



现代密码学

Modern Cryptography

张方国

中山大学计算机学院

Office: Room 305, IM School Building

E-mail: isszhfg@mail.sysu.edu.cn

HomePage: <https://cse.sysu.edu.cn/content/2460>





第十讲 分组密码：AES

- AES
- 分组密码工作模式





AES

- 1997年1月，美国NIST向全世界密码学界发出征集21世纪高级加密标准（AES——Advanced Encryption Standard）算法的公告，并成立了AES标准工作研究室，1997年4月15日的例会制定了对AES的评估标准。
- **AES的标准提纲：**（1）AES是公开的；（2）AES为单钥体制分组密码；（3）AES的密钥长度可变，可按需要增大；（4）AES适于用软件和硬件实现；（5）AES可以自由地使用，或按符合美国国家标准（ANST）策略的条件使用；（6）满足以上要求的AES算法，需按下述条件判断优劣：a. 安全性，b. 计算效率，c. 内存要求，d. 使用简便性，e. 灵活性。





AES

□ 1998年4月15日全面征集AES算法的工作结束。1998年8月20日举行了首届AES讨论会，对涉及14个国家的密码学家所提出的候选AES算法进行了评估和测试，初选并公布了15个被选方案，供大家公开讨论。

15个候选算法有：CAST-256，RC-6，CRYPTON-128，DEAL-128，FROG，简易布丁密码，LOKI-97，MAGENTA，MARS，Vaudenay的抗相关快速密码，RIJNDAEL，SAFER+，SERPENT，E-2，TWOFISH。这些算法设计思想新颖，技术水平先进，算法的强度都超过3-DES，实现速度快于3-DES。

□ 1999年8月9日NIST宣布第二轮筛选出的5个候选算法为：
MARS(C.Burwick等,IBM)，RC6TM (R. Rivest等,RSA Lab.)，
RIJNDEAL(J. Daemen,比)，SERPENT(R. Anderson等，英、以、挪威)，TWOFISH(B. Schiener)。





- 2000年4月13日，第三次AES会议上，对这5个候选算法的各种分析结果进行了讨论。
- 2000年10月，由比利时的Joan Daemen和Vincent Rijmen提出的算法最终胜出。
- 2001年11月，NIST完成了评估并发布了最终标准(FIPS PUB 197)，选择Rijndael作为AES算法。





John Daemen

*1965



Vincent Rijmen

*1970



- Belgians
- KU Leuven
- 1997: Rijndael



AES的设计原则

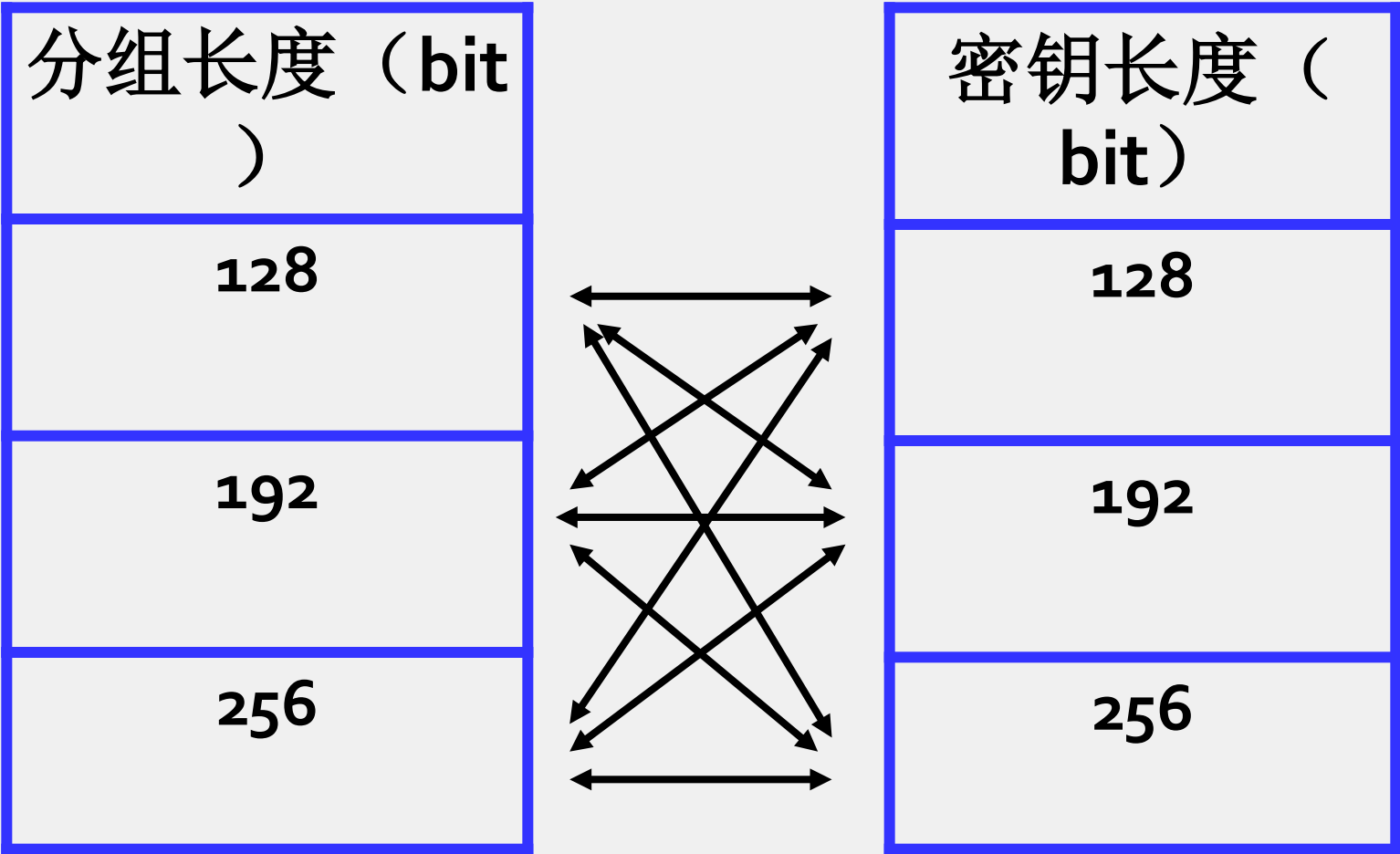
- 能抵抗所有已知的攻击;
- 在各种平台上易于实现, 速度快;
- 设计简单。

Rijndael是一个分组密码算法, 其分组长度和密钥长度相互独立, 都可以改变。



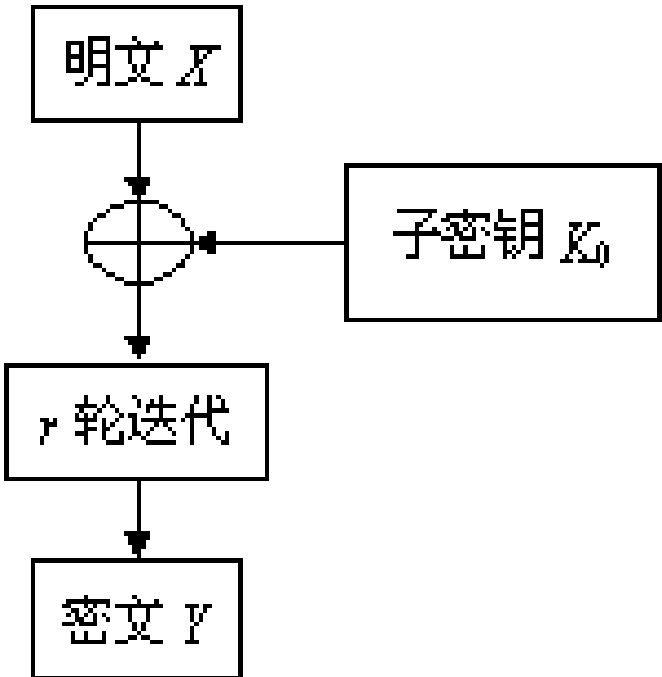


表 1. 分组长度和密钥长度的不同取值

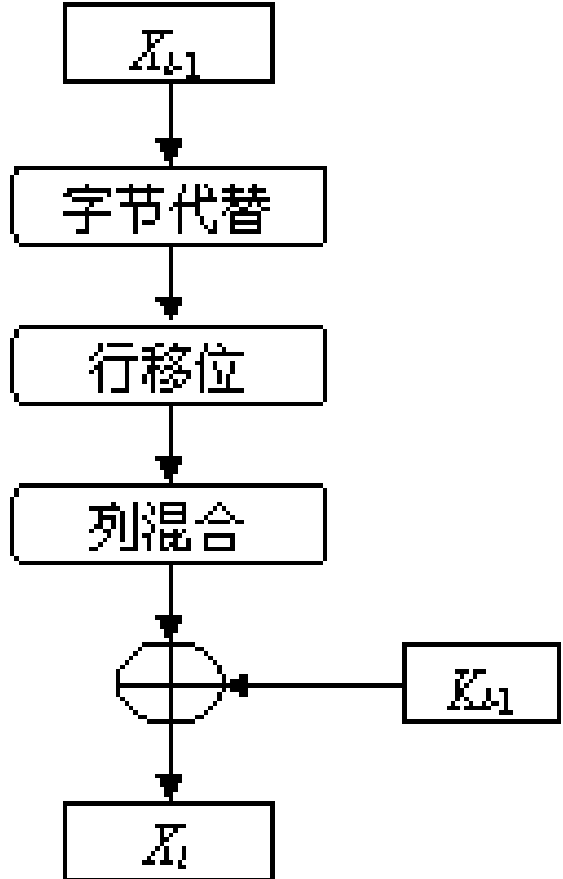




AES 算法结构



(a) AES 算法框图



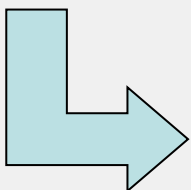
(b) 一轮 AES 结构



AES 算法加密部分的实现

1. 明文分组和密钥的组织排列方式

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----



0	4	8	12
1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15

Fig 1.1. 以明文分组为128bits为例组成的阵列





**Fig 1.2. 以明文分组（或密钥）为128bits、
192bits 、256bits为例组成的阵列**

0	4	8	12
1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15

0	4	8	12	16	20
1	5	9	13	17	21
2	6	10	14	18	22
3	7	11	15	19	23

0	4	8	12	16	20	24	28
1	5	9	13	17	21	25	29
2	6	10	14	18	22	26	30
3	7	11	15	19	23	27	31





一些相关的术语定义和表示

- **状态 (State)**：密码运算的中间结果称为状态。
- **State**的表示：状态用以字节为基本构成元素的矩阵阵列来表示，该阵列有4行，列数记为Nb。
$$Nb = \text{分组长度 (bits)} \div 32$$

Nb可以取的值为4, 6, 8, 对应的分组长度为128, 192, 256 bits。
- **密码密钥 (Cipher Key)**的表示：Cipher Key类似地用一个4行的矩阵阵列来表示，列数记为Nk。
$$Nk = \text{密钥长度 (bits)} \div 32$$

Nk可以取的值为4, 6, 8, 对应的密钥长度为128, 192, 256 bits。





**Fig 1.3. 当Nb=6时的状态和Nk=4时的
的密钥布局**

$a_{0,0}$	$a_{0,1}$	$a_{0,2}$	$a_{0,3}$	$a_{0,4}$	$a_{0,5}$
$a_{1,0}$	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{1,3}$	$a_{1,4}$	$a_{1,5}$
$a_{2,0}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	$a_{2,4}$	$a_{2,5}$
$a_{3,0}$	$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	$a_{3,5}$

Nb = 6

Block Length = 192 bits

$K_{0,0}$	$K_{0,1}$	$K_{0,2}$	$K_{0,3}$
$K_{1,0}$	$K_{1,1}$	$K_{1,2}$	$K_{1,3}$
$K_{2,0}$	$K_{2,1}$	$K_{2,2}$	$K_{2,3}$
$K_{3,0}$	$K_{3,1}$	$K_{3,2}$	$K_{3,3}$

Nk = 4

Key Length = 128 bits





Fig 1.4. 分组长度和密钥长度均为128 bits时的Rijndael加密算法框图

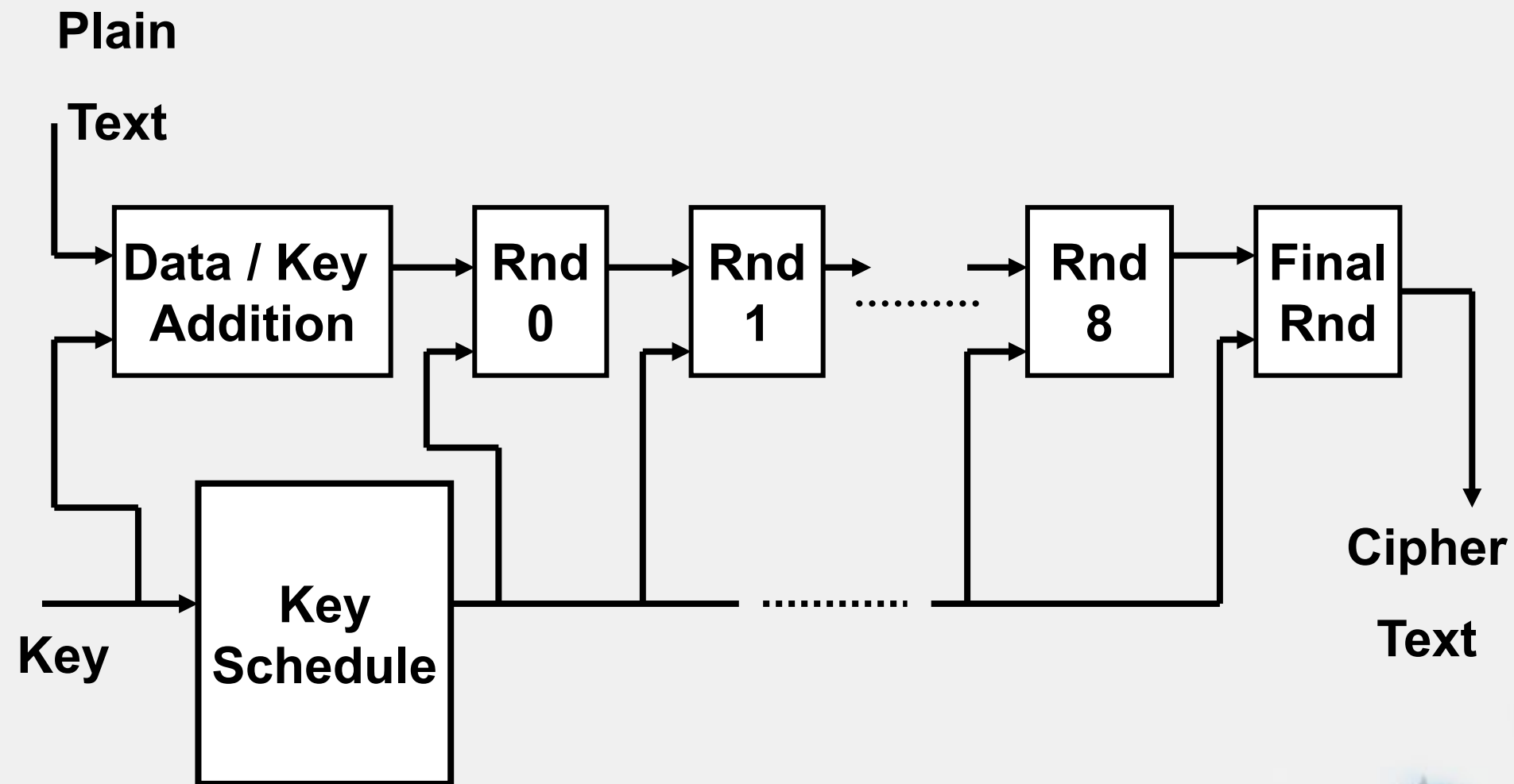




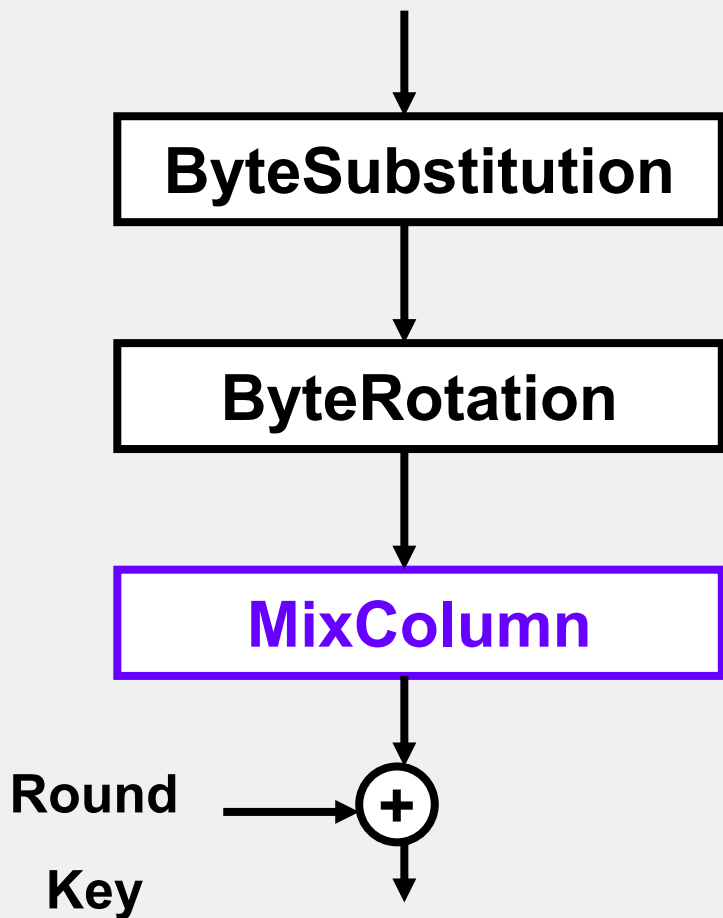
表 1.2. 圈数（Round）的不同取值

圈数（ Round）	Block Length=128	Block Length=192	Block Length=256
Key Length=128	10	12	14
Key Length=192	12	12	14
Key Length=256	14	14	14

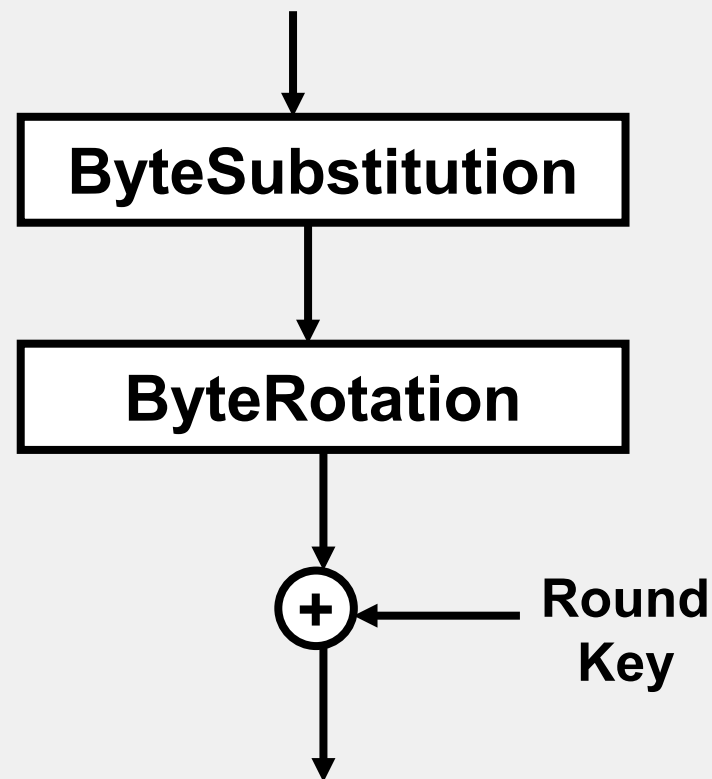




Fig 1.5. Rijndael Round的构成



一般的圈变换



最后一圈的圈变换



用伪代码表示的Rijndael圈变换

一般的圈变换

```
Round(State, RoundKey)
{
    ByteSubstitution;
    ByteRotation;
    MixColumn;
    AddRoundKey;
}
```

结尾圈的变换

```
FinalRound(State,
RoundKey)
{
    ByteSubstitution;
    ByteRotation;
    AddRoundKey;
}
```





ByteSubstitution(字节替代)

ByteSubstitution是一个非线性的字节替代，独立地在每个状态字节上进行运算。它包括两个变换。

1. 在有限域 $\text{GF}(2^8)$ 上求乘法逆，‘00’映射到它自身。
2. 在 $\text{GF}(2)$ 上进行下面的仿射变换：





$$\begin{bmatrix} y_7 \\ y_6 \\ y_5 \\ y_4 \\ y_3 \\ y_2 \\ y_1 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_7 \\ x_6 \\ x_5 \\ x_4 \\ x_3 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$



ByteSubstitution(字节替代)

Algorithm 4.4: SUBBYTES($a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$)

external FIELDINV, BINARYTOFIELD, FIELDTOBINARY

$z \leftarrow \text{BINARYTOFIELD}(a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0)$

if $z \neq 0$

then $z \leftarrow \text{FIELDINV}(z)$

$(a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0) \leftarrow \text{FIELDTOBINARY}(z)$

$(c_7c_6c_5c_4c_3c_2c_1c_0) \leftarrow (01100011)$

comment: In the following loop, all subscripts are to be reduced modulo 8

for $i \leftarrow 0$ **to** 7

do $b_i \leftarrow (a_i + a_{i+4} + a_{i+5} + a_{i+6} + a_{i+7} + c_i) \bmod 2$

return $(b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1b_0)$





ByteRotation(字节移位)

在ByteRotation变换中，状态阵列的后3行循环移位不同的偏移量。第1行循环移位**C1**字节，第2行循环移位**C2**字节，第3行循环移位**C3**字节。

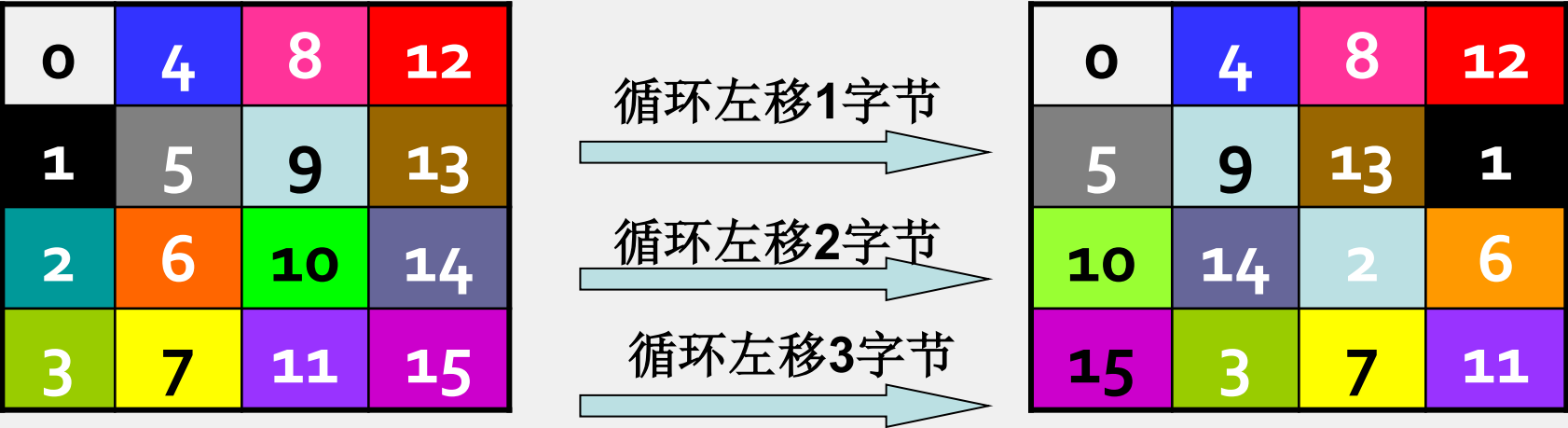
偏移量**C1**、**C2**、**C3**与分组长度**Nb**有关，如下表所示：

Nb	C ₁	C ₂	C ₃
4	1	2	3
6	1	2	3
8	1	3	4





Fig 1.7. ByteRotation





MixColumn(列混合)

将状态的列看作是有限域 $GF(2^8)$ 上的多项式 $a(x)$ ，与多项式 $c(x) = 03x^3 + 01x^2 + 01x + 02$ 相乘(模 x^4+1)。

令 $b(x) = c(x) \times a(x)$ ，写成矩阵形式为：

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$





列混合

Algorithm 4.5: MIXCOLUMN(c)

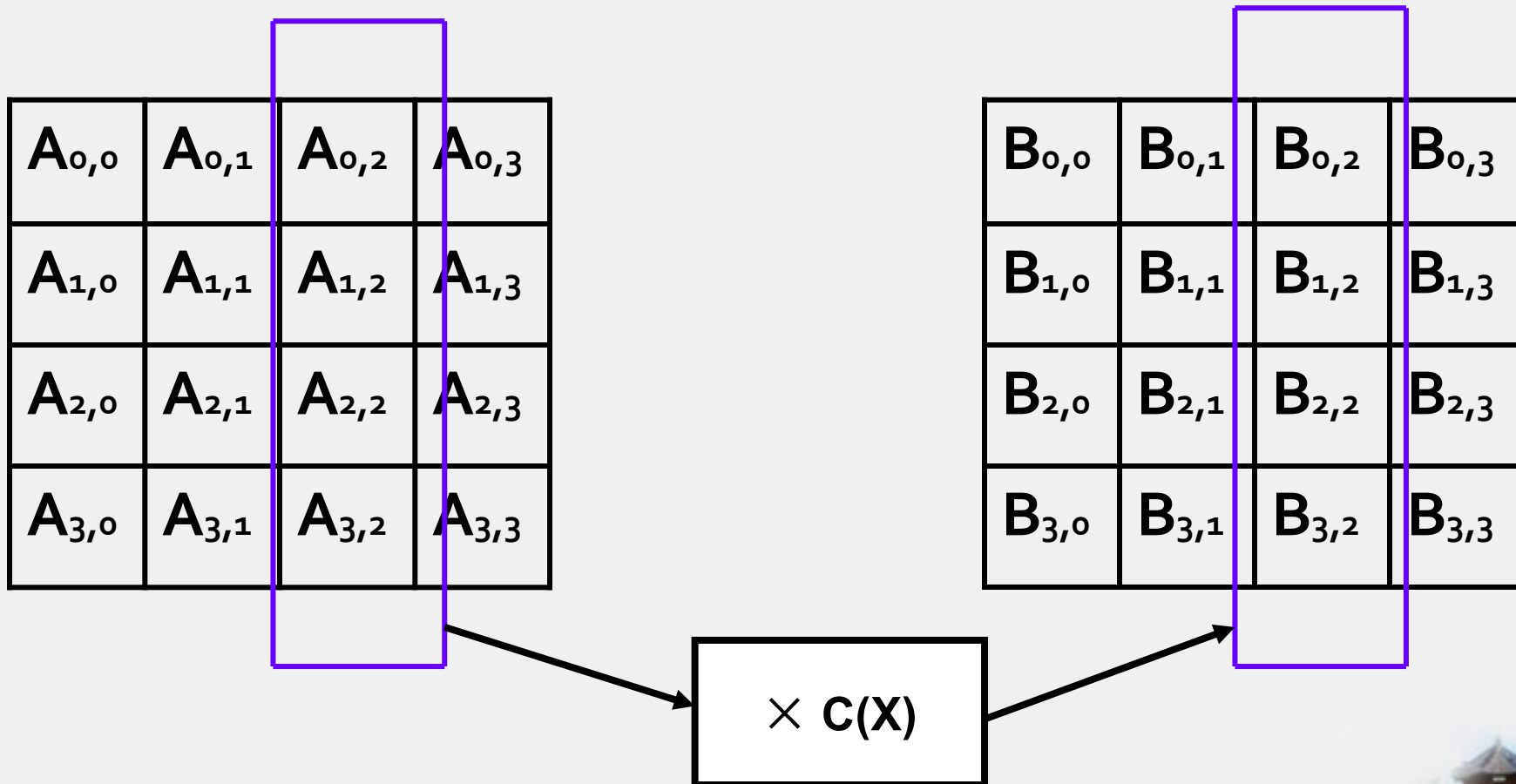
```
external FIELDMULT, BINARYTOFIELD, FIELDTOBINARY
for  $i \leftarrow 0$  to 3
  do  $t_i \leftarrow \text{BINARYTOFIELD}(s_{i,c})$ 
 $u_0 \leftarrow \text{FIELDMULT}(x, t_0) \oplus \text{FIELDMULT}(x + 1, t_1) \oplus t_2 \oplus t_3$ 
 $u_1 \leftarrow \text{FIELDMULT}(x, t_1) \oplus \text{FIELDMULT}(x + 1, t_2) \oplus t_3 \oplus t_0$ 
 $u_2 \leftarrow \text{FIELDMULT}(x, t_2) \oplus \text{FIELDMULT}(x + 1, t_3) \oplus t_0 \oplus t_1$ 
 $u_3 \leftarrow \text{FIELDMULT}(x, t_3) \oplus \text{FIELDMULT}(x + 1, t_0) \oplus t_1 \oplus t_2$ 
for  $i \leftarrow 0$  to 3
  do  $s_{i,c} \leftarrow \text{FIELDTOBINARY}(u_i)$ 
```





Fig 1.8. MixColumn

这一运算作用在每一列上





AddRoundKey(圈密钥加)

$A_{0,0}$	$A_{0,1}$	$A_{0,2}$	$A_{0,3}$
$A_{1,0}$	$A_{1,1}$	$A_{1,2}$	$A_{1,3}$
$A_{2,0}$	$A_{2,1}$	$A_{2,2}$	$A_{2,3}$
$A_{3,0}$	$A_{3,1}$	$A_{3,2}$	$A_{3,3}$

+

$K_{0,0}$	$K_{0,1}$	$K_{0,2}$	$K_{0,3}$
$K_{1,0}$	$K_{1,1}$	$K_{1,2}$	$K_{1,3}$
$K_{2,0}$	$K_{2,1}$	$K_{2,2}$	$K_{2,3}$
$K_{3,0}$	$K_{3,1}$	$K_{3,2}$	$K_{3,3}$

=

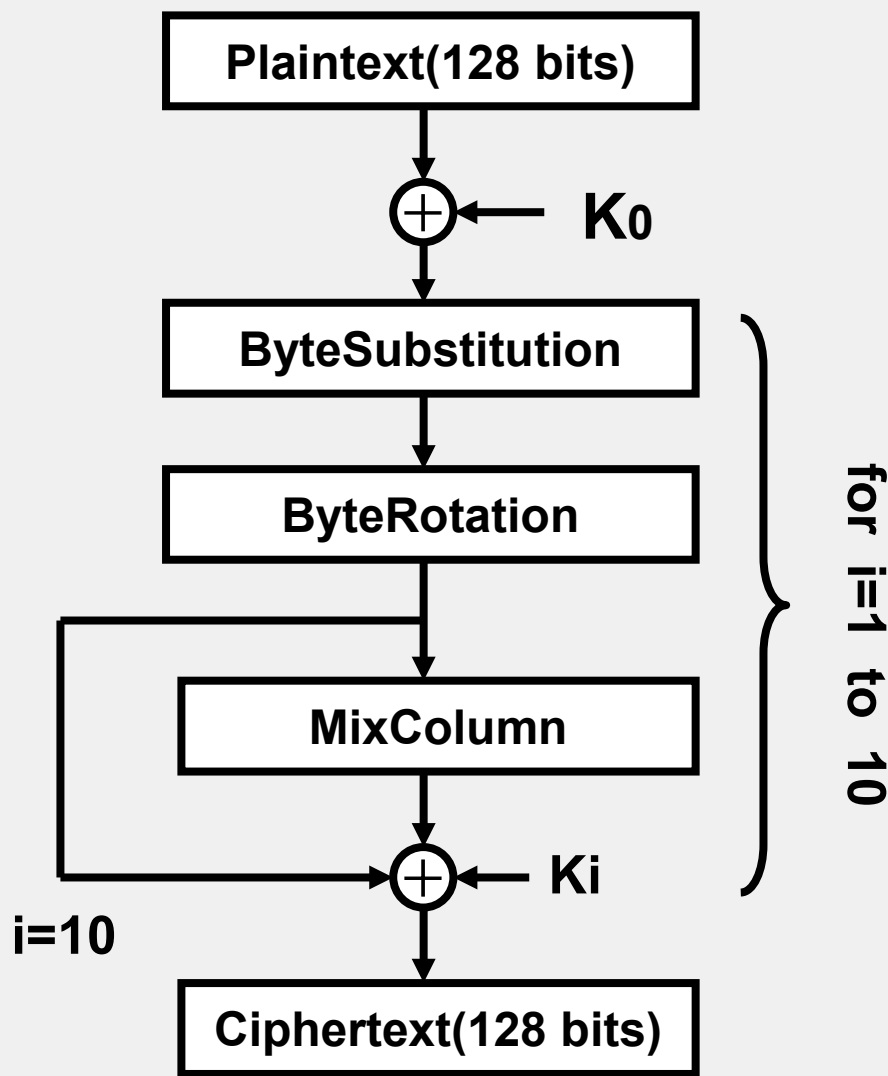
$B_{0,0}$	$B_{0,1}$	$B_{0,2}$	$B_{0,3}$
$B_{1,0}$	$B_{1,1}$	$B_{1,2}$	$B_{1,3}$
$B_{2,0}$	$B_{2,1}$	$B_{2,2}$	$B_{2,3}$
$B_{3,0}$	$B_{3,1}$	$B_{3,2}$	$B_{3,3}$

$$A_{3,3} + K_{3,3} = B_{3,3} \pmod{2}$$

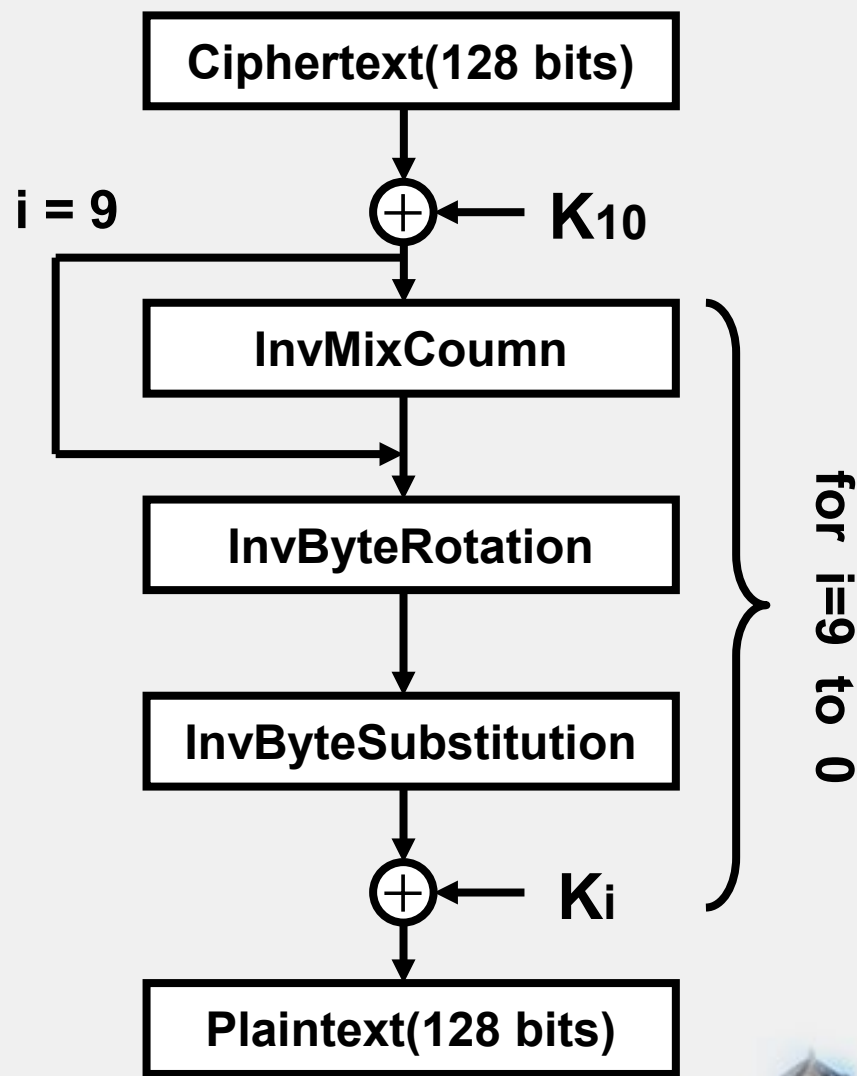




Fig 1.7. Rijndael加密及解密的标准结构
Block , Key Length = 128 bits



加密



解密



Rijndael密码的构成

Rijndael密码由以下三个部分组成：

- 一个初始圈密钥相加；
- $R_{nd}-1$ 圈；
- 一个结尾圈。





用伪代码表示的Rijndael加密算法

Rijndael (State, CipherKey)

{

KeyExpansion (CipherKey, ExpandedKey);

AddRoundKey (State, ExpandedKey);

For (i=1; i<Rnd; i++)

Round (State, ExpandedKey + Nb*i);

FinalRound (State, ExpandedKey + Nb*Rnd);

}





提前进行密钥扩展后的Rijndael加密算法描述

Rijndael (State, ExpandedKey)

{

AddRoundKey (State, ExpandedKey);

For (i=1; i<Rnd; i++)

Round (State, ExpandedKey + Nb*i);

FinalRound (State, ExpandedKey + Nb*Rnd);

}





AES 算法的密钥调度

密钥调度包括两个部分：密钥扩展和圈密钥选取

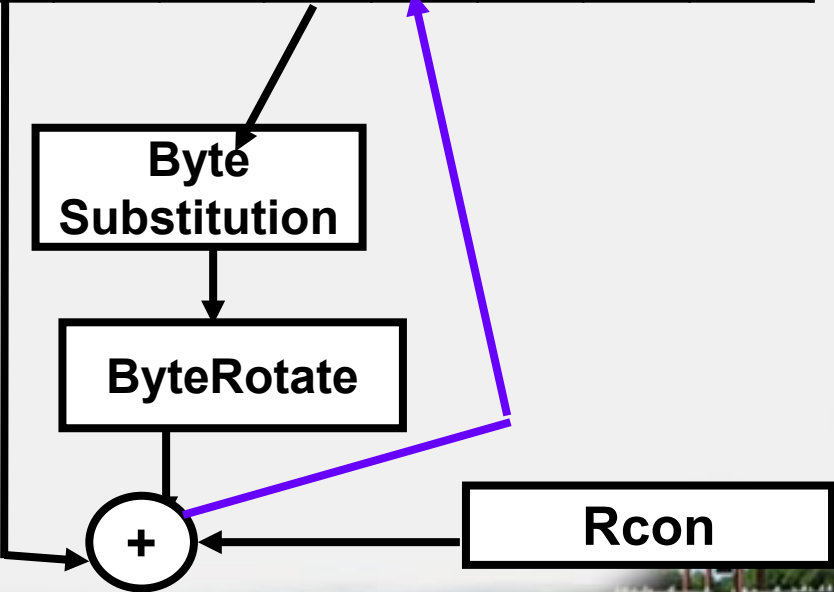
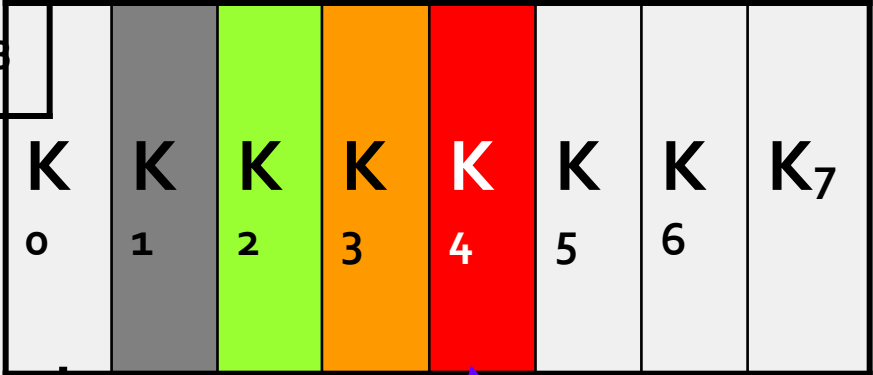
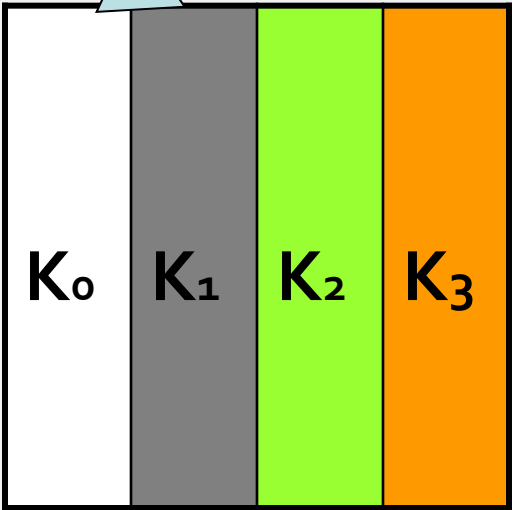
- 密钥bit的总数 = 分组长度 \times (圈数Round + 1) 例如当分组长度为128bits和圈数Round为10时，圈密钥长度为 $128 \times (10 + 1) = 1408\text{bits}$ 。
- 将密码密钥扩展成一个扩展密钥。
- 从扩展密钥中取出圈密钥：第一个圈密钥由扩展密钥的第一个Nb个4字节字，第二个圈密钥由接下来的Nb个4字节字组成，以此类推。





密钥扩展

$K_{0,0}$	$K_{0,1}$	$K_{0,2}$	$K_{0,3}$
$K_{1,0}$	$K_{1,1}$	$K_{1,2}$	$K_{1,3}$
$K_{2,0}$	$K_{2,1}$	$K_{2,2}$	$K_{2,3}$
$K_{3,0}$	$K_{3,1}$	$K_{3,2}$	$K_{3,3}$



Algorithm 4.6: KEYEXPANSION(*key*)

external ROTWORD, SUBWORD

$RCon[1] \leftarrow 01000000$

$RCon[2] \leftarrow 02000000$

$RCon[3] \leftarrow 04000000$

$RCon[4] \leftarrow 08000000$

$RCon[5] \leftarrow 10000000$

$RCon[6] \leftarrow 20000000$

$RCon[7] \leftarrow 40000000$

$RCon[8] \leftarrow 80000000$

$RCon[9] \leftarrow 1B000000$

$RCon[10] \leftarrow 36000000$

for $i \leftarrow 0$ **to** 3

do $w[i] \leftarrow (key[4i], key[4i + 1], key[4i + 2], key[4i + 3])$

for $i \leftarrow 4$ **to** 43

do $\begin{cases} temp \leftarrow w[i - 1] \\ \text{if } i \equiv 0 \pmod{4} \\ \quad \text{then } temp \leftarrow \text{SUBWORD}(\text{ROTWORD}(temp)) \oplus RCon[i/4] \\ w[i] \leftarrow w[i - 4] \oplus temp \end{cases}$

return $(w[0], \dots, w[43])$



圈密钥选取

K_0	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}	$K_{12} \dots\dots$	
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	----------	----------	---------------------	--



圈密钥0



圈密钥1



圈密钥2





分组密码运行模式

分组密码每次加密的明文数据量是固定的分组长度 n ，而实用中待加密消息的数据量是不定的。另一方面，即使有了安全的分组密码算法，也需要采用适当的工作模式来隐蔽明文的统计特性、数据的格式等，以提高整体的安全性，降低删除、重放、插入和伪造成功的机会。所采用的工作模式应当力求简单、有效和易于实现。

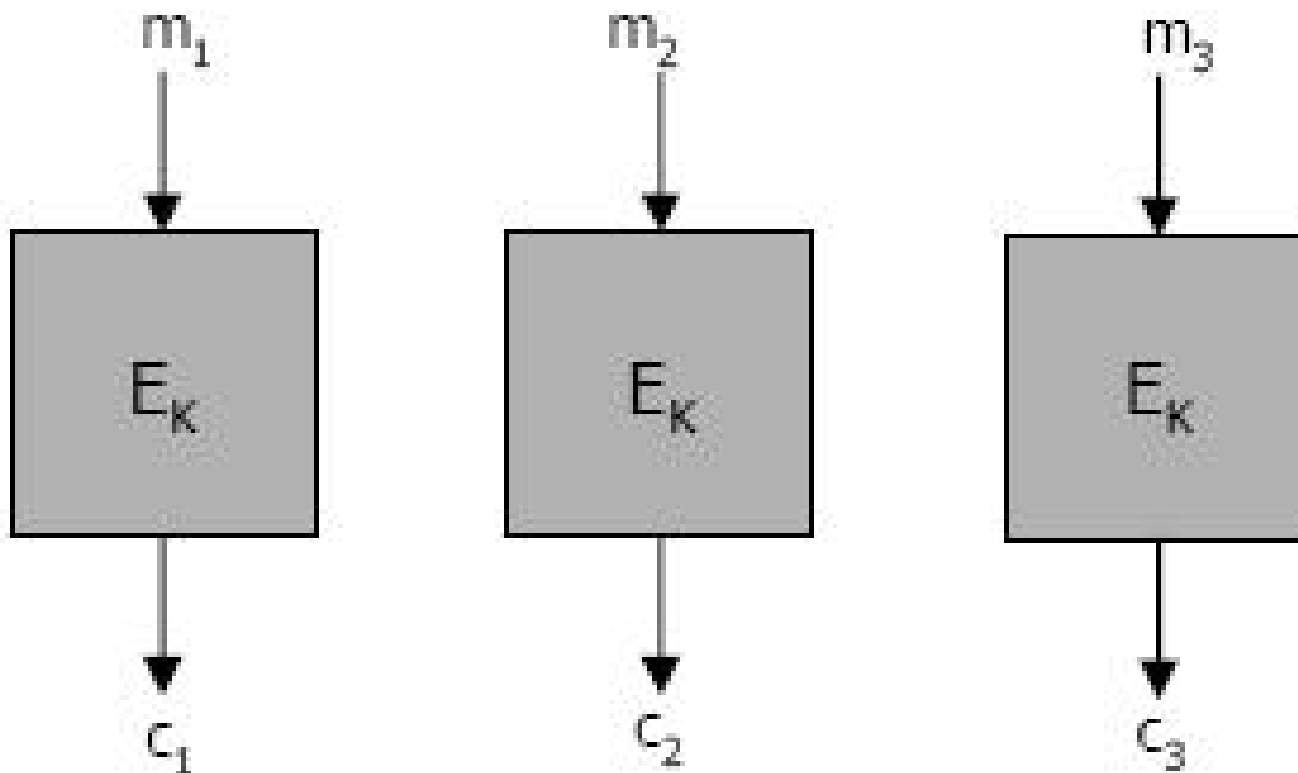
美国NSA在[FIPS PUB 74和81]中规定了DES的四种基本工作模式：电子码本(ECB)，密码分组链接(CBC)，密码反馈(CFB)，输出反馈(OFB)。

800-38A中NIST将推荐模式扩展为5个，计数器模式(CTR)。





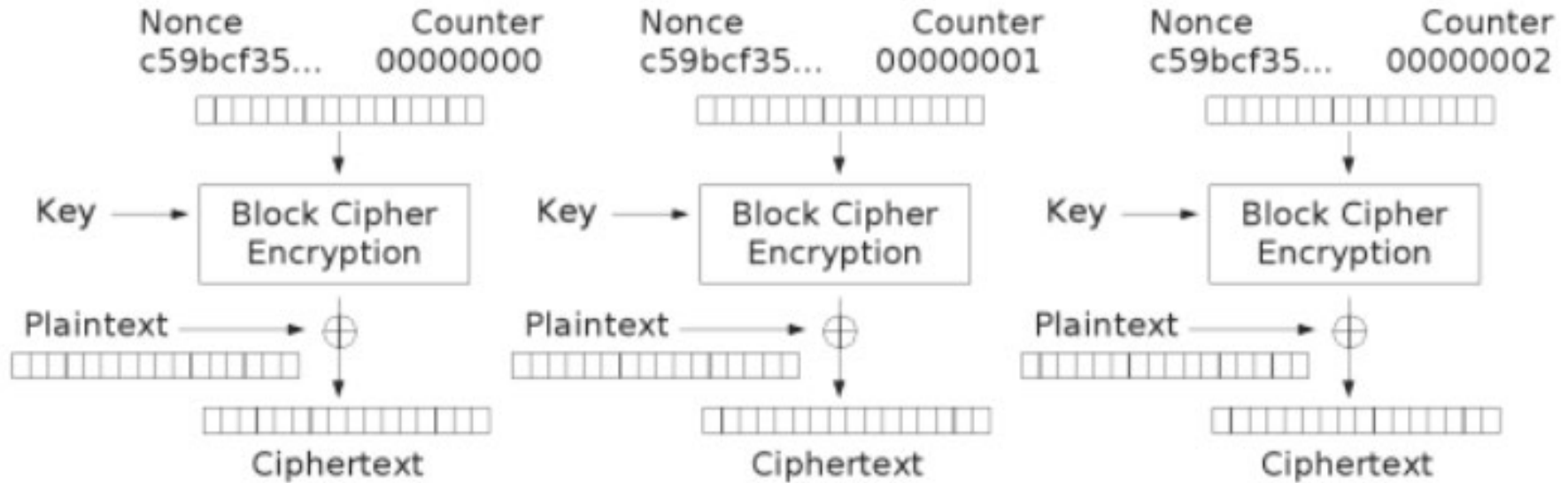
Electronic Code Book Mode (ECB)



- 缺点：** 在给定的密钥下同一明文组总产生同样的密文组，这会暴露明文数据的格式和统计特征。在ECB模式，所有这些特征都将被反映到密文中，使密码分析者可以对其进行统计分析、重传和代换攻击。



Counter (CTR) mode



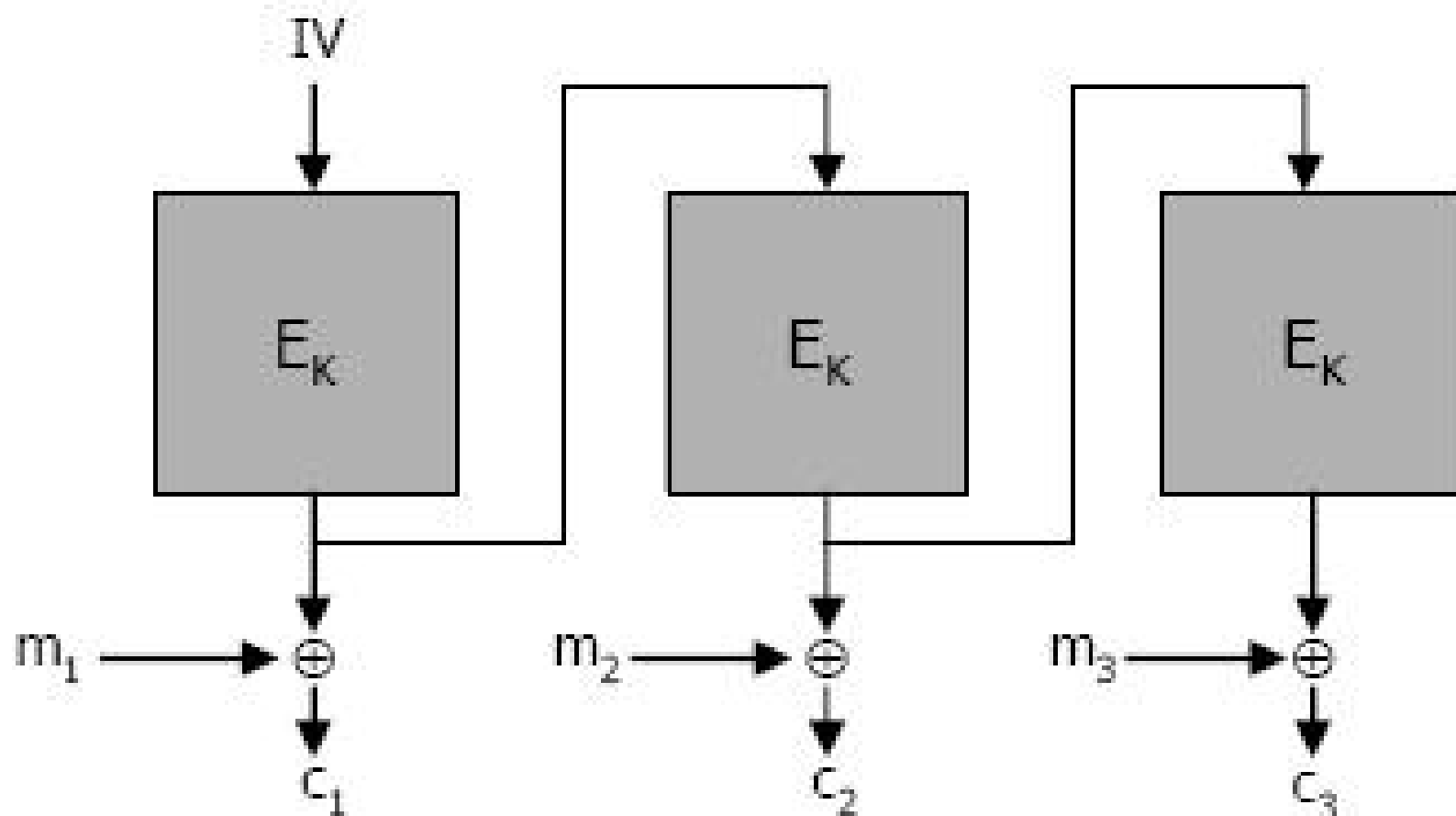
Counter (CTR) mode encryption

- can be precomputed and fully parallelized
- allows random access



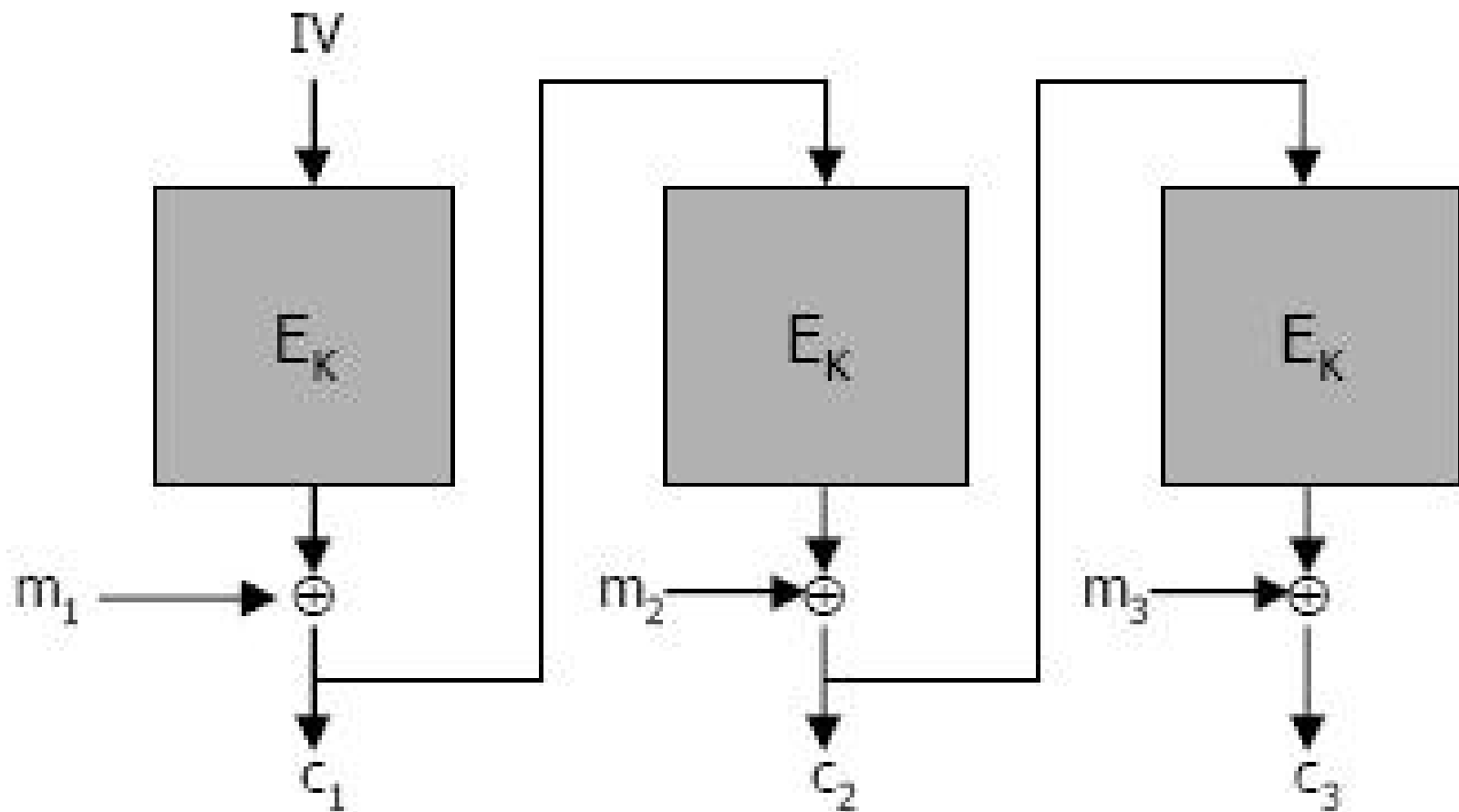


Output Feedback Mode (OFB)



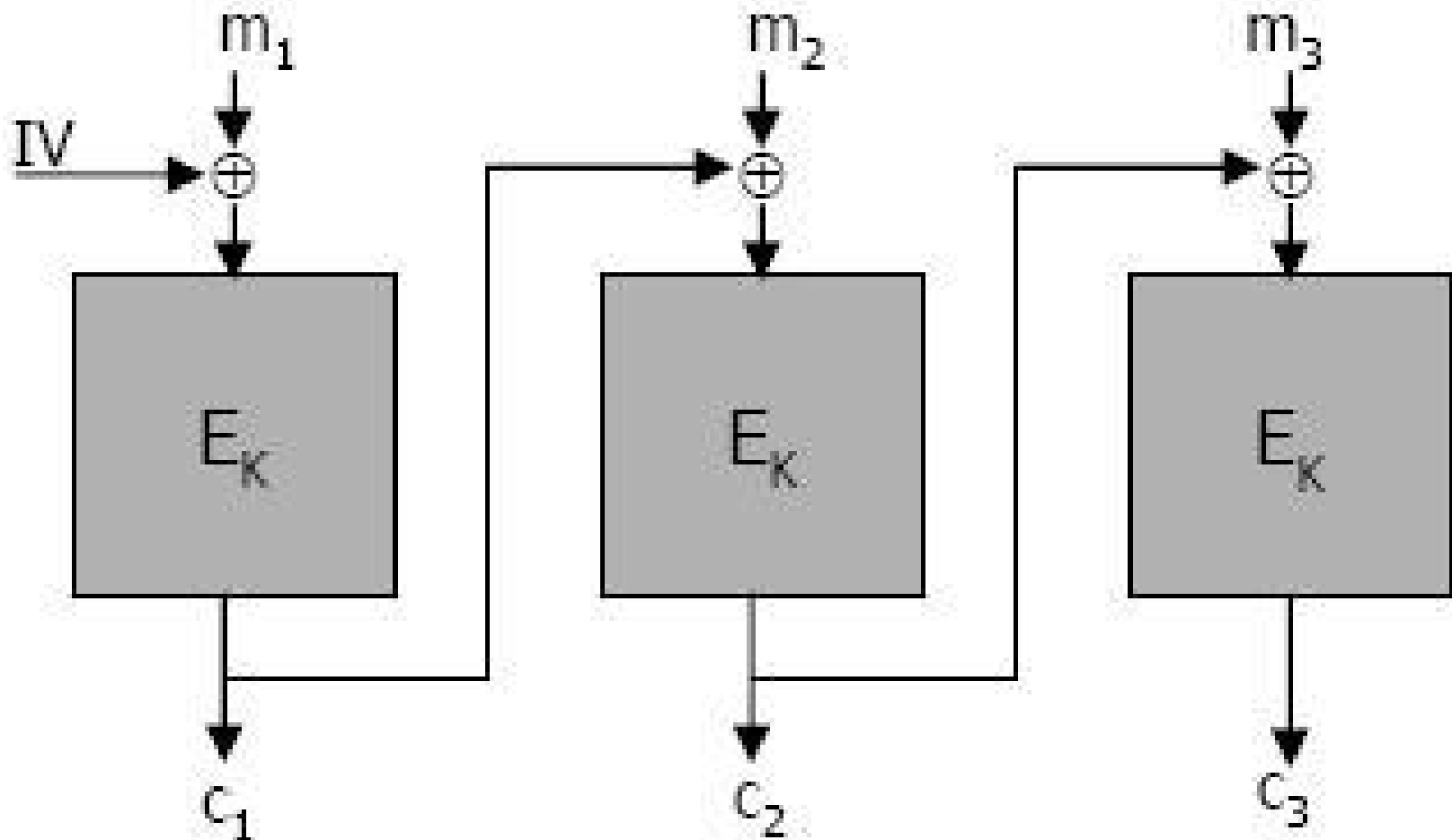


Cipher Feedback Mode (CFB)





Cipher Block Chaining Mode (CBC)





计数密码分组链接模式(CCM)

- 基本上就是计数模式和CBC模式的组合使用

