复习课 作业讲解

Chao Yu （余超）

School of Computer Science and Engineering
Sun Yat-Sen University

第一次作业

1.1 Hanoi 问题表示：已知3个柱子1、2、3，3个盘子A、B、C（A比B大，B比C大）。初始状态时，A、B、C依次放在柱子1上。目标状态是A、B、C依次放在柱子3上。条件是每次可移动一个盘子，盘子上方为空才可以移动，而且任何时候都不允许大盘子在小盘子的上面。请使用一阶谓词逻辑对这一问题进行描述。

- 常量：A、B、C、1、2、3
- 谓词

$plate(x)$表示x是盘子

$pillar(x)$表示x是柱子

$at(x,y)$表示盘子x在柱子y上

$bigger(x,y)$表示盘子x比盘子y大

$above(x,y)$表示盘子x在盘子y上方

$move(x,y,z)$表示将盘子x从柱子y移动到柱子z

第一次作业

- 已知

$$bigger(A,B), bigger(B,C)$$

- 初始条件

$$at(A,1), at(B,1), at(C,1), above(C,B), above(B,A)$$

- 目标

$$at(A,3), at(B,3), at(C,3), above(C,B), above(B,A)$$

- 移动条件

$$(\forall u)(\forall x)(\forall y)(plate(u) \wedge piillar(x) \wedge pillar(y) \wedge at(u,x) \wedge \neg(\exists v)(plate(v) \wedge above(v,u))$$

$$\wedge(\forall t)(plate(t) \wedge at(t,y) \rightarrow bigger(t,u)) \rightarrow move(u,x,y))$$

第一次作业

1.2 对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

（1）$S=\{P(a,x,f(g(y))),P(z,h(z,u),f(u))\}$

（2）$S=\{P(f(a),g(s)),P(y,y)\}$

（3）$S=\{P(a,x,h(g(z))),P(z,h(y),h(y))\}$

(1)$S=P(a,x,f(g(y))),P(z,h(z,u),f(u))$

<1>$\delta_0=\epsilon, W_0=S, D_0=\{a,z\}$

<2>令$\delta_1=\{a/z\}, W_1=\{P(a,x,f(g(y))),P(a,h(a,u),f(u))\}$

<3>W_1末合一， $D_1=\{x,h(a,u)\}$

<4>$\delta_2=\{a/z,h(a,u)/x\}, W_2=\{P(a,h(a.u),f(g(y))),P(a,h(a,u),f(u))\}$

<5>W_2末合一,$D_2=(g(y),u)$

<6>$\delta_3=\{a/z,h(a,g(y))/x,g(y)/u\}, W_3=\{P(a,h(a,g(y)),f(g(y)))\}$

故$\delta_3=\{a/z,h(a,g(y))/x,g(y)/u\}$为S的最一般合一。

第一次作业

1.2 对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

（1） $S = \{P(a, x, f(g(y))), P(z, h(z, u), f(u))\}$

（2） $S = \{P(f(a), g(s)), P(y, y)\}$

（3） $S = \{P(a, x, h(g(z))), P(z, h(y), h(y))\}$

(2)$S = \{P(f(a), g(s)), P(y, y)\}$

<1>$\delta_0 = \epsilon, W_0 = S, D_0 = \{f(a), y\}$

<2>令$\delta_1 = \{f(a)/y\}, W_1 = \{P(f(a), g(s)), P(f(a), f(a))\}$

<3>W_1未合一，$D_1 = \{f(a), g(s)\}$,无变量符号，故S不可合一

第一次作业

1.2 对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

（1）$S=\{P(a,x,f(g(y))),P(z,\mathrm{h}(z,u),f(u))\}$

（2）$S=\{P(f(a),g(s)),P(y,y)\}$

（3）$S=\{P(a,x,\mathrm{h}(g(z))),P(z,\mathrm{h}(y),\mathrm{h}(y))\}$

(3)$S=\{P(a,x,h(g(z))),P(z,h(y),h(y))\}$

<1>$\delta_0=\epsilon, W_0=S, D_0=\{a,z\}$

<2>令$\delta_1=\{a/z\}, W_1=\{P(a,x,h(g(a))),P(a,h(y),h(y))\}$

<3>W_1未合一$, D_1=\{x,h(y)\}$

<4>$\delta_2=\{a/z,h(y)/x\}, W_2=\{P(a,h(y),h(g(a))),P(a,h(y),h(y))\}$

<5>W_2未合一$, D_2=\{g(a),y\}$

<6>$\delta_3=\{a/z,h(g(a)/x,g(a)/y\}, W_3=\{P(a,h(g(a)),h(g(a)))\}$

故$\delta_3=\{a/z,h(g(a)/x,g(a)/y\}$为S的最一般合一。

第一次作业

1.3 已知:

规则1：任何人的兄弟不是女性

规则2：任何人的姐妹必是女性

事实：Mary 是Bill 的姐妹

求证：用归结推理方法证明Mary不是Tom的兄弟。

- 第一步：定义谓词，将待证明的问题的前提条件和逻辑结论用谓词公式表示出来。
- 定义谓词

$brother(x,y)$：表示x是y的兄弟

$sisiter(x,y)$：表示x是y的姐妹

$woman(x)$：表示x是女性

第一次作业

- 将前提及要求证明的问题表示成谓词公式

规则1. 任何人的兄弟不是女性：

$$(\forall x)(\forall y)(brother(x,y) \rightarrow \neg woman(x))$$

规则2. 任何人的的姐妹必是女性：

$$(\forall x)(\forall y)(sister(x,y) \rightarrow woman(x))$$

事实：Mary是Bill的姐妹：

$$sister(Mary.Bill)$$

事实：Mary不是Tom的兄弟：

$$\neg brother(Mary,Tom)$$

第一次作业

- 第二步：将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

规则1.

$$(\forall x)(\forall y)(brother(x,y) \rightarrow \neg woman(x))$$

消去蕴含符号

$$(\forall x)(\forall y)(\neg brother(x,y) \vee \neg woman(x))$$

用子句集表示

$$S_1 = \{\neg brother(x,y) \vee \neg woman(x)\}$$

第一次作业

规则2.

$$(\forall x)(\forall y)(sister(x,y) \rightarrow woman(x))$$

消去蕴含符号

$$(\forall x)(\forall y)(\neg sister(x,y) \vee woman(x))$$

用子句集表示

$$S_2 = \{\neg sister(x,y) \vee woman(x)\}$$

第一次作业

事实 $$sister\left(Mary.Bill\right)$$

用子句集表示 $$S_3 = \{sister\left(Mary.Bill\right)\}$$

求证 $$\neg brother\left(Mary, Tom\right)$$

将其否定用子句集表示

$$S_{\neg 4} = \{brother\left(Mary, Tom\right)\}$$

所以

$$\begin{aligned} S &= S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_{\neg 4} \\ &= \{\neg brother\left(x, y\right) \vee \neg woman\left(x\right), \neg sister\left(x, y\right) \vee woman\left(x\right), \\ &\qquad sister\left(Mary.Bill\right), brother\left(Mary, Tom\right)\} \end{aligned}$$

第一次作业

- 第三步：利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

$$(1)\neg brother(x,y) \vee \neg woman(x)$$
$$(2)\neg sister(x,y) \vee woman(x)$$
$$(3) sister(Mary, Bill)$$
$$(4) brother(Mary, Tome)$$
$$(1)\text{与}(4)\text{归结}, \sigma = \{Mary/x, Tom/y\} \Rightarrow (5)\neg woman(Mary)$$
$$(2)\text{与}(3)\text{归结}, \sigma = \{Mary/x, Bill/y\} \Rightarrow (6) woman(Mary)$$
$$(5)\text{与}(6)\text{归结} \Rightarrow (7) NIL$$

- 由此证得Mary不是Tom的兄弟

第一次作业

1.4 用谓词逻辑的子句集表示下述刑侦知识，并用反演归结的支持集策略证明结论。

(1) 用子句集表示下述知识。

① John 是贼;

② Paul 喜欢酒(wine);

③ Paul(也) 喜欢奶酪 (cheese);

④ 如果Paul 喜欢某物，则John也喜欢;

⑤ 如果某人是贼，而且喜欢某物，则他就可能会偷窃该物。

(2) 求：John 可能会偷窃什么？

- 第一步：定义谓词，将已知条件和要求证明的问题用谓词公式表示出来。

（1）定义谓词：

$thief(x)$: 表示x是贼

$likes(x, y)$: 表示x喜欢y

$steal(x, y)$: 表示x可能会偷窃y

第一次作业

（1）将前提及要求证明的问题表示成谓词公式：John 是贼 $thief(John)$

Paul 喜欢酒（wine） $likes(Paul, wine)$

Paul 喜欢奶酪（cheese） $likes(Paul, cheese)$

如果 Paul 喜欢某物，则 John 也喜欢

$$(\forall y)(likes(Paul, y)) \rightarrow likes(John, y))$$

John 可能会偷窃酒 $steal(John, wine)$

John 可能会偷奶酪 $steal(John, cheese)$

第一次作业

- 第二步：将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

$thief(John)$ 用子句集表示： $S_1 = \{thief(John)\}$

$likes(Paul, wine)$ 用子句集表示： $S_2 = \{likes(Paul, wine)\}$

$likes(Paul, cheese)$ 用子句集表示： $S_3 = \{likes(Paul, cheese)\}$

$$(\forall y)(likes(Paul, y)) \to likes(John, y))$$

消去蕴含符号： $(\forall y)(\neg likes(Paul, y)) \vee likes(John, y))$

用子句集表示： $S_4 = \{\neg likes(Paul, y)) \vee likes(John, y)\}$

第一次作业

$$(\forall x)(\forall y)(thief(x) \land likes(x,y) \rightarrow steal(x,y))$$

消去蕴含符号：

$$(\forall x)(\forall y)(\neg(thief(x) \land likes(x,y)) \lor steal(x,y))$$

将否定符号移到谓词前面：

$$(\forall x)(\forall y)(\neg thief(x) \lor \neg likes(x,y) \lor steal(x,y))$$

用子句集表示：

$$S_5 = \{\neg thief(x) \lor \neg likes(x,y) \lor steal(x,y)\}$$

第一次作业

$steal(John, wine)$将其否定用子句集表示： $S_{\neg 6} = \{\neg steal(John, wine)\}$

$steal(John, cheese)$将其否定用子句集表示: $S_{\neg 7} = \{\neg steal(John, cheese)\}$

即:

$$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 \cup S_5 \cup S_{\neg 6} \cup S_{\neg 7}$$

- 第三步：利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

$$(1) thief(John)$$
$$(2) likes(Paul, wine)$$
$$(3) likes(Paul, cheese)$$
$$(4) \neg likes(Paul, y) \vee likes(John, y)$$
$$(5) \neg thief(x) \vee \neg likes(x, y) \vee steal(x, y)$$
$$(6) \neg steal(John, wine)$$
$$(7) \neg steal(John, cheese)$$

第一次作业

- 第三步：利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

(5)与(6)归结，$\sigma=\{John/x, wine/y\} \Rightarrow (8)\neg thief(John) \vee \neg likes(John, wine)$
(1)与(8)归结 $\Rightarrow (9)\neg likes(John, wine)$
(4)与(9)归结，$\sigma=\{wine/y\} \Rightarrow (10)\neg likes(Paul, wine)$
(2)与(10)归结 $\Rightarrow NIL$
由此可知$John$可能会偷窃酒（$wine$）
(5)与(7)归结，$\sigma=\{John/x, cheese/y\} \Rightarrow (11)\neg thief(John) \vee \neg likes(John, cheese)$
(1)与(11)归结 $\Rightarrow (12)\neg likes(John, cheese)$
(4)与(12)归结，$\sigma=\{cheese/y\} \Rightarrow (13)\neg likes(Paul, cheese)$
(3)与(13)归结 $\Rightarrow NIL$
由此可知，$John$可能会偷窃奶酪（$cheese$）

- 综上，John可能会偷窃酒，也可能会偷窃奶酪。

1.5 任何通过了历史考试并中了彩票的人都是快乐的。任何肯学习或幸运的人都可以通过所有考试，小张不学习，但很幸运，任何人只要是幸运的，就能中彩。

求证：小张是快乐的。

- 第一步：定义谓词，将待证明的问题的前提条件和逻辑结论用谓词公式表示出来。

(1) 定义谓词

$$study(x)\text{表示}x\text{肯学习}$$
$$win(x)\text{表示}x\text{中彩}$$
$$lucky(x)\text{表示}x\text{幸运}$$
$$happy(x)\text{表示}x\text{快乐}$$
$$pass(x,y)\text{表示}x\text{通过考试}y$$

第一次作业

(2) 将前提及要求证明的问题表示成谓词公式

- 任何通过历史考试并中了彩票的人是幸运的

$$(\forall x)(pass(x, history) \wedge win(x) \rightarrow happy(x))$$

- 任何肯学习或幸运的人可以通过所有考试

$$(\forall x)(\forall y)(study(x) \vee lucky(x) \rightarrow pass(x, y))$$

- 小张不学习 $\neg study(zhang)$
- 小张很幸运 $lucky(zhang)$
- 任何人只要是幸运的，就能中彩票 $(\forall x)(lucky(x) \rightarrow win(x))$
- 求证：小张是快乐的 $happy(zhang)$

第一次作业

- 第二步：将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

$$(\forall x)(pass(x, history) \wedge win(x) \rightarrow happy(x))$$

- 消去蕴含符号

$$(\forall x)(\neg(pass(x, history) \wedge win(x)) \vee happy(x))$$

- 把否定符号移到每个谓词前面

$$(\forall x)(\neg pass(x, history) \vee \neg win(x) \vee happy(x))$$

- 用子句集表示

$$S_1 = \{\neg pass(x, history) \vee \neg win(x) \vee happy(x)\}$$

第一次作业

$$(\forall x)(\forall y)(study(x) \vee lucky(x) \rightarrow pass(x,y))$$

- 消去蕴含符号

$$(\forall x)(\forall y)(\neg(study(x) \vee lucky(x)) \vee pass(x,y))$$

- 把否定符号移到每个谓词前面

$$(\forall x)(\forall y)((\neg study(x) \vee pass(x,y)) \wedge (\neg lucky(x) \vee pass(x,y)))$$

- 用子句集表示

$$S_2 = \{\neg study(x) \vee pass(x,y), \neg lucky(x) \vee pass(x,y)\}$$

第一次作业

$\neg study(zhang)$ 用子句集表示: $S_3 = \{\neg study(zhang)\}$

$lucky(zhang)$ 用子句集表示: $S_4 = \{lucky(zhang)\}$

$$(\forall x)(lucky(x) \to win(x))$$

- 消去蕴含符号: $(\forall x)(\neg lucky(x) \vee win(x))$
- 用子句集表示: $S_5 = \{\neg lucky(x) \vee win(x)\}$

$happy(zhang)$ 用子句集表示: $S_{\neg 6}\{\neg happy(zhang)\}$

即: $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 \cup S_5 \cup S_{\neg 6}$

第一次作业

$\neg study(zhang)$ 用子句集表示： $S_3 = \{\neg study(zhang)\}$

$lucky(zhang)$ 用子句集表示： $S_4 = \{lucky(zhang)\}$

$$(\forall x)(lucky(x) \to win(x))$$

- 消去蕴含符号

$$(\forall x)(\neg lucky(x) \vee win(x))$$

- 用子句集表示

$$S_5 = \{\neg lucky(x) \vee win(x)\}$$

第一次作业

- 第三步：利用归结原理对子句集 S 中的子句进行归结。

$(1)\neg pass(x, history) \vee \neg win(x) \vee happy(x)$

$(2)\neg study(x) \vee pass(x, y)$

$(3)\neg lucky(x) \vee pass(x, y)$

$(4)\neg study(zhang)$

$(5)lucky(zhang)$

$(6)\neg lucky(x) \vee win(x)$

$(7)\neg happy(zhang)$

(1)与(7)归结，$\sigma = \{zhang/x\} \Rightarrow (8)\neg pass(zhang, history) \vee \neg win(zhang)$

(5)与(6)归结，$\sigma = \{zhang/x\} \Rightarrow (9)win(zhang)$

(8)与(9)归结 $\Rightarrow (10)\neg pass(zhang, history)$

(2)与(10)归结，$\sigma = \{zhang/x, history/y\} \Rightarrow (11)\neg study(zhang)$

(4)与(11)归结 $\Rightarrow (12)NIL$

- 所以小张是快乐的。

Thanks