

整数线性规划

PB20000156
徐亦昶

问题描述

某储蓄所每天的营业时间是上午 9:00 到下午 5:00。 根据经验， 每天不同时间段所需要的服务员数量如下：

时间段	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17
需要的 服务员 数量	4	3	4	6	5	6	8	8

储蓄所可以雇佣全时和半时两类服务员。 全时服务员每天报酬 100 元， 从上午 9:00 到下午 5:00 工作， 但中午 12:00 到下午 2:00 之间必须安排 1 小时的午餐时间。 储蓄所每天可以雇佣不超过 3 名的半时服务员， 每个半时服务员必须连续工作 4 小时， 报酬 40 元。 问： 应如何雇佣服务员使得总开支最小？

模型建立

不妨设所有半时服务员都在9至13时的整点开始工作（否则工作时间做平移， 开支不会增）。 设有 x_1 个半时服务员9点开始工作， x_2 个半时服务员10点开始工作，， x_5 个半时服务员13点开始工作， 并有 x_6 个全时服务员， 其中 x_7 人在12到13点午餐， x_8 人在13到14点午餐。 则问题可归结为一个整数线性规划：

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_6 \geq 4 \\ x_1 + x_2 + x_6 \geq 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_6 \geq 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_8 \geq 6 \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 \geq 5 \\ x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 6 \\ x_4 + x_5 + x_6 \geq 8 \\ x_5 + x_6 \geq 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3 \\ x_6 - x_7 - x_8 = 0 \\ x_1, \dots, x_6 \in \mathbb{N} \end{array} \right.$$

$$\min z = 40x_1 + 40x_2 + 40x_3 + 40x_4 + 40x_5 + 100x_6$$

程序求解

```

clear;
A=
[-1,0,0,0,0,-1,0,0;-1,-1,0,0,0,-1,0,0;-1,-1,-1,0,0,-1,0,0;-1,-1,-1,-1,0,0,0,-1;0,-1
,-1,-1,-1,0,-1,0;0,0,-1,-1,-1,-1,0,0;0,0,0,-1,-1,-1,0,0;0,0,0,0,-1,-1,0,0;1,1,1,1,1
,0,0,0];
b=[-4,-3,-4,-6,-5,-4,-8,-8,3];
intcon=[1;2;3;4;5;6;7;8];
c=[40,40,40,40,40,100,0,0];
Aeq=[0,0,0,0,0,1,-1,-1];
beq=[0];
[x,optvalue]=intlinprog(c,intcon,A,b,Aeq,beq,[0;0;0;0;0;0;0;0],[]);
disp(x);
disp(optvalue);

```

运行结果

结果如下：

```

0
0
2
0
1
7
3
4

820

```

因此雇佣2名半时服务员在11-15点工作，1名半时服务员在13-17时工作，7名全时服务员，其中3人在12-13点午餐，4人在13-14点午餐可以使得总开销最小，最小值是820元/日。