Front matter

title: "Отчёт по лабораторной работе №7" subtitle: "Дискретное логарифмирование" author: "Игорь Солодовников"

Generic otions

lang: ru-RU toc-title: "Содержание"

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

Pdf output format

toc: true # Table of contents toc_depth: 2 lof: true # List of figures fontsize: 12pt linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt

I18n

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true polyglossia-otherlangs: name: english

Fonts

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions: Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parentracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Misc options

indent: true header-includes:

- \linepenalty=10 # the penalty added to the badness of each line within a paragraph (no associated penalty node) Increasing the value makes tex try to have fewer lines in the paragraph.
- \interlinepenalty=0 # value of the penalty (node) added after each line of a paragraph.
- \hyphenpenalty=50 # the penalty for line breaking at an automatically inserted hyphen
- \exhyphenpenalty=50 # the penalty for line breaking at an explicit hyphen
- \binoppenalty=700 # the penalty for breaking a line at a binary operator
- \relpenalty=500 # the penalty for breaking a line at a relation
- \clubpenalty=150 # extra penalty for breaking after first line of a paragraph
- \widowpenalty=150 # extra penalty for breaking before last line of a paragraph
- \displaywidowpenalty=50 # extra penalty for breaking before last line before a display math
- \brokenpenalty=100 # extra penalty for page breaking after a hyphenated line
- \predisplaypenalty=10000 # penalty for breaking before a display
- \postdisplaypenalty=0 # penalty for breaking after a display
- \floatingpenalty = 20000 # penalty for splitting an insertion (can only be split footnote in standard LaTeX)
- \raggedbottom # or \flushbottom
- \usepackage{float} # keep figures where there are in the text
- \floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text

---

Цель работы

Изучение задачи дискретного логарифмирования.

Теоретические сведения

Пусть в некоторой конечной мультипликативной абелевой группе G задано уравнение

$$g^x=a$$

Решение задачи дискретного логарифмирования состоит в нахождении некоторого целого неотрицательного числа x, удовлетворяющего уравнению. Если оно разрешимо, у него должно быть хотя бы одно натуральное решение, не превышающее порядок группы. Это сразу даёт грубую оценку сложности алгоритма поиска решений сверху — алгоритм полного перебора нашёл бы решение за число шагов не выше порядка данной группы.

Чаще всего рассматривается случай, когда группа является циклической, порождённой элементом g. В этом случае уравнение всегда имеет решение. В случае же произвольной группы вопрос о разрешимости задачи дискретного логарифмирования, то есть вопрос о существовании решений уравнения , требует отдельного рассмотрения.

p-алгоритм Поллрада

- Вход. Простое число p, число a порядка r по модулю p, целое число bб $1 < b < p$; отображение f, обладающее сжимающими свойствами и сохраняющее вычислимость логарифма.
- Выход. показатель x, для которого $a^x=b(mod p)$, если такой показатель существует.

1. Выбрать произвольные целые числа u, v и положить $c=a^u b^v (mod p), d=c$
2. Выполнять $c=f(c)(mod p), d=f(f(d))(mod p), вычисляя при этом логарифмы для c и d как линейные функции от x по модулю r, до получения равенства $c=d (mod p)$
3. Приняв логарифмы для c и d, вычислить логарифм x решением сравнения по модулю r. Результат x или РЕШЕНИЯ НЕТ.

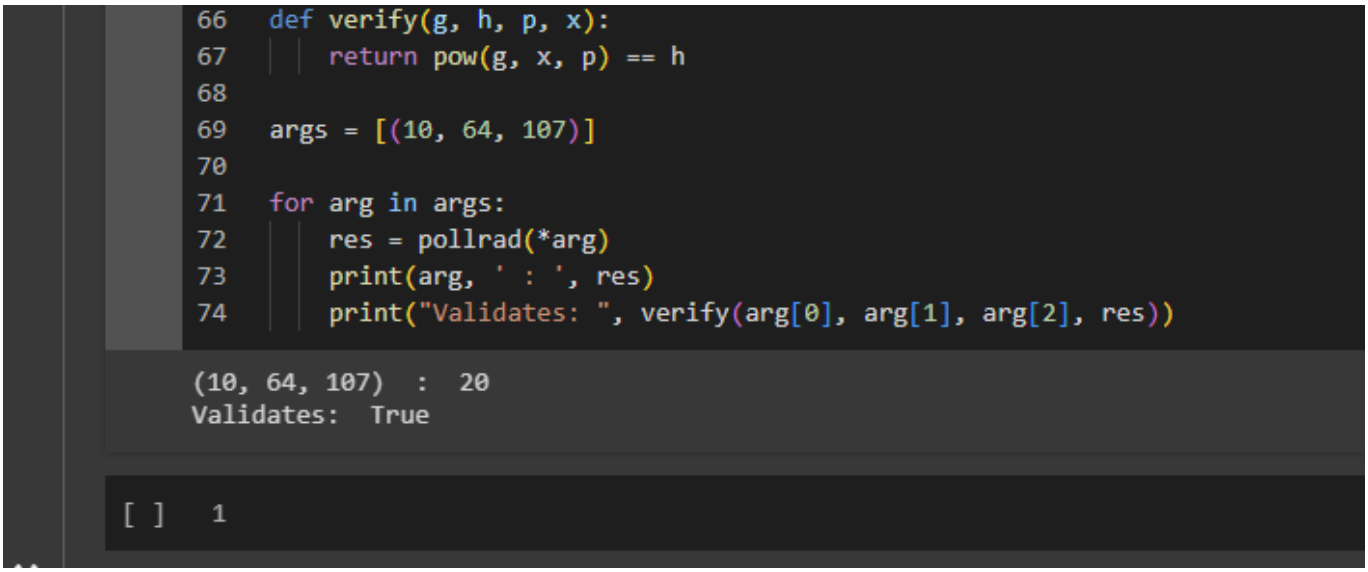
Выполнение работы

Реализация алгоритма на языке Python

```
def ext_euclid(a, b):
    if b==0:
        return a, 1, 0
    else:
        d, xx, yy = ext_euclid(b, a%b)
        x = yy
        y = xx - (a//b)*yy
        return d, x, y


def inverse(a, n):
    return ext_euclid(a, n)[1]


def xab(x, a, b, xxx):

    (G, H, P, Q) = xxx
    sub = x%3

    if sub == 0:
        x = x*xxx[0] % xxx[2]
        a = (a+1)%Q

    if sub == 1:
        x = x*xxx[1] % xxx[2]
        b = (b+1) % xxx[2]

    if sub == 2:
        x = x*x % xxx[2]
        a = a*2 % xxx[3]
        b = b*2 % xxx[3]

    return x, a, b


def pollrad(G, H, P):
    Q = int((P-1)//2)

    x = G*H
    a = 1
```

```
    b = 1

    X = x
    A = a
    B = b

    for i in range(1, P):
        x, a, b = xab(x, a, b, (G, H, P, Q))
        X, A, B = xab(X, A, B, (G, H, P, Q))
        X, A, B = xab(X, A, B, (G, H, P, Q))

        if x == X:
            break


    nom = a-A
    denom = B-b
    res = (inverse(denom, Q)*nom)%Q

    if verify(G, H, P, res):
        return res

    return res + Q


def verify(g, h, p, x):
    return pow(g, x, p) == h

args = [(10, 64, 107)]

for arg in args:
    res = pollrad(*arg)
    print(arg, ' : ', res)
    print("Validates: ", verify(arg[0], arg[1], arg[2], res))
```

Контрольный пример



{ #fig:001 }

Выводы

Изучили задачу дискретного логарифмирования.

Список литературы{.unnumbered}

1. Дискретное логарифмирование)
2. Доступно о криптографии на эллиптических кривых