

1. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$ dan garis $x + y = 6$ adalah ... satuan luas.

- a. 54
- b. 32
- c. $20\frac{5}{6}$
- d. 18
- e. $10\frac{2}{3}$

Soal Ujian Nasional Tahun 2007

Kurva $y = x^2$ dan garis $x + y = 6$ ($y = 6 - x$)

Substitikan nilai y pada $y = x^2$ sehingga didapat : $6 - x = x^2$

$$6 - x = x^2$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad (a = 1, b = 1, c = -6)$$

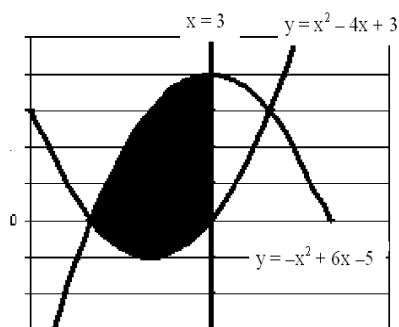
Untuk mencari luas pada soal diatas lebih mudah jika dikerjakan menggunakan

rumus luas yang menggunakan bantuan diskriminan. $L = \frac{D\sqrt{D}}{6a^2}$.

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)(-6) = 1 + 24 = 25$$

$$L = \frac{D\sqrt{D}}{6a^2} = \frac{25\sqrt{25}}{6 \cdot 1^2} = \frac{25 \cdot (5)}{6} = \frac{125}{6} = 20\frac{5}{6}$$

2. Luas daerah yang diarsir pada gambar adalah ...satuan luas.



- a. $\frac{2}{3}$
- b. 3
- c. $5\frac{1}{3}$
- d. $6\frac{2}{3}$
- e. 9

Soal Ujian Nasional Tahun 2006

Untuk soal diatas cari terlebih dahulu titiik potog kedua kurva.

$$y = x^2 - 4x + 3 \text{ dan } y = -x^2 + 6x - 5$$

$$x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 6x - 5$$

$$x^2 - 4x + 3 + x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$2x^2 - 10x + 8 = 0$$

$$2(x^2 - 5x + 4) = 0$$

$$2(x - 4)(x - 1) = 0$$

$$x - 4 = 0 \text{ atau } x - 1 = 0$$

$$x = 4 \quad \text{atau} \quad x = 1$$

Untuk menghitung luas kita gunakan aturan : $L = \int_a^b f(x) - g(x) \, dx$

$$L = \int_1^3 (-x^2 + 6x - 5) - (x^2 - 4x + 3) \, dx$$

$$= \int_1^3 -x^2 + 6x - 5 - x^2 + 4x - 3 \, dx$$

$$= \int_1^3 -2x^2 + 10x - 8 \, dx$$

$$= -\frac{2}{3}x^3 + 5x^2 - 8x \Big|_1^3$$

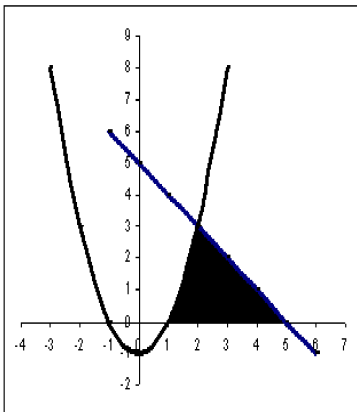
$$= \left\{ -\frac{2}{3}(3)^3 + 5(3)^2 - 8(3) \right\} - \left\{ -\frac{2}{3}(1)^3 + 5(1)^2 - 8(1) \right\}$$

$$= \{-18 + 45 - 24\} - \left\{ -\frac{2}{3} + 5 - 8 \right\}$$

$$= -18 + 45 - 24 + \frac{2}{3} - 5 + 8$$

$$= 6\frac{2}{3}$$

3. Luas daerah yang diarsir pada gambar adalah ...satuan luas.



a. $4\frac{1}{2}$

b. $5\frac{1}{6}$

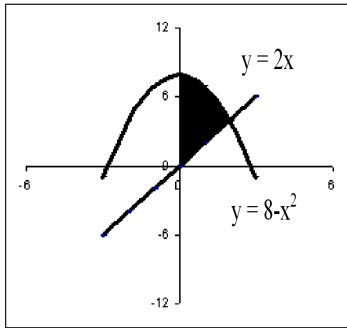
c. $5\frac{5}{6}$

d. $13\frac{1}{6}$

e. $30\frac{1}{6}$

Soal Ujian Nasional Tahun 2005 kurikulum 2004

4. Luas daerah arsiran pada gambar di bawah ini adalah ...satuan luas.



- a. 5
- b. $7\frac{2}{3}$
- c. 8
- d. $9\frac{1}{3}$
- e. $10\frac{1}{3}$

Soal Ujian Nasional Tahun 2004

Untuk soal diatas cari terlebih dahulu titiik potog kedua kurva.

Substitusikan $y = 2x$ pada $y = 8 - x^2$

$$2x = 8 - x^2$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$x + 4 = 0 \quad \text{atau} \quad x - 2 = 0$$

$$x = -4 \quad \text{atau} \quad x = 2$$

$$L = \int_a^b f(x) - g(x) \, dx$$

$$= \int_0^2 (8 - x^2) - (2x) \, dx$$

$$= \int_0^2 8 - x^2 - 2x \, dx$$

$$= 8x - \frac{1}{3}x^3 - x^2 \Big|_0^2$$

$$= \{8(2) - \frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2\} - \{8(0) - \frac{1}{3}(0)^3 - (0)^2\}$$

$$= 16 - \frac{8}{3} - 4 = 9\frac{1}{3}$$

5. Jika $f(x) = (x - 2)^2 - 4$ dan $g(x) = -f(x)$, maka luas daerah yang dibatasi oleh kurva f dan g adalah ... satuan luas.

- a. $10\frac{2}{3}$
- b. $21\frac{1}{3}$
- c. $22\frac{2}{3}$

d. $42 \frac{2}{3}$

e. $45 \frac{1}{3}$

Soal Ujian Nasional Tahun 2003

$$f(x) = (x - 2)^2 - 4$$

$$= x^2 - 4x + 4 - 4$$

$$= x^2 - 4x \quad (\text{terbuka keatas})$$

$$-f(x) = 4x - x^2 \quad (\text{terbuka kebawah})$$

Note : Untuk mengetahui bentuk sebuah kurva dapat dilihat pada koefisien x^2 , jika positif maka kurva terbuka keatas, dan jika negatif terbuka kebawah.

Batas atas dan bawah didapat dari akar - akar $x^2 - 4x$.

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{atau} \quad x - 4 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{atau} \quad x = 4$$

$$L = \int_a^b f(x) - g(x) \, dx$$

$$= \int_0^4 (4x - x^2) - (x^2 - 4x) \, dx$$

$$= \int_0^4 4x - x^2 - x^2 + 4x \, dx$$

$$= \int_0^4 8x - 2x^2 \, dx$$

$$= 4x^2 - \frac{2}{3}x^3 \Big|_0^4 = \{4(4)^2 - \frac{2}{3}(4)^3\} - \{4(0)^2 - \frac{2}{3}(0)^3\}$$

$$= 64 - \frac{128}{3} = 64 - \frac{128}{3} = 21 \frac{1}{3}$$

6. Luas daerah D yang dibatasi oleh parabola $y = x^2$ dikuadran I, garis $x + y = 2$, dan garis $y = 4$ adalah ...satuan luas

a. $4 \frac{1}{6}$

b. 5

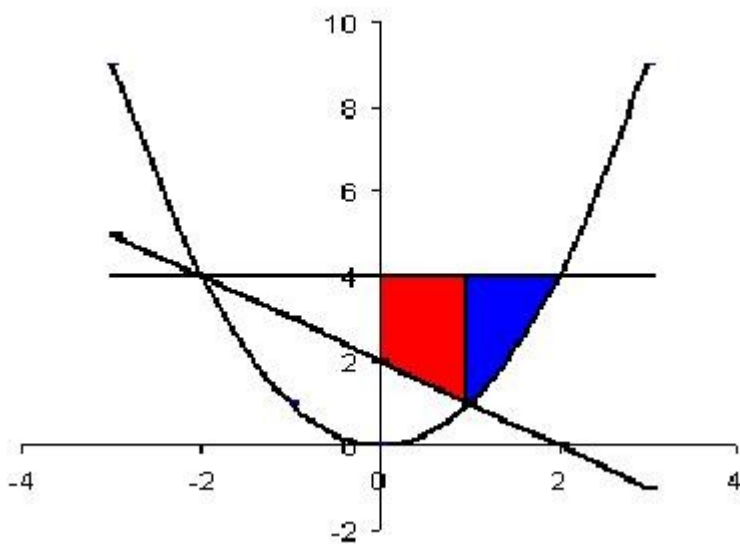
c. 6

d. $6 \frac{1}{6}$

e. $7 \frac{1}{2}$

Soal Ujian Nasional Tahun 2002

Soal diatas kalau disajikan betuk gambarnya kira - kira seperti dibawah ini



Luas Daerah yang dicari adalah yang berwarna merah dan biru, sengaja diberi warna berbeda (karena memiliki batas yang berbeda) agar lebih jelas dalam mencari perhitungan

Luas 1 (daerah berwarna merah)

Fungsi ke - 1 yaitu $y = f(x) = 4$

Fungsi ke - 2 yaitu $y = f(x) = -x + 2$

Luas 1 (daerah berwarna biru)

Fungsi ke - 1 yaitu $y = f(x) = 4$

Fungsi ke - 2 yaitu $y = f(x) = x^2$

Dari gambar batas antara luas 1 (merah) dengan luas 2 (biru) adalah 1. Ini bisa didapat dari perpotongan antara fungsi $y = x^2$ dan $y = -x + 2$

$$x^2 = -x + 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x + 2 = 0 \quad \text{atau} \quad x - 1 = 0$$

$$x = -2 \quad \text{atau} \quad x = 1$$

$$L1 = \int_a^b f(x) - g(x) \, dx$$

$$= \int_0^1 4 - (-x + 2) \, dx = \int_0^1 4 + x - 2 \, dx = \int_0^1 2 + x \, dx$$

$$= 2x + \frac{1}{2}x^2 \Big|_0^1 = 2(1) + \frac{1}{2}(1) = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$L2 = \int_a^b f(x) - g(x) \, dx$$

$$= \int_1^2 4 - x^2 \, dx = 4x - \frac{1}{3}x^3 \Big|_1^2 \quad (\text{batas atas 2 diperoleh dari perpotongan } y = 4 \text{ dan } y = x^2)$$

$$= \{4(2) - \frac{1}{3}(2)^3\} - \{4(1) - \frac{1}{3}(1)^3\}$$

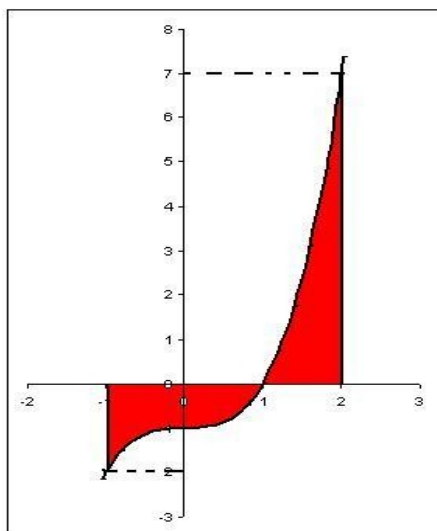
$$= \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(4 - \frac{1}{3}\right) = 8 - \frac{8}{3} - 4 + \frac{1}{3} = 4 - \frac{7}{3} = 1\frac{2}{3}$$

$$L = L1 + L2 = 2\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3} = 4\frac{1}{6}$$

7. Luas daerah yang dibatasi oleh $y = x^3 - 1$, sumbu x , $x = -1$, dan $x = 2$ adalah ... satuan luas.

- a. $\frac{3}{4}$
- b. 2
- c. $2\frac{3}{4}$
- d. $3\frac{1}{4}$
- e. $4\frac{3}{4}$

Soal Ujian Nasional Tahun 2000



$$L = L1 + L2$$

$$L1 = -\int_{-1}^1 x^3 - 1 \, dx = -\frac{1}{4}x^4 + x \Big|_{-1}^1$$

$$= \left\{-\frac{1}{4}(1)^4 + (1)\right\} - \left\{-\frac{1}{4}(-1)^4 + (-1)\right\} = -\frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4} + 1 = 2$$

$$L2 = \int_1^2 x^3 - 1 \, dx = \frac{1}{4}x^4 - x \Big|_1^2 =$$

$$= \left\{\frac{1}{4}(2)^4 - (2)\right\} - \left\{\frac{1}{4}(1)^4 - (1)\right\} = 4 - 2 - \frac{1}{4} + 1 = 2\frac{3}{4}$$

$$L = 2 + 2\frac{3}{4} = 4\frac{3}{4}$$

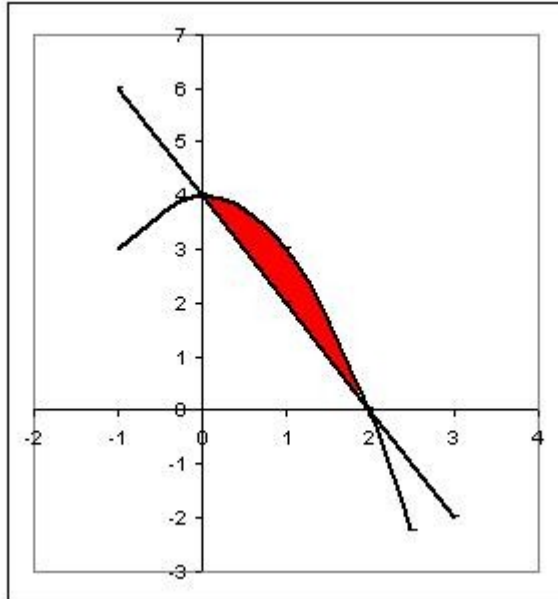
Materi pokok : Volume Benda Putar

8. Volume benda putar bila daerah yang dibatasi kurva $y = -x^2 + 4$ dan $y = -2x + 4$ diputar 360° mengelilingi sumbu y adalah ... satuan volume.

- a. 8π
- b. $\frac{13}{2}\pi$

- c. 4π
- d. $\frac{8}{3}\pi$
- e. $\frac{5}{4}\pi$

Soal Ujian Nasional Tahun 2007



Cat : Gambar diatas kemudian diputar 360° terhadap sumbu y(kasih masukkan ya, kalau anda tahu cara menggambar kurva dengan putaran 360°)

Dari gambar sebenarnya terlihat titik potong kedua kurva. Kalau melalui perhitungan didapat dari :

$$y = -x^2 + 4$$

$$y = -2x + 4$$

Substitusikan nilai y, didapat :

$$-2x + 4 + x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 2$$

Untuk nilai y, substitusikan nilai x pada $y = -2x + 4$

$$x = 0 \quad y = -2(0) + 4 = 4$$

$$x = 2 \quad y = -2(2) + 4 = 0$$

Karena beda diputar terhadap sumbu y, maka terlebih dahulu rubah fungsi $y = f(x)$ menjadi $x = f(y)$.

$$y = -x^2 + 4$$

$$y = -2x + 4$$

$$y - 4 = -x^2$$

$$y - 4 = -2x$$

$$4 - y = x^2$$

$$2 - \frac{1}{2}y = x$$

$$x = \sqrt{4 - y}$$

$$V = \pi \int_a^b f^2(y) - g^2(y) \, dy$$

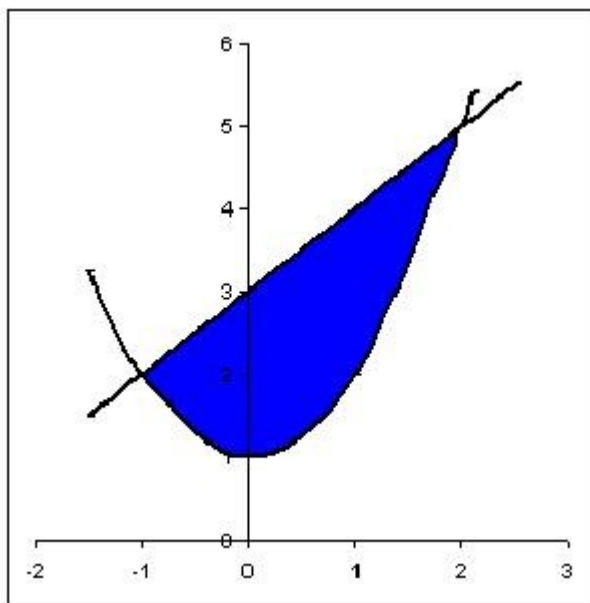
$$= \pi \int_0^4 (\sqrt{4 - y})^2 - (2 - \frac{1}{2}y)^2 \, dy$$

$$\begin{aligned}
 &= \pi \int_0^4 (4-y) - (4-2y + \frac{1}{4}y^2) \, dy \\
 &= \pi \int_0^4 -\frac{1}{4}y^2 + y \, dy = -\frac{1}{12}y^3 + \frac{1}{2}y^2 \Big|_0^4 \pi \\
 &= \left\{ -\frac{1}{12}(4)^3 + \frac{1}{2}(4)^2 \right\} \pi = \left(-\frac{16}{3} + 8 \right) \pi = \frac{8}{3} \pi
 \end{aligned}$$

9. Volume benda putar yang terjadi, jika daerah antara kurva $y = x^2 + 1$ dan $y = x + 3$, diputar mengelilingi sumbu x adalah ...satuan volum.

- a. $\frac{67}{5} \pi$
- b. $\frac{107}{5} \pi$
- c. $\frac{117}{5} \pi$
- d. $\frac{133}{5} \pi$
- e. $\frac{183}{5} \pi$

Soal Ujian Nasional Tahun 2006



Dari gambar sebenarnya terlihat titik potong kedua kurva. Kalau melalui perhitungan didapat dari :

$$y = x^2 + 1$$

$$y = x + 3$$

Substitusikan nilai y, didapat :

$$x^2 + 1 = x + 3$$

$$x^2 + 1 - x - 3 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ atau } x = -1$$

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) - g^2(x) \, dx$$

$$\begin{aligned}
&= \pi \int_{-1}^2 (x+3)^2 - (x^2+1)^2 \, dx \\
&= \pi \int_{-1}^2 (x^2 + 6x + 9) - (x^4 + 2x^2 + 1) \, dx \\
&= \pi \int_{-1}^2 x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1 \, dx \\
&= \pi \int_{-1}^2 -x^4 - x^2 + 6x + 8 \, dx \\
&= \pi \left(-\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x \right) \Big|_{-1}^2 \\
&= \pi \left(-\frac{1}{5}(2)^5 - \frac{1}{3}(2)^3 + 3(2)^2 + 8(2) - \left(-\frac{1}{5}(-1)^5 - \frac{1}{3}(-1)^3 + 3(-1)^2 + 8(-1) \right) \right) \\
&= \pi \left(-\frac{32}{5} - \frac{8}{3} + 12 + 16 - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + 3 - 8 \right) \right) \\
&= \pi \left(-\frac{33}{5} - \frac{9}{3} + 33 \right) \\
&= \pi \left(-\frac{33}{5} + 30 \right) \\
&= \pi \left(-6\frac{3}{5} + 30 \right) \\
&= 23\frac{2}{5}\pi = \frac{117}{5}\pi
\end{aligned}$$

10. Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 2x^{\frac{1}{2}}$, garis $y = \frac{1}{2}x$ dan garis $x = 4$ diputar 360° terhadap sumbu x adalahsatuan volume.

- a. $23\frac{1}{3}\pi$
- b. $24\frac{2}{3}\pi$
- c. $26\frac{2}{3}\pi$
- d. $27\frac{1}{3}\pi$
- e. $27\frac{2}{3}\pi$

Soal Ujian Nasional Tahun 2005

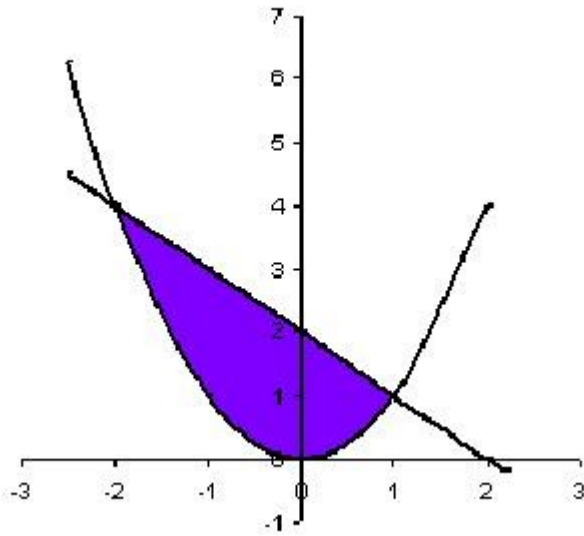
11. Daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$ dan $x + y - 2 = 0$, diputar mengelilingi sumbu x sejauh 360° . Volume benda putar yang terjadi adalah ...satuan volum.

- a. $15\frac{2}{3}\pi$
- b. $15\frac{2}{5}\pi$
- c. $14\frac{3}{5}\pi$

d. $14 \frac{2}{5} \pi$

e. $10 \frac{3}{5} \pi$

Soal Ujian Nasional Tahun 2004



$$y = x^2 \text{ dan } x + y - 2 = 0 \quad (y = 2 - x)$$

Substitusi kedua persamaan untuk mendapat titik potongnya.

$$x^2 = 2 - x$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x = -2 \text{ atau } x = 1$$

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) - g^2(x) \, dx$$

$$= \pi \int_{-2}^1 (2-x)^2 - (x^2)^2 \, dx$$

$$= \pi \int_{-2}^1 4 - 4x + x^2 - x^4 \, dx$$

$$= \pi \left(4x - 2x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_{-2}^1$$

$$= \pi \left\{ (4(1) - 2(1)^2 + \frac{1}{3}(1)^3 - \frac{1}{5}(1)^5) - (4(-2) - 2(-2)^2 + \frac{1}{3}(-2)^3 - \frac{1}{5}(-2)^5) \right\}$$

$$= \pi \left\{ (4 - 2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}) - (-8 - 8 - \frac{8}{3} + \frac{32}{5}) \right\}$$

$$= \pi \left(2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + 16 + \frac{8}{3} - \frac{32}{5} \right)$$

$$= (21 - 6\frac{3}{5})\pi$$

$$= 14 \frac{2}{5} \pi$$

12. Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi oleh $y = 2x^2 + 1$, $x = 1$, sumbu x , dan sumbu y diputar 360° mengelilingi sumbu x adalah ... satuan volum.

- a. $\frac{12}{15} \pi$
- b. 2π
- c. $\frac{27}{15} \pi$
- d. $\frac{47}{15} \pi$
- e. 4π

Soal Ujian Nasional Tahun 2003

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) - g^2(x) \, dx$$

$$V = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 - (0)^2 \, dx$$

$$V = \pi \int_0^1 4x^4 + 4x^2 + 1 \, dx$$

$$= \pi \left(\frac{4}{5} x^5 + \frac{4}{3} x^3 + x \right) \Big|_0^1$$

$$= \pi \left(\frac{4}{5} (1)^5 + \frac{4}{3} (1)^3 + 1 \right)$$

$$= \pi \left(\frac{4}{5} + \frac{4}{3} + 1 \right) = \pi \left(\frac{12 + 20 + 15}{15} \right) = \frac{47}{15} \pi$$

13. Volume benda putar yang terjadi bila daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 9 - x^2$ dan $y = 5$ diputar mengelilingi sumbu y sejauh 360° adalah

- a. 4π
- b. $\frac{16}{3} \pi$
- c. 8π
- d. 16π
- e. $\frac{92}{3} \pi$

Soal Ujian Nasional Tahun 2002

14. Volume benda putar yang terjadi bila daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 1$ dan sumbu x dari $x=1$, $x = -1$, diputar mengelilingi sumbu x sejauh 360° adalah

- a. $\frac{4}{15} \pi$
- b. $\frac{8}{15} \pi$
- c. $\frac{16}{15} \pi$

d. $\frac{24}{15} \pi$

e. $\frac{32}{15} \pi$

Soal Ujian Nasional Tahun 2001

15. Volume benda putar yang terjadi bila daerah pada kuadran pertama

yang dibatasi oleh kurva $y = 1 - \frac{x^2}{4}$, sumbu x, sumbu y diputar mengelilingi sumbu x adalah ... satuan volume.

a. $\frac{52}{15} \pi$

b. $\frac{16}{12} \pi$

c. $\frac{16}{15} \pi$

d. π

e. $\frac{12}{15} \pi$

Soal Ujian Nasional Tahun 2000

Kalau cara yang saya sampaikan masih ada yang belum jelas anda dapat mengirimkan pertanyaan melalui email ke : matematika3sma@gmail.com atau YM matematika3sma@yahoo.com

Created by : <http://matematika-sma.blogspot.com>