

# 第六次作业反馈

---

彭怡腾

## 一、参考解答

---

p66

### 2.3-2.4

以下内容中，**绿色**标记代表**自由**出现的 $x_1$ ，**红色**标记代表**约束**出现的 $x_1$ 。

$$3^\circ \quad \forall x_1 R_1^1(x_1) \rightarrow \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2).$$

项  $f_1^2(x_1, x_2)$  对这些公式中的  $x_2$  是自由的

$$4^\circ \quad \forall x_2 R_1^2(f_1^2(x_1, x_2), x_1) \rightarrow \forall x_1 R_2^2(x_3, f_2^2(x_1, x_2)).$$

项  $f_1^2(x_1, x_2)$  对这些公式中的  $x_2$  不是自由的

### 3.3-3.4

$$3^\circ \quad \forall x_2 R_1^1(f_1^1(x_2)) \rightarrow \forall x_3 R_1^3(x_1, x_2, x_3).$$

不自由

$$4^\circ \quad \forall x_2 R_1^3(x_1, f_1^1(x_1), x_2) \rightarrow \forall x_3 R_1^1(f_1^2(x_1, x_3)).$$

不自由

## 5

这个题目虽然我们后来对题目做了修正，但是还是有部分同学在理解题意时将“个体变元 $x$ 在公式 $p(x)$ 中自由出现”理解为了 $p(x)$ 中所有 $x$ 都自由出现，在实际批改时，两种理解都算对，本题批改核心在于大家对于各个条件的转换有没有错误，定义理解有没有错误，以及各位的论证是否自治，下面给出一位同学较为清晰的解答：

因为  $x$  在公式  $p(x)$  中自由出现, 所以所有的  $x$  都不是在  $\forall x$  中或在  $\forall x$  的范围中. 将  $p(y)$  中的  $y$  分为两部分:

1.  $p(x)$  中原有的  $y$ , 它们本身就是不自由出现的.
2.  $p(x)$  中  $x$  被替换后的  $y$ , 因为  $y$  对  $p(x)$  中的  $x$  是自由的, 所以这部分  $y$  都是自由的, 即它们都不是在  $\forall y$  中或在  $\forall y$  的范围中.

而因为  $p(x)$  中的  $x$  都不是在  $\forall x$  中或在  $\forall x$  的范围中, 所以  $p(y)$  中自由的  $y$  (即 b 部分) 都不是在  $\forall x$  中或在  $\forall x$  的范围中. 因此, 用  $x$  替换  $p(y)$  中自由出现的  $y$  后, 这些  $x$  都不会出现在  $\forall x$  中或在  $\forall x$  的范围中. 因此,  $x$  对  $p(y)$  中的  $y$  也是自由的.

不少同学也采用了这种将  $y$  分为两部分的解答方法, 很清晰, 支持!

在两种理解的解答思路中, 都可以采用这种分两部分的解答方法, 简单来说过程如下: 1、原有的  $y$  本身不自由。2、 $p(x)$  中  $x$  被替换的  $y$ , 一定也不在  $\forall x$  的范围内 (因为被替换的  $x$  是自由的  $x$ , 不在  $\forall x$  的范围内)。因此  $x$  对  $p(y)$  中的  $y$  是自由的。

## P73

## 2

证明: 先证明  $\{\forall x (p \rightarrow q), \forall x p\} \vdash \forall x q$ :

(1)	$\forall x (p \rightarrow q)$	假定
(2)	$\forall x (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$	K4
(3)	$p \rightarrow q$	(1),(2),MP
(4)	$\forall x p$	假定
(5)	$\forall x p \rightarrow p$	K4
(6)	$p$	(4),(5),MP
(7)	$q$	(3),(6),MP
(8)	$\forall x q$	(7),Gen

$\therefore$  Gen 变元  $x$  不在  $\forall x (p \rightarrow q), \forall x p$  中自由出现

$\therefore$  使用两次演绎定理可得:

$$\vdash \forall x (p \rightarrow q) \rightarrow (\forall x p \rightarrow \forall x q)$$

## 3.1

(1)	$\forall x_1 \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2)$	假定
(2)	$\forall x_1 \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2) \rightarrow \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2)$	$K_4$
(3)	$\forall x_2 R_1^2(x_1, x_2)$	(1), (2), MP
(4)	$\forall x_2 R_1^2(x_1, x_2) \rightarrow R_1^2(x_1, x_1)$	$K_4$
(5)	$R_1^2(x_1, x_1)$	(3), (4), MP
(6)	$\forall x_1 R_1^2(x_1, x_1)$	(5), Gen

## 3.2

(1)	$\forall x_1 \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2)$	假定
(2)	$\forall x_1 \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2) \rightarrow \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2)$	$K_4$
(3)	$\forall x_2 R_1^2(x_1, x_2)$	(1), (2), MP
(4)	$\forall x_2 R_1^2(x_1, x_2) \rightarrow R_1^2(x_1, x_3)$	$K_4$
(5)	$R_1^2(x_1, x_3)$	(3), (4), MP
(6)	$\forall x_3 R_1^2(x_1, x_3)$	(5), Gen
(7)	$\forall x_1 \forall x_3 R_1^2(x_1, x_3)$	(6), Gen
(8)	$\forall x_1 \forall x_3 R_1^2(x_1, x_3) \rightarrow \forall x_3 R_1^2(x_2, x_3)$	$K_4$
(9)	$\forall x_3 R_1^2(x_2, x_3)$	(7), (8), MP
(10)	$\forall x_2 \forall x_3 R_1^2(x_2, x_3)$	(9), Gen

## 二、一些tips

有以下几个地方被作为了扣分点

1、第二题和第三题判断自由和约束判断错误，要记得 $\forall x$ 中的这个 $x$ 也是约束的，同时，请大家务必记得要详细标出哪些 $x$ 是被约束的，哪些不是，不要只是说有几个，而是标记出来，这次作业中大家如果个数说明对了的

话，我没有严格扣分，但是考试的话如果没有标记出来，可能会进行扣分。

2、第5题明显的伪证或者只是将题目结论复述了一遍。

3、K4的定理不少人使用形式有误。

4、其他的一些个别人错的问题，如错误的交代出了永真式，或者形式化证明跳步严重，影响助教理解你的意思了等等。