NO.
DATE

1、一颗树有13个顶点，除3个2度顶点和树叶外，其它都是5度顶点，画出所有互不同构的这种树。

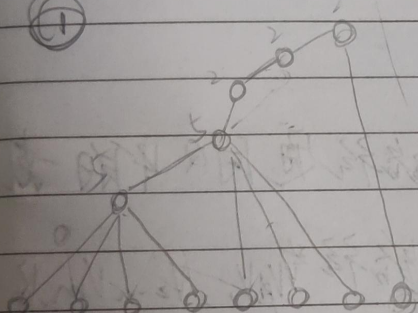
$n=13$，则 $m=n-1=12$

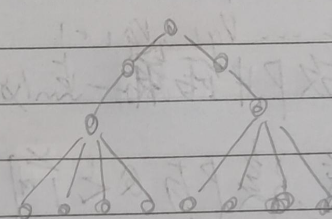
设该树有 x 片树叶，由握手定理可得：

$x+3\times2+5\times(13-3-x)=2\times12$

得 $x=8$　即有8片树叶，3个2度顶点与2个5度顶点。

画出不同构的树：

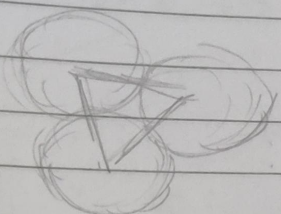
① 

② 

3、证明简单图中存在长度至少是 δ 的路

假设 $P=v_1, v_2 \ldots v_l, v_{l+1}$ 是简单图中最长的路，其长度为 l 且 $l<\delta$，对于 v_1，有 $d(v_1)\geq\delta>l$，从而可知 v_1 在 P 外至少还有一个顶点 v_0 相邻，于是 $v_0, v_1 \ldots v_{l+1}$ 为该简单图中一条比 P 更长的路，与假设不符。故简单图中存在长度至少是 δ 的路

4、平面上有n个点，两两距离至少为1，证明这些点中距离恰好为1的点对数不超过3n.



易证得一个半径为0.5的圆外有最多6个与其相切且不重合的外切圆

则对于n个点，最多有 $6n/2 = 3n$ 对点~~对~~之间的距离恰好为1

5、简单连通图G中最长路径的长度为L，P与Q为长度为L的两条路径，证明P与Q相交

设 P 为 $v_{p1}, v_{p2} \dots v_{pL}, v_{pL+1}$

Q为 $v_{q1}, v_{q2} \dots v_{qL}, v_{qL+1}$

由于G连通，故P中任意一点必存在一条路径通向Q

设P与Q不相交，设P与Q之间的最短路径为 $v_{pi}, v_1, v_2 \dots v_m, v_{qj}$

~~且该路径在P、Q之间~~

其中，v_{pi}在P中，v_{qj}在Q中，不失一般性

假设 $len(v_{p1},\dots,v_{pi}) \ge len(v_{pi},\dots,v_{pL+1})$

$len(v_{q1},\dots v_{qj}) \ge len(v_{qj},\dots,v_{qL+1})$

则必有 $v_{p1},\dots v_{pi}, v_1, \dots v_m, v_{qj}, \dots v_{q1}$ 的长度大于L，与题设不符，故P、Q必相交

7、简单图G满足 $d(u)+d(v) \ge n$，$\forall u,v \in V$，证明G是连通图

假设G不连通 ①取u, v分别来自两个不同分支，其中u所在分支含k个顶点，有 $d(u) \le k-1$，$d(v) \le n-k-1$

有 $d(u)+d(v) \le n-2 < n$，与题条件不符。

②若u,v来自同一分支，且该分支含k个节点 $(k<n)$，此时必通过去掉余G的简单图

u与v之间唯一的割边将u与v分到两个不同分支

此时 $d(u)+d(v) < k-2+2 = k < n$ 与题不符。

由①②故G是连通图

8. 图G有9个节点，每个节点的度数不是5就是6，证明G至少5个度数为6的节点，或6个度数为5的节点。

设度数为5的节点有x个，为6的节点有y个，即证 $y \geq 5$ 或 $x \geq 6$

有 $x+y=9$，若 $y \leq 4$ 且 $x \leq 5$，即 $y=4$，$x=5$

此时有G的顶点度数和为 $4\times6+5\times5=49$ 为奇数，图不存在。

故有 $y \geq 5$ 或 $x \geq 6$

~~9. 平面上有 $n \geq 3$ 条线段，其中任意3条有公共端点，证明这n条线段有公共端点。~~

6. 简单图G满足 $\Delta(G)=\lceil n/2 \rceil$ 与 $\delta(G)=\lfloor n/2 \rfloor -1$ 是否是连通图，证明或给出反例

设G不连通，则G中至少包含2个连通分支，且其中一个分支的顶点数 $\leq \lfloor n/2 \rfloor$，其中的每个顶点的度数均 $\leq \lfloor n/2 \rfloor -1$，要使等号成立，该分支需为完全图，且该分支顶点数为 $\lfloor n/2 \rfloor$
每个顶点
此时对于另一个分支，即使是达到最大，其只能包含节点数 $\lceil n/2 \rceil$，其顶点最大度数为 $\lceil n/2 \rceil -1$，此时 $\Delta(G)=\lceil n/2 \rceil -1$ 与题不符，故G为连通图