

Выполнила

Попова Юлия Дмитриевна 1032192876 НФИбд-03-19

Цель работы

Построить математические модели в Scilab на примере "Задаче о погоне".

Задание работы

Вариант 37

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 14,1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,9 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

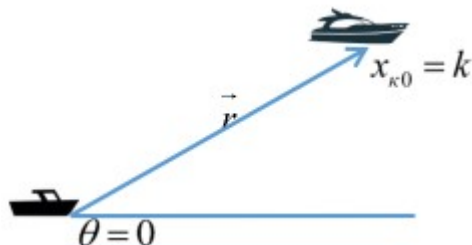
Теоретическое введение

Scilab - пакет прикладных математических программ, предоставляющий открытое окружение для инженерных и научных расчётов.

Выполнение лабораторной работы

Постановка задачи

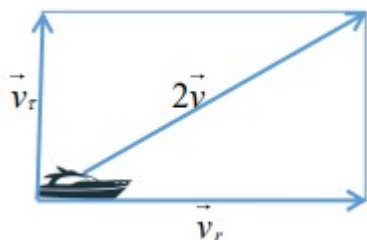
1. Принимаем за $t_0 = 0$, $x_{l0} = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{k0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров x_{l0} ($\theta = x_{l0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис.1)



3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x / v или $(k - x) / 3.9v$ (во втором случае $(k + x) / 3.9v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{3.9v}$ в первом случае или $\frac{x}{v} = \frac{k+x}{3.9v}$ во втором. Отсюда мы найдем два значения $x_1 = 118/49$, $x_2 = 118/29$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_t - тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$. Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$



Из рисунка видно: $v_t = \sqrt{3.9v^2 - v^2} = \sqrt{14.21}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{14.21}v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений: $\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{14.21}v \end{cases}$ с начальными условиями: $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$ или $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$

где $x_1=118/49$, $x_1=118/29$.

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{14.21}}$ Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Реализация в Scilab

Решение дифференциального уравнения в Scilab

```
k=14.1; // начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*pi/4;
//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
    dr=r/sqrt(14.21);
endfunction;

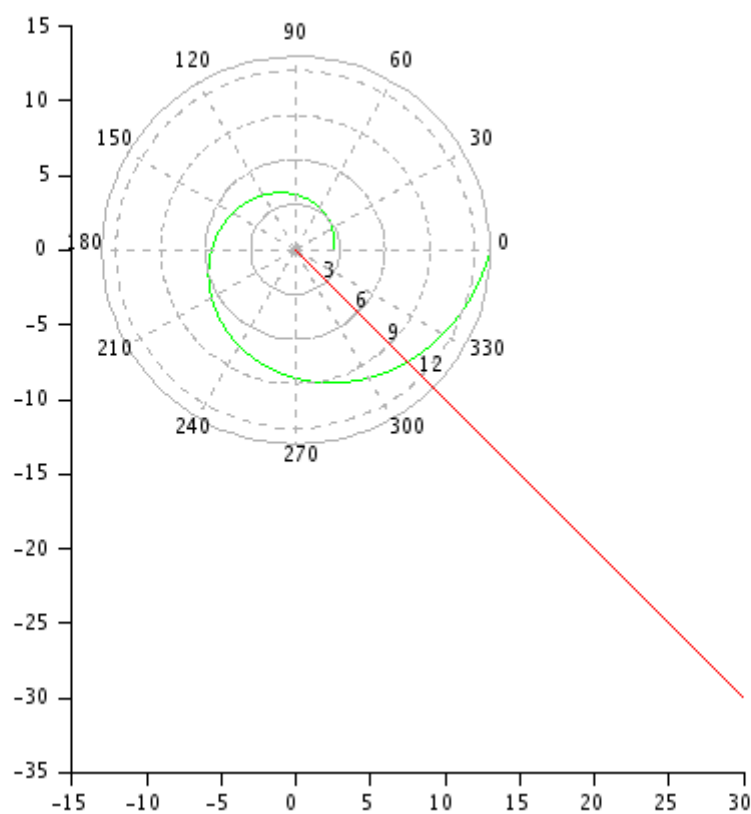
//начальные условия в случае 1
r0=118/48;
tetha0=0;

//начальные условия в случае 2
r0=118/29;
tetha0=0;

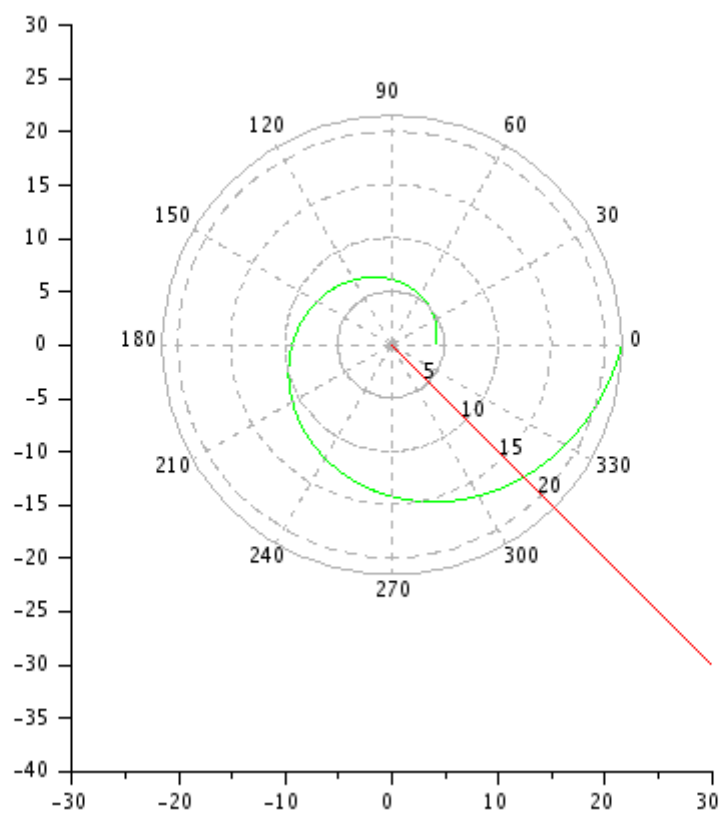
tetha=0:0.01:2*pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
    xt=tan(fi)*t;
endfunction
```

Точка пересечения траекторий в первом случае $(-7.5, 7.5)$



Точка пересечения траекторий во втором случае $(-11.5, 11.5)$



Вывод

Научились строить математические модели в Scilab на примере "Задаче о погоне".

Библиография

1. Wikipedia: Scilab (<https://ru.wikipedia.org/wiki/Scilab>)