Cvičenie č.3: Regresná analýza – statický systém

V pätnástich prevádzkach firmy sa vyrába rovnaký produkt v počte u_i tisíc kusov pri jednotkovej cene $y_i \in$, čo je konkretizované v pripojenej tabuľke:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
u _i	2	3	4	4	5	6	6	6	7	8	9	10	12	13	14
y _i	8	10	7	6	5	5	4	3	4	5	3	2	1	1	2

Tabuľky a grafy reprezentujú nevýhodné neparametrické modely, pred ktorými preferujeme modely parametrické, ktoré si však vyžadujú znalosť štruktúry funkčnej závislosti $\hat{y} = f(u, \hat{\theta})$.

Úlohy:

1. Použitím regresnej analýzy realizujte odhad parametrov nasledujúcich závislostí:

a) Lineárna regresia: $\hat{y} = \hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 u = \begin{bmatrix} 1 & u \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}}$

b) Kvadratická regresia: $\hat{y} = \hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 u + \hat{\theta}_2 u^2 = \begin{bmatrix} 1 & u & u^2 \end{bmatrix} \hat{\theta}$

c) Kubická regresia: $\hat{\mathbf{y}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_0 + \hat{\boldsymbol{\theta}}_1 \mathbf{u} + \hat{\boldsymbol{\theta}}_2 \mathbf{u}^2 + \hat{\boldsymbol{\theta}}_3 \mathbf{u}^3 = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{u} & \mathbf{u}^2 & \mathbf{u}^3 \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}}$

d) Hyperbolická regresia: $\hat{y} = \hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 / u = \begin{bmatrix} 1 & u^{-1} \end{bmatrix} \hat{\theta}$

e) Exponenciálna regresia: $\hat{y} = \hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 e^{-au} = \begin{bmatrix} 1 & e^{-au} \end{bmatrix} \hat{\theta}$, pre a = 0.2, a = 0.3

f) Logaritmická regresia: $\hat{y}=p\,u^q \Rightarrow \hat{Y}=\hat{\theta}_0+\hat{\theta}_1\,U$

kde $\hat{\theta}_0$ =ln(p); $\hat{\theta}_1$ =q; \hat{Y} =ln(\hat{y}); U=ln(u)

g) Exponenciálno–lineárna regresia: $\hat{y} = e^{\hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 u} \implies \hat{Y} = \hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 u$ kde $\hat{Y} = In(\hat{y})$

Vykreslite vypočítané závislosti \hat{y}_i pre zadané hodnoty u_i a porovnajte so skutočnými hodnotami y_i .

- 2. Pre každý typ závislosti vyčíslite súčet odchýlok a súčet kvadrátov odchýlok a na základe nich určite poradie vhodnosti náhrady nameraných údajov.
- 3. Pre každý typ závislosti vypočítajte odhad ceny pri produkcii 12 500 kusov.