

Cvičenie č.6 a 7: Riešenie preurčeného systému rovníc metódou najmenších štvorcov (rekurzívne metódy)

Predpokladajme sústavu rovníc v tvare:

$$(x_{w+1} - x_w)\theta_1 + (x_{w+2} - x_w)\theta_2 + \dots + (x_{w+n} - x_w)\theta_n + x_{w+n+1} - x_w = 0$$

pre $w=0,1,\dots,N-n-1$, čo predstavuje $m=N-n$ rovníc o n neznámych parametroch, pričom hodnoty x_i sú dané v nasledovnej tabuľke:

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	0	2.7	6.8	9	9.2	8.6	8	7.8	7.8	7.9	8

Dostaneme teda preurčený systém rovníc v tvare

$$\mathbf{H}\hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{y} = \mathbf{e}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \begin{pmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\theta}_n \end{pmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} x_1 - x_0 & x_2 - x_0 & \dots & x_n - x_0 \\ x_2 - x_1 & x_3 - x_1 & \dots & x_{n+1} - x_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N-n} - x_{N-n-1} & x_{N-n+1} - x_{N-n-1} & \dots & x_{N-1} - x_{N-n-1} \end{pmatrix} \quad \mathbf{y} = - \begin{pmatrix} x_{n+1} - x_0 \\ x_{n+2} - x_1 \\ \vdots \\ x_N - x_{N-n-1} \end{pmatrix}$$

Minimálny počet potrebných vzoriek pre požadované $n = 3$ bude $N=7$, určený z podmienky $m = N - n > n$ (M rovníc, n neznámych).

Úlohy:

1. Riešte preurčený systém rovníc:

- a) rekurzívnou metódou najmenších štvorcov (RMNS) bez váhovania a zabúdania, pričom uvažujte počiatočné podmienky:

$$\mathbf{P}_0 = 10^{10} \mathbf{I} \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}_0^* = 0$$

- b) odmocninovou verziou RMNS bez zabúdania, pričom uvažujte počiatočné podmienky:

$$\mathbf{G}_0 = 10^{10} \mathbf{I} \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}_0^* = 0$$

- c) algoritmom REFIL bez zabúdania, pričom uvažujte počiatočné podmienky:

$$\mathbf{G}_0 = 10^{10} \mathbf{I} \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}_0^* = 0$$

- d) algoritmom LDFIL bez zabúdania, pričom uvažujte počiatočné podmienky:

$$\mathbf{L}_0 = \mathbf{I}; \quad \mathbf{D}_0 = 10^{10} \mathbf{I} \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}_0^* = 0$$

2. Určite vektor parametrov $\hat{\boldsymbol{\theta}}^*$ a hodnotu účelovej funkcie $Q(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*)$.

Do vypracovaného zadania uveďte:

- maticu \mathbf{H} a vektor \mathbf{y} ,
- programový kód pre všetky použité metódy (m-file),
- výsledky riešenia vo forme nasledovných tabuliek:

Pre RMNŠ:

k	1	2	atd'
θ_k^*			
P_k			
e_k			
Q_k			

Pre ORMNŠ:

k	1	2	atd'
θ_k^*			
G_k			
e_k			
Q_k			

Pre REFIL:

k	1	2	atd'
θ_k^*			
G_k			
Q_k			

Pre LDFIL:

k	1	2	atd'
θ_k^*			
L_k			
D_k			
Q_k			