Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»
Математический факультет
Направление 02.04.01 Математика и компьютерные науки
Профиль «Математическое и компьютерное моделирование»

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Вариационный квантовый алгоритм с оптимизацией методом отжига

Автор:
Алешин Д.А.
Подпись:

Научный руководитель:
д. ф.-м. н. Цирулёв А.Н.
Подпись:

Допущен к защите:
Руководитель ООП: Цветков В.П.

____
(подпись, дата)

Тверь 2025

Оглавление

Введение

Глава 1

Вариационные квантовые алгоритмы: общая схема

1.1 Базис Паули

Матрицы Паули, обозначаемые как σ_x, σ_y и σ_z, представляют собой набор эрмитовых и унитарных 2×2 матриц. Эти матрицы играют центральную роль в описании квантовых систем с полуцелым спином, таких как электроны, и занимают важное место в теории представлений группы SU(2). Их использование охватывает широкий спектр задач в квантовой механике и квантовой теории поля.

Матрицы Паули определяются следующим образом:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Эти матрицы имеют ряд уникальных свойств, включая эрмитовость ($\sigma_i = \sigma_i^\dagger$) и унитарность ($\sigma_i \sigma_i^\dagger = I$). Они также удовлетворяют специфическим соотношениям коммутации и антикоммутации, что делает их полезными для описания квантовых преобразований и взаимодействий.

Коммутационные соотношения для матриц Паули выражаются следующим образом:

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k,$$

где ϵ_{ijk} — символ Леви-Чивиты. Эти соотношения играют важную роль в понимании квантовой динамики и описании вращений в спиновых системах.

Антикоммутационные соотношения для матриц Паули выглядят следующим образом:

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij} I,$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, а I — единичная матрица. Эти свойства широко используются в квантовых вычислениях и других приложениях, где важна как коммутация, так и антикоммутация операторов.

Матрицы Паули находят применение в описании операторов спина. Оператор спина частицы можно выразить через линейную комбинацию матриц Паули:

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma},$$

где $\vec{S}$ — оператор спина, $\hbar$ — приведенная постоянная Планка. Это позволяет моделировать взаимодействие спина с внешними полями и другими квантовыми системами.

В квантовой информации матрицы Паули формируют базис для всех эрмитовых матриц размерности 2×2. Любой эрмитов оператор может быть представлен как:

$$A = a_0 I + a_x \sigma_x + a_y \sigma_y + a_z \sigma_z,$$

где a_0, a_x, a_y, a_z — вещественные коэффициенты. Это представление используется в квантовой томографии и других вычислительных задачах.

Начнем с уравнений движения для нелинейного маятника, который описывается углом

$$\theta$$

и его угловой скоростью

$$\dot{\theta}$$

. Уравнение движения маятника имеет вид:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin(\theta) = 0$$

где

$$g$$

— ускорение свободного падения,

$$L$$

— длина маятника.

Введем переменные

$$x = \theta$$

и

$$y = \dot{\theta}$$

, тогда уравнения движения можно записать в виде системы:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= -\frac{g}{L}\sin(x). \end{aligned}$$

Для линеаризации этой системы вокруг положения равновесия

$$(x, y) = (0, 0)$$

, применим разложение в ряд Тейлора. При малых углах

$$\theta$$

(т.е. около

$$\theta = 0$$

), можно аппроксимировать

$$\sin(x) \approx x$$

.

Таким образом, линеаризованная система принимает вид:

$$\dot{x} = y,$$
$$\dot{y} = -\frac{g}{L}x.$$

Если мы выберем

$$L = g$$

, то уравнения упрощаются до:

$$\dot{x} = y,$$
$$\dot{y} = -x.$$

Таким образом, мы показали, что линеаризованные уравнения движения маятника около нижнего положения равновесия имеют вид:

$$\dot{x} = y,$$
$$\dot{y} = -x.$$

1.2 Целевая функция и анзац

1.3 Общая схема алгоритма

1.4 Оптимизация

Глава 2

Вариационный квантовый алгоритм на основе метода отжига

2.1 Метод отжига

2.2 Алгоритм

2.3 Сравнительные результаты тестирования

Заключение

Список литературы

Приложение C#