

大學物理 = 高中物理 + 背公式

——大學物理復習筆記

要求：默寫筆記目錄 & 全部公式

目錄

- 物理卷ゼロ・緒
- 物理卷一・质点运动学
 - 直角坐标系第一
 - 自然坐标系第二
- 物理卷二・质点动力学
 - 牛顿定律第一
 - 时间积累第二
 - 空间积累第三
- 物理卷三・刚体和流体
- 物理卷四・狭义相对论
 - 狭义相对论基本原理第一
 - 狭义相对论之运动学第二
 - 狭义相对论之动力学第三
- 物理卷五・气体动理论
 - 能量第一
 - 速率第二
 - 碰撞第三
- 物理卷六・热力学基础
 - 定律第一
 - 热机第二
 - 熵增第三

物理卷ゼロ・緒

- 矢量 \mathbf{A}
- 矢量的大小 $A = |\mathbf{A}|$
- 矢量的变化量 $\Delta \mathbf{A} = \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_0$
- 标量的变化量 $\Delta A = \Delta |\mathbf{A}| \neq \Delta A$
- 矢量的无穷小量 $d\mathbf{A}$
- 标量的无穷小量 $dA = d|\mathbf{A}| \neq |d\mathbf{A}|$

对于无穷小量的计算，若 $A = kt$ ，一般有 $dA = kdt$ ，则 $A = k \int_{t_1}^{t_2} dt$;

如果 $dA = f(t)dt$ ，则 $A = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$ 。

物理卷一·質點運動學

直角坐標系第一

为了研究 **质点** (point mass, particle) 的 **机械运动** (mechanical motion), 选取 **参考系** (reference frame), 并选取一个固定的 **坐标系** (coordinate system)。

质点的位置用 **位矢** (position vector) $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ 描述, 它的 **方向余弦** $\cos \alpha = \frac{x}{r}, \cos \beta = \frac{y}{r}, \cos \gamma = \frac{z}{r}$, 满足 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ 。其变化量 $\Delta \mathbf{r}$ 定义为 **位移** (displacement), 注意 $|\Delta \mathbf{r}| \neq \Delta s$, 但 $|\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}s$ 。运动的质点有 **运动学方程** (kinematics equation) $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$, 其矢量式 $\mathbf{r} = \sum \mathbf{x}(t)$, 分量式 $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ 。

对于速度, 将高中所学的矢量化, 即

- **平均速度** (average velocity) $\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$;
- **平均速率** $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \neq \frac{\Delta r}{\Delta t} \neq \left| \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right|$, 不是平均速度的大小;
- **(瞬时) 速度** (instantaneous velocity) $\mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t}$;
- **(瞬时) 速率** $v = |\mathbf{v}| = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \sqrt{\sum v_x^2}$, 即速度的大小, 再次注意 $v = \left| \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} \right| \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$;

加速度 (acceleration) 有类似的概念, 这里不再赘述。

自然坐标系第二

高中曾学过 **抛体运动** (projectile motion) 及其 **射程** (range), 以及 **圆周运动** (circular motion), 这里我们研究一般的曲线运动, 选取由切向和法向单位矢量组成的 **自然坐标系** (natural coordinate system), 并定义:

- **角位移** (angular displacement) $\Delta\theta$
- **角速度** (angular velocity) $\boldsymbol{\omega} = \frac{d\theta}{dt}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R}$
- **角加速度** (angular acceleration) $\boldsymbol{\alpha} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$
- **切向加速度** (tangential acceleration) $\boldsymbol{a}_t = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t = R\alpha\boldsymbol{e}_t \neq \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$
- **法向加速度** (normal acceleration) $\boldsymbol{a}_n = \frac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_n = v\boldsymbol{\omega} = R\omega^2\boldsymbol{e}_n$
- **总加速度** $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t + \frac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_n = R(\alpha\boldsymbol{e}_t + \omega^2\boldsymbol{e}_n)$

物理卷二．質點動力學

我们将质点推广到质点系，研究其守恒定律。定义

- **质心** (center of mass) 物体质量分布的中心， $\mathbf{r} = \frac{\sum m_i \mathbf{r}_i}{\sum m}$ (或 $\mathbf{r} = \frac{\int \mathbf{r} dm}{m}$)，主要用于描述物体的运动和旋转特性，以及计算物体的惯性矩阵和转动惯量，对于质点系，我们可以忽略其 **内力** (internal force)，将它看做一个在质心处、只受 **外力** (external force) 的质点；
 - **重心** 是指物体在重力作用下的平衡点，是物体受到的所有重力力矩的总和除以物体的总质量，主要用于研究物体在平衡状态下的稳定性和平衡条件。
-

牛頓定律第一

- **牛顿第一定律 即 惯性定律** (law of inertia)，质量是惯性的量度，也称 **惯性质量** (inertial mass)。
- **牛顿第二定律** $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 。
- **牛顿第三定律** $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$ 。

時間積累第二

动量 (momentum) $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ 是一种表征物体 **平动** 状态的量, 而 **力** \mathbf{F} 是引起这种平动状态的原因, $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ 。

- **冲量** (impulse) $\mathbf{I} = \int \mathbf{F} dt$, 其中元冲量 $\mathbf{F} dt = m d\mathbf{v}$;
 - **动量定理** (theorem of momentum) $\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p}$
 - 推广到质点系: 内力的冲量相互抵消, $\mathbf{I}_{\text{外}} = \Delta\mathbf{p}$;
 - 碰撞问题中, 相互作用力称为 **冲力** (impulsive force), 一般研究其平均值 $\bar{\mathbf{F}}$, 这是个恒力, 故冲量 $\mathbf{I} = \bar{\mathbf{F}}t$, 典型的例子是砸锤子 (不要忘记重力冲量);
 - **动量守恒定律** (law of conservation of momentum)
 - $\sum \mathbf{F}_{\text{外}} = 0 \implies \sum \mathbf{p} = \sum m\mathbf{v} = \text{常矢量}$ 。
-

将上下两部分对应看 >_<

角动量 (angular momentum) (**动量矩**) $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ 是一种表征物体 **转动** 状态的量, 而 **力矩** $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ 是引起这种转动状态的原因, $\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$ 。

- **角动量守恒定律** (law of conservation of angular momentum)
 - $\sum \mathbf{M}_{\text{外}} = \mathbf{0} \implies \sum \mathbf{L} = \text{常矢量}$ 。如天体运动中, 取星球中心 O 为力矩的定点, 那么卫星受星球的万有引力始终指向 O , 即有 \mathbf{r}, \mathbf{F} 同向, 力矩 $\mathbf{M} = \mathbf{0}$, 满足角动量守恒的条件。

空間積累第三

功 (work)

- $dA = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \sum F_x dx$;
- 单位时间内的功即 **功率** (power) $P = \frac{dA}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$, 平均功率 $\bar{P} = \frac{A}{\Delta t}$;
- **动能定理** (theorem of kinetic energy) $A = \Delta E_k$, 质点系的动能定理 $\Delta E_k = A_{\text{外}} + A_{\text{内}}$ 。

保守力 (conservative force) 只与初末位置有关, 与具体路径无关, 与之对应的是**非保守力** (non-conservative force)

- 沿闭合曲线保守力做功为 0, 即 $\oint \mathbf{F}_{\text{保}} \cdot d\mathbf{r} = 0$
- 与 **势能** (potential energy) 的关系 $A_{\text{保}} = -\Delta E_p = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, 保守力做正功, 势能减小
- 常见保守力及相关的势能:
 - **重力** $\mathbf{F}_G = m\mathbf{g}$, 重力势能 $E_p = mgz$
 - **弹力** $\mathbf{F} = -k\mathbf{x}$, 弹力势能 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$
 - **万有引力** $\mathbf{F} = -G\frac{m_1m_2}{r^2}\mathbf{r}_0$, 引力势能 $E_p = -G\frac{m_1m_2}{r}$ (以 $r \rightarrow \infty$ 为引力势能零点)

机械能 $E = E_k + E_p$

- **机械能守恒** (law of conservation of mechanical energy) 只有保守内力做功, $\Delta E = 0$, $E_k \leftrightarrow E_p$
- **功能原理** 外力和非保守内力会改变机械能, $\Delta E = A_{\text{外}} + A_{\text{内非}}$

物理卷三·剛體和流體

对于不能看成质点的物体，首先研究 **刚体** (rigid body)，它是由无数个质量为 **质量元** (mass element) dm 的质点组成的。同质点一样，刚体能 **平动** (translation)，此外，由于它不是个点，能够沿着 **转动轴** (rotation axis) **转动** (rotation)，首先研究转轴不动的 **定轴转动** (fixed-axis rotation)。在定轴转动中，每个质点都在一组相互平行的转动平面中做角速度方向一致且不变的圆周运动，且 $\boldsymbol{r} \perp \boldsymbol{\omega} \perp \boldsymbol{v}$ ，所有的矢量方向只有两种，故将矢量 **标量化**，以正负表示方向。

	平 动	定 轴 转 动
描述的物理量	位矢 \boldsymbol{r}	角度 θ
	速度 \boldsymbol{v}	角速度 ω
	加速度 \boldsymbol{a}	角加速度 α
原因 改变状态的 难易 规律	合外力 \boldsymbol{F}	合外力矩 M
	质量 m	转动惯量 J
	牛二律 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$	刚体定轴转动规律 $M = J\alpha$
功 动量 动能	力做的功 $dA = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$	力矩做的功 $dA = M d\theta$
	动量 $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$	角动量(动量矩) $L = J\omega$
	平动动能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$	转动动能 $E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$

其中转动惯量 $J = \int r^2 dm$ ，回忆力矩 $M = rF$ 和动量矩 $L = rp$ 。

物理卷四．狹義相對論

狹義相對論基本原理第一

- 相对性原理 (relativity principle)
 - 在所有的惯性系中，物理现象相同。(如在运动的船上扔石头不会扔得更远。)
- 光速不变原理 (principle of constancy of light velocity)
 - 在所有惯性系中，光速永远不变，即 $c \equiv 3 \times 10^8 \text{ m/s}$;
 - 所有物体的运动速度不可能超过光速，即 $v \leq c$ 。

下文中，我们将在两个系 K, K' 中研究问题，其中 K' 系是由 K 系的位置开始，以速度 u 沿着 x 轴正向匀速直线运动 (简言之，K 系是静止的，K' 系是运动的)。

坐標其一

Lorentz 坐标变换 (Lorentz transformation) 两个系 K, K' 和一个事件 P，设在 K 系中的人看来，P 是在时间 t 发生在 (x, y, z) 处的，在 K' 系中的人看来，P 是在时间 t' 发生在 (x', y', z') 处的，有

$$\begin{cases} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

時刻其二

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

速度其三

速度也有类似的式子，即 **相对论速度变换公式**

$$\begin{cases} v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} \\ v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - (u/c)^2}}{1 - uv_x/c^2} \\ v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - (u/c)^2}}{1 - uv_x/c^2} \end{cases}$$

以上三组式子在换参考系时适用。

狹義相對論之運動學第二

時間其四

同一时间在两个相运动的惯性系中不一定同时，即 **同时的相对性** (relativity of simultaneity)。

在静止的 K 系中测得的时间 (**我测我自己**)，即 **固有时间** (proper time) τ_0 ，而在运动的 K' 系中观测到的时间 (或者说在 K 系中观察在运动的 K' 中发生的事件的时间，**动测静或静测动**) τ 与 τ_0 不同，会发生 **时间延缓** (time dilation，或时间膨胀、时钟变慢，简称 **钟慢**)，具体地，

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

長度其五

类似地，在 K' 系中观测到的长度 (或者说在 K 系中观察在运动的 K' 中的物体的长度) 会发生 **长度收缩** (length contraction，简称 **尺缩**)，即

$$l = l_0 \sqrt{1 - (u/c)^2}$$

狹義相對論之動力學第三

質量其六

在 K 系观测 K' 系中物体的质量 (**动测静** 或 **静测动**)，即 **相对论性质量** (relativistic mass)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

值得注意的是，在 K 系中观测 K 系中的质量，与在 K' 系中观测 K' 系中的质量是相同的 (都是 **我测我自己**)，都是 m_0 ，即 **静质量** [static mass，旧版称为静止质量 (rest mass)]。

能量其七

能量依旧守恒。运动时的 **总能量** E ，静止时本来就有的能量即 **静能** (rest energy) E_0 ，动能 E_k 满足 **质能关系** (mass-energy relation)

$$\begin{cases} E = mc^2 = E_k + m_0c^2 \\ E_0 = m_0c^2 \\ E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 \end{cases}$$

動量其八

动量依旧守恒。经典力学中 $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ 不再适用，而有 **相对论能量-动量关系** (relativistic energy-momentum relation)

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^2$$

得

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - E_0^2}$$

物理卷五·氣體動理論

热学分为 **热力学** (thermodynamics) 和 **统计物理学** (statistical physics), **气体动理论** (kinetic theory of gases) 是统计物理学的部分内容, 它运用统计方法, 求出大量分子的某些 **微观量** (microscopic quantity), 用以解释直接观测到的 **宏观量** (macroscopic quantity)。

高中时曾学过 **平衡态** (equilibrium state) 的概念, 与之对应的是 **非平衡态** (nonequilibrium state), 平衡态实际上是 **热动平衡状态** (thermodynamical equilibrium state), 即从微观方面来看, 组成系统的粒子处于永不停息的热运动之中。如果系统与外界进行热能交换但宏观性质不变, 就不是平衡态, 而是 **定常态** (steady state)。

状态参量 (state parameter) 改变后, 近似地认为状态变化的过程中一系列中间状态都无限接近平衡态, 即 **准静态过程** (quasi-static process), 或 **平衡过程** (equilibrium process)。

理想气体的物态方程 (equation of state of ideal gas)

$$pV = \nu RT \quad \text{or} \quad p = nkT$$

其中 ν (希腊字母 **nu**) 是物质的量 $\nu = \frac{m}{M}$, 即高中化学中的 n ; 式中 n 不是物质的量, 而是气体分子数密度 $n = \frac{N}{V}$; $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ 是 **普适气体常量** (universal gas constant); $k = \frac{R}{N_A} = 1.381 \text{ J/K}$ 是 **玻尔兹曼常量** (Boltzmann constant)。

能量第一

依 **能量均分定理** (equipartition theorem), 设分子有 i 个 **自由度**[†], 则

$$\text{分子任一自由度的平均动能} \quad \bar{\varepsilon}_k = \frac{1}{2}kT$$

$$\text{分子的平均平动动能} \quad \bar{\varepsilon}_k = \frac{1}{2}m_0\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

$$\text{分子的平均总动能} \quad \bar{\varepsilon}_k = \frac{i}{2}kT = \begin{cases} \frac{3}{2}kT, & \text{单原子} \\ \frac{5}{2}kT, & \text{刚性双原子} \\ 3kT, & \text{刚性三原子} \end{cases}$$

$$\text{物质的量为 } \nu \text{ 的理想气体内能} \quad E = \nu \cdot \frac{i}{2}kT$$

[†] **自由度** (degree of freedom) 分子可以平动, 可以转动, 我们用自由度描述这些运动。结合 Unity, 每个可以拖动的条就是一个自由度, 比如

- **单原子** $i = 3$, 因为 x, y, z 三个方向;
- **刚性双原子** $i = 5$, 第二个原子的角度有两种方向, 经度 θ 和纬度 φ ;
- **刚性三原子** $i = 6$, 第三个原子只能转。

速率第二

このセクションは概率论である：

- **分子速率分布函数** (speed distribution function) $f(v)$ ，概率密度です；
- **归一化条件** (normalization condition) $\int_0^{+\infty} f(v)dv = 1$ ，概率密度性质です；
- **某区间内分子数** $\Delta N = N \int_{v_1}^{v_2} f(v)dv$ ，某区间的概率です；
- **速率平均值** $\bar{v} = \int_0^{+\infty} v f(v)dv$ ，期望 EX です；
- **速率平方平均值** $\overline{v^2} = \int_0^{+\infty} v^2 f(v)dv$ ， EX^2 です；
- **某区间内速率平均值** 略，不会就去问武艳辉……

莫~扣~死~维~速率分布函数 (Maxwell speed distribution function) 是平衡态的分布情况，图像类似于 F 分布，式子略，但需记住以下结果：

- **速率平均值** \bar{v} ：
 - $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$ ；
 - 分量 $\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} = 0$ ，这是由于理想气体的微观模型是自由运动的质点系，具有一些统计规律；
- **方均根速率** (root-mean-square speed) v_{rms} ：
 - $v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$ ；
 - 分量 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} = \frac{RT}{M}$ ，这可以从动能角度理解，
 - 理想气体压强公式 $p = \frac{1}{3} nm_0 \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_k$ 中的 $\frac{1}{3}$ 就是来自于这里；
- **最概然速率** (most probable speed, 曲线上最大值对应的速率) v_p ：
 - $v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$ 。

碰撞第三

分子间碰撞的频繁程度的衡量：

- 1s 内一个分子和其它分子碰撞的平均次数，即 (平均) **碰撞速率** (collision frequency)

$$\bar{Z} = \sqrt{2}\pi d^2 \bar{v} n$$

- 每两次连续碰撞间一个分子自由运动的平均路程，即 **平均自由程** (mean free path)

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

其中 d 是分子的有效直径。

物理卷六·熱力學基礎

热力学第零定律 (zeroth law of thermodynamics) A-B-C, 若 C 达热平衡, 则 A-B 彼此热平衡。

定义 **热力学系统** (thermodynamic system) 并在 **准静态过程** (quasi-static process) 中研究:

定律第一

依 **热力学第一定律** (first law of thermodynamics) $\delta Q = dE + \delta A$, 有

	等容(isochoric)	等压(isobaric)	等温(isothermal)	绝热(adiabatic)
常量	$\frac{p}{T}$	$\frac{V}{T}$	pV	pV^γ
摩尔热容 C_m	$C_{V,m} = \frac{i}{2}R$	$C_{p,m} = \left(\frac{i}{2} + 1\right)R$	∞	0
对外做功 δA	0	$pdV = \nu R dT$	$\nu RT d \ln V$	$-\frac{i}{2}d(pV)$
内能增量 dE	$\nu C_{V,m}dT$	$\nu C_{V,m}dT$	0	$\nu C_{V,m}dT$
吸收热量 δQ	$\nu C_{V,m}dT$	$\nu C_{p,m}dT$	$\nu RT d \ln V$	0

[摩尔] 热容比 (ratio of [molar] heat capacities) $\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}} = \frac{i + 2}{i}$

熱機第二

一个热力学系统在一个 **循环** (cycle) 中 $\Delta E = 0$, $A = Q$ 。

在同样高温热源 T_1 和低温热源 T_2 之间工作的一切不可逆机的效率小于可逆机的效率，即 $\eta \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}$ ，等号成立表明是可逆机 (如卡诺循环)，此即 **卡诺定理** (Carnot's theorem)。因此效率有如下计算公式：

	一般式	卡诺循环中
热机效率(efficiency of heat engine) η	$\frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$	$\frac{T_1 - T_2}{T_1}$
制冷系数(制冷剂效率) w	$\frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$	$\frac{T_2}{T_1 - T_2}$

熵增第三

孤立系统 (isolated system) 中任何 **不可逆** (irreversible) 过程将导致系统的 **熵** (entropy) 增加，只有在 **可逆** (reversible) 循环中，系统熵变等于 0，这是 **熵增加原理** (principle of entropy increace)。系统熵变的计算公式

$$\delta S = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{可逆}}$$

设 W 表示系统 **宏观状态** (macroscopic state) 包含的 **微观状态** (microscopic state) 数，有 **玻尔兹曼关系** (Boltzmann relation)

$$S = k \ln W$$

其中 k 是常数。