Badanie efektywności algorytmu unikania kolizji w przestrzeni powietrznej

Jakub Wolniak

151797

Cel eksperymentu:

Zbadać efektywność algorytmu solwera CPLEX wykorzystywanego do rozwiązywania problemu programowania matematycznego sformułowanego na Laboratorium 2/4. Efektywność algorytmu rozumiana jest jako zależność czasu obliczeń od rozmiaru i/lub stopnia skomplikowania rozwiązywanej instancji problemu.

Użyta platforma

Procesor Intel Core i5-10400F 2.9 GHz
32 GB pamięci RAM
System operacyjny Windows 11
Język: Python 3.12.3
Wersja biblioteki docplex: 2.25.236

Użyty algorytm

Biblioteki

In [1]:
```
import random
import numpy as np
from docplex.mp.model import Model
import time
```

Funkcja generująca losowe instancje testowe

Funkcja przyjmuje parametry:
n - liczba samolotów
m - liczba dostępnych manewrów
w - miara „zachowania konfliktu"
p - prawdopodobieństwo wystąpienia konfliktu między dwoma samolotami poruszającymi się po pierwotnie ustalonych trasach

Funkcja zwraca macierz konfliktów, w której wartość 1 oznacza konflikt, a 0 jego brak.

In [2]:
```
def generate_conflict_matrix(n, m, w, p):
    pm = p * 2**((1-m)/w)
    rows = n * m
    conflicts_num = int(((rows - 1) * rows * pm) / 2)

    matrix = np.zeros((rows, rows), dtype=int)
    indices = random.sample(range(rows * (rows - 1) // 2), conflicts_num)
    indices_set = set(indices)
    k = 0
    for i in range(rows - 1):
        for j in range(i + 1, rows):
            if k in indices_set:
                matrix[i, j] = 1
                matrix[j, i] = 1
            k += 1
    np.fill_diagonal(matrix, 1)
    return matrix
```

Funkcje pomocnicze

Funkcja dzieląca wygenerowaną macierz na fragmenty

In [ ]:
```
def create_chunks(CM, n, m):
    chunks = []
    for i in range(0, n*m, m):
        for j in range(0, n*m, m):
            chunk = CM[i:i+m, j:j+m]
            chunks.append(chunk)
    return chunks
```

Funkcja tworzy obiekt Model z biblioteki docplex.
Następnie tworzona jest macierz zmiennych binarnych o wymiarze n x m.
Później funkcją minimize() definiowana jest funkcja celu do poszukiwania rozwiązania optymalnego.

In [ ]:
```
def create_model_opt(n, m):
    model = Model()
    model.name = 'Model_optymalny'
    x = model.binary_var_matrix(range(1, n + 1), range(1, m + 1), name=lambda ns: f'x_{ns[0]}_{ns[1]}')
    model.minimize(model.sum(j * x[i, j] for i in range(1, n + 1) for j in range(1, m + 1)))
    return model, x
```

Funkcja ustawiająca model do poszukiwania rozwiązania dopuszczalnego. Rózni się funkcją celu od modelu optymalnego.

In [ ]:
```
def create_model_fea(n, m):
    model = Model()
    model.name = 'Model_dopuszczalny'
    x = model.binary_var_matrix(range(1, n + 1), range(1, m + 1), name=lambda ns: f'x_{ns[0]}_{ns[1]}')
    model.minimize(1)
    return model, x
```

Funkcja dodająca ograniczenia do modelu

In [ ]:
```
def add_constraints(model, n, m, x, chunks):
    for i in range(1, n + 1):
        model.add_constraint(model.sum(x[i, j] for j in range(1, m + 1)) == 1)

    for i in range(n):
        for j in range(m):
            for k in range(i + 1, n):
                if i != k:
                    for l in range(m):
                        chunk = chunks[i*n+k]
                        if chunk[j][l] == 1:
                            model.add_constraint(x[i+1, j+1]+x[k+1, l+1] <= 1)
```

Funkcja rozwiązująca model i mierząca czas rozwiązania

In [3]:
```
def solve_model(model):
    start_time = time.time()
    model.solve()
    stop_time = time.time()
    return stop_time - start_time
```

Funkcja zbierająca dane

Funkcja iteruje po parametrach tworząc każdą ich kombinację. Dla każdej z kombinacji generowane jest 10 instancji testowych. Dla każdej instancji tworzone są dwa modele, jeden który poszukuje rozwiązania dopuszczalnego i drugi, który poszukuje rozwiązania optymalnego. Dla każdego rozwiązania mierzony jest czas.

In [5]:
```
def analyze_parameters():
    n_values = [10, 20, 30, 40]
    m_values = [3, 5, 7, 9]
    p_values = [0.6, 0.8, 1]
    w_values = [1, 5, 10]
    results = []

    for n in n_values:
        print(f'n = {n}')
        for m in m_values:
            print(f'm = {m}')
            for p in p_values:
                print(f'p = {p}')
                for w in w_values:
                    print(f'w = {w}')
                    for i in range(10):
                        print(f'Iteracja {i}')
                        CM = generate_conflict_matrix(n, m, w, p)
                        chunks = create_chunks(CM, n, m)

                        start_time = time.time()
                        model, x = create_model_fea(n, m)
                        add_constraints(model, n, m, x, chunks)
                        solve_model(model)
                        execution_time_fea = time.time() - start_time
                        if model.solution is None:
                            solution_fea_exists = False
                        else:
                            solution_fea_exists = True
                        model.clear()

                        start_time = time.time()
                        model, x = create_model_opt(n, m)
                        add_constraints(model, n, m, x, chunks)
                        solve_model(model)
                        execution_time_opt = time.time() - start_time
                        if model.solution is None:
                            solution_opt_exists = False
                        else:
                            solution_opt_exists = True
                        model.clear()

                        results.append((n, m, p, w, execution_time_fea, solution_fea_exists, execution_time_opt, solution_opt_e

    return results
```

Funkcja main wywołuje powyższą funkcję oraz zapisuje jej wyniki do pliku tekstowego

In [ ]:
```
def main():
    results = analyze_parameters()
    with open('results3.txt', 'w') as file:
        for result in results:
            file.write(f'{result}\n')
```

Przykładowy wiersz z pliku z danymi:

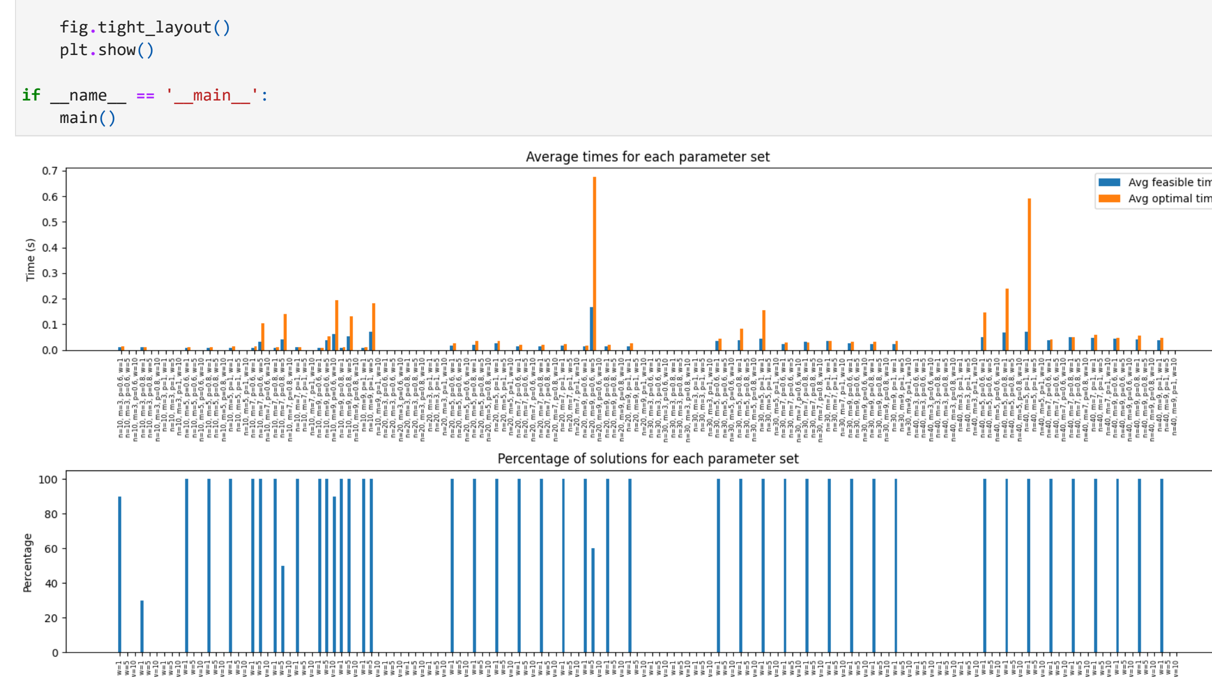
(10, 3, 0.6, 1, 0.01686573028564453, True, 0.011523962020874023, True)

(n, m, p, w, czas pracy solvera - rozwiązanie dopuszczalne, czy rozwiązanie dopuszcalne istnieje, czas pracy solvera - rozwiązanie optymalne, czy rozwiązanie optymalne istnieje)

Dane z pliku tekstowego są przedstawiane na wykresie przez osobny program parse'ujący.

Parser

In [9]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

class Record:
    def __init__(self, n, m, p, w):
        self.n = n
        self.m = m
        self.p = p
        self.w = w
        self.total_5th = 0
        self.total_7th = 0
        self.count_5th = 0
        self.count_7th = 0
        self.count_true = 0
        self.count_total = 0

    def add_data(self, value_5th, value_6th, value_7th, value_8th):
        self.count_total += 1
        if value_6th:
            self.total_5th += value_5th
            self.count_5th += 1
        if value_8th:
            self.total_7th += value_7th
            self.count_7th += 1
        if value_6th or value_8th:
            self.count_true += 1

    def get_average_5th(self):
        return self.total_5th / self.count_5th if self.count_5th else 0

    def get_average_7th(self):
        return self.total_7th / self.count_7th if self.count_7th else 0

    def get_percentage_true(self):
        return self.count_true / self.count_total * 100

def parse_file(filename):
    records = {}
    with open(filename, 'r') as file:
        for row in file.readlines():
            row = row.split("()")
            n, m, p, w, value_5th, value_6th, value_7th, value_8th = eval(row[0])
            key = (n, m, p, w)
            if key not in records:
                records[key] = Record(n, m, p, w)
            records[key].add_data(value_5th, value_6th, value_7th, value_8th)
    return list(records.values())

def print_parsed(records):
    for record in records:
        print(f'n = {record.n}, m = {record.m}, p = {record.p}, w = {record.w}')
        print(f'Średni czas wykonania dla rozwiązania dopuszczalnego: {record.get_average_5th()} sekund')
        print(f'Średni czas wykonania dla rozwiązania optymalnego: {record.get_average_7th()} sekund')
        print(f'Procent poprawnych rozwiązań: {record.get_percentage_true()}%')

def main():
    records = parse_file('results3.txt')
    labels = [f'n={r.n}, m={r.m}, p={r.p}, w={r.w}' for r in records]
    avg_5th_times = [r.get_average_5th() for r in records]
    avg_7th_times = [r.get_average_7th() for r in records]
    percentages = [r.get_percentage_true() for r in records]

    x = np.arange(len(labels))  # the label locations

    fig, axs = plt.subplots(2, 1, figsize=(16, 8))

    # Plot for average times
    axs[0].bar(x - 0.2, avg_5th_times, 0.4, label='Avg feasible time')
    axs[0].bar(x + 0.2, avg_7th_times, 0.4, label='Avg optimal time')

    axs[0].set_ylabel('Time (s)')
    axs[0].set_title('Average times for each parameter set')
    axs[0].set_xticks(x)
    axs[0].set_xticklabels(labels, ha='center', rotation=90, fontsize=6)
    axs[0].legend()

    # Plot for percentage of solutions
    axs[1].bar(x, percentages, 0.4)

    axs[1].set_ylabel('Percentage')
    axs[1].set_title('Percentage of solutions for each parameter set')
    axs[1].set_xticks(x)
    axs[1].set_xticklabels(labels, ha='center', rotation=90, fontsize=6)

    fig.tight_layout()
    plt.show()

if __name__ == '__main__':
    main()
```

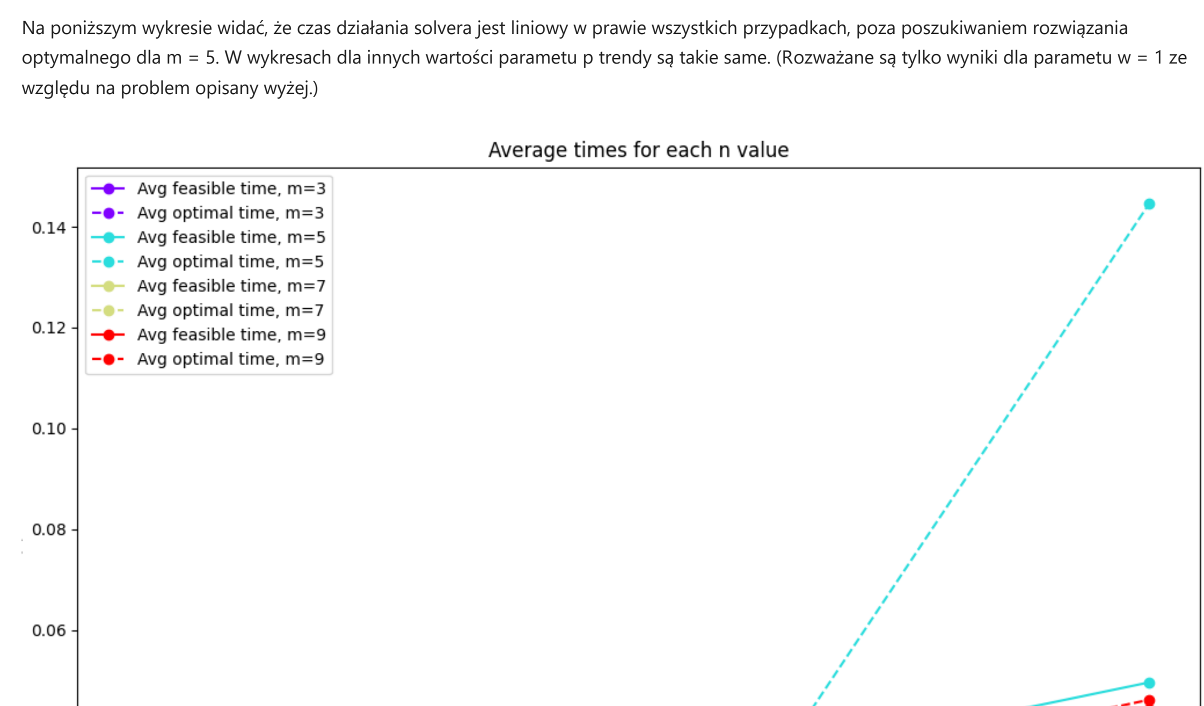


Wykres górny obrazuje średni czas znajdowania rozwiązania optymalnego (pomarańczowy) i dopuszczalengo (niebieski). Wykres dolny pokazuje procent rozwiązanych instancji testowych dla każdego zestawu parametrów.
Już na tym etapie widać, że parametr 'w' ma największy wpływ na znajdowanie rozwiązań. Rozwiązania są zazwyczaj znajdowane dla instancji z w = 1, lecz gdy parametr ten wzrośnie solver nie znajduje rozwiązań, szczególnie w przypadku większych wartości n.

Analiza wyników

Wpływ parametu n na czas obliczeń

Na poniższym wykresie widać, że czas działania solvera jest liniowy w prawie wszystkich przypadkach, poza poszukiwaniem rozwiązania optymalnego dla m = 5. W wykresach dla innych wartości parametu p trendy są takie same. (Rozważane są tylko wyniki dla parametu w = 1 ze względu na problem opisany wyżej.)

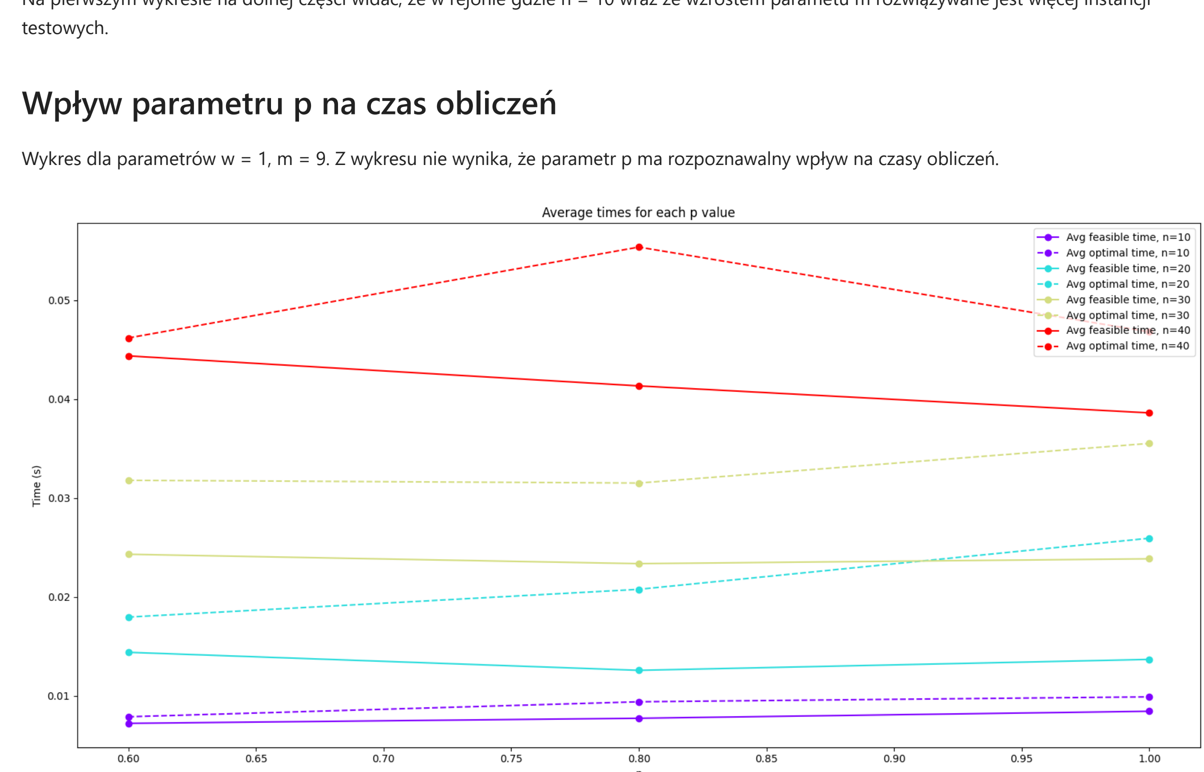


Wpływ parametu m na znajdowanie rozwiązań

Na pierwszym wykresie na dolnej części widać, że w rejonie gdzie n = 10 wraz ze wzrostem parametu m rozwiązywane jest więcej instancji testowych.

Wpływ parametru p na czas obliczeń

Wykres dla parametrów w = 1, m = 9. Z wykresu nie wynika, że parametr p ma rozpoznawalny wpływ na czasy obliczeń.



Czy czasy obliczeń są najdłuższe dla instancji, w których prawdopodobieństwo konfliktu jest „średnie"?

Z górnej części pierwszego wykresu można wyciągnąć wniosek, że średnie prawdopodobieństwo konfliktu rzeczywiście jest czynnikiem wydłużającym obliczenia. Wynika to z wielu możliwych rozwiązań co utrudnia znalezienie rozwiązania optymalnego.