# 物理卷四·狹義相對論

## 狹義相對論基本原理第一

**相对性原理 (relativity principle)**

- 在所有的惯性系中，物理现象相同。（如在运动的船上扔石头不会扔得更远。）

**光速不变原理 (priciple of constancy of light velocity)**

- 在所有惯性系中，光速永远不变，即 $c \equiv 3 \times 10^8$ m/s；
- 所有物体的运动速度不可能超过光速，即 $v \leqslant c$。

> 下文中，我们将在两个系 K, K' 中研究问题，其中 K' 系是由 K 系的位置开始，以速度 $\boldsymbol{u}$ 沿着 $x$ 轴匀速直线运动 (简言之，K 系是静止的，K' 系是运动的)。

## 坐標其一

**Lorentz 坐标变换 (Lorentz transformation)** 两个系 K, K' 和一个事件 P，设在 K 系中的人看来，P 是在时间 $t$ 发生在 $(x, y, z)$ 处的，在 K' 系中的人看来，P 是在时间 $t'$ 发生在 $(x', y', z')$ 处的，有

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

## 時刻其二

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

## 速度其三

速度也有类似的式子，即 **相对论速度变换公式**

$$\begin{cases} v'_x = \dfrac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} \\ v'_y = \dfrac{v_y\sqrt{1-(u/c)^2}}{1 - uv_x/c^2} \\ v'_z = \dfrac{v_z\sqrt{1-(u/c)^2}}{1 - uv_x/c^2} \end{cases}$$

这个式子在换参考系时适用。

> **考** 给出其中几个变量，求某个变量。
> **解** 将已知代入方程组求解。

# 狹義相對論運動學第二

## 時間其四

同一时间在两个相运动的惯性系中不一定同时，即 **同时的相对性** (relativity of simultaneity)。

在静止的 K 系中测得的时间 (*我测我自己*)，即 **固有时间** (proper time) $\tau_0$ ，而在运动的 K' 系中观测到的时间 (或者说在 K 系中观察在运动的 K' 中发生的事件的时间) $\tau$ 与 $\tau_0$ 不同，会发生 **时间延缓** (time dilation，或时间膨胀、时钟变慢，简称 **钟慢**)，具体地，

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

## 長度其五

类似地，在 K' 系中观测到的长度 (或者说在 K 系中观察在运动的 K' 中的物体的长度) 会发生 **长度收缩** (length contraction，简称 **尺缩**)，即

$$l = l_0\sqrt{1-(u/c)^2}$$

# 狹義相對論動力學第三

## 質量其六

在 K 系观测 K' 系中物体的质量，即 **相对论性质量** (relativistic mass)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

值得注意的是，在 K 系中观测 K 系中的质量，与在 K' 系中观测 K' 系中的质量是相同的，都是 $m_0$，即 **静质量** [static mass，旧版称为静止质量 (rest mass)]。

## 能量其七

能量依旧守恒。运动时的总能量 $E$，静止时本来就有的能量，即 **静能** (rest energy) $E_0$，动能 $E_k$ 满足 **质能关系** (mass-energy relation)

$$\begin{cases} E = mc^2 = E_k + m_0c^2 \\ E_0 = m_0c^2 \\ E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 \end{cases}$$

## 動量其八

动量依旧守恒。经典力学中 $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ 不再适用，而有 **相对论能量-动量关系** (relativisitic energy-momentum relation)

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^2$$

得

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - E_0^2}$$

# 物理第五 · 氣體動理論

热学分为 **热力学** (thermodynamics) 和 **统计物理学** (statistical physics)，**气体动理论** (kinetic theory of gases) 是统计物理学的部分内容，它运用统计方法，求出大量分子的某些 **微观量** (microscopic quantity)，用以解释直接观测到的 **宏观量** (macroscopic quantity)。
高中时曾学过 **平衡态** (equilibrium state) 的概念，与之对应的是 **非平衡态** (nonequilibrium state)，平衡态实际上是 **热动平衡状态** (thermodynamical equilibrium state)，即从微观方面来看，组成系统的粒子处于永不停息的热运动之中。如果系统与外界进行热能交换但宏观性质不变，就不是平衡态，而是 **定常态** (steady state)。
**状态参量** (state parameter) 改变后，近似地认为状态变化的过程中一系列中间状态都无限接近平衡态，即 **准静态过程** (quasi-static process)，或 **平衡过程** (equilibrium process)。

## 理想氣體的物態方程

**理想气体的物态方程** (equation of state of ideal gas)

$$pV = \nu RT \qquad \text{or} \qquad p = nkT$$

其中 $\nu$ (希腊字母 `nu`) 是物质的量 $\nu = \dfrac{m}{M}$，即高中化学中的 $n$；$R = 8.314\ \mathrm{J/(mol \cdot K)}$ 是 **普适气体常量** (universal gas constant)；$n$ 不是物质的量，而是气体分子数密度 $n = \dfrac{N}{V}$；$k = \dfrac{R}{N_\mathrm{A}} = 1.381\ \mathrm{J/K}$ 是 **玻尔兹曼常量** (Boltzmann constant)。

# 微觀模型和統計規律

理想气体的微观模型是自由运动的质点系，且具有一些统计规律，如分子速度分量的平均值满足 (后者可以从动能角度考虑)

$$\overline{v_x}=\overline{v_y}=\overline{v_z}=0$$
$$\overline{v_x^2}=\overline{v_y^2}=\overline{v_z^2}=\frac{1}{3}v^2$$

理想气体压强公式

$$p=\frac{1}{3}nm_0\overline{v^2}=\frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_k$$

式中 $\dfrac{1}{3}$ 就是来自于上面的 $\overline{v_x^2}=\dfrac{1}{3}v^2$。

# 能 量

依 **能量均分定理** (equipartition theorem)，设分子有 $i$ 个 *自由度* [†]，则

$$\begin{aligned}
\text{分子任一自由度的平均动能}\quad & \bar{\varepsilon}_k=\frac{1}{2}kT\\
\text{分子的平均平动动能}\quad & \bar{\varepsilon}_k=\frac{1}{2}m_0\overline{v^2}=\frac{3}{2}kT\\
\text{分子的平均总动能}\quad & \bar{\varepsilon}_k=\frac{i}{2}kT=\begin{cases}\dfrac{3}{2}kT, & \text{单原子}\\ \dfrac{5}{2}kT, & \text{刚性双原子}\\ 3kT, & \text{刚性三原子}\end{cases}\\
\text{质量为 } m \text{ 的理想气体内能}\quad & E=\frac{m}{M}\frac{i}{2}kT
\end{aligned}$$

[†] 自由度：分子可以平动，可以转动，我们用自由度描述这些运动。结合 Unity，每个可以拖动的条就是一个自由度，比如

- 单原子—— 3，因为 $x,y,z$ 三个方向；
- 刚性双原子—— 5，第二个原子的角度有两种方向，经度 $\theta$ 和纬度 $\varphi$；
- 刚性三原子—— 6，第三个原子只能转。

# 莫~扣~死~維~~

このセクションは概率论である：

- **分子速率分布函数** (speed distribution fuction) $f(v)$，概率密度です；
- **归一化条件** (normalization condition) $\int_0^{+\infty} f(v)\mathrm{d}v = 1$，概率密度性质です；
- 某区间内分子数 $\Delta N = N\int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v$，某区间的概率です；
- 速率平均值 $\overline{v} = \int_0^{+\infty} vf(v)\mathrm{d}v$，期望 $\mathrm{E}X$ です；
- 速率平方平均值 $\overline{v^2} = \int_0^{+\infty} v^2 f(v)\mathrm{d}v$，$\mathrm{E}X^2$ です；
- 某区间内速率平均值，~~略，不会就去问武艳辉~~……

**麦克斯韦速率分布函数** (Maxwell speed distribution function) 是平衡态的分布情况，图像类似于 F 分布，曲线上最大值对应的速率 $v_\mathrm{p}$ **最概然速率** (most probable speed)。式子略，但需记住以下结果：

- 速率平均值 $\overline{v} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m_0}}$；
- **方均根速率** (root-mean-square speed) $v_\mathrm{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}$；

## 分子間碰撞的頻繁程度

- 1s 内一个分子和其它分子碰撞的平均次数，即 (平均) **碰撞速率** (collision frequency)

$$\overline{Z} = \sqrt{2}\pi d^2 \overline{v} n$$

- 每两次连续碰撞间一个分子自由运动的平均路程，即 **平均自由程** (mean free path)

$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{\overline{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

其中 $d$ 是分子的有效直径。