Odhad priemernej spotreby paliva v automobile

Výrobca automobilu udáva, že priemerná spotreba paliva so 40% podielom diaľnice je 12,5 l/100km. $= \mu$
Testovací jazdec podrobil 14 automobilov meraniu spotreby v rôznych podmienkach. Nameraná spotreba je v nasledovnej tabuľke:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
l/100 km	12,8	13,5	14,2	13,6	14,1	14,5	13,6	13,9	14,3	15,1	13,7	13,4	13,9	14,2

$N(\mu, \sigma^2) \to S_x^2$
$\mu = 12,5$

1. Bodový odhad strednej hodnoty

Nevychýleným odhadom strednej hodnoty je aritmetický priemer:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{194{,}8}{14} = 13{,}91429 \ (\mathrm{l}/100\mathrm{km})$$

2. Bodový odhad rozptylu (disperzie)

Nevychýleným odhadom rozptylu je výberový rozptyl (disperzia)

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{4{,}017}{13} = 0{,}309$$

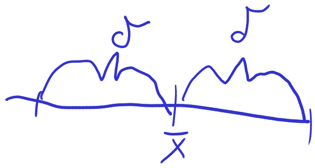
Výberová smerodajná odchýlka – odmocnina z rozptylu

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = 0{,}55588$$

3. Intervalový odhad strednej hodnoty

Keďže poznáme iba odhad rozptylu základného súboru, použijeme vzťah

$$P(\bar{x} - \delta_x \le \mu_x \le \bar{x} + \delta_x) = 1 - \alpha$$



kde $\delta_x = \frac{S_x}{\sqrt{N}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}$

$t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ je kvantil Studentovho rozdelenia s N-1 stupňami voľnosti.

Pre hladinu významnosti α=0,05 $\quad t_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2{,}160369$

$$\delta_x = \frac{S_x}{\sqrt{N}} t_{1-\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sqrt{0{,}309}}{\sqrt{14}} 2{,}16 = 0{,}320954$$

S pravdepodobnosťou 95% sa skutočná priemerná spotreba automobilu bude pohybovať v intervale

$$\langle \bar{x} - \delta_x ; \bar{x} + \delta_x \rangle = \langle 13{,}59333 \ ; \ 14{,}23524 \rangle$$

Čo vplýva na veľkosť intervalu?

- **Hladina významnosti α (hodnota kvantilu)**

  pre α=0,1 $\langle \bar{x}-\delta_x ; \bar{x}+\delta_x \rangle = \langle 13{,}65118 \,;\, 14{,}17739 \rangle$

  pre α=0,05 $\langle \bar{x}-\delta_x ; \bar{x}+\delta_x \rangle = \langle 13{,}59333 \,;\, 14{,}23524 \rangle$

  pre α=0,01 $\langle \bar{x}-\delta_x ; \bar{x}+\delta_x \rangle = \langle 13{,}46676 \,;\, 14{,}36181 \rangle$

  Nižšie α znamená širší interval – pri nižšej hodnote α sa musí do intervalu „vojsť" viac hodnôt. Hodnota α korešponduje s percentom hodnôt mimo intervalu.

- **Rozptyl nameraných údajov** S_x^2

  Vyšší rozptyl znamená väčšiu šírku intervalu – čím je menší rozptyl v údajoch, tým presnejšie môžeme odhadovať strednú hodnotu.

- **Počet nameraných údajov N**

  S rastúcim N sa interval zužuje – máme viac údajov a teda presnejšiu informáciu.

4. Testovanie hypotézy (t-test)

Testujeme hypotézu, že priemerná spotreba paliva so 40% podielom diaľnice je 12,5 l/100km, ako udáva výrobca.

Nulová hypotéza: H_0: $\mu=\mu_0$, kde μ_0=12,5 (l/100km).

Nulovú hypotézu H_0 prijímame, ak bude platiť nerovnosť $|t| \le t_{1-\frac{\alpha}{2}}$,

kde $t = \dfrac{\bar{x}-\mu_x}{S_x}\sqrt{N} \in St(N-1)$.

Z údajov výberového súboru vypočítame $t = \dfrac{13{,}91429-12{,}5}{0{,}5558}\sqrt{14} = 9{,}52103$.

Keďže $t_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2{,}160369 \quad \Rightarrow \quad \boxed{|t| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}}$

Na hladine významnosti 5% zamietame hypotézu o priemernej spotrebe 12,5 l/100km.

MATLAB:

funkcia *ttest* (Statistics and Machine Learning Toolbox)

h=ttest(x)	*Returns a test decision for the null hypothesis that the data in x comes from a normal distribution with mean equal to zero and unknown variance.*
$\Downarrow$	
h = 1	*The result h is 1 if the test rejects the null hypothesis at the 5% significance level, and 0 otherwise.*

Na hladine významnosti 5% zamietame hypotézu o nulovej strednej hodnote.

h=ttest(x, 12.5)	*Returns a test decision for the null hypothesis that the data in x comes from a normal distribution with mean 12.5 and unknown variance.*
$\Downarrow$	
h = 1	**Na hladine významnosti 5% zamietame hypotézu o priemernej spotrebe 12,5 l/100km.**
h=ttest(x, 13.8)	
$\Downarrow$	
h = 0	**Na hladine významnosti 5% prijímame hypotézu o priemernej spotrebe 13,8 l/100km.**