

1 ÚVOD DO IDENTIFIKÁCIE

1.1 Model

⇒ **Model** je matematický **popis reálneho objektu**, ktorý je vytváraný **na určité účely**, napr.:

- analýza modelovaného systému
- odhad signálov, ktoré nie je možné merať
- testovanie hypotéz o správaní systému
- predpovedanie krátkodobého a dlhodobého dynamického správania systému
- riadenie procesov.

⇒ **Účel modelovania by mal byť známy dopredu, pretože výrazne ovplyvňuje procedúru hľadania modelu!**

⇒ **Úlohou modelu** je čo najvierohodnejšie **predikovať** alebo **reprodukovat' správanie** reálneho systému.

⇒ **Model** – synteticky vytvorený reprezentant jedného prípadne celej skupiny objektov či procesov, zahrňujúcich všetky **dôležité** informácie o ňom / nich.

⇒ Každý model má charakter **projekcie**, nikdy sa nedosahuje absolútna zhoda s originálom po všetkých stránkach, ale iba v zásadných rysoch a **model je štrukturálnym zjednodušením originálu**. **Výber podstatných stránok** originálu a ich odlišenie od nepodstatných (ideálne je vylúčiť všetky nepodstatné vlastnosti pri zachovaní maximálnej adekvátnosti modelu) **závisí od cieľa**, pre ktorý model vytvárame.

⇒ **Rozdelenie modelov:**

- **kybernetické** – zhoda alebo podobnosť správania a štruktúry
- **morfologické** – zachováva sa forma, adekvátnosť vonkajších dimenzií
- **abstraktné** – vytvorené opisom obsahu alebo formy (vzťahy, rovnice, myšlienky)
- **materiálne** – modely s fyzikálnou podstatou (makety)

⇒ V predmete **Identifikácia** sa budeme zaoberať **matematickými modelmi**:

- sú **matematickou abstrakciou reálneho procesu** (t.j. sú súčasne modelmi kybernetickými a abstraktnými)
- poskytujú možnosť určiť **správanie sa procesu**, ak sú **známe vstupy**
- **rozsah platnosti** modelu určuje situácie, v ktorých môže byť použitý
- môžu **byť použité** pri riadení procesu, pri skúmaní dynamických vlastností procesu, pri určení optimálnych prevádzkových podmienok procesu.

⇒ **Klasifikáciu matematických modelov** možno vykonať podľa viacerých kritérií:

Podľa použitých **matematických prostriedkov**:

- **statické** – väzba medzi ustálenými hodnotami vstupno-výstupných veličín reprezentovaná algebrickými rovnicami, čas nevystupuje ako nezávislá premenná
- **dynamické** – vstupno-výstupné vzťahy opísané diferenciálnymi /diferenčnými rovnicami

Podľa použitého **prístupu k modelovaniu**:

- **analytické (teoretické)** – vychádzajú zo všeobecne platných fyzikálnych princípov
- **empirické** – sú vypočítané z experimentálne získaných údajov
- **hybridné (empiricko-teoretické)** – sú kombináciou predchádzajúcich.

Podľa **stacionárnosti** ich **parametrov** (koeficientov rovníc):

- **t-invariantné**
- **t-variantné**

Podľa použiteľnosti **princípu superpozície**:

- **lineárne**
- **nelineárne**

Podľa **charakteru zmien** ich **stavov** v čase:

- **spojité** – spojité zmeny veličín
- **diskrétné** – zmeny veličín sa uvažujú iba v diskrétnych časových okamihoch.

Podľa **priestorového usporiadania**:

- **so sústredenými parametrami** – veličiny sú **iba funkciou času**, neexistujú zmeny veličín v priestore alebo môžeme predpokladať „**ideálne miešanie**“, sú opísané obyčajnými diferenciálnymi rovnicami
- **s rozloženými parametrami** – veličiny sú **funkciou času aj priestorových súradníc**, t.j. sú opísané parciálnymi diferenciálnymi rovnicami (obsahujú parc. derivácie podľa času aj priestorovej súradnice)

Podľa **charakteru väzby** medzi **vstupmi a výstupmi**:

- **vonkajšie** – opisujú vzťah „vstup – výstup“ (prenosové funkcie, frekvenčné prechodové a impulzné charakteristiky)
- **vnútorné** – vzťah „vstup – stav – výstup“, závislosť sprostredkovaná cez stavové premenné (stavové modely).

Podľa **spôsobu vyjadrenia** vzťahu medzi nezávislou a závislou premennou:

- **neparametrické** – v grafickej alebo tabelárnej forme, nevyžadujú žiadnu informáciu o štruktúre modelu
- **parametrické** – analyticky ako funkcia nezávislej premennej a konečného počtu parametrov.

1.2 Prístupy k modelovaniu

⇒ Pri určovaní dynamických alebo statických charakteristík procesu je možné postupovať dvoma spôsobmi:

1. **analytický prístup (prístup bielej skrinky)** ⇒ **predmet Spojité procesy**

- založený na **dedukcii** ⇒ prechod od všeobecného k špecifickému
- na základe všeobecne platných princípov príslušnej vednej disciplíny odvodzujeme špeciálne závery o konkrétnom objekte

Vstupy do procesu modelovania:

- a) znalosť fyzikálnych alebo chemických zákonov
- b) konštrukčné parametre procesu

2. **empirický prístup (prístup čiernej skrinky)** ⇒ **predmet Identifikácia systémov**

- založený na **indukcii** ⇒ zovšeobecňovanie jedinečného, špecifického
- informácie o štruktúre a parametroch modelu získame na základe experimentálne získaných údajov
- predpokladá existenciu reálneho objektu

Vstupy do procesu modelovania:

- a) hodnoty vstupných a výstupných veličín ako výsledok vhodných experimentov (prechodová charakteristika, odozvy na frekvenčne bohatý signál)



Pozitíva analytického prístupu:

- **analytický postup je možný** aj v prípade, že **proces ešte nie je zostrojený**, zatiaľ čo experimentálna identifikácia je možná len v prípade, že na procese je možné vykonať potrebné experimenty

- **parametre modelu** majú konkrétny **význam**
- **empirický** (experimentálny) prístup môže byť **časovo aj finančne náročný**
- pri **empirickom** prístupe treba často **voliť štruktúru modelu vopred**
- **analytický** model je **platný pre celú triedu systémov**, zatiaľ čo experimentálne získaný model nemá platnosť v prípade širšej skupiny objektov príbuzných s originálom
- **experimentálne** získaný model navyše **nedáva dostatočný obraz o vnútornej štruktúre procesu** a neukazuje možnosti, ako sa dajú vlastnosti systému vhodne ovplyvniť, napr. vhodnejšou štruktúrou riadenia.
- **analytické** modely poskytujú **informáciu** o tom, ako sa **mení dynamika systému pri zmenách pracovného bodu procesu**

 **Negatíva** analytického prístupu:

- vyžaduje **znalosť fyzikálnej podstaty procesu**, čo môže byť pri zložitých procesoch problém
- často **vedie k zložitým matematickým formuláciám** aj v prípade nie veľmi komplikovaných procesov
- získaný **model môže byť nepresný vplyvom zjednodušenia a odlišností** pri skutočnej prevádzke
- vyžaduje **znalosť presných hodnôt** všetkých parametrov.

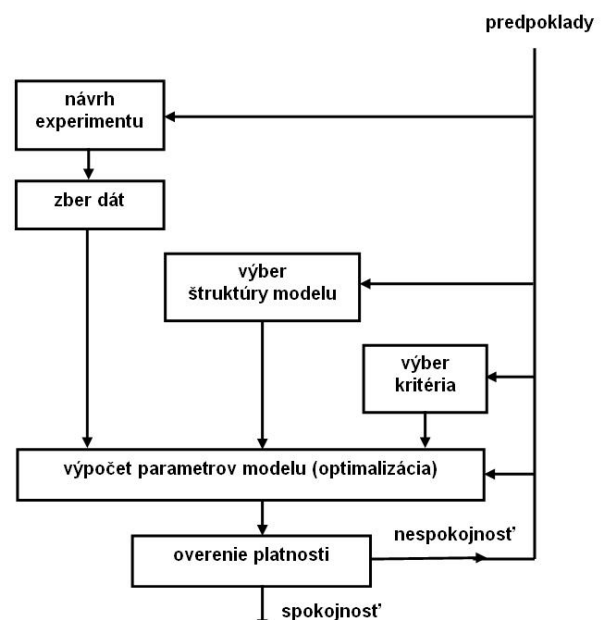
Poznámka: Často sa používa kombinácia oboch prístupov - (**prístup sivej skrinky**), t.j. na základe fyzikálnej podstaty procesu sa určí štruktúra modelu a experimentálnym prístupom sa odhadnú neznáme parametre.

Definícia: Identifikácia je **určenie systému z danej triedy systémov** (štruktúra modelu), ku ktorému **je testovaný systém** (reálny objekt) na základe vstupov a výstupov **ekvivalentný**.

1.3 Postup pri identifikácii

Pri identifikácii sa spravidla postupuje vo viacerých etapách:

1. **Výber** vhodného **technického zabezpečenia** experimentu a **voľba vstupov a výstupov** systému, voľba **periódy vzorkovania**.
2. **Meranie** vzájomne si odpovedajúcich **vstupov a výstupov**.
3. Na základe vyhodnotenia nameraných údajov **vytvorenie** takého **modelu**, ktorý dostatočne presne dokáže k vstupným signálom priradovať správne odozvy na výstupoch:
 - a) voľba vhodnej **štruktúry** modelu
 - b) voľba **kritéria** na porovnanie zhody modelu s originálom
 - c) voľba **algoritmu identifikácie parametrov** modelu.
4. **Verifikácia modelu** – ak nie je model



vyhovujúci, návrat do niektorého z predchádzajúcich krokov. Model nemusí vyhovovať z rôznych dôvodov, napr.:

- a) zlyhal numerický algoritmus identifikácie,
- b) zle zvolené kritérium,
- c) nevhodná štruktúra modelu,
- d) namerané údaje neboli dostatočne informatívne.

⇒ **Kvalitu identifikácie** výrazne ovplyvňujú aj rôzne **poruchy** a **parazitné šumy**, ktoré skresľujú výsledky meraní. **Výsledky merania** sú preto **náhodné signály** a treba ich vyhodnocovať aparátom **matematickej štatistiky**. Pri meraniach podliehajúcich parazitným šumom nemožno hovoriť o **reprodukovateľnosti experimentu** (t.j. pri rovnakých vstupných signáloch nebudú rovnaké odozvy na výstupe). Potom nehovoríme o výpočte, ale o **odhade parametrov**.

⇒ **Model** obsahuje informácie o:

- **štruktúre** – určujeme ju na základe **apriórnej** informácie
- **hodnotách parametrov** – určujeme ich na základe **aposteriórnej** experimentálnej informácie.

K **apriórnym** informáciám patria aj tie, ktoré o objekte vypovedajú, či je :

- statický / dynamický,
- lineárny / nelineárny,
- t-variantný / t-invariantný,
- spojitý / diskretný,
- deterministický / stochastický,
- jedno / viac – faktorový (majú jeden alebo viac vstupov).

1.3.1. Výber štruktúry modelu

- ⇒ Kombinácia znalosti podstaty identifikovaného objektu, skúseností a inžinierskej intuície na dosiahnutie čo **najlepšieho** a **najjednoduchšieho** modelu
- ⇒ **Ak bola štruktúra modelu nevhodne vybraná, ani najlepšia optimalizácia nenájde uspokojivý model!**
- ⇒ **Zahrňa** výber **typu modelu** a **veľkosti modelu** (rádu) – na základe apriórnych informácií (analytického modelu) a intuície; **kompromis medzi flexibilitou a zložitou**; všeobecne platí: **treba začať od najjednoduchších modelov** (lineárne s najmenším počtom parametrov)
- ⇒ **Zohľadňuje** zamýšľané **použitie modelu** a **cenu modelu** (nároky na jeho získanie)
- ⇒ V priemyselných aplikáciách je často štruktúra modelu dopredu určená, napr. pre potreby ladenia parametrov regulátora.

1.3.2. Výber vstupného signálu

⇒ je potrebné vybrať taký vstupný signál ktorý:

- vieme jednoducho **opakovane generovať**,
- matematicky **popísať**,
- fyzikálne **realizovať**,
- **dostatočne daný systém vybudí** vzhľadom k jeho dynamike (informácia, ktorá nie je obsiahnutá v nameraných údajoch sa nemôže objaviť v modeli).

⇒ Klasifikácia vstupných signálov:

Podľa **typu experimentu**:

- **prirodzené** signály z **prevádzkových** podmienok (**pasívny experiment**)
- **umelo** vytvárané signály s určitými vlastnosťami (**aktívny experiment**).

Podľa **časových vlastností**:

- **deterministické** signály – ich priebehy v čase sú známe, môžeme určiť ich hodnoty pre každý časový okamih
 - periodické
 - neperiodické
- **náhodné** signály – ich priebehy v čase sú náhodné funkcie času, môžeme určiť len ich štatistické charakteristiky (viď. kap. 1.4)
 - nestacionárne
 - stacionárne
 - ergodické
 - neergodické
- **pseudonáhodné** signály – ich priebeh v čase je známy, v rámci jednej periódy majú charakter známej realizácie náhodného procesu
 - dvojhladinové
 - viachladinové.

1.3.3. Výber metódy odhadu parametrov

⇒ Klasifikácia metód odhadu parametrov modelu:

Podľa **typu experimentu**:

- **pasívne** – využívajú sa veličiny z prevádzkových podmienok
- **aktívne** – vopred pripravený experiment s naplánovanými zmenami vstupov.

Podľa **spôsobu spracovania nameraných údajov**:

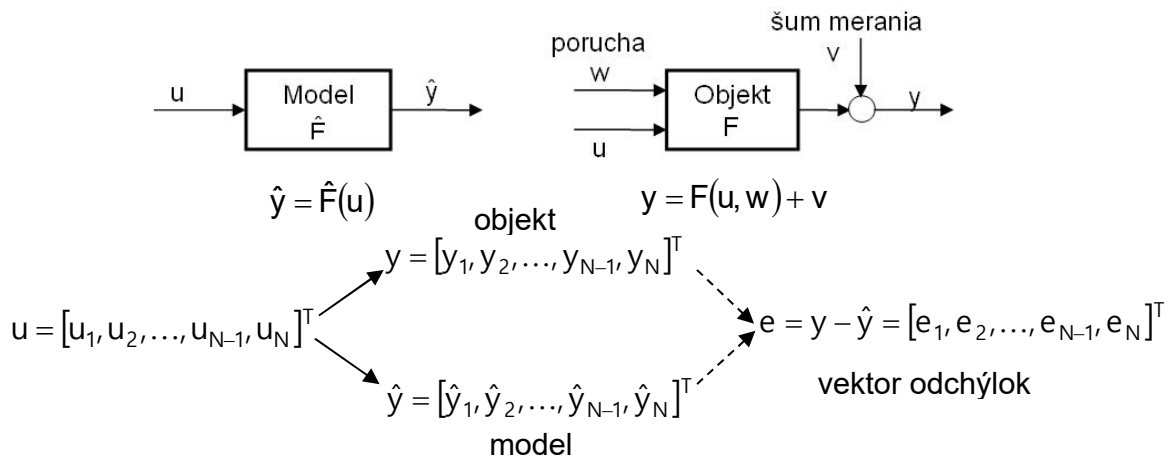
- **jednorazové (dávkové, offline)** – po ukončení merania sa údaje súborne spracujú, môžu byť manuálne (napr. grafické) a počítačové
- **priebežné (online)** – počas experimentu sa zhromažďujú nové informácie, postupne sa spracúvajú a upresňujú sa parametre modelu; sú základom pre adaptívne riadenie.
- **nerekurzívne** – vyhodnocujú model z celého súboru údajov, používané pri dávkovom spracovaní údajov
- **rekurzívne** – vyhodnotenie modelu prebieha opakovane po jednotlivých vzorkách, model sa upresňuje pomocou nových hodnôt, typické pre priebežnú identifikáciu.

Podľa **typu uvažovaných porúch**:

- **deterministické** – neuvažujú vplyv parazitných šumov – použijeme ich v prípade, že na systém pôsobia poruchové signály, ktorých úroveň je zanedbateľná vzhľadom k úrovni užitočného signálu
- **stochastické** – uvažuje sa existencia šumov alebo sa minimalizuje ich účinok; patria sem štatistické metódy (napr. MNŠ) – použijeme ich ak je úroveň poruchových signálov vzhľadom k užitočnému signálu vyššia

⇒ **Optimalizácia parametrov modelu** vyberá najlepší model vzhľadom na štruktúru a pozostáva z nasledovných krokov:

1. výpočet **vektora odchýlok**



2. výpočet **funkcie strát** $\rho(\mathbf{e}) = \rho(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}}) = \rho(\mathbf{F}, \hat{\mathbf{F}})$, ktorá môže mať rôzny tvar, napr.

$$\rho(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{e} = \sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\rho(\mathbf{e}) = \sum_{i=1}^N |e_i| = \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|.$$

3. výber **účelovej funkcie (funkcionálu)** $Q(\rho)$, ktorého hodnota je vhodným kvalitatívnym ukazovateľom zhody posudzovaných vlastností originálu a modelu

$$Q(\rho) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \rho(y_i, \hat{y}_i) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \rho(y_i, \hat{\mathbf{F}}(u_i)) = Q(\hat{\mathbf{F}})$$

⇒ Nájdenie **najlepšieho modelu** je realizované **optimalizáciou účelovej funkcie**:

$$\min_{\hat{\mathbf{F}} \in \Phi} Q(\hat{\mathbf{F}}) = Q(\hat{\mathbf{F}}^*) = Q^*$$

⇒ **Najpoužívanejšou** účelovou funkciou je **kvadratická** (využíva ju **metóda najmenších štvorcov**) pre jednoduchú optimalizáciu (pre lineárne modely je možné vypočítať jej optimum analyticky). Pre účelovú funkciu v tvare sumy absolútnych hodnôt odchýlok neexistuje analytické riešenie optimálnych parametrov kvôli jej obtiažnej diferencovateľnosti.

1.3.4. Validácia modelu

⇒ Vyhodnotenie či model

- **súhlasí s nameranými dátami**
- **popisuje skutočný proces**
- **je dostatočne dobrý a použiteľný** pre zamýšľaný účel.

⇒ **Model** je vhodné **konfrontovať so** všetkými dostupnými **informáciami, predpokladmi, nameranými údajmi a skúsenosťami** s používaním originálu.

⇒ **Najpoužívanejším** nástrojom je **simulácia** – porovnanie výstupov z originálu a modelu pri rovnakom vstupe (najlepšie iný vstupný signál ako bol použitý na identifikáciu).

⇒ **Porovnanie rôznych modelov - informačné kritériá**: miera kvality modelu pre testovanie na iných údajoch ako boli použité na identifikáciu (viď. kap. 8.4).