь на потребление. Таким образом, гипотеза перманентного дохода объясняет различный характер потребления чернокожих и белых различием в среднем уровне доходов этих двух групп, а отнюдь не различиями в культуре или вкусах.

## 7.2 Потребление в условиях неопределенности: гипотеза случайного блуждания

### Индивидуальное поведение

---

<sup>3</sup> В данном случае, хотя потребление практически пропорционально доходу, коэффициент пропорциональности меньше 1, т.е. потребление в среднем ниже перманентного дохода. Как это объясняет Фридман, существует несколько направлений модификации базовой теории, позволяющих получить подобный результат. Одно из направлений предполагает рассмотрение взаимосвязи поколений и долгосрочного роста: если молодые поколения, как правило, сберегают, а старые – тратят сбережения, тот факт что каждое последующее поколение богаче предшествующего, влечет за собой превышение сбережений молодых над расходами старых.

В данном разделе мы введем в анализ фактор неопределенности. При этом по-прежнему будет предполагаться, что ставка процента и норма дисконтирования равны нулю. Кроме того, положим, что функция текущей полезности является квадратической. Таким образом, индивид максимизирует:

$$E[U] = E\left[\sum_{t=1}^T \left(C_t - \frac{a}{2} C_t^2\right)\right], \quad a > 0. \quad (7.10)$$

Мы будем полагать, что богатство индивида находится на таком уровне, что потребление всегда лежит в диапазоне, где предельная полезность положительна. Индивид должен к концу жизни расплатиться по долгам. Так что бюджетное ограничение снова имеет вид (7.2),  $\sum_{t=1}^T C_t \leq A_0 + \sum_{t=1}^T Y_t$ .

Как и в главах 2 и 4, описывая поведение индивида, мы применим подход, использующий уравнение Эйлера. А именно, предположим, что потребитель сделал оптимальный выбор относительно уровня потребления в первом периоде на основе имевшейся на тот момент времени информации, и в каждый последующий момент времени он принимает оптимальное решение относительно потребления, опираясь на объем информации, доступной к этому моменту. Рассмотрим ситуацию, когда уровень потребления  $C_1$  снижается на величину  $dC$ , и эта величина идет на увеличение уровня потребления в какой-то будущий момент времени. Если индивид оптимизирует свое поведение, предельное изменение подобного рода не должно отразиться на уровне ожидаемой интегральной полезности. Предельная полезность потребления в первом периоде равна  $1 - aC_1$ , так что изменение в потреблении будет связано с потерей в уровне текущей полезности, равной  $(1 - aC_1)dC$ . А т.к. предельная полезность потребления в период  $t$  равна  $1 - aC_t$ , рассматриваемое увеличение будущего потребления дает ожидаемую выгоду  $E_1[1 - aC_t]dC$ , где  $E_1[\bullet]$  - оператор рациональных ожиданий на основе информации, доступной в первом периоде. Таким образом, при оптимальном поведении должно выполняться равенство:

$$1 - aC_1 = E_1[1 - aC_t], \quad \text{для } t = 2, 3, \dots, T. \quad (7.11)$$

Так как  $E_1[1 - aC_t]$  равно  $1 - aE_1[C_t]$ , получаем:

$$C_1 = E_1[C_t], \quad \text{для } t = 2, 3, \dots, T. \quad (7.12)$$

Бюджетное ограничение индивида (7.2) должно выполняться как равенство. Поэтому ожидаемые величины правой и левой части бюджетного ограничения должны быть равны между собой:

$$\sum_{t=1}^T E_1[C_t] = A_0 + \sum_{t=1}^T E_1[Y_t] \quad (7.13)$$

Из уравнения (7.12) следует, что левая часть (7.13) равна  $TC_1$ . Подставив это выражение в (7.13) и поделив обе части на  $T$ , получим:

$$C_1 = \frac{1}{T} \left( A_0 + \sum_{t=1}^T E_t[Y_t] \right). \quad (7.14)$$

Таким образом, индивид потребляет в каждый период времени долю  $1/T$  всех ресурсов, которые он ожидает получить в течение жизни.

## Следствия

В соответствии с уравнением (7.12) ожидаемая в периоде 1 величина  $C_2$  равна  $C_1$ . Более того, рассуждения, аналогичные только что проведенным, показывают, что в каждый период времени ожидаемый уровень потребления в следующем периоде совпадает с текущим уровнем потребления. Отсюда следует, что изменения в уровне потребления непредсказуемы. По определению математического ожидания

$$C_t = E_{t-1}[C_t] + e_t, \quad (7.15)$$

где  $e_t$  - случайная величина, ожидаемое значение которой в периоде  $t-1$  равно нулю. С учетом того, что  $E_{t-1}[C_t] = C_{t-1}$ , мы имеем

$$C_t = C_{t-1} + e_t. \quad (7.16)$$

Это знаменитый результат Холла (Hall, 1978), согласно которому из гипотезы жизненного цикла/перманентного дохода следует, что динамика потребления представляет собой процесс случайного блуждания. Интуитивное объяснение полученного вывода просто: избегая ожидаемых изменений в потреблении, потребитель будет стараться сгладить его траекторию. Пусть, например, ожидается, что потребление вырастет. Это означает, что текущая предельная полезность потребления превышает ожидаемую будущую предельную полезность потребления, следовательно, оптимальным является повысить текущее потребление. В результате индивид будет подстраивать свое потребление так, чтобы не ожидалось его изменений.

Наш анализ можно также использовать, чтобы выразить изменение в потреблении  $e$ . Например, рассмотрим изменение в уровне потребления при переходе из первого периода во второй. Рассуждения, аналогичные использованным при выводе (7.14), показывают, что величина  $C_2$  определяется долей  $1/(T-1)$  от ожидаемых доступных на протяжении оставшейся жизни ресурсов:

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{1}{T-1} \left( A_1 + \sum_{t=2}^T E_2[Y_t] \right) \\ &= \frac{1}{T-1} \left( A_0 + Y_1 - C_1 + \sum_{t=2}^T E_2[Y_t] \right), \end{aligned} \quad (7.17)$$

где переход ко второй строке использует условие  $A_1 = A_0 + Y_1 - C_1$ . Ожидания, формируемые во втором периоде относительно суммы будущих доходов,  $\sum_{t=2}^T E_2[Y_t]$ , можно представить как ожидания той же величины, но в первом периоде,  $\sum_{t=2}^T E_1[Y_t]$ , плюс слагаемое  $\sum_{t=2}^T E_2[Y_t] - \sum_{t=2}^T E_1[Y_t]$ , обусловленное возможным поступлением новой информации при переходе из первого во второй период. Таким образом, (7.17) можно переписать в виде:

$$C_2 = \frac{1}{T-1} \left[ A_0 + Y_1 - C_1 + \sum_{t=2}^T E_1[Y_t] + \left( \sum_{t=2}^T E_2[Y_t] - \sum_{t=2}^T E_1[Y_t] \right) \right]. \quad (7.18)$$

В соответствии с (7.14),  $A_0 + Y_1 + \sum_{t=2}^T E_1[Y_t]$  равно  $TC_1$ . Поэтому (7.18) принимает вид:

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{1}{T-1} \left[ TC_1 - C_1 + \left( \sum_{t=2}^T E_2[Y_t] - \sum_{t=2}^T E_1[Y_t] \right) \right] \\ &= C_1 + \frac{1}{T-1} \left( \sum_{t=2}^T E_2[Y_t] - \sum_{t=2}^T E_1[Y_t] \right). \end{aligned} \quad (7.19)$$

Согласно уравнению (7.19) изменение потребления во втором периоде по сравнению с первым периодом равно изменению суммарной оценки ресурсов, доступных индивиду в будущем, деленному на число оставшихся периодов жизни.

Следует обратить внимание на то, что поведение индивида соответствует принципу эквивалентности детерминированному случаю: из (7.14) видно, что индивид потребляет столько, сколько он потребил бы, если бы ему было точно известно, что величины будущих доходов совпадут с их ожидаемыми значениями. Другими словами, неопределенность относительно будущих доходов не оказывает никакого влияния на потребление.

Чтобы сделать этот результат более понятным, рассмотрим уравнение Эйлера, связывающее потребление в первом и втором периодах. Для функции текущей полезности общего вида данное условие записывается так:

$$u'(C_1) = E_1[u'(C_2)] \quad (7.20)$$

Для квадратической функции полезности предельная полезность линейна. Поэтому ожидаемая предельная полезность потребления будет совпадать с предельной полезностью ожидаемого потребления. Иными словами, (7.20) можно переписать в виде:

$$u'(C_1) = u'(E_1[C_2]). \quad (7.21)$$

Здесь учтено, что  $E_1[1 - aC_2] = 1 - aE_1[C_2]$ . Из (7.21) следует, что  $C_1 = E_1[C_2]$ .

Таким образом, поведение, соответствующее принципу эквивалентности, возникает вследствие предположения о квадратической функции полезности. Если функция полезности не является квадратической, предельная полезность не линейна, а значит, (7.21) не следует из (7.20). Мы вернемся еще раз к этому вопросу в разделе 7.6.<sup>4</sup>

### 7.3 Эмпирические приложения: два теста гипотезы случайного блуждания

Холл получил, что потребление следует процессу случайного блуждания. Данный результат явно противоречил существовавшим тогда взглядам на потребление.<sup>5</sup> Традиционный взгляд на потребление состоит в том, что в ходе делового цикла потребление снижается, когда падает выпуск, но при этом можно ожидать его восстановление. В этом смысле изменения в потреблении предсказуемы. Напротив, в соответствии с предложенной Холлом модификацией гипотезы перманентного дохода, потребление, реагируя на непредсказуемое уменьшение дохода, падает только на величину снижения перманентного дохода. При этом нет оснований ожидать, что в дальнейшем оно вернется к прежнему уровню.

Серьезное расхождение двух представленных взглядов породило многочисленные исследования вопроса о том, приводят ли предсказуемые изменения в доходе к предсказуемым изменениям в потреблении. Гипотеза, согласно которой потребление реагирует на предсказуемые изменения дохода, получила название гипотезы *избыточной чувствительности* потребления (Flavin, 1981).<sup>6</sup>

---

<sup>4</sup> Вывод о том, что случайные изменения в потреблении имеют нулевое среднее и непредсказуемы (уравнение [7.16]), основан на специфическом предположении о квадратической функции полезности (а также о равенстве нормы дисконтирования и ставки процента). Однако утверждение о том, что отклонения в темпе роста потребления от среднего значения являются непредсказуемыми, справедливо и при более общих предположениях. См., например, Задачу 7.3.

<sup>5</sup> Действительно, говорят, что когда Холл впервые представил статью, содержащую теоретический вывод и эмпирическое подтверждение результата о случайном блуждании, один именитый макроэкономист сказал ему, что, видимо, работа была написана под воздействием наркотиков.

<sup>6</sup> Гипотеза перманентного дохода также предсказывает, как потребление будет реагировать на непредвиденные изменения дохода. Например, в представленной в разделе 7.2 модели реакция потребления на появление новой информации характеризуется уравнением (7.19). Существует т.н. гипотеза *избыточной гладкости (сглажженности) потребления*, согласно которой потребление реагирует на непредвиденные изменения дохода слабее, чем это предсказывает гипотеза перманентного дохода. Коль скоро гипотеза избыточной чувствительности рассматривает реакцию на предвиденные изменения дохода, в то время как гипотеза избыточной гладкости имеет дело с непредвиденными изменениями, вполне допустимо, что потребление может одновременно оказаться и избыточно чувствительным и избыточно гладким. Анализ феномена избыточной гладкости можно найти в работах Campbell and Deaton (1989), West (1988), Flavin (1993). См. также Задачу 7.4.

## Тесты Кембелла-Мэнкью на основе агрегированных данных

В соответствии с гипотезой случайного блуждания изменения в потреблении являются непредсказуемыми: никакая информация, доступная в момент времени  $t-1$ , не может помочь предсказать изменение в потреблении между периодами  $t-1$  и  $t$ . Таким образом, один из возможных подходов к проверке гипотезы случайного блуждания состоит в построении регрессии приращения потребления на известные в период времени  $t-1$  переменные. Справедливость гипотезы случайного блуждания будет подтверждена, если коэффициенты при этих переменных не будут систематически отличаться от 0.

В своей работе Холл использовал именно этот подход. Он показал, что невозможно отклонить гипотезу о том, что как потребление, так и доход, взятые с лагом, не в состоянии предсказать изменения потребления. Однако, Холл обнаружил, что предшествующая динамика цен акций обладает статистически значимой предсказательной силой для изменений потребления.

Недостатком данного подхода является то, что результаты теста сложно интерпретировать. Например, один из результатов, полученных Холлом, состоит в том, что взятые с лагом значения дохода не обладают предсказательной силой для текущего потребления. Но это может иметь место не потому, что предсказуемые изменения в доходе не приводят к предсказуемым изменениям в потреблении, а потому, что динамика дохода в прошлом бесполезна для предсказания изменений в текущем доходе. Трудно также оценить насколько важен для отклонения гипотезы случайного блуждания результат, связывающий между собой предшествующую динамику показателей фондового рынка и изменения текущего потребления.

В работе Campbell and Mankiw (1989b) используется метод инструментальных переменных, чтобы сопоставить гипотезу Холла с конкретной альтернативной гипотезой. В качестве альтернативы авторы предлагают следующее: часть потребителей просто расходуют свой текущий доход, в то время как остальная часть ведет себя в соответствии с теорией Холла. Из альтернативной гипотезы следует, что изменение потребления при переходе от периода  $t-1$  к периоду  $t$  равно изменению текущего дохода для первой группы потребителей и равно изменению оценки перманентного дохода для второй группы. Обозначая долю потребления приходящуюся на потребителей первой группы через  $\lambda$ , можно представить изменение потребления в виде:

$$\begin{aligned} C_t - C_{t-1} &= \lambda(Y_t - Y_{t-1}) + (1-\lambda)e_t \\ &= \lambda Z_t + v_t, \end{aligned} \tag{7.22}$$

где  $e_t$  - изменение оценки перманентного дохода при переходе от периода  $t-1$  к периоду  $t$ .

Случайные величины  $Z_t$  и  $v_t$ , скорее всего, коррелированы. В ситуации, когда текущий доход домохозяйств значительно возрастает, домохозяйства, как правило, ожидают увеличение доходов и в будущем. Но это означает, что переменная в правой части (7.22) положительно коррелирована с ошибкой. А

следовательно, оценивание (7.22) с помощью метода наименьших квадратов даст смещенную вверх оценку  $\lambda$ .

Данную проблему можно обойти, если использовать не стандартный метод наименьших квадратов, а метод инструментальных переменных. На интуитивном уровне метод инструментальных переменных легче всего понять, интерпретируя его как двухшаговый метод наименьших квадратов. Нужно найти переменные, которые были бы коррелированы с переменными в правой части регрессии, и при этом не были бы коррелированы с остатком. Выбрав подобные *инструменты*, на первом шаге нужно построить регрессию переменной, стоящей в правой части,  $Z_t$ , на данные инструменты. Затем, на втором шаге, следует построить регрессию объясняемой переменной,  $C_t - C_{t-1}$ , на значения  $\hat{Z}_t$  - оценки  $Z_t$ , полученные на первом шаге. Таким образом, оценивается регрессия

$$\begin{aligned} C_t - C_{t-1} &= \lambda \hat{Z}_t + \lambda(Z_t - \hat{Z}_t) + \nu_t \\ &\equiv \lambda Z_t + \tilde{\nu}_t. \end{aligned} \quad (7.23)$$

Остаток в (7.23),  $\tilde{\nu}_t$ , состоит из двух компонент,  $\nu_t$  и  $\lambda(Z_t - \hat{Z}_t)$ . Предполагается, что инструменты, использованные для построения  $\hat{Z}$ , не коррелированы с  $\nu_t$ . А т.к. величина  $\hat{Z}$  получена как оценка из регрессии, то, по построению, она не коррелирует с остатком из этой регрессии,  $Z - \hat{Z}$ . Так что регрессия  $C_t - C_{t-1}$  на  $\hat{Z}$  дает корректную оценку  $\lambda$ .<sup>7</sup>

Распространенное затруднение, связанное с использованием метода инструментальных переменных, состоит в поиске подходящих инструментов: часто бывает сложно найти переменные, в отношении которых существует уверенность, что они не коррелированы с остатком. Но в ситуации, когда остаток характеризует новую информацию, пришедшую при переходе от периода  $t-1$  к периоду  $t$ , с теоретической точки зрения существует достаточно много подходящих инструментов, т.к. любая переменная, чье значение известно в периоде  $t-1$  не коррелирована с остатком.

Перейдем к специфике теста Кемпбелла и Мэнкью. Они использовали квартальные данные по реальным расходам на текущее потребление и услуги на душу населения и реальному располагаемому доходу на душу населения за период с 1953 по 1986 год. Рассматривались различные наборы инструментов. Было показано, что взятые с лагом изменения дохода не имеют практически никакой предсказательной силы для будущих изменений. Значит, то, что Холл

<sup>7</sup> Тот факт, что  $\hat{Z}$  определяется оценкой коэффициентов, создает два затруднения. Во-первых, неопределенность относительно этих оцененных коэффициентов должна быть учтена при определении стандартной ошибки оценки  $\lambda$ . Расчет стандартных ошибок в методе инструментальных переменных действительно учитывает данный аспект. Во-вторых, поскольку коэффициенты, построенные на первом шаге, являются оценочными, между  $\hat{Z}$  и  $\nu$  возникает корреляция того же знака, что и между  $Z$  и  $\nu$ . Эта корреляция исчезает при увеличении объема выборки. Таким образом, метод инструментальных переменных дает состоятельную, но смещенную оценку. И если инструменты достаточно слабо коррелированы с переменными в правой части, смещенность оценки для конечной выборки может быть значительной. См., например, Nelson and Startz (1990) и Staiger and Stock (1997).

не обнаружил у взятых с лагом величин доходов предсказательной силы для определения изменений в потреблении, не является весомым аргументом против традиционного взгляда на потребление. Поэтому в базовом случае Кемпбелл и Мэнкью рассматривали в качестве инструментов взятые с лагами величины изменений в потреблении. При использовании трех лаговых значений оценка  $\lambda$  составила 0.42 при стандартной ошибке 0.16. Для пяти лаговых значений оценка составила 0.52 при стандартной ошибке 0.13. Другие спецификации дали схожие результаты.

Таким образом, оценки, полученные Кемпбеллом и Мэнкью, демонстрируют большое и статистически значимое отклонение в поведении от модели случайного блуждания: потребление возрастает примерно на пятьдесят центов в ответ на предвиденное увеличение дохода на 1 доллар. Так что нулевая гипотеза об отсутствии реакции отвергается. В то же время, полученные оценки  $\lambda$  намного ниже 1. Таким образом, гипотеза перманентного дохода все-таки важна для понимания динамики потребления.<sup>8</sup>

## Тест Шиа на основе данных по домохозяйствам

Метод проверки гипотезы случайного блуждания на агрегированных данных обладает рядом недостатков. Наиболее очевидный из них – малое число наблюдений. Кроме того, достаточно сложно найти переменные, обладающие значительной предсказательной силой относительно изменений дохода. Это затрудняет проверку основного результата гипотезы случайного блуждания, согласно которому предсказуемые изменения дохода не должны быть связаны с предсказуемыми изменениями потребления. И наконец, теория Холла описывает индивидуальное потребление, что требует введение дополнительных предположений при переходе к анализу на основе агрегированных данных. Например, появление новых домохозяйств и исчезновение существующих может привести к тому, что предсказания теории не получат подтверждения на

---

<sup>8</sup> Кроме того, метод инструментальных переменных характеризуется сверхидентифицирующими ограничениями (overidentifying restrictions), которые могут быть протестированы. Если взятые с лагом величины изменений в потреблении являются подходящими инструментами, они не коррелируют с  $V$ . Следовательно, т.к. мы извлекаем из инструментов всю информацию о росте дохода, они не должны иметь никакой дополнительной предсказательной силы для переменных в левой части. В противном случае, это свидетельствовало бы об их корреляции с  $V$ , т.е., они не были бы подходящими инструментами. Можно построить регрессию оцененных в (7.22) остатков на инструменты. Это покажет, действительно ли инструменты обладают предсказательной силой. Если нулевая гипотеза верна (т.е. инструменты являются подходящими), то произведение  $R^2$  этой регрессии на число наблюдений обладает асимптотическим распределением  $\chi^2$  со степенью свободы равной числу сверхидентифицирующих ограничений, т.е. количеству инструментов за вычетом количества эндогенных переменных.

В исследовании Кэмпбелла и Мэнкью, данная  $TR^2$  статистика имеет  $\chi^2_2$  распределение, когда берется три лаговых значения изменений в потреблении, и  $\chi^2_4$  распределение, когда берется пять лаговых значений. Значения статистики теста в обоих случаях составляют лишь 1,83 и 2,94, что относится лишь к 59-ому и 43-ему процентилю соответствующих  $\chi^2$  распределений. Таким образом, гипотеза, что инструменты выбраны корректно, не может быть отвергнута.

агрегированном уровне, в то время как на уровне конкретного домохозяйства будут вполне соответствовать действительности.

Исходя из этих соображений, многие исследователи рассматривали динамику потребления на основе данных по домохозяйствам. В исследовании Shea (1995) особое внимание уделяется идентификации предсказуемых изменений в доходе. Шиа рассматривал данные PSID по доходам работников, имеющих долгосрочные профсоюзные контракты. Для этих домохозяйств заложенный в контракте рост заработной платы и прочих выплат обеспечивает наличие важной предсказуемой компоненты в росте доходов.

Шиа построил выборку из 647 наблюдений, для которых профсоюзный контракт дает четкую информацию о будущих доходах домохозяйств. Регрессия темпа роста фактической заработной платы на оценку доходов, построенную на основе профсоюзного контракта, а также некоторые контрольные переменные дает коэффициент перед построенной оценкой 0.86 при стандартной ошибке 0,20. Таким образом, профсоюзный контракт действительно обладает хорошей предсказательной силой для будущих изменений дохода.

Затем Шиа построил регрессию темпа роста потребления на введенную меру ожидаемого темпа роста заработной платы. В соответствии с гипотезой перманентного дохода коэффициент при этой мере должен быть равен нулю.<sup>9</sup> Но оценка коэффициента получилась равной 0.89 при стандартной ошибке 0.46. Таким образом, Дж. Шиа обнаружил количественно сильное (хотя лишь предельно статистически значимое) отклонение в поведении от гипотезы случайного буждания.

Напомним, что проведенный в разделах 7.1-7.2 анализ опирался на важное предположение, согласно которому домохозяйства могут беспрепятственно заимствовать при условии, что они рано или поздно расплатятся по долгам. Одна из причин несостоятельности гипотезы случайного буждания может быть связана с нереалистичностью данного предположения. В действительности многие домохозяйства сталкиваются с проблемой ограничений ликвидности. Если домохозяйства не имеют возможности брать в долг и их текущие доходы меньше перманентного дохода, то потребление в существенной степени определяется текущим доходом. В данной ситуации предсказуемые изменения в доходе порождают предсказуемые изменения в потреблении.

Шиа исследовал проблему ограничений ликвидности двумя способами. Во-первых, следуя работе Zeldes (1989), он разбил домохозяйства на группы в соответствии с тем, владеют ли они ликвидными активами. Домохозяйства, владеющие ликвидными активами, могут сгладить траекторию своих расходов на потребление, продавая данные активы, вместо того чтобы брать в долг. Таким образом, если предсказуемые изменения в заработной плате воздействуют на динамику потребления вследствие наличия ограничений ликвидности, гипотеза перманентного дохода будет опровергаться только для домохозяйств, не владеющих ликвидными активами. Однако, Шиа обнаружил, что оценка воздействия предсказуемых изменений в темпе роста заработной платы на потребление практически совпадает для двух групп домохозяйств.

---

<sup>9</sup> В качестве альтернативы, можно было бы взять за основу подход Кемпбелла и Мэнкью, и рассмотреть регрессию темпа роста потребления на темп роста дохода, используя построенную характеристику темпа роста заработной платы как инструментальную переменную. Поскольку между построенной и фактической характеристиками существует очень тесная взаимосвязь, данный подход должен был бы дать схожий результат.

Во-вторых, следуя работе Altonji and Siow (1987), Шиа разбил выборку по индивидам с низким уровнем богатства на две, в соответствии с тем, ожидалось ли для них увеличение или снижение реальной заработной платы. Индивиды, ожидающие снижение своих доходов, должны сберегать, а не брать в долг, чтобы сгладить свое потребление. Если ограничения ликвидности действительно играют важную роль, предсказуемое увеличение заработной платы должно вызывать предсказуемый рост потребления, в то время как предсказуемое снижение заработной платы не должно приводить к предсказуемому снижению потребления.

Шиа получил прямо противоположные результаты. Для домохозяйств с положительным ожидаемым темпом роста дохода, оценка воздействия предвиденного изменения заработной платы на темп роста потребления составила 0.06 (при стандартной ошибке равной 0.79). А для домохозяйств с отрицательным ожидаемым темпом роста дохода, данная оценка составила 2.24 (при стандартной ошибке равной 0.95). Таким образом, нет никаких оснований полагать, что ограничения ликвидности являются причиной выявленной Шиа несостоятельности гипотезы перманентного дохода.

Результаты исследований Кемпбелла-Мэнкью и Шиа, согласно которым потребление реагирует на предсказуемые изменения в доходе, в целом соответствуют выводам многих других исследований в данной области. Например, Wilcox (1989), Parker (1999) и Souleles (1999) выявили некоторые особенности фискальной политики, делающие изменения в доходе хорошо предсказуемыми. Виллокс исследовал зависимость доходов получателей социальных пособий от величины прожиточного минимума. Паркер обратил внимание на тот факт, что работники освобождаются от выплат социальных налогов, если их доход на протяжении года превышает определенный уровень. Соулелес проанализировал последствия скидок с подоходного налога. Все три исследователя обнаружили, что определяемые фискальной политикой предсказуемые изменения дохода в значительной степени связаны с предсказуемыми изменениями потребления.

## 7.4 Сбережения и ставка процента

Немаловажный аспект динамики потребления связан с его реакцией на изменения ставки процента. Например, многие экономисты полагают, что льготное налогообложение процентных доходов могло бы стимулировать сбережения и экономический рост. Но если потребление слабо реагирует на изменения ставки процента, подобного рода политика не даст ощутимых результатов. Таким образом, взаимосвязь потребления и нормы отдачи является важной.

### Ставка процента и рост потребления

Мы начнем с обобщения анализа потребления, который был проведен в разделе 7.1, но теперь предположим, что ставка процента не равна нулю. Хотя это отчасти и повторяет материал раздела 2.2, нам будет удобно вспомнить некоторые факты.

Для ненулевой ставки процента бюджетное ограничение индивида требует, чтобы приведенная стоимость расходов на потребление не превосходила приведенной стоимости доходов плюс начальное богатство. Предполагая постоянство ставки процента и рассматривая конечный временной горизонт в  $T$  лет, можно записать бюджетное ограничение в виде:

$$\sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^t} C_t \leq A_0 + \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^t} Y_t, \quad (7.24)$$

где  $r$  - ставка процента, и где значения всех переменных приведены к нулевому периоду.

Т.к. мы рассматриваем ненулевую ставку процента, имеет смысл также рассмотреть ненулевую норму дисконтирования. Так же как и в разделе 2.2, мы упростим анализ, рассмотрев текущую функцию полезности с постоянной относительной несклонностью к риску:  $u(C_t) = C_t^{1-\theta} / (1-\theta)$ . Как мы помним, относительная несклонность к риску  $\theta$  является величиной, обратной коэффициенту эластичности замещения потребления в различные периоды. Функция полезности (7.1) принимает вид:

$$U = \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+\rho)^t} \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta}, \quad (7.25)$$

где  $\rho$  - норма дисконтирования.

Рассмотрим теперь привычный эксперимент, когда предельно малая величина потребления в период  $t$  переносится с поправкой на множитель  $(1+r)$  в следующий период. В оптимуме предельное изменение подобного рода не должно отразиться на интегральной полезности. Предельная полезность для периода  $t$  и периода  $t+1$  равны, соответственно,  $C_t^{1-\theta} / (1+\rho)^t$  и  $C_{t+1}^{1-\theta} / (1+\rho)^{t+1}$ . Тогда указанное условие имеет вид:

$$\frac{1}{(1+\rho)^t} C_t^{-\theta} = (1+r) \frac{1}{(1+\rho)^{t+1}} C_{t+1}^{-\theta}. \quad (7.26)$$

После преобразования получаем:

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \left( \frac{1+r}{1+\rho} \right)^{1/\theta}. \quad (7.27)$$

Следовательно, в случае, когда ставка процента и норма дисконтирования не совпадают, потребление не следует простому процессу случайного блуждания. Потребление возрастает со временем, если  $r$  превышает  $\rho$ , и снижается в противном случае. Кроме того, при изменениях реальной ставки процента, должна наблюдаться также и изменения предсказуемой компоненты роста потребления. В работах Mankiw (1981), Hansen and Singleton (1983), Hall (1988b), Campbell and Mankiw (1989b) и некоторых других исследуется вопрос о том, в какой мере темп роста потребления реагирует на вариации реальной

ставки процента на. В большинстве случаев оказалось, что реакция весьма слаба. Это означает низкую межвременную эластичность замещения (т.е., большое  $\theta$ ).

## Ставка процента и сбережения в двухпериодной модели

Рост ставки процента действительно приводит к тому, что траектория потребления становится более крутой. Однако нельзя однозначно утверждать, что рост ставки процента приведет к падению первоначального уровня потребления и росту сбережений. Связано это с тем, что воздействие ставки процента на потребление и сбережения определяется не только эффектом замещения, но и эффектом дохода. Например, если индивид делает (положительные) сбережения, рост ставки процента позволит ему достичь более высоких значений потребления в каждый момент времени.

На качественном уровне эти вопросы можно проанализировать с помощью простой двухпериодной модели. В данном случае можно использовать стандартные кривые безразличия. Они представлены на Рис. 7.2. Для простоты предполагается, что индивид не обладает начальным богатством. В координатах  $(C_1, C_2)$  бюджетное ограничение индивида проходит через точку  $(Y_1, Y_2)$  (одна из возможностей – потреблять в каждом периоде весь текущий доход) и характеризуется тангенсом угла наклона  $-(1+r)$  (снижение потребления в первом периоде на единицу позволяет увеличить потребление во втором периоде на  $(1+r)$ ). Когда  $r$  возрастает, линия бюджетного ограничения по-прежнему проходит через точку  $(Y_1, Y_2)$ , но становится круче. Другими словами, она поворачивается по часовой стрелке вокруг точки  $(Y_1, Y_2)$ .

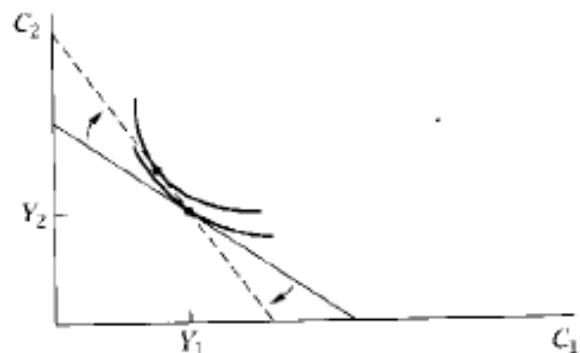
На Рис. 7.1(а), индивид первоначально выбирает точку  $(Y_1, Y_2)$ . Т.е., сбережения первоначально равны нулю. В данном случае, при увеличении  $r$  не будет иметь место эффект дохода – первоначальный выбор потребителя соответствует как старому, так и новому бюджетному ограничению. Таким образом, потребление в первом периоде неизбежно снижается, а сбережения растут.

На Рис. 7.1(б) изображен случай, когда  $C_1$  меньше  $Y_1$ . Сбережения при этом являются положительной величиной. Увеличение ставки процента порождает положительный эффект дохода – потребитель может позволить себе строго больший уровень потребления в каждом периоде по сравнению с первоначальным положением. Эффект дохода снижает сбережения, в то время как эффект замещения увеличивает их. В общем случае чистый эффект определить невозможно. В качестве частного случая, на диаграмме изображена возможная ситуация, когда сбережения остаются неизменными.

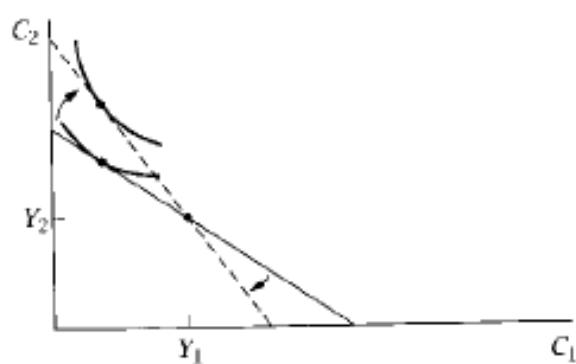
И наконец, на Рис. 7.1(с) рассмотрен случай, когда индивид осуществляет заимствования в первом периоде. Здесь и эффект замещения, и эффект дохода приводят к снижению потребления в первом периоде, так что сбережения неизбежно возрастают. (Точнее, объем заимствований падает. – Прим. научного ред.).

Т.к. запас богатства во всей экономики положителен, в среднем домохозяйства больше сберегают, чем берут в долг. Таким образом, общий эффект дохода при увеличении ставки процента положителен. Рост ставки

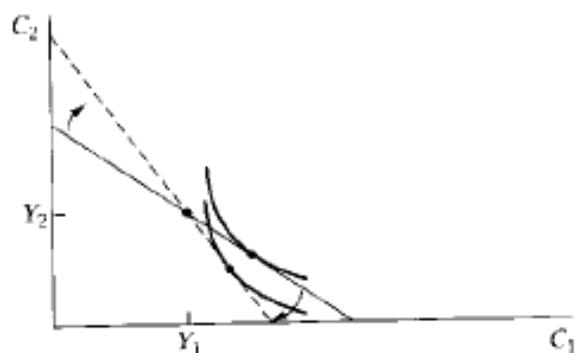
процента характеризуется двумя противоположными эффектами, влияющими на совокупные сбережения: положительным эффектом дохода и отрицательным эффектом замещения.



(a)



(b)



(c)

**Рис. 7.2. Ставка процента и выбор потребления в двухпериодной модели**

## Сложности

Один из результатов проведенного выше анализа состоит в том, что если эластичность замещения потребления в различные периоды не является

достаточно высокой, то рост ставки процента вряд ли существенно увеличит сбережения. Данный вывод, однако, не учитывает два важных момента.

Во-первых, во многих случаях, когда меняется ставка процента, изменяются и другие характеристики, важные для выбора потребления. Например, в анализе налоговой политики часто рассматривается проблема выбора между налогами на процентные доходы и прочими налогами, так чтобы при этом общая сумма доходов правительства оставалась неизменной. Как показано в Задаче 7.5, подобного рода изменение вызывает только эффект замещения, а следовательно, неизбежно влияет на потребление.

Во-вторых, если индивиды имеют достаточно продолжительные временные горизонты, даже незначительные изменения в сбережениях могут привести к большим изменениям в накопленном богатстве – тонкий аргумент, отмеченный в работе Summers (1981a). Чтобы проиллюстрировать это, рассмотрим индивида с бесконечным временным горизонтом и постоянным трудовым доходом. Предположим также, что ставка процента равна индивидуальной норме дисконтирования. В соответствии с (7.27), в данном случае потребление будет также постоянным. Соблюдение бюджетного ограничения как равенства означает, что индивид потребляет в сумме трудовой и процентный доход. Любой стационарный уровень потребления выше этой величины, нарушает бюджетное ограничение. И любой уровень ниже ее не позволяет удовлетворить бюджетному ограничению со знаком равенства. Таким образом, индивид поддерживает свой первоначальный уровень богатства вне зависимости от его величины: он готов держать любой уровень богатства при условии, что  $r = \rho$ . Аналогичным образом можно показать, что в случае  $r > \rho$  богатство индивида постепенно возрастает, а в случае  $r < \rho$  – постепенно убывает. Так что долгосрочное предложение капитала будет совершенно эластично только в случае, когда  $r = \rho$ .

Саммерс показал, что схожий, хотя и не столь сильный результат наблюдается и в случае продолжительного конечного временного горизонта. Например, предположим, что  $r$  несколько превышает  $\rho$ , межвременная эластичность замещения невелика, и трудовой доход является постоянным. Из этого следует, что потребление будет медленно возрастать на протяжении жизни. Но для достаточно длинного жизненного цикла это означает, что потребление в конце жизни может оказаться значительно выше первоначального уровня. А с учетом предположения о постоянстве трудового дохода, получается, что индивид в первой половине жизни постепенно накапливает значительное богатство, а во второй половине жизни плавно его растратывает. В результате, если временные горизонты конечны, но достаточно длинны, процесс накопления богатства в долгосрочном периоде может оказаться весьма чувствительным к изменениям ставки процента, даже если межвременная эластичность замещения достаточно мала.<sup>10</sup>

## 7.5 Потребление и рисковые активы

---

<sup>10</sup> В работе Carroll (1997) показано, что в условиях неопределенности результат несколько слабее.

Домохозяйства могут инвестировать в различные активы, для подавляющего большинства которых норма отдачи не известна достоверно. Рассмотрение нескольких активов и учет рисков поднимает качественно новые вопросы относительно поведения как домохозяйств, так и рынков финансовых активов.

## Условия индивидуальной оптимизации

Рассмотрим наш обычный эксперимент, в котором индивид снижает потребление в периоде  $t$  на бесконечно малую величину и использует дополнительные сбережения для увеличения потребления в периоде  $t+1$ . Если поведение индивида является оптимальным, данное перераспределение не должно отразиться на уровне интегральной полезности, вне зависимости от того, какой именно актив был выбран для сбережений. Таким образом

$$u'(C_t) = \frac{1}{1+\rho} E_t [(1+r_{t+1}^i) u'(C_{t+1})] \text{ для любого } i, \quad (7.28)$$

где  $r^i$  - норма отдачи некоторого  $i$ -го актива. Учитывая, что ожидание произведения двух случайных величин равно произведению их ожидаемых значений плюс их ковариация, это условие можно представить в виде:

$$u'(C_t) = \frac{1}{1+\rho} \{E_t [1+r_{t+1}^i] E_t [u'(C_{t+1})] + Cov_t (1+r_{t+1}^i, u'(C_{t+1}))\} \text{ для любого } i, \quad (7.29)$$

где  $Cov_t(\bullet)$  - оператор условной ковариации, построенный на основе информации, доступной в момент времени  $t$ .

Предположим, что функция полезности является квадратической,  $u(C) = C - aC^2/2$ . При этом предельная полезность равна  $1-aC$ . Тогда:

$$u'(C_t) = \frac{1}{1+\rho} \{E_t [1+r_{t+1}^i] E_t [u'(C_{t+1})] - aCov_t (1+r_{t+1}^i, C_{t+1})\} \quad (7.30)$$

Из уравнения (7.30) следует, что принимая решение относительно объема инвестиций в актив, индивид не должен заботиться о том, насколько данный актив является рисковым, т.к. дисперсия нормы отдачи актива не присутствует в уравнении (7.30). Можно заключить, что приобретение малого дополнительного количества рискового актива не отражается на дисперсии потребления, если риск вложений в данный актив не коррелирует с общим риском, с которым сталкивается индивид. Так что, решаясь на подобного рода предельное изменение своего богатства, индивид должен принимать во внимание только ожидаемую норму доходности актива.

В соответствии с условием (7.30) для принятия решения об объеме вложений в некоторый рисковый актив важна связь между нормой отдачи актива и потреблением. Например, предположим, что индивиду предлагается новая возможность - купить некоторый рисковый актив, чья ожидаемая норма отдачи совпадает с нормой отдачи безрискового актива, изначально доступного

ему. Если доходность рискового актива, как правило, высока, когда предельная полезность потребления также высока (т.е., когда потребление находится на низком уровне), то приобретение единицы данного актива увеличивает ожидаемую полезность на большую величину, чем в случае покупки единицы безрискового актива. Если индивиду первоначально безразлично, приобретать ли дополнительную единицу безрискового актива или нет, то индивид может повысить общую ожидаемую полезность, приобретая новый (рисковый) актив. Но чем больше индивид инвестирует в данный рисковый актив, тем сильнее его потребление зависит от доходности актива. При этом отрицательная ковариация потребления и нормы отдачи актива будет убывать по абсолютной величине. Т.к. в нашем примере мы предположили, что ожидаемая норма отдачи рискового актива совпадает с отдачей безрискового актива, индивид будет инвестировать в рисковый актив до тех пор, пока ковариация нормы отдачи актива и потребления не станет равной нулю.

Из приведенных рассуждений следует решающая роль хеджирования при оптимальном выборе портфеля ценных бумаг. Металлург, чей будущий трудовой доход зависит от благополучия американской сталелитейной отрасли, должен избегать приобретения акций, доходность вложений в которые положительно коррелирована с состоянием дел в данной отрасли, в том числе и самих акций американских сталелитейных компаний. Вместо этого, этому работнику следует инвестировать в акции, доходность по которым отрицательно связана с состоянием дел в американской сталелитейной индустрии. Например, ему следует инвестировать в акции иностранных сталелитейных компаний или в акции американских производителей алюминия.

Из данного анализа также следует, что индивиды не должны отдавать предпочтение акциям компаний, работающих на территории собственной страны. Действительно, т.к. индивид должен избегать инвестиций в актив, чья норма отдачи положительно коррелирует с другими источниками рисков потребления, теория предсказывает смещенность композиции портфеля в сторону иностранных активов. Рассматривая реалистичные значения параметров, Бакстер и Джерман (Baxter and Jermann, 1997) показали, что согласно теории типичный индивид в Соединенных Штатах должен держать короткую позицию в акциях американских компаний. Однако в действительности композиция портфелей домохозяйств в значительной степени смещена в сторону активов отечественных (внутренних) компаний (French and Poterba, 1991). Данный феномен известен как *склонность к внутренним активам*.

## **Потребительская модель формирования цен на капитальные активы**

Выше мы предполагали, что ожидаемая норма отдачи активов задана. Однако в действительности ожидаемая отдача активов зависит, среди прочего, и от спроса со стороны домохозяйств. Например, если доходность актива значительно коррелирует с потреблением, его цена должна упасть до уровня, при котором ожидаемая норма отдачи достаточно высока и потребитель заинтересован держать данный актив.

Рассмотрим следствия из этого наблюдения. Вернемся к условию первого порядка (7.30). Предположим, что все домохозяйства одинаковы. Выражая из (7.30) ожидаемую норму отдачи актива, получаем:

$$E_t[1 + r_{t+1}^i] = \frac{1}{E_t[u'(C_{t+1})]} [(1 + \rho)u'(C_t) + a\text{Cov}_t(1 + r_{t+1}^i, C_{t+1})] \quad (7.31)$$

Из уравнения (7.31) видно, что чем выше ковариация отдачи актива и потребления, тем выше должна быть ожидаемая норма отдачи.

Для безрискового актива уравнение (7.31) упрощается. Если доходность актива заранее достоверно известна, то ковариация его нормы отдачи с потреблением равна нулю. Таким образом, для безрисковой нормы отдачи,  $\bar{r}_{t+1}$ , должно соблюдаться условие:

$$1 + \bar{r}_{t+1} = \frac{(1 + \rho)u'(C_t)}{E_t[u'(C_{t+1})]}. \quad (7.32)$$

Вычитая (7.32) из (7.31) получаем:

$$E_t[r_{t+1}^i] - \bar{r}_{t+1} = \frac{a\text{Cov}_t(1 + r_{t+1}^i, C_{t+1})}{E_t[u'(C_{t+1})]}. \quad (7.33)$$

В соответствии с (7.33), разница между ожидаемой нормой отдачи рискового актива и безрисковой нормой отдачи должна быть пропорциональна ковариации нормы отдачи рискового актива и потребления.

Представленная модель определения ожидаемой нормы доходности активов известна в литературе как *потребительская модель формирования цен на капитальные активы*.

Ковариацию нормы отдачи актива и потребления называют *бетой потребления*. Основное предсказание потребительской модели формирования цен на капитальные активы состоит в том, что премия, предлагаемая держателю рискового актива, пропорциональна бете потребления (Breeden, 1979. См. также Merton, 1973 и Rubinstein, 1976).<sup>11</sup>

## Эмпирическое приложение: загадка высокой премии за риск

Рассмотрим одно из наиболее важных приложений проведенного анализа. Представим рисковый актив как некоторый широкий портфель активов. Предположим для простоты, что функция полезности индивидов характеризуется постоянной относительной несклонностью к риску. В данных предположениях уравнение Эйлера (7.28) можно переписать в виде:

---

<sup>11</sup> Исходная модель формирования цен на капитальные активы предполагает, что инвесторы должны брать в расчет среднее и дисперсию нормы отдачи портфеля активов, а не среднее и дисперсию потребления. Каждому активу в этой версии модели соответствует *рыночная бета* – ковариация нормы отдачи актива и нормы отдачи рыночного портфеля. Основной результат состоит в том, что ожидаемая премия за риск должна быть пропорциональна рыночной бете (Lintner, 1965; Sharpe, 1964).

$$C_t^{-\theta} = \frac{1}{1+\rho} E_t \left[ (1+r_{t+1}^i) C_{t+1}^{-\theta} \right] \quad (7.34)$$

где  $\theta$  - коэффициент относительной несклонности к риску. Разделив обе части уравнения на  $C_t^{-\theta}$  и помножив на  $1+\rho$  получаем:

$$1+\rho = E_t \left[ \left( 1+r_{t+1}^i \right) \frac{C_{t+1}^{-\theta}}{C_t^{-\theta}} \right]. \quad (7.35)$$

И наконец, удобно будет ввести показатель  $g_{t+1}^c$  - темп роста потребления на интервале от  $t$  до  $t+1$ , равный  $(C_{t+1}/C_t)-1$ . Опуская для простоты индекс времени, имеем:

$$E \left[ (1+r^i) (1+g^c)^{-\theta} \right] = 1+\rho. \quad (7.36)$$

Далее разложим выражение в левой части (7.36) в ряд Тейлора в окрестности  $r=g=0$  до членов второго порядка. Вычисляя соответствующие производные, записываем:

$$(1+r^i)(1+g)^{-\theta} \approx 1+r-\theta g-\theta gr + \frac{1}{2}\theta(\theta+1)g^2. \quad (7.37)$$

С учетом этого, (7.36) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} E[r^i] - \theta E[g^c] - \theta \{ E[r^i] E[g^c] + Cov(r^i, g^c) \} \\ + \frac{1}{2}\theta(\theta+1) \{ E[g^c]^2 + Var(g^c) \} \approx \rho. \end{aligned} \quad (7.38)$$

Для достаточно коротких интервалов времени члены  $E[r^i] E[g^c]$  и  $(E[g^c])^2$  пренебрежимо малы по сравнению с остальными.<sup>12</sup> Исключая их из рассмотрения, выражаем  $E[r^i]$ :

$$E[r^i] \approx \rho + \theta E[g^c] + \theta Cov(r^i, g^c) - \frac{1}{2}\theta(\theta+1)Var(g^c) \quad (7.39)$$

И снова полезно рассмотреть случай безрискового актива. В этом случае (7.39) упрощается:

$$\bar{r} \approx \rho + \theta E[g^c] - \frac{1}{2}\theta(\theta+1)Var(g^c). \quad (7.40)$$

---

<sup>12</sup> Действительно, для непрерывного времени (7.39) может быть получено без всяких приближений.

Вычитая (7.40) из (7.39), получаем:

$$E[r^i] - \bar{r} \approx \theta \text{Cov}(r^i, g^c) \quad (7.41)$$

В знаменитой работе Mehra and Prescott (1985) было показано, что наблюдаемые значения отдачи активов трудно сопоставить с уравнением (7.41). Мэнкью и Зелдес (Mankiw and Zeldes, 1991) приводят простые вычисления, раскрывающие суть проблемы. Рассчитанная по статистическим данным Соединенных Штатов за 1890-1979 гг. (именно этот интервал рассматривали Р. Мехра и Э. Прескотт), разница между средней нормой отдачи на фондовом рынке и средней нормой отдачи по краткосрочным долговым инструментам правительства, т.н. *премия за риск*, составила около 6 процентных пунктов. Таким образом, если взять среднюю норму отдачи по краткосрочным долговым инструментам правительства как ориентир для показателя безрисковой нормы отдачи в построенной модели, то величина  $E[r^i] - \bar{r}$  составит 0,06. Для того же периода времени, стандартное отклонение темпа роста потребления (измеряемого как реальные расходы на товары текущего потребления и услуги) составило 3,6 процентных пункта, а стандартное отклонение нормы отдачи на фондовом рынке равно 16,7 процентным пунктам. Коэффициент корреляции между двумя величинами составил 0,40. Исходя из этих данных, ковариация роста потребления и рыночной нормы отдачи может быть рассчитана как  $0,40(0,036)(0,167)$ , что равно 0,0024.

Из уравнения (7.41) следует, что коэффициент относительной несклонности к риску, необходимый для расчета премии за риск, определяется из равенства  $0,06 = \theta(0,0024)$ , что дает  $\theta = 25$ . Это экстраординарный уровень несклонности к риску. Эта величина означает, например, что индивид скорее согласится на гарантированное снижение потребления на 17 процентов, чем примет риск снижения потребления на 20 процентов с вероятностью 50 процентов. Мехра и Прескотт отмечают, что исходя из других соображений, несклонность к риску должна быть много меньшей. Среди прочего, столь высокая степень неприятия риска в потреблении плохо согласуется с наблюдением, что средняя безрисковая норма отдачи близка к нулю, несмотря на то, что потребление растет во времени.

Высокую премию за риск, особенно в условиях низкой безрисковой нормы отдачи, трудно объяснить в рамках модели оптимального поведения домашних хозяйств. Эта загадка *высокой премии за риск* стимулировала многочисленные исследования. Было предложено немало разных объяснений данного феномена. Однако ясного ответа не было получено.<sup>13</sup>

Более того, с тех пор как Мехра и Прескотт сформулировали эту проблему, она стала еще более ощутимой. С 1979 по 1999 год среднее значение премии за риск составило 11 процентных пунктов. При этом рост потребления стал более стабильным и в меньшей степени коррелированным с доходностью активов: стандартное отклонение темпа роста потребления составило 1,2

---

<sup>13</sup> Были предложены объяснения на основе следующих факторов: неполнота рынков и транзакционные издержки (Mankiw, 1986a; Mankiw and Zeldes, 1991; Heaton and Lucas, 1996; Luttmer, 1999), формирование привычек в потреблении (Constantinides, 1990; Campbell and Cochrane, 1999), критерий оптимального выбора, отличные от ожидаемой полезности (Weil, 1989b; Epstein and Zin, 1991; Bekaert, Hodrick, and Marshall, 1997), и неприятие потерь (Benartzi and Thaler, 1995). Работа Kocherlakota (1996) содержит обзор этих направлений. По мнению автора, загадка по-прежнему остается неразрешенной.

процентных пункта, стандартное отклонение избыточной нормы доходности составило 12,1 процентных пункта, а коэффициент корреляции между двумя этими переменными равен 0,30. Из этих данных следует, что коэффициент относительной несклонности к риску равен  $0,11/[0,30(0,012)(0,121)]$ , т.е. приблизительно 240.

Необычная доходность активов, наблюдавшаяся после выхода в свет статьи Мехры и Прескотта, является в значительной степени феноменом второй половины 1990х годов. Одно весьма любопытное соображение состоит в том, что возможно столь высокие показатели доходности активов говорят не об обострении проблемы высокой премии за риск, а, напротив, о ее исчезновении (см., например, Glassman and Hassett, 1999). Хотя эта идея может показаться странной, логика стоящая за данным выводом весьма проста: если ожидаемая норма отдачи, которая может заставить инвесторов держать акции, снижается, выплаты по акциям дисконтируются по меньшей ставке, что приводит к росту цен акций. Таким образом, резкое снижение *ex-ante* премии за риск, обусловленное изменением спроса на активы, приводит к очень высоким *ex-post* доходам на протяжении периода времени, когда премия снижается. После чего, если только не будет наблюдаться дальнейшее снижение премии, средняя доходность акций будет низкой. Очевидно, что пока рано судить о справедливости данных рассуждений.

## **7.6 За пределами гипотезы перманентного дохода**

### **Основные противоречия: буферные сбережения**

Гипотеза перманентного дохода дает привлекательное объяснение многих важных черт потребления. Например, она объясняет, почему временное снижение налогов имеет намного менее ощутимый эффект, чем перманентное сокращение. Многие аспекты взаимосвязи между потреблением и текущим доходом, которые были рассмотрены в разделе 7.1, также вполне адекватно описываются теорией перманентного дохода.

Тем не менее, существуют важные черты потребления, которые кажутся несовместимыми с гипотезой перманентного дохода. Например, как отмечалось в разделе 7.3, исследования как на макро-, так и на микроуровне показывают, что потребление реагирует на предсказуемые изменения в доходе. И как мы видели только что, простые модели оптимизации поведения потребителя не могут объяснить премию за риск.

Действительно, теория перманентного дохода не способна объяснить некоторые ключевые характеристики динамики потребления. Один из основополагающих выводов теории состоит в отсутствии связи между ожидаемым темпом роста дохода и ожидаемым темпом роста потребления на протяжении жизни: рост потребления определяется соотношением между ставкой процента и нормой дисконтирования, а не распределением дохода во времени.

В исследовании Carroll and Summers (1991) представлены убедительные доказательства того, что этот вывод из гипотезы перманентного дохода не соответствует действительности. Например, индивиды в странах с высоким темпом роста дохода, как правило, имеют высокие темпы роста потребления на

протяжении жизни, а у индивидов в медленно растущих экономиках темпы роста потребления также невысоки. Кроме того, возрастной профиль потребления отражает возрастной профиль доходов, определяемый карьерой индивида. Например, менеджеры и специалисты, как правило, имеют профили дохода, плавно возрастающие до среднего возраста, а затем выравнивающиеся. Аналогичный вид имеют траектории потребления этих индивидов.

В общем случае можно утверждать, что большинство домохозяйств обладает небольшим богатством (см., например, Wolff, 1998). Их потребление в значительной степени следует траектории текущего дохода. Тем не менее, эти домохозяйства делают небольшие сбережения, которые могут быть использованы в случае резкого снижения дохода или когда неожиданно возникает необходимость совершить определенные расходы. В терминологии Дитона (Deaton, 1991), большинство домохозяйств делает *буферные сбережения*. В результате небольшая доля домохозяйств в экономике обладает громадной долей богатства.

Неспособность гипотезы перманентного дохода объяснить эти важные наблюдения стимулировала многочисленные исследования, пытавшиеся обобщить базовую теорию или найти ей достойные альтернативы. Ниже мы рассмотрим три направления исследований, связанных с тремя идеями, которые привлекли наибольшее внимание: сбережениями из предосторожности, ограничениями ликвидности и отклонениями от полной оптимизации.<sup>14</sup>

## Сбережения из предосторожности

В разделе 7.2, вывод о том, что потребление следует процессу случайного блуждания, существенно опирался на предположение о виде функции полезности: она предполагалась квадратической. Недостаток данной спецификации состоит в том, что соответствующая функция предельной полезности достигает нуля при некотором конечном уровне потребления и далее становится отрицательной. Кроме того, в данном случае потери полезности от увеличения дисперсии потребления, не зависят от самого уровня потребления. Поскольку предельная полезность потребления снижается, отсюда следует, что индивид характеризуется возрастающей абсолютной несклонностью к риску: чем он богаче, тем выше объем потребления, которым он готов пожертвовать ради устранения некоторой неопределенности относительно уровня потребления. Чтобы избежать этих странных особенностей поведения, необходимо, чтобы предельная полезность потребления медленнее снижалась с ростом потребления. Другими словами, необходимо предположить, что третья производная функции полезности положительна, а не равна нулю.

Эффект положительной третьей производной проще понять, если предположить, что ставка процента и норма дисконтирования равны нулю. Рассмотрим снова (7.20) - уравнение Эйлера, связывающее потребление в двух

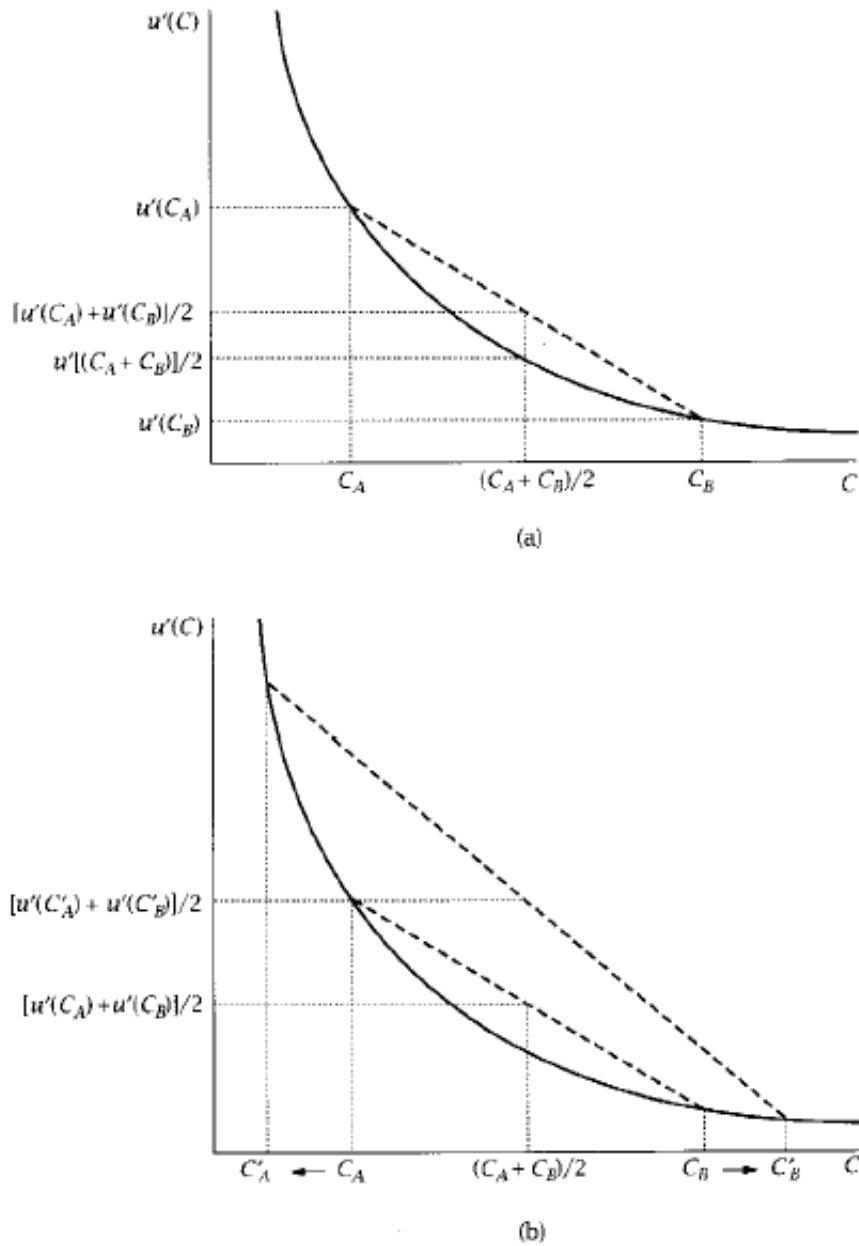
---

<sup>14</sup> Еще три обобщения гипотезы перманентного дохода, которые мы не рассматриваем, связаны с учетом потребительских товаров длительного пользования (см. Mankiw, 1982; Caballero, 1990, 1993; Eberly, 1994 и Задачу 7.6), формирования привычек в потреблении (см. Deaton, 1992, стр. 29-34, 99-100; Campbell and Cochrane, 1999) и критериев оптимального выбора, отличных от ожидаемой полезности (см. Weil, 1989b, 1990; Epstein and Zin, 1989, 1991).

последовательных периодах:  $u'(C_t) = E_t[u'(C_{t+1})]$ . Как было показано в разделе 7.2, если функция полезности является квадратической, то предельная полезность линейна, а значит  $E_t[u'(C_{t+1})]$  равно  $u'(E_t[C_{t+1}])$ . В данном случае уравнение Эйлера сводится к виду:  $C_t = E_t[C_{t+1}]$ . Но если  $u''(\bullet)$  положительна, то  $u'(C)$  является выпуклой функцией  $C$ . Тогда  $E_t[u'(C_{t+1})]$  превышает  $u'(E_t[C_{t+1}])$ . Но это означает, что если  $C_t$  равно  $E_t[C_{t+1}]$ , то  $E_t[u'(C_{t+1})]$  превышает  $u'(C_t)$ , а следовательно, малое сокращение  $C_t$  увеличивает ожидаемую полезность. Таким образом, положительная третья производная и неопределенность относительно будущих доходов вместе приводят к снижению текущего потребления и росту сбережений. В подобной ситуации говорят о *сбережениях из предосторожности* (Leland, 1968).

Рис. 7.3(а) демонстрирует влияние неопределенности на ожидаемую предельную полезность потребления при положительной третьей производной функции полезности. Т.к.  $u''(C)$  - отрицательна, то  $u'(C)$  убывает по  $C$ . И т.к.  $u'''(C)$  - положительна, то  $u'(C)$  убывает по  $C$  тем медленнее, чем больше уровень  $C$ , т.е.  $u'(C)$  - выпуклая функция  $C$ . Если потребление с вероятностью  $\frac{1}{2}$  принимает одно из двух возможных значений,  $C_A$  и  $C_B$ , тогда ожидаемая предельная полезность потребления является средним арифметическим значений предельной полезности двух уровней потребления. На диаграмме это средняя точка отрезка, соединяющего  $u'(C_A)$  и  $u'(C_B)$ . Как легко видеть, тот факт, что  $u'(C)$  является выпуклой функцией, означает, что ожидаемая предельная полезность превосходит предельную полезность среднего уровня потребления,  $(C_A + C_B)/2$ .

Рис. 7.3(б) иллюстрирует последствия увеличения степени неопределенности. В ситуации, когда увеличивается высокий уровень потребления, положительный знак  $u'''(C)$  обеспечивает сравнительно небольшое снижение предельной полезности. Но когда уменьшается низкий уровень потребления, положительный знак третьей производной усиливает рост предельной полезности. В результате рост неопределенности увеличивает ожидаемую предельную полезность для данного уровня ожидаемого потребления. Таким образом, рост неопределенности усиливает стимул сберегать.



**Рис. 7.3. Ожидаемая предельная полезность потребления для функции полезности с положительной третьей производной**

Возникает, конечно, важный вопрос: являются ли сбережения из предосторожности количественно значимыми? Чтобы исследовать его, вспомним, что в анализе премии за риск уравнение Эйлера для безрискового актива имело вид:  $\bar{r} \approx \rho + \theta E[g^c] - \theta(\theta+1)Var(g^c)/2$  (см. [7.40]). В случае, когда  $\bar{r} = \rho$ , получаем:

$$E[g^c] \approx \frac{1}{2}(\theta+1)Var(g^c) \quad (7.42)$$

Таким образом, воздействие сбережений из предосторожности на ожидаемый темп роста потребления определяется дисперсией роста потребления и

коэффициентом относительной несклонности к риску.<sup>15</sup> Если обе эти величины являются значительными, сбережения из предосторожности могут сильно влиять на ожидаемый рост потребления. Пусть коэффициент относительной несклонности к риску равен 4 (что близко к верхней границе диапазона значений, считающихся правдоподобными). И пусть стандартное отклонение темпа роста потребления домохозяйств за 1 год равно 0,1 (что согласуется с результатами эмпирических исследований Dynan, 1993, и Carroll, 1992). Тогда сбережения из предосторожности увеличивают ожидаемый темп роста потребления на  $\frac{1}{2}(4+1)(0.1)^2$ , т.е. 2.5 процентных пункта.

Из приведенного анализа следует, что сбережения из предосторожности увеличивают ожидаемый темп роста потребления; рост сбережений означает, что текущее потребление снижается. Однако один из наиболее примечательных фактов относительно поведения домохозяйств, который мы пытаемся объяснить, состоит в том, что большая часть домохозяйств сберегает мало. Как отмечает Кэрролл (Carroll 1992, 1997), данный феномен действительно может иметь место в случае, когда сбережения делаются из предосторожности и норма дисконтирования относительно высока. Высокое значение нормы дисконтирования побуждает домохозяйства иметь высокое текущее потребление. При прочих равных условиях, такие домохозяйства должны быть склонны к отрицательным сбережениям (т.е., к заимствованиям) в начале жизни. Однако, по мнению Кэрролла, мотив предосторожности является достаточно сильным. В своей формальной модели он предполагает, что предельная полезность потребления стремится к бесконечности, когда потребление достигает достаточно низкого уровня. В результате домохозяйства стараются избежать риска слишком низкого уровня потребления, с которым они могут столкнуться, если первоначально будут брать в долг, и их будущие доходы окажутся непредвиденно низкими. Поэтому они, как правило, предпочитают держать небольшой запас богатства на случай значительного снижения доходов в будущем.

Гуринчас и Паркер (Gourinchas and Parker, 1999) обобщили этот анализ, учитя жизненный цикл. Авторы утверждают, что для правдоподобных спецификаций функции полезности и значений параметров большинство домохозяйств делает буферные сбережения в молодости. Но, достигнув среднего возраста, они начинают более активно сберегать для обеспечения себя в преклонном возрасте. Данные теоретические предсказания подтверждаются эмпирически.<sup>16</sup>

## Ограничения ликвидности

<sup>15</sup> Для функции полезности общего вида коэффициент  $\theta + 1$  следует заменить на  $-Cu''(C)/u'(C)$ . По аналогии с определением коэффициента относительной несклонности к риску,  $-Cu''(C)/u'(C)$ , Кимболл (Kimball, 1990) называет величину  $-Cu''(C)/u'(C)$  коэффициентом относительной предосторожности .

<sup>16</sup> Наличие сбережений из предосторожности означает, что не только ожидания будущих доходов, но и неопределенность (риски) относительно их будущих значений влияют на потребление. Так, например, К. Ромер (C. Romer, 1990) отмечает, что огромная неопределенность, порожденная крахом 1929 года и последующими колебаниями фондового рынка, являлась основной причиной резкого снижения потребления в 1930 году, а тем самым и начала Великой депрессии.

Гипотеза перманентного дохода предполагает, что индивиды имеют возможность сберегать и брать в долг под одну и ту же ставку процента при условии, что они в конечном итоге рассчитываются по долгам. Но в действительности, как правило, ставка процента по кредитам (если рассматривать кредитные карты, ссуды на покупку автомобиля, и т.п.) существенно превышает ставку процента, на которую домохозяйства могут рассчитывать, делая сбережения. Кроме того, многие домохозяйства в принципе не имеют возможность брать в долг ни под какой процент.

Наличие ограничений ликвидности может привести к росту сбережений. Первое, наиболее очевидное соображение, почему это так, состоит в следующем: каждый раз, когда индивид непосредственно сталкивается с ограничениями ликвидности, он вынужден довольствоваться меньшим уровнем потребления по сравнению со случаем отсутствия ограничений. Второй аргумент, предложенный в работе Zeldes (1992): даже если ограничения ликвидности и не достигаются в текущем периоде, сам факт, что это может случиться когда-нибудь в будущем, снижает текущее потребление. Предположим, например, что существует вероятность снижения дохода в следующем периоде. В отсутствии ограничений ликвидности, если доход действительно снижается, индивид имеет возможность заимствовать, избегая резкого снижения потребления. Если же индивид сталкивается с ограничениями ликвидности, снижение дохода может привести к резкому снижению потребления, если только потребитель не делал в прошлом сбережений в достаточном объеме. Таким образом, ограничения ликвидности вынуждают индивидов делать сбережения, страхуя себя от риска снижения доходов в будущем.

Данные соображения можно проиллюстрировать в рамках трехпериодной модели. Чтобы отделить эффект ограничений ликвидности от эффекта сбережений из предосторожности, предположим, что функция текущей полезности является квадратической. Кроме того, пусть, как и раньше, ставка процента и норма дисконтирования равны нулю.

Начнем с рассмотрения поведения индивида во втором периоде. Обозначим через  $A_t$  - запас активов в конце периода  $t$ . Т.к. индивид живет только на протяжении трех периодов,  $C_3$  должно быть равно  $A_2 + Y_3$ , что в свою очередь равно  $A_1 + Y_2 + Y_3 - C_2$ . С учетом этого можно записать ожидаемую полезность индивида для двух последних периодов жизни и найти ее максимум по  $C_2$ :

$$U = \left( C_2 - \frac{1}{2}aC_2^2 \right) + E_2 \left[ (A_1 + Y_2 + Y_3 - C_2) - \frac{1}{2}a(A_1 + Y_2 + Y_3 - C_2)^2 \right]. \quad (7.43)$$

Выпишем производную данного выражения по переменной  $C_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial C_2} &= 1 - aC_2 - (1 - aE_2[A_1 + Y_2 + Y_3 - C_2]) \\ &= a(A_1 + Y_2 + E_2[Y_3] - 2C_2). \end{aligned} \quad (7.44)$$

Полученная производная положительна, если  $C_2 < (A_1 + Y_2 + E_2[Y_3])/2$ , и отрицательна в противном случае. Таким образом, как мы знаем из проведенного анализа, если индивид не сталкивается в данном периоде с ограничением ликвидности, он выбирает  $C_2 = (A_1 + Y_2 + E_2[Y_3])/2$ . Но если ограничение ликвидности достигается, индивид имеет возможность установить потребление лишь на максимальном достижимом уровне  $A_1 + Y_2$ . Таким образом

$$C_2 = \min \left\{ \frac{A_1 + Y_2 + E_2[Y_3]}{2}, A_1 + Y_2 \right\}. \quad (7.45)$$

Следовательно, если ограничение ликвидности достигается, это приводит к снижению текущего потребления.

Рассмотрим теперь поведение индивида в первом периоде. Если в этом периоде ограничение ликвидности не достигается, то индивид имеет возможность увеличить  $C_1$  на малую величину, снижая при этом  $C_2$ . Таким образом, если индивид обладает положительным богатством, то обычное уравнение Эйлера остается в силе. При сделанных нами специальных предположениях оно означает, что  $C_1$  равно ожидаемому значению  $C_2$ .

Однако сам по себе факт соблюдения уравнения Эйлера вовсе не означает, что ограничения ликвидности не влияют на потребление. Как следует из (7.45), если существует строго положительная вероятность достижения ограничения ликвидности во втором периоде, ожидаемое в периоде 1 значение  $C_2$  будет строго меньше ожидания величины  $(A_1 + Y_2 + E_2[Y_3])/2$ . Величина  $A_1$  равна  $A_0 + Y_1 - C_1$ , а по закону итерации ожиданий  $E_1[E_2[Y_3]]$  равно  $E_1[Y_3]$ . Следовательно,

$$C_1 < \frac{A_0 + Y_1 + E_1[Y_2] + E_1[Y_3] - C_1}{2}. \quad (7.46)$$

Добавив  $C_1/2$  к обеим частям и поделив на  $3/2$ , получаем:

$$C_1 < \frac{A_0 + Y_1 + E_1[Y_2] + E_1[Y_3]}{3}. \quad (7.47)$$

Таким образом, даже если ограничение ликвидности не достигается в настоящий момент времени, возможность столкнуться с ним в будущем снижает текущее потребление.

И наконец, если величина  $C_1$ , соответствующая условию  $C_1 = E_1[C_2]$  (где величина  $C_2$  определяется из [7.45]), превышает уровень ресурсов, доступный в первом периоде,  $A_0 + Y_1$ , то это означает достижение ограничения ликвидности. В этом случае индивид потребляет  $A_0 + Y_1$ .<sup>17</sup>

---

<sup>17</sup> Т.к. ограничения ликвидности в настоящем и будущем влияют на поведение домохозяйств, полное решение моделей с ограничениями ликвидности часто требует применения численных методов (см., например, Deaton, 1992, стр. 180-189).

Так же как и сбережения из предосторожности, ограничения ликвидности вынуждают домохозяйства делать буферные сбережения. Как мы видели, ограничения ликвидности приводят к росту сбережений. А раз так, чтобы объяснить наблюдаемые в реальности буферные сбережения, ограничения ликвидности должны быть дополнены предположением о высокой норме дисконтирования. Как и в предшествующем анализе, высокая норма дисконтирования характеризует стремление домохозяйств иметь высокое текущее потребление. Но наличие ограничений ликвидности не позволяет потреблению систематически превышать текущий доход в первые периоды жизни. Эти ограничения заставляют потребление следовать за траекторией текущего дохода.

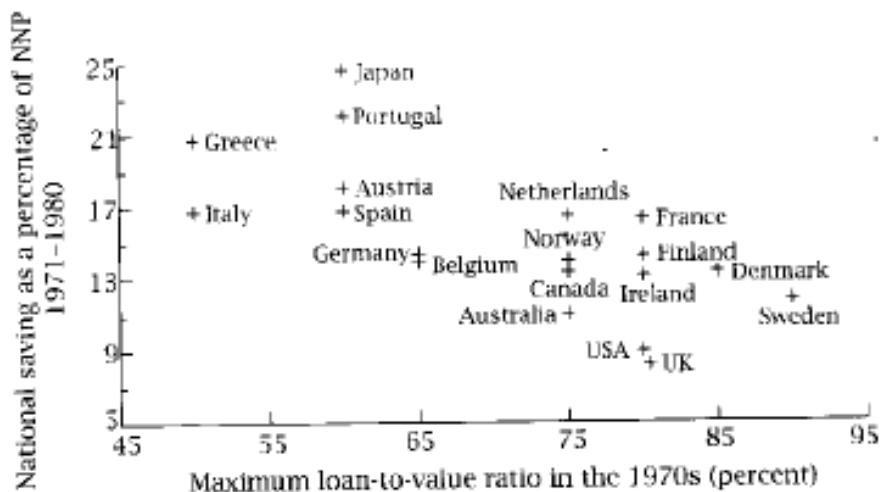
Наличие ограничений ликвидности делает риски снижения и увеличения дохода асимметричными, даже если функция полезности является квадратической. Именно поэтому возможность столкнуться с ограничениями ликвидности в будущем должна заставлять домохозяйства снижать потребление. Таким образом, даже относительно нетерпеливые домохозяйства (с высокой нормой дисконта) должны делать некоторые сбережения. Однако, количественные исследования этой проблемы показывают, что эффект ограничений ликвидности не настолько силен, чтобы объяснить даже те незначительные сбережения, которые демонстрирует статистика. Это требует совместного рассмотрения ограничений ликвидности и предосторожности. Последний, как было показано, также заставляет потребителей делать хотя бы небольшие сбережения, защищая себя от падений дохода.

## **Эмпирическое приложение: ограничения ликвидности и агрегированные сбережения**

В работе Jappelli and Pagano (1994) проводится эмпирический анализ вопроса о том, в какой мере межстрановые различия в ограничениях ликвидности влияют на различия в норме агрегированных сбережений. Вначале исследователи отмечают, что в разных странах степень ограничений ликвидности существенно различна. Например, в Испании и Японии первый взнос при покупке дома в кредит должен составлять 40 процентов стоимости, в то время как в США и Франции требуется 20 процентов или даже меньше. В Корее доступ к рынку потребительского кредита строго ограничен, а в странах Скандинавии – нет. Законодательство о банкротстве и лишении права выкупа залоговой также значительно отличается в разных странах. Например, в Бельгии и Испании требуется не меньше двух лет чтобы лишить права выкупа залоговой за просрочку платежей, в то время как в Дании и Нидерландах для этого требуется менее шести месяцев. Более высокие барьеры в процедуре лишения права выкупа, скорее всего, снижают стимулы давать в долг.

Затем Жапелли и Пагано задаются вопросом, связаны ли эти различия в доступности кредита с различиями в норме сбережений. Сначала они исследовали взаимосвязь между отношением суммы займа к стоимости покупок домохозяйств (равным единице минус доля первоначального взноса) и нормой сбережений. Как видно на Рис. 7.4., эта зависимость явно отрицательна. Затем авторы включают отношение суммы займа к стоимости покупок в регрессию нормы сбережений на показатели государственных сбережений, демографической структуры и темпа роста доходов. Коэффициент при

отношении суммы займа к стоимости получился значимым и отрицательным. Для типичной спецификации модели полученная точечная оценка допускает следующую интерпретацию: рост требуемой доли предоплаты на 10 процентов приводит к росту доли сбережений в чистом национальном продукте на 2 процента. Дополнительные исследования показали, что использование вместо отношения суммы займа к стоимости покупок характеристики доступности потребительского кредита приводит к аналогичным результатам. В итоге эмпирическое исследование подтвердило, что ограничения ликвидности являются важным фактором совокупных сбережений.<sup>18</sup>



(Обозначения: по горизонтальной оси «Максимальное отношение суммы займа к стоимости в 1970-ых годах (в процентах)», по вертикальной оси «Национальные сбережения волях от ЧНП, 1971-1980»)

**Рис. 7.4. Отношение суммы займа к стоимости покупок домохозяйств и норма сбережений (взято с разрешения из работы Jappelli and Pagano, 1994)**

## Отклонения от полной оптимизации

Предположение о полной оптимизации, не сопряженной ни с какими издержками, является весьма удобным при моделировании. И оно действительно дает неплохое первое приближение реакции индивидов на всевозможные изменения. В то же время, данное предположение о поведении людей не вполне соответствует реальности. Существуют документально подтвержденные ситуации, в которых поведение индивидов последовательно и систематически отклоняется от предсказаний стандартных моделей максимизации полезности, причем эти отклонения количественно значимы (см., например, Tversky and Kahneman, 1974, и Lowenstein and Thaler, 1989). Это может относиться и к проблеме выбора между потреблением и сбережениями. Данная задача сопряжена со сложными расчетами, продолжительными

<sup>18</sup> Жаппелли и Пагано исследовали также связь между ограничениями ликвидности и экономическим ростом. Они обнаружили, что при контроле на инвестиции ограничения ликвидности положительно влияют на рост. Этот результат трудно проинтерпретировать, поскольку наиболее вероятным каналом влияния ограничений ликвидности на рост являются сбережения (и, следовательно, инвестиции).

временными горизонтами и неопределенностью, которую трудно измерить. Так что вместо полной оптимизации своих решений, индивиды, выбирая потребление, могут предпочесть следовать простым правилам поведения (Shefrin and Thaler, 1988). В самом деле, подобные правила могут быть рациональной реакцией на такие проблемы как издержки расчета или фундаментальная неопределенность относительно будущих доходов после уплаты налогов. Пример подобного правила: обычно разумно тратить текущий доход и пополнять запас активов лишь в исключительных ситуациях. Следуя подобным правилам, домохозяйства будут делать сбережения и брать в долг, чтобы сгладить краткосрочные колебания дохода. Таким образом, скорее всего, у них будут некоторые накопления, и динамика потребления на коротком временном горизонте будет неплохо соответствовать гипотезе перманентного дохода. Но такое поведение может также привести к тому, что потребление будет вплотную следовать за траекторией дохода в долгосрочной перспективе, так что накопления будут маленькими.

В экономической литературе значительное внимание было посвящено отклонению от полной оптимизации, связанное с несогласованными во времени предпочтениями (см., например, Laibson, 1997). Многочисленные наблюдения говорят о том, что индивиды (как и животные) ведут себя беспечно на коротком временном интервале и благоразумно на длинном. Это приводит к несогласованным во времени решениям. Рассмотрим, например, выбор потребления на протяжении двух недель. Если это проблема выбора затрагивает две недели, которые наступят через год, то индивиды вряд ли будут отдавать большее предпочтение потреблению на первой неделе по сравнению со второй. Таким образом, предпочтения относительно потребления в двух периодах будут практически одинаковыми. Однако по прошествии года индивиды часто пересматривают свои решения, отдавая большее предпочтение потреблению на ближайшей неделе.

Не совсем понятно, каким образом несогласованность во времени сама по себе может объяснить реакцию потребления на предсказуемые изменения в доходе. Но она может быть частью объяснения. Более того, несогласованные во времени предпочтения играют значительную роль в объяснении ряда других феноменов, а не только потребления. См., например, Akerlof (1991) и O'Donoghue and Rabin (1999a, 1999b).

## **Можно ли сохранить гипотезу перманентного дохода?**

В работах Hubbard, Skinner and Zeldes (1994, 1995) предлагается объяснение того факта, что большинство домохозяйств держат незначительный запас активов. По духу это объяснение близко гипотезе перманентного дохода. В его основе, кроме принципа межвременной оптимизации, лежит наблюдение, что социальные программы выступают в роли страховки от слишком низких уровней потребления. Для домохозяйств, имеющих значимую вероятность оказаться за чертой бедности, наличие социальных программ снижает сбережения по двум причинам. Во-первых, эти программы напрямую страхуют домохозяйства от риска низких доходов. Во-вторых, в данной ситуации возникают очень высокие неявные ставки налога на накопления. И напротив, для домохозяйств, чье текущее положение и будущие перспективы далеки от черты бедности, потребление будет определяться стандартной межвременной

оптимизацией, и сбережения будут соответствовать результатам теории жизненного цикла. В итоге Хуббард, Скиннер и Зелдес отмечают, что различный характер потребления бедных и богатых может быть объяснен и без привлечения предположений о различиях в предпочтениях.<sup>19</sup>

## Задачи

- 7.1.** Средний доход фермеров ниже среднего дохода в других секторах экономики, но при этом он сильнее колеблется от года к году. С учетом этого факта, каково предсказание гипотезы перманентного дохода относительно различий эмпирических функций потребления фермеров и индивидов, занятых в других секторах экономики?
- 7.2. Проблема усреднения во времени.** (Working, 1960.) Статистика дает информацию о среднем потреблении на протяжении некоторого периода (например, квартала), но не данные о потреблении в каждый момент времени. В данной задаче требуется исследовать влияние этого обстоятельства.

Пусть потребление следует процессу случайного блуждания:  $C_t = C_{t-1} + e_t$ , где  $e$  - белый шум. Предположим, однако, что данные содержат потребление, усредненное за два периода, т.е.  $(C_t + C_{t+1})/2$ ,  $(C_{t+2} + C_{t+3})/2$ , и т.д.

- Найдите выражение для изменения усредненного потребления при переходе от одной пары периодов к другой, выразив его через величины  $e$ .
- Коррелируют ли последовательные во времени изменения в усредненном потреблении между собой? В свете этого, следует ли усредненное потребление процессу случайного блуждания?
- С учетом результата, полученного в части (a), определите, может ли изменение в усредненном потреблении коррелировать с какими-либо переменными, чье значение известно в начале первого из рассматриваемых двухпериодных интервалов? А с переменными, чье значение известно в двухпериодном интервале, непосредственно предшествующем первому рассматриваемому двухпериодному интервалу?
- Предположим, что измеряемое за два периода потребление будет характеризоваться не средним за два периода, а потреблением во втором периоде. Иными словами, мы наблюдаем  $C_{t+1}$ ,  $C_{t+3}$ , и т.д. Будет ли в данном случае измеряемое потребление следовать процессу случайного блуждания?

---

<sup>19</sup> Хуббард, Скиннер и Зелдес ссылаются на мотив предосторожности, чтобы объяснить, почему бедные домохозяйства держат, как правило, некоторый объем активов, когда их потребление выше гарантированного минимума. Так что эти авторы не считают, что гипотеза перманентного дохода может дать исчерпывающее объяснение буферных сбережений. В исследовании Carroll (1998) представлен альтернативный взгляд на поведение богатых домохозяйств.

**7.3.** (На основе работы Hansen and Singleton, 1983.) Пусть текущая полезность описывается функцией с постоянной относительной несклонностью к риску,  $u(C_t) = C_t^{1-\theta}/(1-\theta)$ ,  $\theta > 0$ . Предположим также, что реальная ставка процента  $r$  является постоянной, но не обязательно равной норме дисконтирования  $\rho$ .

- (a) Запишите уравнение Эйлера, связывающее  $C_t$  с ожиданиями относительно  $C_{t+1}$ .
- (b) Предположим, что логарифм дохода, а значит, и логарифм потребления  $C_{t+1}$ , имеют нормальное распределение. Обозначим через  $\sigma^2$  его условную дисперсию, исчисленную с учетом информации, доступной в момент времени  $t$ . Перепишите условие, полученное в части (a), в терминах  $\ln C_t$ ,  $E_t[\ln C_{t+1}]$ ,  $\sigma^2$  и параметров  $r$ ,  $\rho$  и  $\theta$ . (Подсказка: если переменная  $x$  имеет нормальное распределение со средним  $\mu$  и дисперсией  $V$ , то  $E[e^x] = e^\mu e^{V/2}$ .)
- (c) Покажите, что из результата части (b) для постоянных во времени  $r$  и  $\sigma^2$  вытекает, что потребление следует процессу случайного блуждания со сносом:  $\ln C_{t+1} = a + \ln C_t + u_{t+1}$ , где  $u$  - белый шум.
- (d) Как изменения параметров  $r$  и  $\sigma^2$  отразятся на ожидаемом значении темпа роста потребления  $E_t[\ln C_{t+1} - \ln C_t]$ ? Дайте содержательную интерпретацию влияния  $\sigma^2$  на ожидаемый темп роста потребления, используя обсуждение проблемы сбережений из предосторожности из раздела 7.6.

**7.4. Модель для исследования избыточной гладкости.** Предположим, что  $C_t$  равно  $[r/1+r] \left\{ A_t + \sum_{s=0}^{\infty} E_t[Y_{t+s}] / (1+r)^s \right\}$ , и  $A_{t+1} = (1+r)(A_t + Y_t - C_t)$ .

- (a) Покажите, что в данных предположениях выполняются условия  $E_t[C_{t+1}] = C_t$  (т.е. потребление следует процессу случайного блуждания) и  $\sum_{s=0}^{\infty} E_t[C_{t+s}] / (1+r)^s = A_t + \sum_{s=0}^{\infty} E_t[Y_{t+s}] / (1+r)^s$ .
- (b) Предположим, что  $\Delta Y_t = \phi \Delta Y_{t-1} + u_t$ , где  $u$  - белый шум. Пусть значение  $Y_t$  превосходит  $E_{t-1}[Y_t]$  на единицу (т.е.,  $u_t = 1$ ). Насколько при этом вырастет потребление?
- (c) В случае, когда  $\phi > 0$ , какой процесс обладает большей дисперсией: изменение информации о доходе,  $u_t$ , или изменение информации о потреблении,  $C_t - E_{t-1}[C_t]$ ? Пытаются ли потребители в данной модели сгладить траекторию потребления по сравнению с траекторией дохода, используя сбережения и заимствования? Обоснуйте ответ.

**7.5.** Рассмотрим двухпериодную модель из раздела 7.4. Предположим, что первоначально правительство формирует доходы бюджета только за счет налогообложения процентного дохода. Бюджетное ограничение индивида имеет вид:  $C_1 + C_2 / [1 + (1-\tau)r] \leq Y_1 + Y_2 / [1 + (1-\tau)r]$ , где  $\tau$  - ставка налога. Доход правительства равен 0 в периоде 1, и равен  $\tau(Y_1 - C_1^0)$  в периоде 2, где  $C_1^0$  - уровень  $C_1$ , выбранный индивидом при данной ставке налога.

Далее, предположим, что правительство отменяет налогообложение процентного дохода и вводит вместо этого паушальные налоги  $T_1$  и  $T_2$ . При этом бюджетное ограничение индивида принимает вид:  $C_1 + C_2/(1+r) \leq (Y_1 - T_1) + (Y_2 - T_2)/(1+r)$ . Пусть величины  $Y_1$ ,  $Y_2$  и  $r$  являются экзогенными.

- (a) Какими должны быть новые налоги, чтобы приведенная стоимость доходов правительства осталась неизменной?
- (b) Пусть новые налоги соответствуют условию, полученному в части (a). Где находится первоначальный выбор  $(C_1^0, C_2^0)$ : внутри, на границе, или вне области допустимых значений?
- (c) Пусть новые налоги соответствуют условию, полученному в части (a). Как изменится потребление в первом периоде: оно вырастет, снизится или останется неизменным?

#### 7.6. Потребление товаров длительного пользования. (Mankiw, 1982.)

Предположим, как и в разделе 7.2, что функция текущей полезности является квадратической, и что ставка процента и норма дисконтирования равны нулю. Предположим, однако, что потребляются товары длительного пользования. А именно, пусть  $C_t = (1-\delta)C_{t-1} + E_t$ , где  $E_t$  - объем расходов в период  $t$  и  $0 < \delta < 1$ .

- (a) Рассмотрите малое снижение расходов  $dE_t$  в периоде  $t$ . Найдите такие величины  $dE_{t+1}$  и  $dE_{t+2}$ , чтобы в совокупности изменения  $E_t$ ,  $E_{t+1}$  и  $E_{t+2}$  не затронули приведенную стоимость расходов (т.е.  $dE_t + dE_{t+1} + dE_{t+2} = 0$ ) и не изменили величину  $C_{t+2}$  (т.е.  $(1-\delta)^2 dE_t + (1-\delta)dE_{t+1} + dE_{t+2} = 0$ ).
- (b) Как изменения, рассмотренные в части (a), отразятся на величинах  $C_t$  и  $C_{t+1}$ ? Как они отразятся на ожидаемой полезности?
- (c) Как должны быть связаны между собой  $C_t$  и  $E_t[C_{t+1}]$ , чтобы изменения, рассмотренные в части (a), не повлияли на ожидаемую полезность? Следует ли переменная  $C$  процессу случайного блуждания?
- (d) Следует ли переменная  $E$  процессу случайного блуждания? (Подсказка: выразите  $E_t - E_{t-1}$  через  $C_t - C_{t-1}$  и  $C_{t-1} - C_{t-2}$ .) Дайте интуитивное объяснение полученному результату. Какова динамика переменной  $E$ , если  $\delta = 0$ ?

#### 7.7. Рассмотрим акцию, которая в периоде $t$ стоит $P_t$ и приносит дивиденд $D_t$ .

Предположим, что потребители нейтральны к риску и используют норму дисконтирования  $r$ . Таким образом, они максимизируют  $E\left[\sum_{t=0}^{\infty} C_t/(1+r)^t\right]$ .

- (a) Покажите, что в равновесии  $P_t = E_t[(D_{t+1} + P_{t+1})/(1+r)]$  (предполагается, что актив продается после выплаты дивиденда).
- (b) Предположим, что  $\lim_{s \rightarrow \infty} E_t[P_{t+s}/(1+r)^s] = 0$  (это т.н. условие отсутствия пузырей). См. следующую задачу). (См. также Blanchard

and Fisher, 1988, Ch. 5. – Примеч. научного ред.). Рассматривая последовательные итерации выражения, полученного в части (а), запишите выражение для  $P_t$  через ожидаемые будущие дивиденды.

**7.8. Пузыри.** Рассмотрим модель из предшествующей задачи без предположения  $\lim_{s \rightarrow \infty} E_t [P_{t+s} / (1+r)^s] = 0$ .

- (а) **Детерминированные пузыри.** Предположим, что  $P_t$  равно выражению, полученному в части (б) задачи 7.7, плюс  $(1+r)^t b$ ,  $b > 0$ .
- Соблюдается ли при этом условие первого порядка из части (а) Задачи 7.7?
  - Может ли  $b$  быть отрицательной величиной? (Подсказка: рассмотрите стратегию никогда не продавать акцию.)
- (б) **Лопающиеся пузыри.** (Blanchard, 1979.) Предположим, что  $P_t$  равно выражению, полученному в части (б) Задачи 7.7 плюс  $q_t$ , где  $q_t$  равно  $(1+r)q_{t-1}/\alpha$  с вероятностью  $\alpha$  и равно 0 с вероятностью  $1-\alpha$ .
- Соблюдается ли при этом условие первого порядка из части (а) Задачи 7.7?
  - Если в момент времени  $t$  существует пузырь (т.е.  $q_t > 0$ ), то с какой вероятностью пузырь лопнет к моменту времени  $t+s$  (т.е.  $q_{t+s} = 0$ )? Чему будет равна вероятность данного события при  $s$  стремящемся к бесконечности?
- (в) **Пузыри, порождаемые внутренними причинами.** (Froot and Obstfeld, 1991.) Предположим, что динамика дивидендов определяется процессом случайного блуждания:  $D_t = D_{t-1} + e_t$ , где  $e$  - белый шум.
- Какова будет стоимость актива в момент времени  $t$  в отсутствии пузырей?
  - Предположим, что  $P_t$  равно выражению, полученному в части (б) Задачи 7.7, плюс  $b_t$ , где  $b_t = (1+r)b_{t-1} + ce_t$ ,  $c > 0$ . Соблюдается ли при этом условие первого порядка из части (а) Задачи 7.7? Объясните, в каком смысле реакция цены акций на изменение дивидендов является избыточной?

**7.9. Модель Лукаса формирования цен на активы.** (Lucas, 1978.) Предположим, что в экономике есть только один актив – бесконечно живущие деревья. Выпуск в экономике – это плодов с деревьев. Урожай является экзогенным и не может быть сохранен. Таким образом,  $C_t = Y_t$ , где  $Y_t$  – экзогенно заданный объем выпуска на душу населения, а  $C_t$  – потребление на душу населения. Допустим, что вначале каждый потребитель владеет одним и тем же числом деревьев. Предположим, что все потребители одинаковы. Тогда в равновесии цена деревьев должна вести себя так, чтобы в каждый период времени у репрезентативного потребителя не возникало желания менять имеющееся в его распоряжении количество деревьев.

Обозначим через  $P_t$  стоимость дерева в период  $t$ , и предположим, что если дерево продается, то это происходит после того, как владелец

получает соответствующий урожай. Пусть репрезентативный потребитель максимизирует  $E\left[\sum_{t=0}^{\infty} \ln C_t / (1 + \rho)^t\right]$ .

- Рассмотрим ситуацию, когда репрезентативный потребитель чуть-чуть снижает уровень потребления в периоде  $t$ , покупает на сбереженные средства дополнительные деревья, а затем продаёт их в периоде  $t+1$ . Запишите условие для  $C_t$  и ожиданий, связанных с  $Y_{t+1}$ ,  $P_{t+1}$  и  $C_{t+1}$ , выполнение которого обеспечивает неизменный уровень ожидаемой полезности в случае рассматриваемого изменения. Выразите из данного условия  $P_t$  через  $Y_t$  и ожидания, связанные с  $Y_{t+1}$ ,  $P_{t+1}$  и  $C_{t+1}$ .
- Предположим, что  $\lim_{s \rightarrow \infty} E_t[(P_{t+s}/Y_{t+s})/(1+\rho)^s] = 0$ . Найдите  $P_t$ , итерируя выражение, полученное в части (a). (Подсказка: используйте тот факт, что  $C_{t+s} = Y_{t+s}$  для любого  $s$ .)
- Дайте интуитивное объяснение тому факту, что увеличение ожиданий будущих дивидендов не влияет на цену актива.
- Следует ли потребление процессу случайного блуждания в данной модели?

**7.10. Премия за риск и концентрация агрегированных шоков.** (Mankiw, 1986b.) Предположим, что экономика с равной вероятностью может находиться в одном из двух состояний. В хорошем состоянии потребление каждого индивида равно 1. В плохом состоянии доля  $\lambda$  населения потребляет  $1 - (\phi/\lambda)$ , а остальные потребляют 1. Предполагается, что  $0 < \phi < 1$  и  $\phi \leq \lambda \leq 1$ . Параметр  $\phi$  характеризует снижение среднего уровня потребления в плохом состоянии, а параметр  $\lambda$  измеряет, насколько широко распространено данное снижение потребления.

Существует два актива. Первый дает отдачу равную 1 в хорошем состоянии, второй дает 1 в плохом состоянии. Обозначим через  $p$  стоимость второго актива относительно стоимости первого.

- Рассмотрим индивида, не имеющего вначале никаких активов. Пусть он открывает короткую позицию по первому активу (с отдачей в хорошем состоянии) на малую величину и использует привлеченные средства для приобретения второго актива (с отдачей в плохом состоянии). Выведите условие, обеспечивающее неизменность уровня ожидаемой полезности индивида при совершении данной операции с активами.
- Т.к. потребление в каждом состоянии экономики является экзогенной величиной, а индивиды первоначально являются идентичными, цена  $p$  должна в равновесии быть такой, чтобы индивиды не были заинтересованы держать ни один из активов. С учетом этого, выведите из условия, полученного в части (a), равновесное значение  $p$  как функцию от  $\phi$ ,  $\lambda$ ,  $U'(1)$  и  $U'(1 - (\phi/\lambda))$ .
- Найдите  $\partial p / \partial \lambda$ .
- Покажите, что если функция полезности является квадратической, то  $\partial p / \partial \lambda = 0$ .
- Покажите, что если  $U''(\bullet)$  всюду положительна, то  $\partial p / \partial \lambda < 0$ .

**7.11. Несогласованные во времени предпочтения.** Рассмотрим поведение индивида живущего три периода. В первом периоде индивид максимизирует  $\ln c_1 + \delta \ln c_2 + \delta \ln c_3$ , где  $0 < \delta < 1$ . Во втором периоде целевая функция имеет вид:  $\ln c_2 + \delta \ln c_3$ . (Проблема выбора индивида в третьем, последнем периоде является тривиальной, что делает излишним рассмотрение соответствующей целевой функции). Индивид обладает богатством  $W$ . Ставка процента принимается равной нулю.

- (a) Найдите величины  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  при следующих предположениях относительно поведения индивида:
  - (i) *Наличие обязательств:* Индивид выбирает величины  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  в первом периоде.
  - (ii) *Отсутствие обязательств, наивное поведение:* Индивид выбирает  $c_1$  в первом периоде, максимизируя целевую функцию первого периода и думая, что величина  $c_2$  также будет выбрана, исходя из максимизации той же целевой функции. Фактически же во втором периоде индивид выбирает величину  $c_2$ , максимизирующую целевую функцию второго периода.
  - (iii) *Отсутствие обязательств, изощренное поведение:* Индивид выбирает  $c_1$  в первом периоде, максимизируя целевую функцию первого периода, и учитывая, что во втором периоде величина  $c_2$  будет выбрана, исходя из максимизации целевой функции второго периода.
- (b) (i) Используя результаты, полученные в части (a)(i) и в части (a)(ii), объясните, в каком смысле можно говорить о несогласованности во времени предпочтений индивида.  
 (ii) Дайте интуитивное объяснение того факта, что изощренное поведение дает тот же результат, что и наивное поведение.

## Глава 8

# Инвестиции

В данной главе исследуется спрос на инвестиции. Как уже отмечалось в начале главы 7, можно выделить два основных мотива изучения инвестиций. Во-первых, спрос фирм на инвестиции и предложение сбережений домохозяйств определяют долю инвестиций в агрегированном выпуске, поэтому спрос на инвестиции потенциально важен при исследовании динамики уровня жизни в долгосрочной перспективе. Во-вторых, инвестиции характеризуются высокой волатильностью, поэтому спрос на инвестиции может быть важен для объяснения краткосрочных колебаний.

В разделе 8.1 представлена базовая модель инвестиций, где предложение инвестиций является абсолютно эластичным, и фирма может управлять запасом своего капитала без издержек. Мы увидим, что эта модель, несмотря на ее естественность, не дает адекватного представления об инвестициях в реальной экономике. Из нее следует, например, что скачкообразное изменение экономической среды (например, скачкообразное изменение ставки процента) приводит к бесконечно высоким скоростям роста или падения инвестиций.

В разделах 8.2-8.5 строится и анализируется модель, обосновывающая *q-теорию* инвестиций. Ключевое предположение модели состоит в том, что при управлении запасом своего капитала фирма несет издержки. В результате удается избежать нереалистических выводов базового случая; усовершенствованная модель оказывается полезным инструментом для того, чтобы подвергнуть анализу влияние ожиданий и текущих условий на инвестиции.

В разделах 8.6 и 8.7 представлены некоторые важные обобщения модели: в разделе 8.6 рассматриваются ситуации неопределенности, в том числе в случае необратимости инвестиций, а в разделе 8.7 вводятся несовершенства финансового рынка. И, наконец, в разделе 8.8 обсуждаются результаты тестирования и некоторые приложения моделей.

## **8.1 Инвестиции и издержки использования капитала**

### **Желательный капитал**

Рассмотрим фирму, которая может арендовать капитал по цене  $r_K$ . Прибыль фирмы в каждый момент времени определяется как  $\pi(K, X_1, X_2, \dots, X_n) - r_K K$ , где  $K$  - объем капитала, арендуемого фирмой, и  $X$  - переменные, которые фирма рассматривает как заданные. Например, если фирма работает на рынке совершенной конкуренции, к переменным  $X$  относятся цена конечной продукции фирмы и стоимость остальных факторов производства. Предполагается, что  $\pi(\bullet)$  учитывает все аспекты оптимизации деятельности фирмы за исключением выбора  $K$ . Для конкурентной фирмы выражение

$\pi(K, X_1, X_2, \dots, X_n) - r_K K$  определяет прибыль для фиксированных значений  $K$  и  $X$  при оптимальных объемах использования всех ресурсов за исключением капитала. Мы предполагаем, что  $\pi_K > 0$  и  $\pi_{KK} < 0$ , где нижний индекс обозначает соответствующую частную производную.

Условие первого порядка для оптимального выбора  $K$  имеет вид:

$$\pi_K(K, X_1, X_2, \dots, X_n) = r_K. \quad (8.1)$$

Т.е., фирма арендует капитал до тех пор, пока доставляемый им предельный доход не сравняется с ценой его аренды.

Уравнение (8.1) неявным образом определяет желательный для фирмы капитал как функцию от  $r_K$  и  $X$ . Можно продифференцировать данное соотношение, чтобы исследовать влияние экзогенных переменных на желательный капитал. Рассмотрим, например, изменение в цене аренды капитала,  $r_K$ . Мы предположили, что переменные  $X$  - экзогенные, так что они не изменяются при изменении  $r_K$ . Однако, капитал  $K$  фирма выбирает самостоятельно. Она регулирует его так, чтобы уравнение (8.1) продолжало соблюдаться. Дифференцируя правую и левую часть выражения (8.1) по переменной  $r_K$ , получаем условие:

$$\pi_{KK}(K, X_1, X_2, \dots, X_n) \frac{\partial K(r_K, X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial r_K} = 1. \quad (8.2)$$

Выражая  $\partial K / \partial r_K$ , имеем:

$$\frac{\partial K(r_K, X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial r_K} = \frac{1}{\pi_{KK}(K, X_1, X_2, \dots, X_n)}. \quad (8.3)$$

Поскольку  $\pi_{KK}$  - отрицательная величина, из (8.3) следует, что  $K$  убывает по  $r_K$ . Аналогичным образом можно исследовать влияние  $X$  на  $K$ .

## Издержки использования капитала

Большая часть капитала не арендуется, а принадлежит фирмам, которые его используют. Так что неясно, какой наблюдаемый показатель соответствует переменной  $r_K$ . Это затруднение легло в основу многих исследований об издержках использования капитала.

Рассмотрим фирму, владеющую единицей капитала. Предположим, что  $p_K(t)$  - это реальная рыночная стоимость капитала в момент времени  $t$ . Рассмотрим издержки и выгоды фирмы в случае продажи капитала и в случае продолжения его использования. Если фирма использует капитал в производстве, она сталкивается с тремя видами издержек. Во-первых, фирма теряет процентный доход, который она получала бы, продав капитал и сберегая вырученные средства. Соответствующие издержки в единицу времени равны  $r(t)p_K(t)$ , где  $r(t)$  - реальная ставка процента. Во-вторых, происходит выбытие

капитала, что связано с издержками в единицу времени  $\delta p_K(t)$ , где  $\delta$  - норма выбытия. И, в-третьих, цена капитала может меняться. Это увеличивает издержки использования капитала, если цена падает (т.к. фирма получит меньшую цену, если отложит продажу капитала), и снижает издержки, если цена растет. Соответствующие издержки в единицу времени могут быть представлены как  $-\dot{p}_K(t)$ . Складывая вместе три компоненты издержек, получаем реальные издержки использования капитала:

$$\begin{aligned} r_K(t) &= r(t)p_K(t) + \delta p_K(t) - \dot{p}_K(t) \\ &= \left[ r(t) + \delta - \frac{\dot{p}_K(t)}{p_K(t)} \right] p_K(t). \end{aligned} \quad (8.4)$$

Данный анализ игнорирует существование налогов. Однако на практике налогообложение инвестиций и дохода от капитала существенно влияет на издержки использования капитала. Чтобы составить общее представление об этом влиянии, рассмотрим инвестиционный налоговый кредит. А именно, предположим, что доход фирмы, облагаемый налогом на доходы корпораций, уменьшается на долю  $f$  от ее инвестиционных расходов. Для симметрии предположим также, что ее налогооблагаемый доход увеличивается на долю  $f$  от любых денежных поступлений от продажи капитала. При такой системе инвестиционного налогового кредита эффективная цена единицы капитала для фирмы составляет  $(1-f\tau)p_K(t)$ , где  $\tau$  - предельная ставка налога на доходы корпораций. Поэтому издержки использования капитала равны

$$r_K(t) = \left[ r(t) + \delta - \frac{\dot{p}_K(t)}{p_K(t)} \right] (1-f\tau)p_K(t). \quad (8.5)$$

Таким образом, инвестиционный налоговый кредит снижает издержки использования капитала, а следовательно, увеличивает желательный капитал фирмы. Можно также исследовать влияние налогообложения процентного дохода, налоговой скидки с амортизационных отчислений и многих других аспектов налогового кодекса<sup>1</sup>.

## Недостатки базовой модели

Сопоставляя представленную простую модель инвестиций с действительностью, можно выделить, по крайней мере, два ее существенных недостатка. Первый связан с последствиями изменений экзогенных переменных. Модель рассматривает спрос фирм на капитал, предполагая, что желательный капитал фирмы является гладкой функцией экзогенных переменных. В результате, скачкообразное изменение одной из экзогенных переменных приводит к скачкообразному изменению желательного капитала. Предположим, например, что Федеральная резервная система скачкообразно снижает ставку процента. Как показывает предшествующий анализ, это

---

<sup>1</sup> Основополагающей работой является Hall and Jorgenson (1967). См. также задачи 8.2 и 8.3.

скачкообразно снижает издержки использования капитала  $r_k$ , что в свою очередь означает скачкообразное увеличение капитала в соответствии с (8.1).

Данные рассуждения выявляют следующую проблему. Т.к. изменение капитала равно инвестициям за вычетом амортизации, скачкообразное изменение капитала требует бесконечной скорости инвестирования. Однако для экономики в целом объем инвестиций ограничен величиной выпуска. Следовательно, агрегированные инвестиции не могут быть бесконечными.

Второй недостаток модели состоит в том, что она не указывает никакого механизма, посредством которого ожидания воздействуют на инвестиционный спрос. Из модели следует, что фирмы приравнивают текущий предельный доход от капитала к текущим издержкам использования капитала, не принимая в расчет ожидания их будущих значений. Очевидно, однако, что на практике ожидания относительно будущего спроса и издержек являются ключевыми для принятия инвестиционных решений: фирмы расширяют свой капитал, когда они ожидают роста объемов продаж и снижения издержек на капитал, и сокращают капитал, когда ожидают снижения продаж и роста издержек на капитал.

Поэтому для получения правдоподобного описания фактических инвестиционных решений следует модифицировать модель. Стандартный способ решения проблемы состоит в том, чтобы учесть издержки, необходимые для изменения капитала. Существует две формы таких издержек регулирования: внутренние и внешние (Mussa, 1977). *Внутренние издержки регулирования* возникают, когда фирмы сталкиваются с прямыми издержками изменения своего капитала (Eisner and Strotz, 1963; Lucas, 1967; Gould, 1968). Примерами таких издержек являются издержки освоения нового оборудования и обучения рабочих управлять новыми машинами. Рассмотрим снова случай скачкообразного снижения процентных ставок. Если издержки регулирования стремятся к бесконечности, когда изменение в запасе капитала стремится к бесконечности, то при падении процентных ставок инвестиции растут, но не становятся бесконечно большими. В результате капитал постепенно подстроится к новому желательному уровню.

*Внешние издержки регулирования* возникают, когда предложение капитала абсолютно эластично, как это было в нашей базовой модели, но при этом цена капитала меняется относительно цен других благ так, что фирмы не хотят увеличивать или уменьшать капитал с бесконечной скоростью (Foley and Sidrauski, 1970). Когда предложение капитала не является абсолютно эластичным, скачкообразное увеличение желательного капитала фирм увеличивает цену капитальных благ. При реалистичных предположениях результатом этого будет не скачкообразное изменение цены аренды капитала, а ее плавная подстройка. И опять инвестиции возрастают, но не становятся бесконечно большими.

## 8.2 Модель инвестиций с издержками регулирования

Перейдем к модели инвестиций с издержками регулирования. Для определенности, предположим, что издержки регулирования являются внутренними. Однако нетрудно дать другую интерпретацию модели,

учитывающую внешние издержки регулирования<sup>2</sup>. Получаемые из модели выводы называют  $q$ -теорией инвестиций.

## Предположения

Рассмотрим отрасль, состоящую из  $N$  одинаковых фирм. Реальная прибыль репрезентативной фирмы без учета каких-либо издержек приобретения и освоения капитала в момент времени  $t$  пропорциональна ее капиталу  $\kappa(t)$  и убывает с ростом капитала в отрасли  $K(t)$ . Таким образом, функция прибыли имеет вид  $\pi(K(t))\kappa(t)$ , где  $\pi'(\bullet) < 0$ . Предположение, что прибыль фирмы пропорциональна ее капиталу является оправданным в случае, когда производственная функция характеризуется постоянной отдачей от масштаба, рынок конечной продукции конкурентен и предложение остальных факторов производства (за исключением капитала) является абсолютно эластичным. В данных предположениях, если одна фирма имеет, например, вдвое больше капитала, чем другая, она также нанимает вдвое больше других факторов. В результате ее издержки и выручка также вдвое выше<sup>3</sup>. И, наконец, предположение, что прибыль фирмы убывает с ростом капитала в отрасли, является оправданным, если кривая спроса на продукцию отрасли имеет отрицательный наклон.

Ключевым предположением является наличие издержек регулирования капитала. Издержки регулирования являются выпуклой функцией переменной  $\dot{\kappa}$  - скорости изменения капитала фирмы. Предполагается, что функция издержек регулирования  $C(\dot{\kappa})$  обладает следующими свойствами:  $C(0)=0$ ,  $C'(0)=0$  и  $C''(\bullet) > 0$ . Отсюда следует, что фирма несет издержки при увеличении или снижении своего капитала, причем предельные издержки регулирования тем больше, чем масштабнее подстройка.

Капитальные блага покупаются по постоянной цене, равной 1, так что существуют только внутренние издержки регулирования. В завершение предположим для простоты, что норма выбытия капитала равна 0, так что  $\dot{\kappa}(t)=I(t)$ , где  $I$  - инвестиции фирмы.

## Задача фирмы для версии модели в дискретном времени

Введенные предположения означают, что в каждый момент времени прибыль фирмы определяется как  $\pi(K)\kappa - I - C(I)$ . Фирма максимизирует интегральную приведенную прибыль

<sup>2</sup> См. сноску 11 и задачу 8.7. Представленная здесь модель развита в работах Abel (1982), Hayashi (1982), Summers (1981b).

<sup>3</sup> Отметим, что при данных предположениях функция  $\pi(K, X_1, X_2, \dots, X_n)$  из раздела 8.1 принимает вид  $\tilde{\pi}(X_1, X_2, \dots, X_n)K$ , так что неравенство  $\pi_{KK} < 0$  может не выполняться. Поэтому в этом случае в отсутствии издержек регулирования спрос фирмы на капитал плохо определен: он бесконечен, если  $\tilde{\pi}(X_1, X_2, \dots, X_n) > r_K$ , равен нулю, если  $\tilde{\pi}(X_1, X_2, \dots, X_n) < r_K$ , и вообще не определен в случае  $\tilde{\pi}(X_1, X_2, \dots, X_n) = r_K$ .

$$\Pi = \int_{t=0}^{\infty} e^{-rt} [\pi(K(t))\kappa(t) - I(t) - C(I(t))] dt, \quad (8.6)$$

Для простоты здесь предполагается, что реальная ставка процента постоянна. Каждая фирма рассматривает траекторию капитала в отрасли,  $K$ , как заданную, и, учитывая ее, находит траекторию собственных инвестиций, максимизирующую  $\Pi$ .

Для решения поставленной задачи оптимизации необходимо использовать *вариационное исчисление*. Чтобы лучше понять этот метод, удобнее рассмотреть вначале версию модели в дискретном времени.<sup>4</sup> В данном случае динамика капитала фирмы представлена уравнением  $\kappa_{t+1} = \kappa_t + I_t$ , а функция издержек регулирования имеет вид  $C(I_t)$ . Тогда целевая функция фирмы

$$\tilde{\Pi} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} [\pi(K_t)\kappa_t - I_t - C(I_t)], \quad (8.7)$$

Мы можем считать, что фирма в каждый момент времени  $t$  принимает решение относительно своих инвестиций и капитала, которые связаны бюджетным ограничением  $\kappa_{t+1} = \kappa_t + I_t$ . Поскольку имеется бесконечно много периодов, имеется также и бесконечно много ограничений. Функция Лагранжа для задачи фирмы записывается в виде:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} [\pi(K_t)\kappa_t - I_t - C(I_t)] + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t (\kappa_t + I_t - \kappa_{t+1}). \quad (8.8)$$

Здесь  $\lambda_t$  - множитель Лагранжа, ассоциированный с ограничением, связывающим  $\kappa_{t+1}$  и  $\kappa_t$ . Он характеризует предельную стоимость ослабления бюджетного ограничения. Другими словами, он определяет приращение интегральной приведенной прибыли фирмы, вызванное экзогенным увеличением  $\kappa_{t+1}$  на единицу. Определим новую переменную  $q_t = (1+r)^t \lambda_t$ ; она задает оценку дополнительной единицы капитала в момент времени  $t+1$  в ценах периода  $t$ .<sup>5</sup> Используя это обозначение, мы можем переписать функцию Лагранжа в виде:

$$\mathcal{L}' = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} [\pi(K_t)\kappa_t - I_t - C(I_t) + q_t (\kappa_t + I_t - \kappa_{t+1})]. \quad (8.9)$$

Запишем условие первого порядка для оптимального выбора инвестиций в момент времени  $t$ :

<sup>4</sup> Более подробное и строгое введение в метод вариационного исчисления можно найти в работах Kamien and Schwartz (1991), Dixit (1990, Chapter 10), Obstfeld (1992).

<sup>5</sup> Странный факт, что переменные  $\lambda$  и  $q$  в момент времени  $t$  соотносятся со стоимостью капитала в момент времени  $t+1$ , исчезнет, когда мы перейдем к модели с непрерывным временем.

$$\frac{1}{(1+r)^t} [-1 - C'(I_t) + q_t] = 0. \quad (8.10)$$

Умножая это равенство на  $(1+r)^t$ , получаем:

$$1 + C'(I_t) = q_t. \quad (8.11)$$

Чтобы проинтерпретировать данное условие, заметим, что издержки наращивания капитала на единицу равны цене, по которой эта единица капитала приобретается (равной, по предположению, 1), плюс предельные издержки регулирования. Уравнение (8.11) показывает, что фирма инвестирует до тех пор, пока издержки единичного наращивания капитала не сравняются с его оценкой.

Теперь рассмотрим условие первого порядка для капитала в момент времени  $t$ . Правая часть (8.9) содержит под знаком суммы как  $\kappa_t$ , так и  $\kappa_{t+1}$ . Следовательно, капитал в момент времени  $t$ ,  $\kappa_t$ , должен встречаться в компоненте суммы, как для момента времени  $t$ , так и момента времени  $t-1$ . Значит, условие первого порядка для  $\kappa_t$  имеет вид:

$$\frac{1}{(1+r)^t} [\pi(K_t) + q_t] - \frac{1}{(1+r)^{t-1}} q_{t-1} = 0. \quad (8.12)$$

Умножая полученное выражение на  $(1+r)^t$  и преобразуя, получаем:

$$\pi(K_t) = (1+r)q_{t-1} - q_t. \quad (8.13)$$

Если определить  $\Delta q_t = q_t - q_{t-1}$ , то можно переписать правую часть (8.13) в виде  $(1+r)(q_t - \Delta q_t) - q_t$ , или  $rq_t - \Delta q_t - r\Delta q_t$ . В конечном итоге получается, что

$$\pi(K_t) = rq_t - \Delta q_t - r\Delta q_t. \quad (8.14)$$

В левой части (8.14) стоит предельный доход от капитала, а в правой части стоят альтернативные издержки дополнительной единицы капитала. Можно дать следующее интуитивное объяснение: обладание единицей капитала на протяжении определенного периода связано с отказом от возможного реального процентного дохода  $rq_t$  и с получением прибыли от капитала  $\Delta q_t$  (см. выражение [8.4] при нулевой норме выбытия; в [8.14] присутствует также произведение  $r$  и  $\Delta q_t$ , которое отсутствовало бы в случае непрерывного времени). В соответствии с (8.14) фирма действует оптимально, когда отдача на капитал равна соответствующим альтернативным издержкам. Данное условие аналогично условию в модели без учета издержек регулирования капитала, которое требует равенства предельного дохода от капитала цене его аренды в точке оптимума\*.

---

\* Если фирма использует дополнительную единицу капитала в течение периода  $t$ , то, согласно данной выше интерпретации множителей Лагранжа, ее интегральная прибыль (8.7) увеличится

Еще одно условие характеризует поведение фирмы, когда время стремится к бесконечности. Предположим вначале, что фирма имеет конечный временной горизонт  $T$ . Оптимальное поведение фирмы исключает возможность владения в момент времени  $T$  капиталом со строго положительной приведенной стоимостью. В противном случае, существовала бы возможность увеличить интегральную приведенную прибыль, просто снижая этот капитал. Приведенная стоимость капитала фирмы в момент времени  $T$  равна  $q_T \kappa_T / (1+r)^T$ , значит, данная величина не может быть строго положительной. С другой стороны, ни один из трех компонентов этой величины,  $q_T$ ,  $\kappa_T$  и  $(1+r)^T$ , не может быть строго отрицательным: более высокий капитал не может снижать будущую прибыль, нельзя владеть отрицательным запасом капитала, и  $1+r$  положительно по предположению. Таким образом, величина  $q_T \kappa_T / (1+r)^T$  не может быть строго отрицательной. Но тогда

$$\frac{1}{(1+r)^T} q_T \kappa_T = 0. \quad (8.15)$$

Аналог данного условия для случая бесконечного временного горизонта имеет вид:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^t} q_t \kappa_t = 0. \quad (8.16)$$

Условие (8.16) называют *условием трансверсальности*. Оно требует, чтобы приведенная стоимость капитала фирмы стремилась к нулю. Если данное условие не соблюдается, то, грубо говоря, фирма вечно держит капитал с ненулевой стоимостью. Снижая его, фирма может увеличить приведенную стоимость своей прибыли.<sup>6</sup>

## Случай непрерывного времени

Теперь мы можем перейти к рассмотрению версии модели в непрерывном времени. Условия максимизация прибыли фирмы в данном случае будут аналогичны условиям (8.11), (8.14) и (8.16) для случая дискретного времени. На самом деле, условия оптимального поведения в непрерывном времени могут быть выведены из условий для дискретного случая путем разбиения времени на интервалы длины  $\Delta t$  с последующим предельным переходом. Однако мы не воспользуемся данным методом. Вместо этого, по аналогии со случаем дискретного времени, мы объясним как найти условия первого порядка и докажем их необходимость.

на величину  $\lambda_{t-1} - \lambda_t$ . С другой стороны, согласно (8.7), соответствующее увеличение равно  $\pi(K_t) / (1+r)^t$ . Это равенство эквивалентно (8.12), а значит, и (8.14) (прим. науч. ред.).

<sup>6</sup> См. раздел 8.4, где дана более обстоятельная интерпретация данного условия.

Задача фирмы теперь будет состоять в максимизации целевой функции (8.6) в непрерывном времени, вместо максимизации (8.7) в дискретном времени. На первом шаге анализа необходимо записать гамильтониан в ценах периода  $t$ :

$$H(K(t), I(t)) = \pi(K(t))K(t) - I(t) - C(I(t)) + q(t)I(t). \quad (8.17)$$

(Это эквивалентно обычной записи гамильтониана в задачах оптимального управления и сводится к ней заменой сопряженной переменной. См. ниже примечание 7. – Примеч. научного ред.).

Данное выражение записывается аналогично соответствующей компоненте функции Лагранжа в дискретном времени для момента времени  $t$  (при этом только отсутствует член, характеризующий приращение капитала, см. [8.9]). Данная задача имеет свою стандартную терминологию. Переменная, которой можно свободно управлять,  $I$ , называется *переменной управления*. Переменная, значение которой в каждый момент времени определяется предшествующими решениями,  $K$ , называется *переменной состояния*. Теневая цена  $q$  переменной состояния носит название *сопряженной переменной*.

Первое условие оптимальности требует, чтобы производная гамильтониана по переменной управления равнялась нулю в каждый момент времени. Это условие аналогично соответствующему условию в задаче с дискретным временем, которое требовало равенства нулю производной функции Лагранжа по  $I$  для любого  $t$ . В непрерывном времени условие, аналогичное (8.11), записывается в виде:

$$1 + C'(I(t)) = q(t). \quad (8.18)$$

Второе условие состоит в следующем: производная гамильтониана по переменной состояния должна равняться произведению нормы дисконтирования и сопряженной переменной за вычетом производной сопряженной переменной по времени. В рассматриваемой задаче это выглядит так:

$$\pi(K(t)) = rq(t) - \dot{q}(t). \quad (8.19)$$

Данной условие аналогично (8.14) в задаче с дискретным временем<sup>7</sup>.

Последнее условие – это условие трансверсальности в непрерывном времени:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} q(t) K(t) = 0. \quad (8.20)$$

Условия (8.18), (8.19) и (8.20) характеризуют поведение фирмы.

<sup>7</sup> Альтернативный подход предполагает запись гамильтониана в ценах начального периода  $\tilde{H}(K(t), I(t)) = e^{-rt} [\pi(K(t))K(t) - I(t) - C(I(t))] + \lambda(t)I(t)$ . Это аналогично записи функции Лагранжа в виде (8.8) вместо (8.9). При этом условие (8.19) будет заменено условием  $e^{-rt}\pi(K(t)) = -\dot{\lambda}(t)$ . Несложно показать, что два этих условия являются эквивалентными при  $q(t) = \lambda(t)e^{rt}$ .

И, наконец, следует отметить, что мы можем выразить стоимость дополнительной единицы капитала  $q$  через будущие значения предельного дохода от капитала. Из условия (8.19) мы имеем:

$$q(t) = \int_{\tau=t}^T e^{-r(\tau-t)} \pi(K(\tau)) d\tau + e^{-r(T-t)} q(T) \quad (8.21)$$

для любого  $T > t$ .<sup>8</sup> Используя условие трансверсальности, можно показать, что второе слагаемое в правой части стремится к нулю, когда  $T$  стремится к нулю. Поэтому мы получаем

$$q(t) = \int_{\tau=t}^{\infty} e^{-r(\tau-t)} \pi(K(\tau)) d\tau. \quad (8.22)$$

Уравнение (8.22) показывает, что оценка дополнительной единицы капитала в каждый момент времени равна приведенному потоку будущих предельных доходов, получаемых от ее использования.

### 8.3 $q$ Тобина

Из нашего анализа вытекает, что  $q$  содержит в себе всю информацию, являющуюся необходимой для принятия фирмой инвестиционных решений. Переменная  $q$  показывает, как дополнительный доллар капитала отразится на интегральной приведенной прибыли. Таким образом, фирма будет стремиться увеличить свой капитал, если значение  $q$  достаточно высоко, и сократить его, если значение  $q$  низкое. Для принятия этих решений фирме не нужно знать о будущем ничего, кроме того, что отражено в переменной  $q$  (см. [8.18]).

Можно дать естественную экономическую интерпретацию переменной  $q$ . Увеличение капитала фирмы на единицу увеличивает интегральную приведенную прибыль, а значит и стоимость фирмы на  $q$ . Таким образом,  $q$  характеризует рыночную оценку дополнительной единицы капитала. Если, например, существует рынок акций фирм, то стоимость фирмы, имеющей на одну единицу больше капитала по сравнению с другой фирмой, будет выше на величину  $q$ . А т.к. мы предположили, что цена приобретаемого капитала фиксирована и равна единице, то  $q$  также характеризует отношение рыночной оценки единицы капитала к его восстановительной стоимости. Таким образом, из уравнения (8.18) вытекает, что фирма увеличивает капитал, если рыночная оценка дополнительной единицы капитала превышает издержки его наращивания, и сокращает капитал, если рыночная оценка дополнительной единицы капитала ниже издержек его наращивания.

Отношение рыночной оценки капитала к его восстановительной стоимости называют  $q$  Тобина («кью Тобина», Tobin, 1969). Поэтому мы и обозначили в предшествующем разделе стоимость дополнительной единицы капитала через  $q$ . Из нашего анализа следует, что для инвестиционных

---

<sup>8</sup> Чтобы убедиться, что (8.21) вытекает из (8.19), нужно продифференцировать (8.21) по  $t$  и преобразовать полученное выражение к виду (8.19).

решений релевантным является *предельное*  $q$  - отношение рыночной оценки дополнительной единицы капитала к его восстановительной стоимости. В большинстве случаев предельное  $q$  сложнее измерить, чем *среднее*  $q$  - отношение общей стоимости фирмы к восстановительной стоимости всего ее капитала. Поэтому важно понимать, как соотносятся между собой предельное и среднее  $q$ .

Можно показать, что в рассматриваемой модели предельное  $q$  меньше среднего  $q$ . Причина этого заключается в предположении, согласно которому издержки регулирования являются функцией только переменной  $\dot{K}$ ; при этом мы неявно предположили, что введенная функция характеризуется возрастающим масштабом отдачи\*. Например, в соответствии с этим предположением, фирме владеющей 20 единицами капитала увеличение капитала на 2 единицы обойдется более чем вдвое дороже, чем фирме с 10 единицами капитала увеличение капитала на 1 единицу. Как следствие, интегральная приведенная прибыль фирмы  $P$  возрастает в меньшей пропорции, чем капитал. Поэтому предельное  $q$  меньше среднего  $q$ .

Можно также показать, что если модифицировать модель так, чтобы издержки регулирования характеризовались постоянной отдачей от масштаба, то предельное  $q$  и среднее  $q$  будут равны (Hayashi, 1982)<sup>9</sup>. Причина этого состоит в том, что, если функция издержек регулирования характеризуется постоянной отдачей от масштаба, то  $q$  определяет темп роста капитала фирмы. В результате все фирмы выбирают один и тот же темп роста своего капитала. Так, например, если одна фирма изначально имеет капитал вдвое больший, чем другая, и если обе фирмы ведут себя оптимально, то более крупная фирма будет иметь вдвое больший капитал в каждый момент времени. Вдобавок, прибыль фирмы линейна по собственному запасу капитала. Отсюда следует, что в ситуации, когда фирма выбирает оптимальную траекторию накопления капитала, интегральная приведенная прибыль фирмы,  $P$ , будет пропорциональна ее первоначальному запасу капитала. Т.е., предельное  $q$  и среднее  $q$  равны.

В других моделях могут быть и более важные, чем эффект отдачи от масштаба, причины несовпадения предельного и среднего  $q$ . Например, если фирма работает с убывающей кривой спроса на свою продукцию, удвоение ее капитала, вероятно, менее, чем удвоит, ее интегральную приведенную прибыль. Так что предельное  $q$  будет меньше среднего  $q$ . Если фирма обладает большим запасом устаревшего капитала, то напротив, ее предельное  $q$  может быть больше среднего  $q$ .

---

\* Это следует из предположений о том, что функция издержек имеет положительную вторую производную и равна нулю в нуле (прим. науч. ред.).

<sup>9</sup> Постоянный эффект отдачи можно обеспечить, если предположить, что функция издержек регулирования имеет вид  $C(\dot{K}/K)K$ , где  $C(\bullet)$  обладает прежними свойствами. При таком предположении удвоение  $\dot{K}$  и  $K$  увеличит вдвое и издержки регулирования. При такой модификации модели  $K$  влияет на прибыль не только напрямую, но и посредством воздействия на издержки регулирования для данного уровня инвестиций. В результате это усложнит анализ, хотя основные выводы останутся теми же. См. задачу 8.8.

## 8.4 Анализ модели

Так же как и в модели Рамсея в главе 2, мы проведем анализ модели инвестиций с использованием фазовой диаграммы. Основными переменными в нашем анализе будут совокупный капитал  $K$  и его стоимость  $q$ . Так же как и для  $k$  и  $c$  в модели Рамсея, начальное значение одной из переменных принимается заданным, в то время как начальное значение другой переменной должно быть определено внутри модели. А именно, капитал в отрасли в каждый момент времени определяется предшествующей динамикой накопления, в то время как его рыночная цена может меняться свободно.

В разделе 8.2 мы предположили, что в отрасли существует  $N$  идентичных фирм. В соответствии с уравнением (8.18) каждая фирма инвестирует до тех пор, пока сумма цены приобретения капитала и предельных издержек регулирования не сравняется с оценкой дополнительной единицы капитала,  $1 + C'(I(t)) = q(t)$ . Т.к.  $C'(I)$  возрастает по  $I$ , из этого условия следует, что  $I$  является возрастающей функцией переменной  $q$ . Кроме того, из предположения  $C'(0) = 0$  следует, что  $I$  равно 0, когда  $q$  равно 1. И, наконец, т.к. величина  $q$  является единой для всех фирм, все фирмы будут выбирать один и тот же уровень  $I$ . Таким образом, изменение в совокупном запасе капитала,  $\dot{K}$ , равно произведению числа фирм на величину  $I$ , удовлетворяющую (8.18).

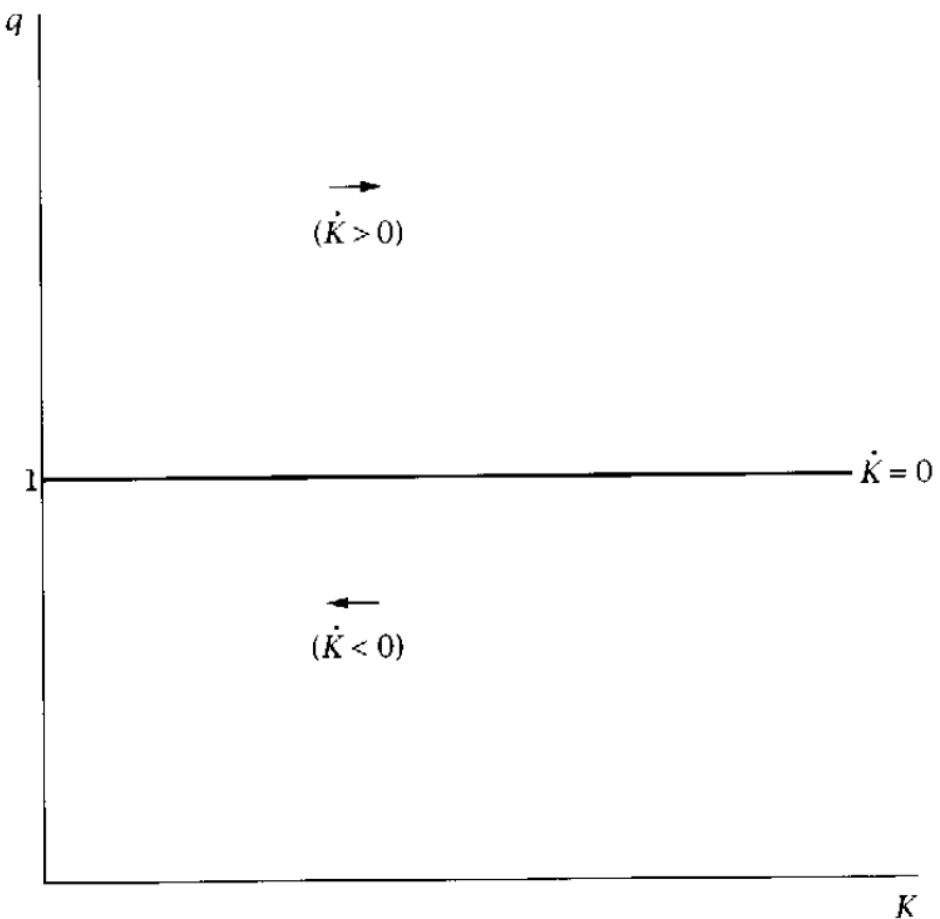
Все вместе это означает, что

$$\dot{K}(t) = f(q(t)), \quad f(1) = 0, \quad f'(\bullet) > 0, \quad (8.23)$$

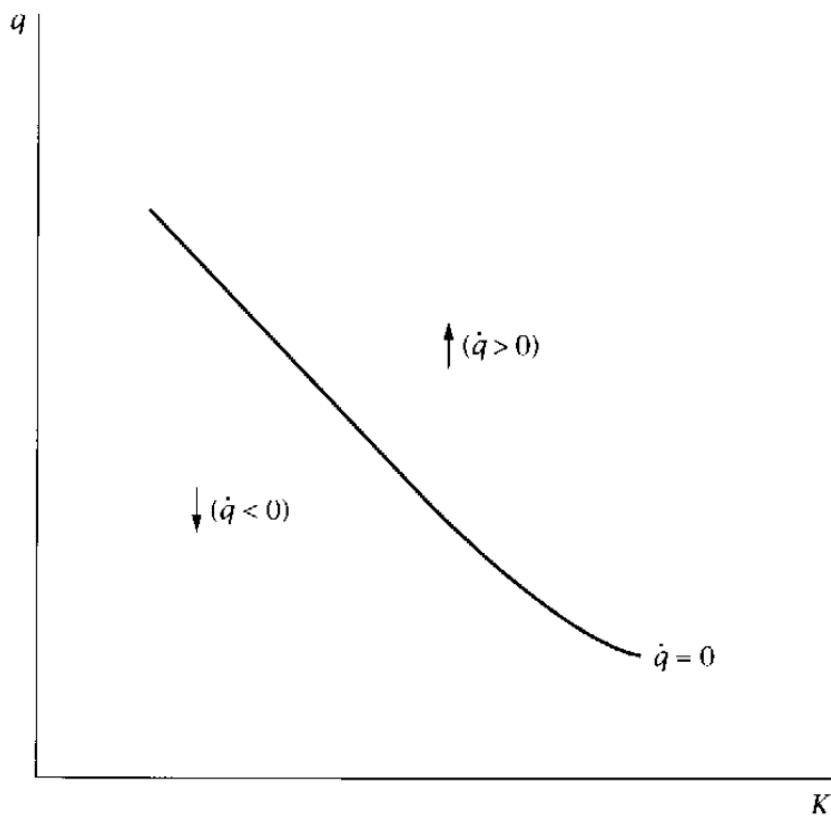
где  $f(q) \equiv NC'^{-1}(q - 1)$ . Из уравнения (8.23) следует, что  $K$  возрастает при  $q > 1$ , убывает при  $q < 1$ , и является постоянным, когда  $q = 1$ . Рис. 8.1 иллюстрирует данные выводы.

В соответствии с уравнением (8.19) предельный доход капитала равен издержкам его использования,  $rq - \dot{q}$ . Переписывая (8.19), имеем

$$\dot{q}(t) = rq(t) - \pi(K(t)). \quad (8.24)$$



**Рисунок 8.1 Динамика капитала**



### Рисунок 8.2 Динамика $q$

Отсюда следует, что  $q$  является постоянным, когда  $rq = \pi(K)$  или  $q = \pi(K)/r$ . Т.к.  $\pi(K)$  убывает по  $K$ , множество точек на плоскости  $(K, q)$ , удовлетворяющих последнему условию, является убывающей кривой с отрицательным наклоном. Кроме того, из (8.24) следует, что  $\dot{q}$  возрастает по  $K$ . Таким образом,  $\dot{q}$  положительно справа от кривой  $\dot{q} = 0$  и отрицательно слева. Эта информация отображена на Рис. 8.2.

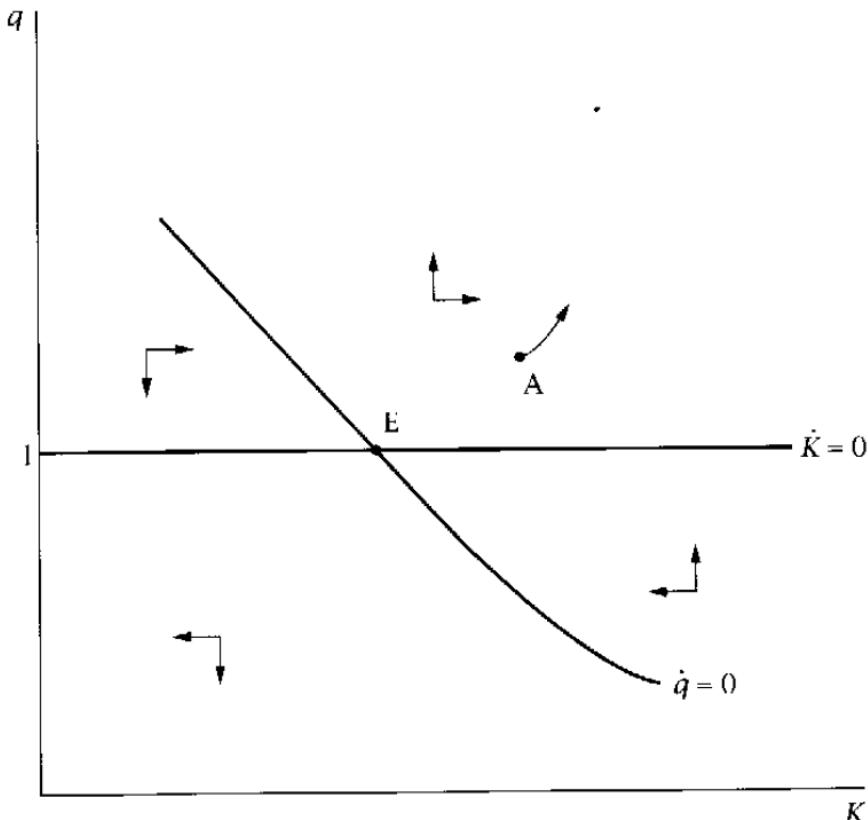
### Фазовая диаграмма

Рис. 8.3 получен наложением Рис. 8.1 и 8.2. Диаграмма показывает возможную динамику  $K$  и  $q$  в соответствии с (8.23)-(8.24) для данных начальных состояний. Предположим, например, что траектория системы начинается в точке  $A$ . Тогда, т.к.  $q$  больше 1, фирмы увеличивают свой капитал, т.е.  $\dot{K}$  является положительным. А т.к. величина  $K$  - большая, и следовательно, прибыль – низкая, то значение  $q$  может быть большим, только если ожидается его дальнейший рост. А значит,  $\dot{q}$  также является положительным.

Так же как и в модели Рамсея, начальный капитал задан. Но значение другой переменной – потребления в модели Рамсея или рыночной оценки капитала в рассматриваемой модели – может свободно регулироваться, так что ее начальный уровень подлежит определению. Так же как и в модели Рамсея, здесь для данного  $K$  существует единственное значение  $q$ , которое обеспечивает движение системы по устойчивой траектории. А именно, существует единственное значение  $q$ , для которого  $K$  и  $q$  сходятся к устойчивому стационарному состоянию (точка  $E$  на диаграмме). Если начальное значение  $q$  ниже этого уровня, отрасль рано или поздно окажется в области на диаграмме, где  $K$  и  $q$  начнут снижаться, и это будет продолжаться бесконечно. Аналогично, если начальное значение  $q$  слишком высокое, система попадет в область, где  $K$  и  $q$  возрастают, и останется в ней. Можно показать, что подобные траектории нарушают условие трансверсальности, и, следовательно, могут быть исключены из рассмотрения.<sup>10</sup>

---

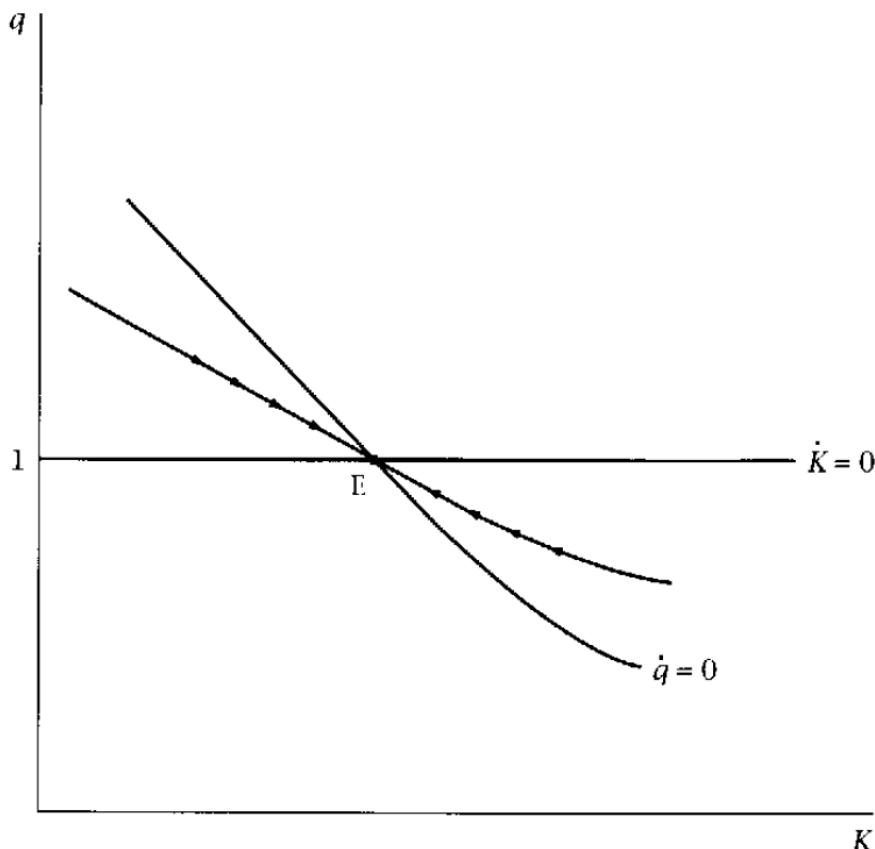
<sup>10</sup> Формальное доказательство этого можно найти в работах Abel (1982) и Hayashi (1982).



**Рисунок 8.3 Фазовая диаграмма**

Приведенные рассуждения объясняют, почему оптимальная политика фирмы должна удовлетворять условию трансверсальности. Например, двигаясь вдоль траектории начинающейся в точке  $A$ , репрезентативная фирма постоянно накапливает капитал, потому что ее оценка этого капитала всегда высока. Но эта высокая стоимость определяется вовсе не высоким предельным доходом капитала, а тем, что эта стоимость сама по себе растет (т.е. уравнение [8.19],  $\pi(K) = rq - \dot{q}$ , выполняется для большого  $q$  не за счет высокого значения  $\pi(K)$ , а за счет высокого значения  $\dot{q}$ ). Но такая высокая и все возрастающая оценка капитала имеет смысл только в том случае, если накопленный капитал когда-нибудь внесет большой вклад в прибыль фирмы. Для траектории, начинающейся в точке  $A$ , этого никогда не случится. Можно показать, что в действительности фирма может увеличить приведенную стоимость будущей прибыли, переходя на более низкую траекторию накопления капитала. Аналогичные рассуждения применимы к ситуации, когда  $K$  и  $q$  все время снижаются.

Таким образом, для данного начального значения  $K$  единственное равновесие соответствует уровню  $q$  такому, что отрасль оказывается на седловой траектории, двигаясь вдоль которой она приближается к точке  $E$ . Эта седловая траектория показана на Рис. 8.4.



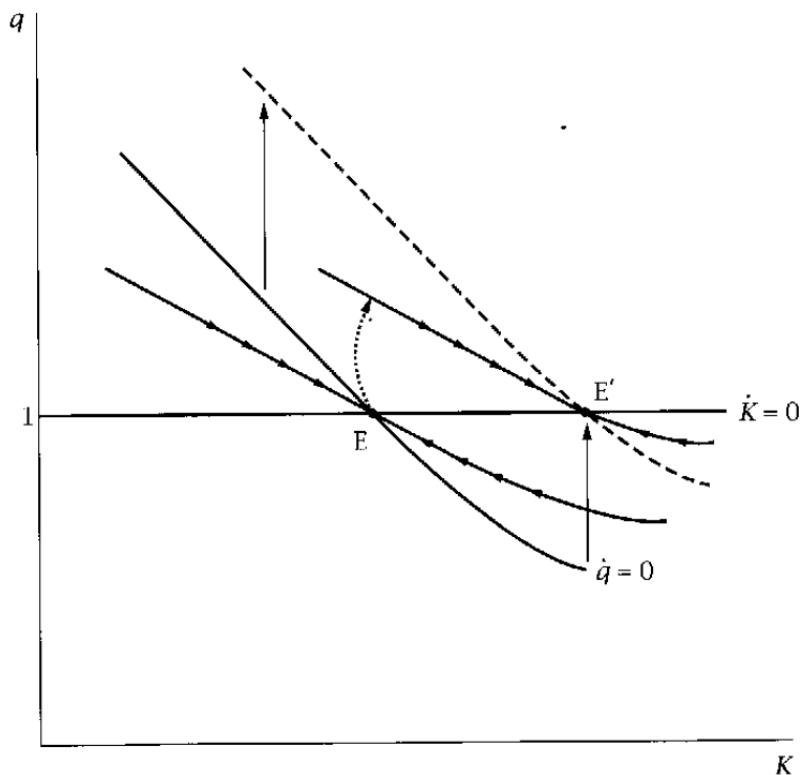
**Рисунок 8.4 Седловая траектория**

В долгосрочном равновесии, в точке  $E$ ,  $q = 1$  (т.е.  $\dot{K} = 0$ ) и  $\dot{q} = 0$ . Тот факт, что  $q$  равно 1 означает равенство рыночной и восстановительной стоимости дополнительной единицы капитала, так что у фирмы нет стимула наращивать или снижать свой капитал. И как следует из (8.19), равенство  $\dot{q}$  нулю, когда  $q$  равно 1 означает, что предельный доход капитала должен быть равен  $r$ . При этом доход от владения единицей капитала в точности соответствует упущеному процентному доходу, так что инвесторы согласны держать капитал, не предвидя ни выигрыша, ни потерь.<sup>11</sup>

## 8.5 Следствия из модели

Построенная в предшествующем разделе модель может быть использована для анализа многих проблем. В настоящем разделе она применяется к анализу последствий изменений в выпуске, ставке процента и налоговой политике.

<sup>11</sup> Несложно модифицировать модель так, чтобы она учитывала внешние, а не внутренние издержки регулирования. Основная модификация состоит в замене функции издержек регулирования кривой предложения новых капитальных благ,  $\dot{K} = g(p_K)$ , где  $g'(\bullet) > 0$  и  $p_K$  обозначает относительную стоимость капитала. При этом рыночная оценка стоимости фирмы всегда будет совпадать с восстановительной стоимостью ее капитала. Роль, которую играло  $q$  в модели с внутренними издержками регулирования, теперь играет относительная стоимость капитала. См. Foley-Sidrauski (1970) и Задачу 8.7.



**Рисунок 8.5 Последствия перманентного увеличения выпуска**

### Последствия изменений в выпуске

Рост агрегированного выпуска приводит к росту спроса на продукцию отрасли, а следовательно увеличивает прибыль при фиксированном капитале. Таким образом, рост агрегированного выпуска может быть представлен как сдвиг вверх функции  $\pi(\bullet)$ .

Для определенности предположим, что отрасль первоначально находится в долгосрочном равновесии. Происходит непредвиденный перманентный сдвиг функции  $\pi(\bullet)$  вверх. Последствия данного изменения представлены на Рис. 8.5. Сдвиг вверх функции  $\pi(\bullet)$  приводит к сдвигу вверх кривой  $\dot{q} = 0$ : т.к. прибыль при фиксированном капитале возрастает, меньший доход на капитал может заинтересовать инвесторов держать акции фирм данной отрасли. Имея опыт анализа фазовой диаграммы в главе 2, мы знаем, к каким последствиям это приведет. Переменная  $q$  скачкообразно возрастает до уровня, соответствующего новой седловой траектории при данном капитале. Вдоль этой седловой траектории  $K$  и  $q$  движутся к новому долгосрочному равновесию в точке  $E'$ . Т.к. темп изменения капитала является возрастающей функцией  $q$ , то в момент изменения величина  $\dot{K}$  скачкообразно возрастает, а затем плавно возвращается к нулю. Так что перманентный рост выпуска ведет к временному росту инвестиций.

Суть данных изменений интуитивно ясна. Рост выпуска приводит к росту спроса на продукцию отрасли. Т.к. капитал не может быть подстроен мгновенно, существующий капитал приносит дополнительную ренту и, как следствие, его рыночная стоимость возрастает. Более высокая рыночная

стоимость капитала привлекает инвесторов, так что капитал начинает расти. Значит, и выпуск отрасли растет, что приводит к снижению относительной цены ее продукции, а заодно и снижению прибылей и стоимости капитала. Процесс продолжается до тех пор, пока стоимость капитала не вернется к нормальному уровню. В этом состоянии стимул к дальнейшему инвестированию исчезает.

Рассмотрим теперь увеличение агрегированного выпуска в случае, когда известно, что оно носит временный характер. Предположим опять для определенности, что первоначально отрасль находится в долгосрочном равновесии, и происходит непредвиденный сдвиг вверх функции прибыли. При этом известно, что функция прибыли вернется к своему первоначальному положению в определенный момент времени  $T$  в будущем.

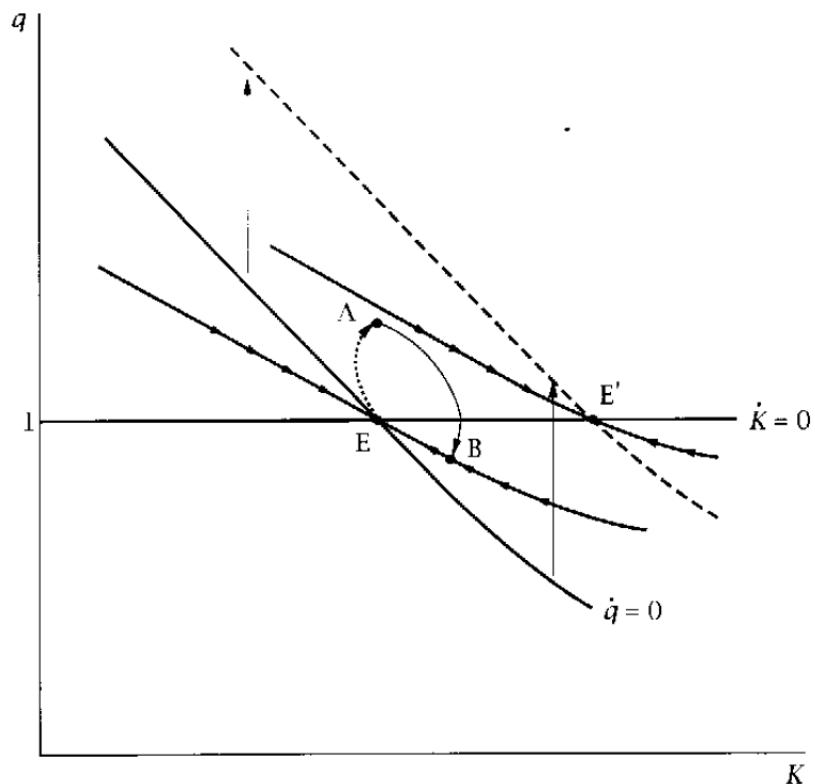
Ключевое соображение, необходимое для понимания последствий данного изменения, состоит в том, что предвиденные скачки переменной  $q$  невозможны. Если, например, происходит предвиденное скачкообразное снижение  $q$ , то собственники акций фирм будут заранее знать, что в этот момент они будут нести потери с бесконечной скоростью. Но это означает, что в этот момент никто не будет держать акции.

Таким образом, в момент времени  $T$ , переменные  $K$  и  $q$  должны находиться на седловой траектории, ведущей к первоначальному долгосрочному равновесию: в противном случае  $q$  должно было бы скачкообразно измениться, чтобы отрасль могла вернуться в долгосрочное равновесие. На временном интервале между моментом дискретного изменения функции прибыли и  $T$ , динамика  $K$  и  $q$  определяется временно более высокой функцией прибыли. И, наконец, начальное значение  $K$  задано, но т.к. дискретный сдвиг вверх функции прибыли является неожиданным,  $q$  может измениться скачкообразно в момент первоначального шока.

В совокупности данные соображения позволяют описать реакцию отрасли. В момент изменения  $q$  скачкообразно возрастает до такого уровня, что определяемая новой функцией прибыли динамика  $K$  и  $q$  приводит отрасль на старую седловую траекторию точно в момент времени  $T$ . Рис. 8.6 иллюстрирует рассуждения. В момент шока  $q$  скачком переходит из точки  $E$  в точку  $A$ . Затем  $K$  и  $q$  плавно перемещаются в точку  $B$ , попадая в нее в момент времени  $T$ , после чего отрасль движется вдоль седловой траектории к точке  $E$ .

Проведенный анализ позволяет сделать несколько выводов. Во-первых, временное увеличение агрегированного выпуска увеличивает инвестиции: т.к. выпуск оказывается выше на протяжении определенного периода, фирмы увеличивают капитал, чтобы получить от этого выгоду. Во-вторых, сравнение Рис. 8.6 и 8.5 показывает, что  $q$  возрастает в меньшей степени, чем в случае перманентного увеличения выпуска, а т.к.  $q$  определяет инвестиции, они увеличиваются в меньшей степени. Действительно, обращение вспять процесса увеличения капитала связано с издержками. Следовательно, фирмы будут слабее реагировать на рост прибылей в ситуации, когда известен его временный характер. И в третьих, на Рис. 8.6 траектория  $K$  и  $q$  пересекает линию  $\dot{K} = 0$  еще до того, как отрасль попадает на старую седловую траекторию, т.е. до момента времени  $T$ . Таким образом, капитал начинает снижаться еще до того, как выпуск возвращается кциальному уровню. Чтобы объяснить это,

рассмотрим момент времени, непосредственно предшествующий  $T$ . Функция прибыли вскоре должна вернуться к первоначальному уровню, когда фирмы захотят иметь меньший капитал. А т.к. подстройка капитала сопряжена с издержками и период высоких прибылей недолг, существует выигрыш и почти никаких издержек в случае незамедлительного начала процесса сокращения капитала.



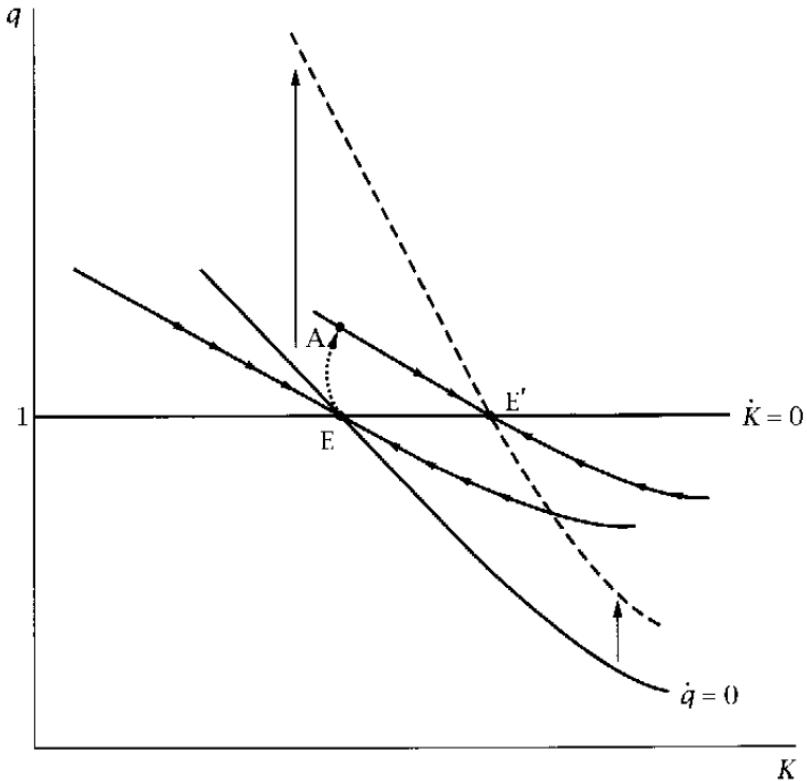
**Рисунок 8.6 Последствия временного увеличения выпуска**

Из этих результатов следует, что не одно только текущее значение выпуска, а вся его временная траектория определяет инвестиции. Сравнение перманентного и временного характера изменений в выпуске показывает, что инвестиции выше в случае, когда в будущем ожидается более высокий уровень выпуска. Ожидания высокого уровня выпуска в будущем увеличивают текущий спрос. Кроме того, как показывает пример перманентного увеличения выпуска, инвестиции выше в случае, когда выпуск вырос недавно, чем в случае, когда он был высоким в течение длительного времени. Это влияние изменений в объеме выпуска на уровень инвестиций называется *акселератором*.

### Последствия изменений в ставке процента

Вспомним, что в соответствии с (8.24) уравнение динамики  $q$  имеет вид  $\dot{q} = rq - \pi(K)$ . Таким образом, изменения ставки процента, так же как и изменения функции прибыли, влияют на инвестиции посредством влияния на  $\dot{q}$ . Последствия этих изменений, таким образом, схожи с последствиями изменений в выпуске. Например, перманентное снижение ставки процента

сдвигает кривую  $\dot{q} = 0$  вверх. Кроме того, т.к. в уравнении для  $\dot{q}$  стоит произведение  $r$  и  $q$ , снижение ставки процента делает кривую более крутой. Это показано на Рис. 8.7.



**Рисунок 8.7 Последствия перманентного снижения ставки процента**

Рисунок может быть использован для анализа последствий перманентных и временных изменений в ставке процента по аналогии с анализом последствий перманентных и временных изменений в выпуске. Например, перманентное снижение ставки процента приводит к скачку  $q$  в точку на новой седловой траектории (точка А на диаграмме). Переменные  $K$  и  $q$  затем снижаются до новых равновесных значений (точка Е'). Получается, что перманентное снижение ставки процента приводит к временному инвестиционному буму, во время которого отрасль переходит к перманентно более высокому запасу капитала.

Таким образом, как и в случае с выпуском, и прошлые и ожидаемые будущие значения ставки процента действуют на инвестиции. В рассматриваемой модели  $r$  - это мгновенная норма отдачи; она соответствует краткосрочной ставке процента. Одно из следствий данного анализа состоит в том, что краткосрочная ставка не отражает всей релевантной для инвестиций информации о ставках процента. Как мы увидим при более обстоятельном анализе в разделе 10.3, долгосрочные ставки процента, скорее всего, отражают ожидания относительно будущих краткосрочных ставок процента. Например, если долгосрочные ставки процента ниже краткосрочных, то, вероятно, инвесторы ожидают падения краткосрочных ставок процента. В противном случае, вместо покупки одной долгосрочной облигации, инвесторам было бы выгоднее последовательно покупать ряд краткосрочных облигаций, так что никто не хотел бы держать долгосрочные облигации. В рассматриваемой

модели рост ожидаемых будущих ставок процента снижает инвестиции. Следовательно, для фиксированного уровня краткосрочных ставок процента инвестиции будут тем ниже, чем выше долгосрочные ставки процента. Таким образом, модель подтверждает распространенный взгляд, согласно которому долгосрочные ставки процента важны для инвестиций.

## Последствия изменений в налогах: пример

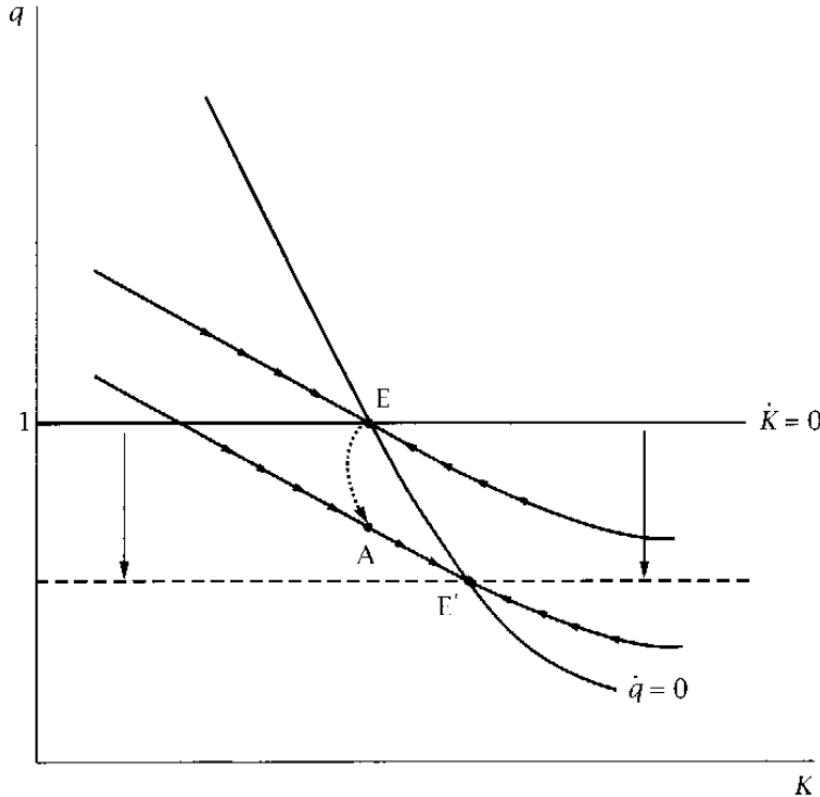
Временный инвестиционный налоговый кредит часто предлагается как мера, позволяющая стимулировать агрегированный спрос во время рецессии. Аргументация заключается в том, что инвестиционный налоговый кредит, временный характер которого известен, должен побуждать фирмы инвестировать пока кредит в действии. Исследовать этот аргумент можно с помощью рассматриваемой модели.

Предположим для простоты, что инвестиционный налоговый кредит предоставляется форме прямого возмещения фирме доли  $\theta$  цены капитала, и предположим также, что данное возмещение применяется к цене, по которой капитал приобретается, но не к издержкам регулирования. При данной форме кредита фирма инвестирует до тех пор, пока сумма стоимости дополнительной единицы капитала и величины возмещения превышает издержки на капитал. Таким образом, условие первого порядка для оптимальных текущих инвестиций (8.18) преобразуется к виду

$$q(t) + \theta(t) = 1 + C'(I(t)), \quad (8.25)$$

где  $\theta(t)$  - кредит в момент времени  $t$ . Уравнение (8.24) для  $\dot{q}$  остается без изменений.

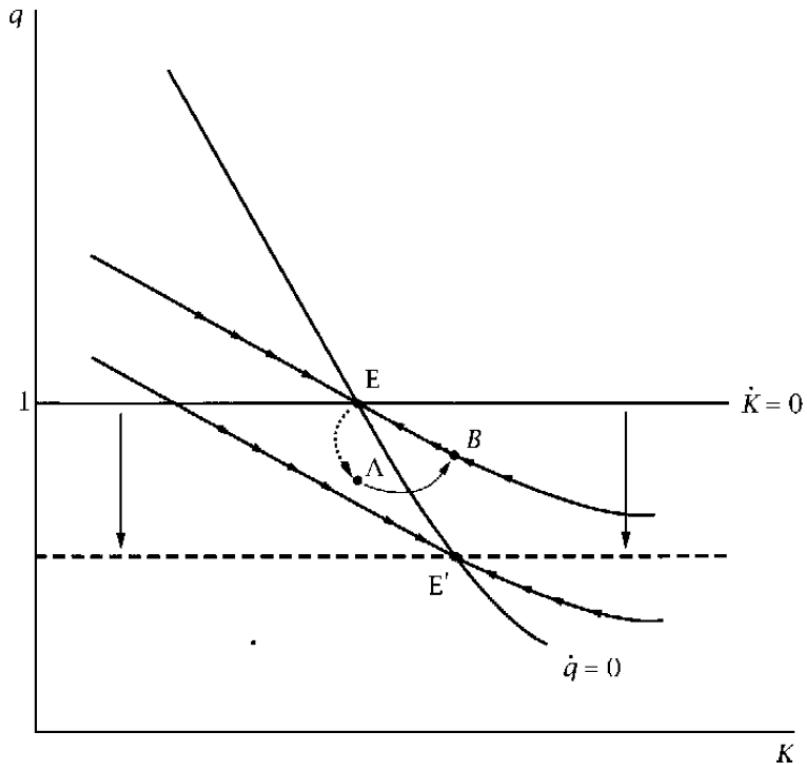
Из уравнения (8.25) следует, что капитал постоянен, когда  $q + \theta = 1$ . Тогда появление инвестиционного налогового кредита должно сдвигать кривую  $\dot{K} = 0$  параллельно вниз на величину  $\theta$ , что отображено на Рис. 8.8. Если кредит является перманентным, то в момент появления информации  $q$  скачком снижается до уровня, соответствующего новой седловой траектории. Интуитивное объяснение: т.к. появление кредита увеличивает инвестиции, то прибыль в отрасли (не бря в расчет сам кредит) будет ниже, а следовательно, стоимость существующего капитала также будет ниже. Переменные  $K$  и  $q$  изменяются вдоль седловой траектории, ведущей к новому равновесию, которое характеризуется более высоким уровнем  $K$  и более низким уровнем  $q$ .



**Рисунок 8.8 Последствия перманентного введения инвестиционного налогового кредита**

Рассмотрим теперь случай временного введения кредита. По аналогии с предшествующим анализом последствий временных изменений выпуска мы заключаем, что появление информации о введении кредита вызовет падение  $q$  до такого уровня, что последующая динамика  $K$  и  $q$  (с учетом кредита) приведет систему на старую седловую траекторию ровно в тот момент времени, когда действие кредита закончится. Затем система будет двигаться вдоль седловой траектории к первоначальному долгосрочному равновесию.

Рис. 8.9 иллюстрирует ситуацию. Мы видим, что  $q$  не уменьшается на протяжении всего пути к седловой траектории, так что временное введение кредита снижает  $q$  в меньшей степени, чем сопоставимое перманентное введение кредита. Дело в том, что временное введение кредита не приводит к перманентному увеличению капитала, поэтому оно приводит к меньшему снижению ценности существующего капитала. Вспомним теперь, что изменение в запасе капитала  $\dot{K}$  зависит от  $q + \theta$  (см. [8.25]). Значение  $q$  выше в случае временного кредита. Таким образом, подтверждая неформальный аргумент, мы получаем, что на инвестиции более сильное воздействие оказывает временный кредит, а не перманентный. И, наконец, обратим внимание, что на диаграмме для случая временного кредита  $q$  возрастает в конце периода действия кредита. Значит, после определенной точки временный кредит приводит к растущему инвестиционному буму, когда фирмы стараются осуществить инвестиции в период действия кредита. Напротив, в случае перманентного кредита темп изменения капитала неуклонно снижается, в то время как отрасль движется к новому долгосрочному равновесию.



**Рисунок 8.9 Последствия временного введения инвестиционного налогового кредита**

## 8.6 Влияние неопределенности: введение

Наш анализ до сих пор предполагал, что фирмы точно знают доходность, ставки процента и налоговую политику в будущем. На практике в отношении всего этого фирмы сталкиваются с неопределенностью. Некоторые проблемы, связанные с фактором неопределенности, рассматриваются в данном разделе.

### Неопределенность относительно будущей доходности

Мы начнем со случая, когда нет неопределенности относительно траектории ставки процента. Для простоты она полагается постоянной. Существует неопределенность только в отношении будущей доходности. В этом случае стоимость дополнительной единицы капитала определяется выражением

$$q(t) = \int_{\tau=t}^{\infty} e^{-r(\tau-t)} E_t [\pi(K(\tau))] d\tau \quad (8.26)$$

(см. [8.22]).

Данное выражение может быть использовано для определения ожидаемой динамики  $q$  во времени. Коль скоро (8.26) соблюдается в каждый момент времени, ожидания, формируемые в момент времени  $t$  относительно значения  $q$  в отдаленный момент времени  $t + \Delta t$ , можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 E_t[q(t + \Delta t)] &= E_t \int_{\tau=t+\Delta t}^{\infty} e^{-r(\tau-(t+\Delta t))} E_{t+\Delta t}[\pi(K(\tau))] d\tau \\
 &= \int_{\tau=t+\Delta t}^{\infty} e^{-r(\tau-(t+\Delta t))} E_t[\pi(K(\tau))] d\tau,
 \end{aligned} \tag{8.27}$$

где вторая строка записана с учетом закона итерации ожиданий, в соответствии с которым  $E_t[E_{t+\Delta t}[\pi(K(\tau))]]$  просто равно  $E_t[\pi(K(\tau))]$ . Дифференцируя (8.27) по  $\Delta t$  и рассматривая полученный результат для  $\Delta t = 0$ , получаем

$$E_t[\dot{q}(t)] = rq(t) - \pi(K(t)). \tag{8.28}$$

За исключением появления оператора рациональных ожиданий, данное выражение идентично уравнению для  $\dot{q}$  в случае определенности (см. [8.24]).

Как и в предшествующем случае, каждая фирма инвестирует, пока издержки на дополнительный капитал не сравняются с его рыночной оценкой. Таким образом, уравнение (8.23),  $\dot{K}(t) = f(q(t))$ , по-прежнему справедливо.

До сих пор из нашего анализа следовало, что неопределенность не имеет прямого влияния на инвестиции: фирмы инвестируют, пока стоимость дополнительного капитала превосходит издержки его получения, а стоимость этого капитала определяется только его ожидаемой будущей отдачей. Но данный анализ не учитывает тот факт, что не совсем корректно рассматривать неопределенность относительно  $\pi(K)$  как экзогенную. Коль скоро траектория  $K$  определяется внутри модели, только неопределенность относительно положения функции  $\pi(\bullet)$  может рассматриваться как экзогенная: комбинация этой неопределенности и поведения фирмы определяет неопределенность относительно величины  $\pi(K)$ .

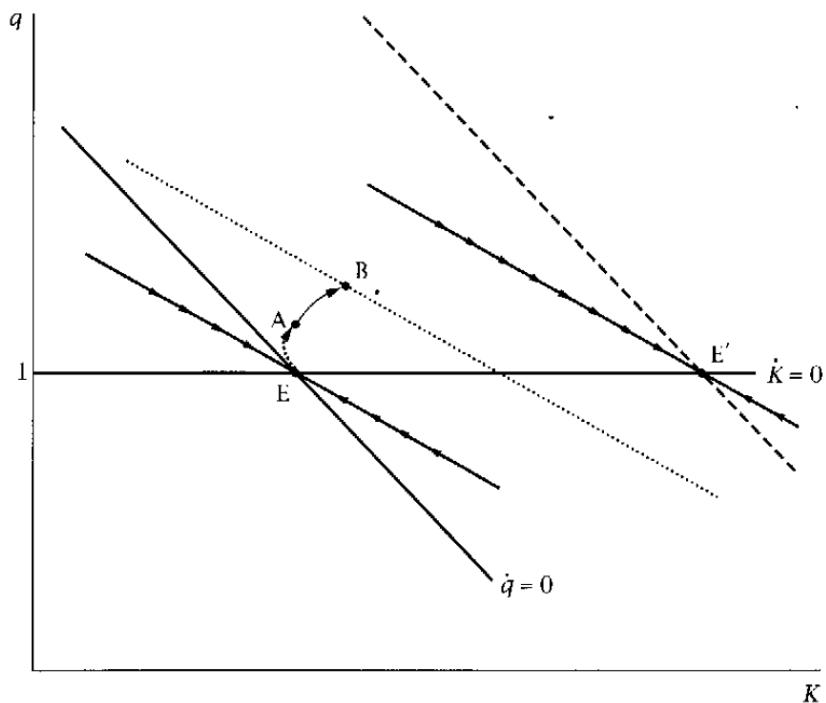
В одном естественном базовом случае данная тонкость действительно не является важной: если  $C(\bullet)$  - является квадратической,  $\pi(\bullet)$  является линейной и неопределенность касается лишь соответствующей константы, но не наклона функции  $\pi(\bullet)$ , то неопределенность не оказывает влияния на инвестиции. Иными словами, можно показать, что в данном случае инвестиции будут точно такими же, как если бы было достоверно известно, что фактическое будущее положение графика  $\pi(\bullet)$  совпадает с его ожидаемым положением (см. задачи 8.9 и 8.10).

## Пример

Чтобы понять эффект неопределенности относительно прибыли, рассмотрим следующий пример. Пусть соблюдаются предположения базового случая, начальное значение функции  $\pi(\bullet)$  задано, и отрасль находится в состоянии долгосрочного равновесия. Становится известно, что правительство рассматривает изменение в налоговом кодексе, которое приведет к увеличению константы линейной функции  $\pi(\bullet)$ . Данное предложение правительства пройдет голосование через период времени  $T$ , и вероятность его принятия равна 50 процентов. Больше никаких источников неопределенности нет.

Развитие событий отображено на Рис. 8.10. На диаграмме представлена линия  $\dot{K} = 0$ , а также линии  $\dot{q} = 0$  и седловые траектории для начальной и возможной новой, большей функции  $\pi(\bullet)$ . При сделанных предположениях все линии являются прямыми (см. задачу 8.9). Начальные значения  $K$  и  $q$  соответствуют точке Е. После голосования за предложение правительства переменные должны изменяться вдоль соответствующей седловой траектории, ведущей к соответствующему долгосрочному равновесию (точке Е', если предложение принято, или точке Е, если предложение отклонено). В момент прохождения голосования не должно быть ожидаемых выигрышер или потерь в капитале. Таким образом, поскольку предложение будет одобрено с вероятностью 50 процентов, в момент голосования переменная  $q$  должна быть на пунктирной линии, изображенной на диаграмме, посередине между двумя седловыми траекториями. И наконец, перед голосованием динамика  $K$  и  $q$  определяется уравнениями (8.28) и (8.23) для первоначальной функции  $\pi(\bullet)$  и в отсутствии какой-либо неопределенности относительно  $\dot{q}$ .

Таким образом, в момент появления информации о предложении правительства  $q$  скачком возрастает до такой точки, чтобы в результате дальнейшего движения пары  $K$ ,  $q$  попала на штриховую линию за время  $T$ . В момент голосования  $q$  скачком растет или падает в зависимости от результата голосования, а затем  $K$  и  $q$  стремятся к соответствующему равновесию.



**Рисунок 8.10 Эффект неопределенности относительно будущей налоговой политики в случае симметричных издержек регулирования**

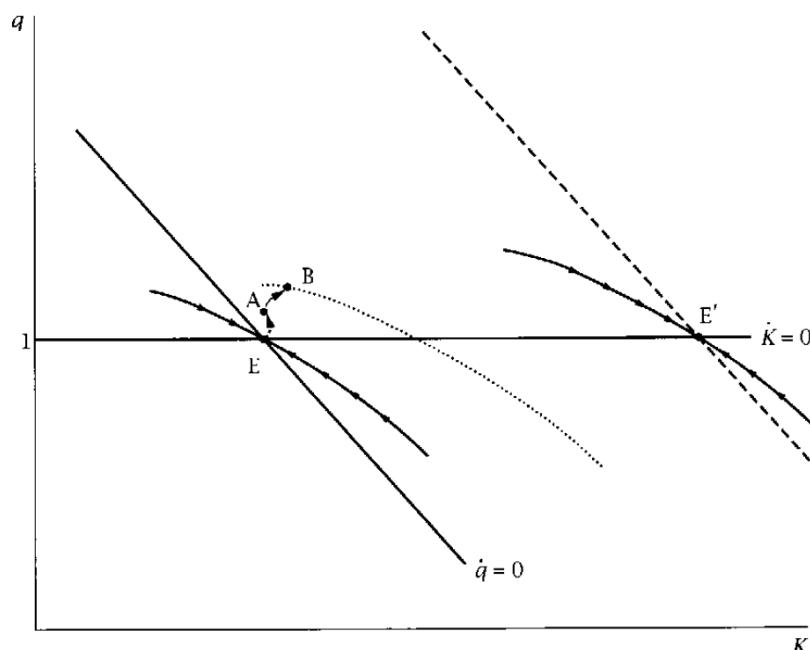
### Необратимые инвестиции

Если  $\pi(\bullet)$  не является линейной, или  $C(\bullet)$  - не квадратическая, то неопределенность относительно функции  $\pi(\bullet)$  может влиять на ожидания

относительно будущих значений  $\pi(K)$ , а следовательно, и на текущие инвестиции. Предположим, например, что издержки снижения капитала выше издержек его увеличения. Тогда, если  $\pi(\bullet)$  сдвигается вверх, то капитал в отрасли будет возрастать достаточно быстро, так что период высоких значений  $\pi(K)$  будет коротким. Но если  $\pi(\bullet)$  сдвигается вниз, то  $K$  будет снижаться достаточно медленно, так что период низких значений  $\pi(K)$  будет продолжительным во времени. Таким образом, для асимметричных издержек регулирования неопределенность относительно положения функции прибыли снижает ожидаемую будущую прибыльность, и следовательно, снижает инвестиции.

Подобная асимметрия в издержках регулирования означает, что инвестиции являются в определенном смысле *необратимыми*: проще увеличить капитал, чем обратить процесс и снизить его. Не обратимость приводит к тому, что седловая траектория на фазовой диаграмме становится изогнутой. Если капитал  $K$  превосходит свое долгосрочное равновесное значение, он снижается медленно, так что прибыль будет низкой на протяжении длительного периода и  $q$  будет значительно ниже 1. С другой стороны, если  $K$  меньше своего долгосрочного равновесного уровня, он возрастает быстро, так что  $q$  лишь незначительно превышает 1.

Чтобы понять, как неопределенность влияет на инвестиции, рассмотрим наш предшествующий пример, но теперь предположим, что издержки регулирования капитала являются асимметричными. Ситуация проанализирована на Рис. 8.11. Как и прежде, в момент голосования за предложение правительства значение  $q$  должно быть где-то между двумя седловыми траекториями, и опять динамика  $K$  и  $q$  до момента голосования определяется (8.28) и (8.23) для первоначальной функции  $\pi(\bullet)$  и в отсутствии неопределенности относительно  $\dot{q}$ .



### **Рисунок 8.11 Эффект неопределенности относительно будущей налоговой политики в случае асимметричных издержек регулирования**

Как и в рассмотренном выше примере, в момент появления информации о готовящемся предложении правительства  $q$  возрастает скачком до такого уровня, чтобы в результате дальнейшего изменения переменных  $K$  и  $q$  система вышла на штриховую линию за время  $T$ . Однако, как видно на диаграмме, асимметрия издержек регулирования приводит к тому, что данный скачок будет меньше по сравнению со случаем симметричных издержек. Действительно, тот факт, что сокращение капитала сопряжено с высокими издержками, означает, что, если фирма намного увеличит капитал до момента голосования и предложение правительства будет отклонено, то значение  $q$  окажется весьма низким вследствие необратимости инвестиций. Эти соображения должны негативно сказаться на оценке стоимости капитала до голосования, а следовательно, инвестиции снизятся. В самом деле, если инвестиции необратимы, *возможность ждать, не инвестируя, обретает цену*. Если фирма не инвестирует, она сохраняет возможность держать низкий капитал. Инвестируя, она связывает себя высоким объемом капитала.

В действительности издержки регулирования, скорее всего, представляют собой нечто более сложное, что вряд ли может быть представлено простой асимметрией относительно  $\dot{k}=0$ . Например, предельные издержки первой единицы положительных или отрицательных инвестиций могут быть строго положительной величиной (так что  $C(\dot{k})$  не является дифференцируемой в точке  $\dot{k}=0$ ). В данном случае существует диапазон значений  $q$  в окрестности 1, для которых фирма предпочитает оставлять капитал неизменным. Фирма увеличивает свой капитал, только если  $q$  превосходит некоторое пороговое значение, строго большее 1, и снижает его, только если  $q$  ниже некоторого порогового значения, строго меньшего 1 (Abel and Eberly, 1994).

Кроме того, могут существовать постоянные издержки для любых отличных от нуля инвестиций (так что  $C(\dot{k})$  имеет разрыв в точке  $\dot{k}=0$ ). Подобного рода постоянные издержки расширяют диапазон значений  $q$ , для которых фирма оставляет свой капитал неизменным (также см. Abel and Eberly, 1994). В данном случае инвестиции являются «импульсными»: большую часть времени фирма не инвестирует вовсе, но время от времени она инвестирует большими дискретными порциями.

В последнее время появилась обширная литература, посвященная влиянию неопределенности, необратимости и фиксированных издержек. Эта литература включает как теоретические, так и эмпирические исследования и анализирует роль данных факторов не только на микроуровне, но и для агрегированных инвестиций.<sup>12</sup>

## Неопределенность относительно фактора дисконтирования

Фирмы сталкиваются не только с неопределенностью относительно величины будущей прибыли, но и с неопределенностью относительно ее оценки. Чтобы

---

<sup>12</sup> Важной ранней работой по проблеме необратимости является Bernanke (1983a). Список недавних исследований включает в себя Abel and Eberly (1994); Dixit and Pindyck (1994); Caballero, Engel, and Haltiwanger (1995); Abel, Dixit, Eberly, and Pindyck (1996); и Cooper, Haltiwanger, and Power (1999). См. обзор в работе Caballero (1999).

понять возможные последствия данной неопределенности, предположим, что фирмой владеет репрезентативный потребитель. Как мы видели в разделе 7.5, потребитель оценивает будущие платежи в соответствии с предельной полезностью потребления, а не исходя из какой-либо постоянной ставки процента. Дисконтированная предельная полезность потребления в момент времени  $\tau$  относительно предельной полезности потребления в момент времени  $t$  может быть записана как  $e^{-\rho(\tau-t)} u'(C(\tau))/u'(C(t))$ , где  $\rho$  - норма дисконтирования потребителя,  $u(\bullet)$  - функция мгновенной полезности, и  $C$  - потребление. Таким образом, выражение для стоимости дополнительной единицы капитала (8.26) преобразуется к виду

$$q(t) = \int_{\tau=t}^{\infty} e^{-\rho(\tau-t)} E_t \left[ \frac{u'(C(\tau))}{u'(C(t))} \pi(K(\tau)) \right] d\tau \quad (8.29)$$

Как отмечается в работе Craine (1989), в соответствии с (8.29) характер влияния степени рискованности проекта на инвестиционные решения определяется теми же соображениями, что и влияние риска на оценку стоимости актива в потребительской модели формирования цен на капитальные активы. Идиосинкритический риск, т.е. случайность в динамике  $\pi(K)$ , которая не коррелирована с  $u'(C)$ , не оказывает никакого влияния на рыночную оценку стоимости капитала, а, следовательно, и на инвестиции. Но неопределенность, положительно коррелированная с агрегированным риском (имеется в виду положительная корреляция между  $\pi(K)$  и  $C$ , что равносильно отрицательной корреляции между  $\pi(K)$  и  $u'(C)$ ), снижает стоимость капитала, и, следовательно, сокращает инвестиции. А неопределенность, отрицательно коррелированная с агрегированным риском, повышает инвестиции.

## 8.7 Несовершенства финансового рынка

### Введение

Когда и фирмы и инвесторы одинаково хорошо информированы, финансовые рынки работают эффективно. Инвестиции оцениваются в соответствии с их ожидаемой доходностью и рискованностью. В результате инвестиции осуществляются, если их рыночная оценка превосходит издержки приобретения и освоения необходимого капитала. До сих пор анализ проводился именно в этих предположениях. В частности, мы предполагали, что фирмы инвестируют, если это повышает приведенную стоимость потока прибыли, дисконтированного по рыночной ставке процента. Иными словами, мы неявно предполагали, что фирмы могут брать в долг под эту ставку процента.

На практике, однако, фирмы намного лучше информированы о своих инвестиционных проектах, чем потенциальные внешние инвесторы. В конечном итоге в качестве внешних инвесторов выступают индивиды. Они, как правило, мало контактируют с фирмой и не могут оценить ее деятельность. Кроме того, их доля в капитале фирмы мала, так что стимул запрашивать необходимую информацию является достаточно слабым.

В силу этих проблем такие институты как банки, взаимные фонды и агентства по оценке платежеспособности, которые специализируются на получении и передаче информации, играют ключевую роль на финансовых рынках. Но даже они обладают намного меньшей информацией, чем фирмы или индивиды, в которых они инвестируют свои фонды. Например, банк, выпускающий кредитную карту, как правило, намного хуже, чем держатель карты, осведомлен о его финансовом положении и привычках в совершении расходов. Вдобавок, при наличии посредников между конечными инвесторами и фирмами проблема асимметричной информации оказывается двухуровневой: информация асимметрична не только между посредниками и фирмами, но также и между индивидами и посредниками (Diamond, 1984).

Асимметрия информации порождает *агентские проблемы* при взаимодействии инвесторов и фирм. Как правило, часть риска инвестиций несет инвестор, а не фирма. Это имеет место, например, в любой ситуации, когда есть вероятность банкротства фирмы. В этом случае фирма может изменить линию поведения, используя преимущество в информированности. Она может только заимствовать, если знает, что ее проект является рискованным, или она может выбрать стратегию, связанную с повышенным риском вместо стратегии с низким уровнем риска, даже если это снижает ожидаемую отдачу. Таким образом, асимметрия информации может вести к искажению инвестиционных решений и отвлечению инвестиций от наиболее эффективных проектов. Кроме того, наличие асимметричной информации может вынудить инвесторов тратить ресурсы на мониторинг деятельности фирм, что опять связано с дополнительными издержками.

В данном разделе представлена простая модель с асимметричной информации и соответствующими агентскими проблемами. Мы покажем, что в условиях асимметричной информации инвестиции определяются не только ставками процента и прибыльностью; имеют значение также такие факторы как способность инвестора осуществлять мониторинг фирм и способность фирм финансировать свои инвестиции из внутренних источников. Мы также увидим, что асимметричная информация меняет характер влияния ставки процента и прибыльности на инвестиции.

## Предположения

У предпринимателя есть возможность осуществить проект, требующий вложения одной единицы ресурса. Предприниматель располагает суммой денег  $W$ , меньшей единицы, так что ему необходимо получить  $1-W$  в качестве внешнего финансирования проекта. Если проект реализуется, на выходе ожидается положительный выпуск  $\gamma$ . Величины  $\gamma$  различны для предпринимателей, но доступны для наблюдения любому из них. Однако, фактический выпуск может отличаться от ожидаемого. А именно, фактический объем выпуска проекта, характеризующийся ожидаемой величиной  $\gamma$ , имеет равномерное распределение на интервале  $[0,2\gamma]$ . Т.к. все богатство предпринимателя инвестируется в проект, его выплаты внешним инвесторам не могут превосходить выпуска. Данное ограничение на сумму выплат внешним инвесторам со стороны предпринимателя означает, что инвесторы вынуждены брать на себя часть риска проекта.

Если предприниматель не берется за проект, он может инвестировать в безрисковый актив с отдачей  $r$ . Предприниматель нейтрален к риску, так что он берется за проект, если разность между  $\gamma$  и ожидаемыми выплатами внешним инвесторам превосходит величину  $(1+r)W$ .

Внешние инвесторы, как и предприниматель, нейтральны к риску и могут инвестировать в безрисковый актив. Кроме того, внешние инвесторы являются конкурентами, так что в равновесии ожидаемая норма отдачи любого осуществляемого ими финансирования должна совпадать с  $r$ .

Ключевое предположение модели состоит в том, что предприниматели лучше информированы относительно фактического выпуска проекта, чем внешние кредиторы. А именно, предприниматель получает информацию о своем выпуске без каких-либо издержек, в то время как внешний инвестор несет связанные с этим издержки  $c$ . Величина издержек полагается положительной и, для удобства, меньшей ожидаемого выпуска  $\gamma$ .

Подобный тип асимметричной информации известен как *дорогостоящая верификация состояния* (Townsend, 1979). Мы остановили выбор на анализе именно данного типа асимметричной информации между предпринимателями и инвесторами не потому, что именно он наиболее важен на практике, а потому что его сравнительно легко проанализировать. Другие типы асимметричной информации, такие как асимметричная информация относительно рискованности проектов или действий предпринимателя, характеризуются похожими эффектами.

## **Равновесие в условиях симметричной информации**

В отсутствии издержек получения информации о выпуске проекта для внешних инвесторов, определение равновесия не представляет большой сложности. Предприниматели, чьи проекты имеют ожидаемую норму отдачи превосходящую  $1+r$ , получают финансирование и работают над своими проектами. Предприниматели, чьи проекты имеют ожидаемую норму отдачи меньше, чем  $1+r$ , не получают финансирования. Для финансируемых проектов контракт между предпринимателем и внешними инвесторами предусматривает ожидаемые выплаты инвесторам в сумме  $(1-W)(1+r)$ . Существует множество форм контрактов соответствующих данному условию. В качестве примера можно рассмотреть контракт, определяющий долю дохода инвестора, равную  $(1-W)(1+r)/\gamma$  для любого возможного объема выпуска. Т.к. ожидаемый выпуск равен  $\gamma$ , ожидаемая сумма платежа составляет  $(1-W)(1+r)$ . Ожидаемый доход предпринимателя равен  $\gamma - (1-W)(1+r)$ , что можно переписать как  $W(1+r) + \gamma - (1+r)$ . Т.к. по предположению значение  $\gamma$  превосходит  $1+r$ , доход предпринимателя превышает  $W(1+r)$ , так что предприниматель заинтересован в реализации проекта.

## **Форма контракта в условиях асимметричной информации**

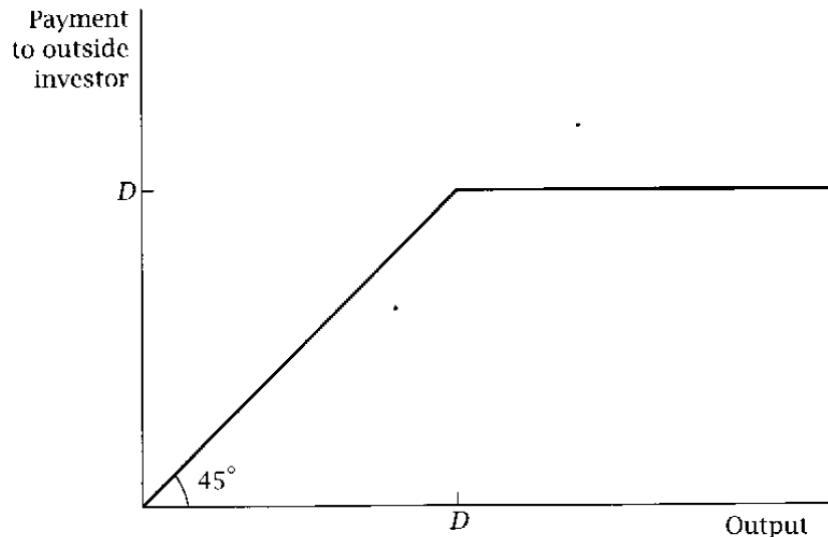
Вернемся теперь к предположению, что получение информации о величине выпуска внешним инвестором сопряжено с издержками. Предположим, также, что богатство каждого внешнего инвестора превышает  $1 - W$ . Таким образом, мы можем остановиться на случае, когда каждый проект финансируется только одним внешним инвестором. Это позволит избежать ряда затруднений, возникающих в случае, когда более чем один внешний инвестор желает получить информацию о выпуске проекта.

Коль скоро внешние инвесторы нейтральны к риску и конкурируют друг с другом, ожидаемые выплаты внешнему инвестору со стороны предпринимателя должны быть равны  $(1+r)(1-W)$  плюс ожидаемые затраты инвестора на верификацию выпуска. Ожидаемый доход предпринимателя совпадает с ожидаемым выпуском проекта, который является экзогенным. Таким образом, оптимальный контракт – это контракт, который минимизирует издержки на верификацию выпуска, и в то же время обеспечивает внешнему инвестору требуемую норму отдачи.

При введенных предположениях контракт, отвечающий выдвинутым требованиям, имеет простую форму. Если величина выплат по проекту превосходит некоторый критический уровень  $D$ , то предприниматель платит инвестору  $D$ , и инвестор не верифицирует выпуск. Но если платеж меньше  $D$ , инвестор несет издержки верификации и забирает весь выпуск. Таким образом, это долговой контракт. Предприниматель берет в долг  $1 - W$  и обязуется вернуть  $D$ , если он будет в состоянии это сделать. Если объем выпуска, который получает предприниматель, превосходит сумму долга, он полностью выплачивает долг и оставляет себе излишек. Если предприниматель не в состоянии выплатить требуемую сумму, все его ресурсы переходят кредитору. Соответствующая платежная функция изображена на Рис. 8.12.

Обоснование того, что оптимальный контракт должен иметь именно такую форму, может быть разбито на несколько шагов. Во-первых, в случае, когда инвестор не верифицирует выпуск, платеж не может зависеть от фактического выпуска. Чтобы убедиться в этом, предположим, что выплаты составляют  $Q_1$ , если выпуск равен  $Y_1$ , и  $Q_2$ , если выпуск равен  $Y_2$ , причем  $Q_2 > Q_1$ , и инвестор в любом случае не верифицирует выпуск. Т.к. инвестор не знает величину выпуска, то когда выпуск равен  $Y_2$ , предприниматель заявляет, что он равен  $Y_1$ , и платит  $Q_1$ . Подобный контракт не позволяет добиться того, чтобы выплаты при выпуске  $Y_2$  превосходили выплаты при выпуске  $Y_1$ .

Во-вторых, платеж в случае верификации никогда не может быть больше величины  $D$  – платежа без верификации. В противном случае предприниматель никогда не признается, что выпуск равен величине, соответствующей выплатам, превышающим  $D$ . Вдобавок, платеж с верификацией не может быть равным  $D$  – иначе можно снизить ожидаемые расходы на верификацию, не проводя ее, если предприниматель платит  $D$ .



(Обозначения: по горизонтальной оси «Выпуск», по вертикальной оси «Платеж внешнему инвестору»)

**Рисунок 8.12 Оптимальная платежная функция**

В третьих, платеж должен быть равен  $D$  всегда, когда выпуск превышает  $D$ . Действительно, если платеж меньше  $D$ , в то время как выпуск больше  $D$ , тогда существует способ повысить ожидаемые доходы инвестора и снизить ожидаемые издержки верификации – необходимо для данных уровней выпуска установить выплаты в размере  $D$ . Таким образом, существует возможность построить более эффективный контракт.

В четвертых, предприниматель не может заплатить  $D$ , если выпуск меньше, чем  $D$ , так что в подобных случаях инвестор должен верифицировать выпуск.

И наконец, если платеж меньше выпуска, в то время как сам выпуск меньше  $D$ , то увеличение платежа приведет к увеличению ожидаемого дохода инвестора, не меняя ожидаемых издержек верификации. Но это означает, что можно уменьшить  $D$  и сэкономить на издержках верификации.

В совокупности данные факты означают, что оптимальный контракт является долговым контрактом.<sup>13</sup>

### Равновесное значение $D$

<sup>13</sup> Формальные доказательства можно найти в Townsend (1979) и Gale-Hellwig (1985). Представленный нами анализ не учитывает два тонких момента. Во-первых, он предполагает, что верификация должна быть детерминированной функцией состояния. Однако можно показать, что контракт, который делает верификацию случайной функцией от объявляемых предпринимателем объемов выпуска, может улучшить контракт, представленный на Рис. 8.12 (Bernanke and Gertler, 1989). Во-вторых, анализ предполагает, что инвестор может связать себя соглашением верифицировать выпуск, если предприниматель объявляет, что объем выпуска меньше  $D$ . Для любого объявляемого объема выпуска, меньшего  $D$ , инвестор предпочитает получить причитающуюся сумму без проведения верификации. Но если инвестор может ex post принять решение не верифицировать, предприниматель получает стимул занижать объем выпуска. Таким образом, контракт не защищен от перезаключения. Ради простоты мы игнорируем эти трудности.

На следующем этапе анализа мы должны определить, какая величина  $D$  должна быть оговорена в контракте. Инвесторы нейтральны к риску и конкурируют друг с другом. Безрисковая ставка процента равна  $r$ . Таким образом, ожидаемые выплаты инвестору за вычетом его ожидаемых расходов на верификацию должны быть равны произведению  $1+r$  на сумму долга  $1-W$ . Чтобы найти равновесное значение  $D$ , мы должны установить, как ожидаемый доход инвестора за вычетом издержек верификации зависит от  $D$ , а затем вычислить значение  $D$ , которое доставляет инвестору требуемый ожидаемый чистый доход.

Чтобы найти ожидаемый чистый доход инвестора, предположим сначала, что  $D$  меньше максимально возможного выпуска проекта  $2\gamma$ . В этом случае, фактический выпуск может быть как больше, так и меньше  $D$ . Если выпуск больше  $D$ , то инвестор не платит издержки верификации и получает  $D$ . Т.к. выпуск распределен равномерно на интервале  $[0, 2\gamma]$ , вероятность того, что это произойдет, равна  $(2\gamma - D)/(2\gamma)$ . Если выпуск меньше  $D$ , то инвестор платит издержки верификации и получает весь выпуск. В силу предположения о равномерном распределении выпуска вероятность этого события равна  $D/(2\gamma)$ . Соответствующее условное среднее значение выпуска равно  $D/2$ .

С другой стороны, если  $D$  превосходит  $2\gamma$ , то выпуск всегда меньше  $D$ , так что в этом случае инвестор всегда идет на издержки верификации и получает весь выпуск. При этом ожидаемый платеж равен  $\gamma$ .

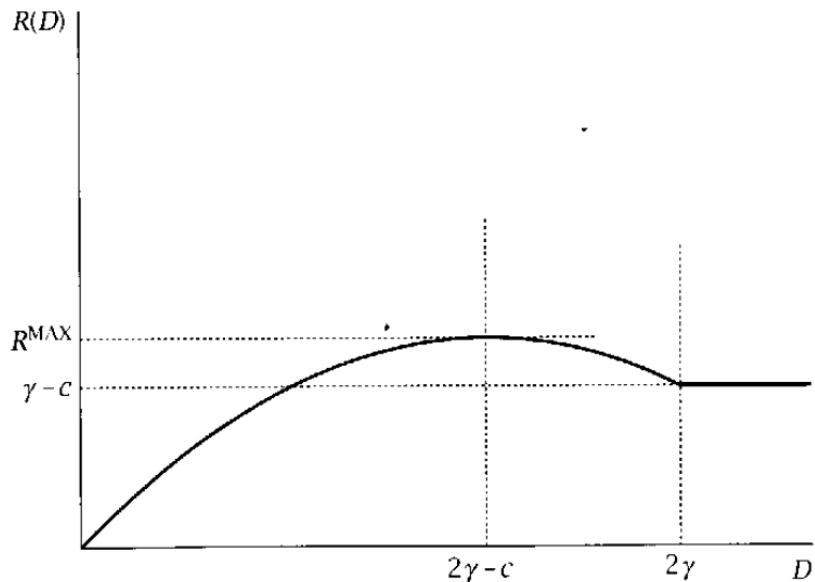
Таким образом, ожидаемый доход инвестора за вычетом издержек верификации равен:

$$R(D) = \begin{cases} \frac{2\gamma - D}{2\gamma} D + \frac{D}{2\gamma} \left( \frac{D}{2} - c \right), & D \leq 2\gamma, \\ \gamma - c, & D > 2\gamma. \end{cases} \quad (8.30)$$

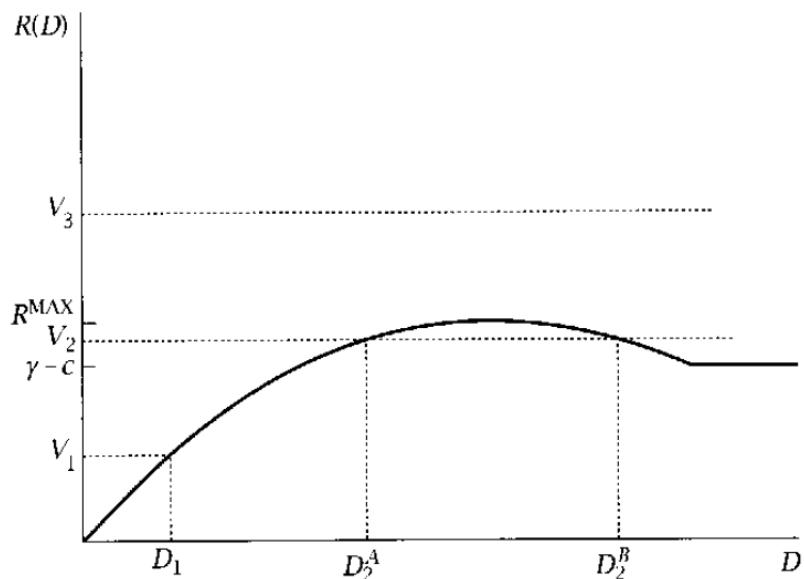
Из уравнения (8.30) следует, что когда  $D$  меньше, чем  $2\gamma$ ,  $R'(D)$  равно  $1 - [c/(2\gamma)] - [D/(2\gamma)]$ , так что  $R$  возрастает пока не будет достигнут уровень  $D = 2\gamma - c$ , а затем убывает. Причина, в силу которой  $R$  рано или поздно начинает убывать по  $D$ , состоит в том, что когда  $D$  приближается к уровню максимально возможного платежа, его дальнейшее увеличение означает необходимость более частой верификации выпуска инвестором, что снижает ожидаемый чистый доход. В точке максимума ожидаемый чистый доход инвестора равен  $R(2\gamma - c) = [(2\gamma - c)/2\gamma]^2 \gamma \equiv R^{MAX}$ . Таким образом, максимальный ожидаемый чистый доход равен ожидаемому выпуску, когда  $c$  равно 0, но меньше его, когда  $c$  больше 0. Отметим также, что  $R$  снижается до уровня  $\gamma - c$  при  $D = 2\gamma$ , после чего дальнейший рост  $D$  не влияет на  $R(D)$ . График функции  $R(D)$  приведен на Рис. 8.13.

На Рис 8.14 представлены три возможных значения требуемого чистого дохода инвестора  $(1+r)(1-W)$ . Если требуемый чистый доход равен  $V_1$ , или, более обще, если он меньше  $\gamma - c$ , то существует единственное значение  $D$ , которое доставляет инвестору этот требуемый чистый доход. Поэтому контракт специфицирует данную величину  $D$ . В случае, когда требуемый платеж равен  $V_1$ , равновесная величина  $D$  представлена на рисунке как  $D_1$ .

Если требуемая величина чистого дохода превосходит  $R^{MAX}$  (например, если он равен  $V_3$ ), то не существует значения  $D$ , доставляющего инвестору необходимый доход. Поэтому в данной ситуации имеет место *рационирование кредита*: инвестор отказывает предпринимателю в кредите при любой ставке процента.



**Рисунок 8.13 Ожидаемый доход инвестора  
за вычетом издержек верификации**



**Рисунок 8.14. Определение требуемых платежей  
предпринимателя инвестору**

И наконец, если ожидаемый чистый доход лежит в диапазоне между  $\gamma - c$  и  $R^{MAX}$ , существует два возможных значения  $D$ . Например, рисунок показывает, что уровню  $R(D) = V_2$  соответствуют два значения  $D$ , обозначенных через  $D_2^A$  и  $D_2^B$ . Однако, большая из этих величин ( $D_2^B$  на рисунке) не соответствует условиям конкурентного равновесия: если какой-то

инвестор дает в долг предпринимателю, требуя возвращения суммы  $D_2^B$ , то другие инвесторы могут с выгодой для себя предоставить кредит на лучших условиях. Поэтому конкуренция заставит величину  $D$  опуститься до уровня  $D_2^A$ . Равновесным значением  $D$  будет являться наименьший корень уравнения  $R(D) = (1+r)(1-W)$ . Из уравнения (8.30) следует, что это решение будет иметь вид<sup>14</sup>

$$D^* = 2\gamma - c - \sqrt{(2\gamma - c)^2 - 4\gamma(1+r)(1-W)}, \quad (1+r)(1-W) \leq R^{MAX}. \quad (8.31)$$

## Инвестиции в равновесии

На последнем этапе анализа необходимо определить, в какой ситуации предприниматель возьмется за проект. Очевидно, необходимым условием является возможность получить финансирование под некоторый процент. Но это условие не является достаточным: для некоторых предпринимателей, которые могут получить финансирование, инвестиции в безрисковый актив могут оказаться предпочтительнее.

Предприниматель, инвестирующий в безрисковый актив, получает  $(1+r)W$ . Если же предприниматель берется за проект, его ожидаемый доход равен ожидаемому выпуску  $\gamma$  за вычетом выплат внешнему инвестору. Если предприниматель может получить финансирование, ожидаемые выплаты внешнему инвестору определяются альтернативными издержками использования средств инвестора  $(1+r)(1-W)$  плюс ожидаемые расходы инвестора на верификацию. Таким образом, чтобы найти условия, при которых проект будет осуществлен, нам необходимо вычислить ожидаемые издержки верификации.

Результат может быть получен из уравнения (8.31). Инвестор верифицирует выпуск, если тот меньше  $D^*$ . Это происходит с вероятностью  $D^*/2\gamma$ . Таким образом, ожидаемые издержки верификации равны

$$\begin{aligned} A &= \frac{D^*}{2\gamma} c \\ &= \left[ \frac{2\gamma - c}{2\gamma} - \sqrt{\left(\frac{2\gamma - c}{2\gamma}\right)^2 - \frac{(1+r)(1-W)}{\gamma}} \right] c. \end{aligned} \quad (8.32)$$

Вычислив соответствующие частные производные, легко показать, что  $A$  возрастает по  $c$ ,  $r$  и убывает по  $\gamma$  и  $W$ . Результат можно представить в виде:

---

<sup>14</sup> Обратим внимание на следующее. Для того чтобы подкоренное выражение  $(2\gamma - c)^2 - 4\gamma(1+r)(1-W)$  имело отрицательный знак, необходимо чтобы выполнялось условие  $[(2\gamma - c)/2\gamma]^2 \gamma < (1+r)(1-W)$ , т.е., чтобы  $R^{MAX}$  было меньше требуемого чистого дохода. Таким образом, случай, когда выражение в правой части (8.31) не определено, соответствует случаю, когда не существует значения  $D$ , при котором инвестор готов давать в долг.

$$A = A(c, r, W, \gamma), \quad A_c > 0, \quad A_r > 0, \quad A_W < 0, \quad A_\gamma < 0. \quad (8.33)$$

Ожидаемые выплаты предпринимателя инвестору равны  $(1+r)(1-W) + A(c, r, W, \gamma)$ . Таким образом, проект реализуется, если  $(1+r)(1-W) \leq R^{MAX}$ , и если

$$\gamma - (1+r)(1-W) - A(c, r, W, \gamma) > (1+r)W. \quad (8.34)$$

Несмотря на то, что мы получили данный результат из частной модели асимметричной информации, основные идеи являются общими. Предположим, например, что существует асимметрия информации относительно величины риска, которую берет на себя предприниматель. В данной ситуации, если инвестор несет часть рисков плохих исходов, предприниматель имеет стимул увеличить рискованность своих действий сверх уровня, максимизирующего ожидаемую отдачу проекта. Таким образом, здесь возникает проблема *морального искушения*. В результате асимметричная информация снова снижает общую ожидаемую отдачу для предпринимателя и инвестора, так же как это было в модели с затратами на верификацию состояния. При реалистичных предположениях данные агентские издержки снижаются с ростом суммы финансирования со стороны предпринимателя ( $W$ ), возрастают с ростом суммы, которая должна быть выплачена инвестору при данном объеме финансирования ( $r$ ), убывают с ростом ожидаемого платежа по проекту ( $\gamma$ ) и возрастают с ростом степени асимметрии информации. Степень асимметрии измеряется параметром  $c$  в случае затрат на верификацию состояния или готовностью предпринимателя идти на высокий риск в случае существования проблемы морального искушения.

Аналогично, предположим, что разные предприниматели предлагают проекты с разными рисками и что риски не наблюдаются инвесторами. В этом случае возникает проблема *неблагоприятного отбора*. Тогда снова имеются агентские издержки внешнего финансирования, причем эти издержки снова определяются из тех же соображений, что и в представленной модели. Таким образом, качественные результаты, полученные для рассмотренной выше модели, справедливы и для многих других моделей асимметричной информации на финансовых рынках.

## Выводы

Представленная модель приводит к целому ряду выводов. Как видно из предшествующего обсуждения, основные из них справедливы не только для данной конкретной модели, а являются следствиями несовершенства финансовых рынков в общей ситуации. Обсудим четыре наиболее важных вывода.

Первое. Агентские издержки, возникающие вследствие асимметричной информации, увеличивают издержки внешнего финансирования, что дестимулирует инвестиции. В условиях симметричной информации в рассмотренной модели инвестиции осуществляются, если  $\gamma > 1+r$ . Но в

условиях асимметричной информации инвестиции осуществляются, только если  $\gamma > 1 + r + A(c, r, W, \gamma)$ . Таким образом, агентские издержки снижают инвестиции для фиксированной безрисковой ставки процента.

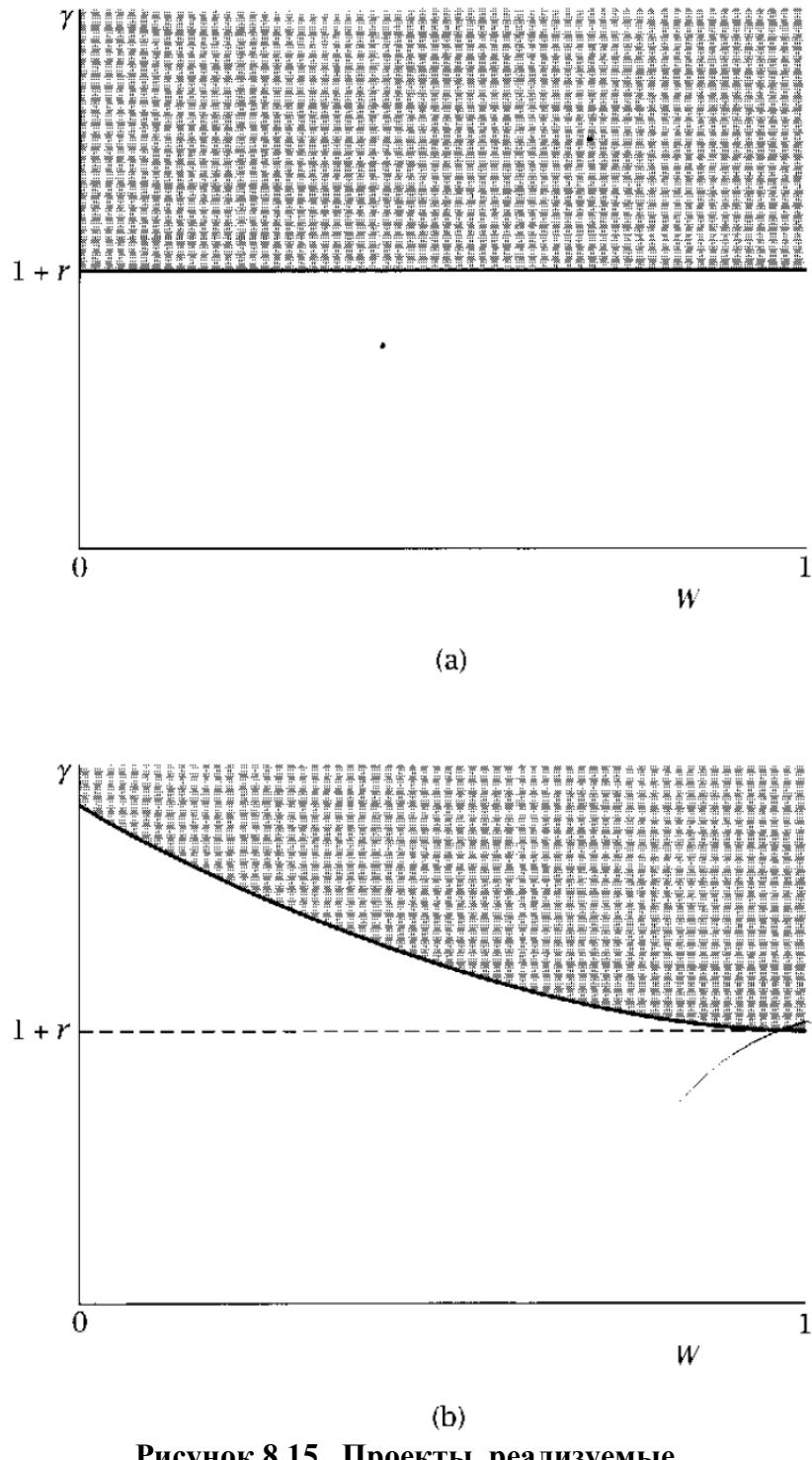
Второе. Поскольку несовершенства финансового рынка приводят к возникновению агентских издержек, влияющих на инвестиции, они также преобразуют механизм воздействия на инвестиции изменений выпуска и ставки процента. Как было показано в разделе 8.5, в условиях совершенного финансового рынка изменения выпуска воздействуют на инвестиции, влияя на будущую прибыльность. Несовершенства финансового рынка создают второй канал: изменения выпуске влияют на текущую прибыль фирм, что отражается на способности фирм обеспечить внутреннее финансирование. В рамках нашей модели можно рассматривать снижение текущего выпуска как уменьшение богатства предпринимателя  $W$ . Т.к. уменьшение богатства приводит к росту агентских издержек, снижение выпуска приведет к сокращению инвестиций даже если прибыльность инвестиционных проектов (распределение случайной величины  $\gamma$ ) останется прежней.

Аналогично, изменения в ставке процента воздействуют на инвестиции не только через традиционный канал, но и благодаря их влиянию на агентские издержки: рост ставки процента приводит к росту агентских издержек, что дестимулирует инвестиции. Действительно, увеличение  $r$  приводит к увеличению общей суммы выплат инвестору со стороны предпринимателя. Это означает, что вероятность неполучения инвестором требуемых выплат становится выше, следовательно, агентские издержки также будут выше. Действительно, так как требуемый чистый доход инвестора составляет  $(1+r)(1-W)$ , рост  $r$  на  $\Delta r$  приводит к увеличению этого требуемого дохода на  $(1-W)\Delta r$ . Значит, это окажет такое же воздействие на ожидаемый чистый доход, что и падение  $W$  на  $[(1-W)/(1+r)]\Delta r$ . Как видно из уравнения (8.32), два этих изменения приводят к одному и тому же изменению в агентских издержках.

Кроме того, из модели следует, что воздействие изменений выпуска и ставки процента на инвестиции реализуется не только благодаря их влиянию на решения предпринимателей относительно заимствований под рыночную ставку процента. Это воздействие связано еще и с изменением числа предпринимателей, имеющих возможность брать в долг.

Третий вывод из нашего анализа состоит в том, что многие переменные, которые не оказывали влияния на инвестиции в условиях совершенного рынка капитала, играют важную роль, когда рынок капитала несовершенен. Простой пример тому – богатство предпринимателя. Положим, что  $\gamma$  и  $W$  различны для разных предпринимателей. На совершенных финансовых рынках вопрос о целесообразности финансирования проекта определяется только величиной  $\gamma$ , так что реализуемые проекты являются самыми эффективными. Это отображено в верхней части Рис. 8.15. При асимметричной информации ситуация иная: поскольку  $W$  влияет на агентские издержки, получение проектом финансирования зависит и от  $\gamma$ , и от  $W$ . Поэтому может получить финансирование проект с более низкой по сравнению с другими ожидаемой отдачей, если предприниматель, предлагающий этот менее эффективный проект, богаче других. Это отображено в нижней части рисунка.

Поскольку несовершенства финансового рынка приводят к тому, что инвестиции зависят от богатства предпринимателя, эти несовершенства могут усилить эффект шоков, внешних для финансовой системы. Снижение выпуска по сторонним причинам может уменьшить богатство предпринимателя, что негативно отразится на инвестициях и, следовательно, приведет к дальнейшему падению выпуска (Bernanke-Gertler, 1989; Kiyotaki-Moore, 1997).



**Рисунок 8.15. Проекты, реализуемые в условиях симметричной и асимметричной информации**

Средние ставки налогов и идиосинкретический риск также оказывают влияние на инвестиции только в условиях несовершенства рынков капитала. Если добавить в модель налоги, то их средняя (а не только предельная) ставка влияет на инвестиции, воздействуя на способность фирм использовать внутренние источники финансирования. Также и риск, даже если он не коррелирован с потреблением, влияет на инвестиции, воздействуя на агентские издержки. Например, внешнее финансирование проекта с неслучайной отдачей не связано с агентскими издержками, т.к. при этом исключены ситуации, когда предприниматель не сможет расплатиться с инвестором. Но, как показывает рассмотренная модель, внешнее финансирование рискового проекта сопряжено с агентскими издержками.

Четвертое и наиболее важное. Из проведенного анализа следует, что финансовая система сама по себе может быть важна для инвестиций. В построенной модели рост издержек верификации с снижает инвестиции. В общем случае наличие агентских издержек означает, что эффективность финансовой системы с точки зрения обработки информации и мониторинга заемщиков является потенциально важным фактором, определяющим инвестиции.

Данное соображение применимо к анализу и краткосрочных колебаний, и долгосрочного роста. Сбои в работе финансовой системы могут влиять на инвестиции, а значит, и на краткосрочные колебания агрегированного выпуска. Например, Bernanke (1983) отмечает, что коллапс банковской системы США в начале 1930-ых сказался на глубине Великой Депрессии за счет снижения эффективности работы финансовой системы по оценке и финансированию инвестиционных проектов. Аналогично, многие исследователи сходятся во мнении, что серьезной причиной рецессии 1990-1991 гг. в США была резкая нехватка капитала в банках, что снизило их способность давать в долг. Аргументация заключается в том, что, поскольку банки имели низкий запас собственного капитала, они были в сильной степени зависимы от внешнего финансирования. Это увеличило альтернативные издержки использования их собственных фондов и снизило степень их готовности давать в долг (см., например, Bernanke and Lown, 1991).

Что касается долгосрочного роста, то McKinnon (1973) и другие исследователи отмечают, что финансовая система оказывает серьезное влияние на общее количество и качество предпринимаемых инвестиционных проектов, а следовательно, и на экономический рост на длительном временном интервале. Данный аргумент трудно проверить на практике, поскольку развитие финансовой системы может быть следствием, а не причиной роста. Тем не менее, в работе King and Levine (1993a, 1993b) приводятся некоторые данные, подтверждающие, что развитие финансовой системы важно для роста.

## 8.8 Эмпирические приложения

### Инвестиционный налоговый кредит и цена капитальных благ

Как отмечалось в разделе 8.1, издержки регулирования капитала могут быть внешними или внутренними. Внешние издержки принимают форму увеличения относительной стоимости капитальных благ в ситуации, когда желательный

капитал фирмы возрастает. Используя статистические данные об относительной стоимости капитальных благ, можно протестировать данный эффект.

Подобного рода тест был проведен в работе Goolsbee (1998). Автор исследовал влияние инвестиционного налогового кредита на стоимость капитальных благ. Основная спецификация имела вид:

$$\ln P_{it} = b \tau_{it} + c'_i X_{it} + e_{it}, \quad (8.35)$$

где  $P_{it}$  - это относительная цена капитала типа  $i$  в году  $t$ ,  $\tau_{it}$  - величина субсидии по инвестиционному налоговому кредиту на покупку капитального блага  $i$  в году  $t$  (в процентах от цены покупки), и  $X_{it}$  - вектор контрольных переменных, влияние которых может отличаться для разных благ. Гулсби утверждает, что правительство склонно увеличивать инвестиционный налоговый кредит во время рецессий, когда спрос на инвестиции сам по себе достаточно низок. Если это действительно так, то оценка  $b$  может несколько преуменьшать истинное влияние инвестиционного налогового кредита на стоимость капитальных благ. Чтобы решить эту проблему, Гулсби в некоторых спецификациях теста включает фиктивные переменные для каждого года. Тем самым он контролирует изменение во времени общего объема инвестиционного кредита, чтобы сосредоточиться на различиях в кредите для разных типов капитальных благ.

Гулсби рассматривает 22 капитальных блага на протяжении периода с 1959 по 1988 год. Его базовая регрессия включает фиктивные переменные для каждого капитального блага, временной тренд и контрольные макроэкономические переменные. Для данной спецификации оценка  $b$  составляет 0,17 при стандартной ошибке 0,03. Таким образом, гипотеза о наличии внешних издержек регулирования получает серьезное подтверждение. Включение в модель фиктивных переменных для каждого года существенно не влияет на результат: оценка  $b$  возрастает до 0,19, а стандартная ошибка возрастает до 0,04.

Гулсби также исследует различия в воздействии инвестиционного налогового кредита для разных капитальных благ. А именно, он оценивает  $b$  отдельно для каждого типа капитала. Обнаруживается, что реакция цены значительна для товаров, покупаемых только фирмами (таких, как горное оборудование или железнодорожная техника), и мала для товаров, приобретаемых в основном домохозяйствами (таких как персональные компьютеры и мебель). Поскольку домохозяйства не могут получать инвестиционный налоговый кредит, возникает гипотеза о том, что влияние кредита на цены тем сильнее, чем большее количество покупателей он затрагивает. Чтобы проверить справедливость этой идеи, Гулсби строит оценку доли покупателей каждого блага, которые имеют возможность получить кредит. Затем он включает в регрессию не только кредит, но и произведение кредита и оценки его доступности. Если причина связи между кредитом и увеличением цены капитала состоит в том, что кредит влияет на спрос, тогда при правдоподобных предположениях эта связь должна учитываться указанным интерактивным членом.

Результаты подтверждают данное предсказание. Коэффициент при интерактивном члене велик и статистически высоко значим. Однако коэффициент при кредите значительно меньше нуля, а не равен нулю, как это

предсказывает теория. Если воспринимать это буквально, из данной точечной оценки следует, что введение налоговой субсидии в отрасли, где никто потенциально не может ею воспользоваться, должно снизить цены. В действительности, однако, почти во всех отраслях большинство потенциальных пользователей имеют доступ к субсидии. Так что данный аномальный результат можно рассматриваться как артефакт, полученный при попытке экстраполировать выводы, полученные на основе оценок, далеко за пределы той области, для которой они были рассчитаны.

## **Поток наличности и инвестиции**

Из анализа несовершенств финансовых рынков следует, что внутреннее финансирование обходится дешевле внешнего. А это означает, что при любой фиксированной ставке процента фирмы с более высокими прибылями инвестируют больше.

Простейший способ проверить это предсказание состоит в построении регрессии инвестиций на показатели издержек капитала и *потока наличности* (определенного в первом приближении как текущая выручка за вычетом расходов и налогов). Для подобных регрессий можно использовать данные на уровне фирм для каждого момента времени или временные ряды агрегированных показателей. В обоих случаях, как правило, выявляется сильная связь между потоком наличности и инвестициями.

Есть, однако, определенная проблема, связанная с данным тестом. В регрессии не контролируется будущая прибыльность капитала, а поток наличности, скорее всего, коррелирован с будущей прибыльностью. Например, в разделе 8.5 было показано, что модель инвестиций без учета несовершенств финансового рынка предсказывает рост инвестиций вследствие хоть сколько-нибудь продолжительного роста выпуска. Причина этого была не в том, что высокий текущий выпуск снижает потребность фирм во внешнем финансировании, а в том, что более высокий выпуск в будущем свидетельствует, что капитал становится более ценным. Подобная связь должна наблюдаться и среди фирм в каждый момент времени: фирмы с высоким потоком наличности, вероятно, выпускают популярную продукцию или оперируют с низкими издержками, вследствие чего стремятся расширить выпуск. Потенциальная возможность корреляции потока наличности и текущей прибыльности означает, что регрессия может выявить связь между потоком наличности и инвестициями, даже если финансовые рынки совершенны.

Начиная с Fazzari, Hubbard, and Petersen (1988), многочисленные исследования пытаются найти решение данной проблемы, рассматривая инвестиционную активность различных типов фирм. Идея Фаззари, Нуббарда и Петерсена состояла в том, чтобы разделить фирмы на те, что сталкиваются, и на те, что не сталкиваются со значительными издержками привлечения внешних фондов (см., также, Hoshi, Kashyap, and Scharfstein, 1991). Определенная связь между потоком наличности и инвестициями должна, вероятно, наблюдаться для обоих типов фирм, даже если несовершенства финансового рынка не играют важной роли. Но теория, предполагающая сильный эффект несовершенств финансового рынка, предсказывает, что эта связь будет сильнее среди фирм, сталкивающихся с большими препятствиями для внешнего финансирования. Предположим, что связь между текущим

потоком наличности и будущей прибыльностью не является более сильной для фирм, ограниченных в доступе на финансовые рынки. Тогда утверждать, что несовершенства финансового рынка не имеют значения, можно лишь в том случае, если не обнаружится различий в связи «поток наличности - инвестиции» для двух групп. Таким образом, Фаззари, Нуббард и Петерсен утверждают, что различие во взаимосвязи «поток наличности - инвестиции» между двумя группами может быть использовано для тестирования значимости несовершенств финансового рынка для инвестиций.

Фаззари, Нуббард и Петерсен разделили фирмы на две группы, используя отношение выплачиваемых дивидендов к доходу. Фирмы, выплачивающие высокие дивиденды могут профинансировать дополнительные инвестиции за счет сокращения дивидендов. Напротив, фирмы, выплачивающие низкие дивиденды, должны опираться на внешнее финансирование.<sup>15</sup>

Базовой является регрессия отношения инвестиций к запасу капитала на отношение потока наличности к запасу капитала, оценку  $q$  и фиктивные перееменные для каждой фирмы и каждого года. Данные содержат временные ряды для множества фирм. (Такие данные называют панельными. –Примеч. Научного ред.). Регрессия оценивается отдельно для каждой из двух групп фирм. Выборка охватывает 422 относительно крупные фирмы США на протяжении периода с 1970 по 1984 год. Фирма классифицируется как платящая низкие дивиденды, если отношение дивидендов к доходу никогда не превышает 10 процентов, и как платящая высокие дивиденды, если это отношение никогда не бывает ниже 20 процентов (Фаззари, Нуббард и Петерсен рассматривают также некоторую промежуточную группу).

Для фирм, выплачивающих высокие дивиденды, коэффициент при потоке наличности составляет 0,230 при стандартной ошибке 0,010. Для фирм, выплачивающих низкие дивиденды, коэффициент равен 0,461 при стандартной ошибке 0,027. Для гипотезы равенства двух коэффициентов  $t$ -статистика равна 12,1, так что гипотеза однозначно отвергается. Точечная оценка дает следующий результат: фирмы с низкими дивидендами инвестируют из каждого дополнительного доллара потока наличности на 23 цента больше, чем фирмы, выплачивающие высокие дивиденды. Так что даже если мы интерпретируем оценку, полученную для фирм с высокими дивидендами, как отражающую лишь корреляцию между потоком наличности и будущей прибыльностью, полученный результат, тем не менее, означает, что несовершенства финансового рынка оказывают сильное влияние на инвестиции фирм с низкими дивидендами.

Многие авторы использовали модификации подхода Фаззари, Нуббарда и Петерсена. Например, в статье Lamont (1997) сравнивается инвестиционная активность двух групп предприятий: непосредственно не связанных с нефтью дочерних компаний нефтяных фирм после коллапса цен на нефть в 1986 году и сопоставимых компаний, никак не связанных с нефтяной отраслью. Если внутреннее финансирование действительно дешевле внешнего, то снижение

---

<sup>15</sup> Некоторая сложность, связанная с данной аргументацией, состоит в том, что для фирмы, выплачивающей высокие дивиденды, их снижение может быть сопряжено с издержками: есть некоторое подтверждение тому, что сокращения дивидендов интерпретируются фондовым рынком как сигнал о низкой прибыльности в будущем, так что сокращение дивидендов снижает рыночную оценку активов фирм. Таким образом, тест может не найти различий между двумя группами фирм не потому, что несовершенства финансового рынка незначимы, а как раз потому, что они значимы для обеих групп.

цен на нефть, снижая доступность внутренних фондов, должно привести к снижению инвестиций дочерних компаний нефтяной отрасли. Если же несовершенства финансового рынка не важны, то это не будет иметь никаких последствий. Ламонт обнаружил статистически значимое и большое различие в поведении двух групп. Точечная оценка показывает, что снижение дохода материнской нефтяной компании на один доллар снижает инвестиции дочерней не-нефтяной компании на 10 центов. Таким образом, в соответствии с полученными результатами, барьеры для внешнего финансирования оказываются значительно выше, чем барьеры на пути финансирования разных подразделений одной компании.

В статье Gertler and Gilchrist (1994) тест, подобный описанному выше, используется, чтобы изучить влияние монетарной политики (см. также Kashyap, Lamont, and Stein, 1994, и Oliner and Rudebusch, 1996). Они начинают с утверждения, что мелкие фирмы, скорее всего, сталкиваются с более высокими барьерами на пути внешнего финансирования, нежели крупные фирмы. Например, постоянные издержки, связанные с выпуском торгуемых облигаций, могут иметь большее значение для мелких фирм. Затем авторы сравнивают динамику товарно-материальных запасов и продаж мелких и крупных фирм вслед за ужесточением монетарной политики. И снова результаты подтверждают важную роль несовершенных финансовых рынков. Мелкие фирмы составляют диспропорционально высокую долю в общем снижении объемов продаж, товарно-материальных запасов, и краткосрочной задолженности, следующих за ужесточением монетарной политики. В действительности заимствования крупных компаний возрастают после ужесточения монетарной политики, в то время как заимствования мелких компаний резко снижаются.

Результаты рассмотренных работ типичны для литературы в этой области: многочисленные данные подтверждают, что несовершенства финансового рынка важны для инвестиций. Какую конкретную форму имеют эти несовершенства и насколько они важны в количественном отношении – это до сих пор открытые вопросы.<sup>16</sup>

## Задачи

---

<sup>16</sup> Недавняя работа Kaplan and Zingales (1997) бросает вызов многим исследованиям в данной области, как с теоретической, так и с эмпирической точки зрения. С позиций теории авторы подвергают сомнению корректность первоначальных предпосылок проводимых эмпирических тестов. Они соглашаются с тем, что поток наличности не оказывает влияния на инвестиции для фирм, не сталкивающихся ни с какими барьерами на пути внешнего финансирования. Но они не согласны с утверждением о том, что среди фирм, сталкивающихся с дополнительными издержками внешнего финансирования, связь между потоком наличности и инвестициями будет сильнее для тех, у кого эти издержки выше. Критикуя эмпирические работы, авторы отмечают, что общепринятые меры издержек внешнего финансирования некорректны и их выбор противоречит наблюдаемым фактам. Хотя критика Каплана и Зингалеса является потенциально важной, до настоящего момента исследователи в данной области не опровергли выдвинутые ими аргументы и не модифицировали свои исследования в свете этой критики. Поэтому пока не ясно, в какой мере критика Каплана и Зингалеса на самом деле важна. См. Fazzari, Hubbard, and Petersen (2000) и Kaplan and Zingales (2000).

- 8.1.** Рассмотрим фирму, производство которой описывается функцией Кобба-Дугласа:  $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$ ,  $0 < \alpha < 1$ . Предположим, что стоимость продукции фирмы постоянна в краткосрочном периоде, так что фирма рассматривает цену продукции  $P$  и объем выпуска  $Y$  как заданные величины. Рынки факторов производства являются конкурентными, так что фирма считает также заданными заработную плату  $W$  и стоимость аренды капитала  $r_K$ .
- (a) Какой объем труда  $L$  выберет фирма при фиксированных  $P$ ,  $Y$ ,  $W$  и  $K$ ?
  - (b) Используя найденную формулу для  $L$ , представьте прибыль как функцию  $P$ ,  $Y$ ,  $W$  и  $K$ .
  - (c) Найдите условия первого порядка для капитала  $K$ , максимизирующего прибыль. Соблюдаются ли при этом условия второго порядка?
  - (d) Выразите  $K$  как функцию  $P$ ,  $Y$ ,  $W$  и  $r_K$  из найденных в части (c) условий первого порядка. Как изменения в каждой из этих переменных влияют на  $K$ ?
- 8.2.** Корпорации в Соединенных Штатах имеют налоговую скидку на амортизацию капитала - они могут вычесть амортизационные отчисления из налогооблагаемого дохода. Налоговая скидка на амортизацию рассчитывается исходя из стоимости приобретаемого капитала. Корпорация, покупающая капитал в момент времени  $t$  может исключить долю  $D(s)$  стоимости покупки из налогооблагаемого дохода в момент времени  $t+s$ . Налоговая скидка на амортизацию часто принимает *простую линейную* форму:  $D(s)$  равно  $1/T$  для  $s \in [0, T]$ , и равно 0 для  $s > T$ , где  $T$  - *срок службы* (с точки зрения налогообложения) капитального блага.
- (a) Пусть амортизация описывается линейной схемой, предельная ставка налога на доходы корпораций постоянна и равна  $\tau$ , а ставка процента постоянна и равна  $i$ . Насколько снизится приведенная стоимость налоговых обязательств корпорации при покупке единицы капитала по цене  $P_K$ ? Запишите это снижение как функцию  $T$ ,  $\tau$ ,  $i$  и  $P_K$ . Итак, какова цена капитального блага для фирмы с учетом скидки?
  - (b) Предположим, что  $i = r + \pi$ , и пусть  $\pi$  увеличивается при неизменной ставке  $r$ . Как это отразится на цене капитального блага для фирмы после вычета налога?
- 8.3.** Основная особенность налогового кодекса, влияющая на издержки использования капитала собственников жилья в Соединенных Штатах, состоит в том, что номинальные процентные платежи исключаются из суммы, подлежащей обложению. Таким образом, реальная ставка процента после налогообложения для собственника жилья составляет  $r - \tau i$ , где  $r$  - реальная ставка процента до налогообложения,  $i$  - номинальная ставка процента и  $\tau$  - предельная ставка налога. Как в данном случае отразится увеличение инфляции на издержках использования капитала и желательном запасе капитала при фиксированной ставке  $r$ ?

**8.4. Использование вариационного исчисления для решения задачи народнохозяйственного планирования в модели Рамсея.** Рассмотрим задачу народнохозяйственного планирования, которую мы анализировали в разделе 2.4. Орган планирования хочет максимизировать  $\int_{t=0}^{\infty} e^{-\beta t} [c(t)^{1-\theta} / (1-\theta)] dt$  при ограничении  $\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - (n + g)k(t)$ .

- (a) Запишите Гамильтониан в ценах периода  $t$ . Какие переменные являются переменными управления, переменными состояния и сопряженными переменными?
- (b) Найдите три условия, характеризующие оптимальный выбор, аналогичные условиям (8.18), (8.19) и (8.20) из раздела 8.2.
- (c) Покажите, что из первых двух условий, найденных в части (b), и из условия  $f'(k(t)) = r(t)$  следует уравнение Эйлера (уравнение [2.20]).
- (d) Пусть  $\mu$  обозначает сопряженную переменную. Покажите, что  $[\dot{u}(t)/\mu(t)] - \beta = (n + g) - r(t)$ , а следовательно,  $e^{-\beta t} \mu(t)$  пропорционально  $e^{-R(t)} e^{-(n+g)t}$ . Выведите отсюда, что условие трансверсальности из части (b) соблюдается тогда, и только тогда, когда бюджетное ограничение (уравнение (2.15)) выполняется как равенство.

**8.5.** Рассмотрим модель инвестиций из разделов 8.2-8.5. Для каждого из предлагаемых ниже событий опишите изменения в положении на плоскости кривых  $\dot{K} = 0$  и  $\dot{q} = 0$ , а также опишите динамику  $K$  и  $q$  непосредственно в момент изменений и в дальнейшем. В каждом случае предполагается, что начальные значения  $K$  и  $q$  соответствуют состоянию долгосрочного равновесия.

- (a) Война разрушает половину капитала.
- (b) Правительство облагает доходы владельцев фирм налогом по ставке  $\tau$ .
- (c) Правительство облагает налогом инвестиции. А именно, фирма выплачивает правительству величину  $\gamma$  с каждой приобретаемой единицей капитала, и фирма получает правительственную субсидию  $\gamma$  за каждую единицу проданного капитала.

**8.6.** Рассмотрим модель инвестиций из разделов 8.2-8.5. Предположим, что в определенный момент времени становится известно о предстоящем в будущем разовом налогообложении капитала. А именно, на владельцев капитала будет наложен налог, равный доле  $f$  от стоимости их капитала в момент времени  $T$  в будущем. Предполагается, что отрасль первоначально находится в состоянии долгосрочного равновесия. Что произойдет в момент поступления информации? Опишите динамику  $K$  и  $q$  на временном интервале между моментом поступления информации и моментом введения налога? Что произойдет с переменными  $K$  и  $q$  в момент введения налога? Как они будут меняться после этого? (Подсказка: можно ли ожидать скачкообразного изменения  $q$  в момент введения налога?)

**8.7. Модель рынка жилья.** (На основе работы Poterba, 1984.) Введем обозначения:  $H$  - объем жилищного фонда,  $I$  - уровень инвестиций,  $p_H$  - реальная стоимость жилья,  $R$  - рента. Предположим, что  $I$  возрастает по  $p_H$ , так что  $I = I(p_H)$ , где  $I'(\bullet) > 0$ , и  $\dot{H} = I - \delta H$ . Пусть рента является убывающей функцией  $R: R = R(H)$ ,  $R'(\bullet) < 0$ . Предположим также, что сумма рентного дохода и дохода на капитал должна быть равна экзогенной норме отдачи  $r: (R + \dot{p}_H)/p_H = r$ .

- (a) Изобразите в пространстве  $(H, p_H)$  кривые  $\dot{H} = 0$  и  $\dot{p}_H = 0$ .
  - (b) Опишите динамику  $H$  и  $p_H$  в каждой области полученной диаграммы. Постройте седловую траекторию.
  - (c) Предположим, что рынок первоначально находится в состоянии долгосрочного равновесия. Происходит неожиданное перманентное увеличение  $r$ . Что произойдет с переменными  $H$  и  $p_H$  в момент изменения? Опишите динамику  $H$ ,  $p_H$ ,  $I$  и  $R$  после изменения.
  - (d) Предположим, что рынок первоначально находится в состоянии долгосрочного равновесия, и в определенный момент времени становится известно, что в момент времени  $T$  в будущем произойдет перманентное увеличение  $r$ . Что произойдет с переменными  $H$  и  $p_H$  в момент поступления информации? Опишите динамику  $H$ ,  $p_H$ ,  $I$  и  $R$  на временном интервале между моментом поступления информации и моментом фактического увеличения  $r$ . Что произойдет с этими переменными в момент увеличения, и какова будет их динамика после этого?
  - (e) Являются ли издержки регулирования в данной модели внешними или внутренними? Объясните ответ.
  - (f) Почему кривая  $\dot{H} = 0$  не является горизонтальной в данной модели?
- 8.8.** Предположим, что издержки регулирования характеризуются постоянной отдачей от масштаба по  $\dot{K}$  и  $K$ . А именно, предположим, что они задаются в виде  $C(\dot{K}/K)K$ , где  $C(0)=0$ ,  $C'(0)=0$ ,  $C''(\bullet) > 0$ . Пусть, кроме того, норма выбытия капитала равна  $\delta$ , так что  $\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t)$ . Рассмотрите задачу оптимизации для презентативной фирмы.
- (a) Запишите гамильтониан (в ценах периода  $t$ ).
  - (b) Найдите три условия, характеризующие оптимальное поведение, аналогичные условиям (8.18), (8.19) и (8.20) из раздела 8.2.
  - (c) Покажите, что из условия, аналогичного (8.18), следует, что темп роста капитала каждой фирмы, а значит, и темп роста агрегированного капитала, определяется значением  $q$ . Постройте кривую  $\dot{K} = 0$  на плоскости  $(K, q)$ .
  - (d) Подставьте результат, полученный в части (c), в условие, аналогичное (8.19), и выразите  $\dot{q}$  через  $K$  и  $q$ .
  - (e) Определите наклон кривой  $\dot{q} = 0$  на плоскости  $(K, q)$  в точке, где  $q = 1$ .
- 8.9.** Предположим, что  $\pi(K) = a - bK$  и  $C(I) = \alpha I^2/2$ .

- (a) Постройте кривую  $\dot{q} = 0$  и найдите уровень  $K$ , соответствующий долгосрочному равновесию.
- (b) Найдите наклон седловой траектории. (Подсказка: используйте тот же подход, что и в разделе 2.6).

**8.10.** Рассмотрим модель инвестиций в условиях неопределенности, полагая ставку процента постоянной (см. раздел 8.6). Так же, как и в задаче 8.9, предположим, что  $\pi(K) = a - bK$  и  $C(I) = \alpha I^2/2$ . Пусть, кроме того, неопределенность относится только к будущим значениям параметра  $a$ . В данной задаче требуется показать, что в равновесии переменные  $q(t)$  и  $K(t)$  в каждый момент времени должны принимать те же значения, что и в случае, когда не существует неопределенностей относительно будущей траектории  $a$ . А именно, пусть  $\hat{q}(t + \tau, t)$  и  $\hat{K}(t + \tau, t)$  - это траектории  $q$  и  $K$  после момента времени  $t$  в случае, если бы  $a(t + \tau)$  в точности совпадало с  $E_t[a(t + \tau)]$  для любого  $\tau \geq 0$ .

- (a) Покажите, что, если  $E_t[q(t + \tau)] = \hat{q}(t + \tau, t)$  для любого  $\tau \geq 0$ , то  $E_t[K(t + \tau)] = \hat{K}(t + \tau, t)$  для любого  $\tau \geq 0$ .
- (b) Используя полученный результат и уравнение (8.26), покажите, что, если  $E_t[q(t + \tau)] = \hat{q}(t + \tau, t)$ , то  $q(t) = \hat{q}(t, t)$ , а поэтому  $\dot{K}(t) = N[\hat{q}(t, t) - 1]/\alpha$ , где  $N$  - число фирм.

**8.11.** (На основе работ Bernanke, 1983а, и Dixit and Pindyck, 1994.) Рассмотрим фирму, рассматривающую целесообразность осуществления инвестиций в объеме  $I$ . Существует два периода времени. Отдача от инвестиций составит  $\pi_1$  в периоде 1 и  $\pi_2$  в периоде 2. Значение  $\pi_1$  известно точно, а  $\pi_2$  - случайная величина. Фирма максимизирует ожидаемую прибыль. Для простоты ставка процента полагается нулевой.

- (a) Пусть фирма может выбирать только между осуществлением инвестиций в период 1 или полным отказом от инвестиций. При каком условии фирма решит инвестировать?
- (b) Предположим, что у фирмы также есть возможность осуществить инвестиции в периоде 2 после того, как значение  $\pi_2$  станет известным. В этом случае отдача от инвестиций составит только  $\pi_2$ . Возможно ли, что условие, полученное в части (a), соблюдается, но при этом ожидаемая прибыль фирмы оказывается большей в случае отказа от осуществления инвестиций в периоде 1, чем в случае их осуществления?
- (c) Определим издержки выжидания как  $\pi_1$ , а выигрыш от выжидания - как  $\text{Prob}(\pi_2 < I)E[I - \pi_2 | \pi_2 < I]$ . Объясните смысл данного определения издержек и выигрыша от выжидания. Покажите, что разница в величине ожидаемой прибыли фирмы в случае отказа от инвестиций в периоде 1 и в случае их осуществления равна выигрышу от выжидания за вычетом издержек выжидания.

**8.12. Теорема Модильяни-Миллера.** (Modigliani and Miller, 1958.) Обратимся к анализу влияния неопределенности относительно нормы дисконтирования, проведенному в разделе 8.6. Предположим, однако, что фирма финансирует свои инвестиции, выпуская и акции, и безрисковые долговые обязательства. А именно, рассмотрим финансирование предельной единицы капитала. Фирма выпускает облигации в объеме  $b$ , причем по каждой облигации в любом случае выплачивается одна единица выпуска в момент времени  $t + \tau$  для любого  $\tau \geq 0$ . Держатели акций получают оставшуюся часть прибыли  $\pi(K(t + \tau)) - b$  в момент времени  $t + \tau$  для любого  $\tau \geq 0$ .

- (a) Рассматривая предельную единицу капитала, обозначим через  $P(t)$  стоимость одной облигации в момент времени  $t$ , а через  $V(t)$  - стоимость акции. Найдите выражения для  $P(t)$  и  $V(t)$ , аналогичные (8.29).
- (b) Влияет ли, и если да, то каким образом, выбор способа финансирования за счет выпуска облигаций или акций на рыночную оценку стоимости единицы капитала  $P(t)b + V(t)$ ? Дайте интуитивное объяснение.
- (c) Рассмотрим более общий случай. Предположим, что фирма финансирует инвестиции, выпуская  $n$  финансовых инструментов. Обозначим через  $d_i(t + \tau)$  выплаты по инструменту  $i$  в момент времени  $t + \tau$ . На выплаты налагается лишь одно ограничение:  $d_1(t + \tau) + \dots + d_n(t + \tau) = \pi(K(t + \tau))$ . Зависит ли, и если да, то каким образом, суммарная стоимость  $n$  активов от того, как распределяются общие выплаты между различными активами?
- (d) Вернемся к случаю финансирования за счет акций и облигаций. Предположим, однако, что прибыль фирмы облагается налогом по ставке  $\theta$ , но при этом процентный доход не подпадает под налогообложение. Поэтому выплаты держателям облигаций остаются такими же, как и прежде, но выплаты акционерам в момент времени  $t + \tau$  составляют теперь  $(1 - \theta)[\pi(K(t + \tau)) - b]$ . Остается ли в силе результат, полученный в части (b)? Почему?

# Глава 9

## Безработица

### 9.1 Введение: теории безработицы

Практически в любой экономике почти в каждый момент времени существует большое число безработных. Иными словами, имеется много людей, которые, не работают, но говорят, что хотят работать на тех же местах и за ту же заработную плату, что и аналогичные им работники.

Возможность безработицы является центральным предметом исследования макроэкономики. Рассматриваются две главные проблемы. Первая касается факторов, определяющих средний уровень безработицы на протяжении длительных периодов времени. Главные вопросы здесь – является ли безработица следствием неспособности рынков приходить в равновесие, и, если да, то каковы причины и последствия этого. Существует широкий спектр различных точек зрения по этой проблеме. Одна из крайних позиций состоит в том, что безработица в значительной степени иллюзорна или возникает вследствие незначительного трения на рынке труда в процессе отыскания соответствия между работниками и рабочими местами. Другой полюс представляет точка зрения, согласно которой безработица – результат невальрасовских свойств реальной экономики и является непроизводительной тратой ресурсов.

Вторая проблема касается циклического поведения рынка труда. Как говорилось в разделе 5.6, реальная заработная плата оказывается лишь умеренно процикличной. Это согласуется с предположением о том, что рынок труда является валльрасовским, только если предложение труда достаточно эластично или если сдвиги предложения труда играют важную роль в колебаниях уровня занятости. Однако в разделе 4.10 мы видели, что гипотеза о высокой эластичности предложения труда не имеет под собой достаточных оснований. И представляется невероятным, что сдвиги предложения труда являются главным фактором колебаний. Остается вариант, что рынок труда обладает невальрасовскими свойствами, которые, в основном, и объясняют его циклическое поведение. Этот подход будет в центре внимания данного раздела.

Вопрос о том, почему сдвиги спроса на труд приводят к большим изменениям уровня занятости и незначительным изменениям реальной заработной платы, является важным во всех теориях колебаний. К примеру, в разделе 6 мы видели, что если реальная заработная плата в сильной степени проциклична при реакции на шоки спроса, то малые барьеры для номинального приспособления не могут породить существенные номинальные жесткости. Например, в случае снижения совокупного спроса при фиксированных ценах реальная заработная плата должна резко упасть. В результате у каждой фирмы появляются огромные стимулы к снижению цены своей продукции и найму работников для производства дополнительного выпуска. Однако если рынок труда все же обладает некоторыми невальрасовскими свойствами (в частности, если издержки труда слабо реагируют на состояние общего уровня экономической активности), тогда появляется надежда на справедливость теории малых трений при номинальном приспособлении.

В данной главе рассматриваются различные варианты отклонения рынка труда от стандартной модели конкурентного рынка. Исследуются вопросы о том, могут ли данные отклонения привести к значительной безработице, и оказывают ли они влияние на циклическое поведение занятости и реальной заработной платы.

Если возникает безработица на валльрасовском рынке труда, безработные немедленно снижают уровень заработной платы, на который они претендуют, так что предложение и спрос оказываются сбалансированными. Различные теории безработицы могут быть классифицированы в соответствии с их объяснениями того, почему данный механизм достижения равновесия может не действовать. Для конкретности рассмотрим безработного, предлагающего фирме свои услуги за немногую меньшую заработную плату, чем имеют на этой

фирме абсолютно такие же, как он, работники. У фирмы существует, по крайней мере, четыре возможности отреагировать на подобное предложение.

Во-первых, фирма может заявить, что она не желает снижать заработную плату. Теории, в которых признаются как издержки, так и выгоды для фирм, назначающих пониженную заработную плату, известны как *теории эффективной заработной платы*. (Название отражает идею о том, что высокие заработные платы могут повысить производительность или эффективность труда). Эти теории являются предметом разделов с 9.2 по 9.4. В разделе 9.2 сначала обсуждаются возможные причины, в силу которых назначение низкой заработной платы может навредить фирме. Затем анализируется простая модель, в которой заработка плата влияет на производительность, однако причины этой зависимости в явной форме не раскрываются. В разделе 9.3 описывается важное обобщение модели. Наконец, в разделе 9.4 представлена модель, формализующая одно из возможных представлений о том, почему для фирмы может оказаться выгодным устанавливать высокую заработную плату. Центральная идея состоит в следующем: если фирмы не в состоянии осуществлять полный мониторинг трудовых усилий своих работников, они могут платить заработную плату большую, нежели равновесная, для создания стимулов у работников не отлынивать от исполнения своих обязанностей. Второй возможный вариант реакции фирмы возникает, когда она хочет снизить заработную плату, но не в состоянии сделать это вследствие явных или неявных соглашений с ее работниками<sup>1</sup>. Теории, согласно которым переговоры и контракты влияют на макроэкономику рынка труда, называют моделями контрактации.

Модели контрактации описываются в разделах с 9.5 по 9.7. В разделе 9.5 представлены базовые модели контрактации. В следующих двух разделах исследуется проблема, возникающая в случае, когда некоторые работники участвуют в процессе торга, а другие нет. В разделе 9.6 рассматриваются последствия данного различия между *инсайдерами* и *аутсайдерами* для циклического поведения трудовых затрат и для среднего уровня безработицы. В разделе 9.7 исследуется влияние этого различия на динамику безработицы.

Третий способ для фирмы отреагировать на предложение безработного – не согласиться с тем, что безработный идентичен уже нанятым фирмой работникам. Иными словами, неоднородность работников и рабочих мест может оказаться существенной чертой рынка труда. С этой точки зрения, полагать, что рынок труда – единый рынок или даже ряд связанных между собой рынков, значит совершать фундаментальную ошибку. Напротив, в соответствии с данным подходом каждый работник и каждое рабочее место должны рассматриваться как отдельные, отличные от других. В результате соответствие между работниками и рабочими местами достигается не благодаря рынкам, а в результате сложного процесса поиска. Модели такого типа называют *моделями поиска* (search models) или *моделями поиска соответствия* (search and matching models). Они обсуждаются в разделе 9.8.

Наконец, фирма может принять предложение работника, то есть может оказаться, что рынок труда ведет себя приблизительно как валльрасовский. В рамках этого подхода регистрируемая безработица в значительной степени определяется людьми, находящимися в процессе смены работы, а также теми, кто хотел бы работать за более высокую заработную плату, чем они могут фактически получить. Поскольку в центре внимания данной главы – безработица, мы не будем далее развивать эту идею. Тем не менее, важно помнить и о таком подходе к рынку труда.

## **9.2 Базовая модель эффективной заработной платы**

### **Возможные основания для эффективной заработной платы**

Основное предположение моделей эффективной заработной платы заключается в том, что существуют как выгоды, так и издержки выплаты более высокой заработной платы. В пользу

---

<sup>1</sup> Фирме могут также помешать снизить заработную плату различные законы о минимальном размере оплаты труда. В большинстве случаев это касается только низкоквалифицированных работников и поэтому не является центральным вопросом в макроэкономике безработицы.

этого существует масса доводов, мы остановимся на четырех наиболее важных из них (обзоры результатов и ссылки на литературу см. в работах Yellen, 1984 и Katz, 1986).

Первое и самое простое объяснение: более высокая заработная плата может повысить уровень потребления работниками пищи, а значит, даст им возможность лучше питаться и стать более производительными. Конечно, эта возможность не является важной для развитых стран. Однако она позволяет представить конкретный пример преимущества выплаты более высокой заработной платы и по этой причине часто является хорошим ориентиром.

Во-вторых, повышенная заработная плата может увеличить усилия работников в случаях, когда фирма не способна осуществлять совершенный мониторинг за их деятельностью. На вальрасовском рынке труда работники безразличны к потере работы, потому что им сразу же становятся доступны точно такие же рабочие места. Поэтому, если увольнение - единственный способ для фирмы наказать работников за недостаточные усилия, то на таком рынке труда у работников нет стимулов прилагать усилия. Но если фирма устанавливает заработную плату, превышающую равновесную, то ее рабочие места становятся ценными. Следовательно, ее работники могут выбрать стратегию "прилагать усилия", даже если есть шанс, что их отлынивание от работы останется не замеченным. Эта идея развивается в разделе 9.4.

В-третьих, повышенная заработная плата может улучшить способности работника в тех аспектах, которые фирма не может наблюдать. В частности, если у более способных работников резервные заработные платы выше, то, предлагая увеличенную заработную плату, фирма улучшает среднее качество всех кандидатов, а значит, повышает средние способности наблюдаемых фирмой работников<sup>2</sup>.

Наконец, повышенная плата может способствовать лояльности работников и, как следствие, стимулировать большие усилия с их стороны. Напротив, низкая заработная плата может вызвать озлобление и желание отомстить, что приведет к отлыниванию и саботажу. В статье Akerlof и Yellen (1990) представлены исчерпывающие доказательства того, что усилия работников зависят от таких факторов, как озлобление, зависть и благодарность. Например, они описывают исследования, показавшие, что работники, полагающие, что им недоплачивают, иногда сами себе усложняют работу для того, чтобы снизить прибыль своих работодателей.<sup>3</sup>

## **Другие схемы компенсации**

Данные рассуждения неявно предполагают, что финансовые договоренности фирмы с работниками формулируются в терминах заработной платы в единицу времени. Важным вопросом является существование для фирмы более сложных способов компенсации усилий своих работников, позволяющих использовать выгоды повышенной заработной платы при меньших затратах. Например, преимущества повышенной заработной платы с точки зрения улучшения питания могут быть реализованы путем предоставления работникам частичной натуральной компенсации (в частности, путем предоставления питания на работе). Другой пример: фирмы могут стимулировать работников прилагать усилия, требуя от них залог, который не будет возвращен, если их уличат в отлынивании.

Для фирмы могут существовать менее затратные способы получать выгоды от повышенного вознаграждения работников, реализующиеся не за счет роста заработной платы, а за счет более сложной политики компенсации. Возможность достижения выгод такими способами зависит от специфических причин, в силу которых повышенное вознаграждение более выгодно. Мы, поэтому, не будем пытаться дать общую трактовку проблемы. В конце раздела 9.4 она рассмотрена в контексте теории эффективной заработной платы; эта теория

<sup>2</sup> Когда способности наблюдаемы, фирма может платить больше более способным работникам; следовательно, наблюдаемые различия в способностях не приводят к каким-либо отклонениям от вальрасовского случая.

<sup>3</sup> Чтобы понять, как формализуется эта идея, см. Задание 9.5. Три других преимущества более высокой заработной платы заключаются в снижении текучести рабочей силы (а значит и издержек на наем и обучение, если фирма берет их на себя), в снижении вероятности объединения работников в профсоюзы, а также в увеличении функции полезности менеджеров, способных преследовать цели, отличные от максимизации прибыли.

основана на невозможности осуществления совершенного мониторинга усилий работников. В данном и следующем разделах мы, однако, просто предположим, что компенсация осуществляется в форме обычной заработной платы, и будем исследовать эффекты, связанные с эффективной заработной платой при данном предположении.

## Предположения

Теперь мы переходим к модели эффективной заработной платы. Существует большое число,  $N$ , идентичных фирм<sup>4</sup>. Репрезентативная фирма стремится к максимизации своей прибыли, имеющей вид

$$\pi = Y - wL, \quad (9.1)$$

где  $Y$  - выпуск фирмы,  $w$  - реальная заработная плата, которую она платит, и  $L$  - количество нанимаемого ею труда.

Выпуск фирмы зависит как от числа нанимаемых работников, так и от их усилий. Для простоты, мы пренебрежем остальными факторами производства и предположим, что производственная функция зависит от произведения количества труда на интенсивность усилий. Таким образом, выпуск репрезентативной фирмы имеет вид:

$$Y = f(eL), \quad F'(\bullet) > 0, \quad F''(\bullet) < 0, \quad (9.2)$$

где  $e$  обозначает усилия работника. Решающим предположением моделей эффективной заработной платы является положительная зависимость усилий работника от заработной платы, выплачиваемой фирмой. В данном разделе мы рассмотрим простой случай (следуя Solow, 1979), в котором заработная плата является единственным фактором, определяющим усилия работника. Таким образом,

$$e = e(w), \quad e'(\bullet) > 0, \quad (9.3)$$

Наконец, существует  $\bar{L}$  идентичных работников, каждый из которых неэластично предлагает 1 единицу труда.

## Анализ модели

Репрезентативная фирма решает следующую задачу:

$$\max_{L,w} F(e(w)L) - wL. \quad (9.4)$$

При наличии безработных, фирма свободно выбирает уровень заработной платы. При нулевой безработице фирма должна платить, по крайней мере, столько же, сколько платят другие фирмы.

Когда фирма не ограничена в выборе, условия первого порядка для  $L$  и  $w$  выглядят так<sup>5</sup>:

$$F'(e(w)L)e(w) - w = 0, \quad (9.5)$$

$$F'(e(w)L)Le'(w) - L = 0, \quad (9.6)$$

Мы можем переписать (9.5) в виде

$$F'(e(w)L) = \frac{w}{e(w)} \quad (9.7)$$

Подставляя (9.7) в (9.6) и деля на  $L$ , получаем:

$$\frac{we'(w)}{e(w)} = 1. \quad (9.8)$$

Согласно уравнению (9.8), в оптимуме эластичность усилий по заработной плате равна единице. Чтобы понять это условие, заметим, что выпуск является функцией количества эффективного труда,  $eL$ . Поэтому фирма стремится нанять труд как можно дешевле. Когда фирма нанимает работника, она получает  $e(w)$  единиц эффективного труда по цене  $w$ . Таким

<sup>4</sup> Можно представить себе, что число фирм определяется размером капитала в экономике, который является постоянным в краткосрочной перспективе.

<sup>5</sup> Мы предполагаем, что условия второго порядка удовлетворены.

образом, издержки на единицу эффективного труда составляют  $w/e(w)$ . Когда эластичность  $e$  по  $w$  равна 1, малое изменение  $w$  не влияет на это отношение. Следовательно (9.8) - это условие первого порядка для проблемы выбора ставки  $w$ , минимизирующей издержки эффективного труда. Заработную плату, удовлетворяющую (9.8) называют *эффективной заработной платой*.

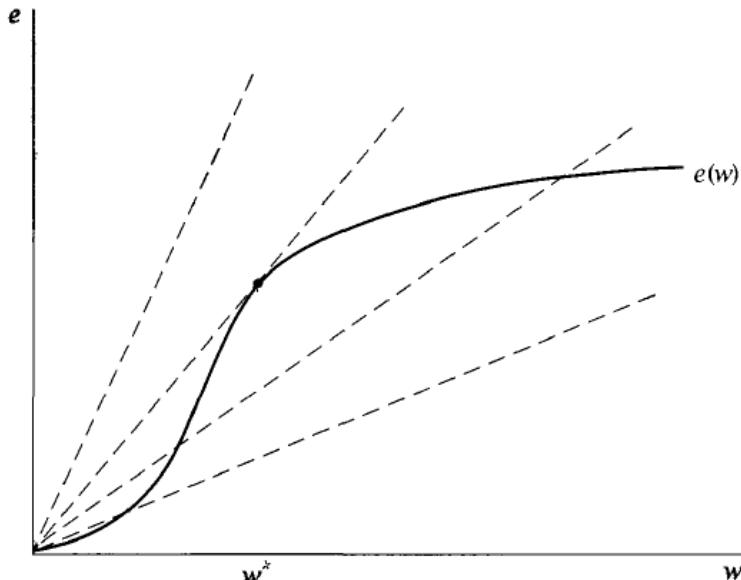
На Рисунке 9.1 изображен выбор  $w$  в пространстве  $(w, e)$ . На лучах, исходящих из начала координат отношение  $e$  к  $w$  постоянно, это отношение увеличивается на более высоких лучах. Таким образом, фирма стремится выбрать  $w$  так, чтобы достичь как можно более высокого луча. Это происходит там, где функция  $e(w)$  касается одного из лучей, то есть в точке, где эластичность  $e$  по  $w$  равна 1. В верхней части рисунка показан случай, в котором усилия достаточно чувствительны к заработной плате, и для некоторого интервала фирма всегда предпочитает более высокую заработную плату. В нижней части рисунка показан случай, когда фирма всегда предпочитает меньшую заработную плату.

Наконец, согласно уравнению (9.7), фирма нанимает работников до тех пор, пока предельный продукт эффективного труда не станет равным его предельным издержкам. Эта ситуация аналогична стандартной проблеме спроса на труд, оптимум в которой характеризуется равенством предельного продукта и заработной платы.

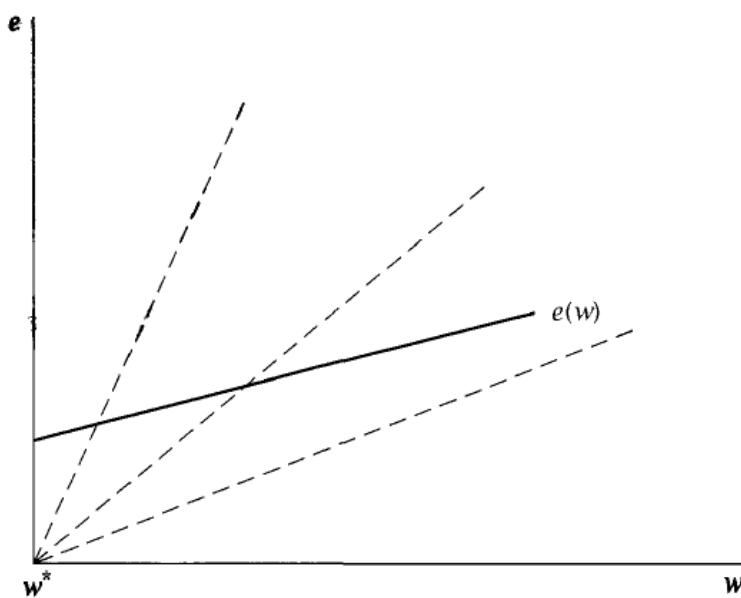
Уравнения (9.7) и (9.8) описывают поведение одной фирмы. Описать равновесие для экономики в целом очень просто. Пусть  $w^*$  и  $L^*$  - значения  $w$  и  $L$ , удовлетворяющие (9.7) и (9.8). Так как фирмы идентичны, то каждая фирма выбирает одни и те же значения  $w$  и  $L$ . Следовательно, совокупный спрос на труд равен  $NL^*$ . Если предложение труда  $\bar{L}$  превышает это значение, то фирмы не ограничены в своем выборе  $w$ . В этом случае заработная плата равна  $w^*$ , занятость составляет  $NL^*$ , и существует безработица, равная  $\bar{L} - NL^*$ . С другой стороны, если  $NL^*$  превышает  $\bar{L}$ , то выбор фирм ограничен. В этом случае заработная плата поднимается до точки, в которой спрос и предложение находятся в равновесии и не существует безработицы.

## Следствия

Данная модель показывает, как эффективная заработная плата может породить безработицу. Более того, из модели следует, что реальная заработная плата не чувствительна к сдвигам кривой спроса. Предположим, что спрос на труд увеличивается. Так как эффективная заработная плата  $w^*$  полностью определяется свойствами функции усилий  $e(\bullet)$ , то у фирм нет причин для изменения заработной платы. Таким образом, данная модель предлагает одно из объяснений того, почему сдвиги кривой спроса на труд приводят к значительным сдвигам уровня занятости и к совсем небольшим изменениям реальной заработной платы. Кроме того, постоянство реальной заработной платы и уровня усилий влечут за собой неизменность затрат фирм на труд. В результате в рамках модели с фирмами, устанавливающими цены, стимулы к регулированию цен малы.



(a)



(b)

**Рисунок 9.1 Определение эффективной заработной платы**

К сожалению, эти результаты не столь многообещающи, как может показаться. Трудность заключается в том, что они применимы не только к краткосрочному периоду, но и к долгосрочному: из модели следует, что при сдвиге кривой спроса вправо в результате экономического роста реальная заработная плата не меняется, и безработица имеет тенденцию к снижению. В конечном счете, безработица достигает нулевого значения в точке, где дополнительное увеличение спроса приводит к увеличению реальной заработной платы. На практике, однако, мы не наблюдаем четкого тренда безработицы за длительные периоды времени. Другими словами, основные факты относительно рынка труда, подлежащие объяснению, состоят не только в том, что в краткосрочной перспективе сдвиги кривой спроса на труд слабо влияют на реальную заработную плату и действуют, главным образом, на занятость, но и в том, что их влияние почти целиком ограничивается реальной заработной платой в долгосрочной перспективе. Наша модель не объясняет такое поведение.

## 9.3 Более общая версия

### Введение

На эффективную заработную плату воздействуют многие факторы, при этом маловероятно, что только заработка плата определяет уровень усилий работника. Допустим, например, что заработка плата влияет на усилия вследствие того, что фирмы не могут осуществлять совершенный мониторинг работников, а работники учитывают возможность увольнения в случае, если фирма уличит их в отлынивании. В данной ситуации издержки увольнения зависят не только от заработной платы, но и от того, насколько легко найти другую работу и какова заработка плата в других фирмах. Таким образом, при высокой безработице работники, скорее всего, будут прилагать большие усилия, а в случае более высокой заработной платы в других фирмах их усилия будут меньше. Подобные аргументы могут быть применены к ситуации, в которой заработка плата влияет на усилия работника вследствие либо ненаблюдаемых способностей, либо чувства благодарности или озлобления.

Итак, естественное обобщение функции усилий, (9.3), можно представить как

$$e = e(w, w_a, u), \quad e_1(\bullet) > 0, \quad e_2(\bullet) < 0, \quad e_3(\bullet) > 0, \quad (9.9)$$

где  $w_a$  - заработка плата в других фирмах,  $u$  - уровень безработицы, нижний индекс обозначает соответствующие частные производные.

Каждая фирма мала по сравнению с экономикой, а значит, воспринимает  $w_a$  и  $u$  как заданные параметры. Задача репрезентативной фирмы остается прежней, за исключением того, что  $w_a$  и  $u$  теперь влияют на функцию усилий. Поэтому условия первого порядка могут быть переписаны в следующем виде:

$$F'(e(w, w_a, u)L) = \frac{w}{e(w, w_a, u)}, \quad (9.10)$$

$$\frac{we_1(w, w_a, u)}{e(w, w_a, u)} = 1. \quad (9.11)$$

Эти условия аналогичны соотношениям (9.7) и (9.8) в более простой версии модели.

Допустим, что функция  $e(\bullet)$  такова, что при фиксированных  $w_a$  и  $u$  существует единственное оптимальное  $w$ . Из этого предположения следует, что в равновесии должно выполняться равенство  $w = w_a$ : в противном случае каждая фирма будет стремиться платить заработную плату, отличную от действующей заработной платы  $w_a$ . Пусть  $w^*$  и  $L^*$  - значения  $w$  и  $L$ , удовлетворяющие (9.10)-(9.11) при  $w = w_a$ . Как и прежде, если  $NL^*$  меньше чем  $\bar{L}$ , то равновесной заработной платой является  $w^*$  и существует безработица размером  $\bar{L} - NL^*$ ; если  $NL^*$  превышает  $\bar{L}$ , то заработка плата поднимается, и рынок труда приходит в равновесие.

Расширенная версия модели дает возможность объяснить как отсутствие тренда безработицы в долгосрочной перспективе, так и значительное влияние на безработицу сдвигов кривой спроса на труд в краткосрочной перспективе. Наиболее наглядно это видно на примере<sup>6</sup>.

### Пример

Пусть функция усилий работника имеет следующий вид:

---

<sup>6</sup> Этот пример основан на Summers (1988)

$$e = \begin{cases} \left(\frac{w-\chi}{\chi}\right)^\beta, & \text{если } w > \chi \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (9.12)$$

$$\chi = (1-bu)w_a, \quad (9.13)$$

где  $0 < \beta < 1$  и  $b > 0$ . Параметр  $\chi$  характеризует условия на рынке труда. Если  $b$  равно 1, то  $\chi$  это произведение заработной платы в других фирмах и доли занятых работников. Если  $b$  меньше 1, то работники придают меньший вес безработице; это может иметь место при наличии пособий по безработице или в результате того, что работники ценят досуг. Если  $b$  больше 1, то работники придают больший вес безработице; так происходит, если люди, теряющие свою работу, с большой вероятностью станут безработными, или в случае неприятия риска. Наконец, уравнение (9.12) показывает, что для  $w > \chi$ , усилия увеличиваются менее, чем пропорционально, с ростом  $w - \chi$ .

Дифференцирование (9.12) показывает, что для данной функции условие равенства единице эластичности усилий по заработной плате (уравнение [9.11]) приобретает вид:

$$\beta \frac{w}{[(w-\chi)/\chi]^\beta} \left(\frac{w-\chi}{\chi}\right)^{\beta-1} \frac{1}{\chi} = 1. \quad (9.14)$$

Для упрощения (9.14) используем стандартные алгебраические преобразования. Получаем

$$\begin{aligned} w &= \frac{\chi}{1-\beta} \\ &= \frac{1-bu}{1-\beta} w_a. \end{aligned} \quad (9.15)$$

При небольших значениях  $\beta$ ,  $1/(1-\beta) \approx 1 + \beta$ . Таким образом, из (9.15) следует, что при малых  $\beta$  фирма предлагает премию, приблизительно равную доле  $\beta$  от индекса условий на рынке труда  $\chi$ .

В равновесии требуется, чтобы репрезентативная фирма стремилась платить действующую заработную плату, то есть, чтобы  $w = w_a$ . Учитывая это условие в (9.15), мы получаем

$$(1-\beta)w_a = (1-bu)w_a. \quad (9.16)$$

Для того, чтобы это условие выполнялось, уровень безработицы должен быть равен

$$\begin{aligned} u &= \frac{\beta}{b} \\ &\equiv u_{EQ}. \end{aligned} \quad (9.17)$$

Как показывает уравнение (9.15), каждая фирма хочет платить больше превалирующей заработной платы, если безработица меньше  $u_{EQ}$ , и хочет платить меньше, если безработица больше  $u_{EQ}$ . Таким образом, в равновесии  $u = u_{EQ}$ .

Подставляя (9.17) и  $w = w_a$  в функцию усилий (9.12), мы получаем следующие равновесные усилия:

$$\begin{aligned}
e_{EQ} &= \left[ \frac{w_a - (1 - bu_{EQ})w_a}{(1 - bu_{EQ})w_a} \right]^\beta \\
&= \left[ \frac{1 - (1 - \beta)}{1 - \beta} \right]^\beta \\
&= \left( \frac{\beta}{1 - \beta} \right)^\beta.
\end{aligned} \tag{9.18}$$

Наконец, равновесная заработная плата определяется условием равенства предельного продукта эффективного труда предельным издержкам эффективного труда (уравнение [9.10]):  $F'(eL) = w/e$ . Это условие можно переписать в виде  $w = eF'(eL)$ . Так как совокупная занятость в равновесии составляет  $(1 - u_{EQ})\bar{L}$ , то каждая фирма должна нанимать  $(1 - u_{EQ})\bar{L}/N$  работников. Таким образом, равновесная заработная плата может быть представлена в виде

$$w_{EQ} = e_{EQ} F' \left( \frac{e_{EQ}(1 - u_{EQ})\bar{L}}{N} \right). \tag{9.19}$$

## Следствия

Из проведенного анализа вытекают три важных следствия. Первое. Согласно (9.17), равновесная безработица зависит только от параметров функции усилий, а производственная функция здесь не играет никакой роли. Следовательно, возрастающий тренд производственной функции не приводит к тренду безработицы.

Второе. При небольших значениях  $\beta$  - эластичности усилий по премии, которую выплачивает фирма сверх индекса условий на рынке труда, - может возникнуть заметная безработица. Например, при  $\beta = 0,06$  и  $b = 1$ , так же как и при  $\beta = 0,03$  и  $b = 0,5$ , равновесная безработица составит 6 процентов. Впрочем, этот результат не настолько сильный, как может показаться: помимо того, что эти значения параметров влекут за собой низкую эластичность усилий по  $(w - \chi)/\chi$ , они также означают, что работники вообще не прилагают усилия до тех пор, пока заработная плата не окажется достаточно высокой. Например, если  $b = 0,5$  и безработица находится на равновесном уровне в 6 процентов, то усилия равны нулю до тех пор, пока заработная плата не достигнет 97 процентов от действующей заработной платы. В этом смысле силы, побуждающие фирму к выбору эффективной заработной платы, оказываются весьма большими для этих значений параметров.

Третье. В большинстве случаев стимулы фирмы к регулированию заработной платы или цены (или и того, и другого) в ответ на изменения совокупной безработицы невелики. Допустим, мы встраиваем данную модель заработной платы и усилий в модель устанавливающих цены фирм, описанную в главе 6. Рассмотрим ситуацию изначального равновесия в экономике, при котором  $u = u_{EQ}$  и предельный доход равен предельным издержкам для репрезентативной фирмы. Теперь предположим, что снижается предложение денег, а фирмы не меняют ни заработную плату, ни цены. В результате, безработица становится выше  $u_{EQ}$ . Из главы 6 мы знаем, что небольшие барьеры для заработной платы и цен могут сделать данную ситуацию равновесной только в случае, если стимулы к регулированию у репрезентативной фирмы достаточно малы.

Чтобы быть конкретнее, рассмотрим стимул к регулированию заработной платы. Уравнение (9.15),  $w = (1 - bu)w_a/(1 - \beta)$ , показывает, что минимизирующая издержки заработная плата снижается с увеличением уровня безработицы. Таким образом, фирма может снизить издержки, и, следовательно, увеличить прибыль, снижая заработную плату, но ключевым аспектом является размер выигрыша. Из уравнения (9.12) для усилий следует, что

если фирма оставляет заработную плату равной действующей,  $w_a$ , то ее издержки на единицу эффективного труда,  $w/e$ , имеют вид

$$\begin{aligned}
 C_{\text{FIXED}} &= \frac{w_a}{e(w_a, w_a, u)} \\
 &= \frac{w_a}{\left(\frac{w_a - \chi}{\chi}\right)^\beta} \\
 &= \frac{w_a}{\left[\frac{w_a - (1 - bu)w_a}{(1 - bu)w_a}\right]^\beta} \\
 &= \left(\frac{1 - bu}{bu}\right)^\beta w_a.
 \end{aligned} \tag{9.20}$$

С другой стороны, если фирма меняет заработную плату, то она устанавливает ее согласно (9.15), а значит, выбирает  $w = \chi/(1 - \beta)$ . В этом случае издержки фирмы на единицу эффективного труда принимают следующий вид

$$\begin{aligned}
 C_{\text{ADJ}} &= \frac{w}{\left(\frac{w - \chi}{\chi}\right)^\beta} \\
 &= \frac{\chi/(1 - \beta)}{\left\{\frac{[\chi/(1 - \beta)] - \chi}{\chi}\right\}^\beta} \\
 &= \frac{\chi/(1 - \beta)}{[\beta/(1 - \beta)]^\beta} \\
 &= \frac{1}{\beta^\beta} \frac{1}{(1 - \beta)^{1-\beta}} (1 - bu) w_a.
 \end{aligned} \tag{9.21}$$

Допустим, что  $\beta = 0,06$  и  $b = 1$ , тогда  $u_{EQ} = 6\%$ . Теперь предположим, что безработица повышается до 9 процентов и что другие фирмы не меняют заработную плату. Из уравнений (9.20) и (9.21) следует, что это повышение снижает  $C_{\text{FIXED}}$  на 2,6 процента и  $C_{\text{ADJ}}$  на 3,2 процента. Таким образом, снижая заработную плату, фирма может сэкономить только 0,6 процента издержек. Для  $\beta = 0,03$  и  $b = 0,05$  величины  $C_{\text{FIXED}}$  и  $C_{\text{ADJ}}$  снижаются на 1,3 процента и 1,15 процента соответственно, следовательно, в этом случае стимулы к снижению заработной платы еще меньше<sup>7</sup>.

Иная ситуация характерна для конкурентного рынка труда. В этом случае процент снижения равновесной заработной платы равен проценту снижения занятости, деленному на эластичность предложения труда. Например, при эластичности предложения труда, равной 0,2,

<sup>7</sup> Можно также показать, что если фирмы не меняют заработной платы, их стимулы к регулированию цен для большинства случаев также малы. Однако, при условии полной гибкости заработной платы, стимулы к регулированию цен не являются малыми. Если  $u$  больше  $u_{EQ}$ , то каждая фирма будет стремиться платить меньше, чем другие (см. [9.15]). В результате, если заработная плата полностью гибкая, она должна упасть до 0, или, если у работников положительная резервная заработная плата, до этой резервной заработной платы. Таким образом, издержки труда для фирм становятся максимально низкими, а значит, их стимулы к снижению цен и увеличению выпуска резко повышаются. Следовательно, при отсутствии барьеров для изменения заработной платы, низкие издержки изменения цен недостаточны в данной модели для того, чтобы предотвратить подстройку цен.

сокращение занятости на 3 процента вызовет падение равновесной заработной платы на 15 процентов. Даже если это не влияет на усилия работников, 15 процентное снижение заработной платы напрямую приведет к снижению издержек на 15 процентов. Значит, в данном случае фирмы обладают исключительными стимулами к снижению заработной платы и цен<sup>8</sup>.

Таким образом, эффективная заработная плата может обладать значительным влиянием на стимулы к регулированию заработной платы при колебаниях совокупного спроса. В результате, опираясь на это понятие, можно объяснить, почему сдвиги кривой спроса на труд в большей степени влияют на безработицу в краткосрочной перспективе. Очевидно, на конкурентном рынке фирмы находятся в ситуации углового решения в отношении заработной платы: они платят наименьшую заработную плату, за которую только можно нанять работников. Таким образом, снижение заработной платы, если это возможно, безусловно выгодно для фирм. В противоположность этому, при эффективной заработной плате фирмы изначально находятся во внутреннем оптимуме, где предельные выгоды и издержки снижения заработной платы равны.

## 9.4 Модель Шапиро-Стиглица

Одна из причин, вызывающих необходимость поиска эффективной заработной платы, привлекшая особое внимание, заключается в ограниченной способности фирм к мониторингу, что заставляет их заботиться о стимулировании работников к приложению усилий. В данном разделе рассматривается модель, учитывающая это обстоятельство (Shapiro, Stiglitz (1984))<sup>9</sup>.

Рассмотрение формальной модели несовершенного мониторинга имеет три цели. Во-первых, модель позволяет тщательно проверить справедливость исходной идеи. Во-вторых, она позволяет нам проанализировать дополнительные вопросы; например, только при помощи формальной модели мы в состоянии исследовать, может ли государственная политика улучшить благосостояние. В-третьих, математический инструментарий, используемый в этой модели, полезен и в других задачах.

### Предположения

Экономика состоит из большого числа работников  $\bar{L}$  и из большого числа фирм  $N$ . Работники максимизируют ожидаемые дисконтированные полезности, а фирмы максимизируют ожидаемую интегральную дисконтированную прибыль. Модель формулируется в непрерывном времени. Для простоты анализ сосредоточен на стационарных состояниях.

Сначала рассмотрим работников. Интегральная полезность репрезентативного работника имеет вид

$$U = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} u(t) dt, \quad \rho > 0. \quad (9.22)$$

Здесь  $u(t)$  обозначает мгновенную полезность в момент  $t$ , а  $\rho$  это норма дисконтирования. Мгновенная полезность работника имеет вид:

$$u(t) = \begin{cases} w(t) - e(t), & \text{если он занят;} \\ 0, & \text{если он безработный.} \end{cases} \quad (9.23)$$

Здесь  $w$  - заработная плата, а  $e$  - усилия работника. Возможны только два уровня усилий:  $e = 0$  и  $e = \bar{e}$ . Таким образом, в любой момент времени работник должен быть в одном из трех состояний: занятым и прилагающим усилия (обозначено через  $E$ ), занятым и не прилагающим

<sup>8</sup> На самом деле, на конкурентном рынке труда, стимулы одной фирмы к снижению заработной платы, если другие фирмы этого не делают, еще больше, чем в случае падения равновесной заработной платы. Если другие фирмы не снижают заработной платы, то в экономике присутствуют безработные. Следовательно, фирма может нанимать работников со сколь угодно низкой заработной платой (или с резервой заработной платой работников).

<sup>9</sup> Dickens, Katz, Lang и Summers (1989) демонстрируют важность воровства и отлынивания среди работников в Соединенных Штатах и утверждают, что эти феномены необходимы для понимания рынка труда.

усилия (обозначено через  $S$ , от англ. *shirking*, «отлынивание») или безработным (обозначено через « $U$ »).

Ключевой элемент модели - предположения, касающиеся перехода работников из одного из этих трех состояний в другое. Во-первых, имеется экзогенная вероятность ухода с работы. А именно, если работник начинает работать на определенном месте в момент  $t_0$  (и если работник прилагает усилия), то вероятность того, что работник все еще занимает это место в последующее время  $t$ , составляет

$$P(t) = e^{-b(t-t_0)}, \quad b > 0. \quad (9.24)$$

Из условия (9.24) следует, что  $P(t+\tau)/P(t)$  равно  $e^{-b\tau}$ , а значит, это отношение не зависит от  $t$ : если работник является занятым в некоторый момент времени, то вероятность того, что он будет все еще занятым через время  $\tau$ , составляет  $e^{-b\tau}$  независимо от того, насколько долго он работал. Отсутствие этой зависимости от времени значительно упрощает анализ, так как дает возможность не следить за тем, как долго работники занимали свои рабочие места. Процессы вида (9.24) называют *пуассоновскими процессами*.

Эквивалентным образом процесс ухода с работы можно описать так: потеря работы случается с вероятностью  $b$  в единицу времени; другими словами, *интенсивность риска* ухода с работы равна  $b$ . Эквивалентная формулировка: вероятность того, что нанятый работник оставит рабочее место в следующие  $dt$  единиц времени, стремится к  $bdt$  при стремлении  $dt$  к 0. Можно убедиться, что это следует из наших предположений, поскольку (9.24) влечет за собой равество  $P'(t) = -bP(t)$ .

Второе предположение относительно переходов работников между состояниями заключается в том, что процесс обнаружения фирмами отлынивающих работников также является пуассоновским процессом. А именно, обнаружение происходит с вероятностью  $q$  в единицу времени. Величина  $q$  экзогенна, и обнаружение не зависит от вероятности ухода с работы. Работники, уличенные в отлынивании, увольняются. Таким образом, если работник нанят, но отлынивает, вероятность того, что он все еще будет работать через время  $\tau$ , равна произведению  $e^{-q\tau}$  (вероятности того, что работник не был уличен и уволен) и  $e^{-b\tau}$  (вероятности того, что работа не была потеряна экзогенно).

В-третьих, безработные находят работу с вероятностью  $a$  в единицу времени, и каждый работник считает параметр  $a$  заданным. Однако для экономики в целом  $a$  определяется эндогенно. Когда фирмы хотят нанять работников, они случайным образом выбирают их из множества безработных. Таким образом,  $a$  определяется числом безработных и вероятностью, с которой фирмы нанимают работников (которая, в свою очередь, зависит от числа нанятых работников и экзогенной вероятности ухода с работы). Ввиду того, что работники идентичны, вероятность нахождения работы не зависит от того, как именно они стали безработными или как долго ими являются.

Поведение фирмы довольно просто. Прибыль фирмы в момент  $t$  выглядит так

$$\pi(t) = F(\bar{e}(L(t)) - w(t)[L(t) + S(t)]), \quad F'(\bullet) > 0, \quad F''(\bullet) < 0, \quad (9.25)$$

где  $L$  - число работников, прилагающих усилия, и  $S$  - число отлынивающих работников. Задача, стоящая перед фирмой, заключается в выборе  $L$  и установлении  $w$  на уровне, достаточно высоком для того, чтобы работники не отлынивали. Поскольку решения фирмы в любой момент времени влияют только на прибыль этого периода, нет необходимости анализировать приведенную прибыль: фирма выбирает  $w$  и  $L$  в каждый момент для максимизации потока прибыли в этот момент.

Заключительное предположение модели можно записать как  $\bar{e}F'(\bar{e}\bar{L}/N) > \bar{e}$ , или  $F'(\bar{e}\bar{L}/N) > 1$ . Данное условие состоит в том, что если каждая фирма нанимает  $1/N$  рабочей

силы, то предельный продукт труда превышает издержки, связанные с усилиями. Таким образом, при отсутствии несовершенств мониторинга имеет место полная занятость.

### Значения $E$ , $U$ и $S$ .

Пусть  $V_i$  обозначает «стоимость» пребывания в состоянии  $i$  (для  $i = E, S, U$ ). Иными словами,  $V_i$  - это ожидаемое значение интегральной дисконтированной полезности (начиная с текущего момента) работника, находящегося в состоянии  $i$ . Так как переходы между состояниями представляют собой пуассоновские процессы,  $V_i$  не зависят от того, как долго работник находится в своем текущем состоянии, или от истории попадания в это состояние. И поскольку нас интересуют стационарные процессы,  $V_i$  постоянны во времени.

Для того, чтобы найти  $V_E$ ,  $V_S$  и  $V_U$ , не обязательно рассматривать все множество траекторий, вдоль которых может двигаться работник на протяжении своего бесконечного будущего. Вместо этого можно воспользоваться *динамическим программированием*. Основная идея динамического программирования заключается в рассмотрении короткого интервала времени и использовании самих  $V_i$  для описания того, что происходит за пределами этого интервала<sup>10</sup>. Сначала рассмотрим занятого работника, прилагающего усилия в момент  $t$ . Сначала предположим, что время разделено на интервалы длиной  $\Delta t$  и что работник, потерявший работу в одном интервале, не может начать поиск новой работы до начала следующего интервала. Пусть  $V_E(\Delta t)$  и  $V_U(\Delta t)$  - стоимость состояний занятости и безработицы на начало этого интервала при данном предположении. Через минуту мы устремим  $\Delta t$  к 0. Когда мы это сделаем, то наше ограничение, состоящее в том, что работник, теряющий работу в течение некоторого интервала времени не может найти новую до конца этого интервала, станет несущественным. Поэтому,  $V_E(\Delta t)$  будет стремиться к  $V_E$ .

Если работник занят и получает заработную плату  $w$ , то  $V_E(\Delta t)$  выглядит следующим образом

$$V_E(\Delta t) = \int_{t=0}^{\Delta t} e^{-bt} e^{-\rho t} (w - \bar{e}) dt + e^{-\rho \Delta t} [e^{-b\Delta t} V_E(\Delta t) + (1 - e^{-b\Delta t}) V_U(\Delta t)]. \quad (9.26)$$

Первое слагаемое (9.26) отражает полезность на интервале  $(0, \Delta t)$ . Вероятность того, что работник все еще занят в момент  $t$ , равна  $e^{-bt}$ . Если работник нанят, мгновенная полезность равна  $w - \bar{e}$ . Приводя это выражение к периоду времени 0, мы получаем ожидаемый вклад в интегральную полезность  $e^{-(\rho+b)t} (w - \bar{e})$ <sup>11</sup>.

Второе слагаемое (9.26) отражает полезность после  $\Delta t$ . В момент  $\Delta t$  работник является занятым с вероятностью  $e^{-b\Delta t}$  и является безработным с вероятностью  $1 - e^{-b\Delta t}$ . Учитывая эти вероятности и значения  $V_i$  и дисконтируя, мы получаем второе слагаемое.

После вычисления интеграла уравнение (9.26) можно переписать в следующем виде

---

<sup>10</sup> Если время дискретно, а не непрерывно, то мы смотрим на один период вперед. Для введения в динамическое программирование см. Sargent (1987b).

<sup>11</sup> Если для работника вначале приложение усилий является оптимальным, то в силу предположения о стационарности оно остается оптимальным и в дальнейшем. Поэтому, мы не должны рассматривать возможность того, что работник начнет отлынивать.

$$\begin{aligned} V_E(\Delta t) &= \frac{1}{\rho+b}(1-e^{-(\rho+b)\Delta t})(w-\bar{e}) \\ &\quad + e^{-\rho\Delta t}[e^{-b\Delta t}V_E(\Delta t) + (1-e^{-b\Delta t})V_U(\Delta t)]. \end{aligned} \quad (9.27)$$

Решая это уравнение относительно  $V_E(\Delta t)$ , получаем

$$V_E(\Delta t) = \frac{1}{\rho+b}(w-\bar{e}) + \frac{1}{1-e^{-(\rho+b)\Delta t}}(1-e^{-b\Delta t})V_U(\Delta t) \quad (9.28)$$

Как было сказано выше, значение  $V_E$  равно пределу  $V_E(\Delta t)$  при стремлении  $\Delta t$  к нулю (аналогично,  $V_U$  равно  $V_U(\Delta t)$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ ). Для того чтобы найти этот предел, применим правило Лопитала к (9.28). В итоге имеем

$$V_E = \frac{1}{\rho+b}[(w-\bar{e}) + bV_U]. \quad (9.29)$$

Уравнение (9.29) можно также получить, опираясь на интуицию. Представим себе актив, приносящий дивиденды с нормой доходности  $w - \bar{e}$  в единицу времени, если работник нанят, и не приносящий дивидендов, когда он безработный. Кроме того, предположим, что актив приобретается нейтральными к риску инвесторами, требующими норму отдачи  $\rho$ . Так как ожидаемая приведенная стоимость пожизненных дивидендов с этого актива – то же самое, что и ожидаемая за период жизни приведенная полезность работника, то цена актива должна быть равна  $V_E$ , когда работник нанят, и  $V_U$ , когда он безработный. Для того, чтобы актив держали, он должен обеспечивать ожидаемую норму отдачи  $\rho$ , то есть, приносимые им дивиденды в единицу времени плюс ожидаемые капитальные выгоды или убытки в единицу времени, должны быть равны  $\rho V_E$ . Если работник нанят, то дивиденды в единицу времени составляют  $w - \bar{e}$ , а вероятность капитальных убытков  $V_E - V_U$  в единицу времени равна  $b$ . Итак,

$$\rho V_E = (w - \bar{e}) - b(V_E - V_U). \quad (9.30)$$

Преобразуя это выражение, получаем (9.29).

Если работник отлынивает, то «дивидэнд» в единицу времени равен  $w$ , а ожидаемые капитальные убытки равны  $(b+q)(V_S - V_U)$  в единицу времени. Рассуждая таким же образом, что и при выводе (9.30), получаем

$$\rho V_S = w - (b+q)(V_S - V_U). \quad (9.31)$$

Наконец, если работник является безработным, то дивиденды равны 0, а ожидаемые капитальные выгоды (в предположении, что фирмы платят заработную плату, достаточно высокую для того, чтобы занятые работники прилагали усилия) равны  $a(V_E - V_U)$  в единицу времени<sup>12</sup>. Тогда

$$\rho V_U = a(V_E - V_U). \quad (9.32)$$

### Условие отсутствия отлынивания

Фирма должна платить достаточно, чтобы выполнялось условие  $V_E \geq V_S$ ; в противном случае ее работники не будут прилагать усилия и не будут ничего производить. В то же время, поскольку усилия не могут превышать  $\bar{e}$ , нет смысла платить больше минимального уровня,

---

<sup>12</sup> Уравнения (9.31) и (9.32) можно получить, если определить  $V_U(\Delta t)$  и  $V_E(\Delta t)$  и провести рассуждения, аналогичные использованным при выводе (9.29).

необходимого для стимулирования усилий. Таким образом, фирма выбирает  $w$  так, чтобы величина  $V_E$  была равна  $V_S$ <sup>13</sup>:

$$V_E = V_S. \quad (9.33)$$

Так как  $V_E$  и  $V_S$  должны быть равны, то из (9.30) и (9.31) получаем

$$(w - \bar{e}) - b(V_E - V_U) = w - (b + q)(V_E - V_U), \quad (9.34)$$

или

$$V_E - V_U = \frac{\bar{e}}{q} \quad (9.35)$$

Из соотношения (9.35) следует, что фирмы устанавливают заработную плату, достаточно высокую для того, чтобы работники предпочли занятость безработице. Следовательно, работники получают ренту. Размер этой премии увеличивается с ростом издержек приложения усилий  $\bar{e}$  и уменьшается с ростом эффективности обнаружения отлынивающих  $q$ .

Следующим шагом является нахождение заработной платы, при которой занятость приносит ренту  $\bar{e}/q$ . Из уравнений (9.30) и (9.32) получаем

$$\rho(V_E - V_U) = (w - \bar{e}) - (a + b)(V_E - V_U). \quad (9.36)$$

Из этого выражения следует, что равенство ренты  $V_E - V_U$  величине  $\bar{e}/q$  достигается при заработной плате

$$w = \bar{e} + (a + b + \rho) \frac{\bar{e}}{q}. \quad (9.37)$$

Согласно данному условию, заработная плата, необходимая для стимулирования усилий, возрастает при увеличении издержек усилий ( $\bar{e}$ ), вероятности найти работу ( $a$ ), вероятности ухода с работы ( $b$ ) и нормы дисконтирования ( $\rho$ ); она снижается с увеличением вероятности того, что отлынивающие работники будут в этом уличены ( $q$ ).

Более удобно выразить заработную плату, необходимую для предотвращения отлынивания, не через вероятность  $a$  нахождения работы, а через показатель занятости на одну фирму  $L$ . Для замены  $a$  мы используем тот факт, что ввиду стационарности экономики отток и приток людей во множество безработных должны быть сбалансированы. Число работников, становящихся безработными в единицу времени, равно произведению  $N$  (число фирм) на  $L$  (число работников на одну фирму) и на  $b$  (скорость ухода с работы)<sup>14</sup>, а число работников, находящих работу, равно произведению  $\bar{L} - NL$  и  $a$ . Приравнивая эти две величины, получаем

$$a = \frac{NLb}{\bar{L} - NL}. \quad (9.38)$$

Из уравнения (9.38) следует, что  $a + b = \bar{L}b / (\bar{L} - NL)$ . Подставляя это выражение в (9.37), имеем

$$w = \bar{e} + \left( \rho + \frac{\bar{L}}{\bar{L} - NL} b \right) \frac{\bar{e}}{q}. \quad (9.39)$$

Соотношение (9.39) представляет собой *условие отсутствия отлынивания*. Оно указывает заработную плату, необходимую для предотвращения отлынивания, как функцию уровня безработицы. Чем больше нанято работников, тем меньше безработных и тем больше работников покидают свои рабочие места, следовательно, безработным становится легче найти работу. Поэтому, заработная плата, необходимая для предотвращения отлынивания, является

<sup>13</sup> Так как все фирмы идентичны, то они выбирают ту же самую заработную плату, следовательно,  $V_E$  и  $V_S$  не зависят от фирмы, нанявшей работника.

<sup>14</sup> Мы предполагаем, что экономика достаточно велика, так что общее число уходящих с работы в единицу времени не случайно, несмотря на случайность ухода с отдельных рабочих мест.

возрастающей функцией занятости. При полной занятости безработные находят работу мгновенно, а значит, не существует издержек увольнения и, следовательно, не существует заработной платы, предотвращающей отлынивание. Множество точек в пространстве  $(NL, w)$ , удовлетворяющих условию отсутствия отлынивания (NSC), показано на Рисунке 9.2.

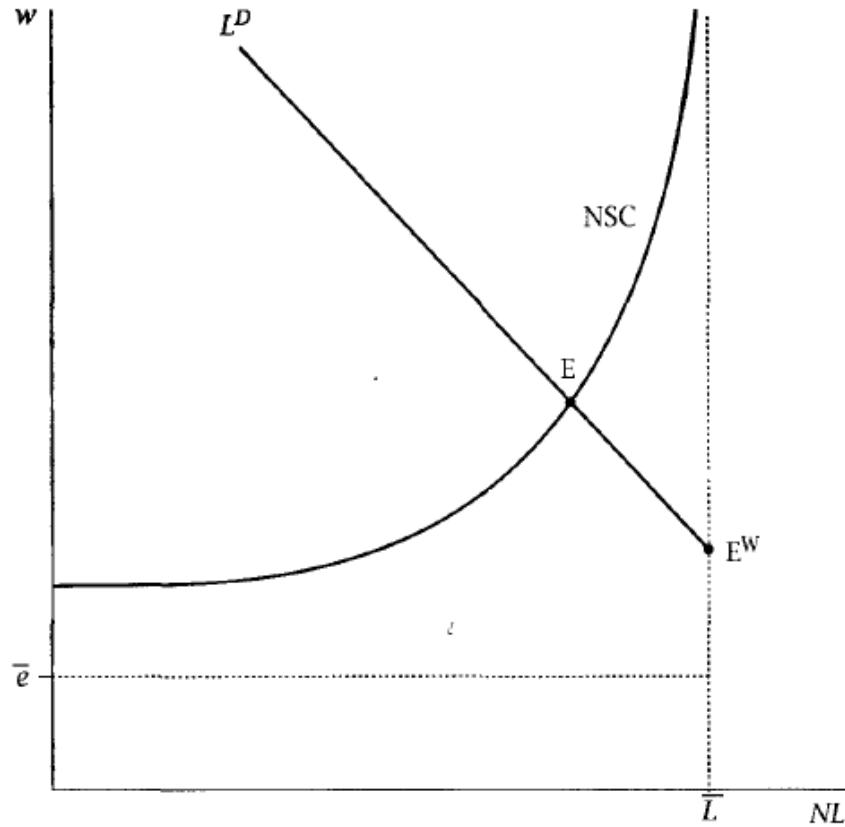


Рисунок 9.2 Модель Шапиро-Стиглица

### Заключительные штрихи к модели

Фирмы нанимают работников до того момента, пока предельный продукт труда не станет равным заработной плате. Из соотношения (9.25) следует, что когда работники прилагают усилия, поток прибылей фирмы равен  $F(\bar{e}L) - wL$ . Таким образом, условие равенства предельного продукта труда заработной плате выглядит так:

$$\bar{e}F'(\bar{e}L) = w . \quad (9.40)$$

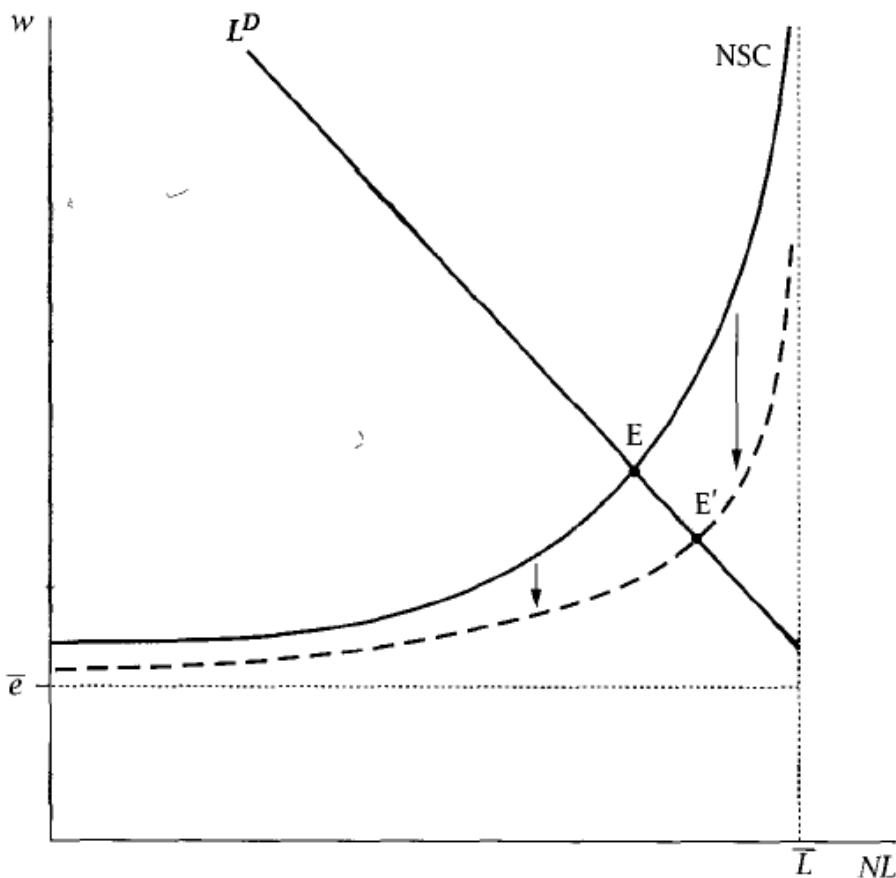
Множество точек, удовлетворяющих (9.40) также показано на Рисунке 9.2 (это обычная кривая спроса на труд).

Кривая предложения труда проходит через точку  $\bar{e}$  и горизонтальна до тех пор, пока численность работников меньше  $\bar{L}$ , а затем вертикальна. В отсутствие несовершенства мониторинга равновесие соответствует точке пересечения кривых спроса на труд и предложения труда. Используем теперь наше предположение о том, что предельный продукт труда при полной занятости превосходит издержки полезности от приложения усилий ( $F'(\bar{e}\bar{L}/N) > 1$ ); из него следует, что пересечение имеет место на вертикальной части кривой предложения труда. Равновесие по Вальрасу соответствует точке  $E^W$  на рисунке.

При несовершенном мониторинге равновесие находится на пересечении кривой спроса на труд (уравнение [9.40]) и кривой отсутствия отлынивания (уравнение [9.39]). Это равновесие показано точкой  $E$  на рисунке. В подобном равновесии существует безработница. При действующей заработной плате безработные строго предпочитают быть нанятыми, а не безработными, и прилагать усилия. Однако они не могут сбить заработную плату: фирмы

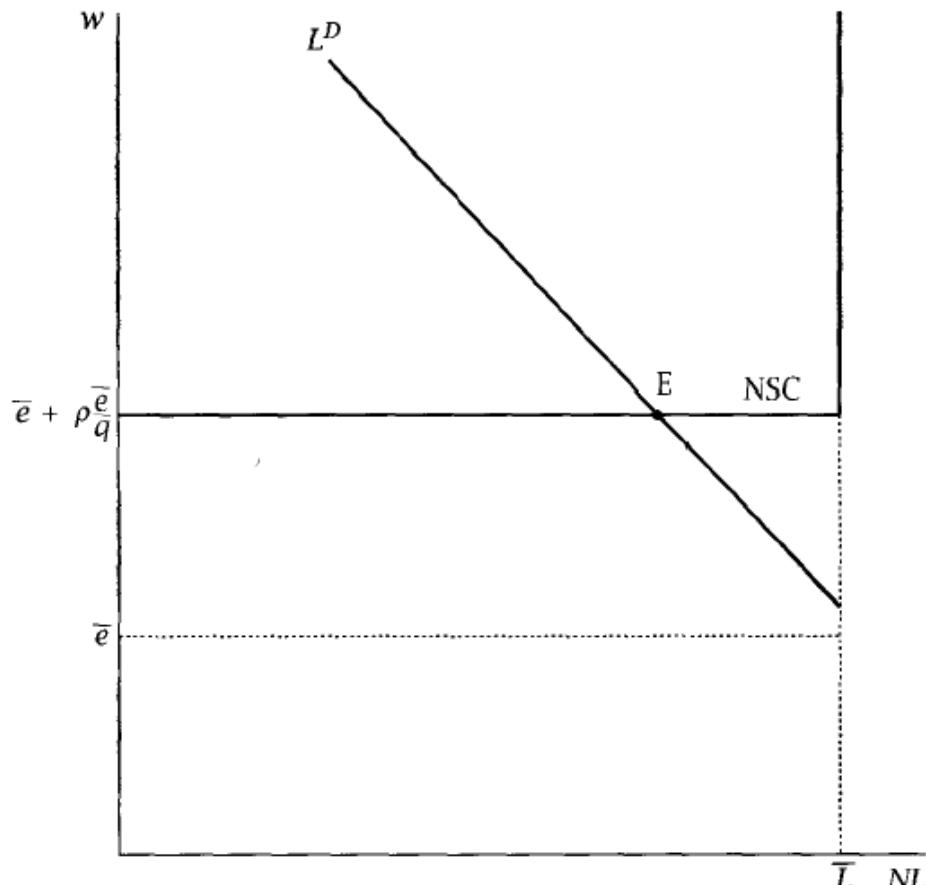
понимают, что если они наймут дополнительных работников за чуть меньшую, чем действующая, заработную плату, то работники предпочтут не прилагать усилия, а отлынивать. Таким образом, заработная плата не падает, и безработица сохраняется.

Чтобы лучше понять, как работает модель, рассмотрим два примера. Во-первых, повышение  $q$ , то есть повышение вероятности обнаружить за единицу времени отлынивающего работника, сдвигает кривую отсутствия отлынивания вниз, но не влияет на кривую спроса на труд. Эта ситуация показана на Рисунке 9.3. Таким образом, заработная плата падает, и занятость увеличивается. При стремлении  $q$  к бесконечности вероятность того, что отлынивающий работник будет обнаружен за конечный промежуток времени, стремится к 1. В результате заработная плата при отсутствии отлынивания стремится к  $\bar{e}$  для любого не полного уровня занятости. Следовательно, экономика стремится к равновесию по Вальрасу.



**Рисунок 9.3 Последствия повышения  $q$  в модели Шапиро-Стиглица**

Во-вторых, если отсутствует текучесть рабочей силы ( $b=0$ ), то безработных никогда не нанимают. Следовательно, заработная плата, обеспечивающая отсутствие отлынивания, в этом примере не зависит от уровня занятости и, как следует из уравнения (9.39), равна  $\bar{e} + \rho\bar{e}/q$ . Эту формулу можно получить из следующих интуитивных соображений. Выгода от отлынивания по сравнению с приложением усилий составляет  $\bar{e}$  в единицу времени. Издержки же определяются вероятностью  $q$  в единицу времени навсегда остаться безработным и, следовательно, потерять дисконтированный потребительский излишек от работы, равный  $(w - \bar{e})/\rho$ . Приравнивая издержки и выгоды, получаем  $w = \bar{e} + \rho\bar{e}/q$ . Этот случай показан на Рисунке 9.4.



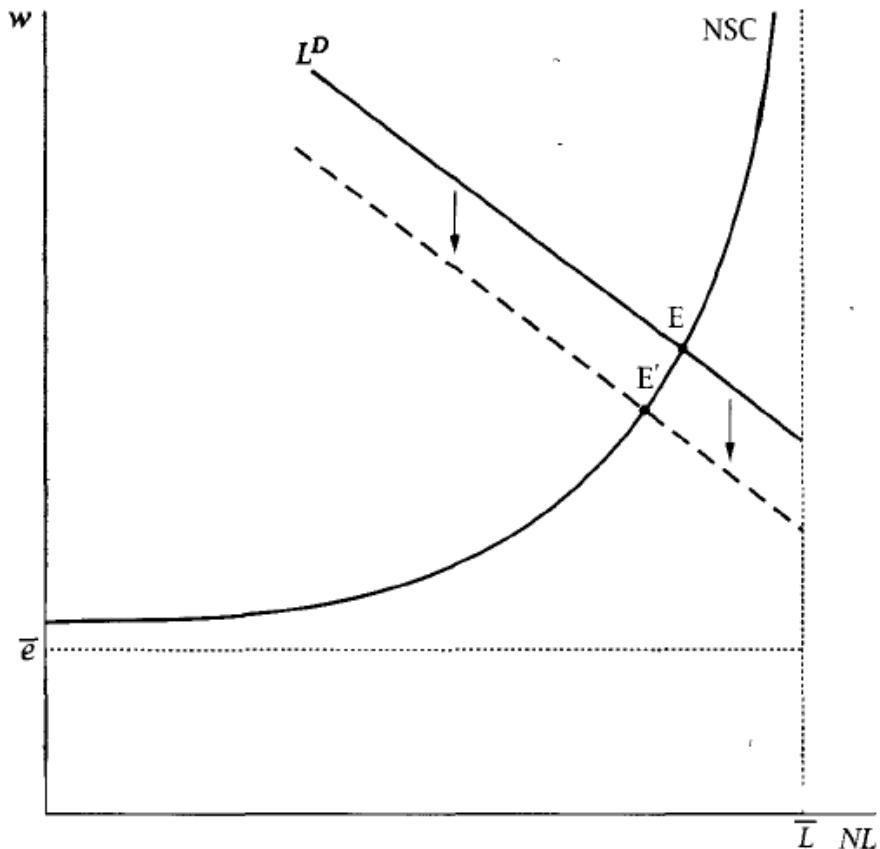
**Рисунок 9.4 Модель Шапиро-Стиглица без текучести рабочей силы**

### Следствия

Данная модель демонстрирует существование равновесной безработицы, а также указывает различные факторы, которые могут на нее влиять. Таким образом, модель может рассматриваться как одно из объяснений феномена безработицы. К сожалению, она настолько упрощена, что трудно определить, какой именно уровень безработицы она предсказывает, или получить с ее помощью конкретный прогноз поведения безработицы во времени.

Обращаясь к краткосрочным колебаниям, рассмотрим влияние сокращения спроса на труд. Как показано на Рисунке 9.5, заработная плата  $W$  и занятость  $L$  сдвигаются вниз вдоль кривой условия отлынивания. Ввиду того, что предложение труда абсолютно эластично, занятость неизбежно реагирует в большей мере, чем при совершенном мониторинге. Таким образом, модель предлагает одно из возможных объяснений того, почему заработная плата может в меньшей степени реагировать на вызванные спросом колебания выпуска по сравнению с ситуацией, когда работники находятся на своих кривых предложения труда. И здесь, однако, упрощенность модели осложняет получение количественной оценки результатов<sup>15</sup>.

<sup>15</sup> Эти рассуждения не учитывают две важные проблемы. Во-первых, мы сравнивали стационарные состояния с различными уровнями спроса на труд вместо того, чтобы анализировать динамические эффекты изменения спроса на труд. Работа Kimball (1994) анализирует динамику модели Шапиро-Стиглица. Во-вторых, модель сталкивается с той же проблемой, что и простая модель эффективной заработной платы в разделе 9.2: из нее следует, что в ходе технического прогресса кривая спроса на труд сдвигается вправо, и безработица имеет тенденцию к постоянному снижению. Это противоречие выводов модели фактам можно устраниТЬ, если, например, сделать издержки от усилий  $\bar{e}$  эндогенными и перестроить структуру модели так, чтобы  $\bar{e}$  и выпуск на одного работника росли в долгосрочной перспективе одинаковыми темпами. В долгосрочной перспективе это приведет к сдвигу кривой  $NSC$  вверх в той же степени, что и кривой спроса на труд, устраняя тем самым тенденцию к снижению безработицы. Но для модифицированной модели следует повторно проанализировать краткосрочные эффекты сдвига кривой спроса на труд, учитывая влияние эндогенных усилий  $\bar{e}$ .



**Рисунок 9.5 Эффект падения спроса на труд в модели Шапиро-Стиглица**

Наконец, из модели следует, что децентрализованное равновесие неэффективно. Действительно, поскольку предельный продукт труда при полной занятости  $\bar{e}F(\bar{e}\bar{L}/N)$  превышает затраты работников на приложение усилий  $\bar{e}$ , наилучшим состоянием является такое, когда каждый работник нанят и предпринимает усилия. Конечно, правительство не может добиться этого, просто требуя от фирм снизить кривую спроса на труд до уровня полной занятости: такая политика приведет к отлыниванию работников и в результате - к нулевому выпуску. Но Шапиро и Стиглиц отмечают, что субсидии по заработным платам, профинансированные за счет паушальных налогов или налогов на прибыль, улучшают благосостояние. Такая политика сдвигает кривую спроса на труд вверх, увеличивая заработную плату и занятость вдоль кривой отсутствия отлынивания. Так как стоимость дополнительного выпуска превышает альтернативные издержки его производства, общее благосостояние растет. Распределение выгод между работниками и фирмами зависит от того, как именно профинансираны субсидии на заработную плату.

### Развитие модели

Базовая модель может быть по-разному усовершенствована. Здесь мы обсудим три таких возможности.

Во-первых, важным вопросом о рынке труда является следующий: почему работодатели, зная, что безработица будет страшным ударом для работников, стараются чаще давать вынужденные отпуска, чем заключать договоры о неполной занятости, когда хотят сократить количество используемого труда. Можно ожидать, что работники будут в значительной степени заботиться о снижении риска безработицы, соглашаясь на более низкую заработную плату в фирме, практикующую неполную занятость, а не вынужденные отпуска. Модель Шапиро-Стиглица (модифицированная таким образом, что количество рабочих часов может изменяться) предлагает возможное объяснение такой загадочной непопулярности неполной занятости. Уменьшение количества рабочих часов снижает излишек, получаемый работниками от своей

деятельности. В результате заработка плата, выплачиваемая фирмами с целью предотвращения отлынивания, растет. Если же фирма отправляет работников в вынужденный отпуск, потребительский излишек оставшихся работников не меняется, и поэтому нет нужды в увеличении заработной платы. Таким образом, фирма может считать такие отпуска более предпочтительными, чем неполная занятость, несмотря на то, что она подвергает своих работников большему риску.

Во-вторых, статья Bulow и Summers (1986) обобщает модель, дополняя ее вторым видом работы, где мониторинг прикладываемых работником усилий может быть осуществлен совершенно точно. Это могут быть, к примеру, сдельные работы, при которых результат наблюдаем. Так как в этом секторе асимметрии информации нет, работа не приносит никакого излишка, и поэтому доступ к ней не ограничен. При определенных допущениях отсутствие излишка приводит к большей текучести рабочей силы. Заработка плата при несовершенном мониторинге работы выше, чем равновесная заработка плата. Поэтому предельный продукт на таких работах выше, и работники, однажды устроившись на такое место, в дальнейшем будут покидать его с большой неохотой. Можно развивать модель дальше, включая в нее группы работников с различной привязанностью к работе (с различными  $b$ ). При этом необходима более высокая заработка плата, чтобы заставить работников с меньшей привязанностью прикладывать усилия. В результате фирмы с рабочими местами, требующими мониторинга, неохотно принимают на работу людей с низкой привязанностью к работе. Поэтому такие работники в непропорционально больших количествах наняты в секторах с низкой заработной платой и высокой текучестью. Эти предсказания об уровне заработной платы, текучести и сегрегации занятости согласуются со стилизованными фактами о *первичной* и *вторичной* занятости, описанными авторами Doeringer и Piore (1971) в их теории *двойных рынков труда*.

Третий путь развития модели представляется более проблематичным с точки зрения изложенной теории. До сих пор мы предполагали, что компенсация имеет вид традиционной заработка платы. Но, как уже говорилось в рамках общего обсуждения потенциальных причин назначения эффективной заработка платы, более сложные формы компенсации могут сильно изменить воздействие несовершенного мониторинга. Два примера такой компенсации – это залог (*bonding*) и продажа рабочих мест (*job selling*). О залоге говорят, когда фирма требует от каждого нового работника оставить некоторую сумму, которая конфискуется, если работник пойман на отлынивании. Требуя достаточно крупные суммы в залог, фирма может заставить работников не отлынивать даже при равновесной заработной плате. Таким образом, кривая отсутствия отлынивания сдвигается вниз до ее совпадения с кривой предложения труда. Если фирмы могут требовать залог, они это будут делать, и в модели безработицы не возникнет. Продажа рабочих мест состоит в том, что фирмы требуют от работников уплатить взнос, когда их принимают на работу. Если фирмы получают выплаты от новых работников, их спрос на труд выше при заданном уровне заработной платы. Таким образом, экономика сдвигается вверх по кривой отсутствия отлынивания, и заработка плата и занятость растут. Опять же, если фирмы могут продать рабочие места, они этим воспользуются.

Применение залога, продажи рабочих мест и им подобных схем может быть ограничено из-за отсутствия совершенных рынков капитала (из-за этого работникам тяжело оставить крупные суммы в залог или заплатить большие взносы при найме). Еще одно ограничение состоит в том, что работники могут опасаться ложного обвинения в отлынивании со стороны фирмы, которая или заберет залоговую сумму себе, или уволит работников их и оставит взнос себе. Но, как отмечается в Carmichael (1985), подобные ограничения не устранит эти схемы полностью: если работники строго предпочитают занятость безработице, фирмы могут повысить прибыль, требуя, например, немного больший взнос при найме. В такой ситуации рабочие места не просто распределяются каким-то образом, а напротив, достаются тем, кто готов платить за них больше всего. Поэтому даже если применение этих схем ограничено такими факторами как несовершенство рынков капитала, отсутствие залога и продажи рабочих мест остаются загадкой для теории.<sup>16</sup>

---

<sup>16</sup> См. дальнейшее обсуждение этих вопросов в Shapiro и Stiglitz (1985) и Akerlof и Katz (1989).

Наконец, важно помнить, что модель Шапиро-Стиглица сфокусирована лишь на одном конкретном источнике возникновения эффективной заработной платы. Ее выводы не являются общими. Например, предположим, что фирмы находят высокие заработные платы привлекательными потому, что они повышают качество соискателей работы по ненаблюдаемым параметрам. Так как привлекательность работы по большей части зависит от совокупного пакета компенсаций, в этом случае у фирм нет нужды в применении таких схем как продажа рабочих мест. В данной ситуации не стоит также применять модель Шапиро-Стиглица при рассмотрении эффектов изменения спроса на труд.

Как будет описано в разделе 9.9, чувства благодарности, раздражения и справедливости у работников – это важные факторы при назначении заработной платы. Если эти факторы являются причинами того, что рынок труда не приходит в равновесие, то снова нет оснований ожидать, что останутся верными выводы из модели Шапиро-Стиглица, касающиеся компенсационных схем и эффектов изменения спроса на труд. Теория немногое может сказать в этом случае. Чтобы судить о причинах безработицы и циклического поведения рынка труда, требуется более глубокое изучение факторов, определяющих отношение работников к труду, и их влияния на производительность. В разделе 9.9 описаны первые шаги, сделанные в этом направлении.

## 9.5 Неявные контракты

Второе отклонение от вальрасовских предположений, обсуждаемое в данной главе – это существование долгосрочных взаимоотношений между фирмами и работниками. Фирмы не нанимают работников заново в каждом периоде. В самом деле, многие виды деятельности требуют от работника долгосрочных связей с фирмой и значительных навыков, специфичных для конкретного производства. Akerlof и Main (1981) и Hall (1982), например, отмечают, что средний срок, проводимый американским работником в одной компании, составляет 10 лет.

При наличии долгосрочных отношений, заработные платы не должны подстраиваться в каждом периоде для приведения рынка труда в равновесие. Работники согласны оставаться на своих рабочих местах до тех пор, пока ожидаемые потоки доходов от текущей работы предпочтительнее альтернативных возможностей заработка вне их фирмы. Благодаря долгосрочным отношениям со своими работодателями, их текущая заработная плата может быть относительно неважной для такого сопоставления. В этом разделе рассматривается случай, когда совокупность работников, имеющих дело с конкретной фирмой, фиксирована; в разделах 9.6 и 9.7 рассматриваются эффекты, возникающие при ослаблении этого предположения.

### Модель

Рассмотрим фирму, взаимодействующую с группой работников. Прибыли фирмы:

$$\pi = AF(L) - wL, \quad F'(\bullet) > 0, \quad F''(\bullet) < 0, \quad (9.41)$$

где  $L$  – количество труда, нанимаемого фирмой, а  $w$  – реальная заработная плата. Через  $A$  обозначен фактор, который может сдвигать функцию прибыли. Он может отражать технологию (большая величина означает, что фирма производит больше продукции, используя данное количество труда) или выпуск всей экономики (большая величина означает, что фирма продает свой выпуск по более высоким относительным ценам).

Вместо того, чтобы рассматривать множество периодов, удобнее рассмотреть один период, предположив, что  $A$  – случайная величина. Доходы работников и число часов работы меняются при колебаниях  $A$ . Таким образом, например, когда работники решают работать на фирму или нет, то вместо средней полезности по множеству периодов они учитывают ожидаемую полезность, которую они получат в единственном периоде при случайном  $A$ .

Распределение величины  $A$  дискретно. Существует  $K$  возможных значений  $A$ , отмеченных индексом  $i$ ; обозначим через  $p_i$  вероятность того, что  $A = A_i$ . Ожидаемая прибыль фирмы задается выражением

$$E[\pi] = \sum_{i=1}^K p_i [A_i F(L_i) - w_i L_i], \quad (9.42)$$

где  $L_i$  и  $w_i$  - количество труда и реальная заработная плата, если параметр  $A$  реализовался как  $A_i$ . Фирма максимизирует ожидаемую прибыль; таким образом, она нейтральна к риску.

Предполагается, что каждый работник работает одинаковое количество времени. Полезность репрезентативного работника определяется следующим образом:

$$u = U(C) - V(L), \quad U'(\bullet) > 0, \quad U''(\bullet) < 0, \quad V'(\bullet) > 0, \quad V'' > 0, \quad (9.43)$$

где  $U(\bullet)$  - полезность потребления, а  $V(\bullet)$  - тягость труда. Так как  $U''(\bullet)$  отрицательна, работники не склонны к риску.<sup>17</sup>

Потребление работников  $C$  предполагается равным их доходу от труда  $wL$ .<sup>18</sup> Тем самым постулируется, что работник не может застраховаться от колебаний занятости и заработной платы. В более развитой модели это может иметь место из-за неоднородности работников и наличия частной информации об их перспективах на рынке труда. В данной же модели отсутствие внешнего страхования просто предполагается.

Из (9.43) следует, что ожидаемая полезность репрезентативного работника имеет вид

$$E[u] = \sum_{i=1}^K p_i [U(C_i) - V(L_i)]. \quad (9.44)$$

Существует некоторый минимальный уровень ожидаемой полезности  $u_0$ , который должен быть обеспечен работнику, чтобы он согласился на работу в фирме. Работник, согласившийся заключить договор, не может менять работу; таким образом, единственным ограничением при заключении контракта является средний уровень полезности, который он обеспечивает, а не уровень в каждом отдельном состоянии.

## Трудовые контракты

Одна из простейших форм контракта просто определяет заработную плату и позволяет фирме выбрать число работников, как только  $A$  определено; многие реальные контракты, по крайней мере в первом приближении, носят именно такую форму. При таком контракте немедленно возникает безработица и жесткость реальной заработной платы. Например, падение спроса на труд, ведет к уменьшению фирмой числа занятых при фиксированной реальной заработной плате, в то время как предложение труда не меняется. Тем самым создается безработица (или, если все работники трудятся одинаковое количество времени, неполная занятость). Издержки труда не реагируют на эти изменения, так как, по условию, реальная заработная плата фиксирована.

Но это не является удовлетворительным объяснением жесткости безработицы и реальной заработной платы. Трудность в том, что такой вид контрактов неэффективен (Leontief, 1946; Barro, 1977b; Hall, 1980). Так как заработная плата фиксирована и фирма выбирает количество работников, считая заработную плату заданной, предельный продукт труда не зависит от  $A$ . Но поскольку занятость меняется вместе с  $A$ , предельная тягость труда зависит от  $A$ . Таким образом, предельный продукт труда обычно не равен предельной тягости труда, а значит, можно улучшить положение обеих сторон контракта. И если предложение труда не очень

<sup>17</sup> Поскольку владельцы фирм могут диверсифицировать специфичные для фирмы риски, держа подходящий портфель ценных бумаг, предположение о нейтральности фирмы к риску справедливо для специфичных для нее шоков. Для агрегированных шоков, однако, предположение о том, что фирма склонна к риску больше рабочих, подтвердить труднее. Так как основная цель теории – объяснить эффекты агрегированных шоков, этот момент является ее слабой точкой. Одно из возможных решений – считать, что владельцы фирм богаче рабочих, и что несклонность к риску снижается по мере роста дохода.

<sup>18</sup> Если существует  $\bar{L}$  рабочих, часы работы и потребление репрезентативного рабочего составляют, на самом деле,  $L/\bar{L}$  и  $wL/\bar{L}$ , и полезность приобретает вид  $\tilde{U}(C/\bar{L}) - \tilde{V}(L/\bar{L})$ . Для исключения  $\bar{L}$  определим  $U(C) = \tilde{U}(C/\bar{L})$  и  $V(L) = \tilde{V}(L/\bar{L})$

эластично, неэффективность высока. К примеру, когда спрос на труд низок, предельная тягость труда низкая, и фирма и работники могут улучшить свое благосостояние, если работники будут трудиться немного больше.

Таким образом, контракт с фиксированной заработной платой и уровнем занятости, выбираемым фирмой, можно считать потенциальным объяснением безработицы и жесткости реальной заработной платы только в том случае, если мы сможем объяснить, почему фирма и ее работники пойдут на такое соглашение. Однако далее в этом разделе показано, что при наших условиях они согласятся на совсем другой контракт. Затем в разделе 9.6 предлагается модификация нашей модели, которая приводит к контракту, гораздо более близкому к рассмотренному выше типу контрактов.

### Эффективные контракты

Чтобы понять, как можно улучшить трудовой контракт, предположим, что фирма предлагает работникам договор, определяющий заработную плату и рабочее время для каждого конкретного  $A$ . Так как реальные контракты не описывают подробно заработную плату и занятость как функции определенного состояния, такие договора называют *неявными контрактами*.<sup>19</sup>

Вспомним, что фирма должна предложить работникам, по крайней мере, минимальный уровень ожидаемой полезности  $u_0$ , но в остальном она ничем не ограничена. В дополнение к этому, так как  $L_i$  и  $w_i$  определяют  $C_i$ , можно считать, что в каждом состоянии фирма выбирает  $L$  и  $C$ , а не  $L$  и  $w$ . Таким образом, функция Лагранжа для задачи фирмы, имеет вид

$$L = \sum_{i=1}^K p_i [A_i F(L_i) - C_i] + \lambda \left( \left\{ \sum_{i=1}^K p_i [U(C_i) - V(L_i)] \right\} - u_0 \right). \quad (9.45)$$

Условие первого порядка для  $C_i$ :

$$-p_i + \lambda p_i U'(C_i) = 0, \quad (9.46)$$

или

$$U'(C_i) = \frac{1}{\lambda}. \quad (9.47)$$

Из уравнения (9.47) следует, что предельная полезность потребления постоянна во всех состояниях, а поэтому потребление также постоянно во всех состояниях. Таким образом, нейтральная к риску фирма полностью страхует несклонных к риску работников.

Условие первого порядка для  $L_i$ :

$$p_i A_i F'(L_i) = \lambda p_i V'(L_i). \quad (9.48)$$

Из уравнения (9.47) следует, что  $\lambda = 1/U'(C)$ , где  $C$  - постоянный уровень потребления. Подставляя это выражение в (9.48) и деля обе части на  $p_i$ , получаем

$$A_i F'(L_i) = \frac{V'(L_i)}{U'(C)}. \quad (9.49)$$

### Следствия из модели

При эффективных контрактах реальные доходы работников постоянны. Таким образом, из модели следует существование значительной жесткости реальной заработной платы. Действительно, поскольку  $L$  больше, когда  $A$  больше, модель предсказывает, что почасовая заработка плата контриклична. К сожалению, этот результат не помогает в решении одной загадки: изменения спроса на труд приводят к большим изменениям занятости. Проблема в том, что в долгосрочных контрактах заработная плата уже не играет роли инструмента распределения. Иными словами, фирмы не выбирают занятость, считая заработную плату заданной. Скорее, в контракте указан уровень занятости как функция состояния. Из уравнения

<sup>19</sup> Теория неявных контрактов появилась благодаря Azariadis (1975), Baily (1974) и Gordon (1974).

(9.49) следует, что при этом уровне предельный продукт труда и предельная тягость дополнительных часов работы равны.

Значит, из модели следует, что издержки фирмы от изменения количества используемого труда сильно меняются с уровнем занятости. Предположим, что фирма хочет повысить занятость на малую величину в состоянии  $i$ . Чтобы это сделать, она должна повысить компенсацию работникам так, чтобы их состояние не ухудшилось. Так как издержки от изменения ожидаемой полезности для работников составляют  $p_i V'(L_i)$ , то  $C$  должно вырасти на  $p_i V'(L_i)/U'(C)$ . Значит, предельные издержки для фирмы от роста занятости в данном состоянии пропорциональны  $V'(L_i)$ . Если предложение труда относительно неэластично, то  $V'(L_i)$  резко возрастает по  $L_i$ , поэтому издержки труда для фирмы намного выше, когда занятость высокая, чем когда она низкая. Соответственно, инкорпорирование этой модели контрактов в модель определения цены (например, описанную в разделе 6.8) не изменит результат: относительно неэластичное предложение труда создает сильный стимул для фирм снижать цены и увеличивать занятость во время рецессии, и повышать цены и уменьшать занятость во время бума.

Кроме того, что модель не может предсказать относительно ациклические издержки труда, модель также не в состоянии предсказать динамику безработицы: как подчеркивалось выше, неявный контракт приравнивает предельный продукт труда к предельной тягости труда. Однако модель предлагает одно из возможных объяснений самого феномена безработицы. По условиям эффективного контракта работники не свободны в своем выборе объема предложения труда при заданной заработной плате. Заработка плата и занятость устанавливаются одновременно так, чтобы добиться оптимального распределения риска и аллокационной эффективности. Когда занятость низкая, предельная тягость труда также низкая, а часовая оплата  $C/L$  высокая. Таким образом, работники хотели бы работать больше при той заработной плате, которую им платят фирма. В результате даже при оптимальном выборе уровней занятости и заработной платы работники оказываются ограниченными в предложении труда.

## 9.6 Модели с инсайдерами и аутсайдерами

Анализ, приведенный в разделе 9.5, предполагал, что фирма имеет дело с фиксированной совокупностью работников. В реальности же существует две группы потенциальных работников. Первая группа – инсайдеры, работники, имеющие какую-то связь с фирмой на момент проведения переговоров; вследствие этого их интересы учитываются в контракте. Вторая группа – аутсайдеры, работники, не имеющие никакой изначальной связи с фирмой, которых могут нанять после заключения контракта. Эти различия могут оказаться важными при рассмотрении колебаний и безработицы.<sup>20</sup>

### Инсайдеры, аутсайдеры и циклическое поведение издержек труда

Рассмотрим фирму и группу инсайдеров. Фирма и инсайдеры ведут торг по поводу заработной платы и занятости как функций от состояния. Рабочее время зафиксировано, поэтому использование труда может варьироваться только с изменением количества работников. Прибыль фирмы равна

$$\pi = AF(L_I + L_O) - w_I L_I - w_O L_O , \quad (9.50)$$

где  $L_I$  и  $L_O$  – количество инсайдеров и аутсайдеров, нанимаемых фирмой, а  $w_I$  и  $w_O$  – их заработные платы. Как и раньше,  $A$  – случайная величина, принимающая значение  $A_i$  с

---

<sup>20</sup> Важное место в литературе, посвященной моделям с инсайдерами и аутсайдерами, занимают Shaked и Sutton (1984), Solow (1985), Gregory (1986), Lindbeck и Snower (1988), Blanchard и Summers (1986, 1987), Oswald (1993) и Gottfries (1992).

вероятностью  $p_i$ . Инсайдеры имеют приоритет при найме на работу, поэтому  $L_o$  может быть положительным, только если  $L_i$  равно числу всех инсайдеров  $\bar{L}_i$ .

В статьях Oswald (1993) и Gottfries (1992) утверждается, что рынки труда характеризуются двумя особенностями, решающим образом влияющими на задачу, стоящую перед фирмой. Первая особенность состоит в том, что в условиях нормального роста занятости и текучести рабочей силы в большинстве случаев инсайдеры заняты полностью, и единственное решение о найме заключается в выборе количества необходимых аутсайдеров. Ниже, утрируя ситуацию, мы предполагаем, что  $L_i$  всегда равняется  $\bar{L}_i$ . Так как инсайдеры всегда заняты, их полезность зависит лишь от их заработной платы:

$$u_i = U(w_i), \quad U'(\bullet) > 0, \quad U''(\bullet) < 0. \quad (9.51)$$

Вторая особенность рынков труда, отмеченная в указанных работах, заключается в том, что заработные платы для этих двух типов работников не могут устанавливаться независимо: на практике, чем больше фирма платит своим существующим работникам, тем больше ей надо будет платить и новым. Опять же для простоты рассмотрим крайний случай, предполагая, что изменения  $w_o$  и  $w_i$  одинаковы:

$$w_o = w_i - c, \quad c \geq 0. \quad (9.52)$$

Наконец, мы предполагаем, что инсайдеры обладают достаточной переговорной силой и что расхождение между заработными платами инсайдеров и аутсайдеров ( $c$ ) достаточно мало, поэтому фирмы всегда могут нанять сколько угодно новых работников по ставке  $w_i - c$ . Таким образом, модель лучше всего применима к фирме, имеющей дело с сильным профсоюзом или обязанной платить высокую заработную плату по каким-либо другим причинам.

Удобно считать, что фирма выбирает значения  $w_i$  и  $L_o$  в каждом состоянии. Величина  $w_o$  определяется через  $w_i$  согласно уравнению (9.52);  $L_i$  фиксировано на уровне  $\bar{L}_i$ . Как и в предыдущем разделе, фирма должна гарантировать инсайдерам некоторый уровень ожидаемой полезности  $u_o$ . Функция Лагранжа для задачи фирмы выглядит следующим образом:

$$L = \sum_{i=1}^K p_i [A_i F(\bar{L}_i + L_{oi}) - w_{ii} \bar{L}_i - (w_{ii} - c)L_{oi}] + \lambda \left\{ \left[ \sum_{i=1}^K p_i U(w_{ii}) \right] - u_0 \right\}. \quad (9.53)$$

Условие первого порядка для  $L_{oi}$ :

$$p_i [A_i F'(\bar{L}_i + L_{oi}) - (w_{ii} - c)] = 0, \quad (9.54)$$

или

$$A_i F'(\bar{L}_i + L_{oi}) = w_{ii} - c. \quad (9.55)$$

Согласно (9.55) занятость выбирается на уровне, при котором предельный продукт труда равен заработной плате. Аналогичное соотношение имеет место и в традиционной модели спроса на труд, однако оно резко контрастирует с тем, что происходит в модели неявных контрактов. Причина в том, что аутсайдеры, посредством найма которых изменяется занятость, не вовлечены в первоначальную торговлю. Инсайдеры и фирма максимизируют свой совместный излишек. Они, тем самым, соглашаются нанимать аутсайдеров до того момента, когда предельный продукт становится равным заработной плате, которую они должны заплатить аутсайдерам. Предпочтения самих аутсайдеров в этих расчетах роли не играют.

Условие первого порядка для  $w_{ii}$ :

$$-p_i (\bar{L}_i + L_{oi}) + \lambda p_i U'(w_{ii}) = 0. \quad (9.56)$$

Отсюда следует

$$U'(w_{ii}) = \frac{\bar{L}_i + L_{oi}}{\lambda}. \quad (9.57)$$

Так как  $L_{oi}$  больше в хорошем состоянии, то согласно уравнению (9.57) производная  $U'(w_{ii})$  также должна быть больше. Но тогда  $w_{ii}$  должна быть меньше, то есть, заработная плата

контрциклична. Интуитивно понятно, что фирмы и инсайдеры должны препятствовать росту затрат на наем аутсайдеров. Поэтому в состояниях с высокой занятостью они будут стремиться снизить заработную плату. Коротко говоря, из модели следует, что реальная заработка платы контрциклична и что она представляет собой действительные издержки труда для фирмы.

Легко представить себе изменения в модели, ослабляющие эти результаты. Например, если существуют состояния, в которых некоторые инсайдеры временно сняты с работы, то в таких состояниях контракт будет приравнивать предельный продукт труда к альтернативной стоимости времени инсайдера, а не к заработной плате. Аналогичным образом, если количество аутсайдеров конечно, заработка платы будет с ростом  $A$ , скорее расти, чем падать. Однако такие изменения не отвергают полностью результат о том, что принятие во внимание взаимоотношений инсайдеров и аутсайдеров уменьшает циклическую чувствительность предельных издержек труда для фирм.

Решающим предположением модели является то, что заработные платы инсайдеров и аутсайдеров связаны. Без этой связи фирма смогла бы нанимать аутсайдеров по действующей в экономике ставке. При неэластичном предложении труда эта заработка платы будет низкой во время рецессии и высокой во время бума, делая предельные издержки труда для фирм в сильной степени процикличными.

К сожалению, в литературе, касающейся моделей с инсайдерами и аутсайдерами, не приводятся достаточно убедительные основания для возникновения связи между заработными платами двух типов работников. Готтфриз утверждает, что подобная связь появляется из-за необходимости для фирмы пользоваться определенной свободой увольнения инсайдеров, если они некомпетентны или отлынивают от работы. Чрезмерный разрыв между заработными платами инсайдеров и аутсайдеров побудил бы фирму использовать эту свободу чаще необходимого. В работе Blanchard и Summers (1986) утверждается, что инсайдеры выступают против найма большого количества аутсайдеров с низкой заработной платой, так как понимают, что с течением времени такая политика обернется контролем переговорного процесса аутсайдерами. Но вовсе не очевидно, что установление связи между ставками инсайдеров и аутсайдеров является лучшим решением этих проблем. Если заработка платы в экономике иногда существенно ниже, чем  $w_i - c$ , то поддерживать такую связь очень дорого. Фирмы и инсайдеры могут, поэтому, достичь лучшего положения, если установят ограничения по найму аутсайдеров фирмой или потребуют от новых работников уплатить взнос (размер взносов должен меняться вместе с разницей между  $w_i$  и заработной платой в экономике). Таким образом, мы можем точно сказать лишь одно: если связь между заработными платами инсайдеров и аутсайдеров может быть установлена, то анализ модели с инсайдерами и аутсайдерами имеет потенциально большое значение.

## **Безработица**

Если власть инсайдеров характерна для всего рынка труда, то при ее усилении занятость снижается, так как заработные платы растут, и фирмам приходится сдвигать вверх свои кривые спроса на труд. В таком случае модель с инсайдерами и аутсайдерами может претендовать на объяснение безработицы.

Однако более реалистичным будет предположить, что власть инсайдеров распространяется лишь на часть рынка труда; остальной же рынок относительно конкурентен. Даже и в этом случае власть инсайдеров способна повысить средний уровень безработицы. Когда какой-то сектор в экономике предлагает более высокие заработные платы, чем другие, у работников появляется стимул заполучить работу в этом секторе. Поэтому новые участники рынка труда медленнее и с меньшей охотой принимают предложения о работе в конкурентном секторе, а уволенные работники из сектора с высокой заработной платой остаются

безработными на более долгий период, пока надежда на возвращение на старую работу не исчезнет совсем.<sup>21</sup>

Из приведенных рассуждений следует, что контрактные отношения, исследованные в разделе 9.5, могут вести к увеличению среднего уровня безработицы. В рассмотренной нами модели уровень занятости работников, заключивших контракт, эффективен. Но мы проигнорировали вопрос о том, насколько эти соглашения характерны для всей экономики, и каким образом работники оказываются в них представленными. Допустим, что в экономике существует два сектора, в одном из которых заключаются явные или неявные контракты, а в другом – занятость и заработка устанавливаются, в основном, на конкурентной основе. Если работникам лучше в контрактном секторе, то они опять-таки готовы к более длительной безработице, повышая тем самым свои шансы на получение работы более высокого качества.

Существует относительно немного сведений о том, насколько важны такие механизмы при рассмотрении реальной безработицы. В статье Summers (1986b) утверждается, что такая *безработица ожидания* играет центральную роль в формировании среднего уровня безработицы. Статья содержит данные по штатам США и по годам, показывающие, что дисперсия заработной платы и показатели разницы между заработными платами на работах "высокого качества" и "низкого качества" сильно связаны с различиями в уровнях средней безработицы. Это в точности то, что следует ожидать, если стремление работников заполучить рабочее место с более высокой, по сравнению с равновесной, заработной платой, действительно является важным источником безработицы. Таким образом, имеющиеся ограниченные эмпирические данные подтверждают, что эти модели являются многообещающим источником объяснения безработицы.

## 9.7 Гистерезис

Одним из основополагающих моментов в предыдущей модели было предположение о том, что все инсайдеры заняты. Но в некоторых ситуациях такое предположение может не выполняться. Наиболее важный аргумент состоит в следующем. Если переговорная сила инсайдеров достаточно велика, они будут повышать заработную плату, пока не возникнет определенный риск безработицы. Ведь если инсайдеры уверены, что их не уволят, то дальнейший подъем заработной платы принесет им только выгоды, а не издержки. В дополнение, необычно большие отрицательные шоки спроса на труд могут привести к определенной безработице среди инсайдеров.

Вариации в занятости могут породить изменения в числе инсайдеров. Институциональные механизмы функционируют так, что потерявший место работник теряет и право голоса при установке заработной платы; с другой стороны, уже нанятые работники начинают играть определенную роль в процессе переговоров. Так, падение занятости, вызванное падением спроса на труд, вероятно, снизит число инсайдеров, а рост занятости увеличит их количество. Эти изменения в числе инсайдеров в дальнейшем влияют на установление заработной платы и занятость.

Эти идеи были развиты и formalизованы в работе Blanchard и Summers (1986).<sup>22</sup> Сосредоточившись на Европе 1980-х годов, авторы утверждают, что там выполнялись условия, упоминавшиеся выше: работники обладали большой переговорной силой при установлении заработной платы, наблюдались серьезные отрицательные шоки, а правила и институты приводили к тому, что увольнявшиеся работники были до некоторой степени лишены права участия в процессах торга.

---

<sup>21</sup> См. задачи с 9.11 по 9.13 , в которых содержатся примеры, демонстрирующие влияние разброса заработных плат.

<sup>22</sup> См. также Gregory (1986)

## Предположения

Мы рассматриваем упрощенную версию модели из статьи Blanchard и Summers (1986). Заработная плата устанавливается односторонним образом инсайдерами, занятость выбирается фирмой. Количество инсайдеров в каждом периоде определяется занятостью в предыдущем периоде:

$$N_t = L_{t-1}. \quad (9.58)$$

Для простоты предполагается, что инсайдеры и фирмы не учитывают влияние своих решений на число инсайдеров в будущем периоде. Тем самым, они максимизируют свои целевые функции текущего периода.

Прибыль репрезентативной фирмы:

$$\pi_t = A_t L_t^\alpha - w_t L_t, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (9.59)$$

Мы предполагаем для упрощения анализа, что все работники получают одинаковую заработную плату, независимо от того, являются ли они инсайдерами или нет.<sup>23</sup> Условие оптимальности первого порядка для уровня занятости, выбиравшего фирмой, имеет вид

$$\alpha A_t L_t^{\alpha-1} = w_t. \quad (9.60)$$

Решая уравнение (9.60) относительно  $L$ , получаем уравнение кривой спроса на труд

$$L_t = \left( \frac{1}{\alpha A_t} \right)^{1/(\alpha-1)} w_t^{1/(\alpha-1)} \equiv C_t w_t^{-\beta}. \quad (9.61)$$

Чтобы смоделировать шоки спроса на труд, предположим, что величина  $A$  случайна; тогда и  $C$  тоже случайна. Считаем, что  $C_t$  имеет вид:

$$C_t = C_t^0 \varepsilon_t, \quad (9.62)$$

где величины  $C_t^0$  известны при выборе заработной платы работниками, а шоки  $\varepsilon_t$  - случайные независимые равномерно распределенные величины; значение  $\varepsilon_t$  становится известным после того, как  $w_t$  уже выбрана.

При установке заработной платы инсайдеры должны найти компромисс между ожидаемой долей членов группы, остающихся занятыми, и заработной платой тех, кто сохранил работу. Чтобы исследовать последствия эндогенных изменений в количестве инсайдеров в наиболее явной форме, предположим, что целевая функция инсайдеров в период  $t$  представляет собой произведение ожидаемой доли занятых инсайдеров и полезности тех, кто сохраняет работу. Будем считать, что эта полезность равна  $w_t^b$  ( $0 < b < 1$ ). Поскольку инсайдеров нанимают в первую очередь, число инсайдеров, сохраняющих работу, равно минимуму из числа имеющихся инсайдеров и общего числа нанимаемых. Эти предположения приводят к следующей целевой функции периода  $t$ :

$$u_t = E \left[ \min \left\{ \frac{L_t}{N_t}, 1 \right\} \right] w_t^b. \quad (9.63)$$

Отметим, что мы неявно предполагаем, что безработные не получают никакой полезности. Результаты ослабления этой предпосылки обсуждаются ниже.

## Следствия из модели

Чтобы провести анализ модели, подставим выражение (9.61) для  $L_t$  и выражение (9.62) для  $C_t$  в (9.63). Получаем

$$u_t = E \left[ \min \left\{ \frac{C_t^0 \varepsilon_t w_t^{-\beta}}{N_t}, 1 \right\} \right] w_t^b. \quad (9.64)$$

---

<sup>23</sup> Предположение о том, что заработные платы инсайдеров и аутсайдеров отличаются на константу, как в разделе 9.6, не вносит серьезных изменений в результаты анализа.

Далее, определим величину  $\chi_t$  - отношение числа занятых к числу инсайдеров при  $\varepsilon_t = 1$ :  $\chi_t = (C_t^0 / N_h) w_t^{-\beta}$ . С учетом этого  $w_t^b$  равно  $\chi_t^{-b/\beta} (C_t^0 / N_h)^{b/\beta}$ . Тогда выражение (9.64) принимает вид

$$u_t = E[\min \{\varepsilon_t, \chi_t, 1\}] \chi_t^{-b/\beta} \left( \frac{C_t^0}{N_h} \right)^{b/\beta}. \quad (9.65)$$

Количество инсайдеров  $N_h$  и ожидаемый уровень спроса на труд  $C_t^0$  являются лишь коэффициентами целевой функции, поэтому они не могут влиять на значение  $\chi_t$ , максимизирующее эту функцию. Поэтому инсайдеры выбирают одинаковое значение  $\chi$  в каждом периоде. Обозначим это оптимальное значение через  $\chi^*$ . Из определения  $\chi$  следует, что инсайдеры выберут следующее значение  $w_t$ :

$$w_t = \left( \frac{N_h \chi^*}{C_t^0} \right)^{-1/\beta}. \quad (9.66)$$

Теперь из уравнения спроса на труд (9.61) получаем уровень занятости

$$L_t = \varepsilon_t N_h \chi^*. \quad (9.67)$$

Уравнения (9.66) и (9.67) показывают, что инсайдеры приспосабливаются к изменениям спроса на труд и количества инсайдеров (то есть к изменениям  $C^0$  и  $N_h$ ), меняя только заработную плату, но не вероятность занятости. Например, рассмотрим результат реализации малого значения  $\varepsilon$ . Неожиданно низкий уровень спроса на труд приводит к относительно небольшому найму работников фирмой, а значит, количество инсайдеров снижается. Оставшиеся инсайдеры, принимая решения об уровне заработной платы на следующий период, могут позволить себе установить ее на более высоком уровне, так как их стало меньше. Таким образом, единовременный шок спроса на труд – низкая величина  $\varepsilon$  – оказывает продолжительное влияние на занятость. Если целевая функция работников и функции прибыли фирмы имеют предположенный выше специальный вид, то этот эффект будет перманентным: как показывает уравнение (9.67), падение занятости полностью сохраняется в следующем, а значит, и во все последующие периоды.

Поскольку именно непредсказуемые изменения спроса – колебания  $\varepsilon$  – оказывают перманентное влияние, из модели следует, что занятость представляется *случайным блужданием со сносом*. Иными словами, изменение занятости равно сумме постоянной величины (отражающей факт того, что ожидаемая занятость может быть как выше, так и ниже  $N_h$ ) и непредсказуемой компоненты. Если инсайдеры определяют заработные платы только в некоторых секторах, то именно в этих секторах занятость будет вести себя таким образом. Но если инсайдеры устанавливают заработные платы фактически на всем рынке труда, то следовать случайному блужданию со сносом будет уже общая занятость. Бланшар и Саммерс утверждают, что это последнее предсказание модели хорошо согласуется с реальной ситуацией, наблюдавшейся в Европе в 1980-х, и что описанный выше механизм представляет собой весьма вероятное объяснение.

## Обобщения

Центральные результаты модели не меняются, если инсайдеры и фирмы способны к прогнозу будущего. Знание того, что наем работников в этом периоде повлияет на число инсайдеров в следующем, повышает число нанятых при заданном уровне заработной платы (так что работники устанавливают более низкие заработные платы в будущем), и несколько сдерживает процесс изменения заработной платы инсайдерами (чтобы оставаться инсайдерами и дальше). Но изменения количества инсайдеров все же ведут к перманентным эффектам от шоков.

Таким же образом, более сложные правила в поведении инсайдеров ведут к более интересной динамике, но не устраняют перманентную компоненту колебаний занятости. Предположим, например, что нужно быть безработным в течение двух периодов, чтобы

потерять статус инсайдера. Тогда отрицательный шок спроса на труд не приводит немедленно к более высокой заработной плате. (В самом деле, если инсайдеры дальновидны, то заработная плата должна упасть, так как безработные инсайдеры будут стремиться поддержать свой инсайдерский статус). Но второй отрицательный шок приводит к падению числа инсайдеров, что имеет перманентный эффект на траектории заработной платы и занятости. С формальной точки зрения заработка плата и занятость как случайные процессы все еще имеют единичный корень. Один из результатов этого обсуждения заключается в том, что небольшое по продолжительности падение совокупного спроса (такое, как, например, в Соединенных Штатах в начале 1980-х) может не приводить к перманентному эффекту, а длительное падение (которое испытывали многие европейские страны в этот же период времени) – может произвести такой эффект.

Однако, в других правдоподобных модификациях модели, сильный результат, согласно которому одномоментные шоки оказывают постоянное влияние на занятость, не имеет места. Предположим, например, что мы изменили целевую функцию инсайдеров (9.63), так, чтобы она предусматривала положительный уровень полезности при безработице. В таком случае, когда число инсайдеров велико и их заработка плата низка, им становится менее привлекательным снижать заработную плату для повышения вероятности занятости, чем в ситуации, когда число инсайдеров мало. Аналогичным образом, если у фирмы есть определенная власть в переговорном процессе или аутсайдеры имеют какой-то вес в целевой функции инсайдеров, заработка плата не возрастает до такого уровня, чтобы полностью компенсировать уменьшение числа инсайдеров.

При правдоподобных предположениях и вышеописанных модификациях занятость после одномоментного шока спроса будет возвращаться к своему начальному уровню постепенно. Но в отсутствии изменения численности инсайдеров занятость возвращается на первоначальный уровень немедленно. Таким образом, из модели с эндогенным числом инсайдеров все же следуют важные выводы относительно динамики занятости.

Ситуации, в которых одномоментные возмущения перманентно влияют на траекторию экономики, называются *гистерезисом*. В контексте безработицы, помимо уже описанной ситуации с инсайдерами и аутсайдерами, два источника гистерезиса заслуживают особого внимания. Первый источник – ухудшение навыков: безработные не получают дополнительной тренировки на рабочем месте, а имеющиеся у них навыки могут устареть или стать невостребованными. В результате работники, потерявшие работу из-за падения спроса, могут иметь трудности с поиском новой работы, когда спрос восстановится, особенно, если спад затягивается. Второй дополнительный источник гистерезиса связан с принадлежностью к рабочей силе. Будучи безработными в течение продолжительных периодов времени, работники могут уменьшить свои потребности до уровня, обеспечиваемого социальными программами. К тому же долгий период высокой безработицы может привести к тому, что общество станет считать продолжительную безработицу менее унизительной. Из-за этих эффектов предложение труда окажется перманентно ниже, даже когда спрос восстановится.

Возможность гистерезиса привлекла значительное внимание в контексте ситуации в Европе. Безработица в Европе колебалась около очень низкого уровня в 1950-х и 1960-х, затем довольно монотонно возрастала с середины 1970-х до середины 1980-х годов, превысив 10 процентов, и с тех пор колеблется в районе 10 процентов. Таким образом, нет данные не подтверждают существование устойчивого естественного уровня, к которому возвращалась бы безработица после шока. Грубо говоря, существует две точки зрения на европейскую безработицу. Сторонники первой утверждают, что в результате функционирования европейских институтов рынка труда естественный уровень безработицы изменился. Так как большинство основных характеристик этих институтов были такими же еще до роста безработицы, остается предположить, что влияние этих институтов проявляется с большими временными лагами. Например, из-за того, что общественное мнение о безработице меняется медленно, влияние щедрых пособий по безработице на естественный уровень будет тоже ощущаться очень медленно. Другая точка зрения акцентирует внимание на гистерезисе. Согласно этому взгляду институты рынка труда превращают скачки безработицы, влияние которых при других

обстоятельствах было бы краткосрочным, в очень длительные изменения из-за установления заработных плат профсоюзами, ухудшения навыков и потери привязанности к работе. Подробнее с этими вопросами можно ознакомится в работах Bean (1994), Siebert (1997), Ljungqvist и Sargent (1998), Ball (1999b) и Blanchard и Wolfers (1999).

## 9.1 Модели поиска соответствий

Последнее отклонение рынка труда от предположений вальрасовской экономики, которое мы рассмотрим, это неоднородность работников и рабочих мест. В отсутствие трений на рынке труда фирмам безразлична потеря своих работников, поскольку абсолютно идентичные им работники совершенно свободно могут быть наняты за ту же заработную плату; по аналогичной причине сами работники безразличны к потере своих рабочих мест. Такие выводы отнюдь не являются корректным описанием рынка труда.

Когда работники и рабочие места сильно неоднородны, рынок труда мало похож на вальрасовский. Вместо того чтобы встречаться на централизованных рынках, где занятость и заработная плата определяются точкой пересечения кривых спроса и предложения, работники и фирмы встречаются с глазу на глаз децентрализованным образом, вовлекаясь в довольно затратный процесс поиска и подбора взаимного соответствия между специфическими предпочтениями, навыками и потребностями. Поскольку этот процесс не может протекать мгновенно, в результате возникает безработица. Кроме того, он может оказывать влияние на то, как заработная плата и занятость реагируют на внешние шоки.

В данном разделе представлена модель, учитывающая неоднородность фирм и работников и формализующая процесс поиска работы и подбора работников. Поскольку моделирование неоднородности требует отказа от многих наших традиционных аналитических инструментов, даже базовая модель представляется относительно сложной. Поэтому, ниже приводится модель, которая лишь знакомит читателя с некоторыми аспектами этой проблемы<sup>24</sup>.

### Модель

Экономика состоит из работников и рабочих мест. Работники могут быть либо нанятыми, либо безработными, а рабочие места – занятыми или вакантными. Количество занятых работников и безработных обозначается соответственно через  $E$  и  $U$ , а количество заполненных и вакантных рабочих мест – соответственно,  $F$  и  $V$ . Каждое рабочее место может быть заполнено лишь одним работником, поэтому  $F$  и  $E$  должны быть равны. Количество рабочей силы фиксировано и равно  $\bar{L}$ ; таким образом  $E + U = \bar{L}$ . Далее мы будем рассматривать только стационарные состояния.

Количество рабочих мест является эндогенным. В частности, вакансии могут свободно создаваться и ликвидироваться, однако на содержание рабочего места (занятого или вакантного) тратится фиксированная сумма  $C$  в единицу времени; можно считать, что она отражает капитальные издержки.

Модель построена в непрерывном времени. Когда работник нанят на работу, он производит выпуск в объеме  $A$  в единицу времени и получает заработную плату  $w$  в единицу времени. Предполагается, что  $A$  – экзогенная величина, превышающая  $C$ ; заработная плата  $w$  определяется эндогенно. Для простоты будем игнорировать издержки от усилий и издержки поиска работы. Тогда полезность работника в единицу времени равняется  $w$  в случае, если он нанят, и 0, если он безработный. Аналогичным образом, прибыль в единицу времени, получаемая с одного рабочего места равна  $A - w - C$ , если оно занято, и равна  $-C$ , если оно вакантно. Целевая функция работников – ожидаемая дисконтированная полезность на

<sup>24</sup> Примерами моделей поиска соответствий могут служить работы Diamond (1982), Pissarides (1985), Mortenson (1986), Howitt (1988), Blanchard и Diamond (1989), Hosios (1990), Mortenson и Pissarides (1999). Модель в данном разделе ближе всего к Pissarides (1985).

протяжении всего жизненного цикла; целевая функция фирм – ожидаемый приведенный поток будущей прибыли. Ставка дисконтирования  $r$  постоянна и определяется экзогенно.

Ключевым в модели является предположение о том, как работники переходят в разряд занятых. Положительные уровни безработицы и вакансий могут одновременно сосуществовать и при этом взаимно не уничтожаться в результате найма на работу. Напротив, предполагается, что безработица и вакансии определяют поток новых рабочих мест, которые создаются с некоторой скоростью

$$\begin{aligned} M &= M(U, V) \\ &= KU^\beta V^\gamma, \quad 0 \leq \beta \leq 1, \quad 0 \leq \gamma \leq 1. \end{aligned} \tag{9.68}$$

*Функция соответствия* (9.68) схематично описывает сложный процесс найма на работу, поиска и подбора работников, взаимного оценивания. (В оригинале - matching function; в теории графов термин «matching» переводится как «паросочетание». - Примеч. научного ред.). Не предполагается, что эта функция характеризуется постоянной отдачей от масштаба. При возрастающей отдаче ( $\beta + \gamma > 1$ ) говорят о существовании *эффектов толстого рынка*: рост интенсивности поиска делает процесс нахождения соответствий более эффективным в том смысле, что он приносит больше продукта (большее количество найденных соответствий) на единицу фактора производства (уровни безработицы и вакансий). Когда функция соответствия характеризуется убывающей отдачей от масштаба ( $\beta + \gamma < 1$ ), говорят об *эффектах вытеснения*.

В дополнении к потоку новых соответствий происходит кругооборот существующих рабочих мест. Как и в модели Шапиро-Стиглица, рабочее место ликвидируется с вероятностью  $b$  за единицу времени. (Точнее, вероятность ликвидации за малое время  $\Delta t$  равна  $b \Delta t$ , так что  $b E$  - средняя скорость ликвидации рабочих мест; в несколько иной интерпретации  $b$  - это темп ликвидации. - Примеч. научного ред.). Тогда динамика числа занятых работников задается уравнением:  $\dot{E} = M(U, V) - bE$ . Поскольку нас интересуют стационарные состояния, величины  $M$  и  $E$  должны удовлетворять соотношению

$$M(U, V) = bE. \tag{9.69}$$

Пусть  $a$  - вероятность, с которой безработный находит работу за единицу времени, и  $\alpha$  - вероятность, с которой заполняется вакансия за единицу времени, где  $a$  и  $\alpha$  задаются выражениями:

$$a = \frac{M(U, V)}{U}, \tag{9.70}$$

$$\alpha = \frac{M(U, V)}{V}, \tag{9.71}$$

Как и в модели Шапиро-Стиглица, для описания "стоимости" пребывания в различных состояниях, воспользуемся динамическим программированием. "Процентный доход" в состоянии занятости равен "дивидендам" в размере  $w$  в единицу времени за вычетом средней "потери капитала"; ее значение  $V_E - V_U$  реализуется с вероятностью  $b$  в единицу времени. Таким образом,

$$rV_E = w - b(V_E - V_U), \tag{9.72}$$

где  $r$  - ставка процента (см. уравнение [9.30] для сравнения). Рассуждая аналогично, получаем:

$$rV_F = (A - w - C) - b(V_F - V_V), \tag{9.73}$$

$$rV_U = a(V_E - V_U), \tag{9.74}$$

$$rV_V = -C + \alpha(V_F - V_V). \tag{9.75}$$

(Здесь  $V_F$  и  $V_V$  - соответственно, «стоимость» заполненного и вакантного рабочих мест для фирмы. - Примеч. научного ред.). Два условия завершают описание модели. Во-первых, когда безработный встречается с фирмой, имеющей вакантное рабочее место, они должны выбрать заработную плату. Она должна быть достаточно высокой, чтобы работник согласился работать на этом рабочем месте, и достаточно низкой, чтобы работодатель согласился нанять

работника. Поскольку ни одна из сторон не в состоянии мгновенно найти замену, эти требования не могут единственным образом определить заработную плату. Напротив, существует диапазон заработных плат, который улучшает позиции обеих сторон по сравнению с ситуацией до встречи. Мы предполагаем, что работник и работодатель устанавливают заработную плату таким образом, чтобы каждый получил одинаковый выигрыш<sup>25</sup>, т.е.:

$$V_E - V_U = V_F - V_V. \quad (9.76)$$

Во-вторых, как описано выше, новые вакансии могут создаваться и ликвидироваться без затрат, поэтому «стоимость» вакансии должна быть равна нулю.

При отсутствии предположенных выше трений модель оказывается совсем простой. Предложение труда совершенно неэластично и представляет собой вертикальную линию на уровне  $\bar{L}$ , а спрос на труд совершенно эластичен и представляется горизонтальной линией на уровне  $A - C$ . Следовательно, поскольку по предположению  $A - C > 0$ , при этом уровень заработной платы имеет место полная занятость. Сдвиги спроса на труд – изменения параметра  $A$  – приводят к мгновенным изменениям в заработной плате, оставляя занятость на прежнем уровне.

### Решение модели

Мы решаем модель, сосредоточив внимание на двух переменных – занятости ( $E$ ) и стоимости вакансий ( $V_V$ ). Сначала мы найдем значение  $V_V$ , соответствующее произвольно заданному уровню занятости, а затем воспользуемся условием свободного входа на рынок, согласно которому  $V_V$  равно 0.

Начнем с вычисления заработной платы и стоимости вакансии при заданных параметрах  $a$  и  $\alpha$ . Вычитая (9.74) из (9.72) и преобразуя выражение, получаем:

$$V_E - V_U = \frac{w}{a + b + r}. \quad (9.77)$$

Аналогичным образом, из (9.73) и (9.75) находим:

$$V_F - V_V = \frac{A - w}{\alpha + b + r}. \quad (9.78)$$

Согласно нашему предположению о распределении излишка между работником и работодателем (условие [9.76]) величины  $V_E - V_U$  и  $V_F - V_V$  равны, поэтому из (9.77) и (9.78) имеем:

$$\frac{w}{a + b + r} = \frac{A - w}{\alpha + b + r}. \quad (9.79)$$

Решая данное уравнение относительно  $w$ , получаем:

$$w = \frac{(a + b + r)A}{a + \alpha + 2b + 2r}. \quad (9.80)$$

Из равенства (9.80) следует, что когда величины  $a$  и  $\alpha$  равны, фирма и работник поровну делят продукт, производимый на рабочем месте. Если  $a$  превышает  $\alpha$ , работники могут найти новую работу быстрее, чем фирмы новых работников, поэтому более половины выпуска идет работнику. Когда  $\alpha$  превышает  $a$ , имеет место обратное.

Напомним, что мы хотим сконцентрироваться на стоимости вакансии. Согласно (9.75)  $rV_V$  равно  $-C + \alpha(V_F - V_V)$ . Поэтому из (9.78) следует, что

$$rV_V = -C + \alpha \frac{A - w}{\alpha + b + r}. \quad (9.81)$$

Подставляя в данное уравнение вместо  $w$  выражение (9.80), получаем:

---

<sup>25</sup> Последствия, к которым приводят альтернативные предположения о механизме распределения общего излишка, анализируются в Задаче 9.15.

$$\begin{aligned}
rV_V &= -C + \alpha \frac{A - \frac{a+b+r}{a+\alpha+2b+2r} A}{\alpha+b+r} \\
&= -C + \frac{\alpha}{a+\alpha+2b+2r} A.
\end{aligned} \tag{9.82}$$

В уравнении (9.82)  $rV_V$  выражено через  $C$ ,  $A$ ,  $r$ ,  $b$ ,  $a$  и  $\alpha$ . Однако, переменные  $a$  и  $\alpha$  являются эндогенными, поэтому их нужно выразить через  $E$ . Поскольку  $a = M(U,V)/U$  (уравнение [9.70]),  $M = bE$  (уравнение [9.69]) и  $E+U = \bar{L}$ , получаем:

$$a = \frac{bE}{\bar{L} - E}. \tag{9.83}$$

Аналогичным образом, из (9.71) можно вывести:

$$\alpha = \frac{M(U,V)}{V}. \tag{9.84}$$

Для того, чтобы выразить  $\alpha$  через  $E$ , нужно выразить  $M(U,V)$  и  $V$  через  $E$ . В стационарном состоянии,  $M(U,V)$  равняется  $bE$  (см. [9.69]). Отсюда из выражения для функции соответствия (9.68) имеем:  $bE = KU^\beta V^\gamma$ , значит,

$$\begin{aligned}
V &= \left( \frac{bE}{KU^\beta} \right)^{1/\gamma} \\
&= \left[ \frac{bE}{K(\bar{L} - E)^\beta} \right]^{1/\gamma}.
\end{aligned} \tag{9.85}$$

Подставляя данное выражение в (9.84) и учитывая тот факт, что  $M(U,V)$  равно  $bE$ , получаем:

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{bE}{\left[ \frac{bE}{K(\bar{L} - E)^\beta} \right]^{1/\gamma}} \\
&= K^{1/\gamma} (bE)^{(\gamma-1)/\gamma} (\bar{L} - E)^{\beta/\gamma}.
\end{aligned} \tag{9.86}$$

Из уравнений (9.83) и (9.86) следует, что  $a$  возрастает, а  $\alpha$  - убывает по  $E$ . Таким образом, согласно (9.82),  $rV_V$  является убывающей функцией переменной  $E$ . При стремлении  $E$  к  $\bar{L}$ , параметр  $a$  стремится к бесконечности, а  $\alpha$  - к нулю.; следовательно,  $rV_V$  стремится к  $-C$ . Аналогичным образом получаем, что при приближении  $E$  к 0, параметр  $a$  также стремится к 0, а  $\alpha$  - к бесконечности. Поэтому в данном случае  $rV_V$  стремится к уровню  $A-C$ , который при наших предположениях является положительным. Данная информация схематично представлена на рисунке 9.6.

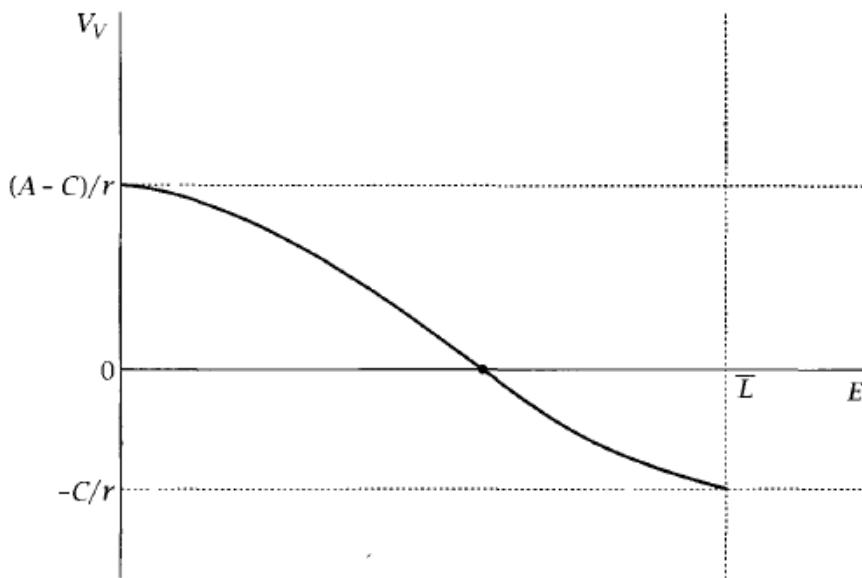
Равновесный уровень занятости определяется точкой пересечения кривой  $rV_V$  и условия свободного входа на рынок  $rV_V = 0$ . Подставляя последнее условие в выражение (9.82), получаем:

$$-C + \frac{\alpha(E)}{a(E) + \alpha(E) + 2b + 2r} A = 0, \tag{9.87}$$

где функции  $a(E)$  и  $\alpha(E)$  задаются выражениями (9.83) и (9.86). Данное выражение неявным образом определяет значение  $E$ . Тем самым, решение модели получено.

### Влияние сдвигов спроса на труд

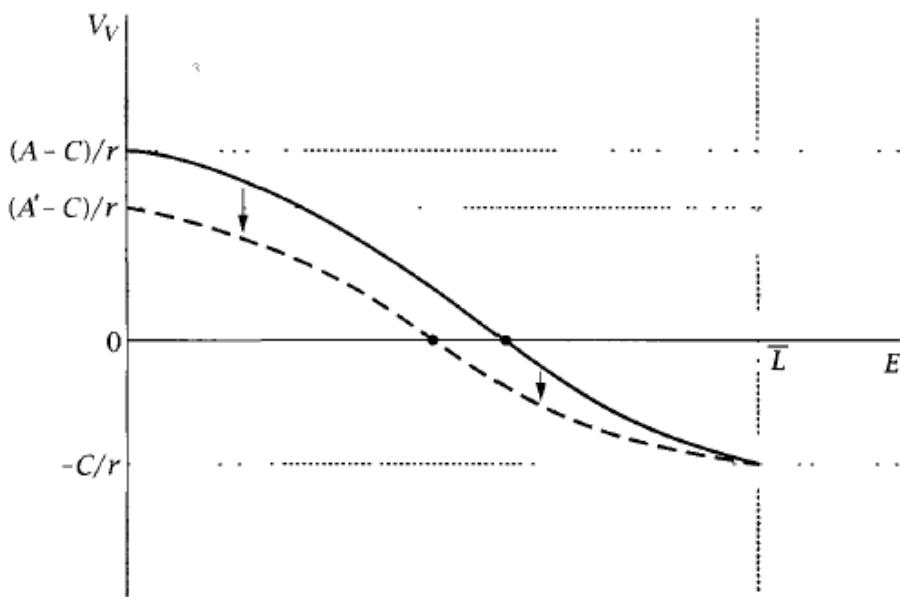
Теперь зададимся традиционным вопросом о влиянии рассматриваемых несовершенств, а именно, отсутствия централизованного рынка труда, на его циклическое поведение. В частности, нас интересует следующее: приводят ли данные несовершенства к тому, что сдвиги



**Рисунок 9.6. Определение равновесной занятости в модели поиска соответствий**

спроса на труд сильнее влияют на занятость и слабее - на заработную плату по сравнению с вальрасовским рынком.

Напомним, что на практике никакого долгосрочного тренда безработицы не наблюдается. Поэтому из удачной модели рынка труда должно следовать, что при долгосрочном росте производительности труда безработица остается неизменной. В данной модели долгосрочный рост производительности естественным образом моделируется как пропорциональный рост выпуска с одного рабочего места ( $A$ ) и нетрудовых затрат на его содержание ( $C$ ). Из рисунка 9.6 непосредственно не следует, каким образом данное изменение влияет на положение точки пересечения линии  $rV_V$  с горизонтальной осью. Поэтому мы обратимся к условию равновесия (9.87). Из данного условия вытекает, что при пропорциональном изменении параметров  $A$  и  $C$  значение  $E$ , для которого это условие выполняется, остается неизменным. Таким образом, из модели следует, что долгосрочный рост производительности не влияет на занятость. Значит,  $a$  и  $\alpha$  не изменяются, поэтому заработка плата изменяется пропорционально  $A$  (см. [9.80]). Другими словами, выводы из модели для долгосрочного периода соответствуют наблюдениям.



### Рисунок 9.7 Эффекты падения спроса на труд в модели поиска соответствия

Мы будем моделировать циклические изменения как сдвиг параметра  $A$  при неизменном  $C$ . Для анализа данного изменения, начнем с рассмотрения эффектов падения  $A$  в стационарном состоянии. Из (9.82) следует, что кривая  $rV_V$  сдвигается вниз, поэтому, как показано на рисунке 9.7, занятость падает. На вальрасовском рынке, напротив, занятость остается неизменной на уровне  $\bar{L}$ . Интуитивное объяснение этому факту следующее: если на рынке труда присутствуют трения, то работников нельзя уже свободно нанять за прежнюю заработную плату. Снижение  $A$  при фиксированном  $C$  повышает издержки фирм на поиск работника по сравнению с прибылью, которую они получат, когда найдут подходящего работника. Таким образом, количество фирм, а, следовательно, и занятость, снижается.

В дополнение к этому, из выражения для функции соответствия (9.68), а также того факта, что  $M(U, V)$  в стационарном состоянии равно  $bE$ , следует, что вакансии в стационарном состоянии равны  $(bE/K)^{1/\gamma}/(\bar{L} - E)^{\beta/\gamma}$ . Поэтому снижение  $A$  и следующее за этим сокращение количества фирм уменьшает количество вакансий. Таким образом, из модели следует отрицательная зависимость между безработицей и вакансиями – *кривая Бевериджа*.

Вместе с тем, из модели не следует существование значительной жесткости заработной платы. Согласно (9.83) и (9.84), падение  $E$  вызывает снижение  $a$  и рост  $\alpha$ : когда безработица растет, работникам становится труднее найти работу, а фирмы могут быстрее заполнять вакансии. Это означает (см. [9.80]), что с падением  $A$  заработная плата снижается более чем пропорционально.<sup>26</sup>

Переходная динамика между двумя стационарными состояниями также представляет интерес. Поскольку у фирм с заполненными вакансиями нет причин для увольнения работников, безработица и занятость не испытывают скачкообразных изменений во время шока. Снижение привлекательности найма на работу, напротив, приводит к падению  $V_V$ , пока некоторые фирмы не уйдут с рынка. Поэтому и происходит уход фирм с рынка и скачкообразное падение числа вакансий  $V$ . На практике, это может означать, что фирмы, имеющие вакансии, прекращают попытки их заполнения.

При тех же уровнях занятости и безработицы, что и ранее, но при меньшем числе вакансий, входящие потоки, пополняющие безработицу, превосходят исходящие, поэтому безработица растет. Следовательно, падение  $A$  приводит лишь к постепенному росту безработицы. Наконец, с ростом безработицы росла бы и стоимость вакансии, если бы количество вакансий не изменилось. Поэтому количество вакансий должно вырасти с ростом безработицы. Это означает, что первоначальное сокращение числа вакансий  $V$  превосходит то, которое имеет место в новом стационарном состоянии. Иными словами, наблюдается *эффект перелета*.

Временные изменения  $A$  приводят к меньшей реакции уровня занятости. Стоимость заполненного рабочего места по понятным причинам выше в случае временного снижения  $A$ , чем в случае перманентного снижения, поэтому происходит меньшее сокращение числа вакансий и, как следствие, меньший рост безработицы. Но так как процесс поиска соответствий не протекает мгновенно, безработица остается на уровне, превышающем нормальный в течение некоторого времени после того, как  $A$  возвратится к первоначальному значению. Таким образом, трения на рынке труда создают канал влияния, благодаря которому эффекты воздействия шока становятся более продолжительными.

В крайнем случае, когда  $A$  снижается в течение бесконечно малого промежутка времени,  $V_V$  и  $V_U$  остаются неизменными. В этом случае фирмы и работники просто делят между собой

---

<sup>26</sup> Поскольку  $w = A - C$  на вальрасовском рынке, для него справедлив тот же результат. При этом не ясно, в каком случае происходит более значительное регулирование заработной платы. Для нас, однако, важно, что простое включение в модель неоднородности и поиска не приводит к сильной жесткости заработной платы.

потери поровну, снижая заработную плату на половину величины падения  $A$ , поэтому на занятость и безработицу это не влияет.<sup>27</sup>

Подводя итог, можно сказать, что хотя рассмотрение эффектов поиска соответствий позволяет получить интересные выводы относительно функционирования рынка труда, из данной модели не следует, что этот поиск решающим образом влияет на соотношение изменений занятости и заработной платы в результате циклических сдвигов спроса на труд. Однако из модели действительно следует, что поиск соответствий может быть важным для объяснения динамики колебаний. В вальрасовском случае рынок труда мгновенно приспосабливается к изменениям параметра  $A$ . Но мы видели, что в экономике с трениями, как перманентные, так и временные изменения  $A$  запускают сложный механизм приспособления вакансий, безработицы и заработных плат.

## Безработица

В моделях поиска соответствий предлагается непосредственное объяснение среднего уровня безработицы: он может являться результатом постоянного процесса подбора соответствий между работниками и рабочими местами в условиях сложной и меняющейся экономики. Таким образом, большая часть наблюданной безработицы может отражать то, что традиционно считается *фрикционной* безработицей.

Рынки труда характеризуются высокой скоростью кругооборота. В промышленности США, например, более 3 процентов работников ежемесячно оставляют работу. Более того, смена работы часто ассоциируется с повышение заработной платы, особенно для молодых работников (Topel и Ward, 1992); поэтому, по меньшей мере, некоторый кругооборот оказывается достаточно полезным. Кроме того, оборот самих рабочих мест тоже весьма интенсивен. В промышленности США как минимум 10% существующих рабочих мест исчезают каждый год (Davis и Haltiwanger, 1990, 1992). Эта статистика свидетельствует о том, что значимая доля безработицы является неизбежным результатом экономической динамики и сложной структуры рынка труда.<sup>28</sup>

К сожалению, достаточно сложно пойти далее этих весьма общих утверждений. Существующие теоретические модели и эмпирические свидетельства не предлагают эффективных методов для ответа на вопрос о том, объясняет ли гипотеза поиска соответствий, скажем, одну четверту долю среднего уровня безработицы или три четвертых. Значительная часть общей безработицы является долгосрочной. Отсюда следует, что, по меньшей мере, какая-то существенная часть безработицы не является фрикционной. Например, в Соединенных Штатах большинство работников, ставших безработными, остаются ими менее месяца, однако большинство работников, которые в конкретный момент являются безработными, находятся в этом состоянии более 3 месяцев, и более половины из них – свыше 6 месяцев (Clark и Summers, 1979). В Европейском Союзе также в конце 1980-х более половины безработных находились без работы более года (Bean, 1994). Представляется маловероятным, чтобы концепция поиска работников и подбора рабочих мест объясняла бы значительную часть долгосрочной безработицы.

Многие современные исследования делают акцент не на объяснении средней скорости кругооборота на рынке труда, а на изучении циклических колебаний кругооборота. Один из результатов работы в этом направлении привлек наибольшее внимание. Он состоит в том, что процесс *разрушения рабочих мест* оказывается более подверженным изменениям, чем *создание рабочих мест*. Иными словами, исследования показывают, что падение занятости в периоды рецессии происходит в основном вследствие ликвидации существующих рабочих мест и лишь в незначительной мере – вследствие сокращения создания новых рабочих мест (см., например,

<sup>27</sup> Кроме того, как впервые заметил Oi (1962), то обстоятельство, что фирма не может без издержек заменить своих работников другими, заставляет ее с большей неохотой увольнять работников при временном спаде, когда предельный продукт труда становится меньше, чем тягота труда. Благодаря этому трения и неоднородность сглаживают реакцию занятости на внешние шоки.

<sup>28</sup> См. также литературу по отраслевым шокам, обсуждавшуюся в разделе 4.10.

Blanchard и Diamond, 1990; Davis и Haltiwanger, 1990б 1992, 1999). Однако в статье Foot (1998) представлены свидетельства того, что данный вывод справедлив лишь для некоторых рядов данных.

## **Благосостояние**

Поскольку наша экономика не является вальрасовской, решения фирм о входе на рынок оказывают экстернальные воздействия, как на работников, так и на другие фирмы. Выход на рынок новой фирмы упрощает поиск работы безработным и увеличивает его переговорную силу, если подходящее место найдено. С другой стороны, это усложняет задачу фирмы по поиску работников, и снижает переговорную силу фирмы в случае, когда найден подходящий работник.

В результате нет оснований предполагать, что равновесный уровень безработицы эффективен. Например, в одном естественном частном случае равновесный уровень безработицы может быть неэффективно низким или неэффективно высоким в зависимости от показателя степени  $\gamma$  в функции соответствия (равенство [9.68]), а именно, от того, больше он или меньше  $1/2$  (см. Задачу 9.17).

Подобное неоднозначное влияние рынка труда на благосостояние характерно для экономик, где распределение трудовых ресурсов происходит в результате парных встреч, а не на централизованных рынках. В нашей модели, присутствует единственное эндогенное решение, а именно, - решение фирм о входении на рынок, следовательно, и единственная общая причина, в силу которой равновесие может быть неэффективным. Но на практике, участники подобных рынков располагают множеством вариантов. Работник может принимать решение о том, стоит ли ему работать вообще; насколько интенсивно заниматься поиском работы в случае, если он оказался безработным; на чем сконцентрировать свой поиск; инвестировать ли в развитие специфических навыков или в развитие общей квалификации; стоит ли присматриваться к новой работе, находясь на другой, и так далее. Фирмы также сталкиваются с необходимостью принимать целый ряд подобных решений. Нет гарантии, что в децентрализованной экономике результатом всех этих решений является эффективный выпуск. Скорее наоборот, поскольку решения агентов, вероятно, оказывают экстернальное воздействие либо благодаря их прямому влиянию на излишек других контрагентов, либо вследствие влияния на эффективность процесса поиска и подбора, или же по обоим каналам (см., например, Mortenson, 1986).

Итак, как следует из нашего анализа, нет оснований предполагать, что естественный уровень безработицы является оптимальным. Это вывод не является руководством к действию. Однако он ставит вопрос о том, является ли наблюдаемая безработица неэффективно высокой, неэффективно низкой или приблизительно эффективной. Важно выяснить, какой из этих случаев имеет место. Важным, но пока открытym остается также вопрос о том, какие изменения в государственной политике могли бы изменить равновесный уровень безработицы так, чтобы повысить эффективность.

## **9.9 Эмпирические приложения**

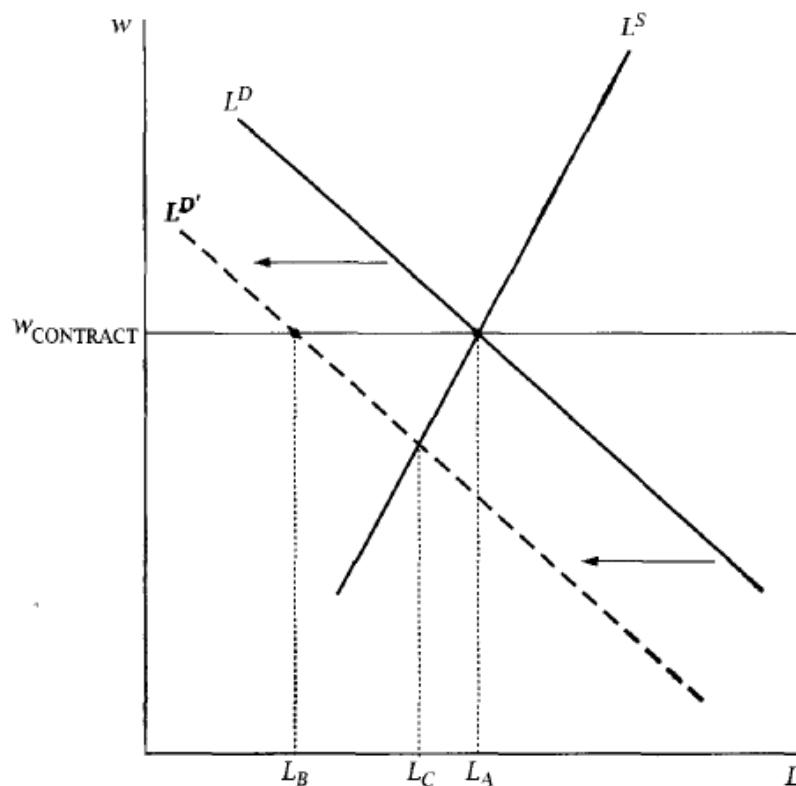
### **Влияние эффектов контрактации на занятость**

В разделе 9.5, анализируя контракты, мы рассмотрели две точки зрения на то, как формируется уровень занятости при установлении заработной платы в процессе торга. В рамках первого подхода фирма и работники торгуются только по поводу заработной платы, а фирма выбирает такую занятость, чтобы уравнять предельный продукт труда с согласованной заработной платой. Но, как мы видели, такое соглашение не является эффективным. Поэтому второй подход предполагает, что в процессе торга устанавливается зависимость занятости и заработной платы от условий функционирования фирмы. Так как в фактических контрактах такие зависимости не указываются, этот подход допускает, что между работниками и фирмой

существует неформальное соглашение о том, что фирма не станет считать издержки труда равными заработной плате. Например, работники, вероятно, согласятся на меньшие заработные платы при заключении будущих контрактов, если фирма выберет занятость так, чтобы уравнять предельный продукт труда с альтернативными издержками времени работников.

Весьма важно, какая из этих точек зрения верна. Если фирма свободно выбирает занятость, считая заработную плату заданной, то данные о том, что номинальные заработные платы фиксированы в течение продолжительных периодов времени, прямо свидетельствуют в пользу того, что номинальные возмущения приводят к реальным эффектам. Если же заработная плата не играет роли при выборе уровня занятости, то жесткость номинальной заработной платы не имеет значения при определении эффектов от номинальных шоков.

Один из методов проверки того, какой этих двух подходов верен, предлагается в работе Bils (1991) (см. также Card, 1991). Если занятость устанавливается на эффективном уровне, то предельный продукт труда должен быть равен предельной тяготы труда в каждый момент



**Рисунок 9.8 Движения занятости при трудовых контрактах**

времени. В таком случае изменение уровня занятости не должно быть систематически связано с периодами, когда фирмы и работники ведут торги.<sup>29</sup> Обнаружение зависимости между изменениями занятости и датами заключения контрактов – например, если занятость растет необычайно быстро или медленно сразу после подписания контрактов, или если она более изменчива в периоде действия одного контракта, чем при переходе от одного контракта к другому – покажет, таким образом, что занятость устанавливается неэффективно.

Кроме того, Билс показывает, что альтернативный подход, в соответствии с которым занятость уравнивает предельный продукт труда с заработной платой, дает конкретный прогноз о том, как изменения занятости могут быть связаны с моментами заключения контрактов. Рассмотрим рисунок 9.8, показывающий предельный продукт труда, предельную тяготу труда и заработную плату, установленную в контракте. В ответ на отрицательный шок спроса фирма, считающая издержки труда равными контрактной заработной плате, сильно снижает занятость.

<sup>29</sup> Это не совсем верно, если предельная тягота труда зависит от эффекта дохода. Билс считает маловероятным, чтобы этот эффект повлиял на его тест.

На рисунке это проиллюстрировано снижением занятости от  $L_A$  до  $L_B$ . Теперь предельный продукт труда превышает альтернативные издержки времени работников. Значит, когда фирма и работники станут обсуждать условия нового контракта, они сделают все возможное для повышения занятости. На рисунке это отражено ростом занятости от  $L_B$  до  $L_C$ . Таким образом, если заработная плата определяет занятость (и если шоки спроса на труд – главный источник колебаний занятости), изменения занятости во время действия контрактов должны частично компенсироваться при заключении новых контрактов.

Чтобы сопоставить предсказания этих двух теорий, Билс анализирует колебания занятости в промышленных секторах США. Он рассматривает 12 отраслей, в которых профсоюзы играют большую роль, и где существуют долгосрочные контракты, подписываемые большинством работников практически в одно и тоже время. Далее строится такая регрессия:

$$\Delta \ln L_{i,t} = \alpha_i - \phi Z_{i,t} - \theta(\ln L_{i,t-1} - \ln L_{i,t-10}) + \Gamma D_{i,t} + \varepsilon_{i,t}. \quad (9.88)$$

Здесь  $i$  – индекс отрасли,  $L$  – занятость,  $D_{i,t}$  – фиктивная переменная, равная 1 в квартале, когда новый контракт вступает в силу в отрасли  $i$ . Ключевой переменной является  $Z_{i,t}$ . Если новый контракт вступает в силу в отрасли  $i$  в квартале  $t$  (то есть, если  $D_{i,t}=1$ ), то  $Z_{i,t}$  равна изменению логарифма занятости в отрасли в течение срока действия предыдущего контракта; в противном случае  $Z_{i,t}=0$ . Параметр  $\phi$  показывает, в какой мере изменения занятости в течение срока действия контракта компенсируются при подписании нового контракта. Билс включает в число независимых переменных разность  $(\ln L_{i,t-1} - \ln L_{i,t-10})$ , чтобы учесть, что изменения занятости обычно меняют знак даже в отсутствии новых контрактов. Момент времени  $t-10$  выбран потому, что действие среднего контракта в его выборке составляет 10 кварталов. Наконец,  $D_{i,t}$  включается для учета вероятности необычно сильного роста занятости в первый квартал действия нового контракта.

Согласно расчетам Билса,  $\phi=0,198$  (стандартная ошибка 0,037),  $\theta=0,016$  (0,012),  $\Gamma=-0,0077$  (0,0045). Таким образом, результаты указывают на высоко значимую и сильную связь между изменениями занятости и временем заключения нового контракта: когда подписывается новый контракт, то немедленно компенсируются в среднем 20 процентов изменений занятости, произошедших в течение действия предыдущего контракта.

Однако полученные Билсом результаты имеют одну загадочную особенность. Когда подписывается новый контракт, то самым естественным вариантом по устраниению неэффективного изменения занятости во время действия предыдущего контракта было бы урегулирование заработной платы. В случае падения спроса на труд, изображенном на рисунке 9.8, заработная плата должна быть снижена при подписании нового контракта. Но Билс не находит значительной связи между установлением заработной платы в новом контракте и изменениями занятости в период действия предыдущего контракта. К тому же, рассматривая отрасли, он, по существу, не находит связи между величиной компенсации предшествующих изменений занятости при подписании нового контракта и степенью подстройки заработной платы.

Билс предлагает два возможных объяснения этой ситуации. Одно из них состоит в том, что изменяются, главным образом, дополнительные льготы и другие факторы, не учитываемые величиной заработной платы. Кроме того, определение занятости может быть более сложным процессом, чем предполагают оба из рассмотренных выше подходов.

## Межотраслевые различия в оплате труда

Основная идея моделей эффективной заработной платы заключается в том, что фирмы могут платить заработные платы выше соответствующих равновесных уровней. Если существуют причины, по которым фирмы так поступают, то вряд ли они одинаково важны для всех отраслей в экономике. Это замечание послужило исходным пунктом работ Dickens и Katz

(1987a) и Krueger и Summers (1988), где исследуется вопрос о том, не выплачиваются ли в одних отраслях систематически более высокие заработные платы, чем в других.<sup>30</sup>

Авторы начинают свое исследование с включения в традиционную регрессию для объяснения заработной платы фиктивных переменных, соответствующих отраслям, где наняты работники. Типичная спецификация выглядит следующим образом:

$$\ln w_i = \alpha + \sum_{j=1}^M \beta_j X_{ij} + \sum_{k=1}^N \gamma_k D_{ik} + \varepsilon_i, \quad (9.89)$$

где  $w_i$  - заработка плата работника  $i$ ,  $X_{ij}$  - характеристики работника (такие как возраст, образование, профессия и так далее),  $D_{ik}$  - фиктивные переменные занятости в различных отраслях. На конкурентном рынке труда, где отсутствуют какие-либо трения, заработные платы зависят лишь от характеристик работников, а не от отрасли, в которой они трудятся. В этом случае, если переменные  $X$  адекватно отражают характеристики работников, коэффициенты при фиктивных переменных будут равны нулю.

Главное, что удалось обнаружить авторам, - оцененные значения  $\gamma_k$  велики. Например, в работе Katz и Summers (1989) рассматривается разницу в заработных платах среди работников в США в 1984 году по *двухразрядным* отраслям.<sup>31</sup> Поскольку Кац и Саммерс исследовали выборку из более чем 100000 работников, не удивительно, что в результате большинство оценок  $\gamma$  оказались высоко значимыми. Но исследователи также нашли, что они численно велики. Например, стандартное отклонение оценок  $\gamma$  (взвешенных по размеру отрасли) составило 0.15 или 15 процентов. Таким образом, оказывается, что заработные платы серьезно различаются в различных отраслях.

Согласно Dickens, Katz (1987a) и Krueger, Summers (1988, 1987), некоторые возможные объяснения различий в оплате труда противоречат данным. Оценки различий остаются практически неизменными, если рассматриваемую выборку ограничить лишь работниками, не состоящими в профсоюзах. Таким образом, эти различия не являются результатами переговорной силы профсоюза. Различия в заработных платах довольно постоянны по времени и по странам, поэтому они вряд ли отражают переходную динамику на рынке труда (Krueger и Summers, 1987). Если использовать более широкие меры компенсации за труд, оценки различий обычно оказываются еще выше, поэтому причина обсуждаемых результатов не может заключаться в том, что доля зарплаты в общей сумме компенсации за труд зависит от отрасли. Наконец, нет доказательств того, что в более высокооплачиваемых секторах условия работы хуже, чем в менее оплачиваемых. Поэтому различия в заработных платах возникают не вследствие компенсации различий в условиях работы.

Существуют также некоторые прямые свидетельства того, что эти различия представляют собой экономическую ренту. В статьях Krueger и Summers (1988) и Akerlof, Rose и Yellen (1988) показано, что работники в отраслях с более высокими оценками премии к заработной плате уходят с работы гораздо реже. (Отраслевая премия к зарплате - *wage premium* - для работников с данными характеристиками - это превышение их средней зарплаты в данной отрасли над средней зарплатой работника с аналогичными характеристиками в рассматриваемой системе. Усреднение этого показателя по работникам отрасли называют отраслевой премией к зарплате. – Примеч. научного ред.). Крюгер и Саммерс также обнаружили, что при переходе из одной отрасли в другую заработная плата работников меняется в среднем на величину, приблизительно равную разности соответствующих отраслевых премий. В статье Gibbons и

<sup>30</sup> См. Katz и Summers (1989, стр. 216-247) для краткого изложения литературы по этому вопросу. Groshen (1991) анализирует разницу в заработных платах среди фирм одной отрасли.

<sup>31</sup> Двухразрядные отрасли - понятие, используемое в "Стандартной классификации отраслей" (SIC). Одноразрядные отрасли – это крупные агрегаты, такие как производство товаров длительного пользования, средства связи или торговля. Двухразрядные отрасли – это элементы более детальной классификации, входящие в состав более широких групп. Например, производство мебели и производство автотранспортных средств – двухразрядные отрасли, входящие в состав производства товаров длительного пользования. Трех-, четырех- и пятиразрядные отрасли – это элементы еще более детальной классификации.

Katz (1992) рассматриваются работники, потерявшие работу из-за закрытия фабрик, на которых они трудились. Авторы приходят к выводу, что падение в оплате труда таких работников при устройстве на новое место намного выше, если потерявшая работу относилась к отрасли с высокими заработными платами.

Имеются, однако, два аспекта данных результатов, которые выглядят с точки зрения теории эффективной заработной платы наиболее проблематично. Во-первых, хотя многие конкурирующие объяснения этих результатов совсем не подтверждаются реальными данными, есть объяснение, которое сразу опровергнуть невозможно. Ни одно уравнение заработной платы не может учесть все существенные характеристики работника. Поэтому одним из вероятных объяснений явных межотраслевых различий в оплате труда может быть то, что они отражают не учтенные различия в способностях работников разных отраслей, а не ренту.<sup>32</sup>

Для осмыслиения этой идеи, представьте специалиста по эконометрике, изучающего различия в заработных платах среди бейсбольных команд. Предположим, что он может проконтролировать только те характеристики игроков, которые используются в межотраслевом анализе различий в оплате труда, – возраст, опыт и тому подобное. Тогда он обнаружит, что заработные платы систематически выше в одних командах, чем в других: команды первой лиги платят больше, чем команды группы AAA, где платят больше, чем в группе AA, и так далее. К тому же, отток будет гораздо ниже в лигах с высокой заработной платой, а игроки, переходящие из менее в более высоко оплачиваемую лигу, получат большой прирост в заработной плате. Но ведь несомненно, что большая часть различий в заработных платах в бейсболе отражает различия в способностях, а не ренту. Подобно тому, как специалист по эконометрике, который использовал бы методы Диккенса и Каца или Крюгера и Саммерса для изучения различий в заработных платах между бейсбольными командами, оказался бы на неверном пути, так, возможно, и специалисты, изучающие межотраслевую разницу в оплате труда, были введены в заблуждение.

Имеются несколько аргументов, подтверждающих эту точку зрения. Во-первых, если какие-то фирмы платят заработную плату выше равновесной, они сталкиваются с излишком предложения работников, а значит, у них есть определенная свобода в отборе более способных работников. Значит, было бы удивительным, если бы, по крайней мере, некоторая часть различий в оплате труда не отражала разницу в способностях. Во-вторых, отрасли с более высокими заработными платами имеют более высокий показатель капиталовооруженности труда, свидетельствующий о том, что им надо больше квалифицированных работников. В третьих, рабочие в более высоко оплачиваемых отраслях имеют более высокие способности, допускающие измерение (такие как образование и опыт), поэтому вполне вероятно, что у них будут выше и способности, не поддающиеся измерению. Наконец, аналогичные межотраслевые различия в заработных платах, хотя и менее ярко выраженные, имеют место и среди самозанятых работников.

Однако гипотеза о том, что межотраслевые различия в оплате труда отражают неизмеренные способности, не может объяснить все факты, касающиеся этих различий. Во-первых, численные попытки оценить ту часть различий, которая приходится на неизмеренные способности, оставляют все же значительную часть различий необъясненной (см., например, Katz и Summers, 1989). Во-вторых, на основе гипотезы о неизмеренных способностях нелегко объяснить факты из Gibbons и Katz (1992) о снижении заработной платыуволенных работников. В-третьих, оценки премий к заработной плате выше в отраслях с более высокими прибылями – а это совсем не то, что прогнозирует гипотеза о неизмеренных способностях. И, наконец, отрасли, выплачивающие более высокие заработные платы, обычно делают это для всех сотрудников, от уборщицы до менеджера. Совсем не очевидно, что величины неизмеренной разницы в способностях должны быть столько сильно связаны для разных профессий. Таким образом, хотя идея о том, что межотраслевые различия в оплате труда отражают неизмеренные способности, и ставит под сомнение объяснения, базирующиеся на ренте, она не опровергает их полностью.

<sup>32</sup> См., например, Murphy и Topel (1987b), Hall (1989) и Topel (1989).

Второй аспект, с которым также возникают проблемы в теории эффективной заработной платы, касается характеристик отраслей, выплачивающих более высокие заработные платы. Как было описано выше, отрасли с более высокой оплатой труда обычно имеют более высокий показатель капиталовооруженности труда, больше образованных и опытных работников и более высокие прибыли, а также больший штат, большую долю мужчин и профсоюзных работников (Dickens и Katz, 1987b). Не существует единой теории эффективной заработной платы, способной предсказать все эти особенности. В результате, авторам, считающим, что оцененная межотраслевая разница в заработных plataх отражает ренту, приходится строить сложные объяснения. Например, в работах Диккенса и Каца и Крюгера и Семмерса используется комбинация теории эффективной заработной платы, основанной на несовершенном мониторинге, и теории эффективной заработной платы, основанной на представлении работников о справедливости, а также учитывается переговорная сила работников при установлении заработной платы.

Суммируя все вышесказанное, отметим, что литература о межотраслевых различиях в оплате труда выявила интересный набор закономерностей, сильно отличающихся от того, что предсказывают простые теории рынка труда. Причины же этих закономерностей до сих пор не вполне ясны.

### **Данные опросов о жесткости заработной платы**

Одна из главных причин, по которой мы интересуемся рынком труда, заключается в том, что мы хотели бы понять, почему падение спроса на труд приводит к значительному снижению занятости фирмами без сильного уменьшения заработных плат. Естественно возникает вопрос, а почему бы просто не спросить людей, ответственных за политику фирм в области заработных плат и занятости, почему они так поступают?

Опрос людей, устанавливающих заработную плату, - не панацея. Самое главное, они могут даже не понимать полностью, какие факторы определяют их решения. Они могли прийти к успешной политике с помощью метода проб и ошибок, инструкций их предшественников или наблюдения за политикой других фирм. В статье Friedman и Savage (1948) проводится аналогия с профессиональным игроком в бильярд. Разговор с таким игроком вряд ли поможет в прогнозировании его ударов или в объяснении их причин. Лучшие результаты можно получить, принимая во внимание такие факторы, как эластичность шаров и силу трения о поверхность стола, учитывая, как вращение влияет на отскок шара, и так далее, даже если сам игрок напрямую о них не думает.

Когда менеджеры, устанавливающие заработную плату, не полностью уверены в причинах их решений, могут быть важны даже небольшие различия в постановке вопроса. Например, экономисты используют выражения "отлынивать", "прилагать меньше усилий" и "быть менее продуктивным" как более или менее взаимозаменяемые для описания возможной реакции работников на снижение заработной платы. Но для тех, кто ответствен за назначение заработных плат, эти выражения могут иметь довольно разные оттенки.

Несмотря на указанные трудности, опросы менеджеров, устанавливающих заработные платы, могут оказаться очень полезными. Если, например, опрашиваемый не согласен с теорией, в каких терминах она бы ни излагалась, и находит ее механизмы неправдоподобными независимо от того, как они описываются, нам тоже стоит скептически отнестись к такой теории.

Примеры опросов менеджеров, устанавливающих заработные платы, содержатся в Blinder и Choi (1990), Campbell и Kamlani (1997) и Bewley (1999). Далее мы сосредоточимся на исследовании Campbell и Kamlani (1997). Авторы опрашивали менеджеров, ответственных за компенсации за труд, приблизительно в 100 из 1000 крупнейших фирм Соединенных Штатов, и в примерно в 100 более мелких фирмах США. Они интересовались взглядами менеджеров на различные теории жесткости заработных плат и на механизмы, лежащие в их основе. Главный вопрос состоял в выявлении их взглядов на важность различных причин того, что "во время

рецессии фирмы обычно не снижают заработные платы до самого низкого из возможных уровней, при котором они смогли бы нанять необходимое количество работников".

По мнению респондентов наиболее важная причина того, что во время рецессии заработные платы не падают до самого низкого уровня, состояла в следующем: "Если бы ваша фирма снизила заработные платы, то уйти могли бы ваши самые производительные рабочие , в то время как, увольняя рабочих, можно уволить наименее производительных". Кэмпбелл и Кэмлэни расценивают полное согласие респондентов с таким утверждением, как поддержку важности неблагоприятного отбора. К сожалению, такой опрос лишь иллюстрирует опасности, возникающие при подобных исследованиях. Затруднение состоит в следующем. Формулировка этого утверждения предполагает, что фирмы знают, кто из работников более продуктивен. Однако неблагоприятный отбор может возникнуть только при *ненаблюдаемых* различиях среди рабочих. Поэтому весьма вероятно, что согласие управляющих компенсациями с таким утверждением имеет иные причины.

Другие исследования подтверждают важность неблагоприятного отбора в гораздо меньшей степени. Например, Блиндер и Чой задавали следующий вопрос:

Есть два работника, кандидатуры которых рассматриваются при приеме на определенную должность. Насколько Вы знаете, .... оба работника одинаково высоко квалифицированы. Один из работников согласен трудиться за зарплату, предложенную Вами. Другой говорит, что ему надо больше денег, чтобы работать на Вас. Основываясь на этих различиях, считаете ли Вы вероятным, что один из этих рабочих существенно более продуктивен?

Все 18 респондентов этого исследования ответили на вопрос отрицательно. Но это также не позволяет сделать окончательное заключение. Например, формулировка "существенно более продуктивен" может быть чересчур сильной и исказить результат, отвергая гипотезу неблагоприятного отбора.

Гипотеза, лучше всего согласующаяся с опросами, состоит в том, что критическим фактором для менеджеров, устанавливающих заработную плату, является беспокойство по поводу возможного ухода работников. Эта точка зрения подтверждается опросом Кэмпбелла и Кэмлэни, в котором респонденты полностью согласились с утверждением, что снижение заработной платы может привести к уходу высокопроизводительных работников. Опрашиваемые также полностью согласны с утверждениями о том, что важной причиной, в силу которой заработка не снижается, является возможный рост числа увольняющихся и, вследствие этого, увеличение издержек на найм и тренировку новых работников, а также потеря специфичного для фирмы человеческого капитала. Другие исследования также показывают, что желание фирм не терять сотрудников сильно влияет на их политику регулирования заработной платы.

Влияние добровольных увольнений на установление заработных плат вполне в духе модели Шапиро-Стиглица. Работники контролируют определенное действие (отлынивание в модели Шапиро-Стиглица, добровольный уход в рассматриваемом здесь случае), влияющее на фирму. По каким-то причинам компенсационная политика фирмы не побуждает работников отказаться от действия, невыгодного фирме. Поэтому фирма поднимает заработную плату, чтобы усилить стимул к отказу от этого действия. В этом смысле результаты исследований согласуются с моделью Шапиро-Стиглица. Однако, при более узком подходе к модели, данные опроса оказываются менее благоприятными: респонденты весьма последовательны в антипатии к идее о том, что несовершенный мониторинг и усилия на работе важны для их решений о заработной плате.

Наряду с проблемой добровольных увольнений, внимание исследователей привлекла также другая тема опросов менеджеров, устанавливающих заработные платы: решающая роль представлений работников о справедливости. Исследования показывают, что мораль работников и их оценка того, насколько справедливо с ними обращаются, сильно влияют на производительность. Исследования также говорят о том, что у работников имеются строгие взгляды на то, какие действия фирмы являются уместными, поэтому их чувство удовлетворения зависит от этих действий.

Одна из важных причин, в силу которых эти данные вызывают сомнение, состоит в следующем. Если какие-то посторонние силы делают определенную политику равновесным

исходом и, следовательно, именно она обычно реализуется, то эта политика может восприниматься как справедливая. Иными словами, представления о том, что считать правильным, могут быть отражением равновесного исхода, а не независимого суждения.

Этот эффект может служить источником кажущейся важности представлений о справедливости, но маловероятно, что дело только в нем: забота о справедливости кажется слишком сильной для того, чтобы быть всего лишь отражением сторонних сил. К тому же, в некоторых случаях суждения о справедливости подталкивают установление заработной платы в направлении, которое трудно ожидать, основываясь на других соображениях. Например, существуют данные о том, что представления индивидов о честной компенсационной политике, придают определенный вес политике выравнивания компенсаций в ущерб политике, уравнивающей отношение компенсации к предельному продукту труда. Имеются также свидетельства того, что фирмы на самом деле устанавливают заработные платы так, что они увеличиваются в меньшей пропорции, нежели наблюдаемые различия в предельных продуктах работников. По этой причине фирмы получают больший излишек от своих более продуктивных работников. Это представляется более приемлемым объяснением полного согласия респондентов с утверждением Кэмпбелла и Кэмлэни о преимуществах увольнения над снижением заработной платы, чем неблагоприятный отбор.

Приведем еще один пример. Во многих исследованиях, начиная с Kahneman, Knetsch и Thaler (1986), обнаружено, что, по мнению работников, уменьшение реальной заработной платы вызывает резкое неприятие, если оно является результатом снижения номинальной заработной платы, но это же уменьшение не вызывает особого неприятия, если оно происходит из-за роста номинальной заработной платы, меньшего, чем уровень инфляции.

Наконец, хотя Кэмпбелл и Кэмлэни, сосредоточены на вопросе о том, почему фирмы не снижают заработную плату во время рецессии, их результаты скорее говорят нам о причинах установления фирмами заработной платы на уровне, выше равновесного, а не о циклическом ее поведении. Дело в том, что они не предоставляют данных об установлении заработной платы в период бума. Например, если опасение добровольных увольнений может побудить фирмы платить больше, чем требуется во время рецессии, то оно может привести к подобным же последствиям и во время бума. Более того, угроза добровольного увольнения может сильнее влиять на заработные платы во время бума, чем во время рецессии.

## Задачи

**9.1. Премия, связанная с членством в профсоюзе и эффективная заработная плата.** (Summers, 1988.) Рассмотрим модель эффективной заработной платы, анализ которой отображен в уравнениях (9.12)-(9.19). Предположим, однако, что часть рабочих,  $f$ , состоит в профсоюзах, способных добиться заработной платы, превышающей в  $\mu$  раз зарплату тех, кто не является членом профсоюза. Таким образом,  $w_u = (1 + \mu)w_n$ , где  $w_u$  и  $w_n$  обозначают, соответственно, заработные платы в секторах с профсоюзами и без них. Средняя заработная плата  $w_a$  равняется  $fw_u + (1 - f)w_n$ . Работодатели, не связанные с профсоюзами, продолжают свободно устанавливать заработные платы, поэтому (следуя той же логике, что и при выводе уравнения [9.15] в тексте) имеем:  $w_n = (1 - bu)w_a / (1 - \beta)$ .

(a) Найдите равновесный уровень безработицы, выразив его через  $\beta, b, f$  и  $\mu$ .

(b) Пусть  $\mu = f = 0.15$ .

(i) Каким будет равновесный уровень безработицы, если  $\beta = 0.06$ , а  $b = 1$ . Во сколько раз издержки эффективного труда выше в секторе с профсоюзами, чем в секторе без них?

(ii) Повторите часть (i) для случая  $\beta = 0.03$  и  $b = 0.5$ .

**9.2. Эффективная заработная плата и торг.** (Garino и Martin, 1999). В работе Summers (1988, стр 386) содержится следующее утверждение: "Если фирмы устанавливают эффективные

заработные платы, то фирмы, которым приходится платить своим работникам премии, несут лишь потери второго порядка. Практически в любой правдоподобной системе торгов это позволяет рабочим добиться уступок". В этой задаче вам предстоит исследовать данное утверждение.

Рассмотрим фирму с функцией прибыли  $\pi = [(eL)^\alpha / \alpha] - wL$ ,  $0 < \alpha < 1$ , и профсоюз с целевой функцией  $U = (w - x)L$ , где  $x$  - индекс альтернативных возможностей работников. Предположим, что фирма и профсоюз ведут торги по поводу заработной платы, и что после этого фирма выбирает  $L$  при уже установленном уровне  $w$ .

- (a) Пусть  $e \equiv 1$ , так что рассматривать вопрос об эффективности заработной платы нет необходимости.
  - (i) Для данного уровня  $w$ , какое значение  $L$  выберет фирма? Какой уровень прибыли будет при этом достигнут?
  - (ii) Предположим, что фирма и профсоюз устанавливают  $w$ , максимизируя  $U^\gamma \pi^{1-\gamma}$ , где  $0 < \gamma < \alpha$  определяет силу профсоюза в переговорном процессе (такой исход торга известен, как *решение проблемы торга по Нэшу*). Какой уровень  $w$  они выберут?
- (b) Предположим, что  $e$  определяется уравнением (9.12) из текста:  $e = [(w - x)/x]^\beta$  при  $w > x$ , где  $0 < \beta < 1$ .
  - (i) Для данного  $w$ , какое значение  $L$  выберет фирма? Какой уровень прибыли будет при этом достигнут?
  - (ii) Предположим, что фирма и профсоюз устанавливают  $w$ , максимизируя  $U^\gamma \pi^{1-\gamma}$ ,  $0 < \gamma < \alpha$ . Какой уровень  $w$  они выберут? (Подсказка: для случая  $\beta = 0$ , вы должны получить такой же ответ, как и в части [a][ii].)
  - (iii) Является ли влияние переговорной силы работников на установление заработных плат в условиях эффективных заработных плат качественно более значимым, чем без них, как утверждает Саммерс? Становится ли эта сила выше с ростом  $\beta$ ?

**9.3.** Опишите, как перечисленные ниже изменения влияют на равновесный уровень занятости и заработную плату в модели Шапиро-Стиглица.

- (a) Рост нормы дисконтирования работников  $\rho$ .
- (b) Рост риска ухода с работы  $b$ .
- (c) Положительный мультипликативный шок производственной функции (предположите, что  $AF(L)$  - производственная функция и  $A$  возрастает).
- (d) Рост численности рабочей силы.

**9.4.** Предположим, что в модели Шапиро-Стиглица безработных нанимают в зависимости от того, как долго они были безработными, а не случайно. А именно, предположим, что в первую очередь нанимают того, кто был безработным дольше всех.

- (a) Рассмотрите стационарное состояние, в котором никто не отлынивает. Составьте выражение, определяющее время, необходимое для нахождения нового места работы безработным, как функцию от  $b, L, N$  и  $\bar{L}$ .
- (b) Пусть  $V_U$  - полезность работника, только что потерявшего работу. Составьте выражение для  $V_U$  как функции от времени, необходимого для нахождения нового места работы, от нормы дисконтирования работников  $\rho$  и от полезности занятого работника  $V_E$ .
- (c) Используя ответы, полученные в частях (a) и (b), найдите условия отсутствия отлынивания для этой версии модели.
- (d) Влияет ли, и если да, то как, предположение о том, что приоритет при найме на работу получают те, кто пребывали безработными дольше всего, на равновесный уровень безработицы?

**9.5. Гипотеза справедливой оплаты усилий.** (Akerlof и Yellen, 1990.) Предположим, что существует  $N$  фирм, причем функция прибыли каждой -  $F(eL) - wL$ ,  $F'(\bullet) > 0$ ,  $F''(\bullet) < 0$ , где  $L$  - количество работников, нанимаемых фирмой,  $w$  - выплачиваемая заработная плата, а  $e$  - уровень прилагаемых работниками усилий. Пусть  $e = \min[w/w^*, 1]$ , где  $w^*$  - "справедливая заработная плата". Последнее означает, что если работникам платят меньше справедливой заработной платы, то они уменьшают усилия пропорционально недополученной выплате. Пусть существуют  $\bar{L}$  работников, готовых трудиться при любой положительной заработной плате.

- (a) Если фирма может нанять работников на любую заработную плату, какое значение (или диапазон значений)  $w$  минимизирует издержки на единицу эффективного труда  $w/e$ ? В оставшейся части задачи предполагается, что если фирме безразличен диапазон заработных плат, то она будет выплачивать самую высокую из этого диапазона.
- (b) Предположим, что  $w^*$  определяется следующим образом:  $w^* = \bar{w} + a - bu$ ,  $b > 0$ , где  $u$  - уровень безработицы, а  $\bar{w}$  - средняя заработная плата, выплачиваемая фирмами в экономике. Пусть  $b > 0$  и  $a/b < 1$ .
  - (i) Основываясь на ответе, полученном в части (a) (и предположении о том, как ведут себя фирмы в ситуации безразличия) укажите, какую заработную плату станет выплачивать репрезентативная фирма, если она может свободно устанавливать  $w$  (принимая  $\bar{w}$  и  $u$  как заданные)?
  - (ii) При каких условиях в равновесии будут наблюдаться положительный уровень безработицы и отсутствие ограничений на выбор  $w$  фирмой? (Подсказка: в этом случае в равновесии, принимая уровень  $\bar{w}$  как заданный, репрезентативная фирма должна стремиться выплачивать  $\bar{w}$ .) Каким будет уровень безработицы в этом случае?
  - (iii) При каких условиях существует полная занятость?
- (c) Предположим, что производственная функция репрезентативной фирмы модифицирована следующим образом:  $F(Ae_1L_1 + e_2L_2)$ ,  $A > 1$ , где  $L_1$  и  $L_2$ , соответственно, количества работников с высокой и низкой производительностью нанимаемых фирмой.. Пусть  $e_i = \min[w_i / w_i^*, 1]$ , где  $w_i^*$  - справедливая заработная плата для работников  $i$ -ой категории. Пусть  $w_i^* = (\bar{w}_1 + \bar{w}_2)/2 - bu_i$ , где  $b > 0$ ,  $\bar{w}_i$  - средняя заработная плата, выплачиваемая работникам категории  $i$ , а  $u_i$  - уровень безработицы в ней. Наконец, пусть в каждой категории существует  $\bar{L}$  работников.
  - (i) Объясните, основываясь на ответе, полученном в части (a) (и предположении о том, как ведут себя фирмы в ситуации безразличия), почему ни один из работников не будет получать заработную плату, ниже справедливой для его категории.
  - (ii) Объясните, почему  $w_1$  будет превышать  $w_2$  в  $A$  раз.
  - (iii) Будет ли в равновесии безработица среди высоко производительных работников? Почему? (Подсказка: если  $u_1$  положительно, фирмы не ограничены в своем выборе  $w_1$ .)
  - (iv) Будет ли в равновесии безработица среди низко производительных работников? Почему?

**9.6. Неявные контракты без варьируемых рабочих часов.** Предположим, что каждый работник должен либо работать фиксированное количество часов или быть безработным. Пусть  $C_i^E$  обозначает потребление занятых работников в состоянии  $i$ , а  $C_i^U$  - потребление безработных. Следовательно, прибыли фирмы в состоянии  $i$  будут  $A_i F(L_i) - [C_i^E L_i + C_i^U (\bar{L} - L_i)]$ , где  $\bar{L}$  - количество работников. Аналогично, ожидаемая полезность работников в состоянии  $i$  будет  $(L_i / \bar{L})[U(C_i^E) - K] + [(\bar{L} - L_i) / \bar{L}]U(C_i^U)$ , где  $K > 0$  - тягость труда.

- (a) Составьте функцию Лагранжа для задачи фирмы, которая выбирает  $L_i$ ,  $C_i^E$  и  $C_i^U$  так, чтобы максимизировать ожидаемую прибыль при следующем ограничении: ожидаемая полезность репрезентативного работника равна  $u_0$ .<sup>33</sup>
- (b) Найдите условия первого порядка для  $L_i$ ,  $C_i^E$  и  $C_i^U$ . Зависят ли, и если да, то как,  $C_i^E$  и  $C_i^U$  от состояния? Какова связь между  $C_i^E$  и  $C_i^U$ ?
- (c) После того как  $A$  стало известным, какие-то работники наняты, а какие-то стали безработными. Положение каких работников лучше?

**9.7. Страховка на случай безработицы.** (На основе работы Feldstein, 1976.) Рассмотрим фирму с доходами  $AF(L)$ . Существует два возможных значения  $A$ :  $A_B$  и  $A_G$  ( $A_B < A_G$ ), каждое из которых реализуется в половине ситуаций. Работники заняты, когда  $A = A_G$ , и являются безработными, когда  $A = A_B$ ; они получают пособия по безработице в размере  $B > 0$ . Работники нейтрально относятся к риску. Таким образом, ожидаемая полезность репрезентативного работника имеет вид  $U = (w - K)/2 + \{(L_B/L_G)(w - K) + [(L_G - L_B)/L_G]B\}/2$ , где  $w$  - заработка плата (предполагается, без потери общности, что она не зависит от состояния),  $K$  - тягость труда, а  $L_B$  и  $L_G$  - занятость в обоих состояниях. Ожидаемая прибыль фирмы представляется следующим образом:  $[A_G F(L_G) - wL_G]/2 + [A_B F(L_B) - wL_B - fB(L_G - L_B)]/2$ , где  $f$  - часть пособий по безработице, выплачиваемая фирмой. Пусть  $0 \leq f \leq 1$ .<sup>34</sup>

- (a) Составьте функцию Лагранжа для задачи фирмы, выбирающей  $w$ ,  $L_G$  и  $L_B$  так, чтобы максимизировать ожидаемую прибыль при следующем ограничении: ожидаемая полезность работников равна  $u_0$ .
- (b) Найдите условия первого порядка для  $w$ ,  $L_G$  и  $L_B$ .
- (c) Покажите, что снижение  $f$  (или рост  $B$  при  $f < 1$ ) ведет к снижению  $L_B$ .
- (d) Покажите, что снижение  $f$  (или рост  $B$  при  $f < 1$ ) ведет к росту  $L_G$ .

**9.8. Неявные контракты при асимметричной информации.** (Azariadis и Stiglitz, 1983.) Обратимся к модели, рассмотренной в разделе 9.5. Предположим, однако, что только фирмы могут наблюдать  $A$ . К тому же, предположим, что существует лишь два значения  $A$ :  $A_B$  и  $A_G$  ( $A_B < A_G$ ), реализующиеся с вероятностью  $\frac{1}{2}$ .

Мы можем рассматривать контракт как договор, специфицирующий  $w$  и  $L$  как функции от состояния, объявляемого фирмой при условии, что не в интересах фирмы объявлять состояние, отличное от реального. С формальной точки зрения это означает, что контракт должен быть *совместим со стимулами*.

- (a) Удовлетворяет ли эффективный контракт, выведенный в разделе 9.5 при симметрии информации, условию совместимости со стимулами при асимметричной информации? А именно, если  $A = A_B$ , лучше ли будет фирме, если она заявит, что  $A = A_G$  (так что  $C$  и  $L$  будут равны  $C_G$  и  $L_G$ )? И если  $A = A_G$ , лучше ли будет фирме, если она заявит, что  $A = A_B$ ?

<sup>33</sup> Для простоты игнорируйте ограничение, что  $L$  не может превысить  $\bar{L}$ . Принимая во внимание это ограничение, вы получите, что при  $A_i$ , выше определенного критического уровня,  $L_i$  будет равняться  $\bar{L}$ , а не определяться условием, выведенным ниже в части (b).

<sup>34</sup> В Соединенных Штатах налоги с фирмы на страхование по безработице только от части покрывают величину страховых выплат, получаемую работниками фирмы; иными словами, налоги лишь отчасти основаны на стаже работы. Поэтому  $f$  находится в промежутке от 0 до 1.

- (b) Можно показать, что условие, согласно которому фирма предпочитает не объявлять о плохом состоянии, когда оно хорошее, не является лимитирующим; однако, условие, согласно которому фирма предпочитает не объявлять о хорошем состоянии, когда оно плохое, лимитирующим является. Составьте функцию Лагранжа для задачи фирмы, выбирающей  $C_B$ ,  $C_G$  и  $L_G$  при следующих ограничениях: ожидаемая полезность работников равна  $u_0$ , фирме безразлично, какое состояние объявлять, если  $A = A_B$ . Найдите условия первого порядка для  $C_B$ ,  $C_G$  и  $L_G$ .
- (c) Покажите, что предельный продукт и предельная тягость труда равны в плохом состоянии, то есть,  $A_B F'(L_B) = V'(L_B)/U'(C_B)$ .
- (d) Покажите, что в хорошем состоянии существует "чрезмерная занятость", то есть, что  $A_G F'(L_G) = V'(L_G)/U'(C_G)$ .
- (e) Помогает ли эта модель в объяснении высокого среднего уровня безработицы? Помогает ли она объяснить большие колебания занятости?

### **9.9. Воздействует ли на циклические характеристики рынка труда влияние работника на заработную плату после реализации шоков спроса на труд?**

- (a) (На основе работы McDonald и Solow, 1981.) Рассмотрим профсоюз со следующей целевой функцией:  $[U(w) - K]L + U(w_u)(N - L)$ ,  $U'(\bullet) > 0$ , где  $N$  - число членов профсоюза,  $L$  - число занятых,  $K > 0$  - тягость труда,  $w$  - заработка плата, и  $w_u$  - пособие по безработице. Прибыль фирмы имеет вид:  $AL^\alpha / \alpha - wL$ ,  $A > 0$ ,  $0 < \alpha < 1$ . Профсоюз устанавливает  $w$  после того, как  $A$  становится известно, а затем фирма выбирает  $L$  при данных  $w$  и  $A$ . (В задаче предполагается, что условие, согласно которому  $L$  не может превышать  $N$ , не является лимитирующим.)
- (i) Какой объем  $L$  выберет фирма при данных  $w$  и  $A$ ?
- (ii) Зная о том, как поведет себя фирма, вычислите уровень  $w$ , который выберет профсоюз при заданном  $A$ . Как меняется  $L$  в зависимости от  $A$  при выбранном  $w$ ?
- (b) Зная целевую функцию профсоюза, вычислите, каким будет предложение труда на наличном рынке - то есть, при условии, что профсоюз считает заработную плату  $w$  заданной и выбирает  $L$ , максимизируя свою целевую функцию. Как изменяются  $w$  и  $L$  на наличном рынке в зависимости от  $A$ ?
- (c) Предположим, что целевая функция профсоюза задается иначе, чем в части (a), а именно, пусть она имеет следующий вид:  $wL - [\sigma/(\sigma+1)]L^{(\sigma+1)/\sigma}$ ,  $\sigma > 0$ .
- (i) Как изменяются  $w$  и  $L$  на наличном рынке в зависимости от  $A$ ?
- (ii) Выполните заново задание из части (a)(ii), используя модифицированную целевую функцию профсоюза. Влияет ли на эластичности  $w$  и  $L$  по  $A$  предположение о том, что заработка плата определяется профсоюзом, а не наличным рынком?

### **9.10. Воздействует ли на циклические характеристики рынка труда влияние работников на заработную плату и занятость после реализации шоков спроса на труд?**

- (a) (На основе работы McDonald и Solow, 1981). Рассмотрим профсоюз и фирму с теми же целевыми функциями, что и в пункте (a) Задания 9.9. Профсоюз выбирает  $w$  и  $L$  при данном  $A$  и при ограничении, согласно которому прибыль фирмы должна быть не ниже некоторого уровня  $\pi_0$ .
- (i) Постройте функцию Лагранжа для задачи максимизации, решаемой профсоюзом.
- (ii) Найдите условия первого порядка для  $w$  и  $L$ .
- (iii) Какую роль в данной модели играет  $w$ ?
- (iv) Как изменяется  $L$  в зависимости от  $A$ ? Сравните ваш ответ с результатом из части (b) Задания 9.9.

(b) Пусть теперь целевая функция профсоюза задается выражением из пункта (c) Задания 9.9. Проделайте задания (i) и (ii) из пункта (a), используя модифицированную целевую функцию. Как изменяется  $L$  в зависимости от  $A$ ? Сравните ответ с результатом из (c)(i) Задания 9.9.

**9.11. Модель Харриса-Тодаро** (Harris и Todaro, 1970). Рассмотрим два сектора. За работу в первом секторе платят  $w_p$ , а во втором секторе -  $w_s$ . Каждый работник принимает решение, какой сектор выбрать. Все работники, выбирающие второй сектор, получают работу. Однако в первом секторе число рабочих мест фиксировано и равно  $N_p$ . Эти места распределяются случайным образом среди работников, выбравших первый сектор. Те работники, которым не достались рабочие места, становятся безработными и получают пособие по безработице  $b$ . Работники нейтральны к риску, а тяготы труда не существует. Таким образом, ожидаемая полезность работников первого сектора равна  $qw_p + (1-q)b$ , где  $q$  - вероятность того, что работник первого сектора найдет работу. Предположим, что  $b < w_s < w_p$  и  $N_p / \bar{N} < (w_s - b) / (w_p - b)$ .

- (a) Найдите равновесный уровень безработицы как функцию от  $w_p$ ,  $w_s$ ,  $N_p$ ,  $b$  и объема рабочей силы  $\bar{N}$ .
- (b) Как увеличение  $N_p$  влияет на безработицу? В нашей модели безработица связана с тем, что часть работников ждет появления рабочих мест в первом секторе. Объясните на интуитивном уровне, почему увеличение числа таких рабочих мест может увеличить безработицу.
- (c) Каковы последствия увеличения размера пособий по безработице?

**9.12. Поиск в условиях частичного равновесия.** Рассмотрим работника, ищущего работу. Заработная плата  $w$  имеет функцию плотности вероятности  $f(w)$ , которая известна работнику, а соответствующая функция распределения вероятностей равна  $F(w)$ . Каждый раз, когда работник пытается устроиться на рабочее место, появляющееся в соответствии с этим распределением, он несет издержки  $C$ , где  $0 < C < E[w]$ . Когда работник пробует устроиться на рабочее место, он может принять предложение (в этом случае процесс прекращается) или продолжить поиск. Работник максимизирует ожидаемую величину  $w - nC$ , где  $w$  - заработка плата, выплачиваемая на выбранной им работе, а  $n$  - число рабочих мест, которое работник рассмотрел ранее.

Пусть  $V$  - ожидаемое значение величины  $w - n'C$  работника, который только что отказался от рабочего места, а  $n'$  - число рабочих мест, на которые он будет пробовать устроиться, начиная с этого момента.

- (a) Объясните, почему работник принимает предложение с заработной платой  $\hat{w}$ , если  $\hat{w} > V$ , и отказывается от предложения, если  $\hat{w} < V$  (о проблеме поиска, в которой работник принимает предложение тогда и только тогда, когда предлагаемая заработка плата выше некоторого граничного уровня, говорят, что она обладает *свойством резервной заработной платы*).
- (b) Объясните, почему  $V$  удовлетворяет условию  $V = F(V)V + \int_{w=V}^{\infty} wf(w)dw - C$
- (c) Покажите, что увеличение  $C$  приводит к снижению  $V$ .
- (d) Может ли в данной модели работник, находящийся в поисках работы, когда-нибудь принять предложение, от которого он ранее отказался?

**9.13.** В рамках условий, описанных в Задании 9.12, предположим, что  $w$  распределено равномерно на промежутке  $[\mu - a, \mu + a]$  и что  $C < \mu$ .

- (a) Выразите  $V$  через  $\mu$ ,  $a$  и  $C$ .
- (b) Как увеличение  $a$  влияет на  $V$ ? Дайте интуитивное объяснение.

**9.14.** Опишите, как каждое из перечисленных ниже изменений влияет на равновесный уровень занятости в рамках модели из раздела 9.8.

- (a) Повышение риска ухода с работы  $b$ .
- (b) Повышение ставки процента  $r$ .
- (c) Повышение эффективности поиска  $K$ .

**9.15.** Допустим, что в уравнении (9.76) предположение о том, что работник и фирма делят излишек пополам, заменено предположением о том, что доля  $f$  излишка идет работнику, а доля  $1 - f$  идет фирме:  $(1 - f)(V_E - V_U) = f(V_F - V_V)$ .

- (a) Как это изменение в модели повлияет на уравнение (9.87), неявно определяющее  $E$ ?
- (b) Как изменение  $f$  влияет на равновесный уровень  $E$ ?

**9.16.** Рассмотрим модель из раздела 9.8. Предположим, что экономика изначально находится в равновесии и что  $A$  перманентно убывает. Допустим, однако, что вход и выход запрещены, а, значит, общее число рабочих мест  $F + V$  остается постоянным. Как изменяется во времени безработица и число вакансий в результате падения  $A$ ?

**9.17. Эффективность децентрализованного равновесия в экономике поиска.** Рассмотрим модель из раздела 9.8. Пусть ставка процента  $r$  стремится к 0, а фирмами владеют домохозяйства. Таким образом, благосостояние можно представить как сумму полезностей и прибылей в единицу времени, равную  $AE - (F + V)C$ . Обозначим общее число рабочих мест через  $N$ , тогда благосостояние можно записать как  $W(N) = AE(N) - NC$ , где  $E(N)$  - уровень равновесной безработицы как функция  $N$ .

- (a) Используя функцию соответствия (9.68) и условие стационарного состояния (9.69), найдите выражение для производной  $E'(N)$  (характеризующей влияние изменений в числе рабочих мест на занятость) в зависимости от  $N$ ,  $\bar{L}$ ,  $E(N)$ ,  $\gamma$ , и  $\beta$ .
- (b) Подставьте ваш результат из пункта (a) в выражение для  $W(N)$  и выразите  $W'(N)$  через  $N$ ,  $\bar{L}$ ,  $E(N)$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  и  $A$ .
- (c) Используя (9.82) и тот факт, что  $a = bE/(\bar{L} - E)$  и  $\alpha = bE/V$ , выразите  $C$  через  $N_{EQ}$ ,  $\bar{L}$ ,  $E(N_{EQ})$  и  $A$ , где  $N_{EQ}$  - число рабочих мест в децентрализованном равновесии.
- (d) Используя ваши результаты из пунктов (b) и (c), покажите, что если  $\beta + \gamma = 1$ , то  $W'(N_{EQ}) > 0$ , если  $\gamma > \frac{1}{2}$ , и  $W'(N_{EQ}) < 0$ , если  $\gamma < \frac{1}{2}$ .
- (e) От чего зависит знак  $W'(N_{EQ})$ , если  $\gamma$  равно  $\frac{1}{2}$ , но  $\beta + \gamma$  не обязательно равно 1?

# Глава 10

## Инфляция и монетарная политика

### 10.1 Введение

Последние две главы посвящены макроэкономической политике. В данной главе рассматривается монетарная политика, а в главе 11 — фискальная политика. Мы сосредоточимся на двух главных аспектах экономической политики. Первый — проведение политики в краткосрочной перспективе: мы бы хотели понять, как должен действовать политик ( policymaker ), в ситуации, когда происходят различные шоки, воздействующие на экономику. Сегодня в большинстве стран краткосрочные стабилизирующие меры осуществляются главным образом инструментами монетарной, а не фискальной политики. Таким образом, в этой главе разбирается стабилизационная политика; в разделах 10.6 и 10.7 этот вопрос является непосредственным предметом анализа.

Второй важнейший аспект экономической политики — это ее действие в долгосрочной перспективе. Монетарная политика часто является причиной высоких темпов инфляции в течение продолжительных периодов, а фискальная политика часто является причиной большого и устойчивого бюджетного дефицита. Во многих случаях темпы инфляции и бюджетный дефицит, по-видимому, оказываются больше, чем общественно оптимальные. Другими словами, создается впечатление, что, по крайней мере, при некоторых условиях, имеет место склонность к инфляции (*inflation bias*) в монетарной политике и склонность к дефициту (*deficit bias*) в фискальной политике. Причины существования таких «склонностей» или смещений — главный объект анализа последующих двух глав.

Разделы 10.2 и 10.3 начнут наш анализ монетарной политики с объяснения, почему инфляция почти всегда является результатом быстрого роста денежного предложения; в них также исследуется влияние увеличения денег на инфляцию, реальные денежные остатки и процентные ставки. Затем мы обратимся к анализу склонности к инфляции. Существует два основных типа объяснений того, как такая склонность может возникнуть. Объяснения первого типа делают акцент на проблеме выбора между выпуском и инфляцией (*output-inflation tradeoff*). Если монетарная политика имеет реальные последствия (или если политик считает, что это так), то политик может увеличить предложение денег, пытаясь увеличить выпуск. Теории о том, как инфляция может появиться вследствие этой проблемы выбора (*tradeoff*) — в частности теории, делающие акцент на *динамической несостоительности* низкоинфляционной политики — обсуждаются в разделах 10.4 и 10.5.

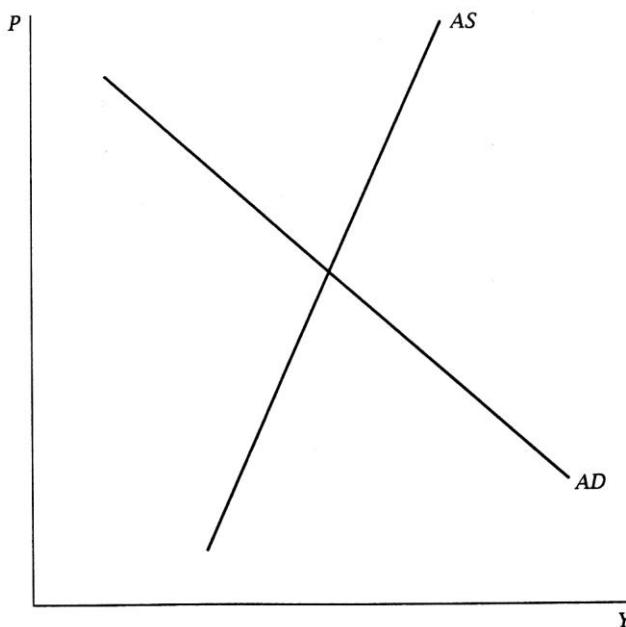
Второй тип объяснений быстрого роста денежной массы фокусирует внимание на *сенюраже* — доходе, который получает правительство от печатания денег. Эти теории в большей мере относятся к развивающимся странам, чем к промышленно развитым, и являются основой для объяснения гиперинфляции. Их рассмотрению посвящен раздел 10.8.

Весь наш анализ подразумевает, что мы понимаем, почему инфляция влечет за собой издержки и насколько эти издержки велики. Однако в действительности это довольно трудные вопросы. По этой причине раздел 10.9 посвящен издержкам инфляции. В нем не только описываются различные потенциальные издержки инфляции, но также делается попытка понять причину глубокой озабоченности проблемой инфляции политиков, деловых кругов и общественности.

### 10.2 Инфляция, рост денежной массы и процентные ставки

## Инфляция и рост денежной массы

Простой график из Главы 5, показывающий совокупное предложение и совокупный спрос, который приведен повторно на Рисунке 10.1, дает основу для выделения потенциальных источников инфляции. Поскольку нас больше интересуют цены, чем выпуск, то вопрос о том, является ли кривая совокупного предложения вертикальной или имеет положительный наклон, не так важен: в обоих случаях увеличение совокупного предложения, взаимодействуя со спросом, повысит уровень цен. Поэтому имеется множество потенциальных источников инфляции. Отрицательные технологические шоки, уменьшение предложения труда и другие факторы, сдвигающие кривую совокупного предложения влево, вызывают инфляцию; то же верно в отношении увеличения денежной массы, уменьшения спроса на деньги, увеличения государственных закупок и других факторов, сдвигающих кривую совокупного спроса вправо<sup>1</sup>. Поскольку все виды шоков в той или иной степени имеют место, существует множество факторов, влияющих на инфляцию.



**Рисунок 10.1 Кривые совокупного спроса и совокупного предложения.**

Тем не менее, когда вопрос стоит о понимании причин инфляции в долгосрочной перспективе, экономисты обычно выделяют только один фактор: рост предложения денег. Причина этого заключается в том, что ни один другой фактор, по-видимому, не способен приводить к устойчивому росту уровня цен. Периодическое увеличение цен требует либо периодического снижения совокупного предложения, либо периодического повышения совокупного спроса. При заданном технологическом прогрессе повторяющиеся снижения совокупного предложения кажутся маловероятными. И, хотя существует много факторов, которые могут увеличить совокупный спрос, влияние большинства из них имеет свои границы. Например, не может быть значительных периодических увеличений совокупного спроса, вызванных увеличениями государственных закупок или снижением налогов, потому что в реальности существуют ограничения на изменения этих переменных; в частности, мы

<sup>1</sup> Многие шоки влияют на обе кривые. Увеличение государственных закупок, к примеру, может не только сдвинуть кривую совокупного спроса, но также сдвинуть кривую совокупного предложения вследствие влияния на предложение труда. Суммарный эффект любого шока на уровень цен зависит от того, как шок влияет на каждую из кривых.

никогда не наблюдаем государственные закупки, которые больше, чем совокупный выпуск, и никогда не наблюдаем совокупные отрицательные налоги. В противоположность этому, предложение денег может расти почти любым темпом, и мы наблюдаем огромный разброс в темпах роста денег — от больших отрицательных значений во время некоторых дефляций до невероятно больших положительных величин во время гиперинфляций.

Чтобы яснее понять, почему деньги — это ключевой фактор инфляции, рассмотрим рынок денег. Используя спецификацию спроса на деньги из Главы 5, условие равновесия на рынке денег можно записать так:

$$\frac{M}{P} = L(i, Y), \quad (10.1)$$

где  $M$  — это денежная масса,  $P$  — уровень цен,  $i$  — номинальная процентная ставка,  $Y$  — реальный доход, а  $L(\bullet)$  — спрос на реальные денежные остатки. Из этого условия следует, что уровень цен можно выразить так:

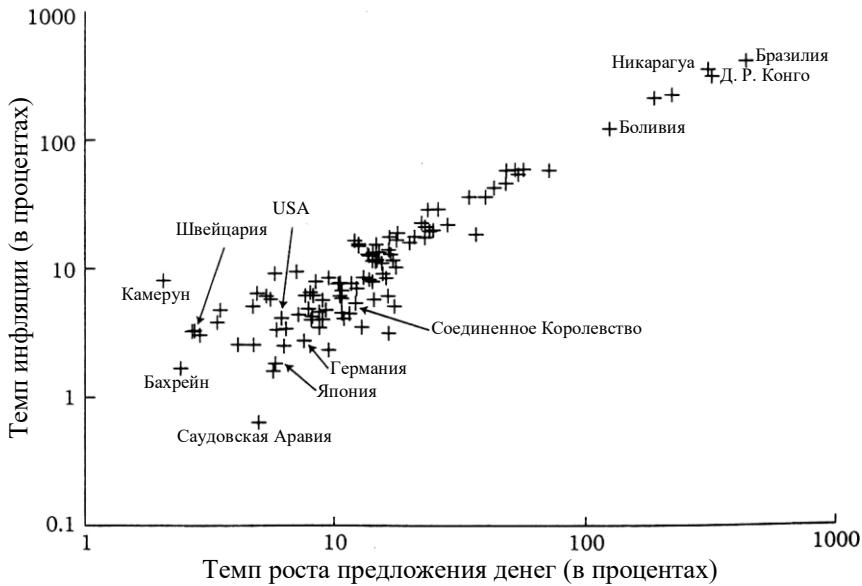
$$P = \frac{M}{L(i, Y)}. \quad (10.2)$$

Стандартные оценки спроса на деньги показывают, что эластичность спроса на деньги по доходу приблизительно равна 1, а эластичность по ставке процента равна, примерно,  $-0.2$  (см. Например Goldfeld и Sichel, 1990). Поэтому для того, чтобы уровень цен удвоился за некоторый период без изменения предложения денег, реальный доход должен снизится примерно наполовину или процентная ставка должна вырасти примерно в 32 раза. Или спрос на реальные денежные остатки при тех же ставке и доходе должен упасть наполовину. Все эти варианты выглядят слишком маловероятными. В то же время, удвоение предложения денег в течение нескольких лет при умеренной инфляции или в течение нескольких дней при гиперинфляции — не такое уж и редкое явление.

Таким образом, рост денежной массы играет особую роль в определении инфляции не потому, что деньги влияют на цены более непосредственно, чем другие факторы, а потому что, как мы знаем из эмпирических исследований, вариации темпа роста денег объясняют большую часть вариаций темпов роста агрегированного спроса. Рисунок 10.2 представляет серьезное подтверждение важности роста денег для инфляции. На рисунке построена средняя инфляция и средний рост денежной массы за период 1980–1995 по выборке из 105 стран. Имеется четкая и сильная связь между этими двумя переменными.

## **Рост денежной массы и процентная ставка**

Поскольку рост денежной массы — это главный фактор инфляции, естественно исследовать его влияние более детально. Как мы увидим, существуют интересные связи между ростом номинальной денежной массы и динамикой инфляции, реальной и номинальной процентными ставками и реальными денежными остатками.



Мы начнем со случая абсолютно гибких цен; это, вероятно, будет хорошо описывать долгосрочную перспективу. Как мы знаем из анализа экономических колебаний, из такого предположения следует, что предложение денег не влияет на реальный выпуск или реальную ставку процента. Для простоты мы предположим, что эти величины постоянны и равны  $\bar{Y}$  и  $\bar{r}$  соответственно.

По определению, реальная ставка процента - это разность между номинальной ставкой процента и ожидаемой инфляцией. Иными словами,  $r \equiv i - \pi^e$ , или

$$i \equiv r + \pi^e, \quad (10.3)$$

Соотношение (10.3) называют *тождеством Фишера*.

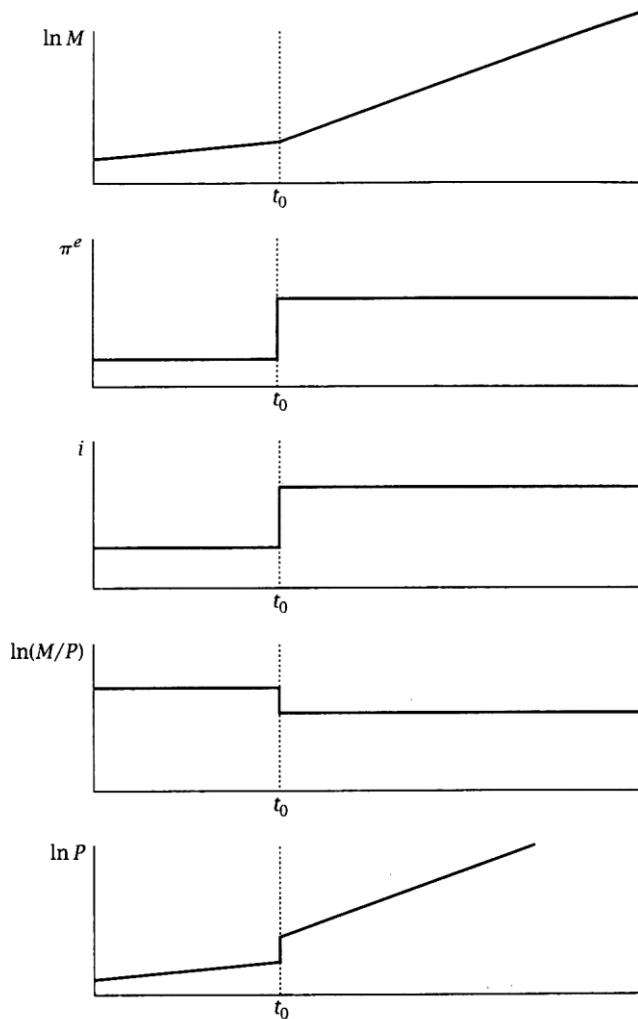
Используя (10.3) и наше предположение о том, что  $Y$  и  $r$  постоянны, мы можем переписать (10.2) как

$$P = \frac{M}{L(\bar{r} + \pi^e, \bar{Y})}. \quad (10.4)$$

Предположим, что изначально  $M$  и  $P$  растут вместе постоянным темпом (так что  $M/P$  постоянно) и  $\pi^e$  равно фактической инфляции. Теперь предположим, что в некоторый момент времени  $t_0$  происходит перманентное увеличение темпа роста денежной массы. Траектория денежной массы показана в верхней части Рисунка 10.3. После изменения, поскольку  $M$  растет с новым постоянным темпом, а  $\bar{r}$  и  $\bar{Y}$  постоянны по предположению,  $M/P$  постоянно; иными словами, соотношение (10.4) выполняется при  $P$ , растущем тем же темпом что и  $M$ , и при  $\pi^e$ , равному новому темпу роста денег.

Но что происходит в момент изменения? Поскольку уровень цен после изменения растет быстрее, чем до этого, ожидаемая инфляция резко подскакивает, и, следовательно, величина спроса на реальные денежные остатки резко падает. Поскольку  $M$  меняется

непрерывно, то в момент изменения цены  $P$  должна «прыгнуть» вверх. Все сказанное иллюстрируется на остальных диаграммах Рисунка 10.3<sup>2</sup>.



**Рисунок 10.3 Эффекты увеличения темпа роста денег.**

Из этого анализа следуют два вывода. Во-первых, изменение инфляции, порождаемое изменением темпа роста денег, также отражается и на номинальной процентной ставке. Гипотеза о том, что прирост инфляции равен приросту номинальной ставки, известна как *эффект Фишера*; она следует из тождества Фишера и предположения о том, что инфляция не влияет на реальную ставку.

Во-вторых, увеличение темпа роста *номинальной* денежной массы снижает *реальную* денежную массу. Ускорение роста денежной массы увеличивает ожидаемую инфляцию и, таким образом, повышает номинальную процентную ставку. Это увеличение альтернативной стоимости хранения денег на руках снижает объем реальных денежных остатков, предпочитаемый индивидами. Поэтому в равновесии  $P$  должно вначале расти быстрее, чем  $M$ . Иными словами, должен быть период, когда инфляция превышает темп роста денежной массы. В нашей модели это происходит в тот момент, когда ускоряется рост денежной

<sup>2</sup> Дополнительно к траектории  $P$ , описанной здесь, могут также существовать пирамидальные траектории (траектории «пузырей»), которые также удовлетворяют соотношению (10.4). Вдоль таких траекторий  $P$  растет с увеличивающимся темпом и, таким образом, заставляет  $\pi^e$  расти, а величину спроса на реальные остатки снижаться. См., например, Задачу 2.20 и Blanchard и Fisher (1989, глава 5, раздел 3).

массы. В моделях, где цены не абсолютно гибкие, или индивиды не могут изменить свои реальные денежные остатки без издержек, это происходит в течение более длительного периода.

Из сказанного следует, что снижение инфляции может сопровождаться временным периодом необычайно высокого темпа роста денег. Предположим, что политик хочет снизить инфляцию и не хочет, чтобы цены менялись скачком. Какая траектория  $M$  нужна для этого? Снижение инфляции снизит ожидаемую инфляцию, и поэтому понизит номинальную процентную ставку и увеличит величину спроса на реальные денежные остатки. Записывая условие равновесия на денежном рынке в виде  $M = PL(i, Y)$ , можно заключить, что если  $L(i, Y)$  увеличивается скачком и  $P$  «не прыгает», то  $M$  должно «прыгнуть» вверх. Конечно, для удержания инфляции на низком уровне денежная масса затем должна расти медленно, начиная с этого более высокого уровня.

Таким образом, монетарная политика, которая согласуется с перманентным снижением инфляции — это неожиданный резкий скачок денежного предложения вверх, за которым следует медленный рост. И, как показывают факты, самые яркие примеры снижения инфляции — моменты прекращения гиперинфляции — сопровождаются неожиданным повышением и без того высоких темпов роста денег, которое продолжается некоторое время после того, как цены уже стабилизировались (Sargent, 1982)<sup>3</sup>.

### Случай неполной гибкости цен

В предыдущем анализе ускорение роста денег увеличивало номинальные процентные ставки. На практике, однако, немедленный эффект денежной экспансии заключается в снижении краткосрочных номинальных процентных ставок. Этот эффект снижения номинальных процентных ставок в результате денежной экспансии называют *эффектом ликвидности*.

Стандартное объяснение эффекта ликвидности заключается в том, что денежная экспансия снижает реальные ставки. Если цены не полностью гибкие, увеличение денежной массы увеличивает выпуск, что требует снижения реальных процентных ставок. В терминах модели *IS-LM* из Главы 5 кривая *LM* сдвигается вправо вдоль кривой *IS*, имеющей отрицательный наклон. Если снижение реальной ставки достаточно велико, оно может компенсировать или даже превзойти по величине эффекта увеличения ожидаемой инфляции.<sup>4</sup>

Если цены являются абсолютно гибкими в долгосрочной перспективе, то после ускорения роста денег реальная ставка в конце концов возвращается к нормальному уровню. Таким образом, если влияние реальной ставки больше, чем влияние ожидаемой инфляции в краткосрочной перспективе, то ускорение роста денег снижает номинальную ставку в краткосрочной перспективе, но увеличивает в долгосрочной. Как отметил Friedman (1968), это, видимо, дает довольно точное описание эффектов монетарной политики на практике. Например, экспансионистская политика Федеральной Резервной Системы в конце 1960-х, вероятно, понизила номинальные ставки на несколько лет, но, спровоцировав инфляцию, повысила их в более длительном периоде.

---

<sup>3</sup> В связи с этим анализом возникает вопрос, почему ожидаемая инфляция снижается, когда предложение денег увеличивается взрывным образом. Мы вернемся к этой теме в разделе 10.8.

<sup>4</sup> См. Задачу 10.2. Кроме того, если инфляция абсолютно нечувствительна к монетарной политике на протяжении некоторого интервала времени, то инфляционные ожидания на этом интервале не увеличиваются; поэтому в таком случае краткосрочные процентные ставки должны упасть.

## 10.3. Монетарная политика и временная структура процентных ставок

Во многих случаях нас интересует не только поведение краткосрочных процентных ставок, но и поведение долгосрочных. Чтобы понять, как монетарная политика влияет на долгосрочные процентные ставки, мы должны рассмотреть взаимосвязь краткосрочных и долгосрочных процентных ставок. Связь между процентными ставками для периодов различной протяженности называют временной структурой процентных ставок, а стандартную теорию, объясняющую эту связь, называют теорией ожиданий временной структуры\*. В данном разделе описывается эта теория и рассматриваются ее применения к анализу эффектов монетарной политики.

### Теория ожиданий временной структуры

Рассмотрим задачу инвестора, решаяющего, куда инвестировать доллар в следующие  $n$  периодов; примем для простоты, что неопределенность в отношении будущих процентных ставок отсутствует. Предположим сначала, что инвестор вкладывает доллар в бескупонную облигацию со сроком обращения  $n$  периодов (то есть, облигацию, все выплаты по которой будут осуществлены через  $n$  периодов). Если облигация имеет доходность  $i_t^n$  за период, то при непрерывном начислении процентов инвестор по прошествии  $n$  периодов получит  $\exp(ni_t^n)$  долларов. Теперь рассмотрим, что произойдет, если в течение тех же  $n$  периодов инвестор вложит доллар в последовательность облигаций (каждая со сроком обращения 1 период) с годовыми доходностями  $i_t^1, i_t^2, \dots, i_{t+n-1}^1$ . В данном случае, при непрерывном начислении процентов инвестор получит в итоге  $\exp(i_t^1 + i_{t+1}^1 + \dots + i_{t+n-1}^1)$  долларов.

Для равновесия необходимо, чтобы инвестор был согласен держать как однопериодные облигации, так и  $n$ -периодную облигацию. Значит, доходность, получаемая инвестором, должна быть одной и той же для обеих стратегий. Для этого необходимо, чтобы

$$i_t^n = \frac{i_t^1 + i_{t+1}^1 + \dots + i_{t+n-1}^1}{n}. \quad (10.5)$$

Иными словами, процентная ставка по долгосрочной облигации должна быть равна среднему арифметическому процентных ставок по краткосрочным облигациям, которые обращаются в период обращения долгосрочной облигации.

В данном примере, где отсутствует неопределенность, только рациональность является причиной, по которой временная структура определяется траекторией движения краткосрочных процентных ставок. В условиях неопределенности при разумных предположениях ожидания в отношении будущих краткосрочных процентных ставок продолжают играть важную роль в формировании временной структуры. Стандартной формулой является

$$i_t^n = \frac{i_t^1 + E_t i_{t+1}^1 + \dots + E_t i_{t+n-1}^1}{n} + \theta_{nt}, \quad (10.6)$$

где  $E_t$  обозначает математическое ожидание в период  $t$ . В условиях неопределенности стратегии покупки одной  $n$ -периодной облигации и ряда однопериодных облигаций, как правило, обладают разной степенью риска. Поэтому рациональность уже не означает, что ожидаемые доходности каждой стратегии должны быть равны. Эта идея отражена в (10.6)

---

\* В оригинале «the expectations theory of the term structure». К сожалению, мы не нашли адекватного перевода этого термина (прим. науч. ред.).

включением  $\theta$ , премии за ликвидность (term premium) при владении долгосрочной облигацией.

В основе теории ожиданий временной структуры лежит гипотеза, состоящая в том, что изменения во временной структуре обусловлены изменениями ожиданий относительно будущих процентных ставок (в большей степени, чем изменениями премии за ликвидность). Как правило, хотя не всегда, предполагается, что ожидания рациональны<sup>5</sup>.

Как указывалось в конце раздела 10.2, даже если цены не являются полностью гибкими, перманентное увеличение темпа роста денежной массы, очевидно, приведет к перманентному приросту номинальных краткосрочных процентных ставок. Таким образом, даже если краткосрочные ставки снижаются в течение определенного периода времени, из (10.5) следует, что процентные ставки для достаточно длинных периодов времени (то есть, для достаточно больших  $n$ ) немедленно возрастут. Таким образом, из нашего анализа вытекает, что монетарная экспансия, скорее всего, снизит краткосрочные ставки, но повысит долгосрочные.

### **Практическое применение: реакция временной структуры на изменения целевого уровня ставки по федеральным фондам Федеральной резервной системы**

В течение многих периодов Федеральная резервная система устанавливала целевой уровень одной из процентных ставок, а именно, ставки по федеральным фондам (the Federal funds rate), и проводила монетарную политику посредством последовательных изменений этой целевой ставки. Ставка по федеральным фондам – это процентная ставка, по которой банки берут друг у друга однодневные займы на пополнение резервов, таким образом, это ставка на очень короткий срок. Так как изменения в целевой ставке Федеральной резервной системы происходят скачками, то, как правило, ясно, каков уровень целевой ставки и когда он меняется. Кук и Хан (Cook, Hahn, 1989) используют этот факт, чтобы исследовать влияние монетарной политики на процентные ставки по облигациям с различными сроками обращения. Они сосредоточились на периоде 1974-1979; это был один из периодов, когда Федеральная резервная система устанавливала целевое значение ставки по федеральным фондам.

Кук и Хан начали со сбора информации об изменениях целевой ставки ФРС на протяжении этого периода. Они изучили как отчеты Федерального Резервного Банка Нью-Йорка (который осуществлял изменения), так и сообщения об изменениях целевой ставки в Wall Street Journal. Они обнаружили, что сообщения в журнале почти всегда верны; таким образом, есть основания рассматривать изменения целевой ставки, приведенные в сообщениях Wall Street Journal, как общедоступную информацию.

Как пишут Кук и Хан, фактическая ставка по федеральным фондам изменяется синхронно с целевой ставкой ФРС. Более того, в высшей степени неправдоподобно, что ФРС изменяет целевую ставку, реагируя на факторы, которые могли бы повлиять на ставку по федеральным фондам при отсутствии изменений в проводимой политике. Например, маловероятно, что в отсутствии каких-либо действий со стороны ФРС ставка по федеральным фондам будет изменяться скачкообразно. Кроме того, часто наблюдается лаг в несколько дней между решением ФРС изменить целевую ставку и фактическим изменением; таким образом, для доказательства того, что ФРС реагирует на факторы, которые изменили бы ставку по федеральным фондам в любом случае, необходимо доказать, что ФРС заранее знает об этих факторах.

---

<sup>5</sup> См. у Шиллера (1990) обзор исследований временной структуры.

Таким образом, тесная взаимосвязь между фактической ставкой по федеральным фондам и целевой ставкой ФРС дает сильные основания для утверждения, что монетарная политика влияет на краткосрочные процентные ставки. Как пишут Кук и Хан, в предшествующих исследованиях этой проблемы, в основном, строились регрессии изменений процентных ставок за период длительностью один месяц или один квартал на изменения предложения денег за те же периоды; регрессии не дали четких оснований утверждать, что ФРС способно влиять на процентные ставки. Причина этого, по-видимому, заключается в том, что построение регрессий осложняется вследствие тех же самых проблем, что и при построении регрессий выпуска на денежную массу, обсуждавшихся в разделе 5.5: предложение денег определяется не только политикой ФРС, ФРС корректирует политику по мере поступления информации об экономике, и так далее.

Кук и Хан исследуют влияние изменений в целевой ставке ФРС на долгосрочные процентные ставки. В частности, они оценивают регрессии вида

$$\Delta R_t^i = b_1^i + b_2^i \Delta FF_t + u_t^i, \quad (10.7)$$

где  $\Delta R_t^i$  это изменение номинальной процентной ставки по облигации со сроком обращения  $i$  в день  $t$ , и  $\Delta FF_t$  это изменение целевой ставки по федеральным фондам в этот день.

Кук и Хан обнаружили, что, вопреки предсказаниям на основе анализа в первой части данного раздела, увеличение целевой ставки по федеральным фондам увеличивает процентные ставки на всех временных горизонтах. Увеличение целевой ставки на 100 базовых пунктов (то есть, на 1 процентный пункт) приводит к увеличению 3-месячной процентной ставки на 55 базовых пунктов (со стандартной ошибкой 6,8 базовых пункта), однолетней ставки на 50 базовых пунктов (5,2), пятилетней ставки на 21 базовый пункт (3,2), и двадцатилетней ставки на 10 базовых пунктов (1,8).

Идея о том, что ограничительная монетарная политика должна немедленно снизить долгосрочные номинальные процентные ставки, согласуется с интуицией: ограничительная политика может привести только к краткосрочному повышению реальных процентных ставок и, скорее всего, снизит инфляцию в долгосрочной перспективе. Однако, как показывают результаты Кука и Хана, факты находятся в противоречии с этим предположением.

Одно из возможных объяснений данной аномалии заключается в том, что ФРС часто изменяет политику на основе информации, касающейся будущей инфляции, которая имеется у нее, но отсутствует у других участников рынка. В результате, когда участники рынка наблюдают сдвиг к более жесткой монетарной политике, они не считают, что позиция ФРС в отношении инфляции стала жестче по сравнению с тем, что они ранее предполагали. Вместо этого, они делают вывод, что появилась негативная информация об инфляции, которой у них ранее не было.

К. Ромер и Д. Ромер (C.Romer и D.Romer, 2000) проверили это объяснение, изучив прогнозы инфляции, сделанные коммерческими компаниями и ФРС. Так как прогнозы ФРС становятся общедоступными только по прошествии 5 лет, эти прогнозы представляют собой потенциальный источник информации, которая была известна ФРС и неизвестна другим участникам рынка. К. Ромер и Д. Ромер задаются вопросом, смогли бы индивиды, располагающие коммерческими прогнозами, улучшить свои прогнозы, получив также доступ к прогнозам ФРС. В частности, они оценили регрессию вида

$$\pi_t = a + b_C \hat{\pi}_t^C + b_F \hat{\pi}_t^F + e_t, \quad (10.8)$$

где  $\pi_t$  это фактическая инфляция,  $\hat{\pi}_t^C$  и  $\hat{\pi}_t^F$  это коммерческий прогноз и прогноз ФРС величины  $\pi_t$ . Интерес исследователей был в основном сосредоточен на  $b_F$ , коэффициенте при прогнозе ФРС.

Для большинства спецификаций оценки  $b_F$  близки к 1 и в подавляющем большинстве случаев статистически значимы. Кроме того, оценки  $b_C$ , как правило, близки к нулю и существенно незначимы. Эти результаты говорят о том, что ФРС имеет полезную информацию об инфляции; действительно, они означают, что оптимальная стратегия прогнозирования для того, кто имеет доступ, как к коммерческим прогнозам, так и к прогнозам ФРС, - отбросить коммерческие прогнозы и использовать только прогнозы ФРС.

Для того, чтобы дополнительной информацией, которой обладает ФРС, можно было объяснить увеличение долгосрочных процентных ставок в ответ на меры проводимой ограничительной политики, необходимо, чтобы в этих мерах проявлялась часть информации, доступной только ФРС. Поэтому К. Ромер и Д. Ромер рассматривают задачу, стоящую перед участником рынка, который пытается узнать прогноз ФРС. Для этого они оценивают регрессию вида

$$\hat{\pi}_t^F = \alpha + \beta P_t + \gamma \hat{\pi}_t^C + \varepsilon_t, \quad (10.9)$$

где  $P$  это изменение целевой ставки по федеральным фондам. В основном, оценка  $\beta$  находится в районе 0,25: увеличение целевой ставки по федеральным фондам на 1 процентный пункт означает, что прогноз инфляции ФРС на четверть процентного пункта выше, чем можно ожидать на основе коммерческих прогнозов. В свете выводов о ценности прогнозов ФРС для предсказания инфляции это означает, что увеличение целевой ставки должно привести к увеличению инфляции, ожидаемой участниками рынка, примерно на эту величину; этого более чем достаточно для объяснения фактов, обнаруженных Куком и Ханом. К сожалению, оценки  $\beta$  являются не очень точными: как правило, доверительный интервал шириной в две стандартные ошибки имеет левую границу меньше 0 и правую границу, превышающую 0.5. Таким образом, хотя результаты К. Ромер и Д. Ромера согласуются с объяснением влияния политики на долгосрочные процентные ставки, основанным на выявлении информации, эти результаты не являются решающим доводом в пользу этого объяснения.

## **10.4. Динамическая несостоятельность низкоинфляционной монетарной политики**

В нашем анализе до сих пор утверждалось, что увеличение денежной массы является ключевым фактором инфляции. Следовательно, чтобы понять, что является причиной высокой инфляции, нам необходимо понять, чем вызван высокий темп роста денежной массы. Для подавляющего большинства промышленно развитых стран, где доход правительства от увеличения денежной массы не имеет большого значения, наиболее вероятной причиной роста денежной массы является существование осознанного выбора между инфляцией и безработицей. Если политики считают, что изменения совокупного спроса влияют на реальный выпуск, то они могут увеличить предложение денег, чтобы попытаться поднять выпуск выше его естественного уровня. Или, если они сталкиваются с уровнем инфляции, который кажется им слишком высоким, они могут быть не готовы вызвать рецессию, чтобы уменьшить инфляцию.

Любая теория, пытающаяся объяснить, как проблема выбора между инфляцией и безработицей может привести к инфляции, должна учитывать тот факт, что такого выбора не существует в долгосрочной перспективе. Так как средний уровень инфляции не оказывает никакого влияния на среднюю величину выпуска, может показаться, что наличие краткосрочного выбора между инфляцией и безработицей несущественно при определении среднего уровня инфляции. Например, рассмотрим два варианта проведения монетарной политики, которые отличаются только тем, что во всех случаях темп роста денежной массы для первого варианта политики меньше на постоянную величину по сравнению со вторым

вариантом. Если разница темпов роста денежной массы общеизвестна, нет никакой причины, по которой выпуск будет вести себя различно при низкоинфляционной и высоконинфляционной политиках.

Однако в знаменитой работе Kydland, Prescott (1977) показано, что неспособность политиков придерживаться подобной низкоинфляционной политики может привести к завышенному уровню инфляции, несмотря на отсутствие выбора между инфляцией и безработицей в долгосрочной перспективе (см. также Barro, Gordon, 1983a). Основная идея Кидлэнда и Прескотта состоит в том, что если ожидаемая инфляция находится на низком уровне, так что предельные издержки дополнительного увеличения инфляции низки, политики будут проводить экспанссионистскую политику, чтобы на время увеличить выпуск сверх естественного уровня. Но знание обществом того, что у политиков есть подобный стимул, означает, что в действительности оно не будет ожидать низкий уровень инфляции. Окончательный результат состоит в том, что возможность для политиков выбирать политику по собственному усмотрению приводит к инфляции без какого-либо увеличения выпуска. В данном разделе представлена простая модель, в которой формализуется данная идея.

## Предположения

Кидлэнд и Прескотт рассматривают экономику, в которой шоки совокупного спроса оказывают воздействие на реальные переменные, и ожидания в отношении инфляции влияют на совокупное предложение. Мы можем учесть оба этих эффекта, предположив, что совокупное предложение задано функцией предложения Лукаса (см. уравнения [5.38] и [6.21]):

$$y = \bar{y} + b(\pi - \pi^e), \quad b > 0, \quad (10.10)$$

где  $y$  - это натуральный логарифм выпуска, и  $\bar{y}$  - это логарифм выпуска при гибких ценах<sup>6</sup>.

Кидлэнд и Прескотт предполагают, что выпуск при гибких ценах меньше выпуска, оптимального с общественной точки зрения. Это может быть связано с положительными предельными налоговыми ставками (так что индивиды не могут воспользоваться в полной мере выгодами от дополнительного предложения труда) или с несовершенной конкуренцией (так что фирмы не могут воспользоваться в полной мере выгодами от увеличения выпуска). Кроме того, они предполагают, что инфляция, превышающая определенный уровень, приводит к издержкам, и предельные издержки инфляции увеличиваются с ростом инфляции. Простой способ учесть эти предположения состоит в том, чтобы сделать функцию общественного благосостояния квадратичной как по выпуску, так и по инфляции. Таким образом, политик минимизирует\*

$$L = \frac{1}{2}(y - y^*)^2 + \frac{1}{2}a(\pi - \pi^*)^2, \quad y^* > \bar{y}, \quad a > 0. \quad (10.11)$$

Параметр  $a$  отражает относительную значимость выпуска и инфляции для общественного благосостояния<sup>7</sup>.

<sup>6</sup> Предположение о том, что только неожиданная инфляция имеет значение, не является необходимым. Например, модель, построенная в соответствии с уравнением (5.39) из раздела 5.4, где главная составляющая инфляции задается как взвешенное среднее прошлой инфляции и ожидаемой инфляции, приводит к точно таким же выводам.

\* В (10.11) значения  $y^*$ ,  $\pi^*$  соответствуют общественному оптимуму (прим. науч. ред.).

<sup>7</sup> Уравнение (10.11) отражает не только предпочтения политика, но также предпочтения репрезентативного индивида. Причина, по которой децентрализованное равновесие с гибкими ценами не позволяет достичь наилучшего уровня выпуска, заключается в том, что (из-за налогов или несовершенной конкуренции) существуют положительные внешние эффекты от более высокого выпуска. Иными словами, пренебрегая на время инфляцией, мы можем рассматривать благосостояние репрезентативного индивида как зависящее от его

В итоге, политик контролирует рост денежной массы, который определяет поведение совокупного спроса. Так как неопределенность отсутствует, мы можем считать, что политик непосредственно выбирает уровень инфляции при ограничении, что инфляция и выпуск связаны соотношением (10.10), задающим кривую совокупного предложения.

## Анализ модели

Чтобы понять следствия из данной модели, рассмотрим два способа, которыми могут определяться монетарная политика и ожидаемая инфляция. При первом способе политик дает сковывающее обязательство\* в отношении будущей инфляции до того, как будет определена ожидаемая инфляция. Так как обязательство сковывающее, ожидаемая инфляция равна фактической инфляции, и, следовательно (см. [10.10]), выпуск находится на естественном уровне. Таким образом, задача политика состоит в том, чтобы выбрать уровень  $\pi$ , минимизирующий  $(\bar{y} - y^*)^2 / 2 + a(\pi - \pi^*)^2 / 2$ . Тогда решением является просто  $\pi = \pi^*$ .

Во втором случае политик выбирает уровень инфляции, считая инфляционные ожидания заданными. Это может произойти, либо если ожидаемая инфляция определяется до выбора будущего темпа роста денежной массы, либо если  $\pi$  и  $\pi^e$  определяются одновременно. После подстановки (10.10) в (10.11) получаем, что задачей политика является

$$\min_{\pi} \frac{1}{2} [\bar{y} + b(\pi - \pi^e) - y^*]^2 + \frac{1}{2} a(\pi - \pi^*)^2. \quad (10.12)$$

Условием первого порядка будет

$$[\bar{y} + b(\pi - \pi^e) - y^*]b + a(\pi - \pi^*) = 0. \quad (10.13)$$

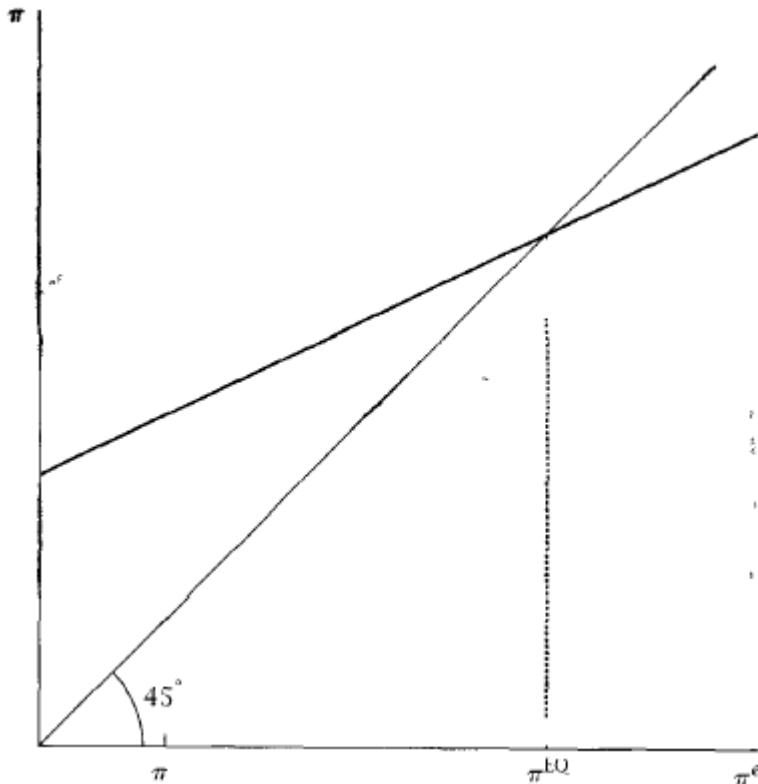
Решение (10.13) относительно  $\pi$  дает

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{b^2 \pi^e + a \pi^* + b(y^* - \bar{y})}{a + b^2} \\ &= \pi^* + \frac{b}{a + b^2} (y^* - \bar{y}) + \frac{b^2}{a + b^2} (\pi^e - \pi^*). \end{aligned} \quad (10.14)$$

График 10.4 изображает выбор политиком  $\pi$  как функции от  $\pi^e$ . Связь этих переменных положительна, а соответствующая кривая имеет наклон меньше 1. График и уравнение (10.14) демонстрируют стимул для политика выбирать экспансионистскую политику. Если общество ожидает, что политик выберет оптимальный уровень инфляции,  $\pi^*$ , то предельные издержки от небольшого увеличения инфляции равны нулю, а предельная выгода от итогового увеличения выпуска положительна. Таким образом, в этой ситуации политик выбирает уровень инфляции, больший чем  $\pi^*$ .

собственного выпуска (или предложения труда)  $y_i$  и среднего выпуска во всей экономике  $y$ :  $U_i = V(y_i, y)$ . Предположение, лежащее в основе (10.11) состоит в том, что  $\bar{y}$ -это выпуск, равновесный по Нэшу (так что  $V_1(\bar{y}, \bar{y}) = 0$  и  $V_{11}(\bar{y}, \bar{y}) < 0$ , где нижний индекс обозначает частные производные), но он меньше, чем общественно оптимальный уровень (так что  $V_2(\bar{y}, \bar{y}) > 0$ ).

\* Сковывающее обязательство (binding commitment) – такое, которое политику не выгодно нарушать в будущем; зная об этом, агенты верят, что оно не будет нарушено (примеч. научного ред.).



**Рисунок 10.4      Определение инфляции в отсутствие обязательств**

Так как неопределенность отсутствует, для равновесия необходимо, чтобы ожидаемая инфляция была равна фактической. Как показывает график 10.4, существует единственный уровень инфляции, при котором это условие выполняется. Если мы положим  $\pi = \pi^e$  в (10.14) и затем найдем решение для данной инфляции, мы получим

$$\begin{aligned} \pi^e &= \pi^* + \frac{b}{a}(y^* - \bar{y}) \\ &\equiv \pi^{EQ}. \end{aligned} \quad (10.15)$$

Если ожидаемая инфляция превышает этот уровень, тогда фактическая инфляция меньше ожидаемой, и экономика не находится в равновесии. Аналогично, если  $\pi^e$  меньше, чем  $\pi^{EQ}$ , то  $\pi$  превышает  $\pi^e$ .

Таким образом, единственным равновесием является ситуация, когда  $\pi$  и  $\pi^e$  равны  $\pi^{EQ}$ , а  $y$  равен  $\bar{y}$ . Интуитивно понятно, что ожидаемая инфляция увеличивается вплоть до точки, где политик, считая  $\pi^e$  заданным, выбирает  $\pi$  равным  $\pi^e$ . Короче говоря, единственное, к чему приводят действия политика, - увеличение инфляции без какого-либо влияния на выпуск<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> Ни один из этих результатов не зависит от вида используемых функций. При любой функциональной форме равновесие достигается, когда ожидаемая и фактическая инфляция увеличиваются до точки, где предельные издержки инфляции в точности уравновешиваются предельной выгодой от более высокого выпуска. Таким образом, выпуск находится на естественном уровне, а инфляция превышает оптимальный уровень. В случае, когда политик может давать сковывающее обязательство, равновесие по-прежнему достигается в точке, где инфляция равна оптимальному уровню, а выпуск находится на естественном уровне.

## Обсуждение

Итак, возможность выбирать уровень фактической инфляции после того, как определен уровень ожидаемой инфляции, приводит к ухудшению для тех, кто осуществляют выбор. Причина заключается в том, что политика объявления инфляции на уровне  $\pi^*$  и установления этого уровня после определения ожидаемой инфляции является динамически несостоятельной (то есть, не является совершенным по подыграм равновесием). Если политик объявляет, что инфляции будет равна  $\pi^*$ , и в соответствии с этим общество формирует свои ожидания, он откажется от проведения обещанной политики, как только сформируются ожидания. Так как общество осознает, что политик будет поступать именно так, оно будет ожидать инфляцию на уровне, большем чем  $\pi^*$ ; эта ожидаемая инфляция ухудшает набор альтернатив, находящихся в распоряжении политика.

Источником проблемы является понимание обществом свободы действий, которой располагает политик, а не сама эта свобода. Действительно, рассмотрим что произойдет, если общество полагает, что политик связан обязательствами, хотя на самом деле он имеет свободу действий.

В этом случае, политик может объявить, что инфляция будет равна  $\pi^*$ , и, следовательно, ожидаемая инфляция также установится на уровне  $\pi^*$ . Но затем политик может установить инфляцию согласно (10.14). Так как (10.14) является решением задачи минимизации функции социальных потерь при заданном уровне ожидаемой инфляции, подобное неисполнение обещания увеличивает общественное благосостояние<sup>9</sup>.

Динамическая несостоятельность возникает во многих других ситуациях. Политики, определяющие налог на капитал, могут захотеть поощрить накопление капитала, устанавливая низкие налоговые ставки. Однако как только капитал накоплен, введение налога не приводит к искажениям; таким образом, оптимальным для политика будет введение высоких ставок налога на капитал. В результате, низкие налоговые ставки являются динамически несостоятельными<sup>10</sup>. Приведем другой пример. Политики, которые хотят, чтобы индивиды соблюдали закон, могут захотеть пообещать, что нарушители будут жестоко наказаны. Однако, как только индивиды решили, будут они соблюдать закон или нет, наказание нарушителей не приносит выгоды. Таким образом, оптимальная политика опять является динамически несостоятельной.

## 10.5. Решение проблемы динамической несостоятельности

Анализ Кидлэнда и Прескотта показывает, что если политик действует по собственному усмотрению, монетарная политика может привести к неэффективно высокой инфляции. Вполне естественно возникает вопрос: что можно сделать, чтобы избежать или, по крайней мере, уменьшить вероятность такого исхода.

Конечно, один из подходов состоит в том, чтобы проводить монетарную политику, руководствуясь правилами, а не предоставлять политику свободу действий. Однако важно

<sup>9</sup> Фактически, политик может сделать еще лучше, если объявит инфляцию на уровне  $\pi^* - (y^* - \bar{y})/b$ , а затем установит  $\pi = \pi^*$ ; это дает  $y = y^*$  и  $\pi = \pi^*$ .

<sup>10</sup> Из этого замечания следует, что низкоинфляционная политика может быть динамически несостоятельной не из-за выбора между инфляцией и безработицей, а из-за государственного долга. Так как государственный долг выражается в номинальных величинах, неожиданная инфляция является паушальным налогом на держателей долга. В результате, даже если монетарные шоки не оказывают влияния на реальные переменные, политика поддержания инфляции на уровне  $\pi = \pi^*$  не будет являться динамически состоятельной, пока государственный долг учитывается в номинальном выражении (Calvo, 1978b).

подчеркнуть, что правила должны быть сковывающими. Предположим, что политик только что объявил, что он собирается осуществлять монетарную политику в соответствии с некоторой процедурой, такой как искусственное поддержание валютного курса на определенном уровне или увеличение денежной массы с постоянным темпом роста. Если общество верит этому заявлению и, следовательно, ожидает низкую инфляцию, политик может увеличить общественное благосостояние, отклонившись от объявленной политики и выбрав более высокий темп роста денежной массы. Следовательно, общество не будет верить заявлениям политика. Только отказ денежных властей от возможности свободно определять предложение денег может решить проблему.

Однако при использовании сковывающих правил для преодоления динамической несостоятельности возникают две проблемы. Одна является нормативной, а другая позитивной. Нормативная проблема состоит в том, что при составлении правил невозможно учесть совершенно неожиданные обстоятельства. Не возникает трудностей при разработке правила, согласно которому рост денежной массы реагирует на предсказуемые экономические изменения (такие, как изменения уровня безработицы или изменения индексов важнейших экономических индикаторов). Но иногда происходят события, которых никто не мог ожидать. Например, в 1980-е в США произошел крупный обвал рынка акций, который привел к жестокому кризису ликвидности (нехватки капитала, которая могла сильно повлиять на предоставления банками займов) и коллапсу взаимосвязей между экономической активностью и многими традиционными показателями денежной массы. Почти невозможно сделать так, чтобы сковывающее правило учитывало все подобные варианты развития событий.

Позитивная проблема при использовании сковывающих правил в качестве решения проблемы динамической несостоятельности состоит в том, что мы наблюдаем низкие темпы инфляции во многих случаях (например, в США в 1950 и в последние годы или Германии на протяжении почти всего послевоенного периода), когда политика не проводится в соответствии с фиксированными правилами. Таким образом, должны существовать другие способы решения проблемы динамической несостоятельности, не использующие сковывающие обязательства как инструмент политики.

По описанным выше причинам наблюдается значительный интерес к другим способам борьбы с динамической несостоятельностью. Два подхода, которые привлекают наибольшее внимание, - репутация и делегирование<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup> Две другие возможности – равновесия с наказанием и стимулирующие контракты. Равновесия с наказанием (которые часто описываются как модели репутации, но отличаются существенно от моделей, рассмотренных ниже) возникают в моделях с бесконечным времененным горизонтом. В этих моделях, как правило, существует несколько равновесий, включая те, где уровень инфляции ниже, чем в однопериодной модели с политиком, действующим по своему усмотрению (то есть, где инфляция ниже  $\pi^{EQ}$ ). Низкая инфляция поддерживается уверенностью, что если политик выберет высокую инфляцию, общество накажет его, ожидая высокую инфляцию во все последующие периоды; наказания устроены таким образом, что ожидания высокой инфляции фактически будут рациональными, если такая ситуация когда либо возникнет. См., например, Barro и Gordon (1983b); Rogoff (1987); и задачи 10.8-10.10. Стимулирующие контракты – это соглашения, согласно которым Центральный банк штрафуется за инфляцию (штраф может быть денежным, либо состоять в потере престижа). В простых моделях подходящий выбор штрафов приводит к оптимальной политике (Persson и Tabellini, 1983; Walsh, 1995). Однако практическая значимость данных контрактов до конца не ясна.

## Модель репутации

Репутация может использоваться для решения проблемы динамической несостоительности, если политики занимают свою должность более одного периода и общество не имеет о них точной информации. Например, общество может не знать предпочтений политиков в отношении инфляции и выпуска или их мнение по поводу выбора между инфляцией и безработицей, а также являются ли их заявления о будущей политике сковывающими. В таких ситуациях поведение политиков дает информацию об их характеристиках, и, следовательно, влияет на ожидания общества относительно инфляции в последующие периоды. Так как политики имеют более благоприятный набор альтернатив при выборе между инфляцией и безработицей, когда инфляция ниже, это дает им стимул следовать низкоинфляционной политике.

Чтобы получить этот вывод формально, рассмотрим следующую модель, которая основывается на работах Backus и Driffill (1985) и Barro (1986). Политики занимают свою должность два периода, и взаимосвязь инфляции и безработицы задана выражением (10.10) в каждом периоде; то есть,  $y_t = \bar{y} + b(\pi_t - \pi_t^e)$ . Чтобы упростить алгебраические преобразования, предположим, что общественное благосостояние задается не квадратичной, а линейной по выпуску функцией, и что  $\pi^*$  равно 0. Тогда общественное благосостояние в период  $t$  задается выражением

$$w_t = y_t - \bar{y} - \frac{1}{2}a\pi_t^2 = b(\pi_t - \pi_t^e) - \frac{1}{2}a\pi_t^2. \quad (10.16)$$

Существуют два возможных типа политиков; общество не знает заранее, с каким типом оно имеет дело. Политик типа 1, который появляется с вероятностью  $p$ , разделяет предпочтения общества в отношении выпуска и инфляции. Поэтому он максимизирует

$$W = w_1 + \beta w_2, \quad 0 < \beta \leq 1, \quad (10.17)$$

где  $\beta$  отражает значимость второго периода для общественного благосостояния. Политик типа 2, который появляется с вероятностью  $1 - p$ , заботится только об инфляции и поэтому устанавливает инфляцию равной нулю в обоих периодах<sup>12</sup>.

## Анализ модели

Так как политик типа 2 всегда устанавливает инфляцию на нулевом уровне, мы сосредоточимся на поведении политика типа 1. Во втором периоде, он считает  $\pi_2^e$  заданной величиной и, следовательно, выбирает  $\pi_2$  так, чтобы максимизировать  $b(\pi_2 - \pi_2^e) - a\pi_2^2 / 2$ . Решением является  $\pi_2 = b/a$ .

Задача политика в первом периоде гораздо сложнее, так как его выбор уровня инфляции влияет на ожидаемую инфляцию во втором периоде. Если политик выберет любую величину  $\pi_1$  большую нуля, общество поймет, что оно столкнулось с политиком типа 1, и поэтому будет ожидать инфляцию на уровне  $b/a$  во втором периоде. При условии, что  $\pi_1$  не равно 0, выбор  $\pi_1$  не влияет на  $\pi_2^e$ . Таким образом, если политик выбирает ненулевой уровень инфляции в первом периоде, он выбирает его так, чтобы

---

<sup>12</sup> Ключевое предположение состоит в том, что оба типа имеют различные предпочтения, а не в том, что один из типов всегда выбирает нулевую инфляцию.

максимизировать  $b(\pi_1 - \pi_1^e) - a\pi_1^2 / 2$ , и поэтому устанавливает  $\pi_1 = b/a$ . Тогда  $\pi_2^e$  и  $\pi_2$  равны  $b/a$ , и  $y_2$  равно  $\bar{y}$ . Величина целевой функции для двух периодов в этом случае

$$\begin{aligned} W_{INF} &= [b\left(\frac{b}{a} - \pi_1^e\right) - \frac{1}{2}a\left(\frac{b}{a}\right)^2] - \beta \frac{1}{2}a\left\{\frac{b}{a}\right\}^2 \\ &= \frac{b^2}{a} \frac{1}{2}(1-\beta) - b\pi_1^e. \end{aligned} \quad (10.18)$$

Другая возможность для политика типа 1 состоит в установлении  $\pi_1$  на нулевом уровне. Оказывается, что в равновесии политик может чередовать в случайном порядке  $\pi_1 = b/a$  и  $\pi_1 = 0$ . Пусть  $q$  обозначает вероятность того, что политик типа 1 выбирает  $\pi_1 = 0$ . Теперь рассмотрим, какие выводы может сделать общество, если оно наблюдает нулевую инфляцию. Оно понимает, что это означает одно из двух: либо политик принадлежит типу 2 (что происходит с вероятностью  $1-p$ ), либо он принадлежит типу 1, но выбирает нулевую инфляцию (что происходит с вероятностью  $pq$ ). Таким образом, в соответствии с правилом Байеса, оценка обществом вероятности того, что политик принадлежит типу 1, равна  $qp / [(1-p) + qp]$ . Поэтому ожидаемая величина  $\pi_2$  составляет  $\{qp / [(1-p) + qp]\}(b/a)$ , что меньше чем  $b/a$ .

Из приведенного анализа следует, что величина целевой функции, когда политик выбирает  $\pi_1 = 0$ , составляет

$$\begin{aligned} W_0(q) &= b(-\pi_1^e) + \beta\left\{b\left[\frac{b}{a} - \frac{qp}{(1-p)+qp}\frac{b}{a}\right] - \frac{1}{2}a\left(\frac{b}{a}\right)^2\right\} \\ &= \frac{b^2}{a} \beta\left[\frac{1}{2} - \frac{qp}{(1-p)+qp}\right] - b\pi_1^e. \end{aligned} \quad (10.19)$$

Заметьте, что  $W_0(q)$  уменьшается по  $q$  (вероятности, что политик типа 1 выберет нулевую инфляцию в первом периоде). Действительно, чем больше  $q$ , тем больше величина  $\pi_2^e$ , если  $\pi_1 = 0$ , и, следовательно, тем меньше значение целевой функция политика при выборе  $\pi_1 = 0$ .

Равновесие в модели может принимать три различные формы. Первый вариант реализуется, когда  $W_0(0)$  меньше, чем  $W_{INF}$ . В этом случае, даже если политик типа 1 может убедить общество, что он является политиком типа 2, установив  $\pi_1 = 0$ , он не захочет делать этого. В этом случае политик типа 1 всегда выбирает  $\pi_1 = b/a$ . Из уравнений (10.18) и (10.19) следует, что  $W_0(0)$  меньше, чем  $W_{INF}$ , когда

$$\frac{b^2}{a} \beta \frac{1}{2} - b\pi_1^e < \frac{b^2}{a} \frac{1}{2}(1-\beta) - b\pi_1^e, \quad (10.20)$$

или просто

$$\beta < \frac{1}{2}. \quad (10.21)$$

Таким образом, если вес второго периода весьма незначителен, неопределенность общества в отношении типа политика не имеет никаких последствий.

Второй вариант реализуется, когда  $W_0(1)$  больше, чем  $W_{INF}$ . В этой ситуации, политик типа 1 всегда выбирает  $\pi_1 = 0$ : даже если общество, наблюдая  $\pi_1 = 0$ , не сумеет установить тип политика, высокие издержки раскрытия информации о своем типе вынуждают политика отказаться от выбора положительной инфляции. Из уравнений (10.18) и (10.19) следует, что  $W_0(1)$  больше, чем  $W_{INF}$ , когда

$$\frac{b^2}{a} \beta \left( \frac{1}{2} - p \right) - b\pi_1^e > \frac{b^2}{a} \frac{1}{2} (1 - \beta) - b\pi_1^e. \quad (10.22)$$

Это условие упрощается до

$$\beta > \frac{1}{2} \frac{1}{1-p}. \quad (10.23)$$

Третий вариант возникает, когда  $W_0(0) > W_{INF} > W_0(1)$ ; предыдущий анализ показывает, что это происходит, когда  $\frac{1}{2} < \beta < \frac{1}{2}[1/(1-p)]$ . В этом случае, политики типа 1 выберут нулевую инфляцию в первом периоде, если общество считает, что они выберут положительную величину инфляции, и выберут положительную величину инфляции, если общество считает, что они выберут нулевой уровень инфляции. В результате, экономика может находиться в равновесии, только если политики типа 1 иногда выбирают положительную инфляцию, а иногда нулевую. В частности,  $q$  должно установиться на уровне, при котором политики типа 1 безразличны между  $\pi_1 = 0$  и  $\pi_1 = b/a$ . Приравнивая (10.18) к (10.19) и решая полученное уравнение, находим

$$q = \frac{1-p}{p} (2\beta - 1), \quad \text{если } \frac{1}{2} < \beta < \frac{1}{2} \frac{1}{1-p}. \quad (10.24)$$

## Обсуждение

Хотя эта модель сильно упрощает реальность, основная идея проста. Общество не знает, какой политике будет следовать правительство в будущие периоды. При правдоподобных предположениях, чем ниже инфляция, наблюдаемая сегодня, тем ниже ожидаемая в будущем инфляция. Это дает политикам стимул поддерживать инфляцию на низком уровне. Из-за простоты главной идеи, основной результат, заключающийся в том, что неопределенность в отношении характеристик политиков снижает инфляцию, весьма устойчив (см., например, Vickers, 1986; Cukierman и Meltzer, 1986; Rogoff, 1987; и задачу 10.11).

Из проведенного анализа следует, что влияние заботы о репутации на инфляцию тем больше, чем больший вес придают политики будущим периодам. В частности,  $q$  - вероятность, что политик типа 1 выберет  $\pi_1 = 0$ -увеличивается по  $\beta$  для  $\frac{1}{2} < \beta < \frac{1}{2}[1/(1-p)]$ , и не зависит от  $\beta$  на других интервалах. Аналогично, можно показать, что влияние заботы о репутации значительнее, когда существует большее количество периодов.

Из модели также следует, что влияние на инфляцию сильнее, когда существует большая неопределенность в отношении характеристик политиков. Чтобы понять это, рассмотрим, для упрощения, случай  $\beta = 1$ . Если общество может пронаблюдать тип политика, политик типа 1 всегда будет устанавливать  $\pi_1 = b/a$ , и политик типа 2 всегда будет устанавливать  $\pi_1 = 0$ . Однако, при несовершенной информации, политик типа 1 устанавливает  $\pi_1 = 0$  с вероятностью  $q$ . Таким образом, неопределенность уменьшает среднюю инфляцию в периоде 1 на  $pq(b/a)$ . При  $\beta = 1$ , из (10.23) следует, что  $q = 1$ , когда  $p < \frac{1}{2}$ ; тогда, для этих значений  $p$  уменьшение средней инфляции в первом периоде равно  $pb/a$ . И из (10.24) получается, что  $q = (1-p)/p$  когда  $p > \frac{1}{2}$ ; тогда для этих значений

уменьшение составляет  $(1 - p)b/a$ . Тогда максимальное уменьшение происходит при  $p = \frac{1}{2}$

и равно  $\frac{b}{2a}$ . В итоге влияние заботы о репутации больше, когда большее различие в уровнях инфляции, предпочитаемых каждым типом политика (то есть, когда  $b/a$  больше), и когда существует большая неопределенность в отношении типа политика (то есть, когда  $p$  ближе к  $\frac{1}{2}$ )<sup>13</sup>.

Идея, состоящая в том, что забота о репутации заставляет политиков проводить менее экспансионистскую политику\*, кажется не только теоретически обоснованной, но и реалистичной. Центральные банки выглядят весьма озабоченными тем, чтобы иметь репутацию надежных и стремящихся сдержать инфляцию организаций. Если бы общество было уверено в отношении предпочтений и мнений политиков, для этого не было бы оснований. Подобная забота может иметь место, только если общество не имеет полной информации, и ожидания имеют важное значение.

## Делегирование

Второй способ справиться с проблемой динамической несостоительности низкоинфляционной монетарной политики состоит в том, чтобы делегировать полномочия по проведению политики индивидам, которые не разделяют взгляды общества, касающиеся сравнительной значимости выпуска и инфляции. Идея, принадлежащая Рогову (Rogoff, 1985), проста: инфляция и, следовательно, ожидаемая инфляция ниже, когда монетарная политика контролируется кем-то, о ком известно, что он особенно нерасположен к инфляции.

Чтобы понять, как делегирование помогает решить проблему динамической несостоительности, предположим, что связь инфляции и выпуска и общественное благосостояние заданы выражениями (10.10) и (10.11):  $y = \bar{y} + b(\pi - \pi^e)$ ,  $L = [(y - y^*)^2 / 2] + [a(\pi - \pi^*)^2 / 2]$ . Предположим, однако, что монетарная политика определяется индивидом, чья целевая функция имеет вид

$$L' = \frac{1}{2}(y - y^*)^2 + \frac{1}{2}a'(\pi - \pi^*)^2, \quad y^* > \bar{y}, \quad a' > 0. \quad (10.25)$$

Параметр  $a'$  может отличаться от  $a$  - веса, который общество в целом придает инфляции. Решая задачу оптимизации типа (10.12) получим, что при заданном уровне  $\pi^e$  выбор политиком темпа инфляции  $\pi$  описывается выражением (10.14) при замене  $a$  на  $a'$ . Иными словами,

$$\pi = \pi^* + \frac{b}{a' + b^2}(y^* - \bar{y}) + \frac{b^2}{a' + b^2}(\pi^e - \pi^*). \quad (10.26)$$

Рисунок 10.5 демонстрирует эффект от делегирования полномочий по проведению политики индивиду с величиной  $a'$  большей, чем  $a$ . Так как политик теперь придает больший вес

<sup>13</sup> Можно показать, что для любой величины  $\beta > \frac{1}{2}$  максимальный эффект достигается при  $p = (2\beta - 1)/(2\beta)$  и равен  $[(2\beta - 1)/(2\beta)](b/a)$ . Для  $\beta < \frac{1}{2}$  никакого эффекта не наблюдается.

\* Экспансионистская политика (expansionary policy) – политика, направленная на увеличение предложения денег для сокращения безработицы и стимулирования роста

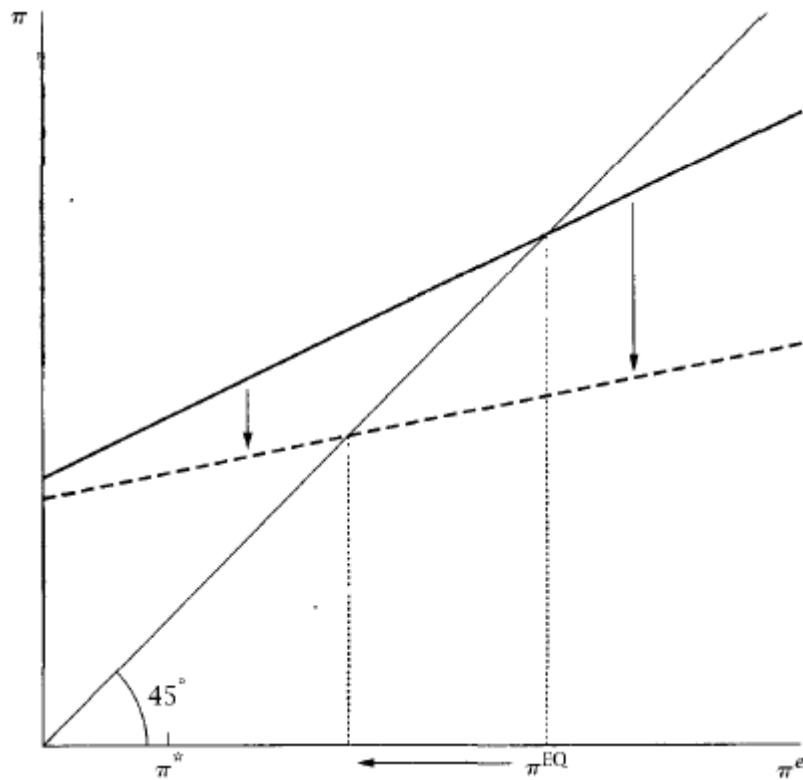
инфляции, он выберет меньшую величину инфляции при заданном уровне ожидаемой инфляции (по крайней мере на интервале, где  $\pi^e \geq \pi^*$ ); кроме того, его функция отклика более полога.

Как и в предыдущей модели, общество знает, как определяется инфляция. Таким образом, для достижения равновесия необходимо, чтобы ожидаемая инфляция была равна фактической. Отсюда находим ожидаемую инфляцию; она задается выражением (10.15) при замене  $a$  на  $a'$ :

$$\pi^{EQ} = \pi^* + \frac{b}{a'}(y^* - \bar{y}). \quad (10.27)$$

Выражение (10.27) указывает равновесное значение как ожидаемой, так и фактической инфляции; при этом выпуск находится на естественном уровне.

Теперь рассмотрим общественное благосостояние, которое тем выше, чем ниже  $(y - y^*)^2 / 2 + a(\pi - \pi^*)^2 / 2$ . Выпуск равен  $\bar{y}$  независимо от значения  $a'$ . Но чем выше  $a'$ , чем ближе  $\pi$  к  $\pi^*$ . Иными словами, чем выше  $a'$ , тем выше общественное благосостояние. Этот вывод соответствует интуиции: когда монетарная политика контролируется кем-то, кто сильно обеспокоен инфляцией, общество понимает, что у политика нет большого желания проводить экспансионистскую политику; в результате ожидаемая инфляция находится на низком уровне.



**Рисунок 10.5 Эффект воздействия делегирования консервативному политику на равновесную инфляцию**

Рогофф распространяет этот анализ на случай, когда экономика подвержена воздействию шоков. При разумных предположениях, политик, чьи предпочтения в отношении выпуска и инфляции отличаются от предпочтений общества, не реагирует на шоки оптимальным образом. Значит, решая, кому делегировать полномочия по проведению монетарной политики, общество стоит перед альтернативой: выбор того, кто нерасположен к инфляции, приводит к лучшим результатам в отношении средней инфляции, но к худшим

результатам в отношении реакции на шоки. Поэтому существует некий оптимальный уровень «консерватизма» для центральных банков<sup>14</sup>.

Идея, состоящая в том, что общество может решить проблему динамической несостоительности, поручив контролировать монетарную политику индивиду, который резко отрицательно относится к инфляции, также кажется реалистичной. Во многих странах монетарная политика определяется независимым центральным банком, а не федеральным правительством. И для управления этими банками федеральное правительство часто подбирает индивидов, о которых известно, что они особенно нерасположены к инфляции. В результате о тех, кто контролирует монетарную политику, известно, что они в большей степени обеспокоены инфляцией, чем общество в целом, и очень редко среди них встречаются те, кто заботиться об инфляции в меньшей степени.

### **Практическое применение: независимость Центрального банка и инфляция**

Трудно проверить теории, которые объясняют инфляцию с помощью динамической несостоительности низкоинфляционной монетарной политики. Согласно этим теориям, инфляция связана с такими факторами, как издержки инфляции, возможность для политика связывать себя обязательствами, способность политика поддерживать свою репутацию и степень, в которой полномочия по проведению политики делегируются индивидам, особенно нерасположенным к инфляции. Все эти факторы трудно измерить.

Фактором, привлекшим большое внимание, является независимость Центрального банка. Алезина (1988) утверждает, что независимость Центрального банка является мерой делегирования полномочий по проведению политики консервативным политикам. На интуитивном уровне понятно, что чем больше независимость Центрального банка, тем больше способность правительства делегировать полномочия по проведению политики индивидам, которые особенно нерасположены к инфляции. Эмпирически независимость Центрального банка, как правило, измеряется качественными индексами, при расчете которых учитываются такие факторы, как способ назначения и освобождения от должности руководителя и членов правления банка, наличие представителей государства в правлении и способность правительства налагать вето на решения банка или контролировать их напрямую.

Исследования связи между этими показателями независимости банка и инфляцией выявили, что в промышленно развитых странах независимость банка и инфляция связаны сильной обратной зависимостью (Алезина, 1988; Grilli, Masciandaro и Tabellini, 1991; Cukierman, Webb, и Neyapti, 1992). Эти результаты иллюстрирует рис. 10.6.

---

<sup>14</sup> Эта идея разрабатывается в задаче 10.12.

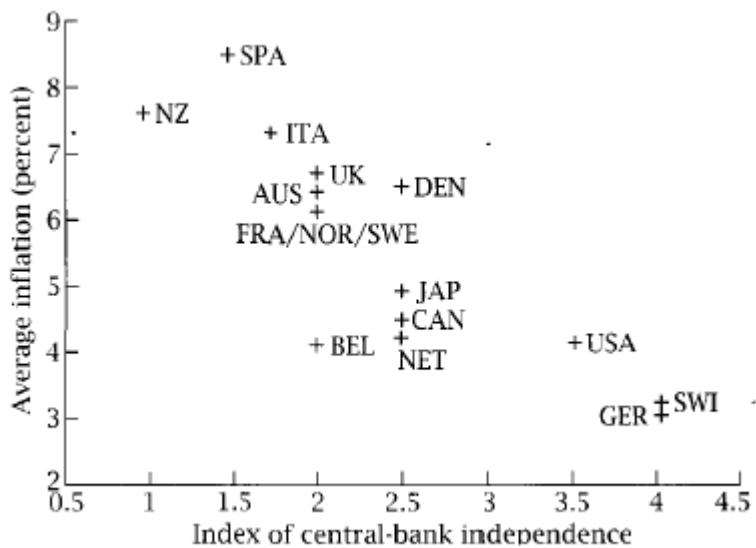


Рис. 10.6. Независимость Центрального банка и инфляция<sup>15</sup>.

Однако этот вывод нуждается в оговорках в силу трех обстоятельств. Во-первых, совсем не очевидно, что теории динамической несостоятельности и делегирования предсказывают, что большая независимость Центрального банка приведет к более низкой инфляции. Утверждение, что они предсказывают это, неявно предполагает, что предпочтения политиков и Центрального банка не подвержены систематическим изменениям в зависимости от степени независимости банка. Но из гипотезы о делегировании следует, что такие изменения должны иметь место. Предположим, например, что монетарная политика зависит от предпочтений Центрального банка и правительства, причем удельный вес предпочтений Центрального банка увеличивается с ростом его независимости. Тогда, если банк менее независим, чиновники должны в качестве компенсации назначить более нерасположенного к инфляции индивида на должность руководителя банка. Аналогично, когда правительство в меньшей степени способно делегировать банку полномочия по проведению политики, избиратели выберут более нерасположенное к инфляции правительство. Эти эффекты могут смягчить, или даже перекрыть, эффекты от уменьшения независимости банка.

Во-вторых, факт существования отрицательной связи между независимостью Центрального банка и инфляцией не означает, что независимость является источником низкой инфляции. Как замечает Posen (1993), страны, чьи граждане особенно нерасположены к инфляции, скорее всего, будут пытаться оградить свои центральные банки от политического давления. Например, существует широко распространенное мнение, что немцы особенно не любят инфляцию, возможно, из-за гиперинфляции, которую переживала Германия после Первой мировой войны. И институты, управляющие немецким Центральным банком, были созданы, в основном, из-за желания избежать инфляции. Таким образом, низкая инфляция в Германии в значительной степени является результатом всеобщего неприятия инфляции, а не независимости Центрального банка.

В-третьих, даже если независимость банка является источником низкой инфляции, связывающий эти факторы механизм не обязательно должен включать динамическую несостоятельность. Как мы вскоре увидим, существуют другие возможности<sup>16</sup>.

<sup>15</sup> Рис. 10.6 заимствован из «Central Bank Independence and Macroeconomic Performance» Alberto Alesina и Lawrence H. Summers, *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol.25, No.2 (May 1993). На перепечатку получено разрешение. Авторские права принадлежат Ohio State University. Все права защищены.

<sup>16</sup> Кроме того, не существует однозначной взаимосвязи между показателями правовой независимости Центрального банка и средней инфляцией в развивающихся странах (Cukierman, Webb и Neyapti, 1992). Далее,

## Границы теорий динамической несостоительности инфляции

Теории, основанные на динамической несостоительности, обеспечивают простое и привлекательное объяснение инфляции. К сожалению, совсем не очевидно, что данное ими объяснение применимо к фактической инфляции, особенно, в развитых странах. Существуют две проблемы. Во-первых, нет полной уверенности, что ожидания изменений совокупного предложения действительно важны, а это является центральным моментом в объяснении инфляции через динамическую несостоительность. Например, Канада и Новая Зеландия предприняли строгие меры в 1990х годах чтобы вызвать доверие к обязательству проводить низкоинфляционную монетарную политику. В частности, в Новой Зеландии, изменили закон о Центральном банке, чтобы сделать стабильность цен единственной целью политики и предусмотреть смещение руководителя Центрального банка, если инфляция не укладывается в установленные рамки. Однако, вопреки предсказаниям моделей динамической несостоительности, оказалось, что эти меры не оказали значительного влияния на взаимосвязь выпуска и инфляции в этих странах (Debelle, 1996). Аналогично, Fuhrer (1997) не смог обнаружить каких-либо свидетельств того, что ожидания влияют на инфляцию в США.

Во-вторых, теории динамической несостоительности сталкиваются с трудностями при учете временных различий в инфляции. По крайней мере, в развитых странах, высокая инфляция была, главным образом, феноменом 1970х годов, а вовсе не общей характерной чертой монетарной политики. Однако из теорий динамической несостоительности следует, что высокая инфляция является результатом оптимизирующего поведения основных игроков при заданных институтах; Иными словами, теории предсказывают, что в отсутствии изменений существующих институтов высокая инфляция останется. Но в реальности мы этого не наблюдаем. В США, например, политики смогли уменьшить инфляцию приблизительно с 10 процентов в конце 1970х годов до уровня ниже 5 процентов уже через 5 лет и поддерживать низкую инфляцию при отсутствии значительных изменений институтов или правил проведения политики. Аналогично, в таких странах, как Новая Зеландия и Великобритания, реформы, увеличившие независимость Центрального банка, последовали за значительным снижением инфляции, а не предшествовали ему. А ведь если отказаться от интерпретировать корреляцию между независимостью Центрального банка и инфляцией как отражение эффектов динамической несостоительности и делегирования, то с помощью этих теорий трудно объяснить вариацию темпов инфляции в развитых экономиках, как во времени, так и по странам.

Альтернативное объяснение инфляции 1970х годов состоит в том, что она возникла вследствие веры многих политиков в реальное (или возможное) существование перманентного выбора между инфляцией и выпуском (De Long, 1997; Mayer, 1999; Sargent, 1999). В 1960е и 1970е годы многие экономисты и политики думали, что этот выбор существует в долгосрочной перспективе, и что издержки инфляции низки. Поэтому они считали, что ожидаемые выгоды от умеренной инфляции превышают издержки. Например, в работе Samuelson и Solow (1960) приведена убывающая кривая Филипса как иллюстрация «набора альтернатив при выборе между различными уровнями безработицы и стабильности цен» и сделано следующее заключение: «Чтобы достичь скромной цели, а именно, уровня выпуска, достаточного для поддержания безработицы на уровне не выше 3%, необходимо увеличение индекса цен на 4-5 процентов».

в традиционных показателях независимости априори заложена некоторая положительная связь между независимостью банка и низкой инфляцией. Например, при формировании показателей придается определенный вес тому, выдвигает ли устав банка низкую инфляцию в качестве своей главной цели (Pollard, 1993).

Эта точка зрения обеспечивает альтернативное объяснение взаимосвязи между независимостью Центрального банка и инфляцией. Специалисты в области монетарной политики, вероятно, лучше других осведомлены о ее последствиях. Поэтому они, скорее всего, должны иметь более точные оценки выгод и издержек от экспансиионистской политики. Если неполное знание этих издержек и выгод приводит к появлению проинфляционной монетарной политики, усиление роли специалистов при формировании политики должно уменьшить это смещение в сторону высокой инфляции<sup>17</sup>.

## 10.6. Чего может достичь политика?

Из дискуссии в предыдущих двух разделах следует, что монетарные власти сталкиваются с единственной проблемой: они должны найти способ поддержания инфляции на оптимальном уровне. Фактическое формирование политики гораздо сложнее. Существуют две проблемы. Во-первых, неясно, каков оптимальный уровень инфляции; эта проблема рассматривается в разделе 10.9. Во-вторых, различные шоки постоянно воздействуют на экономику. В этом и следующем разделе рассматриваются некоторые проблемы, возникающие в связи с присутствием шоков. В этом разделе анализ сосредоточен на вопросе, насколько большой вес политики должны придавать стабилизации выпуска по сравнению с другими целями, такими как низкая и предсказуемая инфляция. В следующем разделе обсуждаются более практические проблемы, связанные с проведением политики.

### Базовый случай

Чтобы решить вопрос, на достижение чего должна нацеливаться монетарная политика, полезно начать с простого случая. Предположим, что совокупное предложение линейно связывает изменение инфляции с отклонением безработицы от естественного уровня, и что совокупное предложение не зависит от ожиданий (см. уравнения [5.36]-[5.37]):

$$\pi_t = \pi_{t-1} - \alpha(u_t - \bar{u}) + \varepsilon_t^s, \alpha > 0, \quad (10.28)$$

где  $\varepsilon_t^s$  представляет шоки предложения. Кроме того, предположим, что общественное благосостояние зависит от безработицы и инфляции, и что зависимость от безработицы линейна:

$$W_t = -cu_t - f(\pi_t), \quad c > 0, \quad f''(\bullet) > 0. \quad (10.29)$$

Из этой простой модели можно сделать важные выводы относительно политики. Во-первых, из уравнения кривой совокупного предложения (10.28) следует, что политика не оказывает влияния на среднюю безработицу, если политики не готовы придерживаться бесконечно возрастающей (или бесконечно убывающей) инфляции. Из уравнения (10.28) следует, что среднее изменение инфляции определяется средней безработицей и средними шоками предложения. Иными словами, изменение средней безработицы изменяет среднее изменение инфляции. Но если среднее изменение инфляции не равно нулю, уровень инфляции неограниченно растет (или падает)<sup>18</sup>.

<sup>17</sup> Фактически в этом обсуждении содержится возможное объяснение отсутствию стабильности в экономике США в десятилетия после Второй мировой войны и ее высокой стабильности, начиная с середины 1980х годов. Когда политики были неуверены в отношении правильной модели экономики и издержек инфляции, они неоднократно следовали политике, которая сопровождалась высокой инфляцией, а затем, стремясь уменьшить инфляцию, вызывали рецессию. С победой гипотезы естественного уровня и возникновением консенсуса среди политиков в отношении того, что инфляция должна находиться на низком уровне, этот цикл «бум-спад» исчез (C. Romer, 1999).

<sup>18</sup> Кроме того, как указывалось в главе 5, если политики позволяют инфляции неограниченно расти, кривая совокупного предложения (10.28) почти наверняка «разрушается». Однако для приведенной аргументации это не существенно.

Из этого результата и предположения о линейности общественного благосостояния по безработице следует, что политика не должна придавать какой-либо вес безработице. Предположим, что норма дисконтирования для политика равна нулю, и рассмотрим условие первого порядка для  $\pi_t$ .<sup>19</sup> Из уравнения кривой совокупного предложения (10.28) следует, что увеличение  $\pi_t$  на небольшую величину  $d\pi_t$  связано с уменьшением  $u_t$  на  $d\pi/\alpha$ . Значит, это увеличение изменяет общественное благосостояние на  $-f'(\pi)d\pi$  непосредственно и на  $cd\pi/\alpha$  косвенно - путем влияния на безработицу. Кроме того, увеличение текущей инфляции означает (для заданного уровня инфляции в следующем периоде) более высокую безработицу в следующем периоде; это дает вклад  $-cd\pi/\alpha$  в общественное благосостояние. Иными словами, условие первого порядка для  $\pi_t$  это просто  $f'(\pi_t)=0$ : политики будут поддерживать инфляцию на оптимальном уровне и не обращать внимания на безработицу. Этот вывод справедлив, независимо от важности безработицы (то есть, независимо от  $c$ ) и независимо от того, какие шоки воздействуют на экономику. Он согласуется с интуицией: любое изменение траектории инфляции, не приводящее к постоянному росту инфляции, может лишь изменить распределение безработицы во времени, что не влияет на благосостояние. А при нулевой ставке дисконтирования любая политика, которая постоянно поддерживает инфляцию на уровне, выше оптимального, связана с бесконечными издержками независимо от того, насколько малы издержки инфляции.

Если норма дисконта отлична от нуля, то можно показать, что условие первого порядка для  $\pi_t$  имеет вид

$$\frac{1+\rho}{\rho} f'(\pi_t) = \frac{c}{\alpha}, \quad (10.30)$$

где  $\rho$  норма дисконта для политика<sup>20</sup>. Иными словами, инфляция должна быть установлена на уровне, где издержки от постоянного увеличения инфляции в точности остаткируются выгодами от соответствующего однопериодного уменьшения безработицы. Даже при дисконтировании имеется мало возможностей для стабилизационной политики: так как условие первого порядка не зависит от  $\pi_{t-1}$  или  $\varepsilon_t^s$ , оптимальная политика состоит в том, чтобы перейти непосредственно к уровню инфляции, удовлетворяющему (10.30), независимо от текущего состояния экономики. Если политики реагируют на высокую инфляцию, вызывая продолжительную рецессию, которая медленно снижает инфляцию до уровня (10.30), общая величина безработицы не отличается от случая, когда политики уменьшают инфляцию сразу. Иными словами, они подвергают экономику продолжительной инфляции выше нормального уровня без каких-либо выгод.

Из рассмотрения этого базового случая следует, что политики не должны пытаться стабилизировать безработицу, несмотря на шоки. Из него также следует, что выгоды от использования политики для смягчения шоков совокупного спроса состоят только в уменьшении вариабельности инфляции. Из линейности совокупного предложения вытекает, что если политики позволяют шокам спроса вызывать колебания безработицы и инфляции, то средняя занятость остается неизменной; а из линейности функции общественного благосостояния следует, что колебания безработицы не влияют на благосостояние. Иными словами, единственные издержки колебаний состоят в издержках, связанных с изменением инфляции. Если вариабельность инфляции сопряжена с низкими издержками в границах своего интервала изменения, политики должны стремиться к ликвидации последствий шоков спроса.

## Есть ли доводы в пользу стабилизационной политики?

---

<sup>19</sup> Мы предполагаем, что политики могут полностью контролировать инфляцию при ограничении (10.28).

<sup>20</sup> То есть, если политик максимизирует  $\sum_{t=0}^{\infty} (1+\rho)^{-t} W_t$ .

Ключевые предположения, лежащие в основе этих результатов – линейность функции общественного благосостояния (10.29), и кривой совокупного предложения (10.28). Иными словами, чтобы имела место значительная выгода от стабилизационной политики, необходима нелинейность одной из этих функций<sup>21</sup>.

Рассмотрим сначала общественное благосостояние. Лукас (Lucas, 1987) показывает, что для репрезентативного агента потенциальный выигрыш в благосостоянии от стабилизации потребления в окрестности среднего значения невелик. Иными словами, он предполагает, что общественное благосостояние не столь сильно нелинейно по выпуску для того, чтобы имела место значительная выгода от стабилизации. Его аргумент прост. Предположим, что полезность характеризуется постоянной относительной несклонностью к риску,

$$U(C) = \frac{C^{1-\theta}}{1-\theta}, \theta > 0, \quad (10.31)$$

где  $\theta$  - коэффициент относительной несклонности к риску (см. раздел 2.1). Так как  $U''(C) = -\theta C^{-\theta-1}$ , то из разложения в ряд Тэйлора  $U(\bullet)$  в точке среднего значения потребления до членов второго порядка вытекает

$$E[U(C)] \approx \bar{C}^{1-\theta} - \frac{\theta}{2} \bar{C}^{-\theta-1} \sigma_c^2, \quad (10.32)$$

где  $\bar{C}$  и  $\sigma_c^2$  - это среднее значение и дисперсия потребления. Значит, подавление колебаний потребления увеличит ожидаемую полезность примерно на  $(\theta/2)\bar{C}^{-\theta-1} \sigma_c^2$ . Аналогично, удвоение дисперсии потребления снизит благосостояние примерно на такую же величину.

Чтобы перевести это в единицы, которые могут быть проинтерпретированы, заметим, что предельная полезность потребления в точке  $\bar{C}$  составляет  $\bar{C}^{-\theta}$ . Таким образом, установление  $\sigma_c^2$  на нулевом уровне увеличит ожидаемую полезность примерно настолько, насколько это сделает увеличение среднего потребления на  $(\theta/2)\bar{C}^{-\theta-1} \sigma_c^2 / \bar{C}^{-\theta} = (\theta/2)\bar{C}^{-1} \sigma_c^2$ . В долях среднего потребления это составляет  $(\theta/2)\bar{C}^{-1} \sigma_c^2 / \bar{C}$ , или  $(\theta/2)(\sigma_c / \bar{C})^2$ .

Лукас утверждает, что оптимистичная оценка стандартного отклонения потребления из-за краткосрочных колебаний составляет 1,5% от среднего значения, а оптимистичная оценка коэффициента относительной несклонности к риску равна 5. Таким образом, он делает вывод, что оптимистичная оценка величины максимально возможного выигрыша в благосостоянии для наиболее успешной стабилизационной политики эквивалентна  $(5/2)(0.015)^2$ , или 0.06% от среднего потребления – очень маленькая величина.

На первый взгляд кажется, что вывод Лукаса целиком основан на его предпосылке о существовании репрезентативного агента. Реальные рецессии не уменьшают потребление каждого на небольшую величину, а уменьшают потребление небольшой части населения на значительную величину; таким образом, их издержки благосостояния больше по сравнению со случаем репрезентативного агента. Однако Аткесон и Фелэн (Atkeson и Phelan, 1994) демонстрируют, что при учете дисперсии потребления потенциальная выгода от стабилизации уменьшается, а не увеличивается. В действительности их анализ оправдывает использование линейной функции общественного благосостояния (10.29), когда вообще нет никакой выгоды от стабилизации безработицы. Предположим, что индивиды имеют уровень потребления  $C_E$ , когда у них есть работа, и уровень  $C_U$ , когда у них нет работы; предположим, что  $C_E$  и  $C_U$  не зависят от состояния экономики. Если  $u$  - это доля

---

<sup>21</sup> Для шоков спроса это верно, если издержки от умеренной вариабельности инфляции низки.

безработных индивидов, то средняя полезность от потребления составляет  $uU(C_U) + (1-u)U(C_E)$ . Таким образом, ожидаемое общественное благосостояние от потребления равно  $E[u]U(C_U) + (1-E[u])U(C_E)$  и не зависит от дисперсии безработицы. Объяснение на интуитивном уровне: в этом случае стабилизация безработицы не оказывает влияния на дисперсию потребления индивида; индивиды потребляют  $C_E$  в течение доли  $1 - E[u]$  всего времени, и  $C_U$  - в течение доли  $E[u]$  времени.

Однако издержки колебаний состоят не только в изменчивости потребления. Вариабельность числа часов работы может приводить издержкам, даже к большим, чем вариабельность потребления. Циклическая вариабельность числа часов работы гораздо больше вариабельности потребления; а если предложение труда сравнительно неэластично, функция полезности может иметь гораздо более крутой наклон по часам работы, чем по потреблению. В статье Ball и D Romer (1990) обнаружено, что в результате издержки колебаний из-за вариабельности часов работы, могут быть (хотя отнюдь не обязательно), велики.

Как подсказывает интуиция, выигрыш в полезности от дополнительного отдыха во время, когда выпуск опускается ниже естественного уровня, может не компенсировать потерю полезности из-за уменьшения потребления, тогда как тягость труда от дополнительных часов работы во время бума может перевесить выгоду от более высокого потребления<sup>22</sup>.

Возможно также, что индивиды гораздо более несклонны к риску, чем предполагается в расчетах Лукаса. Напомним, что согласно разделу 7.5, акции имеют гораздо более высокую доходность, чем облигации. Одно из возможных объяснений состоит в том, что индивиды не любят риск настолько сильно, что они требуют значительную премию за умеренный риск, связанный с владением акциями (например, Kandel и Stambaugh, 1991, и Campbell и Cochrane, 1999). Если это верно, то потери благосостояния от умеренной вариабельности, связанной с краткосрочными колебаниями, могут быть значительными.

Стабилизационная политика может также предоставлять важные косвенные выгоды. Один из естественных механизмов реализации выгод – инвестиции: инвестиции могут быть выше, когда экономика более стабильна. В результате стабилизационная политика может значительно увеличить доход в долгосрочной перспективе (см., например, Meltzer, 1988). Однако, как указывалось в разделе 8.6, влияние неопределенности на инвестиции запутанно и не обязательно негативно. Таким образом, неизвестно, предоставляет ли стабилизационная политика важные выгоды благодаря этому каналу.

Проблема нелинейности функции совокупного предложения не решена. Традиционная точка зрения заключается в том, что линейная спецификация обеспечивает адекватное описание данных в соответствующем диапазоне (см., например, Ball и Mankiw, 1995, и Gordon, 1997). Однако в некоторых недавних работах приводятся свидетельства важных нелинейностей (Clark, Laxton, и Rose, 1996; Debelle и Laxton, 1997; Laxton, Rose, и Tambakis, 1999). В этих работах утверждается, что увеличение инфляции, вызванное уменьшением безработицы ниже естественного уровня больше, чем уменьшение инфляции, вызванное таким же увеличением безработицы сверх естественного уровня. Если это верно, уменьшение дисперсии безработицы приводит к сокращению среднего увеличения инфляции и, таким образом, делает возможным более низкий средний уровень безработицы. С другой стороны, Ball (1994b) утверждает, что характер нелинейности может быть прямо противоположным; это означает, что стабилизационная политика может фактически увеличить средний уровень безработицы.

<sup>22</sup> Так же, как и в случае с доводом в пользу издержек от вариабельности потребления, аргумент Бола и Ромера, касающийся издержек от вариабельности часов работы, справедлив при условии, что вариация совокупных часов работы не полностью объясняется переходами между состояниями занятости и безработицы.

Если общественное благосостояние или совокупное предложение нелинейно по выпуску, оптимальным ответом на неблагоприятный шок предложения, увеличивающий инфляцию, будет постепенное, а не резкое уменьшение инфляции. Таким образом, шок предложения может привести к продолжительному периоду высокой инфляции. Но в то же время, оптимальный ответ на положительный шок предложения для подобных нелинейностей также состоит в постепенном увеличении инфляции до начального уровня. Таким образом, хотя нелинейности могут служить основанием для проведения стабилизационной политики, их наличие не дает простого объяснения высокой средней инфляции.

## 10.7. Проведение политики

Политические действия влияют на экономику с лагом. Кроме того, политики не обладают совершенной информацией о текущем состоянии экономики, о траектории, которой будет следовать экономика, если политика не изменится, а также о том влиянии, которое окажет изменение политики. Поэтому возникает естественный вопрос, как эти лаги и неопределенности воздействуют на политику.

### Цели, индикаторы и инструменты

В традиционном анализе проведения политики в условиях неопределенности различают цели (objectives), инструменты, промежуточные цели (targets) и индикаторы политики<sup>23</sup>. Под целями понимаются конечные цели проведения политики, такие как инфляция и безработица. Инструменты – это переменные, которые политики могут контролировать напрямую, такие как операции на открытом рынке, резервные требования, налоговые ставки и государственные закупки.

Индикаторы и промежуточные цели находятся между инструментами и целями. Индикаторы – это переменные, которые дают информацию о текущем или будущем поведении целей. Некоторыми примерами являются заказы новых товаров, цены сырья и показатели денежной массы и объемов кредитования. Как только политики, наблюдая за индикаторами, получают новую информацию о возможном поведении целей, они могут скорректировать использование инструментов. Промежуточные цели в свою очередь – это переменные, на которых политики решают сосредоточиться вместо конечных целей. Наиболее известным примером промежуточной цели является денежная масса. Многие экономисты утверждают, что лучше посоветовать политикам попытаться поддерживать темп роста показателя денежной массы (например, M1 или M2) как можно ближе к некоторому стабильному, низкому темпу (например, 3% в год), а не пытаться максимизировать какую-то более широкую целевую функцию (см., например, Friedman, 1960).

Чтобы понять, как инструменты, индикаторы, промежуточные и конечные цели используются на практике, рассмотрим стилизованное описание монетарной политики в США за последние годы. Главные конечные цели проведения политики – динамика безработицы (или реального выпуска) и инфляции. Политики хотели, чтобы инфляция была около 2-3 % в год, и не было бы больших колебаний безработицы<sup>24</sup>. Таким образом, когда инфляция, например, превышает 2-3%, политики стремятся ее постепенно снизить. Другие цели, такие как поддержание валютных курсов и процентных ставок на более-менее стабильном уровне, также могут иметь некоторый вес в целевой функции политиков.

<sup>23</sup> Это различие впервые введено в работе Tinbergen (1952).

<sup>24</sup> Как следует из дискуссии в разделе 10.6, не очевидно, что политики будут в реальности пытаться достичь этого.

На краткосрочном интервале (скажем, дневном или недельном), ключевой промежуточной целью политики является ставка по федеральным фондам. Федеральная резервная система ежедневно проводит операции на открытом рынке, пытаясь держать ставку по федеральным фондам близкой к текущему целевому уровню<sup>25</sup>. Хотя на интервале длиной один день наблюдаются значительные отклонения ставки по федеральным фондам от целевого уровня, на интервале длиной одну неделю и больше ФРС обычно придерживается целевого уровня весьма точно.

На более длинном интервале (скажем, месячном или квартальном) ФРС не сосредотачивается на какой-либо одной промежуточной цели. Вместо этого, она корректирует целевой уровень ставки по федеральным фондам в ответ на изменение многих переменных, дающих информацию о будущих траекториях реального выпуска и инфляции. К несчастью для политиков, ни информация о реальном выпуске, ни информация об инфляции не позволяют построить расписанный во времени план того, как они должны проводить политику, чтобы наилучшим способом достичь своих долговременных конечных целей. В случае инфляции трудность состоит в том, что инфляция реагирует весьма медленно на отклонения выпуска от естественного уровня, и существуют значительные краткосрочные колебания измеряемой инфляции. Следовательно, если, прежде чем действовать, политики будут ждать очевидных свидетельств того, что инфляция растет или снижается, экономика, вероятно, будет испытывать значительные колебания выпуска и безработицы. Реальный выпуск, напротив, может быть измерен сравнительно быстро. Но невозможно определить естественный уровень выпуска с большой точностью. Например, в статье Staiger, Stock и Watson (1997) показано, что 95% доверительный интервал для естественного уровня безработицы, вероятно, имеет ширину, по крайней мере, 2 процентных пункта. В результате политикам зачастую трудно судить, находится ли выпуск ниже или выше естественного уровня. Из-за этих трудностей ФРС корректирует целевой уровень ставки по федеральным фондам в ответ на изменение многих переменных, которые дают информацию о текущей или будущей инфляции, реальном выпуске и естественном уровне безработицы.

Наконец, в еще более долгосрочной перспективе (речь идет о периоде в несколько лет) ФРС пытается проводить политику так, чтобы поддержать инфляцию на уровне долгосрочного целевого ориентира, и позволяет реальному выпуску изменяться любым образом, лишь бы он был согласован с этим целевым уровнем.

### **Традиционные аргументы в пользу правил**

Возникает естественный вопрос в отношении индикаторов и промежуточных целей: почему политики вообще должны выбирать промежуточную цель. Может показаться, что политики должны приниматься в расчет всю имеющуюся информацию в своих попытках достичь конечных целей. Определенный индикатор, такой как показатель денежной массы, может быть очень информативным; но даже тогда, кажется, что есть только издержки и нет никаких выгод от таргетирования (задания в качестве промежуточной цели – *прим. перевод.*) этой переменной.

Один из возможных ответов связан с проблемой динамической несостоительности, которая обсуждалась в разделах 10.4 и 10.5: принятие сковывающего правила регулирования изменения промежуточной цели помогает решить проблему динамической несостоительности и, следовательно, может привести к более низкой средней инфляции. Но правила регулирования денежной массы и другие промежуточные цели поддерживались задолго до осознания проблемы динамической несостоительности. Более того, многие из

---

<sup>25</sup> Meulendyke (1998) описывает специфику операционных процедур ФРС.

предлагавшихся способов выбора промежуточной цели не включали сковывающие обязательства и, следовательно, не решали эту проблему.

Существует два традиционных аргумента в пользу того, чтобы поручать политикам выбирать в качестве цели какую-либо промежуточную переменную. Для конкретности, рассмотрим денежную массу как промежуточную цель. Первый и менее важный аргумент в пользу таргетирования денежной массы состоит в том, что взаимосвязь между денежной массой и конечными целями политики достаточно тесна, а неопределенность в отношении влияния отклонений денежной массы от траектории стабильного роста достаточно велика, поэтому шанс добиться лучших результатов без использования правил в отношении денежной массы очень мал. А так как это правило не является в полной мере сковывающим, то в случае серьезного кризиса от него можно отказаться.

Второй и более важный аргумент заключается в том, что если поручить политикам попытаться достичь конечных целей, максимально используя все возможности, то это может привести к систематическим ошибкам при проведении политики. Существуют несколько источников этих потенциальных ошибок.

Во-первых, политики часто подвергаются политическому давлению. Политики за пределами ФРС и общество могут придавать слишком большой вес краткосрочным издержкам более низкой безработицы по сравнению с долгосрочными издержками более высокой инфляции. Это может быть связано с более высокой по сравнению с оптимальной ставкой дисконта или непониманием того, как устроена экономика. Свидетельством в пользу данной точки зрения может являться тот факт, что в течение периодов (таких как 1979-1982), когда ФРС следовала политике, характеризовавшейся очень высокими процентными ставками, она не признавалась в этот открыто. Вместо этого, политики заявляли, что их действия преследуют некоторую промежуточную цель (такую как золотовалютные резервы за вычетом выданных кредитов в 1979-1982) и напрямую не связаны с процентными ставками.

Во-вторых, денежные власти могут иметь другие цели помимо максимизации общественного благосостояния, и если дать им неясные инструкции по проведению политики, то у них появятся дополнительные возможности следовать этим целям. Например, у них может быть желание увеличить шансы президента на переизбрание или увеличить доходы от сеньоража<sup>26</sup>.

Наконец, политики могут искренне стремиться к максимизации общественного благосостояния, но, тем не менее, совершать при этом систематические ошибки. Индивиды зачастую слишком уверены в своих суждениях (касающихся, например, состояния экономики или возможных результатов проведения политики). Кроме того, они могут допускать с большой неохотой, что вследствие лагов и неопределенностей в воздействии политики лучшее решение проблемы состоит в том, чтобы ничего не делать. В результате, политика может систематически слишком сильно реагировать на шоки, излишне смягчаясь во время рецессий, а значит, обуславливая в последующем слишком бурный подъем, и чрезмерно ужесточаясь в периоды бума, тем самым, вызывая рецессии (см., например, Friedman, 1960). Аналогичным образом, учитывая неудобства, причиняемые безработицей, политики могут иметь склонность излишне оптимистически трактовать данные о естественном уровне. Это может вызвать проинфляционную политику. А она может приводить к колебаниям из-за их склонности к слишком сильной реакции на шоки. Политики могут сначала, из-за обеспокоенности безработицей и, надеясь, что ее

---

<sup>26</sup> Возможность того, что ФРС преследует другие цели помимо общественного благосостояния (либо из-за своих собственных предпочтений, либо из-за политического давления), означает, источником экономических колебаний могут быть политические силы, а не экзогенные шоки. Примеры теорий подобного политического бизнес-цикла см. у Нордхауса (Nordhaus) (1975); Рогова и Сиберта (Rogoff, Sibert) (1988); Харрингтона (Harrington) (1993); Алезины, Рубини и Коэна (Alesina, Roubini, Cohen) (1997).

естественный уровень низок, опускать безработицу ниже естественного уровня; потом, когда становятся очевидными признаки роста инфляции, они могут ужесточить политику и вызвать рецессию<sup>27</sup>.

## Правила процентных ставок

Как только что отмечалось, обычные рекомендации, касающиеся правил монетарной политики, формулируются в терминах денежной массы. Но центральные банки в большинстве случаев проводят политику, корректируя краткосрочные номинальные процентные ставки в ответ на различные шоки, и используют денежную массу только в качестве одного из индикаторов. Более того, во многих странах взаимосвязь между денежной массой и совокупным спросом нарушалась на протяжении последних лет, ставя под сомнение использование правил проведения политики, сформулированных в терминах денежной массы. Эти факты заставили исследователей обратиться к правилам, касающимся процентных ставок.

Стоит заметить один важный факт, связанный с правилами в отношении процентных ставок: в противоположность правилам в отношении денежной массы они должны предусматривать активные действия, чтобы обеспечить стабильность экономики. Предположим, например, что центральный банк поддерживает определенную номинальную процентную ставку на постоянном уровне. Шок совокупного спроса, который увеличивает выпуск сверх естественного уровня, приводит к росту инфляции. При фиксированной процентной ставке, это уменьшает реальную процентную ставку, что приводит к еще большему росту выпуска и, следовательно, еще более быстрому росту инфляции, и так далее (Friedman, 1968)<sup>28</sup>.

Taylor (1993) предлагает простое правило регулирования процентной ставки. Правило состоит из двух элементов. Первый элемент состоит в том, что номинальная процентная ставка должна расти быстрее, чем инфляция, так чтобы реальная процентная ставка росла при росте инфляции. Второй элемент заключается в том, что процентная ставка должна падать, когда выпуск ниже естественного уровня, и расти, когда выпуск превышает естественный уровень. Предлагаемое Тэйлором правило линейно по инфляции и по процентному отклонению выпуска от естественного уровня. Иными словами, его правило имеет следующий вид

$$i_t - \pi_t = a + b\pi_t + c(\ln Y_t - \ln \bar{Y}_t). \quad (10.33)$$

Если мы обозначим через  $\bar{r}_t$  реальную процентную ставку, которая устанавливается, когда  $Y = \bar{Y}_t$ , и предположим, что эта ставка постоянна во времени, то (10.33) эквивалентно

$$i_t - \pi_t = \bar{r} + b(\pi_t - \pi^*) + c(\ln Y_t - \ln \bar{Y}_t), \quad (10.34)$$

где  $\pi^* = (\bar{r} - a)/b$ . Этот способ представления правила показывает, что центральный банк должен увеличивать реальную процентную ставку выше долгосрочного равновесного уровня в ответ на превышение инфляцией своего целевого уровня и превышение выпуском

<sup>27</sup> Karamouzis и Lombra (1989) представили одно из свидетельств чрезмерного оптимизма политиков: на протяжении 1970х годов Федеральный комитет по операциям на открытом рынке имел склонность устанавливать комбинации процентной ставки и темпа роста денежной массы, которые систематически выходили за границы (в направлении более низкого темпа роста денежной массы и более низких процентных ставок) возможностей, представлявшихся его сотрудникам осуществимыми.

<sup>28</sup> Когда ожидания рациональны и цены полностью гибкие, влияние искусственного поддержания номинальных процентных ставок на определенном уровне гораздо сложнее. См. Sargent и Wallace, 1975, и Blanchard и Fischer, 1989, раздел 11.2.

своего естественного уровня. Правила регулирования процентных ставок в форме (10.33) и (10.34) известны как правила Тэйлора.

Тэйлор утверждает, что правило, подобное (10.34) при  $b = c = 0,5$  и  $\bar{r} = \pi^* = 2\%$ , является хорошим описание монетарной политики США, начиная с периода, когда ФРС перешла к четкой политике регулирования процентных ставок для поддержания инфляции на низком уровне и сохранения стабильности экономики. В частности, процентная ставка, предсказываемая этим правилом, примерно совпадает с фактической процентной ставкой, начиная примерно с 1985. Он также утверждает, что это правило с приведенными значениями параметров является удачным.

## Проблемы при разработке правил процентных ставок

В недавних исследованиях уделяется много внимания попыткам построить правила регулирования процентных ставок, которые вероятнее всего приводили бы к желаемым исходам<sup>29</sup>. Центральные банки не проявляют особого стремления механически следовать предписаниям правил или хотя бы фактически связывать себя правилами. Поэтому исследования в этой области сосредоточились на вопросе, существуют ли предписания в отношении того, как должны корректироваться процентные ставки, которые могли бы быть полезными указаниями для политиков.

Эти исследования в большинстве своем не касаются проблемы динамической несостоительности. Иными словами, в них предполагается, что по некоторой причине, например, благодаря своей репутации, центральный банк может устанавливать процентные ставки в соответствии с некоторым правилом, не давая сковывающего обязательства, даже если политика, предписывающая правило, не является динамически состоятельной.

Обсуждается много проблем, связанных с правилами регулирования процентных ставок, подобными правилам Тэйлора. Здесь мы укажем некоторые наиболее важные из них. Первая проблема состоит в том, какие значения должны принимать коэффициенты  $b$  и  $c$  при инфляции и выпуске. Чем больше коэффициенты, тем быстрее после шока инфляция движется к долгосрочному целевому уровню, а выпуск к нормальному уровню. Но большие коэффициенты могут привести к тому, что инфляция и выпуск превысят  $\pi^*$  и  $\bar{Y}$ . Увеличивается также краткосрочная волатильность процентных ставок, которая может быть нежелательной.

Вторая проблема состоит в том, как должны измеряться инфляция, выпуск и естественный уровень. Тэйлор предложил измерять инфляцию как среднее за четыре квартала, предшествующих текущему кварталу, и выпуск - как выпуск текущего квартала. Но текущая инфляция и текущий выпуск неизвестны, когда Центральный банк определяет процентную ставку. Альтернатива состоит в том, чтобы использовать показатели, предложенные Тэйлором, но с лагом в один квартал. Большинство исследований свидетельствует, что этот лаг не окажет значительного влияния на эффективность правила.

Более серьезная проблема возникает при измерении естественного уровня выпуска. Большинство исследований правил регулирования процентных ставок предполагают, что естественный уровень выпуска известен. Но, как указывалось ранее в данном разделе, естественный уровень выпуска трудно определить. Это может быть важным. В частности, Orphanides (2000) применил базовое правило Тэйлора с коэффициентами Тэйлора к данным по инфляции и выпуску и оценкам  $\bar{Y}$ , которые имелись у политиков в 1970-е годы. Он обнаружил, что полученный таким образом ряд процентных ставок очень хорошо соответствует фактическому ряду. Иными словами, его результаты означают, что инфляция в 1970-е годы объяснялась не тем, что политика в корне отличалась от современной, а тем, что

---

<sup>29</sup> Многие из значимых работ принадлежат Taylor (1999).

политики сильно переоценивали естественный уровень выпуска и поэтому чрезмерно стимулировали экономику.

Не ясно, верен ли вывод Орфанидеса. Показатели 1970х годов, которые Орфанидес трактует как оценки естественного уровня выпуска, могли быть предназначены для оценивания не максимальных возможностей экономики, а чего-то иного. В конце концов, гипотеза естественного уровня была только предложена и еще не имела широкой поддержки. Тем не менее, результаты, полученные Орфанидесом, – и более широкие свидетельства неопределенности в отношении естественного выпуска – наводят на мысль, что правила регулирования процентных ставок не должны придавать слишком большой вес наблюдаемым отклонениям выпуска от естественного уровня.

Третья проблема состоит в том, должно ли правило опираться на прогнозы. Например, показатели текущего выпуска и инфляции в правиле могли бы быть заменены прогнозом этих переменных на несколько следующих кварталов. Использование прогнозов позволило бы политике быстрее реагировать на новую информацию. Но это может привести к тому, что правила станут более сложными для понимания и менее устойчивы к ошибкам моделирования экономики<sup>30</sup>.

Последняя проблема заключается в том, нужно ли включать в правило дополнительные переменные. Две дополнительные переменные, которые привлекли наибольшее внимание, – это валютные курсы и взятые с лагом процентные ставки. Рост валютного курса, как и рост процентных ставок, подавляет экономическую активность. Значит, процентная ставка, необходимая для достижения заданного уровня совокупного спроса, снижается. Поэтому может возникнуть желание преобразовать (10.33) следующим образом

$$i_t - \pi_t = a + b\pi_t + c(\ln Y_t - \ln \bar{Y}_t) + de_t, \quad (10.35)$$

где  $e$  обозначает реальный валютный курс (то есть, цену иностранных товаров в единицах отечественных товаров). При переносе слагаемого, содержащего реальный валютный курс, в правую часть приведенного выражения получаем

$$-de_t + (i_t - \pi_t) = a + b\pi_t + c(\ln Y_t - \ln \bar{Y}_t). \quad (10.36)$$

Левую часть выражения (10.36) называют *индексом монетарного режима*. Это линейная комбинация реального валютного курса и реальной процентной ставки; Если коэффициент  $d$  при валютном курсе выбран правильно, то индекс показывает суммарное влияние валютного курса и процентной ставки на совокупный спрос. Таким образом, (10.36) это правило регулирования индекса монетарного режима в зависимости от инфляции и выпуска.

Включение предыдущих значений процентной ставки может быть желательным по некоторым причинам. Это может уменьшить волатильность краткосрочных процентных ставок и сделать правило более устойчивым к ошибкам, возникающим при оценке долгосрочной равновесной процентной ставки. Кроме того, это может привести к тому, что заданное изменение процентной ставки будет оказывать большее влияние на экономику: например, агенты будут сознавать, что в результате увеличения ставок они останутся высокими в течение продолжительного периода. С другой стороны, воздействие на процентные ставки переменной, которая не связана напрямую с целями политиков, может привести к неэффективным исходам в отношении целевых переменных.

## Модель для анализа правил проведения политики

---

<sup>30</sup> Дальнейшие сведения об использовании прогнозов в разработке политики содержатся в Bernanke и Woodford (1997) и во многих работах Тэйлора ( Taylor, 1999).

Чтобы продемонстрировать, как можно анализировать рекомендации, касающиеся правил политики, мы рассмотрим простую модель, предложенную в Svensson (1997) и Ball (1999a). Мы зададимся вопросом, принимает ли политика в модели форму правил Тэйлора, и говорит ли нам модель что-либо о подходящих величинах коэффициентов в оптимальном правиле.

Наша экономика описывается традиционной моделью из двух уравнений, одно из которых описывает совокупный спрос, а другое – совокупное предложение. Главное отличие от принятых в учебниках формулировок – включение лагов. Уравнение совокупного спроса показывает, что выпуск зависит отрицательно от процентной ставки предыдущего периода. Уравнение совокупного предложения показывает, что изменение инфляции зависит положительно от выпуска предыдущего периода. Из-за лаговой структуры изменение реальной процентной ставки влияет на выпуск только в следующем периоде и влияет на инфляцию только через два периода. Это отражает общеизвестные факты, что наблюдается лаг в воздействии политики, и что она действует на выпуск быстрее, чем на инфляцию. Кроме того, предполагается, что выпуск с лагом входит в уравнение совокупного спроса, и что существуют шоки, как спроса, так и предложения.

Уравнение совокупного спроса имеет вид

$$y_t = -\beta r_{t-1} + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \beta > 0, \quad 0 < \rho < 1, \quad (10.37)$$

где естественный уровень выпуска и долгосрочная реальная процентная ставка приняты равными 0. Уравнение совокупного предложения имеет вид

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \alpha y_{t-1} + \delta_t, \quad \alpha > 0. \quad (10.38)$$

Шоки,  $\varepsilon$  и  $\delta$  предполагаются независимыми друг от друга и имеющими нулевое математическое ожидание.

Центральный банк выбирает  $r_t$  после того, как стали известны  $\varepsilon_t$  и  $\delta_t$ . Он не любит колебания как выпуска, так и инфляции; в частности, он минимизирует  $E[(y - y^*)^2] + \lambda E[\pi^2]$ , где  $\lambda$  – положительный параметр, показывающий относительный вес инфляции, и  $y^*$  – это наиболее предпочтительный уровень выпуска; наиболее предпочтительный уровень инфляции для простоты приравнен к нулю. Без потери общности рассматриваются только правила регулирования реальных процентных ставок, которые являются линейными по переменным, описывающим состояние экономики<sup>31</sup>.

Модель определенно сильно стилизована. Например, она не содержит микроэкономических оснований ни для поведения частных агентов, ни для функции потерь центрального банка, а совокупное предложение в модели не зависит от прогнозов. Эти особенности делают модель ясной и легкой для решения, но они также не позволяют извлечь из нее общие выводы.

## Анализ модели

Первый шаг при анализе модели состоит в замечании, что выбор  $r_t$  центральным банком не влияет на  $y_t$ ,  $\pi_t$ , или  $\pi_{t+1}$ . Он влияет сначала на  $y_{t+1}$ , и только через  $y_{t+1}$  влияет на инфляцию и выпуск в последующих периодах. Таким образом, можно считать, что политика – это правило не для  $r_t$ , а для формируемого в периоде  $t$  ожидания выпуска  $y$  в периоде  $t+1$ . Иными словами, теперь мы считаем, что центральный банк выбирает не  $r_t$ , а  $-\beta r_t + \rho y_t = E_t[y_{t+1}]$  (см. [10.37]).

---

<sup>31</sup> Более формальный подход не предполагает линейности и предполагает, что центральный банк минимизирует ожидаемую дисконтированную сумму слагаемых вида  $(y_t - y^*)^2 + \lambda \pi_t^2$ , при этом ставка дисконтирования стремится к нулю. Как показывает Свенсон, этот подход приводит к правилу, полученному ниже.

Теперь заметьте, что траектории инфляции и выпуска, начинающиеся в период  $t+1$  определяются ожиданиями  $E_t[y_{t+1}]$  (которое определяется политикой Центрального банка в период  $t$ ),  $E_t[\pi_{t+1}]$  (которое, как показывает [10.38], Центральный банк не может контролировать) и будущими шоками. Вследствие этого оптимальная политика должна задавать  $E_t[y_{t+1}]$  как функцию от  $E_t[\pi_{t+1}]$ . Далее, из уравнения совокупного предложения (10.38) следует, что для ограниченности инфляции средняя величина  $y$  должна быть равна нулю. Таким образом, разумно предположить (это можно показать формально), что когда  $E_t[\pi_{t+1}]$  равно 0, центральный банк устанавливает  $E_t[y_{t+1}]$  равным 0. С учетом предположения о линейности это означает, что оптимальная политика имеет вид

$$E_t[y_{t+1}] = -qE_t[\pi_{t+1}], \quad (10.39)$$

где величина  $q$  должна быть определена.

Чтобы вычислить  $q$ , нам необходимо найти  $E[(y - y^*)^2] + \lambda E[\pi^2]$  как функцию от  $q$ . Мы сделаем это, сосредоточившись на поведении  $E_t[\pi_{t+1}]$ . Из выражения (10.38), записанного для периода  $t+1$ , получаем

$$E_t[\pi_{t+1}] = \pi_t + \alpha y_t. \quad (10.40)$$

Из уравнений (10.37) и (10.38) следует, что  $y_t = E_{t-1}[y_t] + \varepsilon_t$  и  $\pi_t = E_{t-1}[\pi_t] + \delta_t$ . Подставляя эти выражения в (10.40), имеем

$$\begin{aligned} E_t[\pi_{t+1}] &= E_{t-1}[\pi_t] + \delta_t + \alpha(E_{t-1}[y_t] + \varepsilon_t) \\ &= E_{t-1}[\pi_t] + \delta_t + \alpha(-qE_{t-1}[\pi_t] + \varepsilon_t) \\ &= (1 - \alpha q)E_{t-1}[\pi_t] + \delta_t + \alpha \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (10.41)$$

где во второй строчке используется выражение (10.39), записанное для периода  $t$ .

Шоки  $\varepsilon_t$  и  $\delta_t$ , не коррелированы друг с другом и с  $E_{t-1}[\pi_t]$ . Поэтому, взяв математическое ожидание от квадратов обеих частей (10.41), получим

$$E[(E_t[\pi_{t+1}])^2] = (1 - \alpha q)^2 E[(E_{t-1}[\pi_t])^2] + \sigma_\delta^2 + \alpha^2 \sigma_\varepsilon^2, \quad (10.42)$$

где  $\sigma_\delta^2$  и  $\sigma_\varepsilon^2$  - соответственно дисперсии  $\delta$  и  $\varepsilon$ .

Поскольку модель имеет такую линейную структуру, а шоки независимы и одинаково распределены, распределение  $E_{t-1}[\pi_t]$  в долгосрочной перспективе не будет зависеть ни от времени, ни от начального состояния экономики. Иными словами, в долгосрочной перспективе ожидания  $(E_t[\pi_{t+1}])^2$  и  $(E_{t-1}[\pi_t])^2$  равны. Следовательно, из (10.42) можно найти долгосрочное ожидание  $(E_{t-1}[\pi_t])^2$ . Имеем

$$\begin{aligned} E[(E_{t-1}[\pi_t])^2] &= \frac{\sigma_\delta^2 + \alpha^2 \sigma_\varepsilon^2}{1 - (1 - \alpha q)^2} \\ &= \frac{\sigma_\delta^2 + \alpha^2 \sigma_\varepsilon^2}{\alpha q(2 - \alpha q)}. \end{aligned} \quad (10.43)$$

Теперь у нас есть возможность найти две компоненты функции потерь центрального банка. Из выражения (10.38) следует, что  $\pi_t$  равно  $E_{t-1}[\pi_t]$  плюс  $\delta_t$ . Таким образом, из (10.43) получаем, что

$$E[\pi^2] = \frac{\sigma_\delta^2 + \alpha^2 \sigma_\varepsilon^2}{\alpha q(2 - \alpha q)} + \sigma_\delta^2. \quad (10.44)$$

Аналогично, из (10.37) следует, что  $y_t$  равно  $E_{t-1}[y_t]$  плюс  $\varepsilon_t$ , а из (10.39) мы знаем, что  $E_{t-1}[y_t] = -qE_{t-1}[\pi_t]$ . Мы также знаем, что среднее значение  $y$  равно 0. Таким образом,

$$\begin{aligned} E[(y - y^*)^2] &= y^{*2} + q^2 E[(E_{t-1}[\pi_t])^2] + \sigma_\varepsilon^2 \\ &= y^{*2} + \frac{q^2 \sigma_\delta^2 + q^2 \alpha^2 \sigma_\varepsilon^2}{\alpha q (2 - \alpha q)} + \sigma_\varepsilon^2. \end{aligned} \quad (10.45)$$

Нахождение оптимального  $q$  теперь сводится к простым выкладкам. Выражения (10.44) и (10.45) определяют значение функции потерь Центрального банка  $E[(y - y^*)^2] + \lambda E[\pi^2]$  как функцию от  $q$ . Условие первого порядка для  $q$  является квадратным уравнением. Одно из его решений отрицательно. Так как отрицательное  $q$  приводит к тому, что дисперсии  $y$  и  $\pi$  становятся бесконечными, мы можем отбросить это значение. Оставшимся решением является

$$q^* = \frac{-\lambda \alpha + \sqrt{\alpha^2 \lambda^2 + 4\lambda}}{2}. \quad (10.46)$$

## Обсуждение

Чтобы проинтерпретировать (10.46), полезно рассмотреть, как оптимальное  $q$  меняется с изменением веса  $\lambda$ , придаваемого центральным банком стабилизации инфляции. Политика центрального банка описывается выражением  $E_t[y_{t+1}] = -q * E_t[\pi_{t+1}]$  (см. [10.39]). Из (10.46) следует, что когда  $\lambda$  стремится к 0,  $q^*$  также стремится к 0: в этом случае центральный банк всегда проводит политику так, что  $E_t[y_{t+1}]$  равно 0. Таким образом, выпуск является белым шумом с нулевым математическим ожиданием. Тогда из уравнения совокупного предложения, (10.38), следует, что инфляция – это случайное блуждание.

Из уравнения (10.46) следует, что когда  $\lambda$  растет,  $q^*$  также растет: так как центральный банк придает больший вес стабилизации инфляции, он стремится отклонить выпуск от естественного уровня, чтобы вернуть инфляцию обратно к оптимальному уровню. Можно показать, что когда  $\lambda$  стремится к бесконечности,  $q^*$  стремится к  $1/\alpha$ . Это соответствует политике, нацеленной на то, чтобы как можно быстрее вернуть инфляцию к нулевому уровню после шока. Когда  $q^*$  равно  $1/\alpha$ ,  $E_t[y_{t+1}]$  равно  $-(1/\alpha)E_t[\pi_{t+1}]$ . Из уравнения совокупного предложения (10.38), следует, что  $E_t[\pi_{t+2}]$  равно 0. Заметьте, что когда  $\lambda$  стремится к бесконечности, дисперсия выпуска не стремится к бесконечности (см. [10.45] при  $q = 1/\alpha$ ): даже если центральный банк обеспокоен только инфляцией, он хочет поддерживать выпуск близким к естественному уровню, чтобы предотвратить значительные изменения инфляции.

Выясним, как ведет себя процентная ставка, если центральный банк следует найденному правилу. Напомним, что из уравнения совокупного спроса (10.37) следует равенство  $E_t[y_{t+1}]$  и  $-\beta r_t + \rho y_t$ . Таким образом, утверждение, что  $E_t[y_{t+1}]$  равно  $-q * E_t[\pi_{t+1}]$ , эквивалентно следующему:

$$-\beta r_t + \rho y_t = -q * E_t[\pi_{t+1}], \quad (10.47)$$

или

$$r_t = \frac{1}{\beta} (\rho y_t + q * E_t[\pi_{t+1}]). \quad (10.48)$$

Теперь заметим, что из уравнения совокупного предложения (10.38) следует, что  $E_t[\pi_{t+1}]$  равно  $\pi_t + \alpha y_t$ . Подставляя это равенство в (10.48), получаем

$$\begin{aligned}
 r_t &= \frac{1}{\beta} (\rho y_t + q * \pi_t + q * \alpha y_t) \\
 &= \frac{\rho + q * \alpha}{\beta} y_t + \frac{q * \pi_t}{\beta}.
 \end{aligned} \tag{10.49}$$

Уравнение (10.49) – это правило Тэйлора: реальная процентная ставка является линейной функцией выпуска и инфляции и не зависит от каких-либо других переменных. Таким образом, оптимальная политика в модели имеет форму правила Тэйлора.

Этот анализ показывает, что не все правила Тэйлора оптимальны. В частности, (10.49) налагает два ограничения на коэффициенты при выпуске и инфляции. Во-первых, так как  $q *$  изменяется от 0 до  $1/\alpha$  при изменении  $\lambda$  от 0 до бесконечности, то из (10.49) вытекает, что коэффициент при  $y$  должен лежать между  $\rho/\beta$  и  $(1+\rho)/\beta$  и что коэффициент при  $\pi$  должен лежать между 0 и  $1/(\alpha\beta)$ . Причина, по которой коэффициент при выпуске должен составлять по крайней мере  $\rho/\beta$ , состоит в том, что положительная автокорреляция колебаний выпуска однозначно нежелательна: она увеличивает изменчивость как выпуска, так и инфляции. Таким образом, политика должна, как минимум, перекрыть положительную автокорреляцию изменений выпуска, связанную со слагаемым  $\rho y_{t-1}$  в уравнении совокупного спроса. Коэффициенты при  $y$  и  $\pi$  не могут быть слишком большими потому, что при слишком сильной реакции на колебания знак  $E_t[\pi_{t+2}]$  становится противоположным знаку  $E_t[\pi_{t+1}]$ , а это не приводит ни к каким выгодам, а лишь к издержкам.

Второе ограничение, которое (10.49) налагает на правило Тэйлора, – это связь между двумя коэффициентами. В частности, из (10.49) следует, что коэффициент при  $y$  равен сумме двух слагаемых:  $\rho/\beta$  (которое вызывает изменение процентных ставок, в точности компенсирующее положительную автокорреляцию выпуска, возникшую бы в противном случае) и  $\alpha$  умноженному на коэффициент при  $\pi$ . Таким образом, когда коэффициент при  $\pi$  растет, коэффициент при  $y$  также должен расти. Интуиция подсказывает, что если, например, Центральный банк сильно обеспокоен инфляцией, он должен реагировать агрессивно как на изменения как выпуска, так и инфляции, чтобы держать инфляцию под контролем; реагирование на изменение одной из этих переменных и безразличие к изменениям другой неэффективны.

Болл утверждает, что как предложенные Тэйлором коэффициенты, так и реальная политика нарушают эти ограничения. В частности, он утверждает, что реальная политика во многих странах реагирует на изменения выпуска недостаточно агрессивно: коэффициент при  $y$  меньше, чем  $\rho/\beta$ . Простой способ понять его аргументы в пользу данной точки зрения – это заметить, что в нашей модели предполагается отсутствие положительной автокорреляции отклонений выпуска от естественного уровня, но подобная автокорреляция наблюдается на практике. Однако, учитывая, насколько упрощена модель, не нужно придавать большого значения данному выводу. В модели игнорируются любые издержки от изменчивости темпа роста выпуска и процентных ставок; в ней не учитывается возможная неопределенность в отношении естественного уровня; в ней вид функции потерь центрального банка задается в качестве предположения, а не выводится. Однако, ценность модели состоит в том, что она демонстрирует, как можно анализировать формально оптимальную политику и правила регулирования процентных ставок, и указывает некоторые факторы, которые должны учитываться при проведении политики.

## Таргетирование инфляции

В последние годы центральные банки Новой Зеландии, Канады, Великобритании и других стран перешли к *таргетированию инфляции*. Таргетирование инфляции это не политика, которая сосредотачивается исключительно на инфляции. Центральные банки в таргетирующих инфляцию странах, как и другие центральные банки, пытаются не только контролировать инфляцию; они пытаются также смягчить колебания выпуска, избежать резких скачков процентных ставок и валютных курсов, и поддерживать стабильность финансовой системы. Таргетирование инфляции состоит из трех главных элементов. Первый и наиболее важный элемент – это открытое объявление целевого значения инфляции. Целевое значение, как правило, низкое и обычно определяется интервалом шириной в несколько процентных пунктов. Второй элемент заключается в том, что центральные банки в таргетирующих инфляцию странах придают динамике инфляции больший вес по сравнению с другими центральными банками. Третий элемент состоит в том, что больший акцент делается на то, чтобы сделать политику Центрального банка прозрачной, а руководство Центрального банка ответственным за проводимую политику. Центральные банки традиционно держали в секрете процесс принятия решений и скрывали свои цели. Однако центральные банки, осуществляющие таргетирование инфляции, прилагают значительные усилия для разъяснения своих целей, своего видения экономической ситуации и причин для тех или иных политических действий. Эта большая открытость, как правило, сочетается с большей ответственностью. Крайним случаем является Новая Зеландия, где Центральный банк и правительство заключают открытые соглашения по поводу целей политики и где руководитель Центрального банка может быть смещен с должности, если он не смог достичь этих целей.

Свенсон и Болл указывают, что оптимальная политика в их модели может рассматриваться как вид таргетирования инфляции. Чтобы понять это, вспомним, что класс оптимальных стратегий в этой модели имеет вид  $E_t[y_{t+1}] = -qE_t[\pi_{t+1}]$ , где  $q$  лежит в интервале от 0 до  $1/\alpha$ . Вспомним также, что  $E_{t+1}[\pi_{t+2}]$  равно  $(1-\alpha q)E_t[\pi_{t+1}] + \delta_{t+1} + \alpha \varepsilon_{t+1}$  (см. [10.41]); это означает, что  $E_t[\pi_{t+2}]$  равно  $(1-\alpha q)E_t[\pi_{t+1}]$ . Так как  $q$  лежит в интервале от 0 до  $1/\alpha$ , то  $1-\alpha q$  лежит в интервале от 0 до 1. Таким образом, класс оптимальных стратегий состоит из правил поведения ожидаемой инфляции следующего вида

$$E_t[\pi_{t+2}] = \phi E_t[\pi_{t+1}], \quad (10.50)$$

где  $\phi$  изменяется в интервале от 0 до 1. Значит, любая оптимальная политика может быть описана как правило, касающееся только поведения ожидаемой инфляции; в этом смысле, оптимальные стратегии принимают форму таргетирования инфляции. В частности, так как  $E_t[\pi_{t+1}]$  не поддается контролю политика, оптимальные стратегии принимают форму попыток вернуть инфляцию обратно к наиболее предпочтительному уровню (который мы приняли равным 0) после того, как она отклонилась от этого уровня в результате шока. Стратегии отличаются друг от друга только скоростью, с которой это происходит: чем больше Центральный банк обеспокоен инфляцией (то есть, чем больше  $\lambda$ ), тем быстрее он ликвидирует отклонения инфляции (то есть, тем ниже  $\phi$ ).

Существуют две основных точки зрения на таргетирование инфляции. Первая заключается в том, что это только «консервативное желание произвести благоприятное впечатление, не соответствующее действительности»<sup>32</sup>. Согласно этой точке зрения, важные изменения в монетарной политике в таких странах, как Новая Зеландия и Великобритания, состоят в том, что центральные банки решили избрать своей целью более низкий уровень инфляции по сравнению с предыдущими десятилетиями и придавать большее значение

---

<sup>32</sup> Этот аргумент принадлежит Анне Шварц (Anna Schwartz).

поведению инфляции. Другие особенности таргетирования инфляции, такие как формальный целевой уровень, отчеты об инфляции и так далее, не имеют большого значения.

Одним из свидетельств в пользу данной точки зрения является монетарная политика в США начиная с середины 1980х годов. ФРС не осуществляла ничего похожего на формальной таргетированием инфляции. Но его руководство, как и в странах с таргетированием инфляции, решило, что главной целью политики должно быть поддержание низкой и стабильной инфляции. Судя по результатам, этот подход «просто сделай это» оказался столь же успешным, как и таргетирование инфляции. Это означает, что выбор политиками инфляции в качестве главной цели, а не атрибуты таргетирования инфляции играет решающую роль.

Другая точка зрения состоит в том, что таргетирование инфляции важно. Эта точка зрения сосредотачивает внимание на тройке – доверие, прозрачность (открытость) и ответственность. В дискуссиях по поводу доверия подчеркивается, что упор на поддержание инфляции на целевом уровне может воздействовать на ожидаемую инфляцию. Это может быть важным в двух ситуациях. Первая ситуация имеет место, когда принято таргетирование инфляции. Как правило, это делается, когда инфляция значительно превышает выбранный заново целевой уровень. Тогда, таргетирование инфляции может уменьшить ожидаемую инфляцию, следовательно, снизить потери выпуска в результате дезинфляции, необходимой для снижения инфляции до целевого уровня. Эта идея притягательна и вполне убедительна. Но как указывалось в разделе 10.5, до сих пор не обнаружено значительных свидетельств в пользу того, что величина данного эффекта существенна.

Вторая ситуация – это ситуация, когда шок отклоняет инфляцию от целевого уровня. Привязывая ожидания к целевому уровню, таргетирование инфляции может уменьшить влияние шока на ожидаемую инфляцию. В самом деле, существуют некоторые свидетельства того, что шоки уровня цен оказывают небольшое влияние на ожидаемую инфляцию при таргетировании инфляции. Так как шоки могут быть как позитивными, так и негативными, это, скорее всего, не окажет значительного влияния на средний выпуск. Но это может сделать экономику более стабильной.

Большая часть дискуссии по поводу прозрачности и ответственности проходит в рамках демократической политической философии, а не экономической науки: может быть желательно во имя демократии, чтобы граждане понимали цели политиков и мотивы их действий, а политики несли ответственность за свои успехи и провалы в достижении объявленных целей. Но могут также существовать экономические выгоды от прозрачности и ответственности. Большая прозрачность, вероятнее всего, уменьшает неопределенность, а большая ответственность, скорее всего, улучшает стимулы. Быть может, гораздо более важно, что большая прозрачность способна улучшить понимание обществом устройства экономики и экономической стратегии, и, следовательно, привести к более эффективной политике в долгосрочной перспективе. Однако, к настоящему моменту эти потенциальные выгоды являются чисто гипотетическими<sup>33</sup>.

---

<sup>33</sup> Более подробно проблема таргетирования инфляции изложена в Bernanke, Laubach, Mishkin и Posen (1999).

## 10.8. Сеньораж и инфляция

Инфляция иногда достигает чрезвычайно высокого уровня. Наиболее крайние случаи – это гиперинфляции, которые традиционно определяют как периоды, когда инфляция превышает 50% в месяц. Многие из наиболее значительных гиперинфляций произошли в Европе вследствие Первой мировой войны и Второй мировой войны, в Латинской Америке в 1980е и 1990е годы, и в бывшем Советском Союзе в 1990е годы. Самая высокая за всю историю инфляция имела место в Венгрии в период с августа 1945 по июль 1946. На протяжении данного периода, уровень цен вырос приблизительно в  $10^{27}$  раз.\* В течение месяца максимальной инфляции цены в среднем утраивались за день (Sachs и Larrain, 1993). И многие страны сталкивались с высокой инфляцией, которая не дотягивала до гиперинфляции: наблюдалось много случаев, когда инфляция на протяжении длительных периодов находилась в интервале от 100 до 1000 процентов в год.

Существование альтернативы инфляции – выпуск никаким образом не может стать причиной гиперинфляции или даже очень высоких темпов инфляции, пусть и меньших, чем гиперинфляция. К тому времени, когда темпы инфляции становятся трехзначными, издержки инфляции несомненно очень велики, а воздействие изменения денежной массы на реальные переменные незначительно. Ни один разумный политик не будет подвергать экономику таким большим издержкам ради весьма скромного увеличения выпуска.

Причина, лежащая в основе большинства, если не всех, случаев высокой инфляции и гиперинфляции, это желание правительства получить сеньораж – то есть, доход от печатания денег (Bresciani-Turroni, 1937; Cagan, 1956). Войны, падения экспортных цен, уклонение от уплаты налогов и безвыходное в политическом плане положение часто оставляют правительства с крупным бюджетным дефицитом. И зачастую инвесторы не имеют достаточной уверенности в том, что правительство сможет выплатить свои долги, и поэтому отказываются покупать государственные облигации. Таким образом, правительству не остается другого выхода, как уповать на сеньораж<sup>34</sup>.

Поэтому в этом разделе рассматриваются взаимосвязи между сеньоражем, ростом денежной массы и инфляцией. Мы начнем с рассмотрения ситуации, когда объем сеньоража приемлем, и увидим, как это может привести к высокой инфляции. Затем мы рассмотрим, что случится, если объем сеньоража неприемлем (?), и увидим, как это может привести к гиперинфляции.

### Темп инфляции и сеньораж

Как и в разделе 10.2, предположим, что спрос на деньги в реальном выражении отрицательно зависит от номинальной процентной ставки и положительно зависит от величины реального дохода (см. уравнение [10.1]):

$$\frac{M}{P} = L(i, Y) \\ = L(r + \pi^e, Y), \quad L_i < 0, \quad L_Y > 0. \quad (10.51)$$

\* Более точно, в 3,81 ( $10^{27}$ ) раз (примеч. научного ред.).

<sup>34</sup> Важный вопрос состоит в том, как политический процесс может привести к ситуациям, когда требуется большой объем сеньоража. Проблема заключается в том, что, поскольку издержки инфляции очень высоки, существуют варианты, более предпочтительные для всех сторон. Эта проблема рассматривается в разделе 11.6.

Так как нас интересует доход правительства от печатания денег, будем интерпретировать  $M$  как деньги высокой эффективности\* (то есть, наличность и обязательные резервы). Тогда  $L(\bullet)$  - это спрос на деньги высокой эффективности.

Сейчас мы сосредоточимся на стационарных состояниях. Поэтому разумно предположить, что темп роста денежной массы не влияет на выпуск и реальную процентную ставку, и что фактическая инфляция равна ожидаемой. Если для простоты не принимать во внимание рост выпуска, то в стационарном состоянии величина реальных денежных остатков постоянна. Отсюда следует, что инфляция равна темпу роста денежной массы. Тогда мы можем переписать (10.51) как

$$\frac{M}{P} = L(\bar{r} + g_M, \bar{Y}), \quad (10.52)$$

где  $\bar{r}$  и  $\bar{Y}$  обозначают реальную процентную ставку и выпуск и где  $g_M$  - это темп роста денежной массы  $\dot{M}/M$ .

Объем реальных закупок в единицу времени, который правительство финансирует за счет печатания денег, равен приросту номинальной денежной массы в единицу времени, деленному на уровень цен:

$$\begin{aligned} S &= \frac{\dot{M}}{P} \\ &= \frac{\dot{M}}{M} \frac{M}{P} \\ &= g_M \frac{M}{P}. \end{aligned} \quad (10.53)$$

Уравнение (10.53) демонстрирует, что в стационарном состоянии реальный сеньораж равен темпу роста денежной массы умноженному на величину реальных денежных остатков. Темп роста денежной массы равен темпу  $\pi$ , с которым номинальные деньги теряют свою реальную стоимость. Таким образом, грубо говоря, сеньораж равен «налоговой ставке»  $\pi$ , по которой облагаются реальные денежные остатки, умноженной на налогооблагаемую величину  $M/P$ . По этой причине доходы от сеньоража часто называют доходами от инфляционного налога<sup>35</sup>.

Подставляя (10.52) в (10.53) получаем

$$S = g_M L(\bar{r} + g_M, \bar{Y}). \quad (10.54)$$

Уравнение (10.54) показывает, что увеличение  $g_M$  увеличивает сеньораж за счет повышения ставки налога на реальные денежные остатки но уменьшает его за счет сокращения налоговой базы. Формально это выглядит

$$\frac{dS}{dg_M} = L(\bar{r} + g_M, \bar{Y}) + g_M L_1(\bar{r} + g_M, \bar{Y}), \quad (10.55)$$

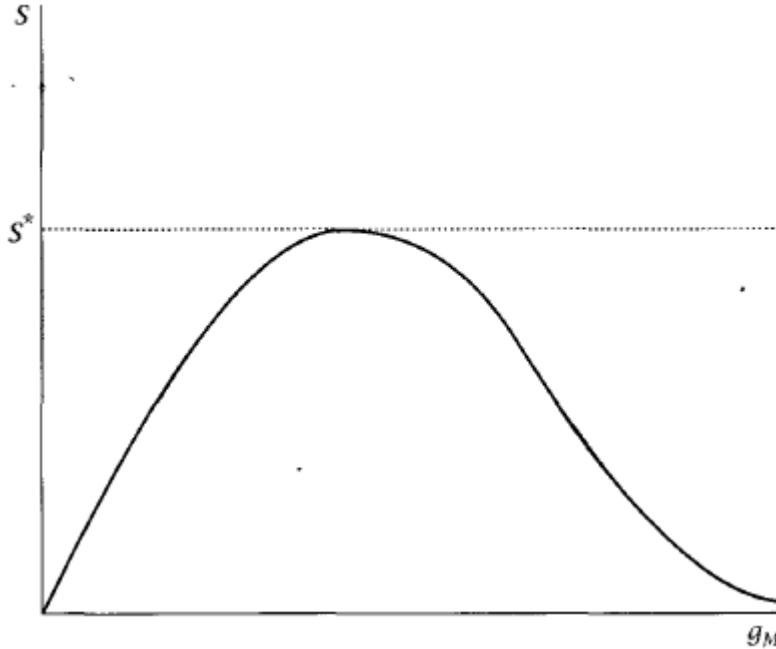
где  $L_1(\bullet)$  обозначает производную  $L(\bullet)$  по первой переменной.

Первое слагаемое в (10.55) положительно, а второе отрицательно. Второе слагаемое стремится к нулю, когда  $g_M$  стремится к нулю (если  $L_1(\bar{r} + g_M, \bar{Y})$  не стремится к

\* В оригинале – "high-powered money". Совокупность таких денег составляет денежную базу (примеч. научного ред.).

<sup>35</sup> Phelps (1973) указывает, что более естественно считать налоговой ставкой на денежные остатки номинальную процентную ставку, так как она является разностью издержек держания агентами денег на руках (эти издержки равны самой номинальной процентной ставке) и издержками правительства по производству денег (которые практически равны нулю). В нашей модели, где реальные процентные ставки фиксированы и, следовательно, номинальная процентная ставка изменяется синхронно с инфляцией, это различие не важно.

бесконечности при приближении  $g_M$  к нулю). Так как  $L(\bar{r}, \bar{Y})$  строго положительно, из этого следует, что  $dS/dg_M$  положительно для низких значений  $g_M$ . Иными словами, при низких налоговых ставках сеньораж увеличивается с ростом налоговой ставки. Однако, очевидно, что когда  $g_M$  становится большим, второе слагаемое перевешивает. Иными словами, разумно предположить, что когда налоговая ставка становится очень большой, ее дальнейшее увеличение уменьшает сеньораж. Итоговая «кривая Лаффера для инфляционного налога» показана на рис. 10.7.



**Рисунок 10.7. Кривая инфляционного налога Лаффера**

В качестве конкретного примера взаимосвязи между инфляцией и сеньоражем в стационарном состоянии рассмотрим функцию спроса на деньги, предложенную Кейганом (Cagan) (1956). Кейган предположил, что хорошим описанием спроса на деньги, особенно при высокой инфляции, является функция

$$\ln \frac{M}{P} = a - bi + \ln Y, \quad b > 0. \quad (10.56)$$

Потенцирование (10.56) и подстановка полученного выражения в (10.54) дает

$$\begin{aligned} S &= g_M e^a \bar{Y} e^{-b(\bar{r}+g_M)} \\ &= C g_M e^{-bg_M}, \end{aligned} \quad (10.57)$$

где  $C \equiv e^a \bar{Y} e^{-b\bar{r}}$ . Теперь влияние изменения темпа роста денежной массы на сеньораж задается выражением

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dg_M} &= C e^{-bg_M} - b C g_M e^{-bg_M} \\ &= (1 - bg_M) C e^{-bg_M}. \end{aligned} \quad (10.58)$$

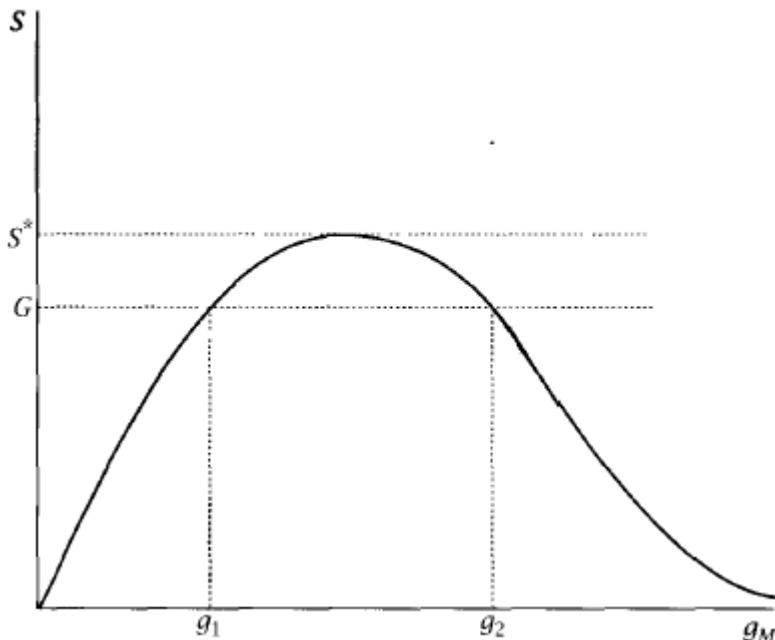
Это выражение положительно при  $g_M < 1/b$  и отрицательно в противоположном случае.

Согласно оценкам Кейгана, параметр  $b$  лежит в интервале от  $\frac{1}{3}$  до  $\frac{1}{2}$ . Отсюда

следует, что максимум кривой Лаффера для инфляционного налога достигается, когда  $g_M$  лежит в интервале от 2 до 3. Это соответствует темпу роста денежной массы в 200-300 процентов в год (если рассматривать рост в непрерывном времени), что предполагает

увеличение денежной массы с коэффициентом, лежащим в интервале от  $e^2 \approx 7.4$  до  $e^3 \approx 20$  в год. Cagan, Sachs и Larrain (1993) и многие другие исследователи считают, что для большинства стран сеньораж на пике кривой Лаффера составляет около 10 процентов ВВП.

Теперь рассмотрим правительство, которому нужно профинансировать за счет сеньоража некоторую величину реальных закупок  $G$ . Предположим, что  $G$  меньше, чем максимально возможная величина сеньоража  $S^*$ . Тогда, как видно на рисунке 10.8, существуют два темпа роста денежной массы, при которых можно профинансировать закупки<sup>36</sup>. При одном из них инфляция низкая, а реальные денежные остатки высокие; при другом инфляция высокая и реальные денежные остатки низкие. Сравнительная статика равновесия с высокой инфляцией необычна; например, уменьшение требующегося правительству сеньоража приводит к росту инфляции. Так как мы не наблюдаем такие ситуации на практике, мы сосредоточимся на анализе равновесия при низкой инфляции. Тогда темп роста денежной массы – и, следовательно, темп инфляции – равен  $g_1$ .



**Рисунок 10.8. Как необходимость сеньоража определяет инфляцию**

Наш анализ позволяет объяснить существование высокой инфляции: она является результатом желания правительства получить сеньораж. Предположим, например, что  $b = \frac{1}{3}$  и что сеньораж  $S^*$  на пике кривой Лаффера составляет 10% ВВП. Так как сеньораж максимизируется при  $g_M = 1/b$ , из (10.57) следует, что  $S^*$  равен  $Ce^{-1}/b$ . Так как  $S^*$  равно 10% ВВП при  $b = \frac{1}{3}$ , то  $C$  должно составлять около 9% ВВП. Тогда непосредственные расчеты показывают, что для получения сеньоража в 2% от ВВП необходим темп роста

<sup>36</sup> На рис. 10.8 неявно предполагается, что сеньораж не зависит от уровня инфляции. Из-за этого предположения не учитывается важный эффект от инфляции: так как налоги обычно измеряются в номинальных величинах, и при их сборе существует лаг, увеличение инфляции, как правило, уменьшает реальные налоговые доходы. В результате объем требуемого сеньоража должен возрастать с ростом уровня инфляции. Этот эффект Танци (или Оливера-Танци) не приводит к каким-либо значительным изменениям нашего анализа; мы только должны заменить горизонтальную линию  $G$  на линию с положительным наклоном. Но эффект может быть весьма значителен количественно, поэтому его надо учитывать при рассмотрении высокой инфляции на практике.

денежной массы  $g_M \cong 0,24$ , для получения сеньоража в 5% ВВП –темп  $g_M \cong 0,70$ , для получения сеньоража в 8% от ВВП –темп  $g_M \cong 1,42$ . Таким образом, умеренная величина требуемого сеньоража может привести к значительной инфляции, а большая величина требуемого сеньоража приводит к высокой инфляции.

## Сеньораж и гиперинфляция

Из этого анализа следует, что даже потребность правительства в сеньораже не может быть причиной высокой инфляции: если доход от сеньоража максимизируется при темпах инфляции в несколько сотен процентов, почему правительства позволяют инфляции увеличиваться еще больше? Ответ заключается в том, что предыдущий анализ справедлив только в стационарном состоянии. Если общество не может мгновенно подстроить количество денег, которое оно держит на руках, или свои инфляционные ожидания к изменениям в экономической ситуации, то в краткосрочной перспективе сеньораж всегда увеличивается с ростом денежной массы, и правительство может получать большую величину сеньоража по сравнению с максимальным сеньоражем в стационарном состоянии,  $S^*$ . Таким образом, гиперинфляции возникают, когда требующийся правительству объем сеньоража превышает  $S^*$  (Кейган, 1956).

Постепенная подстройка объема денег на руках у населения и постепенная подстройка ожидаемой инфляции влияют на динамику инфляции аналогичным образом. Мы сосредоточимся на случае постепенной подстройки денег на руках у населения. Предположим, что необходимое населению количество денег на руках задается функцией спроса на деньги Кейгана (10.56). Кроме того, продолжим считать, что реальная процентная ставка и выпуск фиксированы на уровне  $\bar{r}$  и  $\bar{Y}$ : хотя обе переменные, скорее всего, как-то изменяются с течением времени, влияние этих изменений, по-видимому, является весьма скромным по сравнению с влиянием изменения инфляции.

Таким образом, требуемый уровень реальных денежных средств на руках у населения составляет

$$m^*(t) = Ce^{-b\pi(t)} \quad (10.59)$$

Ключевое предположение модели состоит в том, что фактический объем денег на руках у населения постепенно сближается с требуемым уровнем. Более конкретно, мы предполагаем, что

$$\frac{d \ln m(t)}{dt} = \beta[\ln m^*(t) - \ln m(t)], \quad (10.60)$$

или

$$\frac{\dot{m}(t)}{m(t)} = \beta[\ln C - b\pi(t) - \ln m(t)], \quad (10.61)$$

где вместо  $\ln m^*(t)$  мы подставили выражение (10.59). Идея, лежащая в основе данного предположения о постепенной подстройке, заключается в том, что индивидам трудно изменять объем денег на руках; например, они могли заключить соглашения о покупке определенных товаров за деньги. В результате, они подстраивают объем денег на руках к требуемому уровню постепенно. Конкретная функциональная форма выбрана для удобства. Наконец, предполагается, что  $\beta$  положительно, но меньше  $1/b$  – то есть, предполагается, что подстройка происходит не слишком быстро<sup>37</sup>.

---

<sup>37</sup> Предположение о том, что изменение реального объема денег на руках зависит только от текущих значений  $m^*$  и  $m$ , означает отсутствие у индивидов впередсмотрящих ожиданий. Более подходящая предположение, в соответствии с моделью  $q$  инвестиций в главе 8, состоит в том, что индивиды учитывают всю будущую

Как и ранее, сеньораж равен  $\dot{M}/P$  или  $(\dot{M}/M)(M/P)$ ; тогда

$$S(t) = g_M(t)m(t). \quad (10.62)$$

Предположим, что экономика первоначально находится в стационарном состоянии при  $G$  меньшем, чем  $S^*$ , и что  $G$  затем увеличивается до уровня, превышающего  $S^*$ . Если подстройка является мгновенной, но равновесия при положительном объеме денег на руках не существует. Так как  $S^*$  - это максимальная величина сеньоража, которую правительство может получить, когда индивиды подстроили объем реальных денежных остатков на руках к требуемому уровню, то правительство не может получить больше при мгновенном приспособлении. В результате, единственный вариант развития событий таков: деньги мгновенно обесцениваются, а правительство оказывается неспособным получить необходимый сеньораж.

С другой стороны, при постепенной постройке правительство может получить необходимый сеньораж, увеличивая темп роста денежной массы и инфляцию. При росте инфляции реальные денежные остатки на руках у населения уменьшаются. Но так как подстройка не является мгновенной, реальная денежная массы превышает  $Ce^{-b\pi}$ ; в результате (когда подстройка не является слишком быстрой) правительство может получить больше, чем  $S^*$ . Но при уменьшении реальной денежной массы необходимый темп роста денежной массы увеличивается. В результате мгновенно увеличивается инфляция.

Чтобы формально описать динамику экономики, легче всего сосредоточиться на динамике реальной денежной массы  $m$ . Уравнение (10.61) позволяет выразить  $\dot{m}/m$  через  $\pi$  и  $m$ . Поэтому, чтобы охарактеризовать поведение  $m$ , нам необходимо исключить  $\pi$  из этого уравнения.

Чтобы сделать это, заметим, что темп роста реальной денежной массы,  $\dot{m}/m$ , равен темпу роста номинальной денежной массы,  $g_M$ , минус темп инфляции,  $\pi$ . Переписав это как уравнение для инфляции, получим

$$\begin{aligned} \pi(t) &= g_M - \frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \\ &= \frac{G}{m(t)} - \frac{\dot{m}(t)}{m(t)}, \end{aligned} \quad (10.63)$$

где во второй строчке используется тот факт, что  $m(t)g_M(t) = G$  (см. [10.62]). Подставив полученное выражение в (10.61), имеем

$$\frac{\dot{m}(t)}{m(t)} = \beta \left\{ \ln C - b \left[ \frac{G}{m(t)} - \frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \right] - \ln m(t) \right\}. \quad (10.64)$$

Теперь мы можем найти из этого выражения  $\dot{m}(t)/m(t)$ ; получим

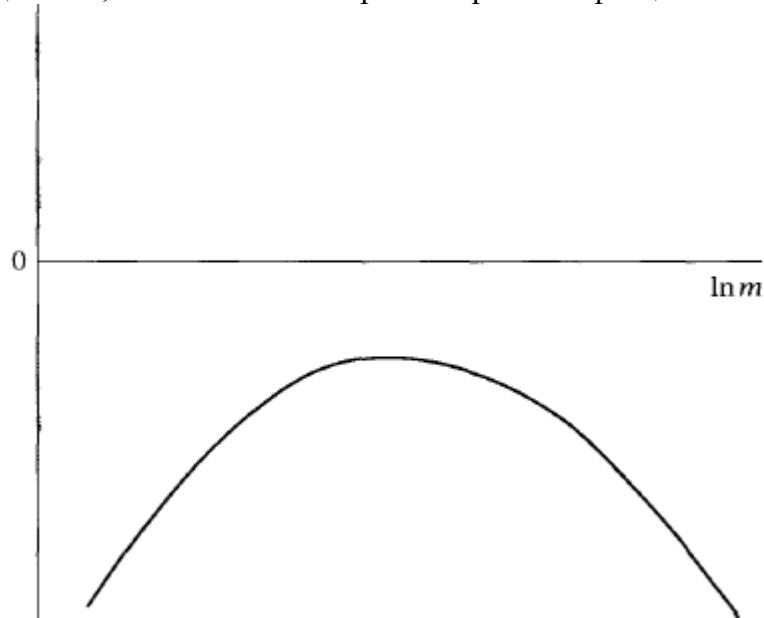
$$\begin{aligned} \frac{\dot{m}(t)}{m(t)} &= \frac{\beta}{1 - b\beta} \left[ \ln C - b \frac{G}{m(t)} - \ln m(t) \right] \\ &= \frac{\beta}{1 - b\beta} \frac{b}{m(t)} \left[ \frac{\ln C - \ln m(t)}{b} m(t) - G \right]. \end{aligned} \quad (10.65)$$

Из нашего предположения о том, что  $G$  больше  $S^*$  следует, что выражение в скобках отрицательно при всех значениях  $m$ . Чтобы показать это, заметим, прежде всего, что темп инфляции, при котором требуемая величина денег на руках у населения равна  $m$ ,

траекторию инфляции, решая, как изменить объем денег на руках. Эта предположение сильно осложняет анализ, не изменяя выводов в отношении большинства интересующих нас проблем (но см. примечание 40 ниже).

является решением уравнения  $Ce^{-b\pi} = m$ ; прологарифмировав это выражение и перегруппировав слагаемые, получим, что темп инфляции равен  $(\ln C - \ln m)/b$ . Далее, вспомним, что если реальная денежная массы стабилизирована, сеньораж равен  $\pi n$ ; тогда при реальной денежной массе  $m$  можно устойчивым образом поддерживать сеньораж на уровне  $[(\ln C - \ln m)/b]m$ . Наконец, вспомним, что  $S^*$  определяется как максимальный уровень сеньоража. Тогда из предположения о том, что  $S^*$  меньше  $G$ , следует, что  $[(\ln C - \ln m)/b]m$  меньше  $G$  для всех значений  $m$ . Но это означает, что выражение в скобках в (10.65) отрицательно.

Значит, так как  $b\beta$  меньше 1, правая часть выражения (10.65) отрицательна во всей области определения: независимо от своего первоначального значения, реальная денежная масса монотонно убывает. Соответствующая фазовая диаграмма приведена на рисунке 10.9<sup>38</sup>. Так как реальная денежная масса непрерывно убывает, темп роста денежной массы должен непрерывно возрастать для того, чтобы правительство смогло получить необходимый объем сеньоража (см. [10.62]). В итоге правительство может получить сеньораж, превышающий  $S^*$ , но только за счет резкого роста инфляции.

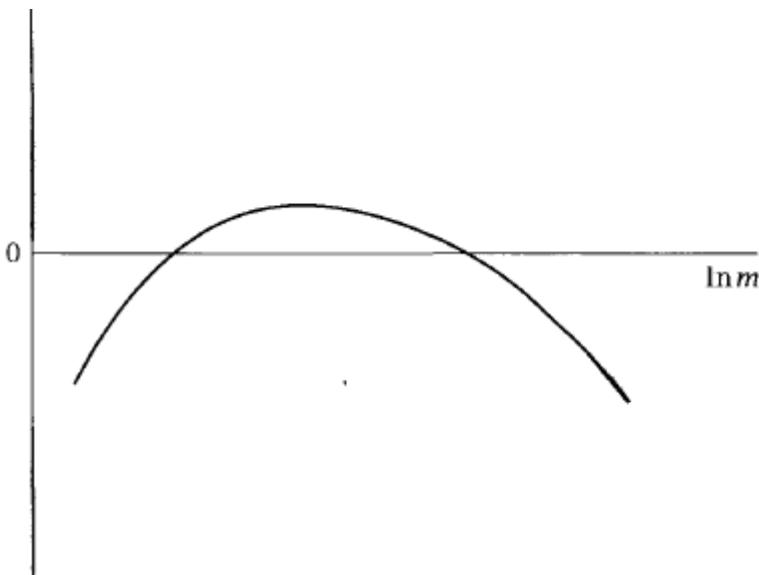


**Рисунок 10.9. Динамика реальной денежной массы при неустойчивых потребностях в сеньораже**

Этот анализ можно также использовать, чтобы понять динамику реальной денежной массы и инфляции при постепенной подстройке количества денег на руках у населения, когда  $G$  меньше  $S^*$ . Рассмотрим ситуацию, изображенную на рисунке 10.8. Равновесный объем сеньоража  $\pi n^*$  равен  $G$ , если инфляция составляет  $g_1$  или  $g_2$ ; он больше  $G$ , если инфляция лежит в интервале от  $g_1$  до  $g_2$ , и он меньше  $G$  в остальных случаях. Соответствующая динамика реальной денежной массы, которая следует из (10.65), показана на рисунке 10.10. Стационарное состояние с высокой реальной денежной массой (и, следовательно, с низкой инфляцией) устойчиво, а стационарное состояние с низкой реальной денежной массой неустойчиво<sup>39</sup>.

<sup>38</sup> Дважды продифференцировав (10.65), можно показать, что  $d^2(\dot{m}/m)/(d \ln m)^2 < 0$ . Поэтому фазовая диаграмма имеет такую форму, как на рисунке.

<sup>39</sup> Вспомним, что этот анализ основывается на предположении о том, что  $\beta < 1/b$ . Если это предположение не выполняется, знаменатель (10.65) отрицателен. Условия устойчивость и динамика модели в этом случае



**Рисунок 10.10. Динамика реальной денежной массы, при устойчивых потребностях в сеньораже**

Этот анализ взаимосвязи между сеньоражем и инфляцией объясняет многие основные черты высоких инфляций и гиперинфляций. Главное состоит в том, что он позволяет понять загадочный факт достижения инфляцией чрезвычайно высокого уровня. Этот анализ также объясняет, почему инфляция может достичь некоторого уровня – выражаемого, как мы знаем из практики, трехзначными цифрами, – не увеличиваясь чрезвычайно быстро, но после превышения этого уровня она превращается в гиперинфляцию. Кроме того, модель объясняет центральную роль фискальных проблем при возникновении высоких инфляций и гиперинфляций и роль фискальных реформ для прекращения высоких инфляций и гиперинфляций (Sargent, 1982).

Наконец, центральная роль сеньоража при гиперинфляциях позволяет объяснить, как гиперинфляции могут закончиться до того, как стабилизируется рост денежной массы. Как указывалось в разделе 10.2, увеличившийся спрос на реальные денежные остатки после

необычны. Если  $G < S^*$ , то равновесие при высокой инфляции устойчиво, а при низкой инфляции неустойчиво; если  $G > S^*, \dot{m} > 0$  на всей области определения, и, следовательно, происходит очень быстрая дефляция. На любом интервале значений  $G$  увеличение  $G$  приводит к скачку инфляции вниз (чтобы показать это, заметим, что в силу [10.65] такое увеличение приводит к скачку  $\dot{m}/m$  вверх; с учетом [10.61] это означает, что происходит скачок  $\pi$  вниз).

Одно из объяснений этих результатов состоит в том, что мы не наблюдаем таких необычных исходов на практике лишь потому, что значения параметров попадают в определенный интервал. Однако более правдоподобное объяснение заключается в том, что эти результаты получены при анализе модели, которая упускает важные особенности реальной экономики. Например, если имеет место постепенная подстройка как реальных денег на руках у населения, так и ожидаемой инфляции, то условия устойчивости и динамика модели согласуются с интуицией независимо от скорости подстройки. Еще более важное замечание содержится в работах Ball(1993) и Cardoso (1991), где утверждается, что предположение о том, что  $Y$  зафиксирован на уровне  $\bar{Y}$ , не учитывает ключевых особенностей динамики высоких инфляций (но не обязательно гиперинфляций). Болл и Кардоzo разработали модели, которые сочетают монетарную политику, определяемую нуждами правительства в сеньораже, со стандартным кейнсианским предположением о том, что политика управления совокупным спросом может уменьшить инфляцию только за счет временного снижения реального выпуска. Они показали, что при этом предположении устойчиво только стационарное состояние с низкой инфляцией. Они также используют свои модели для анализа целого ряда особенностей экономик с высокой инфляцией.

окончания гиперинфляции удовлетворяется за счет продолжающегося быстрого роста номинальной денежной массы, а не за счет снижения уровня цен. Но тогда возникает вопрос, почему общество ожидает низкую инфляцию, несмотря на сохранение быстрого роста номинальной денежной массы. Ответ заключается в том, что гиперинфляции заканчиваются, когда фискальные и денежные реформы привели к исчезновению либо дефицита, либо возможностей правительства использовать сеньораж для его финансирования, либо и того, и другого. Например, при окончании немецкой гиперинфляции 1923-1924 reparations, наложенные после Первой мировой войны на Германию, были уменьшены, и существовавший тогда центральный банк был заменен на новый институт, гораздо более независимый. Благодаря подобным реформам общество знает, что увеличение темпа роста денежной массы является временным (Саржент, 1982)<sup>40</sup>.

## 10.9. Издержки инфляции

До сих пор весь анализ в этой главе предполагал, что инфляция приводит к издержкам, что политики знают каковы эти издержки и как они изменяются при изменении инфляции. Однако фактически природа издержек инфляции до конца не понята. Существует большой разрыв между популярным взглядом на инфляцию и издержками инфляции, которые могут выявить экономисты. Инфляцию сильно не любят. Например, в периоды, когда инфляция в США была умеренно высокой, в опросах общественного мнения она называлась наиболее важной проблемой, стоящей перед страной. Инфляция оказала значительное влияние на исход президентских выборов, и с ней связывали широкий набор проблем. Однако экономисты сталкиваются с определенными трудностями при определении издержек инфляции.

### Легко выявляемые издержки инфляции

Во многих моделях стабильная инфляция лишь увеличивает на одну и ту же величину темп роста всех цен и зарплат и номинальных процентных ставок по всем активам; поэтому она не влияет на относительные цены, реальную заработную плату и реальные процентные ставки. Из-за этого факта трудно утверждать, что издержки инфляции значительны.

Единственное исключение из утверждения об отсутствии издержек стабильной инфляции в простых моделях – тот факт, что, так как деньги высокой эффективности обладают нулевой номинальной доходностью, инфляция уменьшает их реальную доходность. В этом причина наиболее легко выявляемых издержек инфляции. Увеличивающийся разрыв между доходностью денег и других активов заставляет людей тратить усилия на то, чтобы уменьшить объем денег высокой эффективности на руках; например, они осуществляют меньшие по объему и более частые сделки по превращению остальных активов в наличность. Так как правительство производит деньги высокой эффективности с нулевыми издержками, эти усилия не приносят общественной выгоды. Таким образом, они представляют собой издержки инфляции.

Эти бесполезные для общества усилия по сокращению объема наличных денег могут быть исключены, если выбрать инфляцию так, чтобы номинальная процентная ставка и, следовательно, альтернативные издержки хранения денег в виде наличных равнялись 0. Так

---

<sup>40</sup> Чтобы включить в наш формальный анализ влияние знания о том, что рост денежной массы является временным, мы должны считать, что изменение реальных денег на руках у населения зависит в заданный период времени не от текущего объема денег на руках и текущей инфляции, а от текущего объема денег на руках и всей ожидаемой траектории инфляции. См. примечание 37.

как реальные процентные ставки являются, как правило, небольшими положительными величинами, необходима небольшая дефляция<sup>41</sup>.

Однако, кажется маловероятным, что это единственныe издержки инфляции. Более очевидно, что описанные выше издержки *стоптанных башмаков*, связанные с положительной номинальной процентной ставкой, очень малы при любых темпах инфляции, наблюдавшихся на практике. Даже если уровень цен каждый месяц удваивается, деньги теряют свою стоимость с темпом всего несколько процентов в день; следовательно, даже в этом случае индивиды не несут чрезмерных издержек при сокращении объема денег на руках.

Второй тип легко выявляемых издержек инфляции связан с тем фактом, что номинальные цены и заработные платы необходимо изменять чаще, или что необходимо использовать схемы индексации. При естественных предположениях о распределении шоков относительных цен частота корректировки цен минимизируется при нулевой инфляции. Однако, как указывалось в главе 6, издержки корректировки цен и индексации весьма малы.

Последний тип легко выявляемых издержек инфляции связан с тем, что инфляция искаляет налоговую систему (см., например, Feldstein, 1997). В большинстве стран доход от прироста капитала и процент, а также вычеты на выплату процентов и амортизацию исчисляются в номинальном выражении. В результате инфляция может оказывать значительное влияние на стимулы к инвестированию и сбережению. В США чистый эффект от воздействия инфляции через подобные каналы состоит в значительном увеличении эффективной ставки налога на капитал. Кроме того, инфляция может значительно изменить сравнительную привлекательность различных типов инвестирования. Например, так как услуги по проживанию в собственном жилище, как правило, не облагаются налогом, а доход от сдачи в аренду офисных помещений и производственных площадей облагается налогом, даже в отсутствие инфляции налоговая система поощряет инвестирование в жилищное строительство по сравнению с промышленным строительством и строительством офисных зданий. Тот факт, что номинальные процентные выплаты вычитаются из дохода, приводит к усилению данного эффекта из-за инфляции.

В противоположность издержкам стоптанных башмаков и издержкам меню, издержки инфляции, связанные с налоговыми искажениями, могут быть значительными. Таким образом, для политиков важно принимать во внимание эти эффекты. В то же время, эти искажения, вероятно, не являются источником сильной неприязни к инфляции, которую испытывает общество. Эти издержки весьма специфичны и могут быть преодолены на счет индексации. Однако неприязнь к инфляции распространена гораздо более широко.

Таким образом, мы должны продолжать анализ, чтобы понять популярную точку зрения на инфляцию. Существуют различные каналы, через которые инфляция может приводить к большим издержкам, труднее поддающимся обнаружению по сравнению с только что описанными. Некоторые из возможных издержек имеют место, когда инфляция ожидаема и стабильна; другие возникают, только если с ростом инфляции она становится более вариабельной и менее предсказуемой.

## **Другие издержки стабильной инфляции**

Существуют по крайней мере три канала, посредством которых стабильная, ожидаемая инфляция может приводить к высоким издержкам. Во-первых, так как индивидуальные цены не корректируются непрерывно, даже стабильная инфляция приводит к изменению относительных цен, потому что различные фирмы корректируют свои цены в разное время. В результате, инфляция увеличивает отклонения относительных цен от значений, которые они имели бы при свободной от трения корректировке цен. В работах Okun (1975) и Carlton

---

<sup>41</sup> См, например, Tolley (1957) и Friedman (1969).

(1982) приведены неформальные аргументы, показывающие, что эта вызванная инфляцией изменчивость относительных цен подрывает рынки, где между фирмами и клиентами устанавливаются долгосрочные отношения, а цены корректируются не часто. Например, из-за инфляции потенциальным клиентом может быть труднее решить, вступать ли в долгосрочные отношения, а участникам долгосрочных взаимоотношений труднее определять справедливость цены сделки, сравнивая эту цену с другими ценами. Формальные модели показывают, что инфляция может оказывать неоднозначное влияние на рыночную структуру, долгосрочные взаимоотношения и эффективность (например, Benabou, 1992, и Tommasi, 1994). Эта литература не достигла какого-либо консенсуса в отношении влияния инфляции, но здесь указаны некоторые механизмы, посредством которых инфляция может приводить к значительным издержкам. В этой литературе также предполагается, что огромные разрушения, связанные с гиперинфляциями, могут представлять собой крайние случаи влияния более умеренной инфляции.

Во-вторых, у индивидов и фирм могут возникать трудности с расчетами из-за инфляции (Modigliani и Cohn, 1979; Hall, 1984). Ежегодная инфляция в 10% приводит к росту уровня цен в 45 раз за 40 лет; даже 3% инфляции в год приводят к утроению уровня цен за этот же период. В результате, инфляция может заставить домохозяйства и фирмы, которые традиционно осуществляют финансовое планирование в номинальных единицах, совершать систематические ошибки при сбережении для обеспечения жизни после ухода на пенсию, при оценке реального бремени закладных, при осуществлении долгосрочных инвестиционных проектов.

Наконец, стабильная инфляция может приводить к издержкам не из-за воздействия на реальные переменные, а просто потому, что люди не любят инфляцию. Люди описывают экономическую действительность в номинальных показателях. Поэтому они могут беспокоиться из-за больших изменений номинальных цен и заработной платы, даже если эти изменения не оказывают влияния на их реальные доходы. Используя аналогию из Okun (1975), можно сказать, что переход к политике сокращения длины мили на определенную величину каждый год окажет незначительное влияние на реальные решения, но, тем не менее, может сделать людей несчастными. И в самом деле, исследования Шиллера (Shiller, 1997) выявили, что люди испытывают сильную неприязнь к инфляции по причинам, отличным от экономических эффектов, перечисленных выше. Так как конечной целью политики, по-видимому, является общественное благополучие, подобные эффекты инфляции являются настоящими издержками.

## **Издержки вариабельной инфляции**

Эмпирически выявлено, что инфляция является более изменчивой и менее предсказуемой, когда она выше (см., например, Okun, 1971; Taylor, 1981; и Ball и Cecchetti, 1990).

Okun, Ball и Cecchetti, и другие утверждают, что эта связь возникает из-за влияния инфляции на политику. Когда инфляция низкая, существует консенсус по поводу того, что она должна оставаться низкой, и, следовательно, инфляция является стабильной и предсказуемой. Однако, когда инфляция умеренная или высокая, существуют разногласия по поводу необходимости ее снижения; в самом деле, издержки немного большей инфляции могут оказаться небольшими. В результате, инфляция изменчива и трудно предсказуема.

Если это утверждение верно, связь между средним значением и дисперсией инфляции заключается во влиянии среднего значения на инфляцию. Из этого следует существование потенциально важных дополнительных издержек инфляции. Во-первых, так как многие активы оцениваются в номинальных единицах, неожиданные изменения инфляции перераспределяют богатство. Таким образом, большая изменчивость инфляции увеличивает неопределенность и уменьшает благосостояние. Во-вторых, поскольку долги выражаются в

номинальных единицах, увеличение неопределенности в отношении инфляции может заставить фирмы и индивидов отказаться от осуществления инвестиционных проектов, в особенности, долгосрочных<sup>42</sup>. И, наконец, сильно вариабельная инфляция (или даже просто более высокая средняя инфляция) может препятствовать долгосрочным инвестициям, так как индивиды и фирмы рассматривают ее как симптом плохой работы правительства, которое может прибегнуть к конфискационному налогообложению или другой политике, крайне нежелательной для владельцев капитала.

Эмпирически выявлена отрицательная связь между инфляцией и инвестициями, а также между инфляцией и ростом (Fischer, 1993; Cukierman, Kalaitzidakis, Summers и Webb, 1993; Bruno и Easterly, 1998). Однако нет достаточного количества данных, подтверждающих, что данная связь является причинно-следственной. Нетрудно придумать причины, по которым эта связь может не отражать истинное влияние инфляции. В краткосрочной перспективе негативные шоки предложения приводят как к высокой инфляции, так и к более низкому росту. В долгосрочной перспективе правительства, которые следуют политике, подрывающей рост, - такой как протекционизм, большие бюджетные дефициты, и так далее – вероятнее всего, будут также следовать политике, приводящей к высокой инфляции (Sala-i-Martin, 1991).

При высоких темпах инфляции можно утверждать, что вопрос о том, отражает ли связь между инфляцией и ростом влияние инфляции на рост, не слишком важен. Если страна хочет уменьшить инфляцию, находящуюся на очень высоком уровне, ей необходимо осуществить широкий спектр реформ, касающихся бюджета и экономической политики. В результате рост, вероятно, ускорится, хотя это может быть связано не с уменьшением инфляции, а с другими реформами<sup>43</sup>. Уменьшение инфляции с умеренной до низкой, напротив, не требует проведения фундаментальных реформ политики. Следовательно, для умеренной и низкой инфляции проблема существования причинно-следственной связи является ключевой.

## **Потенциальные выгоды от инфляции**

До сих пор мы рассматривали только издержки инфляции. Но могут существовать также и выгоды от инфляции. Тобин (Tobin, 1972) заметил, что если фирмам особенно трудно сокращать номинальную заработную плату, необходимая подстройка реальной зарплаты к шокам, воздействующим на данный сектор, происходит гораздо быстрее при более высокой инфляции. Саммерс (Summers, 1991) отмечает, что, так как номинальная процентная ставка не может быть отрицательной, низкая инфляция (приводя к низким номинальным ставкам) может ограничить способность Центрального банка стимулировать совокупный спрос в ответ на отрицательные шоки. Кругман (Krugman, 1998) утверждает, что это ограничение оказалось важным при неблагоприятной экономической ситуации в Японии в 1990-е годы. И подобно тому, как инфляция сверх определенного уровня может подорвать долгосрочное планирование и увеличить неопределенность, так и инфляция ниже определенного уровня может привести к тем же последствиям. Учитывая, что на протяжении нескольких последних десятилетий средняя инфляция была положительной, не очевидно, что нулевая инфляция минимизирует неопределенность и является менее разрушительной. Наконец, как указывалось выше, инфляция является потенциальным источником дохода для

<sup>42</sup> Однако если эти издержки от изменчивости инфляции велики, могут существовать сильные стимулы для фирм и индивидов заключать контракты в реальных, а не в номинальных величинах, или возникнут рынки, которые позволят им страховаться от инфляционного риска. Тогда полный анализ больших издержек инфляции, возникающих вследствие данной причины, должен включать объяснение отсутствия данных институтов.

<sup>43</sup> Этот аргумент принадлежит Allan Meltzer.

правительства; при определенных условиях для правительства оптимально использовать этот источник дохода в дополнение к более традиционным налогам.

Кроме того, возможно, что общественное неприятие инфляции является просто результатом заблуждения, а не какого-то более глубокого понимания издержек инфляции по сравнению с тем, которое имеют экономисты. Например, Katona (1976) утверждает, что общество чувствует, как инфляция воздействует на цены, но не на заработную плату. Поэтому, когда инфляция увеличивается, индивиды связывают с этим увеличением только более быстрый рост цен и делают неправильный вывод о снижении своего уровня жизни. Индивиды могут также неприязненно относиться к инфляции просто потому, что периоды высокой инфляции характеризуются низким реальным ростом. Однако, если высокая инфляция на самом деле не является источником низкого роста, она не уменьшает общественное благосостояние.

## Заключительные комментарии

Как показывает данная дискуссия, исследования не позволяют пока прийти к окончательному заключению относительно издержек инфляции и оптимального темпа инфляции. Таким образом, экономисты и политики должны полагаться на свои собственные суждения, выбирая между различными точками зрения. Грубо говоря, они делятся на две группы. Одна группа считает инфляцию разрушительной и полагает, что политика должна сосредоточиться на борьбе с инфляцией и не обращать внимания на другие цели. Члены этой группы, как правило, считают, что политика должна быть нацелена на нулевую инфляцию или умеренную дефляцию. Другая группа считает, что очень низкая инфляция приносит лишь небольшую выгоду или даже губительна, и полагает, что политика должна быть нацелена на поддержание средней инфляции на уровне от низкого до умеренного, но должна также учитывать и другие цели. Мнения членов этой группы по поводу уровня инфляции, на который должна ориентироваться политика, как правило, варьируются от нескольких процентов до 10%.

## Задачи

10.1. Проведем анализ темпа роста денежной массы, инфляции и реальной денежной массы, подобный анализу в разделе 10.2, для дискретного времени. Предположим, что спрос на деньги равен  $m_t - p_t = c - b(E_t p_{t+1} - p_t)$ , где  $m$  и  $p$  - это логарифмы денежной массы и уровня цен, причем мы неявно предполагаем, что выпуск и реальная процентная ставка постоянны (см. [10.56]).

(a) Найдите выражение для  $p_t$  через  $m_t$  и  $E_t p_{t+1}$ .

(b) Используя закон итерации ожиданий, выразите  $E_t p_{t+1}$  через  $E_t m_{t+1}$  и  $E_t m_{t+2}$ .

(c) Повторяя итерационный процесс, выразите  $p_t$  через  $m_t$ ,  $E_t m_{t+1}$ ,  $E_t m_{t+2}$ , ...

.(Предположите, что  $\lim_{i \rightarrow \infty} E_t [\{b/(1+b)\}^i p_{t+i}] = 0$ . Это условие отсутствия пирамиды, аналогичное условию в задаче 7.7)

(d) Объясните на интуитивном уровне, почему увеличение  $E_t m_{t+i}$  при любом  $i > 0$  приводит к росту  $p_t$ .

(e) Предположим, что ожидаемый рост денежной массы постоянен, так что

$E_t m_{t+i} = m_t + gi$ . Найдите выражение для  $p_t$  через  $m_t$  и  $g$ . Как увеличение  $g$  влияет на  $p_t$ ?

10.2. Рассмотрим модель с дискретным временем, в которой цены совершенно не реагируют на непредвиденные монетарные шоки на протяжении одного периода, а затем

становятся полностью гибкими. Предположим, что кривые  $IS$  и  $LM$  задаются уравнениями  $y = c - ar$  и  $m - p = b + hy - ki$ , где  $y$ ,  $m$  и  $p$  - это логарифмы выпуска, предложения денег и уровня цен;  $r$  - реальная процентная ставка;  $i$  - номинальная процентная ставка;  $a$ ,  $h$  и  $k$  - это положительные параметры.

Предположим, что первоначально  $m$  зафиксировано на некотором уровне, который мы примем равным нулю, и что  $y$  зафиксировано на уровне выпуска при гибких ценах, который мы также примем равным нулю. Теперь предположим, что в какой-то период – пусть это будет период 1 – монетарные власти неожиданно переходят к политике увеличения  $m$  на некоторую величину  $g > 0$  в каждом периоде.

(a) Чему равны  $r$ ,  $\pi^e$ ,  $i$  и  $p$  до изменения политики?

(b) Когда цены полностью подстроились,  $\pi^e = g$ . Используйте этот факт, чтобы найти  $r$ ,  $i$  и  $p$  в период 2.

(c) Чему равны  $i$ ,  $r$ ,  $p$  в периоде 1 и инфляция  $E_1[p_2] - p_1$  в периоде 2 ожидаемая в периоде 1?

(d) Чем определяется, будет ли краткосрочный эффект монетарной экспансии состоять в росте или падении номинальной процентной ставки?

10.3. Предположим, как и в задаче 10.2, что цены совершенно не реагируют на непредвиденные монетарные шоки на протяжении одного периода, а затем становятся полностью гибкими. Предположим также, что соотношения  $y = c - ar$  и  $m - p = b + hy - ki$  выполняются в каждом периоде. Однако, предположим, что предложение денег является случайной величиной:  $m_t = m_{t-1} + u_t$ , где  $u_t$  - это шок с нулевым математическим ожиданием и отсутствием автокорреляции.

(a) Пусть  $E_t$  обозначает ожидание в период  $t$ . Объясните, почему для любого  $t$   $E_t[E_{t+1}[p_{t+2}] - p_{t+1}] = 0$  и, следовательно, почему  $E_t m_{t+1} - E_t p_{t+1} = b + h\bar{y} - k\bar{r}$ .

(b) Используйте результат, полученный в пункте (a), чтобы найти выражение для  $y_t$ ,  $p_t$ ,  $i_t$  и  $r_t$  через  $m_{t-1}$  и  $u_t$ .

(c) Наблюдается ли в данной экономике эффект Фишера? Иными словами, равны ли изменения ожидаемой инфляции изменениям номинальной процентной ставки?

10.4. Предположим, что Вы хотите проверить гипотезу о том, что реальная процентная ставка постоянна и, следовательно, изменения номинальной процентной ставки равны изменениям ожидаемой инфляции. Таким образом, Ваша гипотеза состоит в том, что  $i_t = r + E_t \pi_{t+1}$ .

(a) Рассмотрим регрессию  $i_t$  на константу и  $\pi_{t+1}$ . Позволяет ли гипотеза о том, что реальная процентная ставка постоянна, сделать какое-либо предположение о величине коэффициента при  $\pi_{t+1}$ ? Объясните. (Подсказка: для регрессии с одной переменной по методу наименьших квадратов коэффициент при переменной в правой части уравнения регрессии равен ковариации между переменными в правой и левой частях уравнения, деленной на дисперсию переменной в правой части.)

(b) Рассмотрим регрессию  $\pi_{t+1}$  на константу и на  $i_t$ . Позволяет ли гипотеза о том, что реальная процентная ставка постоянна, сделать какие-либо предположения о коэффициенте при  $i_t$ ? Объясните.

(c) Некоторые утверждают, что из гипотезы о постоянстве реальной процентной ставки следует, что изменение номинальной процентной ставки равно изменению фактической инфляции в долгосрочной перспективе - иными словами, что из этой гипотезы следует, что в регрессии  $i$  на константу и на текущее значение  $\pi$ , а также значения  $\pi$ ,

взятые с лагом, сумма коэффициентов при показателях инфляции равна 1. Верно ли данное утверждение? (Подсказка: предположите, что фактическая инфляция задана выражением  $\pi_t = \rho\pi_{t-1} + e_t$ , где  $e$  - белый шум).

#### 10.5. Правила проведения политики, рациональные ожидания, и смена режимов (См. Lucas, 1976, и Sargent, 1983).

Предположим, что совокупное предложение задано кривой предложения Лукаса  $y = \bar{y} + b(\pi_t - \pi_t^e)$ ,  $b > 0$ , а монетарная политика задается уравнением  $m_t = m_{t-1} + a + \varepsilon_t$ , где  $\varepsilon$  - это белый шум. Допустим, что частные агенты не знают текущих значений  $\varepsilon_t$  и  $m_t$ ; тогда  $\pi_t^e$  - это ожидание  $p_t - p_{t-1}$  при заданных  $m_{t-1}$ ,  $\varepsilon_{t-1}$ ,  $y_{t-1}$  и  $p_{t-1}$ . Наконец, предположим, что совокупный спрос равен  $y_t = m_t - p_t$ .

(a) Найдите выражение для  $y_t$  через  $m_t$ ,  $m_{t-1}$  и все другие переменные и параметры, которые являются существенными.

(b) Чтобы найти  $y_t$ , что нужно ли знать о монетарной политике что-либо, кроме  $m_t$  и  $m_{t-1}$ ? Объясните на интуитивном уровне.

(c) Предположим, что монетарная политика первоначально определялась в соответствии с приведенным выше правилом при  $a > 0$ , но затем монетарные власти объявили о переходе к новому режиму, при котором  $a$  равно 0. Предположим, что частные агенты считают, что это объявление правдиво с вероятностью  $\rho$ . Найдите выражение для  $y_t$  через  $m_t$ ,  $m_{t-1}$ ,  $\rho$ ,  $\bar{y}$ ,  $b$  и начальное значение  $a$ .

(d) Используя эти результаты, опишите, как анализ взаимосвязи между денежной массой и выпуском может быть использован для оценки правдоподобности заявления о смене режима.

**10.6. Смена режима и временная структура процентных ставок** (См. Blanchard, 1984; Mankiw и Miron, 1986; Mankiw, Miron и Weil, 1987.) Рассмотрим экономику, в которой деньги нейтральны. Более точно, предположим, что  $\pi_t = \Delta m_t$  и что  $r$  зафиксирована на нулевом уровне. Предположим, что предложение денег задано уравнением  $\Delta m_t = k\Delta m_{t-1} + \varepsilon_t$ , где  $\varepsilon$  - это белый шум.

(a) Предположим, что верна теория рациональных ожиданий временной структуры процентных ставок (см. [10.61]). А именно, предположим, что двухпериодная ставка процента равна  $i_t^2 = (i_t^1 + E_t i_{t+1}^1)/2$ . Пусть  $i_t^1$  обозначает номинальную процентную ставку в периоде между  $t$  и  $t+1$ ; тогда, по тождеству Фишера, она равна  $r_t + E_t [p_{t+1}] - p_t$ .

(i) Найдите  $i_t^1$  как функцию от  $\Delta m_t$  и  $k$ . (Предположите, что  $\Delta m_t$  известно в периоде  $t$ ).

(ii) Найдите  $E_t i_{t+1}^1$  как функцию от  $\Delta m_t$  и  $k$ .

(iii) Какова связь между  $i_t^2$  и  $i_t^1$ ; иными словами, найдите  $i_t^2$  как функцию от  $i_t^1$  и  $k$ .

(iv) Как изменение  $k$  влияет на связь между  $i_t^2$  и  $i_t^1$ ? Объясните на интуитивном уровне.

(b) Предположим, что двухпериодная ставка включает меняющуюся в со временем премию за ликвидность:  $i_t^2 = (i_t^1 + E_t i_{t+1}^1)/2 + \theta_t$ , где  $\theta$  - это белый шум, не зависящий от  $\varepsilon$ . Рассмотрим регрессию по методу наименьших квадратов  $i_{t+1}^1 - i_t^1 = a + b(i_t^2 - i_t^1) + e_{t+1}$ .

(i) Используя теорию рациональных ожиданий временной структуры процентных ставок (при  $\theta_t = 0$  для всех  $t$ ), найдите  $b$ . (Подсказка: для регрессии с одной переменной по

методу наименьших квадратов коэффициент при переменной в правой части уравнения регрессии равен ковариации между переменными в правой и левой частях уравнения, деленной на дисперсию переменной в правой части).

(ii) Теперь предположим, что дисперсия  $\theta$  равна  $\sigma_\theta^2$ . Чему будет равно  $b$ ?

(iii) Как изменение  $k$  влияет на ваш ответ в пункте (ii)? Что происходит с  $b$ , когда  $k$  стремится к 1?

10.7. (Fischer и Summers, 1989). Предположим, что инфляция определяется так же, как в разделе 10.4. Предположим, что правительство может уменьшить издержки инфляции, уменьшая параметр  $a$  в уравнении (10.11). Станет ли обществу лучше или хуже в результате данного изменения? Объясните на интуитивном уровне.

**10.8. Решение проблемы динамической нестабильности с помощью наказания** (Barro и Gordon, 1983b). Рассмотрим политика, чья целевая функция равна  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (y_t - a\pi_t^2 / 2)$ , где  $a > 0$  и  $0 < \beta < 1$ . Выпуск  $y_t$  задается кривой предложения Лукаса (10.10) в каждом периоде. Ожидаемая инфляция определяется следующим образом. Если  $\pi$  было равно  $\hat{\pi}$  (где  $\hat{\pi}$  - это параметр) во все предыдущие периоды, то  $\pi^e = \hat{\pi}$ . Если  $\pi$  когда-либо отличалось от  $\hat{\pi}$ , то  $\pi^e = b/a$  во все последующие периоды.

(a) Какое равновесие установится в модели во все последующие периоды, если  $\pi$  когда-либо отличалось от  $\hat{\pi}$ ?

(b) Предположим, что  $\pi$  всегда было равно  $\hat{\pi}$ , так что  $\pi^e = \hat{\pi}$ . Если денежные власти решат отклониться от  $\pi = \hat{\pi}$ , какую величину  $\pi$  они выберут? Каково значение целевой функции при данной стратегии? Если денежные власти продолжат поддерживать равенство  $\pi = \hat{\pi}$  в каждом периоде, чему будет равно значение целевой функции?

(c) При каких значениях  $\hat{\pi}$  денежные власти выберут  $\pi = \hat{\pi}$ ? Существуют ли значения параметров  $a$ ,  $b$  и  $\beta$  такие, что если  $\hat{\pi} = 0$ , то правительство выберет  $\pi = 0$ ?

10.9. **Другие равновесия в модели Барро-Гордона.** Рассмотрим ситуацию, описанную в задаче 10.8. Найдите значения параметров (если они существуют), при которых каждая из следующих ситуаций будет равновесием:

(a) **Однопериодное наказание.** Значение  $\pi_t^e$  равно  $\hat{\pi}$ , если  $\pi_{t-1} = \pi_{t-1}^e$  и равно  $b/a$  в остальных случаях;  $\pi = \hat{\pi}$  в каждом периоде.

(b) **Жестокое наказание.** (Abreu, 1988; и Rogoff, 1987.) Значение  $\pi_t^e$  равно  $\hat{\pi}$ , если  $\pi_{t-1} = \pi_{t-1}^e$ , равно  $\pi_0 > b/a$ , если  $\pi_{t-1}^e = \hat{\pi}$  и  $\pi_{t-1} \neq \hat{\pi}$ , и равно  $b/a$  в остальных случаях;  $\pi = \hat{\pi}$  в каждом периоде.

(c) **Повторяющееся дискреционное равновесие.** Значение  $\pi = \pi^e = b/a$  в каждом периоде.

10.10. Рассмотрим ситуацию, которая анализируется в задаче 10.8, но предположим, что существует не бесконечное, а только конечное число периодов. Найдите единственное равновесие. (Подсказка: проведите рассуждение, начав с последнего периода).

10.11. **Дополнительные сведения о решении проблемы динамической нестабильности с помощью репутации** (Задача базируется на анализе Cukierman и Meltzer, 1986). Рассмотрим политика, который находится на своем посту два периода и чья целевая функция  $E[\sum_{t=1}^2 b(\pi_t - \pi_t^e) + c\pi_t - a\pi_t^2 / 2]$ .

Политик выбирается случайным образом из группы потенциальных политиков с различными вкусами. При этом  $c$  распределено нормально среди потенциальных политиков со средним значением  $\bar{c}$  и дисперсией  $\sigma_c^2 > 0$ . Величины  $a$  и  $b$  одинаковы для всех потенциальных политиков.

Политик не может полностью контролировать инфляцию. Вместо этого,  $\pi_t = \hat{\pi}_t + \varepsilon_t$ , где  $\hat{\pi}_t$  выбирается политиком (при заданной величине  $\pi_t^e$ ) и где  $\varepsilon_t$  распределено нормально со средним значением 0 и дисперсией  $\sigma_\varepsilon^2 > 0$ . Шоки  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  и  $c$  независимы. Общество не может наблюдать  $\hat{\pi}_t$  и  $\varepsilon_t$  в отдельности, а только  $\pi_t$ . Общество также не знает  $c$ .

Наконец, предположим, что  $\pi_2^e$  является линейной функцией от  $\pi_1$ :  $\pi_2^e = \alpha + \beta\pi_1$ .

(a) Какую величину  $\hat{\pi}_2$  выберет политик? Запишите ожидаемое значение целевой функции политика во втором периоде  $b(\pi_2 - \pi_2^e) + c\pi_2 - a\pi_2^2 / 2$  как функции от  $\pi_2^e$ ?

(b) Какую величину  $\hat{\pi}_1$  выберет политик при заданных  $\alpha$  и  $\beta$ , учитывая влияние  $\pi_t$  на  $\pi_2^e$ ?

(c) Если предположить, что ожидания рациональны, чему будет равно  $\beta$ ? (Подсказка: используйте процедуру выделения сигнала, описанную в разделе 6.2.)

(d) Объясните на интуитивном уровне, почему политик выбирает в первом периоде значение  $\hat{\pi}_1$  меньшее, чем во втором периоде.

**10.12. Выбор между низким уровнем средней инфляции и быстрой реакцией на шоки при делегировании контроля над монетарной политикой.** (Rogoff, 1985).

Предположим, что выпуск задан уравнением  $y = \bar{y} + b(\pi - \pi^e)$ , и что общественное благосостояние задано функцией  $\gamma y - a\pi^2 / 2$ , где  $\gamma$  - это случайная величина со средним  $\bar{\gamma}$  и дисперсией  $\sigma_\gamma^2$ . Величина  $\pi^e$  определяется до того, как становится известным  $\gamma$ ; однако политик выбирает  $\pi$  после того, как стало известно  $\gamma$ . Предположим, что целевая функция политика имеет вид  $c\gamma y - a\pi^2 / 2$ .

(a) Какой уровень  $\pi$  выберет политик при заданных  $\pi^e, \gamma$  и  $c$ ?

(b) Чему равно  $\pi^e$ ?

(c) Какова ожидаемая величина общественного благосостояния  $\gamma y - a\pi^2 / 2$ ?

(d) При каком значении  $c$  ожидаемое общественное благосостояние достигает максимума? Проинтерпретируйте ваши результаты.

10.13. (a) Рассмотрим модель репутации, которая анализировалась в разделе 10.5. В каком случае общественное благосостояние выше - когда политик имеет тип 1 или 2?

(b) В модели делегирования, которая анализировалась в разделе 10.5, предположим, что агенты считают предпочтения политика заданными выражением (10.25), при  $a' > a$  и известном уровне  $\pi^e$ . Выше ли общественное благосостояние, когда это истинные предпочтения политика или когда предпочтения политика фактически совпадают с функцией общественного благосостояния (10.11)?

**10.14. Таргетирование денежной массы или таргетирование процентной ставки.** (Poole, 1970). Предположим, что экономика описывается линейными кривыми  $IS$  и  $LM$ , которые подвержены шокам:  $y = c - ai + \varepsilon_{IS}$ ,  $m - p = hy - ki + \varepsilon_{LM}$ , где  $\varepsilon_{IS}$  и  $\varepsilon_{LM}$  независимы, имеют нулевые математические ожидания и дисперсии  $\sigma_{IS}^2$  и  $\sigma_{LM}^2$ , при этом  $a, h$  и  $k$  положительны. Политики хотят стабилизировать выпуск, но они не могут наблюдать  $y$  или шоки  $\varepsilon_{IS}$  и  $\varepsilon_{LM}$ . Предположим для простоты, что  $p$  фиксировано.

(a) Предположим, что политик зафиксировал  $i$  на некотором уровне  $\bar{i}$ . Какова в данном случае дисперсия  $y$ ?

(b) Предположим, что политик зафиксировал  $m$  на некотором уровне  $\bar{m}$ . Какова дисперсия  $y$ ?

(c) Приводит ли таргетирование инфляции или денежной массы к более низкой дисперсии  $y$ , если имеют место только шоки  $LM$  (то есть,  $\sigma_{IS}^2 = 0$ ) ?

(d) Приводит ли таргетирование инфляции или денежной массы к более низкой дисперсии  $y$ , если имеют место только шоки  $IS$  (то есть,  $\sigma_{LM}^2 = 0$ )?

(e) Объясните результаты, полученные в пунктах (c) и (d), на интуитивном уровне.

(f) Пусть имеют место только шоки  $IS$ . Существует ли политика, при которой дисперсия  $y$  ниже, чем при таргетировании денежной массы и чем при таргетировании процентной ставки? Если существует, то что это за политика? Если не существует, то почему? (Подсказка: рассмотрите кривую  $LM$ ,  $m - p = hy - ki$ ).

**10.15. Неопределенность и политика.** (Brainard, 1967) Предположим, что выпуск задан уравнением  $y = x + (k + \varepsilon_k)z + u$ , где  $z$  - это некоторый инструмент политики, контролируемый правительством, а  $k$  - это ожидаемая величина мультиплликатора для этого инструмента. Пусть  $\varepsilon_k$  и  $u$  - независимые шоки с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями  $\sigma_k^2$  и  $\sigma_u^2$ , которые неизвестны в том момент, когда политик выбирает  $z$ . Наконец, пусть  $x$  - это шок, который известен, когда выбирается  $z$ . Политик стремится минимизировать  $E[(y - y^*)^2]$ .

(a) Найдите  $E[(y - y^*)^2]$  как функцию от  $x$ ,  $k$ ,  $y^*$ ,  $\sigma_k^2$  и  $\sigma_u^2$ ?

(b) Найдите условие первого порядка для  $z$  и выразите из него  $z$ .

(c) Должна ли политика реагировать на шоки (то есть, на реализованное значение  $x$ ) в зависимости от  $\sigma_u^2$ ? Если – да, то как именно? Таким образом, как неопределенность в отношении влияния политики влияет на возможность «точной настройки»?

(d) Должна ли политика реагировать на шоки (то есть, на реализованное значение  $x$ ) в зависимости от  $\sigma_k^2$ ? Если – да, то как именно? Таким образом, как неопределенность в отношении влияния политики влияет на возможность «точной настройки»?

**10.16. Рост и сеньораж, и альтернативное объяснение взаимосвязи между инфляцией и ростом.** (Friedman, 1971). Предположим, что спрос на деньги задан уравнением  $\ln(M/P) = a - bi + \ln Y$ , где  $Y$  растет темпом  $g_Y$ . Какой уровень инфляции позволяет получать максимальный сеньораж?

**10.17.** (Cagan, 1956) Предположим, что вместо постепенной подстройки реальных денежных остатков к требуемому уровню, индивиды постепенно подстраивают свои ожидания в отношении инфляции к ее фактическому уровню. Тогда уравнения (10.59) и (10.60) заменяются уравнениями  $m(t) = Ce^{-bt\pi^e(t)}$  и  $\dot{\pi}^e(t) = \beta[\pi(t) - \pi^e(t)], 0 < \beta < 1/b$ .

(a) Выполняя выкладки по тому же плану, что и при выводе (10.65), найдите выражение для  $\dot{\pi}^e(t)$  как функции от  $\pi(t)$ .

(b) Нарисуйте полученную фазовую диаграмму для случая, когда  $G > S^*$ . Какова динамика  $\pi^e$  и  $m$ ?

(c) Нарисуйте фазовую диаграмму для случая  $G < S^*$ .

# Глава 11

## Бюджетный дефицит и фискальная политика

В 1980x и начале 1990x годов федеральное правительство США ежегодно имело большой дефицит бюджета, в среднем превышающий 3 процента ВВП. Величина дефицита начала резко снижаться в середине 1990x, и к концу прошлого века бюджет на следующее десятилетие был спланирован с профицитом. Однако из прогнозов следовало, что фискальная политика США далека от устойчивой. В предстоящие десятилетия велика вероятность резкого увеличения числа пенсионеров по отношению к числу работающих. При отсутствии изменений в проводимой политике, возникнет необходимость в увеличении расходов на социальное обеспечение и здравоохранение, что, вероятно, приведёт к увеличению дефицита до 10 и более процентов ВВП в течение последующих 50 лет (Congressional Budget Office, 1999; Auerbach, 1997). Многие промышленно развитые страны в последние десятилетия постоянно испытывали большой бюджетный дефицит и сталкивались с аналогичными проблемами долгосрочной бюджетной политики.

Подобные проблемы большого и продолжительного дефицита бюджета вызвали сильную обеспокоенность. Широко распространено мнение, что он отрицательно влияет на экономический рост и может привести к кризису того или иного рода, если будет сохраняться слишком длительное время или станет чрезмерно большим.

В данной главе изучаются источники бюджетного дефицита и его последствия. Раздел 11.1 начинается с описания бюджетного ограничения, с которым сталкивается правительство, рассматриваются также некоторые проблемы расчета дефицита госбюджета. В разделе 11.2 представлена базовая модель экономики, где выбор государства между финансированием расходов путем налогообложения или заимствований не влияет на равновесие. В разделе 11.3 обсуждаются различные причины, по которым этот результат, называемый *рикардианской эквивалентностью*, может не выполняться.

В следующих разделах рассматриваются источники бюджетного дефицита в условиях, когда не выполняется рикардианская эквивалентность. В разделе 11.4 представлена модель финансирования дефицита при *сглаживании налогов*. Основная идея этой модели заключается в том, что стабильные умеренные налоговые ставки предпочтительнее чередования высоких и низких налоговых ставок, так как налоги искажают выбор индивидов, и эти искажения растут непропорционально налоговой ставке. Как мы увидим далее, эта теория даёт привлекательное объяснение такому явлению, как использование государством дефицита для финансирования войн.

Сглаживание налогов не может объяснить большой постоянный дефицит или стремление к проведению несбалансированной фискальной политики. Поэтому далее мы рассмотрим возможность существования систематической склонности создавать избыточный дефицит в ходе политического процесса. В разделе 11.5 содержится введение в экономический анализ политики. В разделе 11.6 представлена модель системы, где конфликт по поводу структуры государственных расходов может привести к формированию избыточного дефицита. В разделе 11.7 рассматривается модель, где избыточный дефицит может являться результатом конфликта относительно того, как распределить среди различных групп бремя сокращения дефицита.

Наконец, в разделе 11.8 представлены некоторые эмпирические сведения об источниках и последствиях бюджетного дефицита, в разделе 11.9 рассматриваются издержки, связанные с дефицитом, а в разделе 11.10 представлена простая модель долговых кризисов<sup>1</sup>.

## 11.1. Бюджетное ограничение правительства

### Основное бюджетное ограничение

Бюджетное ограничение домохозяйства состоит в том, что приведенная стоимость потребления не должна превышать сумму первоначального богатства и приведенной стоимости трудового дохода. Правительство сталкивается с аналогичным ограничением: приведенная стоимость государственных расходов на покупку товаров и услуг не должна превышать сумму первоначального богатства и приведенной стоимости налоговых поступлений (за вычетом трансфертных выплат). Чтобы записать это ограничение, обозначим через  $G(t)$  и  $T(t)$  государственные расходы в реальном выражении и налоги в момент времени  $t$ , а через  $D(0)$  – первоначальную величину реального долга. Как и в разделе 2.2, пусть  $R(t)$  обозначает  $\int_{\tau=0}^t r(\tau)d\tau$ , где  $r(\tau)$  – реальная процентная ставка в момент  $\tau$ . Тогда стоимость единицы выпуска в период  $t$ , приведенная к моменту  $t=0$ , составляет  $e^{-R(t)}$ . С учетом этого замечания бюджетное ограничение правительства можно записать как

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} G(t) dt \leq -D(0) + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} T(t) dt. \quad (11.1)$$

Заметим, что  $D(0)$  входит в бюджетное ограничение с отрицательным знаком, так как представляет собой долг, а не богатство.

Бюджетное ограничение правительства не препятствует сохранению постоянной задолженности или даже росту величины долга. Напомним, что бюджетное ограничение домохозяйства в модели Рамсея влечет за собой неотрицательность предела приведенной стоимости богатства (см. раздел 2.2). Аналогичным образом, условие, налагаемое бюджетным ограничением на правительство, состоит в том, что предел приведенной стоимости долга не может быть положительным.

Таким образом, можно показать, что (11.1) эквивалентно

$$\lim_{s \rightarrow \infty} e^{-R(s)} D(s) \leq 0. \quad (11.2)$$

Вывод (11.2) из (11.1) повторяет вывод (2.10) из (2.6).

<sup>1</sup> В главе рассматривается фискальная политика в долгосрочной перспективе. Фискальная политика также оказывает влияние на экономику в краткосрочной перспективе: она может привести к увеличению или росту выпуска или нейтрализовать шоки, которые в противном случае могли бы привести к изменению выпуска. Основные макроэкономические вопросы, касающиеся краткосрочных результатов фискальной политики, схожи с вопросами, возникающими в связи с краткосрочным воздействием монетарной политики. Например, оптимальная фискальная политика может быть динамически несостоительной. Иными словами, денежные власти могут решить стимулировать совокупный спрос, когда заработная плата и цены фиксированы и ожидаемая инфляция находится на низком уровне; но знание того, что денежные власти подвержены такому соблазну, заставит тех, кто устанавливает цены и заработную плату отказаться от ожиданий низкой инфляции. Аналогично, анализ того, существуют ли значительные выгоды от проведения стабилизационной политики, применим к фискальной политике в такой же степени, как и к монетарной. Новые наиболее интересные вопросы краткосрочного воздействия фискальной политики связаны с условиями, при которых изменения налогов и расходов воздействуют на совокупный спрос. Существуют случаи, когда сокращение налогов совершенно не влияет на совокупный спрос, и случаи, когда сокращение налогов и увеличение расходов приводят к снижению выпуска вместо его увеличения. Наиболее интересные из этих случаев мы рассмотрим в разделах 11.2 и 11.4

В ситуации, когда реальная процентная ставка всегда положительна, бюджетному ограничению удовлетворяет постоянная положительная величина  $D$  (в этом случае правительство никогда не выплатит свой долг). Более того, политика постоянного роста  $D$  также удовлетворяет бюджетному ограничению, если темп роста  $D$  меньше реальной процентной ставки.

Самое простое определение бюджетного дефицита состоит в том, что это скорость изменения величины накопленного долга. Скорость изменения величины накопленного реального долга равна разности между государственными закупками и доходами плюс реальные процентные выплаты по долгу, то есть,

$$\dot{D}(t) = [G(t) - T(t)] + r(t)D(t), \quad (11.3)$$

где  $r(t)$  – реальная процентная ставка в момент времени  $t$ .

Выражение в скобках в правой части уравнения (11.3) называют *первичным дефицитом*. Считается, что первичный, а не суммарный дефицит зачастую является лучшим способом измерить вклад фискальной политики в бюджетное ограничение правительства в данный период. Например, мы можем переписать бюджетное ограничение правительства (11.1) как

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} [T(t) - G(t)] dt \geq D(0). \quad (11.4)$$

Записанное таким образом, бюджетное ограничение показывает, что правительство должно иметь достаточно большую приведенную стоимость первичного профицита бюджета, чтобы выплатить свой первоначальный долг.

## Некоторые проблемы измерения

Бюджетное ограничение правительства включает приведенные стоимости всего потока государственных закупок и доходов, но не величину дефицита в определенный период времени. В результате, обычные способы измерения как первичного, так и суммарного бюджетного дефицита могут вводить в заблуждение в отношении вклада фискальной политики в бюджетное ограничение. Ниже мы рассматриваем три примера.

Первый пример – влияние инфляции на измерение дефицита. Изменение номинальной величины долга (то есть, традиционно измеряемый бюджетный дефицит) равно разности между номинальными величинами закупок и налогов плюс номинальные процентные выплаты по долгу. Если обозначить через  $B$  номинальную величину долга, то номинальный дефицит равен

$$\dot{B}(t) = P(t)[G(t) - T(t)] + i(t)P(t)D(t), \quad (11.5)$$

где  $P$  обозначает уровень цен, а  $i$  – номинальную процентную ставку. Когда инфляция увеличивается, номинальная процентная ставка увеличивается при фиксированной реальной ставке. В результате, процентные выплаты и дефицит увеличиваются. Однако более высокие процентные выплаты в точности компенсируются снижением реальной величины долга из-за высокой инфляции. Ни поведение величины реального долга, ни бюджетное ограничение правительства не изменяются.

Чтобы выразить это формально, мы используем тот факт, что, по определению, номинальная ставка равна сумме реальной процентной ставки и величины инфляции.<sup>2</sup> Значит, наше выражение для номинального дефицита можно переписать как

$$\begin{aligned} \dot{B}(t) &= P(t)[G(t) - T(t)] + [r(t) + \pi(t)]P(t)D(t), \\ &= P(t)[\dot{D}(t) + \pi(t)D(t)], \end{aligned} \quad (11.6)$$

где вторая строчка получена с использованием уравнения (11.3), задающего скорость изменения величины реального долга. Разделив обе части уравнения (11.6) на уровень цен, получим

---

<sup>2</sup> Для простоты мы пренебрегаем неопределенностью в отношении инфляции.

$$\frac{\dot{B}(t)}{P(t)} = \dot{D}(t) + \pi(t)D(t). \quad (11.7)$$

Значит, при положительной величине накопленного долга более высокая инфляция увеличивает традиционную меру дефицита, даже когда она скорректирована на уровень цен.

Второй пример касается продажи какого-либо актива. Если государство продает актив, это увеличивает текущие доходы и снижает текущий дефицит. Но оно также отказывается от дохода, который актив мог бы принести в будущем. В равновесном случае, когда стоимость актива равна приведенной стоимости доходов, которые он принесет, продажа не окажет влияния на приведенную стоимость доходов правительства. Таким образом, продажа актива влияет на текущий дефицит, но не влияет на бюджетное ограничение.

Наш третий пример связан с необеспеченными обязательствами. Необеспеченное обязательство – это обязательство правительства принять на себя в будущем расходы без обеспечения соответствующими доходами. В отличие от продажи актива, необеспеченное обязательство влияет на бюджетное ограничение, не влияя на бюджетный дефицит. Если правительство продает актив, набор решений, которые удовлетворяют бюджетному ограничению, не меняется. С другой стороны, если оно принимает на себя необеспеченное обязательство, выполнение бюджетного ограничения требует более высоких налогов или более низких расходов в будущем.

В промышленно развитых странах крупнейшими необеспеченными обязательствами являются компенсационные программы, в частности социальное обеспечение и медицинское страхование. Эти необеспеченные обязательства, как правило, больше, чем традиционно измеренная величина государственного долга; они являются главной причиной несбалансированности фискальной политики в этих странах. Необеспеченные обязательства также важны для разработки краткосрочных программ. Например, когда расходы на здравоохранение неожиданно возрастают, ожидаемая приведенная стоимость будущих расходов государства на медицинское страхование возрастает. Ежегодные изменения в ожидаемой приведенной стоимости государственных расходов в США по этой причине зачастую превышают размер важнейших программ по снижению бюджетного дефицита.<sup>3</sup>

Из-за отсутствия тесной связи между дефицитом и бюджетным ограничением правительство может выполнять законодательные или конституционные нормы, ограничивающие дефицит, без реальных изменений в проводимой политике. Продажа активов и переключение с традиционных программ расходов на необеспеченные обязательства это не единственные инструменты, которые оно может использовать, чтобы выполнить требования к измеряемой величине дефицита без каких-либо реальных изменений в политике. Другими способами являются «внебюджетные» расходы, постановления, касающиеся расходов частного сектора, нереалистичные прогнозы, перераспределение расходов между различными фискальными периодами.

Вопреки этому факту, эмпирические данные свидетельствуют, хотя и не очень отчетливо, о реальном влиянии ограничений на размер дефицита на поведение правительства.<sup>4</sup> Если это верно, то, значит, для правительства использование инструментов, уменьшающих меру дефицита без изменений в проводимой политике, сопряжено с издержками.

## Игры Понци

---

<sup>3</sup> Это наблюдение сделал Laurence Kotlikoff.

<sup>4</sup> Большинство фактов выявлено при исследовании Соединенных Штатов. См. Eichengreen (1992), Alt и Lowry (1994), Poterba (1994), Bayoumi, Goldstein и Woglom (1995), Bohn и Inman (1995).

Тот факт, что бюджетное ограничение правительства включает не просто приведенные стоимости, а приведенные стоимости для бесконечного временного горизонта, вызывает еще одно осложнение: существуют случаи, когда правительство может не придерживаться ограничения. Бюджетное ограничение агента не экзогенно, а зависит от сделок, на которые готовы пойти другие агенты. Если экономика состоит из конечного числа индивидов, не достигших насыщения\*, для правительства должно выполняться (11.1). Если приведенная стоимость государственных расходов превышает приведенную стоимость его доходов, предел приведенной стоимости долга строго положителен (см. [11.1] и [11.2]). И если существует конечное число агентов, по крайней мере, один из них должен держать строго положительную часть этого долга. Это означает, что предел приведенной стоимости богатства агента строго положителен; то есть, приведенная стоимость расходов агента строго меньше, чем приведенная стоимость его дохода после уплаты налогов. Эта ситуация не является равновесной, так как этот агент может достичь более высокого уровня полезности, увеличив свои расходы.

Однако если существует бесконечно много агентов, эти рассуждения неприменимы. Даже если приведенная стоимость расходов каждого агента равна приведенной стоимости его доходов после уплаты налогов, приведенная стоимость совокупных расходов частного сектора может быть меньше, чем приведенная стоимость доходов этого сектора после уплаты налогов. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим модель перекрывающихся поколений Даймонда из главы 2. В этой модели каждый индивид сберегает в начале своей жизни и тратит сбережения в конце жизни. В результате, в любой период времени существуют индивиды, которые накопили, но еще не начали тратить свои сбережения. Поэтому приведенная стоимость доходов частного сектора в любой момент времени превышает приведенную стоимость его расходов в этот момент. Если эта разность не стремится к нулю, правительство может воспользоваться этим, используя схему Понци. Иными словами, оно может выпустить долговые обязательства в некоторый момент времени и рефинансирувать их вечно.

Особое условие, которое должно быть выполнено, чтобы правительство могло использовать схему Понци в модели Даймонда, состоит в динамической неэффективности равновесия, когда реальная процентная ставка меньше темпа роста экономики. Рассмотрим, что произойдет в такой ситуации, если государство выпустит долговые обязательства на небольшую сумму в момент времени 0 и постарается рефинансировать долг до бесконечности. Иными словами, в каждом периоде, когда необходимо выплачивать долг предыдущего периода, правительство выпускает новые долговые обязательства в точности на сумму, необходимую для выплаты старого долга и процентов по нему. При такой политике, накопленная величина долга растет с темпом роста, равным реальной процентной ставке. Так как темп роста экономики превышает реальную процентную ставку, отношение величины долга к размеру экономики непрерывно снижается. Таким образом, не существует причин, по которым правительство не может использовать данную политику. Однако такая политика не удовлетворяет обычному бюджетному ограничению: из-за того, что правительство рефинансирует долг вечно, величина долга, приведенная к моменту 0, постоянна, а не стремится к нулю.

Одно из следствий заключается в том, что выпуск долговых обязательств является возможным решением проблемы динамической неэффективности. Заставляя индивидов держать часть своих сбережений в форме государственных ценных бумаг, а не капитала, правительство может уменьшить запас капитала по сравнению с его завышенным уровнем при динамической неэффективности.

Однако возможность использования схем Понци правительством является в значительной степени теоретическим курьезом. В реалистичной ситуации, когда

---

\* То есть, стремящихся потребить большее количество благ (прим. науч. ред.).

экономика не является динамически неэффективной, игры Понци неосуществимы, и для правительства должно выполняться традиционное бюджетное ограничение.<sup>5</sup>

## 11.2 Утверждение о рикардианской эквивалентности

Теперь мы переходим к проблеме выбора правительства между налогами и облигациями. Традиционной отправной точкой анализа является модель Рамсея – Касса – Купманса с паушальным налогообложением из главы 2, так как в этой модели нет никаких усложняющих допущений, в том числе, несовершенств рынка и неоднородности домохозяйств.

Когда существуют налоги, бюджетное ограничение репрезентативного домохозяйства заключается в том, что приведенная стоимость его потребления не может превышать сумму первоначального богатства и приведенной стоимости трудового дохода после уплаты налогов. При отсутствии неопределенности или несовершенств рынка не существует причин, по которым процентная ставка для домохозяйства может отличаться от процентной ставки для правительства. Таким образом, бюджетное ограничение домохозяйства можно записать как

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} C(t) dt \leq K(0) + D(0) + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} [W(t) - T(t)] dt. \quad (11.8)$$

Здесь  $C(t)$  обозначает потребление в момент  $t$ ,  $W(t)$  – трудовой доход, и  $T(t)$  – налоги;  $K(0)$  и  $D(0)$  – это стоимость капитала и государственных облигаций в момент времени 0.<sup>6</sup>

Преобразование интеграла в правой части выражения (11.8) дает

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} C(t) dt \leq K(0) + D(0) + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} W(t) dt - \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} T(t) dt. \quad (11.9)$$

Разумно предположить, что бюджетное ограничение правительства, (11.1), выполняется как равенство. Если это не так, то богатство правительства будет все время расти, что кажется нереалистичным.<sup>7</sup> При таком предположении из (11.1) следует, что приведенная стоимость налогов  $\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} T(t) dt$  равна сумме первоначального долга  $D(0)$  и приведенной стоимости государственных расходов  $\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} G(t) dt$ . Подстановка этого соотношения в (11.9) даёт нам

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} C(t) dt \leq K(0) + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} W(t) dt - \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} G(t) dt. \quad (11.10)$$

Уравнение (11.10) показывает, что мы можем записать бюджетное ограничение домохозяйства через приведенную стоимость государственных расходов, не обращая внимания на распределение финансирования этих расходов между налогами и заимствованиями в любой период времени. В дополнение к этому, разумно предположить, что в предпочтениях домохозяйств налоги напрямую не учитываются; это справедливо в любой модели, где полезность зависит от таких традиционных экономических факторов,

<sup>5</sup> Более подробно об этой проблеме см. O'Connell и Zeldes (1988). Ситуация усложняется в условиях неопределенности. При наличии в экономике неопределенности выплачиваемый процент по государственным ценным бумагам иногда меньше, чем темп роста экономики, даже когда экономика не является динамически неэффективной. В результате, попытка выпустить долговые обязательства и затем бесконечно рефинансировать долг имеет положительную вероятность успеха. См. Bohn (1995) и Ball, Elmendorf и Mankiw (1998).

<sup>6</sup> Записав бюджетное ограничение репрезентативного домохозяйства таким способом, мы неявно сводим число домохозяйств к 1. При  $H$  домохозяйств, все величины в (11.8) нужно разделить на  $H$ : потребление репрезентативного домохозяйства в период  $t$  составляет  $1/H$  от суммарного потребления, его первоначальное богатство –  $1/H$  от  $K(0) + D(0)$ , и так далее. Умножение обеих частей на  $H$  дает (11.8).

<sup>7</sup> Более того, если правительство пытается проводить такую политику и если долг рассматривается в реальном выражении, то равновесия может не существовать. См., например, Aiyagari и Gertler (1985) и Woodford (1995).

как потребление, отдых и так далее. Так как траектория налогов не учитывается ни в бюджетном ограничении домохозяйства, ни в его предпочтениях, она не влияет на потребление. Более того, государственные расходы, а не налоги, влияют на накопление капитала, так как инвестиции равны выпуску за вычетом суммы потребления и государственных расходов. Таким образом, мы получили ключевой результат: только объем государственных расходов, а не распределение их финансирования между налогами и заимствованиями, влияет на экономику.

Вывод о том, что выбор финансовой политики правительства в этом случае не имеет значения, - это и есть знаменитая рикардианская эквивалентность заимствований и налогов.<sup>8</sup> Логика такого результата проста. Чтобы понять ее отчетливо, представим себе, что правительство продаёт облигации на некоторую сумму  $D$  каждому домохозяйству в период  $t_1$  и планирует выплатить этот долг в один из следующих периодов  $t_2$ ; для этого требуется, чтобы каждое домохозяйство выплатило налог величиной  $e^{R(t_2)-R(t_1)}D$  в период  $t_2$ . На репрезентативное домохозяйство такая политика оказывает два эффекта. Во-первых, домохозяйство приобрело актив (облигацию), приведенная стоимость которого в период  $t_1$  равна  $D$ . Во-вторых, оно выдало обязательство (будущий налог), которое также имеет приведенную стоимость  $D$  в период  $t_1$ . Таким образом, облигация не увеличивает богатство домохозяйства, и поэтому она не влияет на его потребительское поведение. Действительно, домохозяйство просто хранит облигацию и накопленные проценты по ней до периода  $t_2$ , когда оно использует облигацию и проценты по ней, чтобы выплатить налоги, которые государство вводит, чтобы погасить облигации.

В традиционных экономических моделях, так же как и во многих неформальных дискуссиях, предполагается, что переход от налогов к финансированию путем заимствования увеличивает потребление. При традиционном анализе потребление часто моделируется как зависящее только от текущего располагаемого дохода,  $Y - T$ . При таком предположении, сокращение налогов, финансируемое путем заимствования, увеличивает потребление. Рикардианский и традиционный взгляды на потребление приводят к различным выводам при рассмотрении многих вопросов, связанных с проведением той или иной политики. Например, традиционный взгляд предполагает, что крупный бюджетный дефицит в США в 80е и 90е годы привел к увеличению потребления, и таким образом уменьшил накопление капитала и темп роста. Но согласно рикардианской точке зрения, он не повлиял ни на потребление, ни на накопление капитала. Приведем другой пример. Правительство часто сокращает налоги во время рецессий, чтобы увеличить потребление. Но если рикардианская эквивалентность выполняется, эти действия бесполезны.

## 11.3 Дебаты о рикардианской эквивалентности

Огромное количество исследований было посвящено выяснению того, насколько справедлива рикардианская эквивалентность. Разумеется, существует много причин, по которым рикардианская эквивалентность может не выполняться в точности. Однако, важный вопрос состоит в том, существуют ли значительные отклонения от нее.

### Появление новых домохозяйств в экономике

Смена поколений является одной из причин, по которым рикардианская эквивалентность, скорее всего, не будет выполняться в точности. Когда новые индивиды вступают в экономику, они принимают на себя часть налогового бремени, связанного с погашением облигаций, выпущенных до их рождения. Поэтому выпуск облигаций увеличивает

---

<sup>8</sup> Название связано с тем фактом, что эта идея была впервые предложена (хотя затем отвергнута) Давидом Риккардо. См. O'Driscoll (1977).

богатство ныне живущих поколений и, следовательно, влияет на их поведение. Такая возможность описывается моделью перекрывающихся поколений Даймонда.

Существуют две проблемы, связанные с данной критикой рикардианской эквивалентности. Во-первых, ряд индивидов с ограниченной продолжительностью жизни может вести себя как единое домохозяйство. В частности, если индивиды заботятся о благосостоянии своих потомков, оставляя наследство, то финансовые решения правительства снова могут оказаться незначимы. Этот результат, как и основной результат о рикардианской эквивалентности, следует из содержания бюджетного ограничения. Рассмотрим в качестве примера выпуск облигаций, который будет финансироваться за счет дополнительных налогов, выплачиваемых будущими поколениями. Существует возможность, что потребление ни одного из поколений, вовлеченных в этот процесс, не изменится. Для этого каждое поколение, начиная с живущего в момент выпуска облигаций, должно увеличить оставляемое им наследство на величину суммы выпущенных облигаций и накопленного процента; поколение, живущее в момент увеличения налогов, может затем использовать эти накопления, чтобы выплатить налог, введённый для погашения облигаций.

Хотя эти рассуждения показывают, что траектория потребления может оставаться неизменной в ответ на выпуск облигаций, они не доказывают, что в реальности будет происходить именно так. Выпуск облигаций расширяет возможности каждого поколения, вовлечённого в этот выпуск (за исключением последнего). Так как государственные расходы остаются неизменными, выпуск облигаций сопровождается сокращением текущих налогов. Поэтому выпуск облигаций увеличивает ресурсы, находящиеся в распоряжении ныне живущих поколений. *Но тот факт, что индивиды уже решили оставить наследство, означает, что они находятся во внутреннем оптимуме при выборе между собственным потреблением и потреблением своих потомков.* Таким образом, они не меняют своего поведения. Выпуск облигаций влияет на потребление, только если требование, чтобы наследство было неотрицательным, является связывающим ограничением (то есть, только если величина наследства равна нулю). Так как мы предположили, что этого не происходит, индивиды не меняют своего потребления; вместо увеличения потребления они передают облигации и накопленные проценты следующему поколению. Оно, в свою очередь, по той же самой причине сделает то же самое, и этот процесс будет продолжаться пока поколение, которое должно погасить долг, не использует для этого полученное наследство.

Вывод о том, что связи между поколениями могут заставить ряд индивидов с ограниченной продолжительностью жизни вести себя как единое домохозяйство с неограниченной продолжительностью жизни, принадлежит Барро (1974). С него началась дискуссия о рикардианской эквивалентности, и появилось большое количество литературы по вопросам о том, почему люди оставляют наследство, почему существуют трансферты между поколениями, насколько они велики, какое значение они имеют для рикардианской эквивалентности и по многим другим.<sup>9</sup>

Вторая проблема, связанная с утверждением, что ограниченная продолжительность жизни приводит к невыполнению рикардианской эквивалентности, гораздо более прозаична. На практике продолжительность жизни хотя и ограничена, но слишком велика, чтобы служить достаточным основанием для отказа от рикардианской эквивалентности и вывода о значимости финансовых решений правительства. (Poterba и Summers, 1987). В действительности, значительная величина приведенной стоимости налогов, связанных с выпуском облигаций, выплачивается поколениями, жившими в момент выпуска этих облигаций. Например, Poterba и Summers рассчитали, что большая часть бремени по выплате долга, накопленного правительством США в период Второй мировой войны,

---

<sup>9</sup> Например, см. Bernheim, Shleifer, и Summers (1985); Bernheim и Bagwell (1988); Wilhelm (1996); и Altonji, Hayashi, и Kotlikoff (1997).

приилась на людей, которые уже были в трудоспособном возрасте во время войны; эти авторы обнаружили, что аналогичные результаты верны для других случаев выплаты долга военного периода. Таким образом, даже в отсутствие связей между поколениями выпуск облигаций приводит только к небольшому увеличению чистого богатства.

Более того, при высокой продолжительности жизни увеличение богатства оказывает небольшое влияние на потребление. Например, если индивиды равномерно расходуют неожиданный прирост богатства на протяжении оставшейся жизни, индивид, которому осталось жить 30 лет, увеличит свои расходы примерно лишь на 3 цента в ответ на прирост богатства на 1 доллар.<sup>10</sup> Таким образом, очевидно, что если существуют значительные количественные отклонения от рикардианской эквивалентности, то для объяснения нужно искать другие причины, нежели отсутствие связей между поколениями.

### **Рикардианская эквивалентность и гипотеза перманентного дохода**

Вопрос, является ли рикардианская эквивалентность хорошей аппроксимацией действительности, тесно связан с вопросом, обеспечивает ли гипотеза перманентного дохода хорошее объяснение потребительского поведения. В модели перманентного дохода только совокупное бюджетное ограничение домохозяйства за весь период жизни влияет на его поведение; траектория дохода после уплаты налогов не имеет значения. Выпуск облигаций сегодня, финансируемый за счет будущих налогов, влияет на траекторию дохода после уплаты налогов, не меняя бюджетного ограничения. Таким образом, если гипотеза перманентного дохода хорошо описывает потребительское поведение, рикардианская эквивалентность, скорее всего, будет хорошей аппроксимацией. Но значительные отклонения от гипотезы перманентного дохода могут привести к значительным отклонениям от рикардианской эквивалентности.

В главе 7 мы видели, что фактически гипотеза перманентного дохода нарушается существенным образом: большинство домохозяйств имеет небольшое богатство, и предсказуемые изменения в доходах после уплаты налогов приводят к предсказуемым изменениям в потреблении. Это означает, что существуют значительные количественные отклонения от рикардианской эквивалентности: если текущий располагаемый доход оказывает значительное влияние на потребление при заданном бюджетном ограничении, то и сокращение налогов, сопровождающее компенсирующим увеличением будущих налогов, существенно сказывается на потреблении.

Детали того, как несостоятельность гипотезы перманентного дохода может привести к несостоятельности рикардианской эквивалентности, определяются источниками несостоятельности. Здесь мы рассмотрим два из них. Первый источник – ограничение ликвидности. Когда правительство выпускает облигации для домохозяйства, которые должны быть погашены за счет более высоких налогов на домохозяйство в последующий период, оно, на самом деле, берет в долг от имени домохозяйства\*. Если ставки кредитования для домохозяйств и правительства совпадают, эта политика не повлияет на возможности домохозяйства и никак не отразится на его поведении. Но предположим, что ставка кредитования для домохозяйств выше, чем для правительства. Если домохозяйство, имея возможность взять в долг под ту же процентную ставку, что и правительство, увеличило бы свое потребление, оно отреагирует увеличением потребления на заимствование правительством от его имени (см., например, Tobin, 1980, и Hubbard и Judd, 1986).

Эти рассуждения упускают из вида весьма важную проблему. Ограничения ликвидности не являются экзогенными. Они отражают расчеты потенциальных

<sup>10</sup> Конечно, это не совсем то, что будет делать стремящийся к оптимуму индивид. См., например, задачу 2.5.

\* Поскольку правительство снижает ставку налога в начальный момент, оно как бы ссужает домохозяйство суммой денег, равной стоимости выпускаемых облигаций, но само несет обязательство по этой ссуде (прим. науч. ред.).

кредиторов, касающиеся вероятности возврата ссуды заемщиками. Когда правительство выпускает облигации сегодня, которые должны быть погашены за счет будущих налогов, будущие обязательства домохозяйств увеличиваются. Поэтому если кредиторы не меняют объемы и условия кредитования, вероятность возврата долга снижается. Значит, рациональные кредиторы отреагируют на выпуск облигаций снижением объемов кредитования. В самом деле, существуют случаи, когда сумма денег, которую домохозяйство может взять в долг, снижается одновременно с выпуском государственных облигаций, так что рикардианская эквивалентность выполняется даже при ограничении ликвидности (Hayashi, 1987; Yotsuzuka, 1987).

Однако такая возможность возникает только тогда, когда налоги являются паушальными. В более реалистичной ситуации выпуск облигаций не оказывает большого влияния на сумму, которую домохозяйство может взять в долг. Интуиция подсказывает, что, когда заемщик не может вернуть кредит, это происходит из-за снижения его дохода. Но если налоги являются функцией дохода, доля налоговых обязательств, связанная с выпуском облигаций, невелика. Поэтому выпуск облигаций, скорее всего, окажет небольшое влияние на вероятность возврата долга заемщиком, а, следовательно, и на сумму, которую он может взять в долг (Bernheim, 1987). Таким образом, если ограничения ликвидности являются источником несостоятельности гипотезы перманентного дохода, то, скорее всего, будут наблюдаться существенные отклонения от рикардианской эквивалентности.

Вторым возможным источником несостоятельности гипотезы перманентного дохода, который мы рассмотрим, является сочетание мотива предосторожности и высокой нормы дисконтирования. Напомним, что, согласно разделу 7.6, это сочетание может быть причиной буферных сбережений и сильного влияния текущего располагаемого дохода на потребление. Предположим, что эти факторы сильно влияют на потребление, и рассмотрим наш стандартный пример выпуска облигаций, который финансируется за счет будущих налогов. Влияние этой политики на потребление опять зависит от того, являются ли налоги паушальными. В случае паушальных налогов, выпуск облигаций не влияет на бюджетное ограничение домохозяйства, поскольку приведенная стоимость доходов после уплаты налогов за весь период жизни домохозяйства при любом состоянии мира остается неизменной. Следовательно, выпуск облигаций не влияет на потребление. Интуитивно ясно, что главным мотивом сбережений в данной ситуации является стремление избежать снижения потребления при снижении доходов в будущем. Когда налоги паушальные, при низком доходе домохозяйство все равно платит полную величину налога, необходимого для погашения выпуска облигаций. Чтобы застраховаться от снижения потребления в данной ситуации, домохозяйство сберегает прирост дохода от сокращения налогов.

Однако на практике наблюдается совершенно иная ситуация, так как налоги являются функцией дохода. Если будущий доход оказывается низким, выпуск облигаций приводит только к небольшому увеличению налоговых обязательств. Иными словами, сочетание нынешнего сокращения и будущего роста налогов увеличивает приведенную стоимость потока доходов домохозяйства после уплаты налогов, когда будущий доход низкий, и уменьшает ее, когда доход высокий. Следовательно, у домохозяйства недостаточно стимулов для увеличения сбережений. Вместо того чтобы сберегать, домохозяйство, имея высокую норму дисконтирования, может увеличить потребление, зная, что его налоговые обязательства вырастут только при росте дохода (Barsky, Mankiw, и Zeldes, 1986).

Из всего сказанного следует, что у нас мало оснований считать рикардианскую эквивалентность хорошей аппроксимацией действительности. Утверждение о рикардианской эквивалентности основано на гипотезе перманентного дохода, количественные отклонения от которой весьма велики. Тем не менее, из-за своей простоты и логической строгости, рикардианская эквивалентность (как и гипотеза перманентного дохода) является ценной отправной точкой анализа.

## 11.4 Сглаживание налогов

Теперь мы переходим к вопросу о том, чем определяется величина бюджетного дефицита. В этом разделе рассматривается модель Барро (1979), в которой выбирается оптимальный уровень дефицита. В разделах с 11.5 по 11.7 рассматриваются причины, по которым дефицит может превышать эффективный уровень.

Барро сосредотачивается на анализе желания правительства минимизировать искажения, связанные с получением доходов. Искажения от налогов, как правило, увеличиваются более чем пропорционально величине собранного дохода. Например, в стандартных моделях налоги в первом приближении не приводят к издержкам искажения. Иными словами, при низких налогах, издержки искажения примерно пропорциональны квадрату величины собранных доходов. Когда искажения растут более чем пропорционально налогам, они в среднем выше при политике колеблющихся налоговых ставок, чем при политике стабильного налогообложения, хотя средний уровень налогов в обоих случаях одинаков. Таким образом, желание минимизировать величину искажений является причиной, по которой правительство выравнивает траекторию налогов во времени.

Чтобы понять, к каким следствиям приводит это наблюдение, Барро рассматривает ситуацию, когда искажения, возникающие при сборе налогов, являются единственной причиной отклонения от рикардианской эквивалентности<sup>11</sup>. Тогда задача правительства похожа на задачу, с которой сталкивается домохозяйство в модели перманентного дохода. В этой модели домохозяйство стремится максимизировать приведенную величину полезности, получаемую на протяжении всей жизни, при ограничении, что приведенная стоимость расходов на протяжении всей жизни не превышает определенный уровень. Из-за убывающей предельной полезности потребления домохозяйство выбирает сглаженную траекторию потребления. В рассматриваемой модели правительство хочет минимизировать приведенную стоимость искажений вследствие налогообложения при ограничении, что его приведенный доход должен быть не меньше определенного уровня. Так как предельные издержки искажений при увеличении сбора доходов возрастают, правительство выбирает сглаженную траекторию налогов. Поэтому наш анализ сглаживания налогов будет во многом повторять анализ модели перманентного дохода в разделах 7.1 и 7.2. Как и в этих разделах, сначала мы рассмотрим детерминированный случай, а затем ситуацию неопределенности.

### Сглаживание налогов: детерминированный случай

Рассмотрим экономику с дискретным временем. Траектории выпуска ( $Y$ ), государственных расходов ( $G$ ), реальной процентной ставки ( $r$ ) заданы экзогенно, случайные факторы отсутствуют. Для простоты предположим, что реальная процентная ставка постоянна. Существует некоторая первоначальная величина государственного долга,  $D_0$ . Государство хочет выбрать траекторию налогов ( $T$ ), которая бы удовлетворяла бюджетному ограничению и минимизировала приведенную стоимость издержек искажения при сборе налогов<sup>12</sup>. Как и Барро, мы не будем моделировать источники

<sup>11</sup> В качестве альтернативы, можно рассмотреть ситуацию, когда существуют другие отклонения от рикардианской эквивалентности, но правительство имеет возможность нейтрализовать дополнительные эффекты выбора между налоговым и долговым финансированием. Например, оно может использовать монетарную политику, чтобы компенсировать любое воздействие на совокупную экономическую активность, и налоговые стимулы, чтобы исключить любое влияние на распределение выпуска между потреблением и инвестициями.

<sup>12</sup> В большинстве моделей данной главы проще всего определить  $G$  как государственные расходы и  $T$  как налоги за вычетом трансфертов. Однако при сборе налогов для финансирования трансфертов возникают искажения. Таким образом, в данной модели под  $G$  необходимо понимать сумму стоимости государственных расходов и трансфертов, а под  $T$  – валовые налоги. Однако для сопоставимости с другими

искажений. Вместо этого предположим, что издержки искажения при сборе налогов в сумме  $T_t$  задаются выражением

$$C_t = Y_t f\left(\frac{T_t}{Y_t}\right), \quad f(0) = 0, \quad f'(\bullet) > 0, \quad f''(\bullet) > 0, \quad (11.11)$$

где  $C_t$  – это издержки искажения в период  $t$ . Согласно этому соотношению, издержки искажения на единицу выпуска являются функцией налогов на единицу выпуска и увеличиваются более чем пропорционально с ростом налогов на единицу выпуска. Эти условия кажутся вполне разумными.

Задача правительства заключается в выборе траектории налогов, которая бы минимизировала приведенную стоимость издержек искажения, и удовлетворяла суммарному бюджетному ограничению. Формально эту задачу можно записать как

$$\min_{T_0, T_1, \dots} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} Y_t f\left(\frac{T_t}{Y_t}\right) \quad (11.12)$$

при ограничении

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} T_t = D_0 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} G_t.$$

Чтобы решить эту задачу, можно составить функцию Лагранжа и минимизировать ее стандартным образом, а можно “пошевелить” переменные и вывести уравнение Эйлера. Мы используем второй метод. Для этого рассмотрим ситуацию, когда правительство сокращает налоги в период  $t$  на небольшую величину  $\Delta T$  и увеличивает их в следующий период на  $(1+r)\Delta T$ , при этом налоги во все остальные периоды остаются неизменными. Это изменение не влияет на приведенную стоимость доходов правительства. Таким образом, если бюджетное ограничение правительство выполнялось, оно будет выполняться и после изменения. Если первоначально политика правительства была оптимальной, предельный вклад изменения налогов в целевую функцию должен быть равен нулю. Иными словами, предельная выгода (MB) и предельные издержки (MC) от изменения налогов должны быть равны.

Предельная выгода от изменения состоит в том, что оно снижает издержки искажения в период  $t$ . В частности, из формулы (11.12) следует, что предельное уменьшение приведенной стоимости искажений при сборе налогов равно

$$\begin{aligned} MB &= \frac{1}{(1+r)^t} Y_t f'\left(\frac{T_t}{Y_t}\right) \frac{1}{Y_t} \Delta T \\ &= \frac{1}{(1+r)^t} f'\left(\frac{T_t}{Y_t}\right) \Delta T. \end{aligned} \quad (11.13)$$

Издержки от изменения налогов заключаются в том, что это изменение увеличивает искажения в период  $t+1$ . Учитывая (11.12) и тот факт, что налоги в период  $t+1$  возрастают на  $\Delta T(1+r)$ , получим, что предельное увеличение приведенной стоимости искажений равно

$$\begin{aligned} MC &= \frac{1}{(1+r)^{t+1}} Y_{t+1} f'\left(\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}\right) \frac{1}{Y_{t+1}} (1+r) \Delta T \\ &= \frac{1}{(1+r)^t} f'\left(\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}\right) \Delta T. \end{aligned} \quad (11.14)$$

Сравнивая (11.13) и (11.14), приходим к условию равенства предельной выгоды и предельных издержек

моделями, представленными в этой главе, мы пренебрегаем трансфертами и рассматриваем  $G$  как государственные расходы.

$$f'(\frac{T_t}{Y_t}) = f'(\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}). \quad (11.15)$$

Отсюда следует

$$\frac{T_t}{Y_t} = \frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}. \quad (11.16)$$

Таким образом, отношение величины налогов к выпуску (налоговая ставка) должно быть постоянным. Как уже упоминалось выше, интуитивно понятно, что если при росте налогов издержки искажения увеличиваются, то сглаженное налогообложение минимизирует эти издержки. Точнее, сглаженная налоговая ставка минимизирует издержки искажения, так как предельные издержки искажения на единицу собранного дохода увеличиваются с ростом налоговой ставки.<sup>13</sup>

### Сглаживание налогов в условиях неопределенности

Распространим наш анализ на случай неопределенности в отношении траектории государственных расходов. Задача правительства теперь состоит в том, чтобы минимизировать ожидаемую приведенную стоимость искажений при сборе налогов. Бюджетное ограничение правительства остается тем же самым: приведенная стоимость налоговых доходов должна быть равна сумме первоначального долга и приведенной стоимости расходов.

Чтобы решить эту задачу, мы можем “пошевелить” переменные так же, как в случае определенности. Пусть правительство уменьшает налоги в период  $t$  на небольшую величину  $\Delta T$  по сравнению с уровнем налогов, который оно выбрало бы с учетом всей имеющейся в период  $t$  информации. Чтобы бюджетное ограничение выполнялось, правительству необходимо увеличить налоги в период  $t+1$  на сумму  $(1+r)\Delta T$  по сравнению с величиной, которую оно выбрало бы с учетом имеющейся на данный период информации. Если правительство находится в состоянии оптимума, данное изменение налогов не влияет на ожидаемую приведенную величину искажений. Рассуждая так же, как при выводе выражения (11.15), получим

$$f'(\frac{T_t}{Y_t}) = E_t[f'(\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}})], \quad (11.17)$$

где  $E_t[\bullet]$  обозначает математическое ожидание при условии имеющейся в период  $t$  информации. Это условие показывает, что не может быть предсказуемых изменений предельных издержек искажения при сборе налогов.

В случае, когда издержки искажения задаются квадратичной функцией  $f(\bullet)$ , выражение (11.17) можно легко упростить. Когда  $f(\bullet)$  – квадратичная функция,  $f'(\bullet)$  линейна. Тогда,  $E_t[f'(T_{t+1}/Y_{t+1})]$  равно  $f'(E_t[T_{t+1}/Y_{t+1}])$ . Уравнение (11.17) приводится к виду

$$f'(\frac{T_t}{Y_t}) = f'(E_t[\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}]), \quad (11.18)$$

для чего необходимо, чтобы

$$\frac{T_t}{Y_t} = E_t[\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}]. \quad (11.19)$$

Это уравнение утверждает, что не может быть предсказуемых изменений в налоговой ставке. Иными словами, налоговая ставка подвержена случайному блужданию.

---

<sup>13</sup> Чтобы найти величину налоговой ставки, необходимо использовать бюджетное ограничение из (11.12) и тот факт, что налоговая ставка постоянна. В результате, получим, что налоговая ставка равна отношению приведенной стоимости доходов правительства к приведенной стоимости выпуска.

## Следствия

Мы рассматриваем модель сглаживания налогов, чтобы проанализировать ее следствия, касающиеся поведения бюджетного дефицита. Из модели следует, что если доля государственных расходов в выпуске является случайным блужданием, то не будет наблюдаться дефицита бюджета: при таком поведении государственных расходов политика сбалансированного бюджета приводит к тому, что налоговая ставка определяется процессом случайного блуждания. Таким образом, из модели следует, что дефициты и профициты возникают, когда ожидается изменение отношения государственных расходов к выпуску.

Наиболее очевидными потенциальными источниками предсказуемых изменений отношения государственных расходов к выпуску являются войны и рецессии. Расходы на оборону, как правило, возрастают во время войны. Государственные расходы являются в большинстве случаев ациклическими, поэтому их доля в выпуске возрастает во время рецессии<sup>14</sup>. Иными словами, во время войн и рецессий ожидаемая будущая величина отношения государственных расходов к выпуску меньше текущего значения этого отношения. В соответствии с моделью сглаживания налогов в эти периоды наблюдается дефицит государственного бюджета. Исследования, посвященные тестированию модели сглаживания налогов, формально подтверждают, что реакция бюджетного дефицита на временный рост расходов на оборону и циклические колебания, в общем, соответствует качественным результатам, полученным в модели. Однако в некоторых исследованиях выявлено, что количественные результаты, полученные в модели, не соответствуют эмпирическим данным.<sup>15</sup>

## Развитие модели

Lucas и Stokey (1983) заметили, что та же самая логика, на которой построены выводы о необходимости выравнивать налоги во времени, наводит на мысль, что правительство должно выпускать долговые обязательства в зависимости от обстоятельств. Ожидаемые искажения ниже, если реальные выплаты по долгу находятся на низком уровне при положительном шоке государственных расходов, и на высоком уровне при отрицательном шоке. Если величина долга полностью зависит от обстоятельств, правительство может выровнять налоговые ставки во всех возможных состояниях, так что налоговая ставка никогда не изменится (Bohn, 1990). Этот сильный вывод, очевидно, является ошибочным. Но Bohn (1988) отмечает, что одним из способов для правительства получить реальную выгоду, получая выплаты, зависящие от обстоятельств, является выпуск номинальных долговых обязательств и следование политике, которая приводит к увеличению инфляции в ответ на положительный шок государственных расходов и к её снижению в ответ на отрицательный шок. Таким образом, желание правительства уменьшить искажения может стать объяснением того, почему правительство предпочитает выпускать номинальные долговые обязательства.

В анализ также можно включить накопление капитала, тогда траектория выпуска будет определяться эндогенно. Если правительство может связать себя обязательствами проводить определенную политику, то оптимальным, скорее всего, будет отсутствие

<sup>14</sup> Вспомните также, что значимой переменной в модели являются по существу не государственные расходы, а сумма расходов и трансфертных выплат. Трансферты в общем случае являются контриклическими, и поэтому их доля в выпуске возрастает во время рецессии.

<sup>15</sup> Первые две работы, в которых тестировалась модель сглаживания налогов, принадлежат Барро (первоначальная работа по модели сглаживания налогов, 1979) и Sahasakul (1986). Более поздние исследования модели см. в Huang и Lin (1993) и Ghosh (1995). Эти тесты основываются на анализе потребления и сбережений Кэмпбеллом (Campbell, 1987).

налогов на капитал. Как налоги на капитал, так и налоги на трудовой доход искажают выбор индивида между трудом и отдыхом, так как они уменьшают общую привлекательность работы. Но налоги на капитал, кроме того, искажают межвременной выбор индивидов<sup>16</sup>.

Ex post, налог на капитал в экономике не приводит к искажениям, поэтому он является желательным с точки зрения минимизации искажений. Следовательно, политика низких налогов на капитал или полного отсутствия этих налогов является динамически несостоятельной (Kydland и Prescott, 1977). Иными словами, если правительство не может давать сковывающие обязательства в отношении будущей налоговой политики, оно будет не способно следовать политике отсутствия налогов на капитал. Из моделей оптимального налогообложения с обязательством устанавливать налог на капитал близким к нулю следуют выводы, явно не соответствующие реальности. Не известно, является ли это отражением того факта, что подобное обязательство несовершенно, или же чего-то иного.

Наконец, наш анализ предлагает другую причину отклонения от рикардианской эквивалентности. Мы предполагали, что траектория государственных расходов задана экзогенно. Но в реальности расходы, скорее всего, зависят от соотношения издержек и выгод. Выпуск облигаций, сопровождаемый снижением налогов, увеличивает доход, который правительство должно получить в будущем, а значит, будущие налоговые ставки должны быть выше. Поэтому предельные издержки финансирования заданной траектории государственных расходов оказываются больше. Когда правительство выбирает объем расходов, взвешивая издержки и выгоды, оно отреагирует на это изменение сочетанием более высоких налогов и более низких расходов. Более низкие государственные расходы увеличивают ресурсы, которыми располагают домохозяйства на протяжении жизни, и, следовательно, увеличивают текущее потребление домохозяйств.

### **Экспансионистский эффект ограничительной фискальной политики?**

При предположениях, на которых основывается рикардианская эквивалентность, сокращение налогов увеличивает ожидаемую приведенную стоимость будущих налоговых выплат в точности на сумму сокращения налогов. Ресурсы, находящиеся в распоряжении домохозяйства на протяжении всей жизни, не изменяются, поэтому потребление домохозяйств также не меняется. В случае же эндогенных государственных расходов, который мы только что обсудили, сокращение налогов приводит к росту ожидаемых будущих налоговых выплат на сумму, меньшую, чем величина сокращения налогов, поэтому потребление увеличивается. Такое влияние ожиданий обуславливает увеличение вероятности возникновения ситуаций, когда повышение налогов или сокращение государственных расходов приводит к росту совокупного спроса на товары и услуги. Например, пусть по некоторой причине небольшое увеличение налогов сигнализирует о значительном сокращении будущих государственных расходов, и, следовательно, о снижении будущих налогов. Тогда домохозяйства отреагируют на рост налогов увеличением своих оценок потока доходов на протяжении всей жизни; в итоге, они могут увеличить свое потребление. Аналогичным образом, небольшое сокращение текущих государственных расходов может сигнализировать о крупном снижении расходов в будущем, и, следовательно, привести к росту потребления на сумму, превышающую падение государственных расходов.

Удивительно, но описанный механизм является нечто большим, чем просто любопытным объектом теоретических исследований. Giavazzi и Pagano (1990) показали, что программы фискальных реформ в Дании и Ирландии в 80е годы привели к буму

---

<sup>16</sup> Анализ оптимальной налоговой политики в стохастических условиях с включением капитала см в Chari и Kehoe (1999).

потребления, причем они утверждают, что воздействие ожиданий является тому причиной. Аналогично, Alesina и Perotti (1997) показали, что сокращение дефицита скорее происходит за счет сокращения государственного аппарата и трансфертов, а не путем увеличения налогов. Кроме того, первый способ сокращения дефицита часто является экспансионистским, в то время как второй способ таковым не является, что согласуется с тезисом о важной роли ожиданий. Программа по снижению дефицита в США в 1993 может быть другим примером экспансионистского эффекта ограничительной фискальной политики.

Работы по исследованию возможного экспансионистского эффекта ограничительной фискальной политики выявили еще два канала помимо представлений домохозяйств о будущих налоговых обязательствах, через которые ожидания могут приводить к тому, что ограничительная политика увеличивает потребление. Первым каналом являются процентные ставки. Так как сокращение государственных расходов снижает процентные ставки, ожидание более низких будущих расходов приводит к падению ожидаемых будущих процентных ставок. Аналогично, если рикардианская эквивалентность не выполняется, ожидание роста налогов в будущем приведет к снижению ожидаемых будущих процентных ставок. И, как описано в разделе 8.5, ожидание снижения будущих процентных ставок приведет к росту текущих инвестиций. Это ожидание также приведет к росту приведенной стоимости доходов домохозяйства, и, следовательно, к росту потребления.

Вторым каналом является совокупное предложение. Более низкие налоги в будущем означают снижение искажений, и, значит, более высокий будущий доход. Далее в разделах 11.9 и 11.10 мы увидим, что довольно высокий уровень государственного долга может привести к фискальному кризису, который сопровождается губительными последствиями для экономики. Ограничительная политика может привести к снижению оценок вероятности кризиса, и, значит, к росту оценок будущего дохода. А высокие оценки будущего дохода, в свою очередь, увеличивают текущее потребление и инвестиции (Bertola и Drazen, 1993; Perotti, 1996, 1999).

## **11.5 Политэкономические теории бюджетного дефицита**

Гипотеза сглаживания налогов может объяснить колебания бюджетного дефицита во времени, но не систематическую тенденцию к существованию высокого дефицита. В связи с тем, что многие страны испытывали постоянный бюджетный дефицит в 1980е и 1990е годы, и их текущая фискальная политика не является сбалансированной, большое количество исследований в последнее время было посвящено выявлению потенциальных источников *склонности к дефициту* при проведении фискальной политики. Иными словами, в этих работах ставится вопрос, существуют ли силы, которые подталкивают к образованию высоких по сравнению с эффективным уровнем дефицитов при проведении фискальной политики.

Большая часть работ, посвященных этому вопросу, относится к *новой политической экономии*. Это область исследований, где для анализа политики применяются инструменты экономической теории. Политики рассматриваются этим направлением не как великодушные разработчики социальных проектов, а как индивиды, которые максимизируют свои целевые функции с учетом налагаемых на них ограничений и имеющейся в их распоряжении информации. Аналогично, избиратели рассматриваются не как идеализированные граждане университетских занятий по гражданскому праву или механические исполнители в политологии, а как рациональные экономические агенты.

Одно из направлений новой политической экономии использует инструменты экономической науки для исследования проблем, которые традиционно находились в сфере политологии, таких как поведение кандидатов на выборах и поведение избирателей. Первооткрывателем в этой области исследований является Downs (1957); в работе Ordeshook (1986) представлено введение в проблематику.

Второе направление, на котором мы сосредоточимся, акцентирует внимание на важности рассмотрения политических сил при решении традиционных экономических проблем. Вероятно, наиболее важным вопросом, поднимаемым в данных работах, является вопрос о том, как политический процесс приводит к неэффективным исходам. Даже случайные наблюдения показывают, что правительство может являться источником огромной неэффективности. Чиновники обогащаются за счет общественных издержек, намного превосходящих богатство, которое они присваивают; регулирующие органы действуют на рынки, используя вместо налогов и субсидий контроль над ценами и командно-административные методы регулирования, приводящие к сильным искажениям; законодательные учреждения и чиновники раздают бесчисленные привилегии отдельным индивидам и небольшим группам, отвлекая значительные ресурсы на поиск ренты; высокая и постоянная инфляция и бюджетный дефицит – обычное явление; и так далее. Но основополагающий принцип экономической теории состоит в том, что когда существуют значительные отклонения от эффективности, существуют и силы, устраняющие эти отклонения. Таким образом, очевидное наличие значительных отклонений от эффективности, возникающих в ходе политического процесса, является загадкой.

В работах в русле новой политической экономии предложено несколько возможных вариантов объяснения неэффективных политических исходов. Многие из этих вариантов были применены к анализу склонности к дефициту, хотя большой дефицит определенно не является самым значительным отклонением от эффективности, создаваемым в ходе политического процесса. В действительности, некоторые гипотезы были разработаны именно в этом контексте. Таким образом, мы рассмотрим работы, посвященные возможным политическим источникам склонности к дефициту как для того, чтобы изучить дефицит, так и для того, чтобы получить представление о новой политической экономии.

Одним из потенциальных источников неэффективной политики является отсутствие у политиков и избирателей знаний об оптимальной политике. Представления индивидов об экономике и влиянии на нее различных вариантов политики неоднородны. Тот факт, что одни индивиды менее информированы, чем другие, может привести первых к поддержке политики, которая согласно доступным данным не является эффективной. Например, одна из причин широкого распространения протекционистской политики состоит в том, что идея сравнительного преимущества слишком сложна для понимания многих людей.

Некоторые особенности политики трудно понять, если мы не признаем, что знание избирателей и политиков неполно. Новые идеи иногда влияют на политику. Это может произойти, только если идеи еще не получили всеобщего распространения. Аналогичным образом, напряженные дебаты об эффектах альтернативных вариантов политики имеет смысл, только если знания индивидов неоднородны.<sup>17</sup>

Buchanan и Wagner (1977) утверждают, что неполное знание является важным источником склонности к дефициту. Выгоды от высоких государственных расходов и низких налогов являются прямыми и очевидными, в то время как издержки (более низкие будущие расходы и более высокие будущие налоги, которые необходимы, чтобы выполнялось бюджетное ограничение) являются непрямыми и менее очевидными. Если

<sup>17</sup> Деятельность экономистов - исследователей, преподавателей, и политических советников - влияет на политику благодаря идеям (не доступным широкой публике - В.П.). Если бы наблюдавшие исходы, даже совершенно нежелательные, были бы равновесным результатом взаимодействия индивидов, которые обладают полной информацией о последствиях альтернативных вариантов политики, мы могли бы надеяться только на наблюдение за этими исходами и на их понимание, но не на их изменение. Но так как участники не знают всего, что можно знать о последствиях политики, узнавая больше об этих последствиях путем исследований и сообщая результаты этих исследований через преподавание и консультирование, экономисты могут менять, а иногда даже меняют исходы.

индивиду не осознают величины издержек, будет наблюдаться склонность к чрезмерному дефициту. Бьюкенен и Вагнер развивают эту идею и утверждают, что история изменения взглядов на дефицит может объяснить, почему ограниченное понимание издержек дефицита не приводило к систематическому характеру высокого дефицита вплоть до 1970х годов.

D. Romer (1999) рассматривает последствия гетерогенности представлений индивидов о политических решениях на более общем уровне. Эта работа показывает, что точка зрения, в соответствии с которой неполное понимание, имеющее место несмотря на доступность соответствующего знания, может оказывать систематическое влияние на политические исходы, полностью согласуется с предположением о рациональности индивидов. В работе также утверждается, что гетерогенное знание дает простой и экономный вариант объяснения широкого круга явно неэффективных исходов.

Хотя ограниченное знание может быть важным источником чрезмерного дефицита, оно не является его единственным источником. В некоторых ситуациях существуют варианты политики, которые, очевидно, повысили бы благосостояние каждого члена общества. Наиболее очевидным примером являются гиперинфляции. Издержки гиперинфляции велики и очевидны. Таким образом, понятно, что общее увеличение налогов или сокращение расходов, которое устраниет необходимость в сеньораже и, следовательно, позволяет правительству прекратить гиперинфляцию, увеличит благосостояние большинства населения. Однако гиперинфляция часто продолжается месяцы или годы, прежде чем фискальная политика будет изменена.

Большинство работ в рамках новой политической экономии не сосредотачивается на ограниченном знании. Может быть потому, что случаи типа гиперинфляции, очевидно, происходят не из-за ограниченного знания. А может быть потому, что модели ограниченного знания недостаточно разработаны и отсутствуют общие методы, применимые к анализу новых ситуаций, или потому, что из этих моделей трудно получить конкретные эмпирические предсказания.

Вместо этого подавляющее число работ по новой политической экономии сосредотачивается на возможности того, что в ходе политического процесса стратегические взаимодействия приводят к исходам, неэффективность которых известна. Иными словами, в этих работах рассматривается возможность того, что структура политического процесса и экономики подталкивает к ситуации, когда преследование каждым участников собственных целей приводит к неэффективности. Модель динамической несостоятельности низкоинфляционной монетарной политики, рассмотренная в разделе 10.4, является примером такой модели. В этой модели к неэффективному уровню инфляции приводит тот факт, что политики не могут связать себя обязательствами добиться низкой инфляции и при этом заинтересованы в высокой инфляции после того, как ожидания инфляции сформировались.

Для случая фискальной политики было предложено три основных механизма, благодаря действию которых стратегические взаимодействия могут привести к неэффективному уровню дефицита. Во-первых, выбранный лидер может накопить неэффективно высокую сумму долга, чтобы ограничить расходы своего приемника (Persson и Svensson, 1989; Tabellini и Alesina, 1990). Например, желание ограничить будущие расходы могло быть важным мотивом проведения Рональдом Рейганом политики высокого дефицита в 1980е годы.

Во-вторых, несогласие по поводу распределения бремени снижения дефицита может привести к замедлению реформы фискальной политики, так как каждая группа пытается заставить других взять на себя непропорционально высокую долю бремени (Alesina и Drazen, 1991). Этот механизм особенно важен по отношению к гиперинфляции.

В-третьих, дефицит может образовываться из-за попыток выбранных лидеров сообщить о своих способностях избирателям. Избиратели, скорее всего, имеют более полную информацию о выплаченных налогах и полученных от государства услугах, чем

об общей фискальной политике правительства. Если политики различаются по своей способности дешево предоставлять государственные услуги, это даёт им стимул выбирать высокие расходы и низкие налоги, чтобы сообщить о своих исключительных способностях (Rogoff, 1990). В зависимости от того, как быстро избиратели узнают об истинной фискальной ситуации, это может привести либо к циклическим изменениям фискальной политики, с высокими дефицитами прямо перед выборами, либо к устойчивой склонности к дефициту.

Логическим продолжением этой идеи является признание различий в способностях политиков снижать будущие государственные расходы. Из модели сглаживания налогов следует, что оптимальный уровень текущих налогов ниже (и, следовательно, дефицит выше), когда снижаются ожидаемые будущие государственные расходы. Поэтому у политических лидеров есть стимул снизить текущие налоги, чтобы сообщить о своей способности определить и устранить расточительное расходование государственных средств или осуществить программы реструктуризации для снижения стоимости государственных услуг. Это еще одно возможное стратегическое объяснение политики высокого дефицита, проводимой Рейганом.<sup>18</sup>

В разделах 11.6 и 11.7 представлены конкретные модели, которые описывают первые два возможных источника склонности к бюджетному дефициту, возникающей в связи со стратегическими соображениями. Мы не будем рассматривать сигнальный механизм на том основании, что ему уделялось меньше внимания в теоретических и эмпирических работах по изучению склонности к дефициту, и он может быть смоделирован путем прямого использования стандартных сигнальных моделей.<sup>19</sup>

Мы увидим, что обе модели имеют серьезные ограничения; ни одна из них не показывает однозначно, что рассматриваемый в модели механизм приводит к склонности к дефициту. Таким образом, цель изучения этих моделей состоит не в том, чтобы окончательно решить вопрос об источниках дефицита, а в том, чтобы выявить некоторые важные проблемы и сформулировать вопросы, касающиеся механизмов, рассматриваемых в моделях, и политэкономических моделей вообще.

## 11.6 Стратегическое накопление долга

В этом разделе рассматривается конкретный механизм, посредством которого стратегические соображения могут приводить к неэффективно высокому дефициту. Ключевая идея состоит в том, что политики понимают, что будущая политика может определяться индивидами, с чьими взглядами они не согласны. В частности, политика может формироваться индивидами, которые предпочитают расходовать ресурсы таким способом, который сегодняшние политики считают нежелательным. Это может вызвать у сегодняшних политиков желание ограничить расходы будущих политиков. Так как высокий уровень государственного долга приводит к уменьшению государственных расходов, то у сегодняшних политиков появляется стимул накапливать долг.

Эта общая идея была formalизована двумя способами. Persson и Svensson (1989) рассматривают несогласие по поводу уровня государственных расходов: консервативные политики предпочитают низкие расходы, а либеральные политики – высокие расходы.

---

<sup>18</sup> Pogoff и Sibert (1988) утверждают, что стремление сигнализировать может также заставить лидеров следовать политике, которая приводит к политическим бизнес-циклам. Сигнализирование может также быть важным при рассмотрении государственных расходов на микроэкономическом уровне. Например, Coate и Morris (1995) утверждают, что стремление сигнализировать может объяснить, почему политики часто используют неэффективные расходы типа “казенного пирога” (мероприятие, проводимое правительством для завоевания популярности) вместо прямых трансфертов для обогащения своих друзей и союзников.

<sup>19</sup> Сосредоточившись на склонности к дефициту, наш анализ не рассматривает некоторые возможные источники неэффективных политических исходов. Например, в ряде работ Shleifer и Vishny (1992, 1993, 1994) анализируют причины, по которым преследование политиками собственных интересов и стратегические взаимодействия приводят к рационализации, коррупции и неэффективному уровню занятости в общественном секторе.

Перссон и Свенсон показывают, что если предпочтение консервативными политиками низких расходов достаточно сильно, то политики будут проводить политику, приводящую к дефициту.<sup>20</sup>

Модель Персона-Свенсона не дает возможного объяснения общей склонности к дефициту. В их модели те силы, которые заставляют консервативных политиков иметь дефицит, могут заставить либеральных иметь профицит. Поэтому Табеллини и Алезина (1990) рассматривают несогласие по поводу *структуре* государственных расходов. Их основная идея заключается в том, что если каждый тип политика полагает, что тип расходов, который выберет другой тип политика, нежелателен, то у политиков обоих типов есть стимул накапливать долг.

В этом разделе представлена модель Табеллини-Алезины и рассматриваются следствия из этой модели. Одним из преимуществ этой модели является то, что анализ политического поведения в ней в гораздо большей степени, чем в других политэкономических моделях, базируется на микроэкономике. Во многих политэкономических моделях, предпочтения политических партий и вероятность оставаться у власти заданы экзогенно. Но в модели Табеллини-Алезины исход выборов выводится из предположений о предпочтениях и поведении избирателя. Следовательно, их модель демонстрирует некоторые микроэкономические проблемы, возникающие при моделировании политического поведения.

## **Предположения об экономике**

Экономика существует два периода: 1 и 2. Реальная процентная ставка задана экзогенно и равна нулю. Государственные расходы распределяются между двумя типами общественных благ, обозначаемых через  $M$  и  $N$ . Для определенности будем считать, что это оборонные и гражданские блага.

Политик, принимающий решение в периоде 1, выбирает объем производства двух благ в периоде 1,  $M_1$  и  $N_1$ , и величину выпущенных в периоде 1 долговых обязательств,  $D$ . Политик периода 2 выбирает  $M_2$  и  $N_2$  и должен выплатить любую величину долга, созданного в 1-м периоде.

Для того чтобы величина долговых обязательств, выпущенных в первом периоде, оказывала влияние на события во втором периоде, рикардианская эквивалентность не должна выполняться. В работах по стратегическому накоплению долга выделяются два источника невыполнения рикардианской эквивалентности. В модели Персона-Свенсона источником является искажающее влияние налогов, рассмотренное в модели сглаживания налогов Барро. Более высокий уровень долга означает, что налоги, соответствующие данному уровню государственных расходов, выше. Но если налоги приводят к искажениям и предельные издержки искажений возрастают, это означает, что предельные издержки при данном уровне государственных расходов увеличиваются, когда величина долга растет. Как указывалось в разделе 11.4, это в свою очередь означает, что стремящийся к оптимуму политик выберет более низкий уровень государственных расходов.

Второй причиной, по которой долг может повлиять на политику во втором периоде, является воздействие долга на богатство в экономике. Если выпуск облигаций в период 1 уменьшает богатство в период 2, это, скорее всего, уменьшит государственные расходы. Наиболее вероятный способ, посредством которого выпуск долговых обязательств снижает богатство, состоит в увеличении потребления. Но моделировать этот эффект с помощью ограничений ликвидности, мотива сбережений из предосторожности, или любого другого механизма весьма сложно. Поэтому Табеллини и Алезина делают

---

<sup>20</sup> В задаче 11.10 развивается эта идея. В ней также рассматривается возможность, что несогласие может заставить консервативных политиков иметь профицит, а не дефицит.

упрощения. Они предполагают, что частное потребление отсутствует, и что долг образуется путем заимствований у иностранного сектора, которые приводят к росту государственных расходов в период 1 и снижению доходов в период 2.

Бюджетное ограничение экономики в периоде 1 имеет вид

$$M_1 + N_1 = W + D, \quad (11.20)$$

где  $W$  - начальное богатство в каждом периоде и  $D$  - величина выпускаемых политиков долговых обязательств. Так как процентная ставка равна нулю, ограничение периода 2 запишется так

$$M_2 + N_2 = W - D. \quad (11.21)$$

Величины  $M$  и  $N$  должны быть неотрицательными. Следовательно, величина  $D$  должна удовлетворять ограничению  $-W \leq D \leq W$

Ключевая предположения данной модели – наличие у индивидов неоднородных предпочтений в отношении двух типов общественных благ. А именно, целевая функция  $i$ -го индивида задается выражением

$$V_i = E \left[ \sum_{i=1}^2 \alpha_i U(M_i) + (1 - \alpha_i) U(N_i) \right], \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1, \quad U'(\bullet) > 0, \quad U''(\bullet) < 0, \quad (11.22)$$

где  $\alpha_i$  – это вес, который индивид  $i$  придает оборонным благам по сравнению с гражданскими благами. Иными словами, все индивиды получают неотрицательную полезность от обоих типов благ, но относительный вклад каждого блага в функцию полезности различается для каждого индивида.

Из модельных предположений следует, что выпуск долговых обязательств никогда не является желательным. Так как реальная процентная ставка равна норме дисконтирования и предельная полезность для каждого индивида убывает, сглаженная траектория  $M$  и  $N$  является оптимальной для всех индивидов. Выпуск долговых обязательств в период 1 приводит к превышению расходов периода 1 над расходами периода 2 и, следовательно, нарушает это требование. Аналогичные рассуждения демонстрируют, что сбережения (то есть, отрицательная величина  $D$ ) также неэффективны.

## Предположения о политике

Для того чтобы политик периода 1 был заинтересован в ограничении поведения политика периода 2, должна быть некоторая вероятность того, что предпочтения второго политика будут отличаться от предпочтений первого. Во многих политэкономических моделях это достигается с помощью предположения о случайной смене политических партий с различными программами. Этот подход является полезной отправной точкой. Но Табеллини и Алезина идут немного дальше: они предполагают, что предпочтения индивидов неизменны, но их участие в политическом процессе случайно. Тогда политику периода 1 неизвестны предпочтения политика периода 2.

Чтобы описать конкретные предположения Табеллини и Алезины о том, как определяются предпочтения политиков, проще начать со второго периода. При заданной величине оборонных расходов  $M_2$  гражданские расходы определяются из ограничения периода 2:  $N_2 = (W - D) - M_2$ . Таким образом, в периоде 2 нужно выбрать значение только одной переменной  $M_2$ . Полезность индивида  $i$  в периоде 2 как функция  $M_2$  имеет вид

$$V_i^2(M_2) = \alpha_i U(M_2) + (1 - \alpha_i) U([W - D] - M_2). \quad (11.23)$$

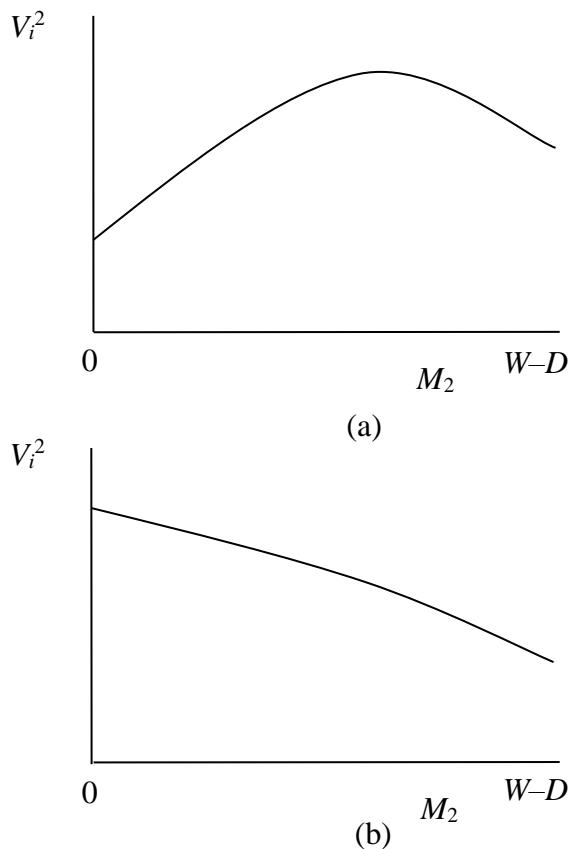
Так как  $U''(\bullet)$  отрицательна,  $V_i^{2''}(\bullet)$  также отрицательна. Это означает, что функция предпочтения индивида в отношении  $M_2$  является *однопиковой* (имеет единственный максимум- *прим. перевод.*). У индивида есть некоторое наиболее предпочтительное значение  $M_2$ ,  $M_{2i}^*$ . Из любых двух значений  $M_2$ , расположенных по одну сторону от

$M_{2i}^*$ , индивид выберет то, которое находится ближе к  $M_{2i}^*$ . Например, если  $M_2^A < M_2^B < M_{2i}^*$ , то индивид предпочитает величину  $M_2^B$  величине  $M_2^A$ . На рисунке 11.1 приведено два примера однопиковый предпочтений. На рисунке 11.1 (a) наиболее предпочтительное для индивида значение находится внутри интервала  $[0, W - D]$  возможных значений  $M_2$ . На рисунке 11.1 (b) это значение находится на границе интервала.

Тот факт, что существует только одна переменная выбора и предпочтения однопиковые, означает, что к данной ситуации применима *теорема о медианном избирателе*. Эта теорема утверждает, что когда переменная выбора является скалярной и предпочтения однопиковые, медиана наиболее предпочтительных для избирателей значений переменной выбора побеждает в двухстороннем соревновании с любым другим значением переменной выбора. Чтобы понять, почему так происходит, обозначим через  $M_2^{* MED}$  медианное значение  $M_{2i}^*$  для избирателей<sup>\*</sup> периода 2. Теперь рассмотрим референдум, на котором избирателей просят выбрать между  $M_2^{* MED}$  и некоторым другим значением  $M_2$ , например,  $M_2^0$ . Для определенности предположим, что  $M_2^0$  больше, чем  $M_2^{* MED}$ . Так как  $M_2^{* MED}$  является медианным значением  $M_{2i}^*$ , для большинства избирателей  $M_{2i}^*$  меньше или равно  $M_2^{* MED}$ . А так как предпочтения однопиковые, все эти избиратели предпочитают значение  $M_2^{* MED}$  значению  $M_2^0$ . Аналогичный анализ применим к случаю, когда  $M_2^0$  меньше, чем  $M_2^{* MED}$ .

---

\* Напомним, что согласно определению медианы число избирателей, для которых  $M_2^{* MED} < M_{2i}^*$ , равно числу избирателей, для которых  $M_2^{* MED} > M_{2i}^*$  (примеч. науч. ред.).



**Рисунок 11.1. Однопиковые предпочтения**

Опираясь на теорему о медианном избирателе, Табеллини и Алезина предположили, что политический процесс приводит к выбору  $M_2^{* MED}$  в качестве значения  $M_2$ . Это эквивалентно предположению, что  $M_2$  определяется предпочтениями индивида с медианным значением  $\alpha$  среди избирателей периода 2, так как  $M_2^*$  является монотонной функцией  $\alpha$  (избиратель с большим значением  $\alpha$  предпочитает большее значение  $M_2$ ).

Табеллини и Алезина не моделируют явным образом политический процесс, который приводит к этому результату. Их идея (являющаяся вполне разумной) заключается в том, что, согласно логике теоремы о медианном избирателе,  $M_2^{* MED}$  является более правдоподобным исходом по сравнению с любым другим значением  $M_2$ . Один конкретный механизм, который может привести к выбору  $M_2^{* MED}$ , приведен у Downs (1957). Предположим, что есть два кандидата на должность, что их цель состоит в максимизации вероятности быть избранными и что они могут давать обязательства по поводу политики, которую они будут проводить, если их изберут. Предположим также, что распределение предпочтений индивидов, которые будут голосовать в периоде 2, известно до выборов. При данных предположениях единственное равновесие по Нэшу для обоих кандидатов – объявить, что они выберут  $M_2 = M_2^{* MED}$ , если их изберут.<sup>21</sup>

Модель мало что выигрывает, если в нее явным образом включить случайности участия избирателей в выборах и смоделировать, каким образом это приводит к случайности медианного значения  $M_2^*$ . Например, эти свойства модели легко могут быть выведены из

<sup>21</sup> Этот результат не выполняется при других предположениях о предпочтениях кандидатов и информации. См., например, Osborne и Slivinski (1996) и Besley и Coate (1997).

предположений о случайных издержках голосования. Поэтому Табеллини и Алезина рассматривают распределение  $M_2^{* MED}$  как экзогенное.

Теперь рассмотрим, каким образом определяется политика в период 1. Существует две сложных момента по сравнению с периодом 2. Во-первых, набор переменных выбора двумерен, а не одномерен. Именно, мы можем считать, что политик периода 1 выбирает  $M_1$  и  $D$ , а  $N_1$  находится из ограничения  $M_1 + N_1 = W + D$ . Во-вторых, определяя свои предпочтения в отношении  $M_1$  и  $D$ , индивиды должны принимать во внимание неопределенность в отношении предпочтений политика периода 2. Однако, Табеллини и Алезина показывают, что из обобщенного варианта теоремы о медианном избирателе следует, что комбинация  $M_1$  и  $D$ , предпочитаемая индивидом с медианным значением  $\alpha$  среди избирателей периода 1, побеждает в двухстороннем соревновании с любой другой комбинацией. Поэтому они предполагают, что политика в период 1 определяется индивидом с медианным значением  $\alpha$  среди избирателей периода 1.

Это завершает описание модели. Хотя мы рассмотрели общий вариант, мы ограничим наш анализ модели двумя особыми случаями, которые совместно демонстрируют основные выводы. В первом случае для любого избирателя параметр  $\alpha$  может принимать только значения 0 и 1. Во втором случае значения  $\alpha$  лежат строго между 0 и 1, и  $U(\bullet)$  – логарифмическая функция.

## Крайние предпочтения

Мы начнем со случая, когда существует только два типа индивидов: одни предпочитают тратить все ресурсы на оборону, а другие – на гражданские товары. Иными словами, есть только два возможных значения  $\alpha$  среди населения – 0 и 1.

Чтобы решить динамическую модель с фиксированным числом периодов, подобную этой, проще всего начать с последнего периода, а затем двигаться назад. Итак, начнем со второго периода. Задача выбора медианного избирателя периода 2 тривиальна: он расходует все имеющиеся ресурсы на цель, которую он предпочитает. Таким образом, если  $\alpha_2^{MED} = 1$  (то есть, большинство избирателей периода 2 имеет  $\alpha = 1$ ), то  $M_2 = W - D$  и  $N_2 = 0$ . А если  $\alpha_2^{MED} = 0$ , то  $M_2 = 0$  и  $N_2 = W - D$ . Пусть  $\pi$  – вероятность того, что  $\alpha_2^{MED} = 1$ .

Теперь рассмотрим первый период. Предположим вначале, что для медианного избирателя периода 1 величина  $\alpha = 1$ . Так как гражданские товары не приносят ему полезности, он покупает только оборонные товары. Таким образом,  $M_1 = W + D$  и  $N_1 = 0$ . Единственная проблема касается выбора политиком величины  $D$ . Его ожидаемая полезность как функция  $D$  имеет вид

$$U(W + D) + \pi U(W - D) + (1 - \pi)U(0). \quad (11.24)$$

Первое слагаемое отражает полезность, получаемую политиком от выбора  $M_1 = W + D$ . Два оставшихся слагаемых показывают ожидаемую полезность политика в периоде 2. С вероятностью  $\pi$  выбор в периоде 2 определяется индивидом с  $\alpha = 1$ . В этом случае  $M_2 = W - D$ , и политик периода 1 получает полезность  $U(W - D)$ . С вероятностью  $1 - \pi$  выбор определяется индивидом с  $\alpha = 0$ . В этом случае  $M_2 = 0$ , так что политик периода 1 получает полезность  $U(0)$ .

Из выражения (11.24) следует условие первого порядка для выбора политиком периода 1 величины  $D$ :

$$U'(W + D) - \pi U'(W - D) = 0. \quad (11.25)$$

Мы можем переписать это как

$$\frac{U'(W+D)}{U'(W-D)} = \pi. \quad (11.26)$$

Из этого уравнения следует, что если существует какая-то вероятность несовпадения предпочтений политика периода 1 и политика периода 2 (то есть, если  $\pi < 1$ ), то  $U'(W+D)$  должно быть меньше, чем  $U'(W-D)$ . Так как  $U''(\bullet)$  отрицательна, это означает, что  $D$  должно быть положительно. И чем меньше  $\pi$ , тем больше необходимый разрыв между  $U'(W+D)$  и  $U'(W-D)$ , и тем, следовательно, больше  $D$ . Иными словами,  $D$  убывает по  $\pi$ .<sup>22</sup>

Анализ случая, когда для медианного избирателя в периоде 1 параметр  $\alpha = 0$ , совершенно аналогичен. В этом случае  $M_1 = 0$  и  $N_1 = W + D$ , а из условия первого порядка для  $D$  следует

$$\frac{U'(W+D)}{U'(W-D)} = 1 - \pi. \quad (11.27)$$

Здесь уже возможность того, что медианный избиратель периода 2 будет иметь  $\alpha = 1$ , заставляет политика периода 1 выбирать положительную величину дефицита. Когда эта вероятность выше (то есть, когда  $1 - \pi$  меньше), величина дефицита больше.

## Обсуждение

Данный анализ демонстрирует, что если значение  $\pi$  лежит строго между 0 и 1, политики периода 1 обоих возможных типов будут поддерживать положительный дефицит. Более того, дефицит увеличивается, если растет вероятность изменения предпочтений при переходе от политика периода 1 к политику периода 2.

Интуитивное объяснение этих результатов лежит на поверхности. Существует положительная вероятность, что политик периода 2 использует ресурсы экономики на тот вид деятельности, который с точки зрения политика периода 1 приводит просто к растрате ресурсов. Поэтому политик периода 1 предпочитет перенести ресурсы из периода 2 в период 1, где он сможет использовать их на деятельность, которую считает полезной. Заемствование – способ, с помощью которого это можно осуществить.

Таким образом, несогласие по поводу структуры государственных расходов может привести к неэффективному уровню бюджетного дефицита. Чтобы продемонстрировать неэффективность, достаточно заметить, что если политик периода 1 и возможный политик периода 2 могли бы заключить сковывающие соглашения о своих решениях, они выбрали бы нулевой уровень дефицита. Действительно, так как любое решение с ненулевым уровнем дефицита не эффективно по Парето, сковывающее соглашение между всеми заинтересованными сторонами всегда приводит к отсутствию дефицита. Таким образом, одной из причин, по которым в модели возникает дефицит, является предположение о том, что индивиды не способны давать обязательства относительно того, как они будут вести себя, когда у них появится возможность диктовать политику в периоде 2.

В основе неспособности политиков заключать сковывающие соглашения об их поведении лежит неспособность индивидов заключать сковывающие соглашения об их поведении при голосовании. Предположим, что политик периода 1 и возможный политик периода 2, предпочитающие разные типы общественных благ, способны заключить обеспеченное правовой санкцией соглашение о своем поведении в случае избрания во

<sup>22</sup> Эти рассуждения предполагают внутреннее решение. Вспомните, что  $D$  не может превышать  $W$ . Если производная  $U'(2W) - \pi U'(0)$  положительна, политик периода 1 устанавливает  $D = W$  (см. [11.25]). Таким образом, в данном случае все первоначальное богатство экономики во втором периоде используется для выплаты долга. Одно из следствий заключается в том, что если  $\pi$  настолько мало, что  $U'(2W) - \pi U'(0)$  положительна, дальнейшее уменьшение  $\pi$  не влияет на  $D$ .

втором периоде. Если они заключат такое соглашение, ни один из них не будет выбран в периоде 2: медианный избиратель периода 2 предпочтет индивида, который разделяет его вкусы и не давал обязательств тратить ресурсы на оба типа общественных благ в периоде 2.

Предположение о том, что избиратели не могут давать сковывающих обязательств по поводу своего поведения, является разумным. Но существуют другие механизмы, которые могли бы предотвратить образование неэффективного дефицита. Например, выборы политика периода 2 могут проходить до того, как политик периода 1 выберет  $D$ , причем двум политикам может быть позволено заключить сковывающее соглашение. Или может быть введено конституционное ограничение на размер дефицита.<sup>23</sup> Полное объяснение неэффективного дефицита должно включать причины, по которым данные механизмы не используются.

Стоит также заметить, что модель Табеллини-Алезини не затрагивает некоторые основные проблемы, которые возникают почти при каждой попытке использовать экономические инструменты для моделирования политики. Здесь мы упомянем две из них. Первая, и наиболее важная, – почему индивиды вообще участвуют в политическом процессе. Как отмечали многие авторы, с помощью традиционного экономического анализа сложно понять широкое участие граждан в политическом процессе. Личный вклад большинства индивидов в исход политического процесса весьма умеренный. И если участвует много индивидов, шанс каждого повлиять на исход политического процесса чрезвычайно мал. Например, шанс рядового избирателя изменить исход выборов президента США почти наверняка гораздо меньше одной миллионной. Это означает, что мизерных издержек участия достаточно, чтобы широкое участие не было равновесным исходом (Olson, 1965; см. также Ledyard, 1984, и Palfrey и Rosenthal, 1985).

Традиционный способ решить эту проблему – просто предположить, что индивиды участвуют в политическом процессе (как в модели Табеллини-Алезини) или предположить, что они получают пользу от участия (например, Riker и Ordeshook, 1968). Это разумная стратегия моделирования: нет смысла настаивать на том, чтобы у нас было полное понимание источников участия в политическом процессе, когда мы моделируем влияние этого участия. В то же время, понимание того, почему люди участвуют в политическом процессе, может изменить анализ того, как они участвуют. Например, предположим, что главной причиной участия является получение людьми пользы от демонстрации развитого чувства гражданского долга, от выражения своего согласия или несогласия с позицией или действиями кандидатов, несмотря на то, что их мнение имеет очень небольшой шанс повлиять на исход политического процесса (P. Romer, 1996). Если эти нестандартные факторы важны для принятия людьми решения об участии, они также могут влиять на поведение в процессе участия. Иными словами, может быть неверным предположение о том, что люди, участвующие в политическом процессе, поддерживают исход, максимизирующий их интерес, определяемый традиционным образом. Однако это – основное предположение модели Табеллини-Алезини (где люди голосуют за исход, который максимизирует их пользу, определяемую традиционным образом) и большинства других экономических моделей политики.<sup>24</sup>

Вторая проблема в большей степени относится к самой модели Табеллини-Алезини. В их модели предпочтения индивидов неизменны, выбранный кандидат может меняться от одного периода к другому из-за изменения уровня участия в политическом процессе. На практике изменения в предпочтениях индивидов важны для определения победившего кандидата. Например, в США главной причиной, по которой демократы были популярны в 1992, провалились в 1994 и опять стали популярны в 1996, является не изменение в

---

<sup>23</sup> См. задачу 11.8 для анализа ограничений на дефицит в модели Табеллини – Алезини.

<sup>24</sup> См. у Green и Shapiro (1994) критику экономических моделей поведения при голосовании.

уровне участия, а изменение мнения избирателей. При анализе последствий смены победившего кандидата, важно, связано ли это изменение с изменением в участии или с изменением предпочтений. Например, предположим, что политик периода 1 считает, что предпочтения политика периода 2 могут отличаться от его собственных предпочтений из-за новой информации об относительной пользе двух типов общественных благ. Тогда политик периода 1 меньше заинтересован в ограничении расходов политика периода 2. В самом деле, политик периода 1 может пожелать перевести часть ресурсов из периода 1 в период 2, так что больший объем расходов будет основан на новой информацией.

## Логарифмическая функция полезности

Теперь мы переходим ко второму из рассматриваемых случаев в модели Табеллин-Алезины. Его ключевая особенность - предпочтения устроены таким образом, что все возможные выбранные кандидаты расходуют ресурсы на оба типа общественных благ – оборонные и гражданские. Чтобы четко представить себе проблему, рассмотрим случай, когда функция полезности  $U(\bullet)$  логарифмическая. Чтобы обеспечить расходование политиками средств на оба типа благ, предположим, что параметры  $\alpha$  медианных избирателей лежат строго между 0 и 1.

Как и выше, начнем с рассмотрения второго периода. Задача медианного избирателя периода 2 – распределить имеющиеся ресурсы  $W - D$  между оборонными и гражданскими благами так, чтобы максимизировать свою полезность.

Формально эту задачу можно записать как

$$\max_{M_2} \alpha_2^{MED} \ln M_2 + (1 - \alpha_2^{MED}) \ln(W - D - M_2), \quad (11.28)$$

где  $\alpha_2^{MED}$  – это значение  $\alpha$  для медианного избирателя периода 2. Чтобы решить эту задачу, надо найти условие первого порядка для  $M_2$ , решить его относительно  $M_2$ , а затем найти  $N_2$  из ограничения  $N_2 = (W - D) - M_2$ . Это приводит к известному результату, согласно которому при логарифмических предпочтениях расходы на каждое благо пропорциональны весу блага в функции полезности:

$$M_2 = \alpha_2^{MED} (W - D), \quad (11.29)$$

$$N_2 = (1 - \alpha_2^{MED})(W - D). \quad (11.30)$$

Теперь рассмотрим период 1. Нас больше всего интересует выбор политиком периода 1 величины долга  $D$ . Чтобы найти ее, нам не нужно решать полностью проблему максимизации для политика. Вместо этого достаточно рассмотреть полезность, которую политик периода 1 получает от выбора политика периода 2 при заданной величине  $D$  и заданной реализации  $\alpha_2^{MED}$ . Обозначим эту полезность через  $V_1^2(D, \alpha_2^{MED})$ . Она задается выражением

$$V_1^2(D, \alpha_2^{MED}) = \alpha_1^{MED} \ln[\alpha_2^{MED}(W - D)] + (1 - \alpha_1^{MED}) \ln[(1 - \alpha_2^{MED})(W - D)], \quad (11.31)$$

где мы использовали (11.29) и (11.30) чтобы выразить  $M_2$  и  $N_2$  через  $\alpha_2^{MED}$  и  $D$ , и где  $\alpha_1^{MED}$  это значение  $\alpha$  для политика периода 1. Заметим, что величины  $M_2$  и  $N_2$  зависят от предпочтений политика периода 2 ( $\alpha_2^{MED}$ ), но веса, с которыми они входят в функцию полезности политика периода 1, зависят от предпочтений этого политика ( $\alpha_1^{MED}$ ).

Преобразовав выражение (11.31), получим

$$\begin{aligned} V_1^2(D, \alpha_2^{MED}) &= \alpha_1^{MED} \ln(\alpha_2^{MED}) + \alpha_1^{MED} \ln(W - D) + (1 - \alpha_1^{MED}) \ln(1 - \alpha_2^{MED}) \\ &\quad + (1 - \alpha_1^{MED}) \ln(W - D) \\ &= \alpha_1^{MED} \ln(\alpha_2^{MED}) + (1 - \alpha_1^{MED}) \ln(1 - \alpha_2^{MED}) + \ln(W - D). \end{aligned} \quad (11.32)$$

Выражение (11.32) демонстрирует, что предпочтения политика периода 2 влияют на уровень полезности, который политик периода 1 получает в зависимости от того, что

случится во втором периоде, но они не влияют на вклад  $D$  в эту полезность. Так как значение, которое принимает  $\alpha_2^{MED}$ , не влияет на вклад  $D$  в полезность политика периода 1 как функции от того, что случится в периоде 2, это значение не может повлиять на его выбор  $D$ . Иными словами, выбор политиком периода 1 величины  $D$  должен быть независимым от распределения  $\alpha_2^{MED}$ . Так как выбор  $D$  один и тот же для всех распределений  $\alpha_2^{MED}$ , мы можем рассмотреть только случай, когда  $\alpha_2^{MED}$  равно  $\alpha_1^{MED}$  с вероятностью 1. Но мы знаем, что в этом случае политик периода 1 выберет  $D=0$ . Короче говоря, при логарифмических предпочтениях, в модели Табеллини-Алезины не будет наблюдаться склонности к дефициту.

Интуитивное объяснение этого результата состоит в том, что когда все потенциальные политики распределяют ресурсы между двумя типами товаров, создание дефицита для политика периода 1 имеет как преимущества, так и недостатки. Чтобы понять это, рассмотрим, что случится, если политик периода 1 характеризуется высоким значением  $\alpha$ , а политик периода 2 – низким. Как и ранее, преимущество дефицита для политика периода 1 заключается в том, что он увеличивает затраты ресурсов в периоде 1 за счет периода 2, используя их более желательным для себя образом, чем политик периода 2. Иными словами, политик периода 1 использует большую часть ресурсов, перераспределенных из периода 2, на покупку оборонных благ. Недостаток дефицита заключается в том, что политик периода 2 мог бы использовать часть этих ресурсов на покупку оборонных благ в периоде 2. Ключевой момент: так как низкая величина  $\alpha$  для политика периода 2 приводит к низкому уровню расходов на оборонные блага в период 2, предельная полезность этих дополнительных оборонных расходов для политика периода 1 выше. В случае логарифмической функции полезности, эти недостатки и преимущества дефицита как раз уравновешиваются, так что политик периода 1 выбирает сбалансированный бюджет. В общем случае суммарный результат может быть любым. Например, в случае, когда функция полезности  $U(\bullet)$  круче, чем логарифмическая функция, политик периода 1 будет иметь профицит.

Этот анализ демонстрирует, что при логарифмических предпочтениях несогласие по поводу структуры государственных расходов не порождает склонности к дефициту. Такие предпочтения рассматриваются довольно часто. Однако мы не знаем, являются ли они разумной аппроксимацией предпочтений индивидов в отношении государственных расходов на различные типы благ. Поэтому вопрос о том, является ли механизм, описанный Табеллини и Алезиной, важным источником склонности к дефициту, остается открытым.

## 11.7 Отложенная стабилизация

Теперь мы переходим к анализу второго источника неэффективного уровня дефицита, которому уделено особое внимание в новой политической экономии. Основная идея состоит в том, что когда в некотором периоде ни один из индивидов или групп интересов не контролирует политику, взаимодействия между политическими силами могут привести к неэффективному дефициту. В частности, неэффективный дефицит может сохраняться из-за того, что каждый политик или каждая группа интересов затягивает достижение соглашения по поводу фискальной реформы в надежде, что другие возьмут на себя большую часть бремени.

Существует много случаев, которые укладываются в рамки данной общей идеи. Гиперинфляция является наиболее очевидным примером. Учитывая огромный ущерб, наносимый гиперинфляцией, нет никаких сомнений, что существует политика, от проведения которой всем будет лучше. Однако реформа часто откладывается, так как группы интересов борются за распределение бремени реформ. Во многих странах после Первой мировой войны во время гиперинфляции шла борьба по поводу того, должны ли высокие налоги быть введены на труд или на капитал. В случае современной

гиперинфляции борьба разворачивается, как правило, по поводу того, должен ли быть бюджетный дефицит покрыт за счёт более высоких налогов или за счет снижения субсидий и занятости в государственном секторе.

Другим примером является фискальная политика США в 1980е и 1990е годы. В этот период между политиками был достигнут консенсус в отношении того, что бюджетный дефицит должен быть снижен. В самом деле, вероятно, имело место общее согласие в том, что снижение дефицита с помощью сочетания большого сокращения расходов и увеличения налогов предпочтительнее, чем сложившаяся ситуация. Но было несогласие по поводу наилучшего способа снижения дефицита. В результате, политики оказались не способны прийти к согласию по конкретному набору мер.

Идея, что конфликт по поводу распределения бремени реформ может приводить к устойчивому дефициту, принадлежит Алезине и Дрэйзену (1991). Их основная идея заключается в том, что каждая сторона может предпочесть отложить переговоры, чтобы попытаться получить для себя больший выигрыш. Приняв решение сохранить текущую ситуацию вместо того, чтобы согласиться на немедленные реформы, группа сигнализирует, что для нее реформа сопряжена с издержками. В результате это выбор может улучшить ожидаемый исход для группы за счёт ухудшения общей экономической ситуации. Итогом оказывается отложенная стабилизация, даже если существует политика, которая по общему признанию увеличит благосостояние всех.

Здесь имеется естественная аналогия с рабочими забастовками. Забастовки неэффективны *ex post*: обеим сторонам было бы лучше, если бы они пришли к соглашению без забастовки. Однако забастовки происходят. Самое распространенное из предложенных объяснений заключается в том, что каждая из сторон не знает ситуации, в которой находится другая сторона, и для обеих сторон нет никакой возможности сообщить информацию о себе без издержек. Например, заявление менеджеров, что предложенное соглашение почти определенно приведет к банкротству фирмы, не заслуживает доверия: если такое заявление увеличит выигрыш менеджеров, они могут сделать это заявление, даже если оно не соответствует действительности. Но если менеджеры предпочтут забастовку вместо того, чтобы принять предложенное соглашение, они тем самым демонстрируют, что считают его сопряженным с очень высокими издержками (например, Hayes, 1984 и Hart, 1989).

В своей модели Алезина и Дрэйзен предполагают, что должна быть проведена фискальная реформа, и что бремя реформы будет распределено асимметрично между двумя группами интересов. Каждая группа откладывает свое согласие принять большую долю бремени в надежде, что это сделает другая группа. Чем меньше издержки для группы при принятии большей доли, тем быстрее оно решит, что выгоды от согласия перевешивают выгоды от отсрочки. Формально Алезина и Дрэзен рассматривают *войну на истощение*.

Мы проанализируем версию варианта модели Алезины-Дрэйзена, разработанную Hsieh (1998). Вместо войны на истощение, Hsieh рассматривает модель переговоров, основанную на моделях, используемых при анализе забастовок. Одно из преимуществ данного подхода заключается в том, что в его рамках асимметрия распределения бремени реформ является результатом переговорного процесса, а не задается экзогенно. Второе преимущество состоит в том, что этот подход проще, чем подход Алезины и Дрэйзена.

## Предположения

Имеются две группы. Будем считать, что это рабочие и капиталисты. Эти группы должны решить, реформировать ли фискальную политику и если реформировать, то, как распределить бремя реформы. Если реформа не происходит, то обе группы получают платеж, равный нулю. Если реформа происходит, капиталисты получают доход до уплаты налогов  $\pi$ , а рабочие получают доход до уплаты налогов  $W$ . Однако для проведения

реформы необходимо ввести налог размером  $T > 0$ . Пусть  $X$  обозначает величину налога, который платят капиталисты. Тогда доход после уплаты налогов при проведении реформы составляет  $\pi - X$  для капиталистов и  $(W - T) + X$  для рабочих.

Основное предположение модели заключается в том, что  $\pi$  – случайная величина, и её реализация известна только капиталистам. Считается, что эта величина распределена равномерно на интервале  $[A, B]$ , где  $B \geq A \geq 0$ , а величина  $W$  больше  $T$ . Это означает, что любое значение  $X$  между 0 и  $A$  обязательно увеличивает благосостояние обеих групп по сравнению с ситуацией отсутствия реформ.

Мы рассмотрим очень простую модель переговоров между двумя группами. Рабочие предлагают определенное значение  $X$  капиталистам. Если капиталисты принимают предложение, фискальная политика реформируется. Если они отклоняют его, реформа не происходит.<sup>25</sup>

## Анализ модели

Если капиталисты принимают предложение рабочих, их платеж равен  $\pi - X$ . Если они отклоняют его, их платеж равен 0. Поэтому они принимают предложение, только если  $\pi - X > 0$ . Таким образом, вероятность того, что предложение будет принято, равна вероятности того, что  $\pi$  больше, чем  $X$ . Так как  $\pi$  распределено равномерно на  $[A, B]$ , эта вероятность равна

$$P(X) = \begin{cases} \frac{1}{B-A} & \text{если } X \leq A \\ \frac{B-X}{B-A} & \text{если } A < X < B \\ 0 & \text{если } X \geq B. \end{cases} \quad (11.33)$$

Рабочие получают  $(W - T) + X$ , если их предложение принимается, и 0, если оно отвергается. Поэтому их ожидаемый платеж, который мы обозначим  $V(X)$ , равен  $P(X)[(W - T) + X]$ . Используя выражение (11.33) для  $P(X)$ , получаем

$$V(X) = \begin{cases} (W - T) + X & \text{если } X \leq A \\ \frac{(B-X)[(W-T)+X]}{B-A} & \text{если } A < X < B \\ 0 & \text{если } X \geq B. \end{cases} \quad (11.34)$$

Рабочие выбирают  $X$  таким образом, чтобы максимизировать свой ожидаемый платеж. Легко понять, что они не сделают предложение, которое точно будет отвергнуто. Ожидаемый платеж такого предложения равен 0, но существуют другие предложения, при которых величина ожидаемого платежа положительна. Например, так как  $W - T$  при наших предположениях положительно, предложение  $X = 0$  (так что рабочие берут на себя всё бремя реформ) характеризуется строго положительным платежом. Можно также заметить, что рабочие не получают выгод, а лишь теряют при выборе предлагаемой величины  $X$  ниже уровня, который точно будет принят.

Таким образом, существует два варианта. Во-первых, рабочие могут выбрать значение  $X$  внутри интервала  $[A, B]$ , так что вероятность того, что капиталисты примут предложение, лежит строго в интервале от 0 до 1. Во-вторых, рабочие могут сделать наименее щедрое предложение из тех, что точно будут приняты. Таким предложением

<sup>25</sup> Существует много возможных обобщений этой модели переговоров. В частности, естественно предположить, что отклонение предложения приводит к отсрочке реформы и, следовательно, к издержкам для обеих сторон, но оставляет возможности для дальнейших предложений. Например, в модели Hsieh существует два возможных раунда предложений. Во многих моделях забастовок существует бесконечно много возможных раундов.

является  $X = A$ , так как платеж капиталистов равен  $\pi - X$  и наименьшее из возможных значений  $\pi$  равно  $A$ .

Чтобы формально проанализировать поведение рабочих, мы, используя (11.34), найдем производную функции  $V(X)$  при условии, что  $A < X < B$ . Имеем

$$V'(X) = \frac{[B - (W - T)] - 2X}{B - A} \text{ если } A < X < B. \quad (11.35)$$

Заметим, что  $V''(X)$  отрицательна на всем интервале. Таким образом, если  $V'(X)$  отрицательна при  $X = A$ , она отрицательна на всем интервале  $[A, B]$ . В этом случае рабочие предлагают  $X = A$ . Тем самым они делают предложение, которое будет принято. Согласно (11.35), это произойдет, если  $[B - (W - T)] - 2A$  отрицательно.

Возможен вариант, когда  $V'(X)$  положительно при  $X = A$ . В этом случае оптимум лежит внутри интервала  $[A, B]$ , и определяется из условия  $V'(X) = 0$ . Из (11.35) получаем, что  $[B - (W - T)] - 2X = 0$ .

Таким образом, мы имеем

$$X^* = \begin{cases} A & \text{если } [B - (W - T)] - 2A \leq 0 \\ \frac{B - (W - T)}{2} & \text{если } [B - (W - T)] - 2A > 0. \end{cases} \quad (11.36)$$

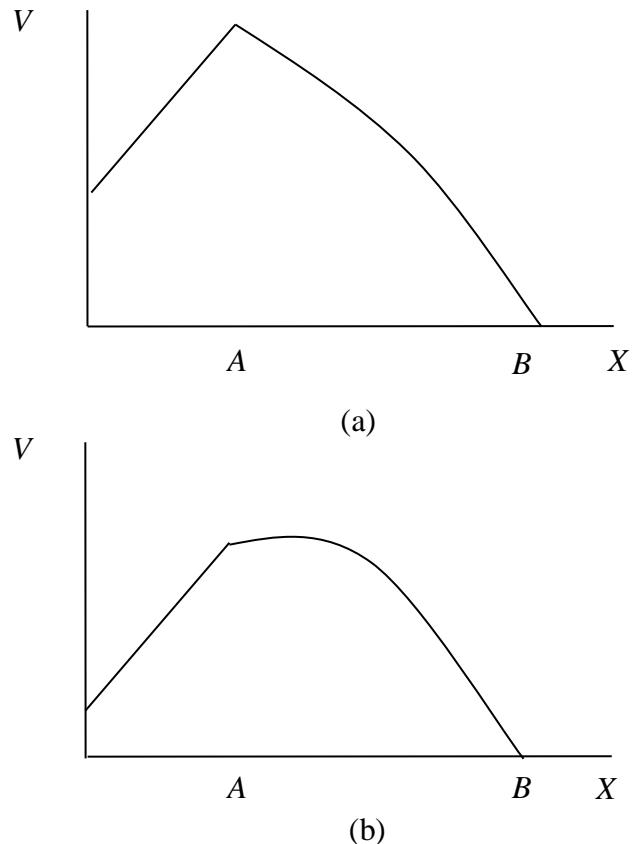
Из соотношения (11.33) следует, что равновесная вероятность принятия предложения равна

$$P(X^*) = \begin{cases} \frac{1}{2(B - A)} & \text{если } [B - (W - T)] - 2A \leq 0 \\ \frac{B + (W - T)}{2(B - A)} & \text{если } [B - (W - T)] - 2A > 0. \end{cases} \quad (11.37)$$

На рисунке 11.2 показано два варианта того, как ожидаемый платеж рабочим  $V$  меняется с изменением предлагаемой величины  $X$ . Ожидаемый платеж всегда возрастает на ту же величину, что и  $X$ , на интервале, где предложение точно принимается (то есть, до тех пор, пока  $X$  не станет равным  $A$ ). Если  $X \geq B$ , то предложение рабочих точно отвергается, так что ожидаемый ими платеж равен 0. Часть (а) графика иллюстрирует случай, когда ожидаемый платеж убывает на всем интервале  $[A, B]$ , так что рабочие предлагают  $X = A$ . Часть (б) иллюстрирует случай, когда ожидаемый платеж сначала возрастает, а затем убывает на интервале  $[A, B]$ , так что рабочие предлагают значение  $X$ , лежащее внутри данного интервала.

## Обсуждение

Основной результат модели состоит в том, что  $P(X^*)$  может быть меньше 1: стороны могут не прийти к компромиссу по пакету реформ, даже если обе они будут знать, что некоторые из пакетов наверняка увеличат благосостояние каждой из сторон. Работники могут предложить владельцам капитала  $A$  с тем, чтобы им досталось  $T - A$ . В этом случае реформа без сомнения будет проведена, и обе стороны выигрывают по сравнению с ситуацией без реформы. Но если выполняется условие  $[B - (W - T)] - 2A > 0$ , то работники сделают менее щедкое предложение, и, таким образом, примут на себя риск того, что никакого соглашения не будет достигнуто. Их побуждает так поступить стремление улучшить ожидаемый исход за счёт капиталистов.



**Рисунок 11.2 Ожидаемый платёж работникам как функция от их предложения**

Необходимое условие для возможности неэффективного исхода состоит в том, что рабочие не знают выигрыш капиталистов от реформы (величину  $\pi$ ). Чтобы убедиться в этом, рассмотрим, что случится, если разность  $B - A$  между наибольшим и наименьшим возможными значениями  $\pi$  стремится к 0. Рабочие делают предложение, которое принимается с вероятностью, меньшей 1, при  $[B - (W - T)] - 2A > 0$  или  $(B - A) - [(W - T) + A] > 0$ . Так как в соответствии с нашими предположениями  $(W - T) + A$  положительно, это условие не выполняется, если  $B - A$  достаточно мало. В этом случае рабочие предлагают  $X = A$  – наибольшую величину  $X$ , в принятии которой они уверены, и реформа определенно имеет место.<sup>26</sup>

В этом анализе отложенной стабилизации отражен тот факт, что существуют ситуации, когда политика остается неизменной, несмотря на существование альтернатив, которые приводят к улучшениям для всех заинтересованных сторон. В то же время, модель имеет два существенных ограничения. Во-первых, в ней предполагается существование только двух типов индивидов. Большинство индивидов не являются только капиталистами или только рабочими, а получают как трудовой доход, так и доход с капитала. Таким образом, может быть, неразумно предполагать, что ведутся переговоры между экзогенными группами со строго противоположными интересами вместо, например, рассмотрения политического процесса, который быстро сходится к предпочтениям медианного избирателя. Определенно, Алезина и Дрейзен и последующие

<sup>26</sup> Одним из следствий этого рассуждения является то, что если  $B - A$  стремится к 0, весь излишек от реформы достается рабочим. Это неестественный вывод является следствием предположения, что рабочие могут делать капиталистам предложение типа «возьми или оставь».

авторы, работавшие в данном направлении, не привели неоспоримых аргументов в пользу разделения населения на группы со строго противоположными интересами.<sup>27</sup>

Вторая проблема заключается в том, что этот анализ в действительности не выявляет источник склонности к дефициту. Он выявляет источник отсрочки любого изменения политики. Таким образом, анализ выявляет причину, по которой избыточный дефицит, однажды возникнув, сохраняется. Но он демонстрирует также, что избыточный профицит, однажды возникнув, сохраняется. Сам по себе этот анализ не объясняет, почему мы наблюдаем в среднем избыточный дефицит.

Возможно, что некоторые другие причины приводят к избыточному среднему уровню дефицита, а механизм, выявленный Алезиной и Дрэйзеном, приводит к тому, что дефицит ведет себя очень инертно и медленно меняется после отклонении от среднего уровня. В такой ситуации инертность в ответ на шок, который приводит к росту дефицита выше обычного уровня, сопряжена со значительными издержками, поскольку дефицит и так уже достаточно велик. С другой стороны, инертность в ответ на шок, который снижает дефицит ниже среднего уровня, является желательной (и потому привлекает меньше внимания), поскольку дефицит приближается к своему оптимальному значению.<sup>28</sup>

Кроме того, анализ Алезины и Дрэйзена показывает роль кризиса в ускорении реформ. Давно известная и привлекательная идея состоит в том, что кризис — то есть, ситуация, когда сохранение *status quo*, приведет к значительным потерям — может в действительности принести пользу, приводя к реформам, которые не произошли бы в противном случае. В модели, подобной моделям Алезины и Дрэйзена, или Хсайеха (Hsieh), увеличение издержек от провала реформ может изменить их поведение так, что реформы произойдут с большей вероятностью. Не очевидно, является ли этот эффект достаточно сильным чтобы сделать общий эффект от кризиса положительным. Эта проблема исследуется в Drazen и Grilli (1993) и в Hsieh (1998b), а также в задаче 11.12. Оказывается, действительно имеются случаи, когда кризис увеличивает ожидаемое благосостояние.

Следствие этого наблюдения состоит в том, что международная помощь, исполненная благих намерений и призванная облегчить страдания от кризиса, можетносить вред, а не пользу. С другой стороны, помощь, которая увеличивает стимулы к реформам, может быть более желательной. Эта идея развивается Хсайехом и в задаче 11.13.

---

<sup>27</sup> Один из возможных аргументов состоит в том, что существуют особенности политического процесса, которые заставляют предпочтения политических представителей не группироваться вокруг медианного избирателя, а быть противоположными. Другой аргумент состоит в том, что предпочтения и набор возможных вариантов проведения политики таковы, что теорема о медианном избирателе неприменима, и это влияет на попытки добиться реформ.

<sup>28</sup> Фискальная политика Соединенных Штатов в 1999-2000 может подойти под эту схему. Ряд благоприятных шоков привел к спрогнозированному профициту. Хотя их имевшихся прогнозов следовало, что увеличение профицита было необходимо для устойчивости фискальной политики, многие политические деятели предлагали изменить политику, с тем, чтобы снизить профицит. Разногласия по поводу конкретных изменений затруднили достижение соглашения, и поэтому значительных изменений в политике произведено не было. Таким образом, видимо, имело место устойчивое отклонение дефицита от его высокого уровня.

Tornell и Lane (1999) утверждают, что в бедных странах неожиданно высокие фискальные доходы увеличивают государственные закупки на большую величину, чем эти неожиданные доходы. Авторы представили модель, которая совместима с этим наблюдением. Если это верно, то имеется асимметрия в реакции на положительные и отрицательные фискальные шоки, которая может объяснить склонность к дефициту.

## 11.8 Практическое применение: политика и дефицит в промышленно развитых странах

Теории фискальной политики в рамках новой политической экономии говорят о том, что политические институты и решения могут существенно влиять на бюджетный дефицит. Поэтому, начиная с работ Roubini и Sachs (1989) и Grilli, Masciandaro и Tabellini (1991) многие исследователи изучали зависимость между политическими переменными и дефицитом. Научные работы в этой области в большинстве своём не ставят своей целью вывести конкретные прогнозы из теорий политической экономии и формально их проверить. Скорее, они пытаются выделить в статистических данных основные образцы поведения или стилизованные факты и в свободной форме соотнести их с разными взглядами на источники дефицита.

### Первоначальные сведения

Существуют значительные различия в динамике дефицита в разных странах. В некоторых из них, таких как Бельгия и Италия, отношение долга к ВВП постоянно росло в течение длительного периода времени, достигнув очень высокого уровня. В других, таких как Австралия и Финляндия, отношение долга к ВВП стабильно сохранялось на низком уровне. Остальные страны относятся к другому, более сложному случаю. В Соединенных Штатах Америки, например, отношение долга к ВВП снижалось приблизительно до 1980 года, затем стало постоянно и умеренно расти примерно до 1995, и затем снова начало снижаться. В конечном счёте отношение долга к ВВП в большинстве стран снижалось вплоть до начала 1970х годов, с того времени до середины 1990х годов в целом росло и далее, в основном, снова снижалось.

Такое разнообразие в поведении до некоторой степени свидетельствует в пользу моделей дефицита политической экономии. Например, трудно поверить, что различие между основными экономическими показателями Бельгии и Нидерландов столь велико, что порождает разрыв в 50 процентных пунктах между их соотношениями долга к ВВП. Если различия в дефиците не могут быть объяснены только экономическими факторами, значит, его причиной должны быть другие силы. Одной из них могут быть политические силы.

Далее, Roubini и Sachs (1989) показывают, что на самом деле поведение дефицита довольно сильно отклоняется от модели сглаживания налогов. В каждой из рассмотренной ими стран имела место тенденция к повышению отношения долга к ВВП, причем в большинстве случаев этот тренд оказался количественно и статистически значим. Это как раз то, что можно ожидать при склонности к дефициту. Правительство устанавливает налоги на уровне более низком по отношению к уровню, необходимому для сглаживания налогов, и в результате, начинает накапливать долг. С ростом задолженности правительство должно увеличивать налоги с тем, чтобы выполнялось бюджетное ограничение. Если склонность к дефициту сохраняется, налоговая ставка всегда ниже, чем её значение, при котором выполнялось бы бюджетное ограничение, если бы оно оставалось неизменным, а, следовательно, налоги постоянно растут. Таким образом, обнаружение восходящего тренда налоговых ставок говорит в пользу моделей политической экономии.

### Слабые правительства и бюджетный дефицит

Теперь мы обратимся к результатам, которые непосредственно касаются политических факторов. Центральный результат исследований по этой теме, обнаруженный Рубини и Саксом, состоит в том, что существуют систематические различия в политических характеристиках стран, у которых в первое десятилетие после первого нефтяного кризиса

1973 года был большой дефицит, и стран, которые этого избежали. У стран первой группы правительства были временными и нередко были результатом межпартийных временных союзов, тогда как в странах второй группы правительства были долговременными и более сильными. Чтобы проверить справедливость данного утверждения, Рубини и Сакс построили регрессию дефицита как доли от ВВП на совокупность экономических переменных, измеряющих насколько слабым является правительство (то есть, измеряющих насколько политика не контролируется одной партией). Соответствующая политическая переменная может принимать значения от 0 для президентской системы правления или для однопартийной мажоритарной системы до 3 для правительства меньшинства. Регрессия Рубини и Сакса имеет вид

$$D_{it} = a + bWEAK_{it} + c'X_{it} + e_{it}. \quad (11.38)$$

$D_{it}$  – это бюджетный дефицит страны  $i$  в год  $t$  как доля от ВВП;  $WEAK_{it}$  – политическая переменная;  $X_{it}$  – вектор остальных переменных. Данные – ежегодные наблюдения за 1960-1986 для каждой из 15 стран. Полученная оценка  $b$  равна 0,4 при стандартной ошибке 0,14. Иными словами, согласно данной оценке изменение политической переменной от 0 до 3 ассоциируется с ростом отношения дефицита к ВВП на 1,2 процентных пункта.<sup>29</sup>

Теория Алезины-Дрэйзена более всего подчеркивает важность силы и слабости правительств. Из их модели следует, что неэффективность возникает потому, что не единственная группа интересов или партия определяет политику. Напомним, однако, что из их модели не следует, что слабые правительства являются причиной большого дефицита. Из нее следует, что слабость правительства приводит к персистентности существующих дефицита или профицита\*. Такое предсказание можно проверить, учитывая в регрессии эффект взаимодействия между политической переменной и дефицитом, взятым с лагом. Иными словами, уравнение (11.38) можно модифицировать следующим образом

$$D_{it} = a + b_1WEAK_{it} + b_2D_{i,t-1} + b_3D_{i,t-1}WEAK_{it} + c'X_{it} + e_{it}. \quad (11.39)$$

При такой спецификации показатель персистентности дефицита от одного года к следующему  $\partial D_{it} / \partial D_{i,t-1}$  равен  $b_2 + b_3WEAK_{it}$ . При наиболее сильных правительствах персистентность равна  $b_2$  ( $WEAK_{it} = 0$ ), а при наиболее слабых равна  $b_2 + 3b_3$  ( $WEAK_{it} = 3$ ). Таким образом, модель Алезины-Дрэйзена предсказывает, что  $b_3 > 0$ .

При оценке регрессии с интерактивным членом почти всегда важно также включать взаимодействующие переменные по отдельности. Этот момент учтен путем включения  $b_1WEAK_{it}$  и  $b_2D_{i,t-1}$  в (11.39). Если, например, не включать  $b_2D_{i,t-1}$ , то персистентность дефицита будет равна  $b_3WEAK_{it}$ . Значит, при спецификации без  $b_2D_{i,t-1}$  персистентность будет равна 0 при  $WEAK_{it}$  равном 0. Это неоправданное ограничение. Более того, при его введении оценка основного параметра  $b_3$ , представляющего интерес, может оказаться смещённой. Например, предположим, что дефицит является персистентным, но что его персистентность не меняется с изменением силы правительства. В таком случае истинные значения равны  $b_2 > 0$  и  $b_3 = 0$ . В регрессии без  $b_2D_{i,t-1}$  данные соответствуют модели наилучшим образом при положительном значении  $\hat{b}_3$ , так как это, по крайней мере, позволяет учесть в регрессионном уравнении тот факт, что при слабых правительствах дефицит персистентен. Следовательно, при спецификации без  $b_2D_{i,t-1}$  оценка  $b_3$

<sup>29</sup> Edin и Ohlsson (1991) и de Haan и Sturm (1994) изучали устойчивость этого результата.

\* То есть, к тому, что, возникнув в какой-то момент, они поддерживаются длительное время (прим. научного ред.).

оказывается смещённой вверх. Аналогичные рассуждения показывают, что  $b_1 WEAK_{it}$  также должно быть включено как отдельное слагаемое.<sup>30</sup>

Оценив уравнение (11.39) Рубини и Сакс получили оценку  $b_2$ , равную 0.66 (со стандартной ошибкой 0.07), и оценку  $b_3$ , равную 0.03 (со стандартной ошибкой 0.03). Таким образом, нельзя отвергнуть нулевую гипотезу о том, что устойчивость правительства никак не влияет на персистентность дефицита. Более того, точечная оценка говорит о том, что при наиболее слабых правительствах дефицит только чуть более персистентен по сравнению с наиболее сильными (0.75 против 0.66). Следовательно, данные результаты не подтверждают основной вывод модели Алезины-Дрэйзена.

### **Является ли связь причинно-следственной?**

Одно из сомнений по поводу обнаруженной положительной связи между дефицитом и слабостью правительства обычно для статистических зависимостей: эта связь не обязательно отражает влияние слабости правительства на дефицит. В частности, неблагоприятные экономические и бюджетные шоки, которые мы не можем учесть в регрессии, могут привести и к дефициту, и к слабому правительству.

Два факта свидетельствуют о том, что эта возможная проблема не является основным источником корреляции между дефицитом и слабым правительством. Во-первых, Grilli, Masciandaro и Tabellini (1991) выявили наличие сильной корреляции между дефицитом в стране и наличием в ней системы пропорционального представительства. Однако страны не переходили к пропорциональному представительству в ответ на неблагоприятные шоки. И в среднем в странах с пропорциональным представительством правительства слабее.

Во-вторых, Рубини и Сакс исследуют конкретный случай Франции во времена основания Пятой Республики, пытаясь понять, приводят ли слабые правительства к высокому дефициту. Исследование конкретного случая представляет собой детальное рассмотрение того, что при формальном статистическом анализе оказалось бы одной точкой или набором точек в пространстве данных. Некоторые исследования конкретных случаев включают в себя только описание поведения различных переменных, и, как следствие, в меньшей степени полезны, чем статистический анализ этих переменных. Но хорошо проведённые исследования конкретных случаев могут служить двум более конструктивным целям. Во-первых, они могут натолкнуть на идеи для дальнейшего исследования. В тех случаях, когда отсутствует даже гипотеза для проверки, детальное рассмотрение конкретного случая может натолкнуть на возможные гипотезы. Во-вторых, исследование конкретного случая может помочь решить проблемы со смещением из-за опущенных переменных и обратной причинно-следственной связи, которые являются бичом статистических исследований.

Исследование конкретного случая Рубини и Саксом служит второй цели. С 1946 по 1958 год во Франции имели место система пропорционального представительства, раздираемое противоречиями неустойчивое правительство и высокий дефицит. В 1958–1959 годах была принята президентская система правления. После принятия этой системы и после вступления де Голля в должность президента дефицит быстро снизился и впоследствии оставался низким.

<sup>30</sup> Заметим также, что когда переменная входит в уравнение регрессии непосредственно и в составе интерактивного члена, коэффициент перед переменной уже не является корректной оценкой среднего влияния этой переменной на зависимую переменную. Например, в (11.39) среднее влияние  $WEAK$  на  $D$  – не  $b_1$ , а  $b_1 + b_3 \bar{D}_{i,t-1}$ , где  $\bar{D}_{i,t-1}$  – среднее значение  $D_{i,t-1}$ . По этой причине гораздо больший интерес представляют оценка и доверительный интервал для  $b_1 + b_3 \bar{D}_{i,t-1}$ , чем для  $b_1$ .

Это сухое описание ничего не добавляет к статистическим исследованиям. Но Рубини и Сакс приводят несколько фактов, доказывающих, что политические переменные оказывают значительное влияние на дефицит. Во-первых, в 1950х годах не было никаких достаточно больших неблагоприятных шоков, которые могли бы объяснить наличие большого дефицита, опираясь на факторы, не связанные с политической системой. В этот период во Франции сохранялся значительный уровень оборонных расходов из-за её участия в военных конфликтах во Вьетнаме и в Алжире, но эти расходы были всё же слишком малы, чтобы объяснить большую часть дефицита. Во-вторых, в этот период переговоры по бюджету проходили с огромными трудностями. В третьих, чтобы бюджет был принят, часто требовалось добавлять в статьи расходов затраты на патронаж и местные проекты. И, наконец, пользуясь своей властью, данной ему новой конституцией, де Голль предпринял ряд мер по сокращению дефицита, которые при старой системе провалились бы или были бы неосуществимы по политическим причинам. Таким образом, дополнительные данные, представленные Рубини и Саксом, свидетельствуют в пользу того, что сочетание слабого правительства с высоким дефицитом при Четвертой Республике и сильного правительства с низким дефицитом при Пятой Республике отражают влияние политической силы и стабильности на бюджетный процесс.

## Другие результаты

В литературе обнаружены две другие интересные зависимости между политическими переменными и дефицитом. Во-первых, в работе Grilli, Masciandaro и Tabellini (1991) найдено, что средний уровень дефицита выше при правительстве с меньшим сроком нахождения у власти. Точнее, они нашли, что дефицит намного сильнее связан с частотой смены исполнительной власти, чем с частотой основных изменений в правительстве. Исследование Рубини и Сакса конкретного случая с Францией наводит на мысль, что такая зависимость может и не быть причинно-следственной. По крайней мере, во Франции в 1950х годах изменения в правительстве часто являлись *результатом* неспособности согласовать бюджет. Таким образом, в данном случае дополнительные эмпирические сведения, полученные в результате исследования конкретного случая, не поддерживают интерпретацию коэффициента регрессии как причинно-следственной связи, а подвергают её сомнению.

Во-вторых, одна из недавних работ исследует зависимость между бюджетными институтами\* и дефицитом. Большая часть этой работы трактует дефицит как результат *проблем общего фонда* (применительно к расходам правительства). Предположим, что расходы государства определяются несколькими игроками, каждый из которых обладает определённым влиянием на статью расходов, выгодную определенной группе интересов, о которой игрок особенно заботится (это могут быть, например, жители его избирательного округа). На самом деле, каждому из игроков необходимо выбрать, какую долю от общей налоговой базы экономики (общего фонда) использовать для финансирования расходов, которые ему особенно выгодны. Результатом является неэффективно высокий уровень расходов (Weingast, Shepsle и Johnsen, 1981; см. также задачу 11.15).

Эта точка зрения имеет несколько слабых мест, как и модель дефицита. Во-первых, не совсем ясно, почему относительно небольшое число основных участников процесса составления бюджета не могут найти хоть какой-то способ прийти к результату, избежав неэффективности. Во-вторых, расходы, которые выгодны узким группам, составляют лишь небольшую часть от общей суммы расходов государства, и, таким образом, не могут

---

\* Бюджетные институты (*institutions of budget-making* или *budgetary institutions*) – правила взаимодействия между чиновниками и политиками в процессе составления и принятия государственного бюджета (примеч. научного ред.).

быть столь велики, чтобы из-за проблемы общего фонда возникли значительные отклонения. И в третьих, в своей исходной форме модель предсказывала не склонность к дефициту, а склонность к расходам.<sup>31</sup>

Несмотря на эти сомнения, связь между бюджетными институтами и дефицитом рассматривается в ряде работ (см. von Hagen и Harden, 1995 и работы в сборнике Poterba и von Hagen, 1999). Например, von Hagen и Harden (1995) построили показатель, отражающий степень иерархичности и прозрачности бюджетных институтов страны. Под *иерархическими* они подразумевают такие институты, в которой важная роль в бюджетном процессе отводится премьер-министру или министру финансов. Под *прозрачными* они подразумевают такие институты, которые делают государственный бюджет более информативным относительно того, какими будут истинные уровни налогов и расходов. Ни иерархия, ни прозрачность не позволяют получить чёткий тест, который подтвердил бы важность проблемы общего фонда. Иерархические институты могут снижать дефицит по тем же причинам, что и сильные правительства в модели Алезины-Дрэйзена, а не для того, чтобы смягчить проблему общего фонда. И, скорее всего, прозрачность препятствует склонности к дефициту, возникающей из сигнализирования или из неполного взаимопонимания, а не из-за проблемы общего фонда.

Фон Хаген и Харден обнаружили на выборке из 12 европейских стран сильную корреляцию между своим индексом и результатами фискальной политики. Например, в трёх странах с наименьшими значениями индекса среднее значение отношения дефицита к ВВП в 1980х годах превышало 10 процентов, среднее значение отношения долга к ВВП было около 100 процентов. В трёх странах с наибольшими значениями индекса среднее значение отношения дефицита к ВВП оказалось ниже 2 процентов, среднее значение отношения долга к ВВП было около 40 процентов.

## **Заключение**

Исследованиями в данном направлении были установлены два главных результата. Во-первых, политические характеристики стран влияют на размер их дефицита. Во-вторых, наиболее значимыми оказываются те политические характеристики, которые согласно модели Алезины-Дрэйзена влияют на задержку решений, такие как отсутствие единства в правительстве и разделение власти при составлении бюджета. Эмпирические данные не подтверждают идею модели Табеллини-Алезины о том, что дефицит возникает из-за преднамеренного решения группы политиков оставить большие долги в наследство своим преемникам и тем самым сократить их расходы. Мы не наблюдаем большого дефицита в таких странах как Великобритания, где сменяют друг друга партии с очень разными идеологиями, имеющие сильное влияние на проводимую политику. В то же время, большой дефицит наблюдается в таких странах как Бельгия и Италия, где чередуются коалиционные правительства и правительства меньшинства. Это наводит на мысль о важности исследования того, каким образом разделение полномочий может привести к дефициту. В частности, хотелось бы знать, объясняет ли прямое применение анализа Алезины-Дрэзена связь между отсутствием единства в правительстве и дефицитом или в данном случае влияет какой-то другой фактор.

## **11.9 Издержки дефицита**

В большей части данной главы обсуждаются те силы, которые могут приводить к избыточному дефициту. Но пока в ней было мало сказано о природе и величине издержек избыточного дефицита. В этом разделе дано введение в эту проблему.

---

<sup>31</sup> По этому последнему вопросу см. Chari и Cole (1993), Velasco (1999) и задачу 11.16.

Издержки дефицита, подобно издержкам инфляции, мало изучены. Но причины этого совсем разные. В случае инфляции трудность заключается в том, что общественное мнение связывает инфляцию с очень высокими издержками, а экономистам нелегко установить, по каким каналам она могла бы оказывать столь сильное влияние. В случае дефицита несложно найти причины, в силу которых он может оказывать значительное влияние. Трудность состоит в том, что механизмы этого влияния сложны. В результате нелегко провести анализ благосостояния, который был бы достаточно убедителен.

В первой части этого раздела рассматриваются эффекты, связанные с политикой, обеспечивающей устойчивый уровень дефицита. Во второй части обсуждаются результаты проведения политики, устойчивость которой нельзя обеспечить. Особое внимание уделяется процессам, происходящим, когда несбалансированная политика приводит к кризису или к “жесткой посадке”. В разделе 11.10 приведена простая модель того, как может произойти кризис.

## Эффекты устойчивого дефицита

Наиболее явные издержки избыточного дефицита связаны с тем, что он затрудняет сглаживание. Если налоговая ставка ниже уровня, необходимого для выполнения бюджетного ограничения правительства при заданных ожиданиях, тогда ожидаемая будущая налоговая ставка превышает текущую. Это означает, что ожидаемая приведённая стоимость издержек искажения, возникающих при извлечении дохода, слишком высока.

Однако, если предельные издержки искажения, связанные с извлечением дохода, не возрастают слишком резко при увеличении полученного дохода, величина этих издержек за непродолжительный период умеренно избыточного дефицита, вероятно, мала. Но это не означает, что отклонения от сглаживания налогов не важны при любых обстоятельствах. Согласно некоторым прогнозам при отсутствии изменений в фискальной политике США в течение нескольких последующих десятилетий для выполнения бюджетного ограничения правительства только за счет увеличения налогов потребуются средние налоговые ставки, намного превышающие 50 процентов. При такой политике издержки искажения наверняка будут значительными. Приведём другой пример. В работе Cooley и Ohanian (1997) утверждается, что финансирование Великобританией своих расходов в годы Второй мировой войны в большей степени за счет налогов, чем за счет долга привело к большим потерям благосостояния.<sup>32</sup>

Большие потери благосостояния от дефицита чаще возникают в результате нарушения рикардианской эквивалентности. Дефицит почти наверняка увеличивает совокупное потребление и, таким образом, снижает будущее богатство экономики. К сожалению, по трём причинам очень трудно получить оценки результирующего влияния дефицита на благосостояние. Во-первых, просто потому, что для получения оценок влияния дефицита на траектории таких переменных как потребление, сбережения, владение иностранными активами и так далее необходимы оценки величин отклонений от рикардианской эквивалентности. Здесь у нас нет точных данных. Тем не менее, можно сделать грубую оценку и работать с ней. Например, Bernheim (1987) доказывает, что приемлемую оценку можно извлечь из того факта, что частные сбережения компенсируют около половины снижения государственных сбережений, которое возникает из-за переключения источника финансирования с налогов на дефицит.

Во-вторых, степень влияния дефицита на благосостояние зависит не только от величин отклонений от рикардианской эквивалентности, но также и от причин этих отклонений. Предположим, например, что рикардианская эквивалентность не

---

<sup>32</sup> Однако, некоторые из оценённых ими издержек возникли из-за высоких налогов на доходы от капитала, а не из-за отклонений от сглаживания налогов.

выполняется из-за ограничений ликвидности. Это означает, что предельная полезность текущего потребления высока по отношению к предельной полезности будущего потребления, и, значит, имеется существенная выгода от большего текущего потребления. В таком случае решение иметь дефицит больший, чем допускается сглаживанием налогов, может привести к росту благосостояния (Hubbard и Judd, 1986). Приведём другой пример. Предположим, что рикардианская эквивалентность нарушается из-за того, что потребление отчасти характеризуется упрощенной схемой поведения. В таком случае нельзя делать выводы о предпочтениях домохозяйств по их потребительскому выбору. В этом случае не ясно, как оценить желательность альтернативных траекторий потребления.

Третья трудность заключается в том, дефицит влияет на распределение. Так как будущие поколения будут выплачивать новый долг за счёт налогов, дефицит влияет на перераспределение доходов от будущих поколений в пользу нынешнего. В дополнение, поскольку дефицит снижает основной капитал, он способствует снижению заработной платы и увеличению процентных ставок, а, значит, происходит перераспределение доходов от рабочих к капиталистам. Из того факта, что дефицит не приводит ни к Парето улучшениям, ни к Парето ухудшениям, не следует, что никто не считает его выгодным. Например, большинство индивидов (включая многих экономистов) верят, что политика, от которой выигрывают многие и которая сопряжена с низкими издержками для небольшого числа граждан, является желательной, даже если компенсация проигравшим никогда не выплачивается. В случае перераспределения дохода от работников к капиталистам тот факт, что работники в массе своей беднее владельцев капитала, может послужить причиной того, что перераспределение сочтут нежелательным. Случай с перераспределением дохода от будущих поколений к нынешнему более сложен. С одной стороны, будущие поколения будут, вероятно, богаче нынешнего; это может заставить нас относиться к перераспределению более благосклонно. С другой стороны, общепринятое мнение о том, что сбережения слишком низки неявно предполагает, что норма прибыли достаточно велика для того, чтобы перераспределение дохода от поколения, живущего в настоящее время, к будущим поколениям было желательным. Отсюда следует, что перераспределение от будущих поколений к нынешнему нежелательно. По всем этим причинам трудно оценить влияние устойчивого дефицита на благосостояние.

## **Эффекты неустойчивого дефицита**

Страны часто выбирают такие траектории фискальной политики, которые не могут поддерживаться. Например, они часто проводят политику, при которой отношение долга к ВВП постоянно растет. По определению, неустойчивая политика не может длиться вечно. Следовательно, тот факт, что правительство проводит такую политику, не свидетельствует о том, что правительству необходимо предпринимать обдуманные действия для изменения курса. Как однажды сказал Герберт Штейн (Herbert Stein): “Если что-то не может продолжаться вечно, то оно закончится”. Однако трудность состоит в том, что обычно остановка происходит быстро и неожиданно. Политика неустойчива, если правительство пытается вести себя таким образом, что нарушается его бюджетное ограничение. В этом случае в некоторый момент времени внешние явления вынуждают правительство отказаться от такой политики. Но, как мы увидим в следующем разделе, вынужденное изменение, скорее всего, примет форму кризиса, а не плавного перехода. Обычно кризис приводит к резкому сокращению государственных расходов и большому снижению совокупного спроса, он оказывает значительное влияние на рынок ценных бумаг и валютный рынок, и, возможно, приводит к дефолту по государственному долгу.

Вероятность возникновения кризиса порождает дополнительные издержки дефицита. Прежде чем обсуждать эти издержки, важно отметить, что сам по себе дефолт правительства не сопряжен с издержками. Дефолт – это трансферт от держателей

облигаций налогоплательщикам. Обычно это означает, что деньги поступают от более богатых индивидов более бедным. Далее, дефолт это также трансферт от иностранных инвесторов резидентам в пределах суммы долга, купленного иностранными инвесторами. С точки зрения резидентов это одно из преимуществ дефолта. Наконец, дефолт сокращает сумму доходов, которые должны быть получены государством в будущем. Так как извлечение дохода вызывает искажения, это означает, что дефолт не только является причиной возникновения трансфертов, но и повышает эффективность.

Несмотря на всё сказанное, издержки кризисов существуют. Некоторые из наиболее важных видов издержек возникают из-за того, что обычно при кризисе цена иностранных товаров сильно возрастает. При сильном сокращении бюджетного дефицита, активное сальдо счета капитала обычно также резко снижается. Иными словами, в большинстве случаев экономика переходит от ситуации, в которой иностранцы покупали отечественные активы в значительных количествах, к ситуации, в которой они покупают мало, либо совсем ничего. Но это означает, что сальдо торгового баланса должно достаточно быстро стать положительным. Для того чтобы это произошло, реальный обменный курс должен сильно снизиться. Например, во время мексиканского кризиса 1994-1995 годов стоимость мексиканского песо упала примерно наполовину. Во время Восточно-Азиатского кризиса 1997-1998 годов стоимость большинства валют стран, затронутых кризисом, снизилась на значительно большую величину.

Такая реальное обесценение отечественной валюты снижает благосостояние, воздействуя по некоторым каналам. Из-за того, что обесценение валюты соответствует повышению реальных цен на иностранные товары, она непосредственно снижает благосостояние. Более того, девальвация приводит к росту выпуска в секторах, производящих продукцию на экспорт, на импортозамещающих производствах, и к снижению выпуска в остальных секторах. Иными словами имеют место отраслевые шоки, приводящие к перераспределению труда и других факторов производства между отраслями. Так как перераспределение не происходит мгновенно, результатом является временный рост безработицы и объема недоиспользования других ресурсов. В конце концов, девальвация в большинстве случаев приводит к увеличению инфляции. Из-за того, что работники покупают и иностранные товары, обесценение отечественной валюты приводит к росту прожиточного минимума, а это создает давление на заработную плату в направлении ее увеличения. Кроме того, так как некоторые факторы производства импортируются, девальвация проводит к росту издержек фирм. Все это способствует росту инфляции. Используя терминологию раздела 5.4, можно сказать, что реальное обесценение отечественной валюты – это неблагоприятный шок предложения.

Некоторые другие основные издержки кризиса возникают из-за спада на рынке ценных бумаг. Дефолт правительства, снижение цен на активы и падение выпуска обычно приводят к банкротствам многих фирм и кредитно-финансовых учреждений. Кроме того, фирмы и кредитно-финансовые учреждения часто берут кредиты в иностранной валюте, из-за чего реальное обесценение непосредственно ухудшает их финансовое состояние, и, как следствие, число банкротств еще более возрастает. Банкротства приводят к потерям информации и разрыву долгосрочных отношений, которые непосредственно способствовали наиболее эффективному использованию капитала и других ресурсов. И даже если в результате кризиса фирмы и кредитно-финансовые учреждения не подвергаются процедуре банкротства, ухудшение их финансового положения усугубляет последствия несовершенств финансового рынка.

Одно из последствий таких потрясений на финансовом рынке состоит в снижении инвестиций. Однако, этот эффект можно нейтрализовать политикой увеличения (или снижения на меньшую величину) денежной массы. Но другим последствием является ухудшение среднего качества проектов при данном уровне инвестиций, поскольку теперь финансовая система менее эффективно распределяет капитальные ресурсы. Подобным же образом, при данном уровне занятости выпуск окажется ниже из-за того, что многие

фирмы, имеющих потенциальные возможности получать прибыль от производства, не смогут производить вследствие банкротства или неспособности получить кредиты на выплату зарплат и покупку сырья. В работе Bernanke (1983b) утверждается, что такие потрясения на финансовом рынке сыграли значительную роль в годы Великой депрессии. Видимо, они оказали существенное влияние и на формирование более поздних кризисов. Например, в Индонезии в 1998 громадное большинство фирм фактически являлись банкротами, хотя многие из них продолжали функционировать в той или иной форме.

Кризисы могут порождать и другие издержки. Так как кризисы происходят неожиданно, попытка проводить несбалансированную политику приводит к росту неопределенности. Дефолт и другие формы отказа от оплаты долга могут снизить способность государства брать в долг в будущем.<sup>33</sup> Наконец, кризис может привести к принятию мер, вредных для дальнейшего развития, таких как значительные торговые ограничения, гиперинфляция и очень высокие налоги на капитал.

Суммируя все сказанное о влиянии кризисов, можно сказать, что в типичном случае кризис приводит к резкому снижению выпуска с последующим постепенным восстановлением. Однако это резюме преувеличивает издержки от проведения несбалансированной фискальной политики по двум причинам. Во-первых, несбалансированная фискальная политика обычно не является единственной причиной кризиса, таким образом, не вполне уместно приписывать ей все издержки кризиса. Во-вторых, вполне возможно, что до кризиса проведение такой политики давало определенные выгоды. Например, она могла вести к реальной ревальвации, при которой выгоды прямо противоположны издержкам реальной девальвации, и могла быть причиной высокого выпуска в течение некоторого периода. Тем не менее, издержки, связанные с попытками проведения несбалансированной фискальной политики, приводящей к кризису, почти наверняка значительны.

## 11.10 Модель долговых кризисов

Теперь мы обратимся к простой модели государства, пытающегося выпустить долговые обязательства. Мы сосредоточимся на вопросах о том, почему инвесторы могут отказаться покупать облигации при любой процентной ставке и действительно ли такие кризисы случаются неожиданно<sup>34</sup>.

### Предположения

Рассмотрим правительство, имеющее долг  $D$  и стремящееся на некоторый период времени продать его инвесторам. Правительство предлагает коэффициент доходности  $R$ ; иными словами, оно готово платить реальную процентную ставку  $(R - 1)$ . В следующем периоде потенциальные налоговые поступления равны  $T$ . Если  $T$  окажется больше величины  $RD$  долга с процентами, государство расплачивается с кредиторами. Если  $T$  меньше  $RD$  государство объявляет дефолт. Считаем, что  $T$  случайная величина с непрерывной интегральной функцией распределения  $F(\bullet)$ .

Естественно считать рассматриваемый период одним из многих в продолжительной истории. В такой интерпретации мы можем считать  $D$  суммой выпущенных ранее обязательств, срок по которым истекает, и нового долга, который собирается выпустить правительство. Величину  $T$  можно интерпретировать как сумму налоговых поступлений, которую правительство в состоянии собрать в следующем периоде, и долга, который

<sup>33</sup> Так как не существует другой власти, аналогичной судам конкретной страны, которая смогла бы заставить должников выплатить долг, имеется несколько важных вопросов, относящихся конкретно к международным заемщикам. Для первого ознакомления с проблемой см. Obstfeld и Rogoff (1996, глава 6).

<sup>34</sup> См. Calvo (1988) и Cole и Kehoe (2000), где содержатся примеры более детальных моделей долговых кризисов.

согласятся купить инвесторы. Основная цель исследования этой модели состоит в том, чтобы выяснить, в какой момент правительство окажется не способным склонить инвесторов к покупке государственных облигаций. Можно считать, что в этот момент правительству не удается пролонгировать обязательства, по которым нужно платить. Поэтому такая ситуация будет интерпретироваться как кризис.

Модель сравнительно легко исследовать благодаря двум упрощающим предположениям. Во-первых, дефолт осуществляется по принципу «всё или ничего»: если правительство не может выплатить сумму  $RD$ , то оно полностью отказывается выплачивать долг. Во-вторых, инвесторы нейтральны к риску, а безрисковая норма доходности  $\bar{R}$  не зависит от  $R$  и  $D$ . Эти предположения не являются решающими для основных результатов модели.

## Анализ модели

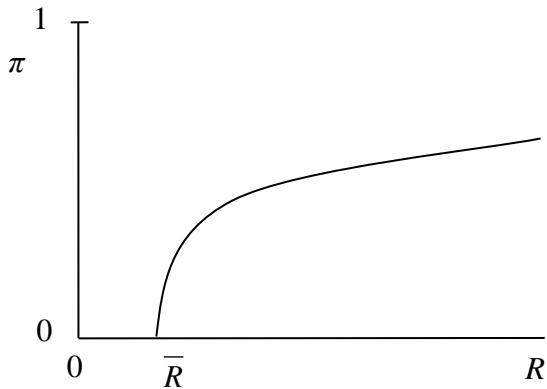
Равновесие описывается двумя уравнениями, связывающими вероятность дефолта  $\pi$  и коэффициент доходности государственных облигаций  $R$ . Так как инвесторы нейтральны к риску, ожидаемый платёж от инвестиций в государственные облигации должен равняться безрисковому платежу  $\bar{R}$ . Государство заплатит  $R$  с вероятностью  $(1 - \pi)$  и 0 с вероятностью  $\pi$ . Соответственно, в равновесии будет выполняться равенство

$$(1 - \pi)R = \bar{R}. \quad (11.40)$$

Чтобы сравнить данное условие со вторым условием равновесия, его полезно переписать, выразив  $\pi$  как функцию  $R$ . Таким образом, получим

$$\pi = \frac{R - \bar{R}}{R}. \quad (11.41)$$

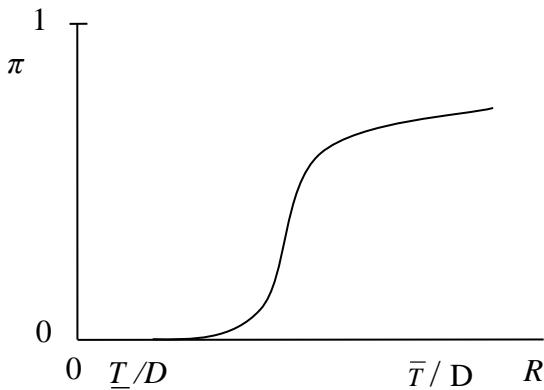
Совокупность точек, удовлетворяющих (11.41) изображена на плоскости  $(R, \pi)$  на рисунке 11.3. Если нет сомнений в том, что правительство погасит свой долг (то есть, если  $\pi = 0$ ),  $R$  равно  $\bar{R}$ . При повышении вероятности дефолта правительство должно повышать коэффициент доходности, следовательно, кривая возрастает. Наконец, если вероятность дефолта стремится к 1,  $R$  стремится к бесконечности.



**Рисунок 11.3 Условие, при котором инвесторы согласятся держать государственный долг**

Согласно другому условию равновесия вероятность дефолта определяется соотношением полученных государством доходов и суммы, подлежащей выплате держателям облигаций. Более точно, правительство объявляет дефолт, если и только если  $T$  окажется ниже  $RD$ . Таким образом, вероятность дефолта это вероятность того, что  $T$  окажется ниже  $RD$ . Так как  $T$  распределено в соответствии с функцией  $F(\bullet)$ , это условие может быть записано как

$$\pi = F(RD) \quad (11.42)$$



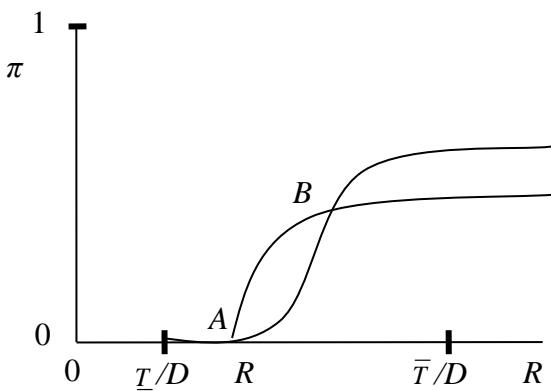
**Рисунок 11.4 Вероятность банкротства как функция от процентной ставки**

Множество точек, удовлетворяющих (11.42), изображено на рисунке 11.4. Если существуют возможные максимальное  $\bar{T}$  и минимальное  $\underline{T}$  значения  $T$ , то вероятность дефолта равна 0 для  $R < \underline{T}/D$  и равна 1 для  $R > \bar{T}/D$ . А если функция плотности  $T$  изображается колоколообразной кривой, то функция распределения описывается S-образным графиком, который показан на рисунке.

В точке равновесия выполняются и (11.41), и (11.42). В такой точке коэффициент доходности государственных облигаций делает долг привлекательным для инвесторов при заданной вероятности дефолта, а вероятность дефолта равна вероятности того, что потенциальных налоговых доходов будет недостаточно для погашения обязательств при заданной доходности. Однако, кроме равновесий, где выполняются оба эти условия, всегда существует равновесие, в котором инвесторы уверены, что правительство не сможет выплатить долг и, следовательно, не желают одолживать государству ни при каком коэффициенте доходности. Если инвесторы отказываются покупать государственные облигации при любом коэффициенте доходности, вероятность дефолта равна 1; и если вероятность дефолта равна 1, инвесторы отказываются покупать долги государства, каков бы ни был коэффициент доходности. Выражаясь не совсем точно, это равновесие соответствует точке на графике с координатами  $R = \infty$ ,  $\pi = 1$ . Если правительство выпускает обязательства, чтобы рефинансировать долг, в этом равновесии правительство объявляет дефолт по долгам.<sup>35</sup>

---

<sup>35</sup> Можно легко распространить анализ на случай, когда в случае дефолта государство выплачивает часть долга. Например, предположим, что если доходы окажутся меньше  $RD$ , государство выплатит все эти доходы по обязательствам. Для анализа модели в данном случае определим  $\pi$  как ожидаемую часть непогашенных обязательств в общей сумме обязательств. При таком определении условие, что инвесторы хотят купить государственные облигации,  $(1 - \pi)R = \bar{R}$ , остается прежним, следовательно, уравнение (11.41) также выполняется. Выражение для ожидаемой доли непогашенных обязательств в общей сумме обязательств как функции доходности, предлагаемой государством, теперь сложнее, чем (11.42). Однако вид ее графика на плоскости  $(R, \pi)$  практически не изменится. При достаточно малых  $R$  функция равна 0, затем растет и сходится к 1 при  $R$ , стремящемся к бесконечности. Поскольку изменение предположений никак не влияет на одну из кривых и не меняет основные характеристики второй, главные результаты модели не меняются.



**Рисунок 11.5 Определение величины процентной ставки и вероятности банкротства**

### Следствия

Из этой модели можно сделать, по крайней мере, четыре интересных вывода. Первый состоит в том, что есть тенденция к существованию нескольких равновесий в случае, если вероятность дефолта ненулевая. Чем выше вероятность дефолта, тем выше коэффициент доходности, требуемый инвесторами; но чем выше коэффициент доходности, который требуют инвесторы, тем выше вероятность дефолта. Как ясно из рисунка, тот факт, что обе кривые, пересечение которых определяет равновесие, имеют положительный наклон, означает, что они могут пересекаться более, чем в одной точке.

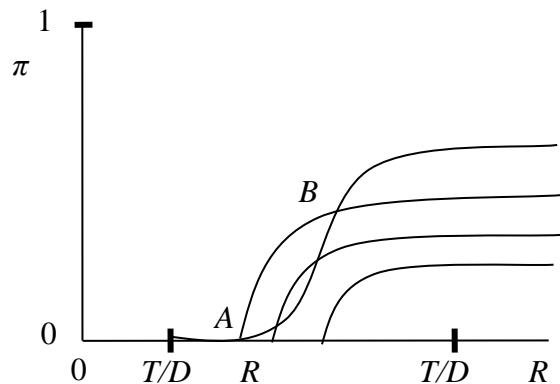
Одна из возможностей показана на рисунке 11.5. В этом случае имеют место три равновесия. В точке А вероятность дефолта низкая, и коэффициент доходности по государственным облигациям ненамного выше безрискового коэффициента доходности. В точке В вероятность дефолта довольно велика, и коэффициент доходности по государственным облигациям существенно выше безрискового коэффициента доходности. Наконец, равновесие также имеет место, если есть твердая уверенность, что произойдет дефолт, и инвесторы отказываются покупать государственные облигации, каков бы ни был их коэффициент доходности<sup>36</sup>.

При правдоподобных предположениях о динамике равновесие В неустойчиво, тогда как два других устойчивы. Предположим, например, что инвесторы верят, что вероятность дефолта чуть ниже  $\pi_B$ . Тогда при коэффициенте доходности, необходимом для того, чтобы инвесторы согласились купить облигации при данных ожиданиях, фактическая вероятность дефолта ниже ожидаемой. Поэтому оценка инвесторами вероятности дефолта, скорее всего, упадет, и этот процесс будет продолжаться, пока не будет достигнуто равновесие в точке А. Аналогичные рассуждения показывают, что если инвесторы полагают, что вероятность дефолта превышает  $\pi_B$ , экономика стремится к

<sup>36</sup> Возникает закономерный вопрос о том, может ли правительство избежать множественности равновесий, выпуская облигации с минимальной равновесной процентной ставкой. Ответ зависит от того, как инвесторы формируют свои ожидания вероятности дефолта. Одна из возможностей состоит в том, что они начинают с предположения, что правительство способно выпустить облигации и уплатить долг по процентной ставке, которую оно предложит; тогда инвесторы купят облигации, если при таком предположении ожидаемый доход, по крайней мере, не меньше безрискового дохода. В этом случае, правительство может выпустить облигации с минимальным коэффициентом доходности, определяемом пересечением двух кривых. Но это не единственный вариант. Например, допустим, что каждый из инвесторов предполагает, что другие ожидают, что государство наверняка объявит дефолт по облигациям, и что другие не купят облигации, каков бы ни был коэффициент доходности. Тогда ни один из инвесторов не купит облигации, и ожидания окажутся верны.

равновесию, в котором инвесторы не согласятся купить облигации, каков бы ни был коэффициент доходности. Таким образом, существует два устойчивых равновесия. В одном коэффициент доходности и вероятность дефолта невысокие. В другом равновесии правительство не может уговорить инвесторов купить облигации, какова бы ни была процентная ставка, и, следовательно, правительство немедленно объявляет дефолт по государственному долгу. Короче говоря, в дефолте присутствует элемент самореализации.<sup>37</sup>

Второй вывод состоит в том, что для больших различий в исходах не требуется значительных различий в фундаментальных характеристиках системы. Одной из причин этого является только то, что описанная множественность равновесий: две экономики могут иметь одинаковые фундаментальные характеристики, но в одной равновесное состояние будет характеризоваться низкими значениями  $R$  и  $\pi$ , в другой – инвесторы откажутся покупать облигации, каков бы ни был коэффициент доходности. Второй, более интересный источник значительных различий состоит в том, что могут различаться множества равновесных состояний. Предположим, что две кривые имеют форму, показанную на рисунке 11.5, и пусть экономика находится в равновесии в точке А с низкими  $R$  и  $\pi$ . Рост  $\bar{R}$  вызовет сдвиг кривой  $\pi = (R - \bar{R})/R$  вправо. Аналогично, увеличение  $D$  приведёт к сдвигу кривой  $\pi = F(RD)$  влево. В обоих случаях при достаточно небольших изменениях равновесные  $\pi$  и  $R$  изменяются плавно. Например, на рисунке 11.6 показан результат небольшого изменения  $\bar{R}$  с  $\bar{R}_0$  до  $\bar{R}_1$ . Прежнее равновесие с низкими  $R$  и  $\pi$  в точке А плавно переходит в точку А'. Но пусть теперь  $\bar{R}$  растёт далее. Если  $\bar{R}$  становится достаточно большим (например, если оно достигает  $\bar{R}_2$ ), две кривые больше не пересекаются. В такой ситуации единственным возможным равновесием становится то, при котором инвесторы не будут покупать облигации. Следовательно, две экономики могут иметь близкие фундаментальные характеристики, но в одной будет иметь место равновесие, при котором правительство может выпускать облигации при низкой процентной ставке, тогда как в другой единственным равновесием будет такое, в котором правительство не может выпустить облигации, какова бы ни была процентная ставка.



**Рисунок 11.6 Влияние роста безрисковой процентной ставки**

В третьих, модель наводит на мысль о том, что дефолт, если он происходит, то он всегда случается неожиданно. Иными словами в реальности не существует равновесного значения  $\pi$ , которое было бы довольно велико, но всё же строго меньше 1. Если

<sup>37</sup> Calvo (1988) описывает похожую причину, в силу которой ожидания дефолта могут самореализовываться. Если издержки дефолта для правительства велики, правительство может предпочесть объявить дефолт, если нужно выплатить высокие проценты, и не объявлять дефолт, если нужно выплатить низкие проценты.

неопределенность относительно доходов  $T$ , которые может получить правительство для выплаты долга, незначительна, то кривая  $\pi = F(RD)$  имеет крутой изгиб около  $\pi = 0$  и около  $\pi = 1$ , как показано на рисунке 11.6. Поскольку у кривой  $\pi = (R - \bar{R})/R$  нет резких изгибов, в этом случае переход к ситуации, в которой дефолт является единственным равновесием, происходит при низком значении  $\pi$ . Таким образом, никогда не может быть ситуации, в которой инвесторы верят, что вероятность дефолта довольно велика, но строго меньше 1; в результате, дефолт – всегда неожиданное явление.

Последний вывод самый очевидный. Дефолт зависит не только от самореализующихся ожиданий, но также и от фундаментальных параметров системы. В частности, увеличение суммы, которую правительство хочет взять в долг, рост безрисковой процентной ставки и сдвиг вниз распределения потенциального дохода увеличивают вероятность дефолта. Каждое из перечисленных изменений вызывает либо сдвиг кривой  $\pi = (R - \bar{R})/R$  вниз, либо сдвиг кривой  $\pi = F(RD)$  вверх. В результате каждое из изменений вызывает рост  $\pi$ , если до этого система находилась в устойчивом равновесии. В дополнение, каждое из изменений может привести к такой ситуации, что в экономике будет существовать единственное равновесие, в котором инвесторы не согласятся купить облигации, какова бы ни была процентная ставка. Итак, одним из результатов модели является то, что дефолт тем более вероятен, чем выше долг, чем выше требуемая доходность и чем ниже будущие доходы правительства.

## Множество периодов

В рамках версии этой модели с несколькими периодами возникают несколько интересных дополнительных результатов. Например, предположим, что правительство выпускает долговые обязательства сроком на два периода. В момент времени 0 правительство наследует долговые обязательства  $D_0$ . Пусть  $R_1$  – коэффициент доходности, который правительство выплачивает в момент времени 1, и  $R_2$  – коэффициент доходности, который правительство выплачивает в момент времени 2. Для простоты предположим, что правительство получает налоговые поступления только в момент 2. Таким образом, оно выплачивает долг в момент 2, если и только если доходы  $T$ , имеющиеся в наличии, превышают сумму  $R_1 R_2 D_0$ , которую нужно выплатить. Наконец, так как многопериодная модель не позволяет лучше понять феномен множественности равновесий, предположим, что в случае, когда равновесий несколько, выбирается равновесие с минимальным  $\pi$  (и, следовательно, с наименьшим  $R$ ).

Наиболее интересные новые вопросы, возникающие в рамках многопериодной модели, касаются важности ожиданий инвесторов\*, их ожиданий относительно ожиданий других инвесторов, и так далее. Вопрос о том, когда у инвесторов в равновесии могут возникнуть неоднородные ожидания, является сложным, но важным. Впрочем, для данного обсуждения мы просто введём предположение о возможности неоднородных ожиданий. Рассмотрим инвестора в момент 0. В однопериодном случае, когда нет проблемы множественности равновесий, ожидания инвестора относительно ожиданий других инвесторов никак не влияют на его поведение. Инвестор купит облигации, если произведение коэффициента доходности на его оценку вероятности того, что налоговых поступлений будет достаточно, чтобы выплатить долг, окажется не меньше безрискового коэффициента доходности. Но в двухпериодном случае готовность инвестора купить облигации зависит не только от  $R_1$  и распределения  $T$ , но также и от будущего значения  $R_2$ . Это значение, в свою очередь, зависит от того каковы будут ожидания инвесторов в

---

\* В оригинале – "investor's beliefs". Теоретико-игровой термин "belief" означает представление игрока о реальности и о представлениях других игроков (прим. научного ред.).

момент 1 относительно распределения  $T$ . Например, предположим, что для некоторого значения  $R_1$  собственные ожидания инвестора относительно  $F(\bullet)$  приводят к заключению, что если величина  $R_2$ , предложенная правительством, лишь немнога выше безрискового коэффициента, то вероятность дефолта будет низкой, так что имело бы смысл купить облигации. Предположим, однако, что он ожидает, что ожидания других инвесторов таковы, что они откажутся покупать облигации в момент 1 при любом коэффициенте доходности. Тогда инвестор будет ожидать дефолт правительства в момент 1. Поэтому он не купит государственные облигации в момент 0, несмотря на то, что согласно его ожиданиям относительно фундаментальных факторов политика государства обоснована.

Могут повлиять даже ожидания того, что с небольшой вероятностью в момент 1 ожидания других будут таковы, что они не захотят покупать государственные облигации при любой процентной ставке. Такие ожидания вызывают рост значения  $R_1$ , при котором инвесторы согласятся купить облигации в момент 0. Это увеличивает долг, который государству нужно будет пролонгировать в момент 1, что снижает вероятность того, что государство сможет это сделать, а это еще больше увеличивает  $R_1$ , и так далее. Конечный результат этого процесса таков, что правительство не сможет продать свои облигации в момент 0.

При большем числе периодов, становятся значимыми всё более замысловатые ожидания. Например, если имеется не два, а три периода, то инвестор в момент 0 может не захотеть купить облигации из-за того, что он убежден, что в момент 1 другие инвесторы могут ожидать, что в момент 2 инвесторы могут посчитать, что нет такого коэффициента доходности, при котором они бы согласились купить облигации.

Таким образом, для инвесторов вполне рационально интересоваться ожиданиями других относительно платежеспособности государства, ожиданиями других относительно ожиданий других, и так далее. Эти ожидания влияют на способность государства обслуживать свой долг и, следовательно, на ожидаемый доход, приносимый облигациями. Дополнительное замечание состоит в том, что любое изменение на рынке долговых обязательств или даже кризис может быть вызвано не только информацией об изменении фундаментальных параметров, но ожиданиями их изменений или ожиданиями относительно ожиданий изменения фундаментальных параметров.

## Задачи

**11.1. Стабильность фискальной политики.** (Blinder и Solow, 1973.) По определению, бюджетный дефицит равен скорости изменения величины долга:  $\delta(t) \equiv \dot{D}(t)$ . Пусть  $d(t)$  обозначает отношение долга к выпуску:  $d(t) = D(t)/Y(t)$ . Предположим, что  $Y(t)$  растёт постоянным темпом  $g > 0$ .

- (a) Предположим, что отношение дефицита к выпуску постоянно:  $\delta(t)/Y(t) = a$ , где  $a > 0$ .
  - (i) Найдите выражение для  $\dot{d}(t)$  как функции  $a$ ,  $g$  и  $d(t)$ .
  - (ii) Схематически изобразите  $\dot{d}(t)$  как функцию  $d(t)$ . Является ли эта система устойчивой?
- (b) Предположим, что отношение первичного дефицита к выпуску постоянно и равно  $a > 0$ . Тогда суммарный дефицит  $\delta(t)$  в момент времени  $t$  равен  $\delta(t) = aY(t) + r(t)D(t)$ , где  $r(t)$  – процентная ставка в момент  $t$ . Предположим, что  $r$  – возрастающая функция доли долга в выпуске  $r(t) = r(d(t))$ , где  $r'(\bullet) > 0$ ,  $r''(\bullet) > 0$ ,  $\lim_{d \rightarrow -\infty} r(d) < g$ ,  $\lim_{d \rightarrow \infty} r(d) > g$ .
  - (i) Найдите выражение для  $\dot{d}(t)$  как функции  $a$ ,  $g$  и  $d(t)$ .

- (ii) Схематически изобразите  $\dot{d}(t)$  как функцию  $d(t)$ . Что можно сказать об устойчивости системы, если  $a$  – достаточно мало, так что  $\dot{d}$  отрицательно при некоторых значениях  $d$ ? Что будет в случае, если  $a$  достаточно велико, так что  $\dot{d}$  положительно при любом  $d$ ?

**11.2. Сбережения из мотива предосторожности, непаушальное налогообложение и рикардианская эквивалентность.** (Leland, 1968, Barsky, Mankiw и Zeldes, 1986.) Пусть индивид живет два периода. Его начальное богатство равно нулю, в периодах 1 и 2 он получает трудовой доход, равный  $Y_1$  и  $Y_2$ , соответственно. Величина  $Y_1$  известна, тогда как  $Y_2$  – случайная величина; для простоты предположим, что  $E(Y_2) = Y_1$ . Ставка подоходного налога равна  $\tau_1$  в период 1 и  $\tau_2$  в период 2. Индивид может, как занимать, так и давать в долг по фиксированной процентной ставке, которая для простоты принята равной нулю. Таким образом, во втором периоде потребление равно  $C_2 = (1 - \tau_1)Y_1 - C_1 + (1 - \tau_2)Y_2$ . Индивид выбирает  $C_1$ , максимизируя ожидаемую полезность  $U(C_1) + E[U(C_2)]$ .

- (a) Найдите условие первого порядка для  $C_1$ .
- (b) Покажите, что  $E(C_2) = C_1$ , если  $Y_2$  не случайно или если функция полезности квадратична.
- (c) Покажите, что если  $U''(\bullet) > 0$  и  $Y_2$  случайная величина, то  $E(C_2) > C_1$ .
- (d) Предположим, что государство снижает  $\tau_1$  и повышает  $\tau_2$  на одну и ту же величину так, чтобы ожидаемый совокупный доход,  $\tau_1 Y_1 + \tau_2 E(Y_2)$ , не изменился. Продифференцируйте условие первого порядка, полученное в пункте (a), как неявную функцию и найдите выражение, показывающее как это изменение влияет на  $C_1$ .
- (e) Покажите, что если  $Y_2$  не случайно или если функция полезности квадратична, то это изменение не повлияет на  $C_1$ .
- (f) Покажите, что если  $U''(\bullet) > 0$  и  $Y_2$  случайно, то в ответ на это изменение вырастет  $C_1$ .

**11.3.** Рассмотрим модель сглаживания налогов Barro. Предположим, что выпуск  $Y$  и реальная процентная ставка  $r$  постоянны, а уровень государственного долга в момент времени 0 равен 0. Пусть в период от момента времени 0 до момента времени  $\tau$  произошла война. Поэтому  $G(t)$  равно  $G_H$  при  $0 \leq t \leq \tau$  и равно  $G_L$  во всех последующих периодах, причём  $G_H > G_L$ . Какова траектория налогов  $T(t)$  и государственного долга  $D(t)$ ?

**11.4.** Рассмотрим модель сглаживания налогов Barro. Предположим, что  $G(t)$  может принимать два значения:  $G_H$  и  $G_L$ , причём  $G_H > G_L$ . Переход от одного значения к другому задается пуассоновским процессом (см. раздел 9.4). Точнее, если  $G$  равно  $G_H$ , вероятность в единицу времени того, что закупки снизятся до  $G_L$ , равна  $a$ ; если  $G$  равно  $G_L$ , вероятность в единицу времени того, что закупки вырастут до  $G_H$ , равна  $b$ . Предположим также, что выпуск  $Y$  и реальная процентная ставка  $r$ , постоянны, а функция издержек искажения квадратична.

- (a) Выведите выражения для налогов в заданный период времени в зависимости от того, равно ли  $G$  величине  $G_H$  либо  $G_L$ , а также в зависимости от величины долга и экзогенных параметров. (Подсказка: Используя динамическое

программирование, описанное в разделе 9.4, найдите выражение для ожидаемой приведённой стоимости государственных доходов, которые необходимо собрать правительству, как функции  $G$ , величины государственного долга и экзогенных параметров.)

- (b) Проанализируйте полученные результаты. Какова траектория налогов на интервале когда  $G$  равно  $G_H$ ? Почему на этом отрезке времени налоги не постоянны? Что происходит с налогами в момент, когда  $G$  снижается до  $G_L$ ? Какова траектория налогов на интервале, когда  $G$  равно  $G_L$ ?

**11.5.** Если налоговая ставка определяется в процессе случайного блуждания (и если ее дисперсия ограничена снизу строго положительным числом), то с вероятностью 1 она, в конечном счете, будет превышать 100 процентов или станет отрицательной. Говорит ли этот факт о том, что модель сглаживания налогов с квадратичной функцией издержек искажения не может быть использована ни в качестве позитивной, ни в качестве нормативной модели фискальной политики, поскольку некоторые следствия из этой модели неверно описывают действительность и крайне нежелательны как предписания для проведения политики? Кратко поясните свой ответ.

**11.6. Парадокс Кондорсе.** Предположим, что есть три избирателя: 1, 2 и 3 – и три возможных политики:  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Избиратель 1 ранжирует политики так:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ; избиратель 2 –  $B$ ,  $C$ ,  $A$ , избиратель 3 –  $C$ ,  $A$ ,  $B$ . Получит ли какая-нибудь политика большинство голосов, если индивиды последовательно выбирают между двумя политиками? Объясните полученный результат.

**11.7.** Рассмотрим вариант модели Табеллини-Алезины, где  $\alpha$  может принимать значение либо 0, либо 1. Предположим, что есть некий начальный уровень долга  $D_0$ . Влияет ли  $D_0$  на дефицит в периоде 1? Если влияет, то каким образом?

**11.8.** Рассмотрим вариант модели Табеллини-Алезины, где  $\alpha$  может принимать значение либо 0, либо 1. Предположим, что величина выпускаемых долговых обязательств  $D$ , определяется до того, как предпочтения медианного избирателя периода 1 станут известны. А именно, избиратели голосуют относительно  $D$  в тот момент времени, когда вероятности того, что  $\alpha_1^{MED} = 1$  и  $\alpha_2^{MED} = 1$ , равны. Пусть  $\pi$  обозначает эту вероятность. Предположим, что два медианных избирателей осуществляют выбор независимо друг от друга.

- (a) Какова ожидаемая полезность индивида с  $\alpha = 1$  как функция  $D$ ,  $\pi$  и  $W$ ?
- (b) Найдите условие первого порядка для значения  $D$ , наиболее предпочтительного для данного индивида? Чему равно соответствующее значение  $D$ ?
- (c) Каково наиболее предпочтительное значение  $D$  для индивида с  $\alpha = 0$ ?
- (d) Зная результаты предыдущих пунктов, выясните, какое значение  $D$  предпочтёт медианный избиратель периода 1, если избиратели голосуют по поводу  $D$  до того, как станет известен этот медианный избиратель?
- (e) Кратко объясните, отличается ли вопрос из пункта (d) от вопроса, будут ли индивиды поддерживать требование сбалансированности бюджета, если это будет предложено до того, как станут известны предпочтения медианного избирателя периода 1? Если отличается, то каким образом?

**11.9.** Рассмотрим вариант модели Табеллини-Алезины, где  $\alpha$  может принимать значения либо 0, либо 1. Предположим, однако, что есть 3 периода. Медианный избиратель периода 1 определяет политику в периодах 1 и 2, но политику на период 3 устанавливает другой медианный избиратель. Предположим, что  $\alpha$  медианного избирателя периода 1 равна 1, и что для нового медианного избирателя величина  $\alpha$  равна 1 с вероятностью  $\pi$ .

- (a) Выполняется ли равенство  $M_1 = M_2$ ?
- (b) Предположим, что после выбора величины расходов на период 1 медианный избиратель периода 1 узнаёт, что параметр  $\alpha$  медианного избирателя периода 3 принимает значение 1 с вероятностью  $\pi'$ , а не  $\pi$ , где  $\pi' < \pi$ . Как эта новость влияет на его выбор расходов в периоде 2?

**11.10. Модель Персона-Свенсона.** (Persson и Svensson, 1989.) Пусть есть два периода. В разных периодах политика государства контролируется разными политическими деятелями. Целевая функция политика периода  $t$  равна  $U + \alpha_t[V(G_1) + V(G_2)]$ , где  $U$  – полезность граждан от частного потребления;  $\alpha_t$  – вес, который присваивает политический деятель периода  $t$  общественному потреблению;  $G_t$  – общественное потребление в период  $t$ . Пусть  $V(\bullet)$  удовлетворяет условиям  $V'(\bullet) > 0$ ,  $V''(\bullet) < 0$ . Частная полезность  $U$  задана выражением  $U = W - C(T_1) - C(T_2)$ , где  $W$  начальное богатство;  $T_t$  – налоги в период  $t$ ;  $C(\bullet)$  – издержки сбора доходов, причем  $C'(\bullet) \geq 1$ ,  $C''(\bullet) > 0$ . В конце периода 2 весь государственный долг должен быть погашен. Это означает, что  $T_2 = G_2 + D$ , где  $D = G_1 - T_1$  – размер государственного долга, выпущенного в период 1, причем процентная ставка предполагается равной 0.

- (a) Найдите условие первого порядка для выбора политиком периода 2 величины  $G_2$  при заданном  $D$ . (Замечание. Здесь и в дальнейшем предполагайте, что задача максимизации, рассматриваемая политиком, имеет внутреннее решение).
- (b) Как изменения  $D$  влияют на  $G_2$ ?
- (c) Считайте, что политик периода 1 выбирает  $G_1$  и  $D$ . Найдите условие первого порядка для его выбора  $D$ .
- (d) Покажите, что если  $\alpha_1$  меньше  $\alpha_2$ , то равновесный уровень налогообложения в периоде 1 не эффективен и мал по сравнению с ситуацией сглаживания налогов (то есть,  $T_1 < T_2$ ). Объясните, почему это так на интуитивном уровне.
- (e) Следует ли из результата, полученного в пункте (d), что если  $\alpha_1$  меньше, чем  $\alpha_2$ , то политик периода 1 сталкивается с дефицитом? Объясните.

**11.11.** Рассмотрим модель Алезины-Дрэйзена. Опишите, изменятся ли в каждой из последующих ситуаций предложение рабочих и вероятность реформ. Если изменятся, то как?

- (a) Снижение  $T$ .
- (b) Увеличение  $B$ .
- (c) Равное увеличение  $A$  и  $B$ .

**11.12. Кризисы и реформа.** Рассмотрим модель из раздела 11.7. Предположим, однако, что в случае отсутствия реформы платёж как работникам, так и владельцам капитала равен не 0, а  $-C$ , где  $C \geq 0$ .

- (a) Найдите выражения, аналогичные (11.36) и (11.37) для предложения рабочих и вероятности реформ.

- (b) Дайте определение общественному благосостоянию как сумме ожидаемых платежей работникам и владельцам капитала. Покажите, что рост  $C$  может увеличить эту меру общественного благосостояния.

**11.13. Стимулирование решений и реформа.** Рассмотрим модель из раздела 11.7. Пусть международная организация предлагает выплатить каждому работнику и владельцу капитала сумму  $F > 0$ , если они согласятся на проведение реформы. Используя анализ, аналогичный проведённому в задаче 11.12, покажите, что такая программа помохи обязательно увеличит вероятность проведения реформы и меру общественного благосостояния, предложенную в пункте (b) этой задачи.

**11.14. Склонность к сохранению статус-кво.** (Fernandez и Rodrik, 1991.) Есть две возможные политики  $A$  и  $B$ . При осуществлении политики  $A$  полезность индивида либо повышается, либо понижается на единицу. Доля населения, которая знает, как проведение той или иной политики повлияет на их благосостояние, составляет  $f$ . Из них, доля тех, чье благосостояние вырастет при проведении политики  $A$ , равна  $\alpha$ ; доля тех, чье благосостояние снизится, равна  $1 - \alpha$ . Оставшиеся индивиды знают только, что из них доля тех, кто выигрывает от проведения политики  $A$ , равна  $\beta$ , а доля тех, кто проигрывает, равна  $1 - \beta$ .

Решение о выборе политики принимается большинством голосов. Каждый индивид узнает, какая политика для него более выгодна после того, как предложение принято; затем большинством голосов принимается решение об отказе от проведения политики. Каждый индивид голосует за политику, приносящую ему максимальную ожидаемую полезность. Если будет принято решение вернуться к изначальной политике, то за альтернативную политику никто не проголосует, несмотря на то, что предложение использовать альтернативную политику было принято ранее. (Это предположение можно обосновать, введя небольшие издержки смены политики.)

- (a) Найдите выражение для части населения, предпочитающей политику  $A$  (как функции  $f$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ ) для случая, когда доля населения, знающая, что из них только доля  $\beta$  выигрывает от политики  $A$ , равна  $1 - f$ .
- (b) Найдите аналогичное выражение для случая, когда все индивиды знают, как изменится их благосостояние с изменением политики.
- (c) Располагая ответами на пункты (a) и (b), скажите, возможно ли, что независимо от того, какая политика была выбрана, она не будет пересмотрена?

**11.15. Проблема общего фонда для расходов бюджета.** (Weingast, Shepsle и Johnsen, 1981.) Предположим, что экономика состоит из  $M > 1$  избирательных округов по выборам в конгресс. Полезность представительного индивида, проживающего в округе  $i$ , равна  $E + V(G_i) - C(T)$ . Здесь  $E$  – начальное богатство,  $G_i$  – величина местного общественного блага в округе  $i$ ,  $T$  – налоги (предполагается, что они одинаковы во всех округах). Предположим, что  $V'(\bullet) > 0$ ,  $V''(\bullet) < 0$ ,  $C'(\bullet) > 0$  и  $C''(\bullet) > 0$ . Правительственное бюджетное ограничение имеет вид:  $\sum_{i=1}^M G_i = MT$ .

Представитель от каждого округа выбирает значение  $G$  для своего округа. Каждый из представителей максимизирует полезность представительного индивида, проживающего в его округе.

- (a) Найдите условие первого порядка для величины  $G_j$ , выбранной представителем от округа  $j$ , при заданных значениях  $G_i$ , выбранных представителями остальных округов, и бюджетном ограничении (из которого следует, что

$T = (\sum_{i=1}^M G_i) / M$ ). (Замечание: Во всех пунктах предполагается внутреннее решение.)

- (b) Найдите условие для равновесного по Нэшу значения  $G$ . Иными словами, найдите такое условие на величину  $G$ , что, если все другие представители выберут значения  $G_i = G$ , то и данный представитель захочет выбрать именно эту величину.
- (c) Является ли равновесие по Нэшу Парето эффективным? Как можно интуитивно объяснить этот результат?

**11.16. Долг как способ смягчения проблемы общего фонда.** (Chari and Cole, 1993.)

Рассмотрим ситуацию, описанную в задаче 11.15. Пусть первоначальный уровень долга равен  $D$ . Тогда бюджетное ограничение правительства:  $D + \sum_{i=1}^M G_i = MT$ .

- (a) Как изменится равновесный по Нэшу уровень  $G$  с увеличением  $D$ ?
- (b) На интуитивном уровне объясните, почему из результатов, полученных в пункте (a) и в задаче 11.15, следует, что в двухпериодной модели, где представители выбирают  $D$  после того, как  $G$  для первого периода уже определено, они выберут  $D > 0$ .
- (c) Считаете ли вы, что в двухпериодной модели, в которой представители выбирают  $D$  после того, как величина  $G$  для первого периода уже определена, они выберут  $D > 0$ ? Объясните на интуитивном уровне.

**11.17.** Рассмотрим модель кризиса из раздела 11.10. Пусть  $T$  равномерно распределено на интервале  $[\mu - X; \mu + X]$ , где  $X > 0$  и  $\mu - X \geq 0$ . Опишите, как влияет каждое из указанных ниже изменений на две кривые на плоскости  $(R, \pi)$ , и покажите, как определяются  $R$  и  $\pi$ .

- (a) Увеличение  $\mu$ .
- (b) Снижение  $X$ .