

# Taller 2 entrega problemas - Probabilidad, Variables aleatorias, distribuciones notables y Teorema Central del Límite

PONED LOS NOMBRES

## Taller 2 evaluable. Entrega de problemas

Taller en grupo entregad las soluciones en Rmd y html o pdf. o si lo hacea mano escaneado ...

### Problema 1

Encuentra un ejemplo de tres sucesos  $A, B, C$  tales que  $A$  y  $B$  sean independientes, pero en cambio no sean condicionalmente independientes dado  $C$ .

**Solución**

### Problema 2

Verificar que:

$$F_X(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < -1, \\ \frac{t+1}{2}, & \text{si } -1 \leq t \leq 1, \\ 1, & \text{si } t > 1, \end{cases}$$

es una función de distribución y hallar la función de densidad para  $X$ . Calcular también  $P(-\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{1}{2})$ .

**Solución**

### Problema 3

Sea  $Y$  una variable continua con función de densidad:

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2 \cdot (1 - y), & \text{si } 0 < y < 1, \\ 0, & \text{en los otros casos.} \end{cases}$$

Hallar la función de distribución  $F_Y(t)$ .

**Solución**

### Problema 4

Se lanza una moneda al aire hasta que sale cara. Supongamos que cada tirada es independiente de las otras y que la probabilidad de que salga cara cada vez es  $p$ .

- a) Demostrar que la probabilidad de que hagan falta un número impar de lanzamientos (cuenta el de la cara) es  $\frac{p}{1-q^2}$  donde  $q = 1 - p$ .
- b) Encontrar el valor de  $p$  tal que la probabilidad de que necesitemos un número impar de intentos sea 0.6.
- c) ¿Existe un valor de  $p$  tal que la probabilidad de que haga falta un número impar de intentos sea 0.5?

### Solución

### Problema 5

La proporción de niños pelirrojos es 1 cada 10.000. En una gran ciudad se produjeron 5.000 nacimientos en 2020, aproximar por la distribución de Poisson la probabilidad que ninguno de los nacidos ese año sea pelirrojo. Aproximar la probabilidad de que nazca exactamente 1 niño pelirrojo y la de que hayan nacido al menos 2 pelirrojos.

### Solución

### Problema 6

Las peticiones a un servidor informático llegan a un ritmo de medio de 15 peticiones por segundo. Sabemos que el número de peticiones que llegan en un segundo es una variable aleatoria de Poisson.

- a) Calcular la probabilidad que no lleguen peticiones en un segundo.
- b) Calcular la probabilidad que lleguen más de 10 peticiones en un segundo.

### Solución

### Problema 7

Tenemos que elegir entre dos tarjetas gráficas (TG1 y TG2) para entrenar su red neuronal. El tiempo de vida de la TG1 se ha modelado según una  $N(\mu_1 = 120000, \sigma_1 = 140000)$  (la probabilidad de un tiempo de vida negativo es despreciable) y en TG2 según una  $N(\mu_2 = 22000, \sigma_2 = 1000)$ .

- a) ¿Qué tarjeta elegimos si el tiempo de duración objetivo del sistema es de 20000 horas?
- b) ¿Y si es de 24000 horas?

### Problema 8

La probabilidad de que un jugador de básquet enceste es  $p$ . ¿Cuántos lanzamientos tiene que hacer como mínimo (aproximadamente) para que la probabilidad de que la media de aciertos esté a distancia 0.01 de  $p$  sea de 0.99?

## Solución

### Problema 9

Sea  $X_1, \dots, X_n$  con  $n = 48$ , una muestra aleatoria simple de una variable aleatoria uniforme en el intervalo  $(0, a)$ . Aplicando el Teorema Central del Límite, hallar la probabilidad aproximada de que  $\sum_{i=1}^n X_i > a$ .