物理卷ゼロ . 緒

- 矢量 $\boldsymbol{A}$
- 矢量的大小 $A = |\boldsymbol{A}|$
- 矢量的变化量 $\Delta\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_0$
- 标量的变化量 $\Delta A = \Delta|\boldsymbol{A}| \neq \Delta\boldsymbol{A}$
- 矢量的无穷小量 $\mathrm{d}\boldsymbol{A}$
- 标量的无穷小量 $\mathrm{d}A = \mathrm{d}|\boldsymbol{A}| \neq |\mathrm{d}\boldsymbol{A}|$

对于无穷小量的计算，若 $\boldsymbol{A} = k\boldsymbol{B}$，则 $\mathrm{d}\boldsymbol{A} = k\mathrm{d}\boldsymbol{B}$。

物理卷一·質點運動學

直角坐標系第一

为了研究 **质点** (point mass, particle) 的 **机械运动** (mechanical motion)，选取 参考系 (reference frame)，并选取一个固定的 **坐标系** (coordinate system)。

质点的位置用 **位矢** (position vector) $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ 描述，它的 **方向余弦** $\cos\alpha = \dfrac{x}{r}, \cos\beta = \dfrac{y}{r}, \cos\gamma = \dfrac{z}{r}$，满足 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$。其变化量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 定义为 **位移** (displacement)，注意 $|\Delta\boldsymbol{r}| \neq \Delta s$，但 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$ 。运动的质点有 **运动学方程** (kinematics eqution) $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$，其矢量式 $\boldsymbol{r} = \sum \boldsymbol{x}(t)$，分量式 $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t)$。

对于速度，将高中所学的矢量化，即

- **平均速度** (average velocity) $\overline{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$;
- **(瞬时) 速度** (instantaneous velocity) $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，再次注意速度的大小 $v = \left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$;
- **平均速率** $\overline{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$;
- **(瞬时) 速率**，即速度的大小 $v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{\sum v_x^2}$。

加速度 (acceleration) 有类似的概念，这里不再赘述。

自然坐標系第二

高中曾学过 **抛体运动** (projectile motion) 及其 **射程** (range)，以及 **圆周运动** (circular motion)，这里我们研究一般的曲线运动，选取由切向和法向单位矢量组成的 **自然坐标系** (natural coordinate system)，并定义：

- **角位移** (angular displacement) $\Delta\boldsymbol{\theta}$
- **角速度** (angular velocity) $\boldsymbol{\omega}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}}{\mathrm{d}t}$，$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{R}$
- **角加速度** (angular acceleration) $\boldsymbol{\alpha}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t}$
- **切向加速度** (tangential acceleration) $\boldsymbol{a}_\mathrm{t}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\mathrm{t}=R\alpha\boldsymbol{e}_\mathrm{t}\neq\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$
- **法向加速度** (normal acceleration) $\boldsymbol{a}_\mathrm{n}=\dfrac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_\mathrm{n}=v\omega\boldsymbol{e}_\mathrm{n}=R\omega^2\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$
- **总加速度** $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\mathrm{t}+\boldsymbol{a}_\mathrm{n}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\mathrm{t}+\dfrac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_\mathrm{n}=R(\alpha\boldsymbol{e}_\mathrm{t}+\omega^2\boldsymbol{e}_\mathrm{n})$

物理卷二 · 質點動力學

我们将质点推广到质点系，研究其守恒定律。定义

- **质心** (center of mass) 物体质量分布的中心，$\boldsymbol{r}=\dfrac{\sum m_i\boldsymbol{r}_i}{\sum m}$ (或 $\boldsymbol{r}=\dfrac{\int\boldsymbol{r}\mathrm{d}m}{m}$)，主要用于描述物体的运动和旋转特性，以及计算物体的惯性矩阵和转动惯量，对于质点系，我们可以忽略其 **内力** (internal force)，将它看做一个在质心处、只受 **外力** (external force) 的质点；
- **重心** 是指物体在重力作用下的平衡点，是物体受到的所有重力力矩的总和除以物体的总质量，主要用于研究物体在平衡状态下的稳定性和平衡条件。

牛頓定律第一

- 牛顿第一定律：即 **惯性定律** (law of inertia)，质量是惯性的量度，也称 **惯性质量** (inertial mass)。
- 牛顿第二定律：$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$。
- 牛顿第三定律：$\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}=-\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}$。

時間積累第二

动量 (momentum) $\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}$ 是一种表征物体 **平动** 状态的量，而 **力** $\boldsymbol{F}$ 是引起这种平动状态的原因，$\boldsymbol{F}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$。

- **冲量** (impulse) $\boldsymbol{I}=\displaystyle\int\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$，其中元冲量 $\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=m\mathrm{d}\boldsymbol{v}$；
- **动量定理** (theorem of momentum) $\boldsymbol{I}=\Delta\boldsymbol{p}$
  - 推广到质点系：内力的冲量相互抵消，$\boldsymbol{I}_{外}=\Delta\boldsymbol{p}$；
  - 碰撞问题中，相互作用力称为 **冲力** (impulsive force)，一般研究其平均值 $\overline{\boldsymbol{F}}$，这是个恒力，故冲量 $\boldsymbol{I}=\overline{\boldsymbol{F}}t$，典型的例子是砸锤子 (不要忘记重力冲量)；
- **动量守恒定律** (law of conservation of momentum)
  $\sum\boldsymbol{F}_{外}=0\Longrightarrow\sum\boldsymbol{p}=\sum m\boldsymbol{v}=$ 常矢量。

> 将上下两部分对应看 >_<

角动量 (angular monentum) (**动量矩**) $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}$ 是一种表征物体 **转动** 状态的量，而 **力矩** $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$ 是引起这种转动状态的原因，$\boldsymbol{M}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$。

- **角动量守恒定律** (law of conservation of angular momentum)
  $\sum\boldsymbol{M}_{外}=0\Longrightarrow\sum\boldsymbol{L}=$ 常矢量。

空間積累第三

功 (work)

- $\mathrm{d}A = \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \sum F_x \mathrm{d}x$，
- 单位时间内的功即 **功率** (power) $P = \dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$，平均功率 $\overline{P} = \dfrac{A}{\Delta t}$ 。
- **动能定理** (theorem of kinetic energy) $A = \Delta E_\mathrm{k}$，质点系的动能定理 $\Delta E_k = A_{外} + A_{内}$

保守力 (conservative force) 只与初末位置有关，与具体路径无关，与之对应的是非保守力 (non-conservative force) 。

- 沿闭合曲线保守力做功为 0，即 $\oint \boldsymbol{F}_{保} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0$
- 与 **势能** (potential energy) 的关系$A_{保} = -\Delta E_\mathrm{p} = \int \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$
- 常见保守力及相关的势能：
  - **重力** $\boldsymbol{F}_G = m\boldsymbol{g}$，重力势能 $E_\mathrm{p} = mgz$
  - **弹力** $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{x}$，弹力势能 $E_\mathrm{p} = \dfrac{1}{2}kx^2$
  - **万有引力** $\boldsymbol{F} = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\boldsymbol{r}_0$，引力势能 $E_\mathrm{p} = -G\dfrac{m_1 m_2}{r}$ (以 $r \to \infty$ 为引力势能零点)

机械能 $E = E_\mathrm{k} + E_\mathrm{p}$

- **机械能守恒** (law of conserbation of mechanical energy) 只有保守内力做功，$\Delta E = 0$, $E_\mathrm{k} \leftrightarrow E_\mathrm{p}$；
- **功能原理** 外力和非保守内力会改变机械能，$\Delta E = A_{外} + A_{内非}$。

物理卷四 . 狹義相對論

狹義相對論基本原理第一

相对性原理 (relativity principle)

- 在所有的惯性系中，物理现象相同。（如在运动的船上扔石头不会扔得更远。）

光速不变原理 (priciple of constancy of light velocity)

- 在所有惯性系中，光速永远不变，即 $c \equiv 3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$；
- 所有物体的运动速度不可能超过光速，即 $v \leqslant c$。

> 下文中，我们将在两个系 K, K' 中研究问题，其中 K' 系是由 K 系的位置开始，以速度 $\boldsymbol{u}$ 沿着 x 轴匀速直线运动 (简言之，K 系是静止的，K' 系是运动的)。

坐標其一

Lorentz 坐标变换 (Lorentz transformation) 两个系 K, K' 和一个事件 P，设在 K 系中的人看来，P 是在时间 t 发生在 (x, y, z) 处的，在 K' 系中的人看来，P 是在时间 t' 发生在 (x', y', z') 处的，有

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

時刻其二

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

速度其三

速度也有类似的式子，即 **相对论速度变换公式**

$$\begin{cases} v_x' = \dfrac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} \\ v_y' = \dfrac{v_y\sqrt{1-(u/c)^2}}{1 - uv_x/c^2} \\ v_z' = \dfrac{v_z\sqrt{1-(u/c)^2}}{1 - uv_x/c^2} \end{cases}$$

这个式子在换参考系时适用。

狹義相對論之運動學第二

時間其四

同一时间在两个相运动的惯性系中不一定同时，即 **同时的相对性** (relativity of simultaneity)。

在静止的 K 系中测得的时间 (*我测我自己*)，即 **固有时间** (proper time) τ_0 ，而在运动的 K' 系中观测到的时间 (或者说在 K 系中观察在运动的 K' 中发生的事件的时间) τ 与 τ_0 不同，会发生 **时间延缓** (time dilation，或时间膨胀、时钟变慢，简称 **钟慢**)，具体地，

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

長度其五

类似地，在 K' 系中观测到的长度 (或者说在 K 系中观察在运动的 K' 中的物体的长度) 会发生 **长度收缩** (length contraction，简称 **尺缩**)，即

$$l = l_0\sqrt{1-(u/c)^2}$$

狭義相對論之動力學第三

質量其六

在 K 系观测 K' 系中物体的质量，即 **相对论性质量** (relativistic mass)

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

值得注意的是，在 K 系中观测 K 系中的质量，与在 K' 系中观测 K' 系中的质量是相同的，都是 m_0，即 **静质量** [static mass，旧版称为静止质量 (rest mass)]。

能量其七

能量依旧守恒。运动时的总能量 E，静止时本来就有的能量，即 **静能** (rest energy) E_0，动能 E_k 满足 **质能关系** (mass-energy relation)

$$\begin{cases} E=mc^2=E_k+m_0c^2 \\ E_0=m_0c^2 \\ E_k=E-E_0=mc^2-m_0c^2 \end{cases}$$

動量其八

动量依旧守恒。经典力学中 $E_k=\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{p^2}{2m}$ 不再适用，而有 **相对论能量-动量关系** (relativisitic energy-momentum relation)

$$E^2=p^2c^2+E_0^2$$

得

$$p=\frac{1}{c}\sqrt{E^2-E_0^2}$$

物理卷五 · 氣體動理論

热学分为 **热力学** (thermodynamics) 和 **统计物理学** (statistical physics)，**气体动理论** (kinetic theory of gases) 是统计物理学的部分内容，它运用统计方法，求出大量分子的某些 **微观量** (microscopic quantity)，用以解释直接观测到的 **宏观量** (macroscopic quantity)。
高中时曾学过 **平衡态** (equilibrium state) 的概念，与之对应的是 **非平衡态** (nonequilibrium state)，平衡态实际上是 **热动平衡状态** (thermodynamical equilibrium state)，即从微观方面来看，组成系统的粒子处于永不停息的热运动之中。如果系统与外界进行热能交换但宏观性质不变，就不是平衡态，而是 **定常态** (steady state)。
状态参量 (state parameter) 改变后，近似地认为状态变化的过程中一系列中间状态都无限接近平衡态，即 **准静态过程** (quasi-static process)，或 **平衡过程** (equilibrium process)。

理想气体的物态方程 (equation of state of ideal gas)

$$pV = \nu RT \qquad \text{or} \qquad p = nkT$$

其中 ν (希腊字母 `nu`) 是物质的量 $\nu = \dfrac{m}{M}$，即高中化学中的 n；式中 n 不是物质的量，而是气体分子数密度 $n = \dfrac{N}{V}$；$R = 8.314$ J/(mol·K) 是 **普适气体常量** (universal gas constant)；$k = \dfrac{R}{N_\mathrm{A}} = 1.381$ J/K 是 **玻尔兹曼常量** (Boltzmann constant)。

能量第一

依 **能量均分定理** (equipartition theorem)，设分子有 i 个 *自由度*[†]，则

$$
\begin{aligned}
\text{分子任一自由度的平均动能}\quad & \bar{\varepsilon}_k = \frac{1}{2}kT \\
\text{分子的平均平动动能}\quad & \bar{\varepsilon}_k = \frac{1}{2}m_0\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT \\
\text{分子的平均总动能}\quad & \bar{\varepsilon}_k = \frac{i}{2}kT = \begin{cases} \dfrac{3}{2}kT, & \text{单原子} \\ \dfrac{5}{2}kT, & \text{刚性双原子} \\ 3kT, & \text{刚性三原子} \end{cases} \\
\text{质量为 } m \text{ 的理想气体内能}\quad & E = \frac{m}{M}\frac{i}{2}kT
\end{aligned}
$$

[†] 自由度：分子可以平动，可以转动，我们用自由度描述这些运动。结合 Unity，每个可以拖动的条就是一个自由度，比如

- 单原子—— 3，因为 x, y, z 三个方向；
- 刚性双原子—— 5，第二个原子的角度有两种方向，经度 θ 和纬度 φ；
- 刚性三原子—— 6，第三个原子只能转。

速率第二

このセクションは概率论である：

- **分子速率分布函数** (speed distribution fuction) $f(v)$，概率密度です；
- **归一化条件** (normalization condition) $\int_0^{+\infty} f(v)\mathrm{d}v = 1$，概率密度性质です；
- 某区间内分子数 $\Delta N = N\int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v$，某区间的概率です；
- 速率平均值 $\overline{v} = \int_0^{+\infty} vf(v)\mathrm{d}v$，期望 $\mathrm{E}X$ です；
- 速率平方平均值 $\overline{v^2} = \int_0^{+\infty} v^2 f(v)\mathrm{d}v$，$\mathrm{E}X^2$ です；
- 某区间内速率平均值，~~略，不会就去问武艳辉~~……

莫~扣~死~维~~速率分布函数 (Maxwell speed distribution function) 是平衡态的分布情况，图像类似于 F 分布，式子略，但需记住以下结果：

- 速率平均值 $\overline{v}$：
  - $\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$；
  - 分量 $\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} = 0$，这是由于理想气体的微观模型是自由运动的质点系，具有一些统计规律；
- **方均根速率** (root-mean-square speed) v_{rms}：
  - $v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$；
  - 分量 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2} = \frac{RT}{M}$，这可以从动能角度理解，
  - 理想气体压强公式 $p = \frac{1}{3}nm_0\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon}_k$ 中的 $\frac{1}{3}$ 就是来自于这里；
- **最概然速率** (most probable speed, 曲线上最大值对应的速率) v_{p}：
  - $v_{\mathrm{p}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$。

碰撞第三

分子间碰撞的频繁程度的衡量：

- 1s 内一个分子和其它分子碰撞的平均次数，即 (平均) **碰撞速率** (collision frequency)

$$\overline{Z}=\sqrt{2}\pi d^2\overline{v}n$$

- 每两次连续碰撞间一个分子自由运动的平均路程，即 **平均自由程** (mean free path)

$$\overline{\lambda}=\frac{\overline{v}}{\overline{Z}}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

其中 d 是分子的有效直径。

物理卷六．熱力學基礎

热力学第零定律 (zeroth law of thermodynamics) A-B-C，若 C 达热平衡，则 A-B 彼此热平衡。

定义 **热力学系统** (thermodynamic system) 并在 **准静态过程** (quasi-static process) 中研究:

定律第一

依 **热力学第一定律** (first law of thermodynamics) $\delta Q = \mathrm{d}E + \delta A$，有

	等容(isochoric)	等压(isobaric)	等温(isothermal)	绝热(adiabatic
常量	$\frac{p}{T}$	$\frac{V}{T}$	pV	pV^γ
摩尔热容C_m	$C_{V,\mathrm{m}} = \frac{i}{2}R$	$C_{p,\mathrm{m}} = \left(\frac{i}{2}+1\right)R$	∞	0
对外做功 δA	0	$p\mathrm{d}V = \nu R\mathrm{d}T$	$\nu RT\mathrm{d}\ln V$	$-\frac{i}{2}\mathrm{d}(pV)$
内能增量 $\mathrm{d}E$	$\nu C_{V,\mathrm{m}}\mathrm{d}T$	$\nu C_{V,\mathrm{m}}\mathrm{d}T$	0	$\nu C_{V,\mathrm{m}}\mathrm{d}T$
吸收热量 δQ	$\nu C_{V,\mathrm{m}}\mathrm{d}T$	$\nu C_{p,\mathrm{m}}\mathrm{d}T$	$\nu RT\mathrm{d}\ln V$	0

[摩尔] 热容比 (ratio of [molar] heat capacities) $\gamma = \dfrac{C_{p,\mathrm{m}}}{C_{V,\mathrm{m}}} = \dfrac{i+2}{i}$

熱機第二

一个热力学系统在一个 **循环** (cycle) 中 $\Delta E = 0,\ A = Q$。

在同样高温热源 T_1 和低温热源 T_2 之间工作的一切不可逆机的效率小于可逆机的效率，即 $\eta \leqslant 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$，等号成立表明是可逆机 (如卡诺循环)，此即 **卡诺定理** (Carnot's theorem)。因此效率有如下计算公式：

	一般式	卡诺循环中
热机效率(efficiency of heat engine) η	$\dfrac{A}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$	$\dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$
制冷系数(制冷剂效率) w	$\dfrac{Q_2}{A} = \dfrac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$	$\dfrac{T_2}{T_1 - T_2}$

熵增第三

孤立系统 (isolated system) 中任何 **不可逆** (irreversible) 过程将导致系统的 **熵** (entropy) 增加，只有在 **可逆** (reversible) 循环中，系统熵变等于 0，这是 **熵增加原理** (principle of entropy increace)。系统熵变

$$\delta S = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{可逆}}$$

设 W 表示系统 **宏观状态** (macroscopic state) 包含的 **微观状态** (microscopic state) 数，有 **玻尔兹曼关系** (Boltzmann relation)

$$S = k \ln W$$