

1. 2° ~ 3°

2. 1° ~ 2°

1. 3° ~ 4°

2. 3° ~ 4°

P49 T1

1. 证明以下各对公式是等值的.

1° $p \rightarrow q$ 和 $\neg q \rightarrow \neg p$.2° $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r$ 和 $r \rightarrow (q \vee p)$.3° $(\neg p \vee q) \rightarrow r$ 和 $(p \wedge \neg q) \vee r$.4° $\neg(\neg p \vee q) \vee r$ 和 $(p \rightarrow q) \rightarrow r$.

- 以第三小问为例子 列真值表

解

3° 下面列出公式 $((\neg p \vee q) \rightarrow r) \leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \vee r)$ 的真值表:

等值的定义:

 p 与 q 等值,是指 $p \leftrightarrow q$ 是永真式

$((\neg p \vee q) \rightarrow r)$	\leftrightarrow	$((p \wedge \neg q) \vee r)$
1 0 1 0 0 0	1	0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 1 1	1	0 0 1 0 1 1
1 0 1 1 0 0	1	0 0 0 1 0 0
1 0 1 1 1 1	1	0 0 0 1 1 1
0 1 0 0 1 0	1	1 1 1 0 1 0
0 1 0 0 1 1	1	1 1 1 0 1 1
0 1 1 1 0 0	1	1 0 0 1 0 0
0 1 1 1 1 1	1	1 0 0 1 1 1

表 3: 公式 $((\neg p \vee q) \rightarrow r) \leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \vee r)$ 的真值表

因此 $((\neg p \vee q) \rightarrow r) \leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \vee r)$ 是永真式, 由定义可知 $(\neg p \vee q) \rightarrow r$ 与 $(p \wedge \neg q) \vee r$ 等值。

P49 T2

2. 证明 $\neg(x_1 \vee \neg x_2) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)$ 与以下公式都等值.1° $\neg(x_2 \rightarrow x_1) \rightarrow (\neg x_2 \vee x_3)$.2° $(\neg x_1 \wedge x_2) \rightarrow \neg(x_2 \wedge \neg x_3)$.

P53 T1

1. 求以下公式的等值主析取范式.

$$1^\circ x_1 \leftrightarrow x_2.$$

$$2^\circ x_1 \rightarrow (\neg x_2 \vee x_3).$$

$$3^\circ (x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_2 \leftrightarrow x_3).$$

$$4^\circ \neg((x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow x_3).$$

$$5^\circ ((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4.$$

• 第三问

3° 根据如下的真值表

$(x_1 \wedge x_3)$	\vee	$(\neg x_2 \leftrightarrow x_3)$
0 0 0	0	1 0 0 0
0 0 1	1	1 0 1 1
0 0 0	1	0 1 1 0
0 0 1	0	0 1 0 1
1 0 0	0	1 0 0 0
1 1 1	1	1 0 1 1
1 0 0	1	0 1 1 0
1 1 1	1	0 1 0 1

表 1: 公式 3° 的真值表

得到公式 3° 的成真指派是 $(0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$ 。写出与这 5 个成真指派相对应的基本合取式: $\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3$, $\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3$, $x_1 \wedge \neg x_2 \vee x_3$, $x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3$, $x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$, 然后以它们为析取支构成析取范式, 便得所求:

$$(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \vee x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3)$$

• 第四问

4° 根据如下的真值表

	\neg	$((x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow x_3)$					
1	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1

表 2: 公式 4° 的真值表

得到公式 4° 的成真指派是 $(0, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 0)$ 。写出与这 3 个成真指派相对应的基本合取式: $\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3, \neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3, x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3$, 然后以它们为析取支构成析取范式, 便得所求:

$$(x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3)$$

P53 T2

2. 求以下公式的等值主合取范式.

1° $(\neg x_1 \vee x_2) \rightarrow x_3.$

2° $x_1 \leftrightarrow x_2.$

3° $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3).$

4° $((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4.$

- 以第四问为例子

$((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3)$					\rightarrow	x_4
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

表 3: 公式 4° 的真值表

得到公式 $\neg(((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4)$ 的成真指派是

$(0, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 1, 1, 0)$

则 $\neg(((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4)$ 的等值主析取范式是

$$(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4) \\ \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4)$$

由此得 $((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4$ 的等值主合取范式是

$$(x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \\ \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4)$$

tip

考试类似题目请务必按照标准列出真值表