

Bio-inšpirované optimalizačné algoritmy

Vybrané typy bio-inšpirovaných optimalizačných algoritmov

Evolučné stratégie (numerická optimalizácia = optim. parametrov)

Genetický algoritmus (optim. parametrov)

Genetické programovanie (optimalizácia štruktúry aj parametrov)

Diferenciálna evolúcia (optim. parametrov)

Krdľový algoritmus (PSO) (optim. parametrov)

Umelý imunitný systém (optim. parametrov)

Gramatická evolúcia (optimalizácia štruktúry aj parametrov)

Včelie algoritmy (optim. parametrov)

Kukučí algoritmus (optim. parametrov)

Mravčie algoritmy (ACO) (optim. dráhy, cesty)

mnohé iné...

1.4 Evolučné stratégie

I. Rechenberg a H.P.Schwefel, 60. roky
Technická univerzita v Berlíne, NDR.
Prvý evolučný prístup.

Ich pôvodnou aplikačnou oblasťou bola
optimalizácia aerodynamických tvarov



Algoritmus ES

Jediný aktuálny jedinec je reprezentovaný dvojicou vektorov

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}\} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$$

\mathbf{x} - vektor hľadaných parametrov

(súradnice bodu v prehľadávanom priestore)

$\boldsymbol{\sigma}$ - vektor smerodajných odchýlok možných zmien prvkov vektora \mathbf{x} .

Zmeny boli uskutočňované vďaka jedinému operátoru – mutácii

$$\mathbf{x}^{t+1} = \mathbf{x}^t + \text{Norm}(0, \boldsymbol{\sigma})$$

Norm - vektor nezávislých náhodných čísel, normálne rozdelenie pravdepodobnosti s nulovou strednou hodnotou a smerodajnou odchýlkou

σ - Funkcia hustoty normálneho rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej, ktorá je v tvare

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x^2 / 2\sigma^2)}$$

σ - ovplyvňuje šírku Gaussovej krivky, zjednodušene sa nazýva veľkosť „krok mutácie“.

Zmeny jedincov sú v súlade s pozorovaním, že v prírode prebiehajú malé zmeny častejšie než veľké.

Do nasledujúceho kroku (generácie) sa dostane ten z dvojice rodič + potomok, ktorý dosahuje lepšiu hodnotu účelovej funkcie, prípadne ten, ktorý spĺňa všetky obmedzenia. Táto verzia algoritmu sa nazývala „(1+1)“ 1 rodič + 1 potomok.

Zo začiatku bolo používané: σ - vektor konštant

Na základe štatistických pozorovaní ale bolo zistené, že počet mutácií, ktoré vedú k zlepšeniam účelovej funkcie, predstavuje zo všetkých mutácií asi 1/5. To viedlo k nasledovnej úprave algoritmu. Po každých k generáciách, počas ktorých sa vyhodnocuje miera úspešnosti mutácií φ , sa uskutoční korekcia parametra σ

$$\sigma^{t+1} = \sigma^t \cdot c, \text{ ak } \varphi < 1/5$$

$$\sigma^{t+1} = \sigma^t / c, \text{ ak } \varphi > 1/5$$

$$\sigma^{t+1} = \sigma^t, \text{ ak } \varphi = 1/5$$

kde $0.817 < c < 1$ - empiricky získaná konštanta

Táto úprava zapríčinila, že ak mutácie sú úspešné, krok zmien sa zväčšuje, ak nie, krok zmien sa zmenšuje.

Napriek tejto úprave algoritmus často viedol k uviaznutiu riešenia v lokálnom optime.

- Preto bola veľkosť populácie zväčšená z 1 na n jedincov, čo prinieslo viac paralelných smerov hľadania.

- Okrem toho bol zavedený aj operátor kríženia, ktorý sa aplikoval ako nad zložkami vektora x , tak súčasne aj nad vektorom σ . Kríženie pre dvoch rodičov X_a a X_b

$$X_a = \{x_a, \sigma_a\} = \{x_{a1}, x_{a2}, \dots, x_{an}, \sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \dots, \sigma_{an}\}$$

$$X_b = \{x_b, \sigma_b\} = \{x_{b1}, x_{b2}, \dots, x_{bn}, \sigma_{b1}, \sigma_{b2}, \dots, \sigma_{bn}\}$$

vyprodukuje potomka

$$X_p = \{x_p, \sigma_p\} = \{x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn}, \sigma_{p1}, \sigma_{p2}, \dots, \sigma_{pn}\},$$

ktorého prvky sú kombináciou rodičov R_a a R_b .

Spôsob kríženia oproti pôvodnému typu použitému v GA bol zmodifikovaný na diskkrétne kríženie:

$$R_a=[a_1 a_2 a_3 a_4 a_5]$$

$$R_b=[b_1 b_2 b_3 b_4 b_5]$$

$$R_c=[c_1 c_2 c_3 c_4 c_5]$$

$$M_1=[1 \ 1 \ 3 \ 2 \ 2] \rightarrow P_1=[a_1 a_2 c_3 b_4 b_5]$$

$$M_2=[2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2] \rightarrow P_2=[b_1 a_2 a_3 a_4 b_5]$$

$$M_3=[3 \ 3 \ 2 \ 2 \ 1] \rightarrow P_3=[c_1 c_2 b_3 b_4 a_5]$$

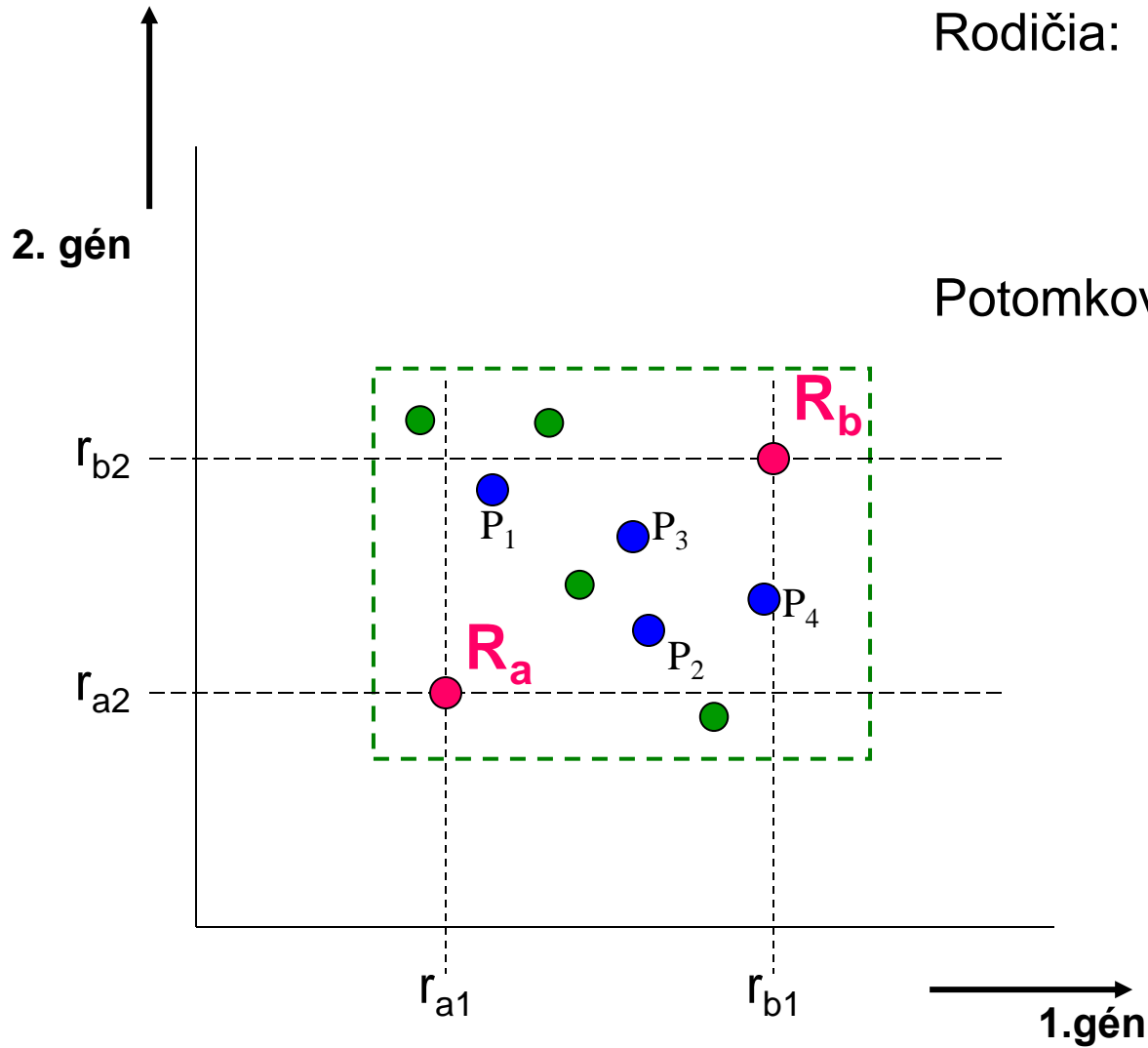
alebo medziľahlé kríženie:

Medziľahlé kríženie

Rodičia: $R_a = [r_{a1}, r_{a2}]$

$R_b = [r_{b1}, r_{b2}]$

Potomkovia: P_1, P_2, P_3, P_4



$$P = R_1 + a(R_2 - R_1)$$

$$0 < a < 1$$

$$-0.25 < a < 1.25$$

Geometrická interpretácia medziľahlého kríženia

Neskôr sa tieto typy kríženia začali používať aj v GA...

Pri verziách ES s viacerými jedincami v populácii sa prestala používať deterministická adaptácia vektora σ s pravidlom založeným na 1/5 úspešnosti.

Namiesto toho sa aj táto časť reťazca začala podrobovať mutácii

$$x^{t+1} = x^t + \text{Norm}(0, \sigma)$$

Pri viacprvkových populáciách sa začali používať dve stratégie výberu:

Najprv sa z náhodne vybraných dvojíc rodičov krížením a mutáciou vyprodukuje λ ($\lambda > \mu$) potomkov.

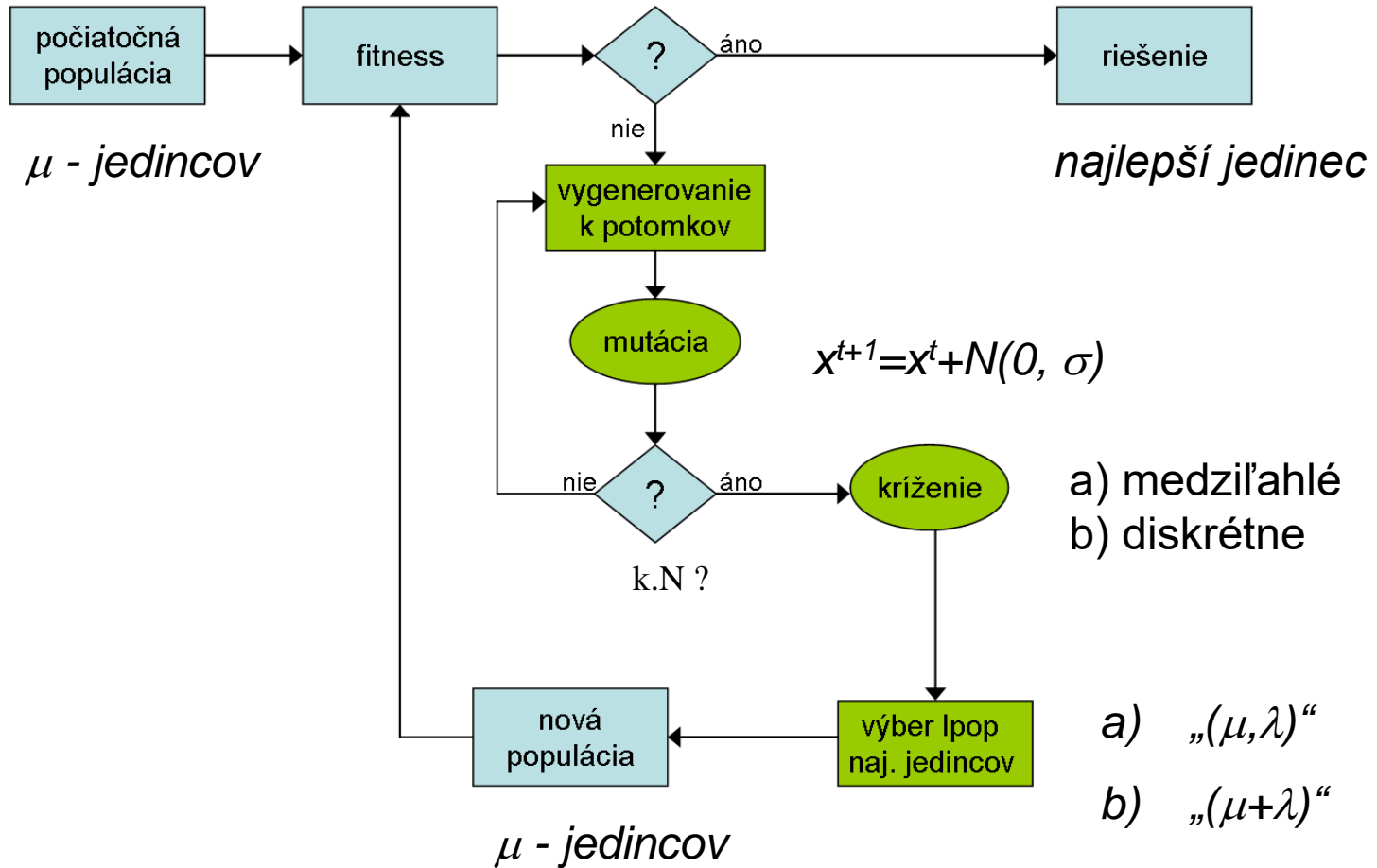
Pomer $\mu:\lambda$ sa bežne doporučuje voliť okolo 1:7 (napr. 15 rodičov ku 100 potomkom). Ak chceme urýchliť lokálnu konvergenciu môžeme tento pomer zmeniť až na hodnotu 1:20 (5 rodičov, 100 potomkov).

- a) Pri tzv. type „ $(\mu+\lambda)$ “ sa rodičia a potomkovia spoja do jednej skupiny, z ktorej sa deterministicky opäť vyberie μ najúspešnejších jedincov.*
- b) Pri type „ (μ,λ) “ sa vyberie tiež μ najúspešnejších jedincov, ale iba zo skupiny λ potomkov. Vďaka tomuto spôsobu výberu sa život každého jedinca obmedzí iba na 1 generáciu. Navyše sa nezaručí prechod najlepšieho jedinca predchádzajúcej generácie do populácie v novej generácii. Na druhej strane ale tento typ vykazuje isté prednosti pri úlohách, kde sa poloha globálneho optima v čase mení, prípadne je zašumená.*

Evolučné Stratégie

INITIALIZÁCIA

RIEŠENIE



Evolučné stratégie sú určené predovšetkým na optimalizáciu numerických problémov.

Poznámka:

Skutočnosť, že súčasťou optimalizovaného reťazca sú aj strategické parametre σ , ktoré ovplyvňujú proces evolúcie vlastne spôsobuje, že u ES sa prejavuje jav, ktorý sa zvykne nazývať samoadaptácia.

Toto bolo pôvodne špecifikom ES, ale postupne sa podobné mechanizmy adaptácie riadiacich parametrov algoritmu začali v rôznych formách používať aj v iných evolučných prístupoch.

1.5 Diferenciálna evolúcia

Diferenciálna evolúcia - jednoduchý, ale výkonný optimalizačný algoritmus. Napriek tomu, že používa len málo riadiacich parametrov, je schopný úspešne riešiť numerické optimalizačné úlohy.

Pracuje podobne ako iné evolučné prístupy s populáciou potenciálnych riešení (jedincov):

$$\mathbf{x}_i = \{x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n}\}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad N - \text{veľkosť populácie}$$

Základom algoritmu je špecifický spôsob tvorby tzv. „skúšobných jedincov“. Sú to novovytvorení potomkovia, ktorí súperia o prežitie so svojimi rodičmi.

Algoritmus DE:

1. Pre jedinca x_i aktuálnej populácie o veľkosti N reťazcov, kde i je poradové číslo jedinca v populácii sa vygeneruje vektor v

$$v = x_{r_1} + F(x_{r_2} - x_{r_3})$$

kde r_1, r_2, r_3 sú rôzne náhodné poradové čísla jedincov v populácii (od 1 do N), súčasne sú rôzne aj od i a $0 < F < 2$ je konštanta. Slovné vyjadrené: vyberieme jeden náhodný reťazec populácie iný ako x_i a pripočítame k nemu rozdiel vektorov dvoch ďalších, náhodne vybraných reťazcov vynásobený číslom F .

2. Vytvoríme tzv. skúšobný reťazec u . Pre každý index $j=1,\dots,n$

$u_j=v_j$ ak $\rho < CR$ alebo

$u_j=x_{i,j}$ ak $\rho \geq CR$

kde j je poradové číslo prvkov vektora (génov) u a v , ρ je náhodné číslo z intervalu $(0;1)$ a CR je parameter pravdepodobnosti kríženia z rovnakého intervalu, n je počet génov reťazca. Jedná sa vlastne o vytvorenie reťazca u pomocou diskrétneho skríženia reťazcov v a x_i .

3. V poslednom kroku sa vygeneruje i -ty jedinec novej populácie (uvažujme prípad minimalizácie)

$x_i^{t+1}=u$ ak $f(u) < f(x_i^t)$ alebo

$x_i^{t+1}=x_i^t$ ak $f(u) \geq f(x_i^t)$

kde t je poradové číslo aktuálnej generácie. To znamená, že do novej generácie postúpi ako i -ty jedinec úspešnejší z dvojice x_i^t – pôvodný jedinec a u – skúšobný reťazec .

4. postupnosť krokov 1-3 sa opakuje pre všetky reťazce aktuálnej populácie ($i=1,2,...,N$)

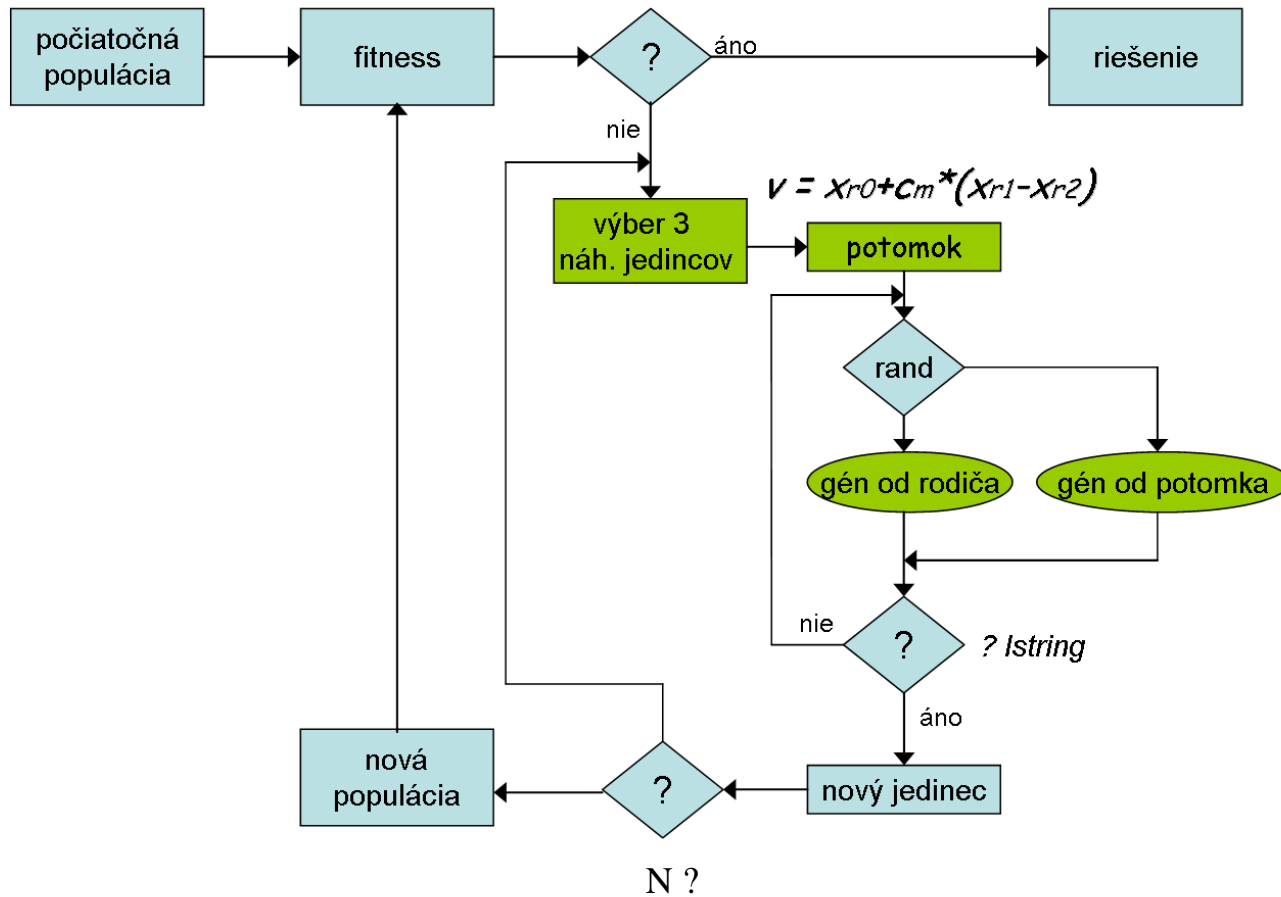
Diferenciálna evolúcia

- ***Algoritmus DE je jednoduchý, vyžaduje iba dva parametre CR a F, ktoré sa určujú experimentálne.***
- ***Ich hodnoty ovplyvňujú správnu činnosť a rýchlosť konvergenzie algoritmu.***
- ***DE je vhodná pri numerickej optimalizácii spojitých funkcií, pričom väčšinou pomerne rýchlo konverguje.***
- ***Niekedy, najmä v prípade veľmi členitých, multimodálnych účelových funkcií môže uviaznuť v niektorom lokálnom extréme.***

Diferenciálna Evolúcia

INITIALIZÁCIA

RIEŠENIE



1.6 Rojenie častíc

(Particle swarm optimisation -PSO, krdľový algoritmus)

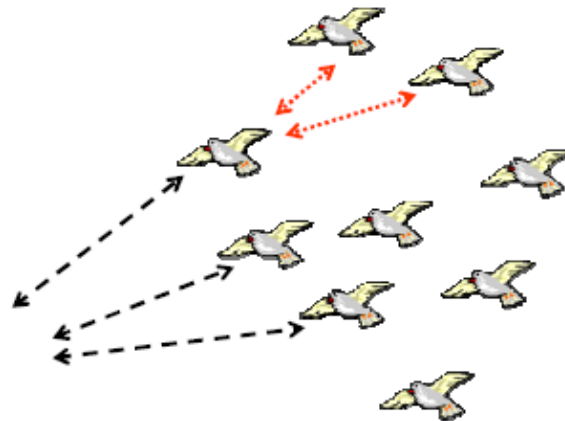


Algoritmus PSO

Algoritmus pozostáva z pohybu častíc (particles) krdľa (swarm), ktoré „lietajú“ nad povrchom účelovej funkcie.

Každá nesie v sebe informáciu o svojej polohe a vektore rýchlosti. Jej pozícia predstavuje potenciálne riešenie optimalizačného problému.

Každá častica ovplyvňuje svoj pohyb zosúlad'ovaním svojej pamäti (svojou najlepšou pozíciou) s polohou aktuálneho „lídra“ (najlepšia aktuálne dosiahnutá poloha celým krdľom).



Algoritmus PSO

- Inicializuj všetkých jedincov krdľa (populáciu) náhodnými vektormi $x_i = [x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n}]$, $i=1,2,\dots,N$; $N=\text{počet častíc (jedincov)}$
- Inicializuj všetky hodnoty $pbest_i$ na hodnoty x_i
- Inicializuj všetky hodnoty rýchlosti (prírastku polohy) v_i na náhodné hodnoty
- Do splnenie ukončovacích podmienok vykonávaj pre každú časticu $i=1\dots N$:
 1. Aktualizuj vektor hodnôt častice i

$$x_{i,new} = x_{i,old} + v_{i,new}$$

$$v_{i,new} = c_0 \cdot v_{i,old} + c_1 \cdot rand \cdot (pbest_i - x_i) + c_2 \cdot rand \cdot (gbest - x_i)$$

2. Ak x_i je lepšie než $pbest_i$, nahraď $pbest_i \leftarrow x_i$

3. Ak $pbest_i$ je lepšie než $gbest$, nahraď $gbest \leftarrow pbest_i$

$pbest_i$ – najlepšia dosiahnutá pozícia i -tej častice v prehľadávanom priestore

$gbest$ – najlepšia aktuálna pozícia dosiahnutá celým krdľom

c_0, c_1, c_2 – vektory zvolených konštánt, obyčajne z $(0;2)$

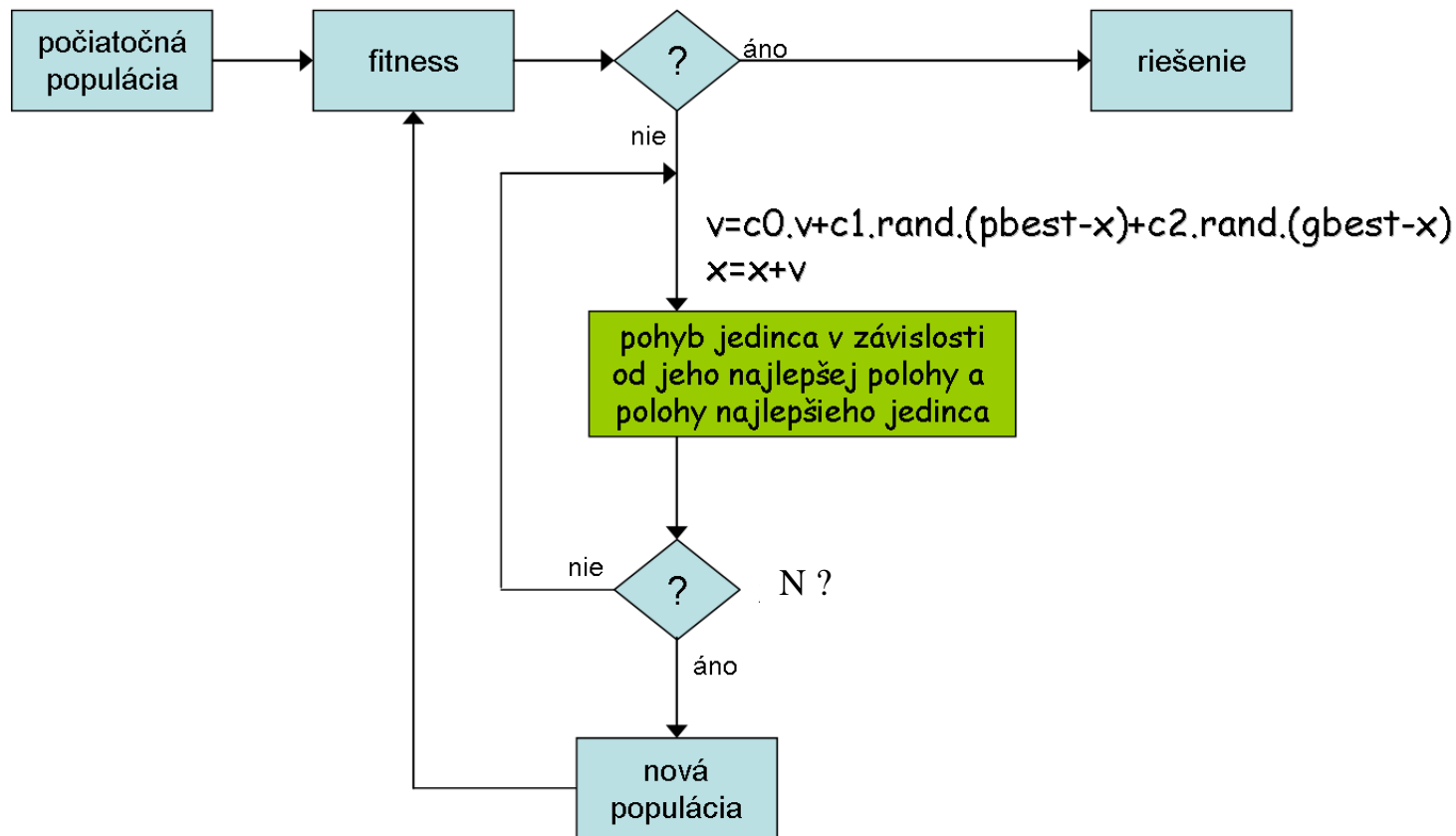
(c_0 – zotrvačnosť častice, c_1 – individuálny a c_2 – sociálny faktor)

$rand$ – vektory náhodných čísel z $(0;1)$

Particle Swarm Optimization

INITIALIZÁCIA

RIEŠENIE

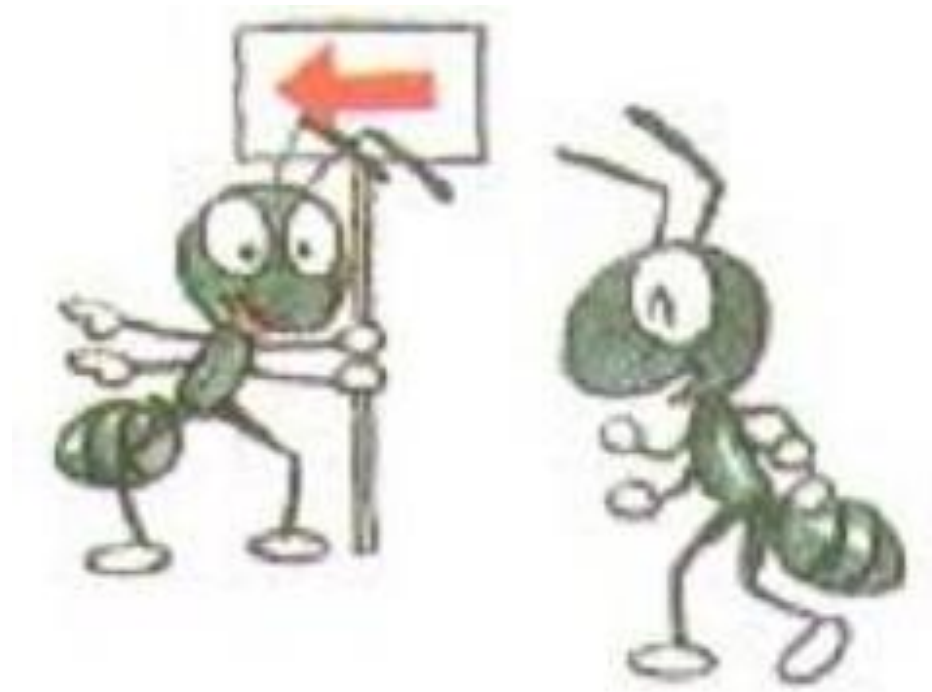


Rojenie častíc zaručuje rýchlu konvergenciu riešenia, je výpočtovo nenáročný,

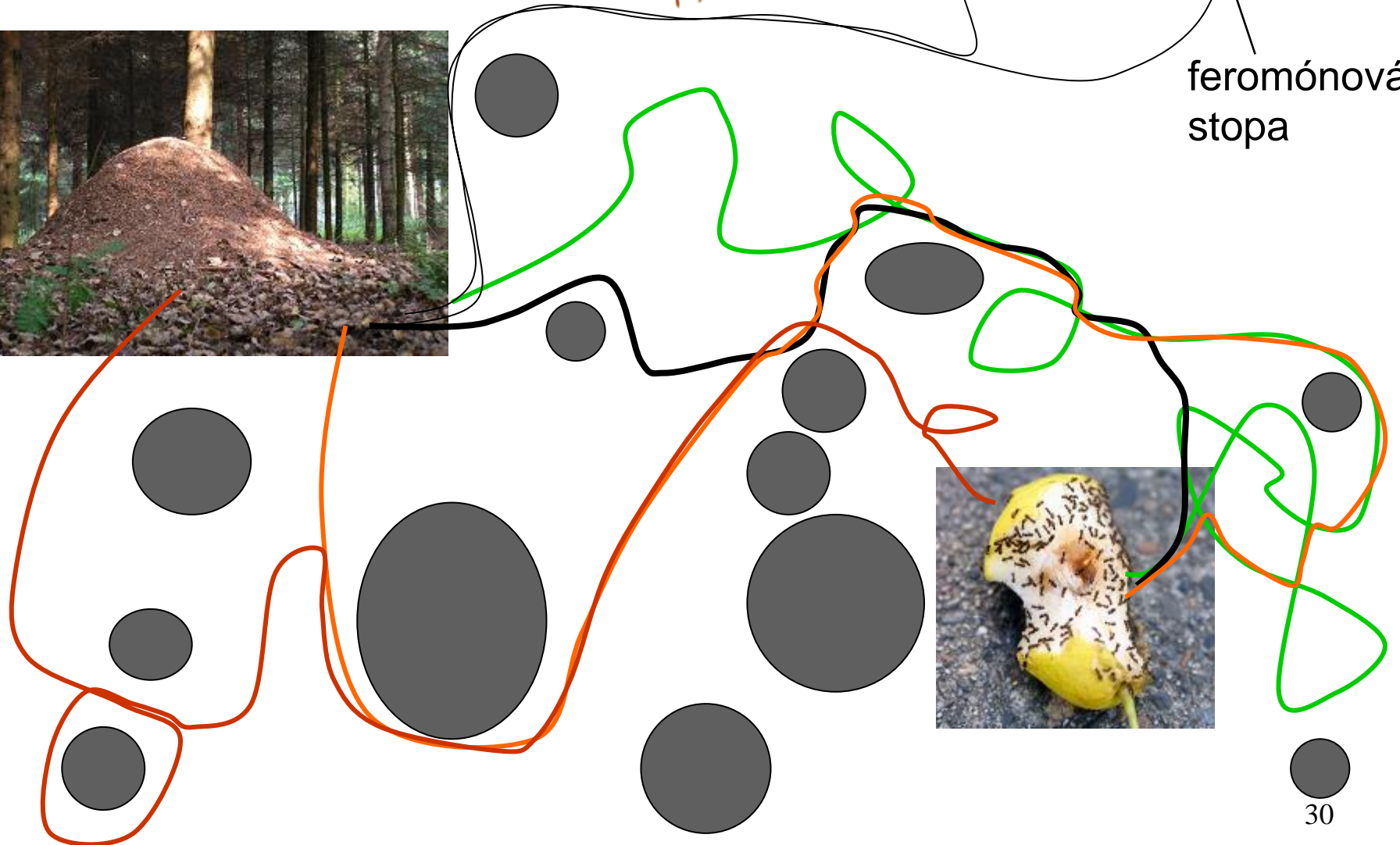
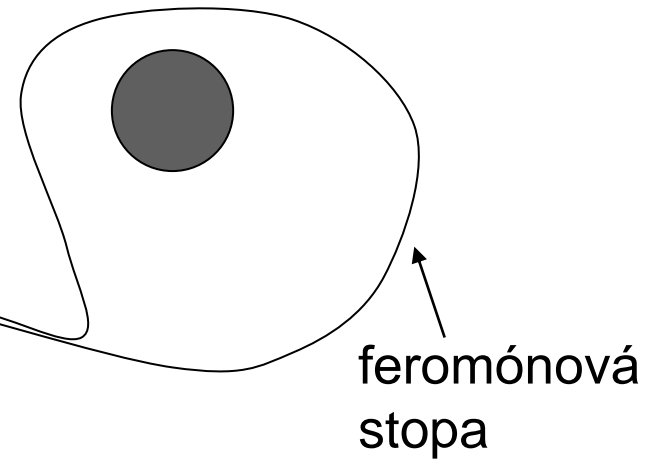
avšak náchylný k uviaznutiu v lokálnom extréme.

Obmedzenie tohto javu sa dá dosiahnuť vnorením mutácie z GA do jadra PSO.

1.7 Optimalizácia pomocou kolónie mravcov (Ant colony optimisation – ACO)

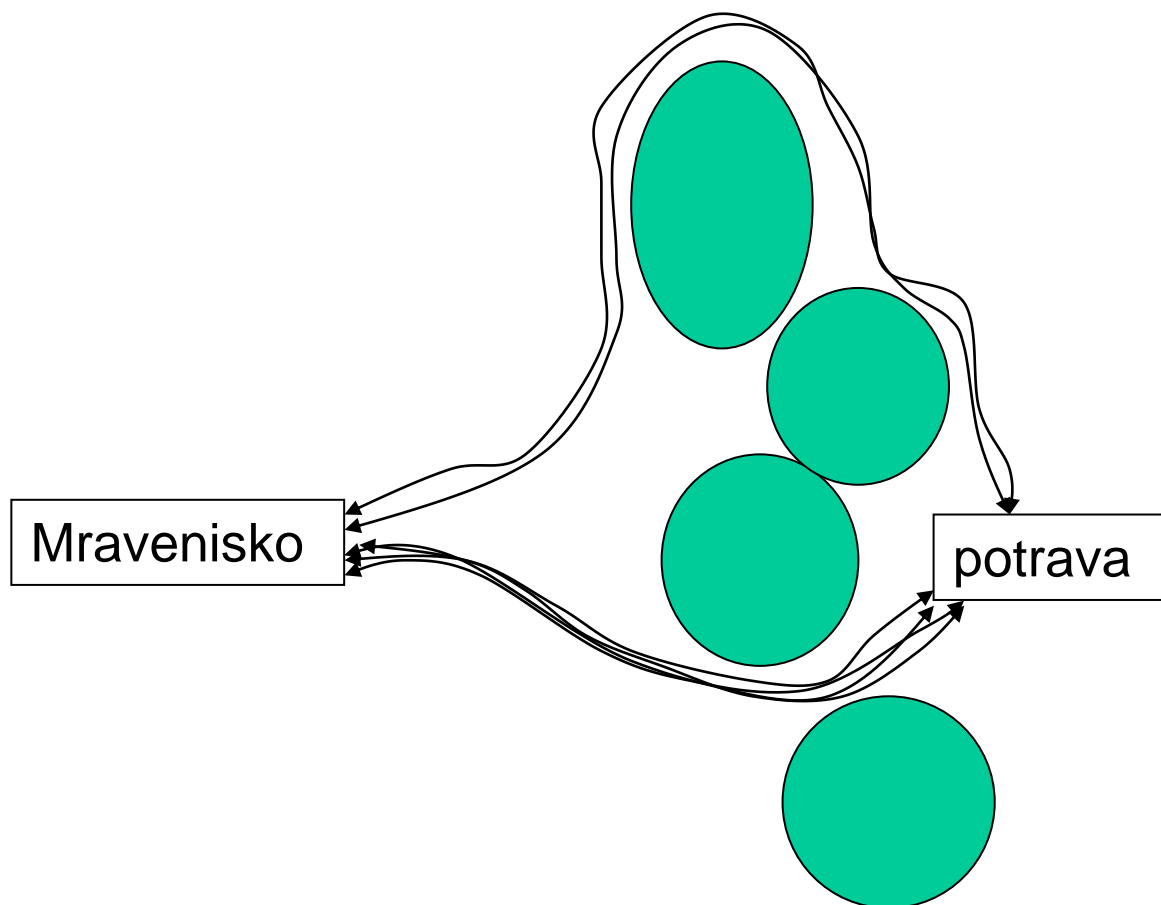


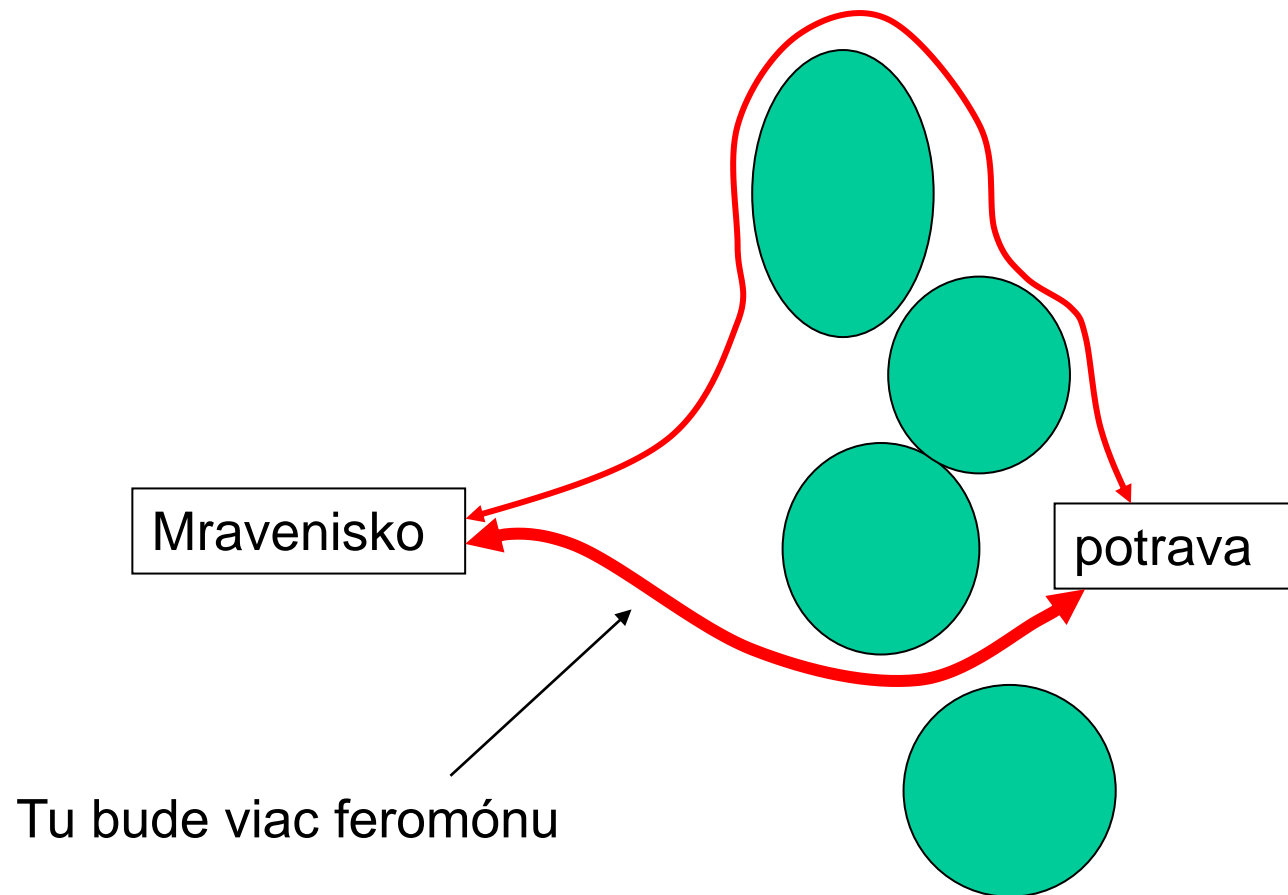
mravenisko - potrava - mravenisko

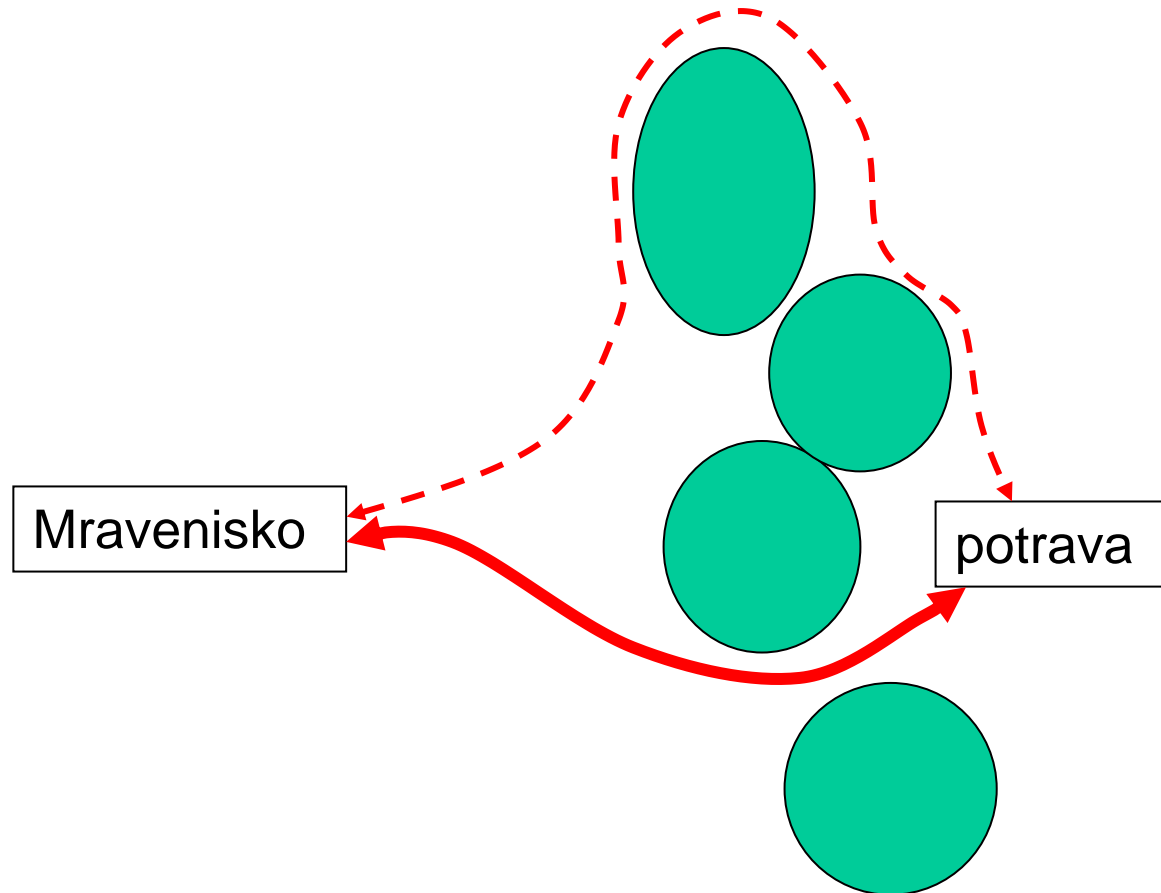


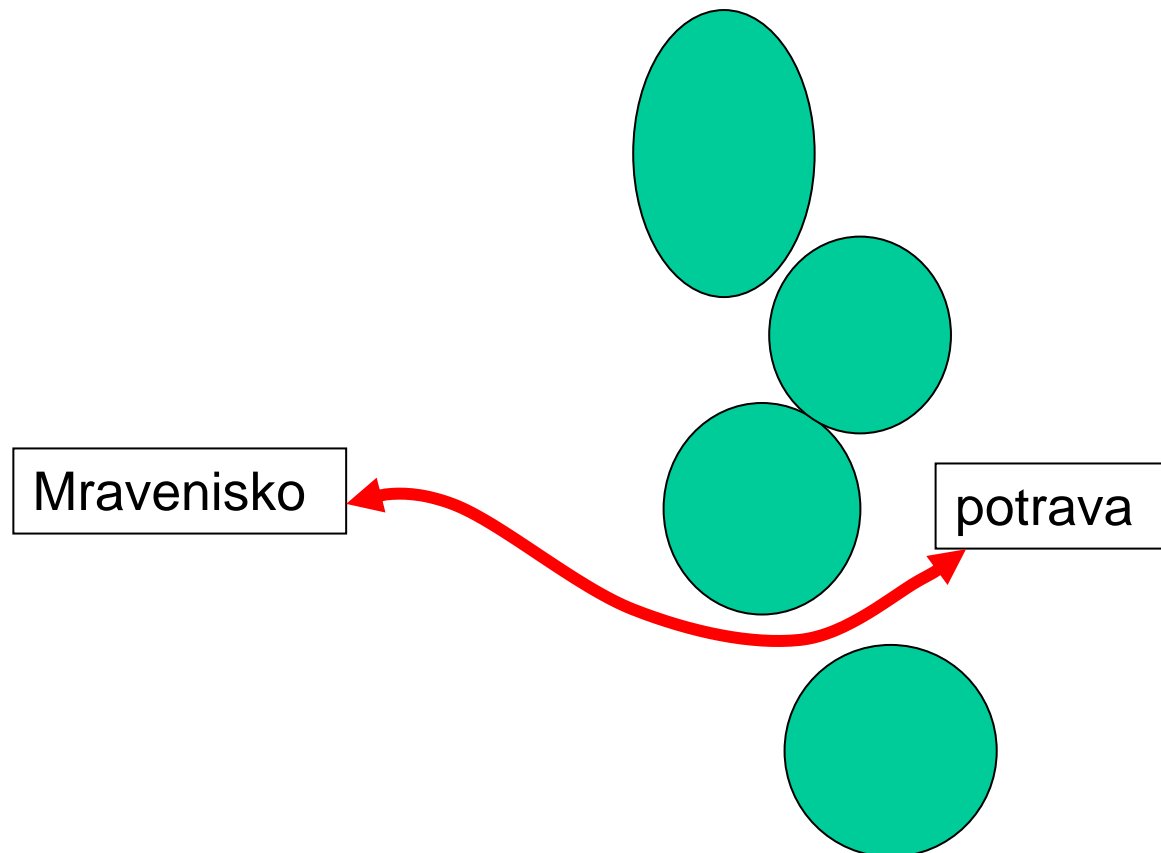
Vyparovanie feromónu

za rovnaký čas prejde po kratšej trase viac mravcov

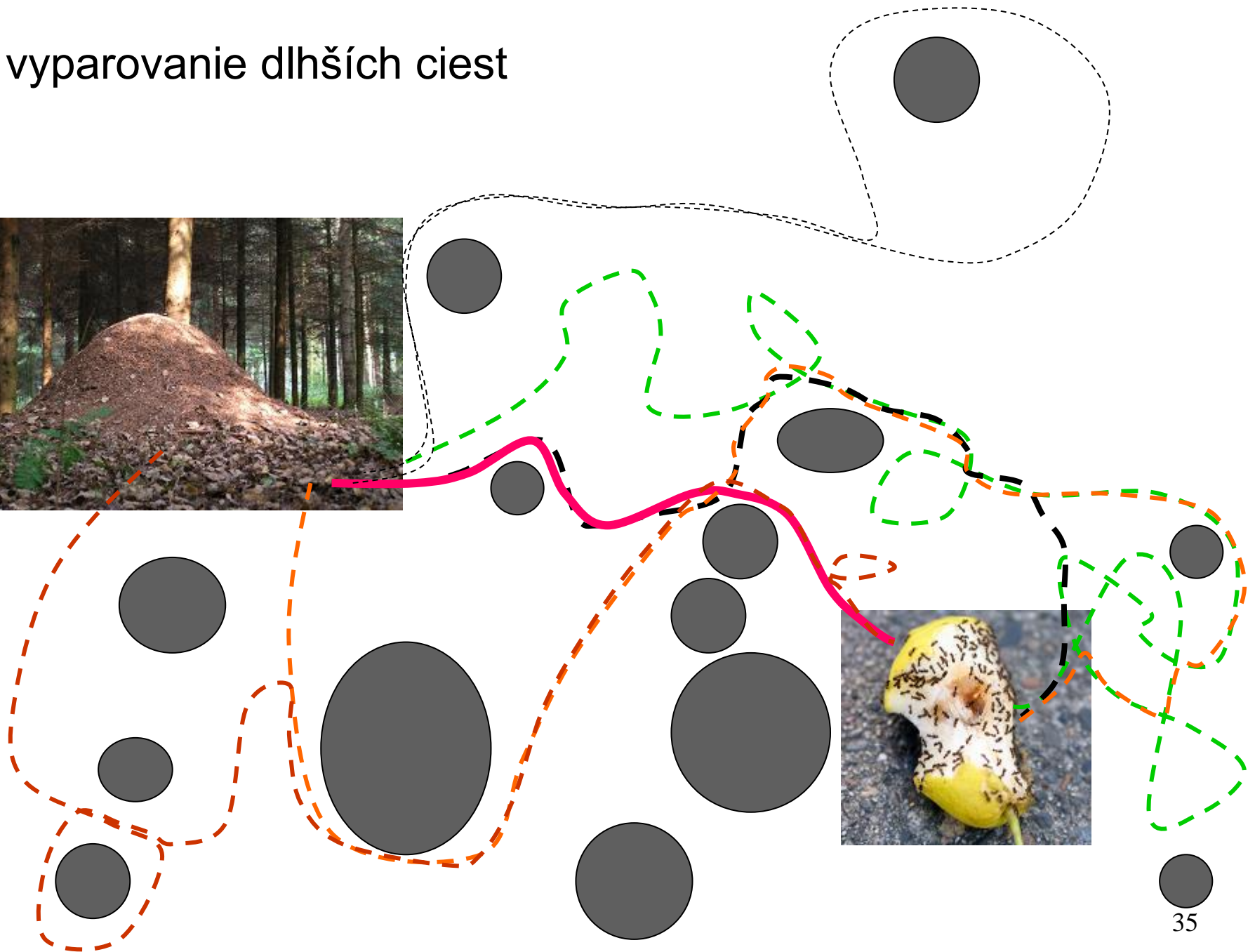








vyparovanie dlhších ciest



nakonec zostane najkratšia cesta,
ostatné sa vyparí

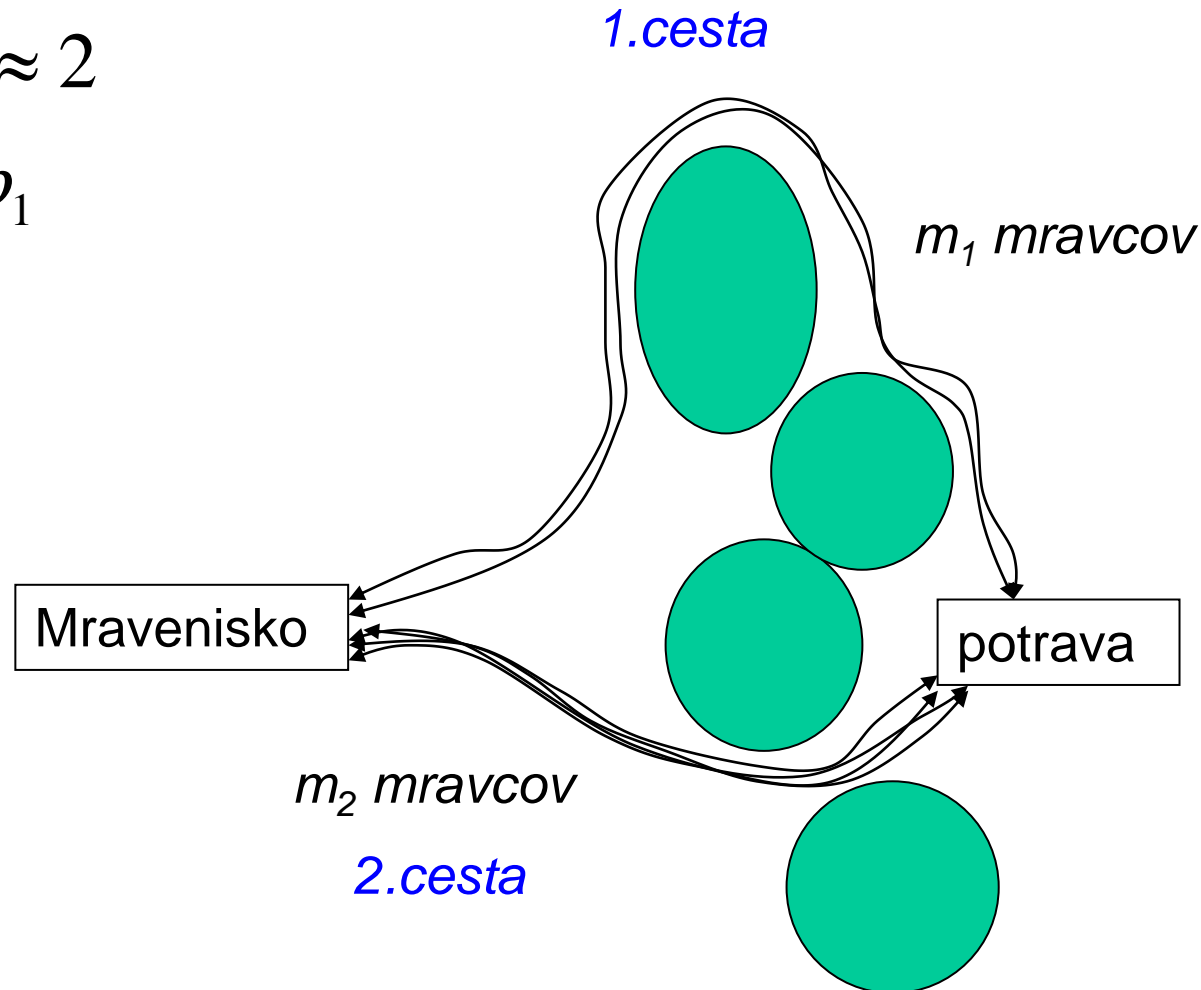


Pravdepodobnosť, že mravec pôjde 1. cestou je:

$$p_1 = \frac{(m_1 + k)^h}{(m_1 + k)^h + (m_2 + k)^h}$$

$$k \approx 20, h \approx 2$$

$$p_2 = 1 - p_1$$

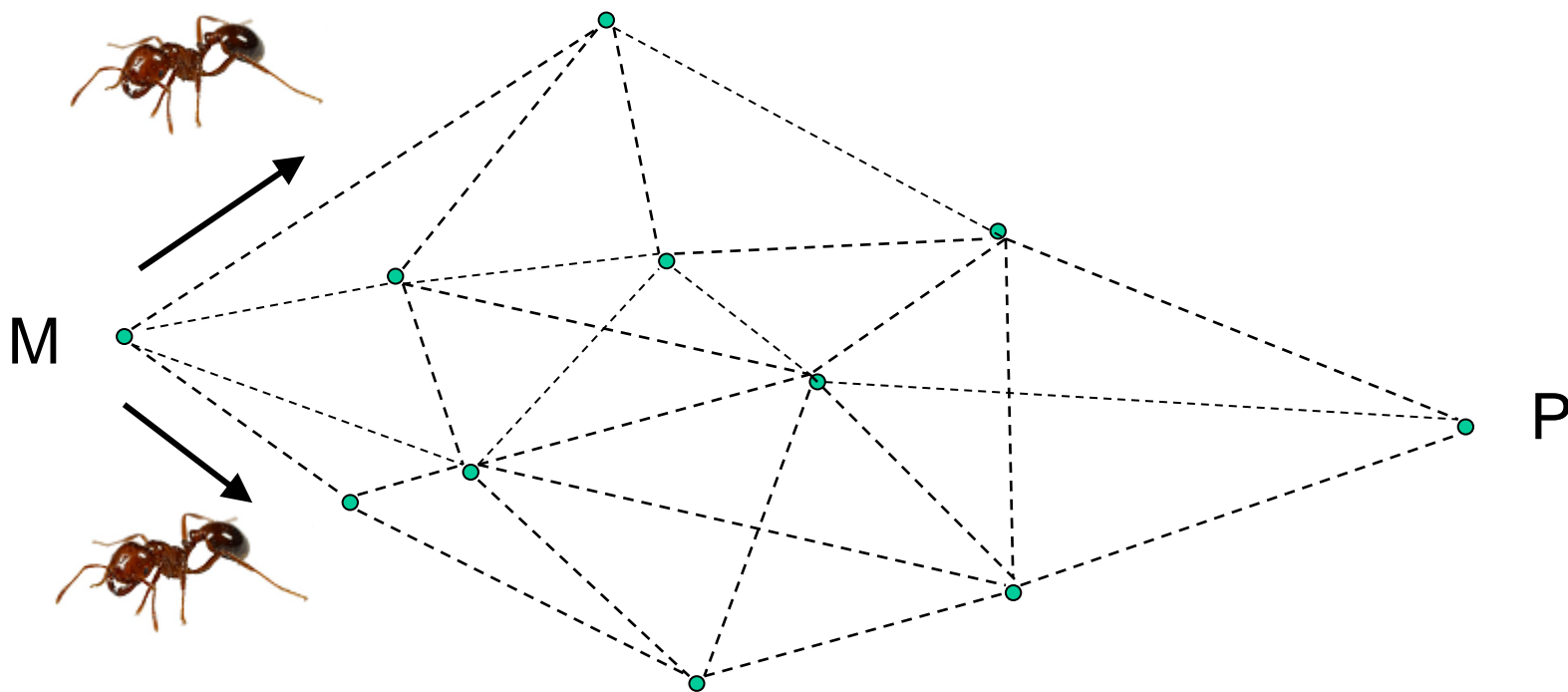


ACO algoritmus

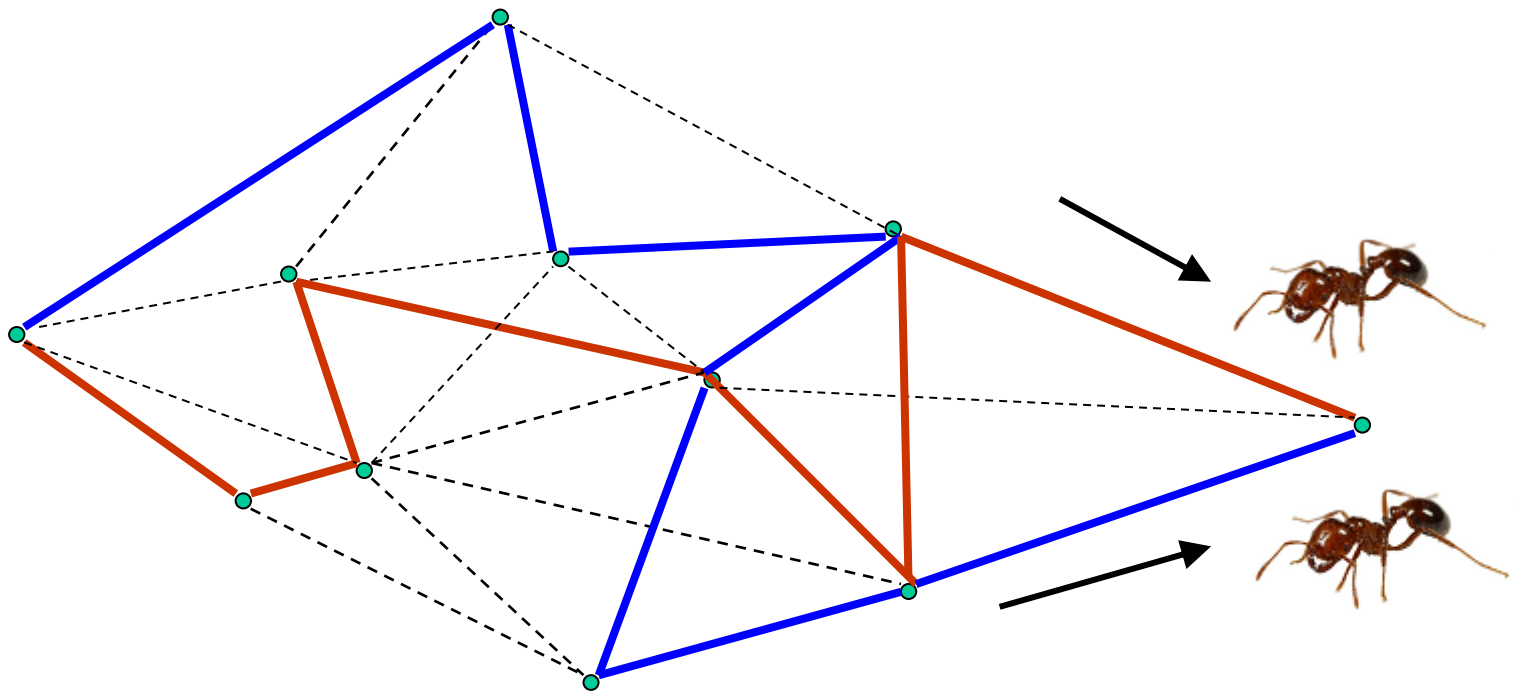
(základná verzia)

pre úlohu obchodného cestujúceho

0. Predpokladajme množinu (kolóniu) M mravcov, ktorý hľadajú potravu pre mravenisko po definovaných cestách.



1. V každej iterácii prejde každý z M mravcov zo začiatku na koniec v ľubovoľnom poradí vrcholov. Žiadny vrchol neopakuje.



1.1 Každý nasledujúci vrchol j trasy k -teho mravca z vrcholu i je vyberaný s pravdepodobnosťou podľa vzťahu

$$p_{ij}^k = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_j [\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}$$

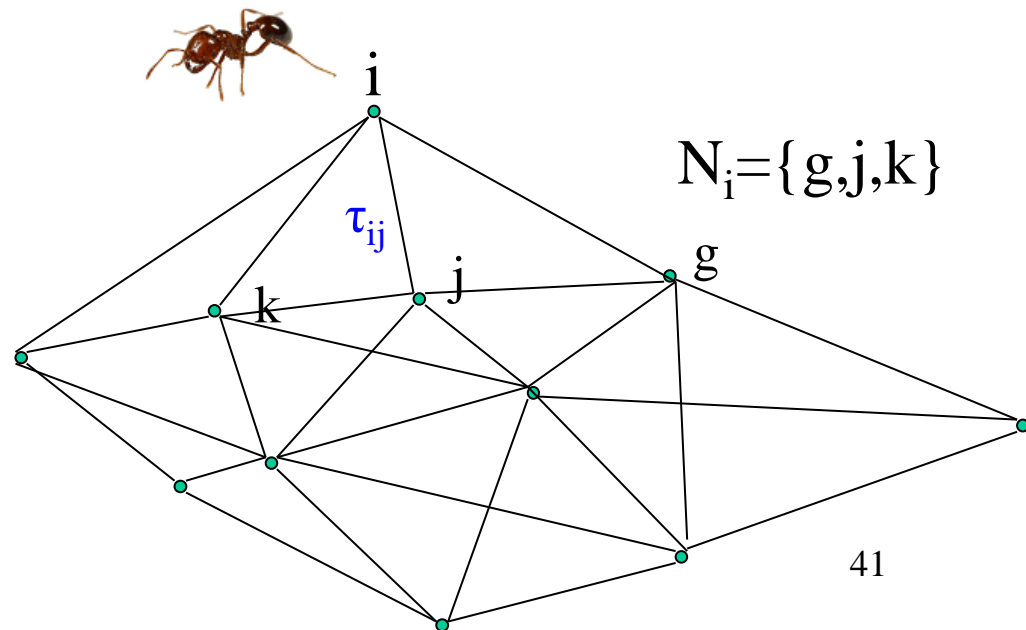
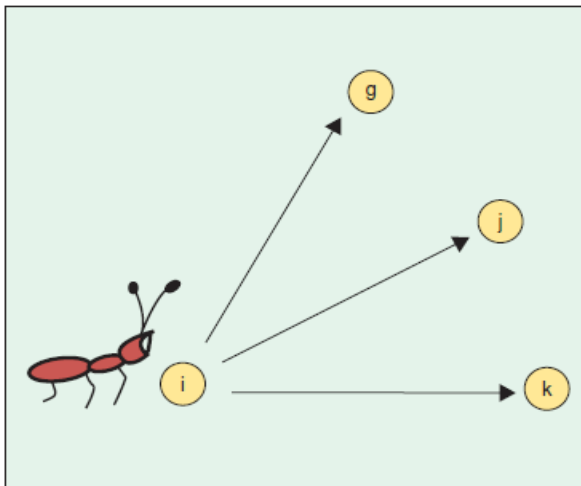
$$j \in N_i$$

N_i – Prípustný nenavštívený vrchol z vrcholu i

τ_{ij} – množstvo feromónu na hrane ij

$\eta_{ij} = 1/d_{ij}$, d_{ij} – dĺžka hrany

α, β – voliteľné parametre



2. Po prechode všetkých mravcov sa obnovuje hodnota feromónu každej hrany podľa vzťahu

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^M \Delta \tau_{ij}^k(t)$$

$$\forall(i, j)$$

$\rho < 1$ koeficient vyparovania

$\Delta \tau_{ij}^k = 1 / L_k$ ak mravec k použije hranu i - j

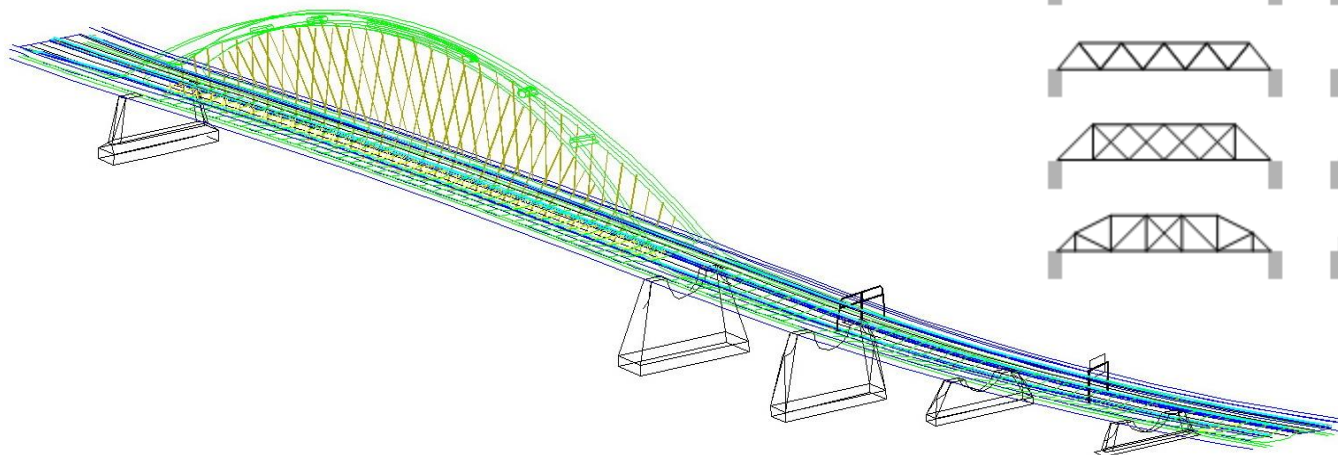
$\Delta \tau_{ij}^k = 0$ inak

L_k – dĺžka (ohodnotenie) celej cesty mravca k

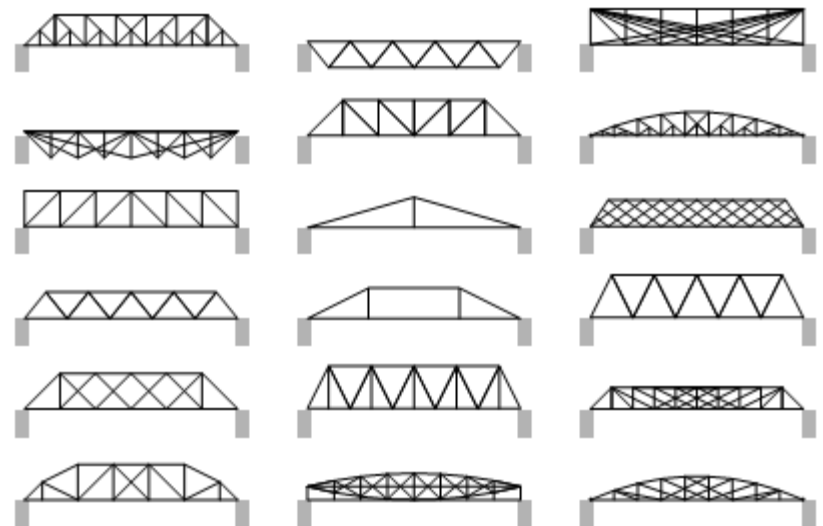
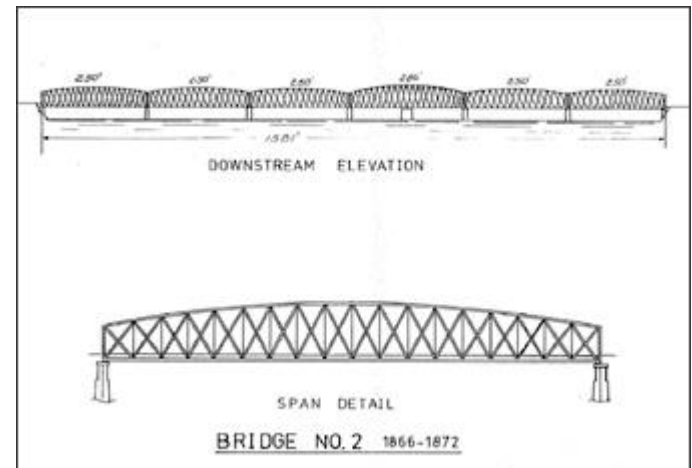
3. Opakuj iterácie (kroky 1 a 2) do splnenia ukončovacích podmienok.
Např: splnenie požadovanej kvality riešenia atď.

1.8 Genetické programovanie

Známa štruktúra objektu a
neznáme parametre



Neznáma štruktúra objektu aj
neznáme parametre



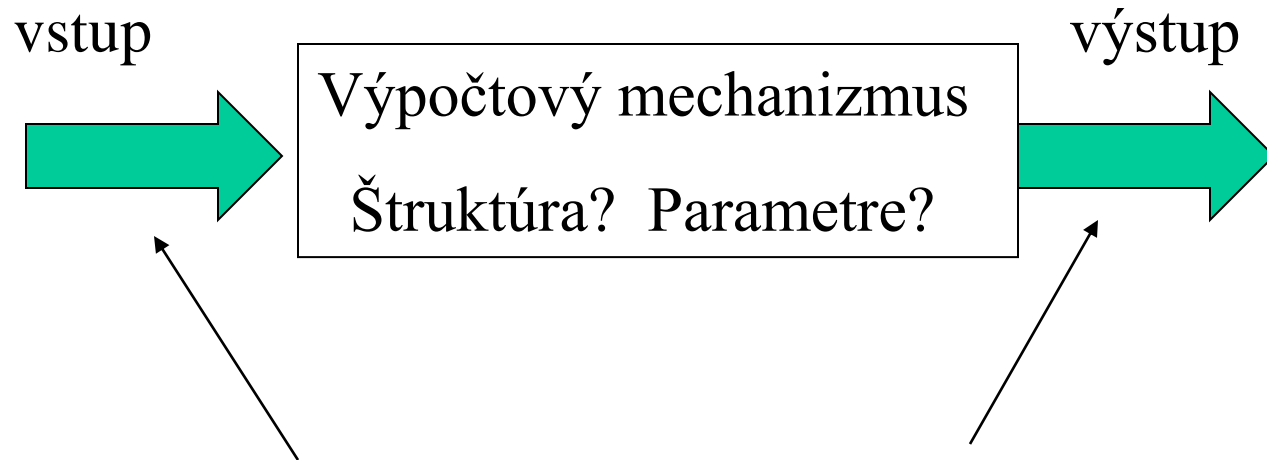
Neznáma štruktúra objektu aj
neznáme parametre



Genetické programovanie nástroj na tvorbu (evolúciu)

- Algoritmov, programov
- Schém, zapojení
- Grafov, štruktúr
- Konštrukcií
- Strojové učenie
- Hľadanie riešení (ne)obmedzenej zložitosti
- ...

GP



Známe predlohy, požadované správanie, požadované vlastnosti

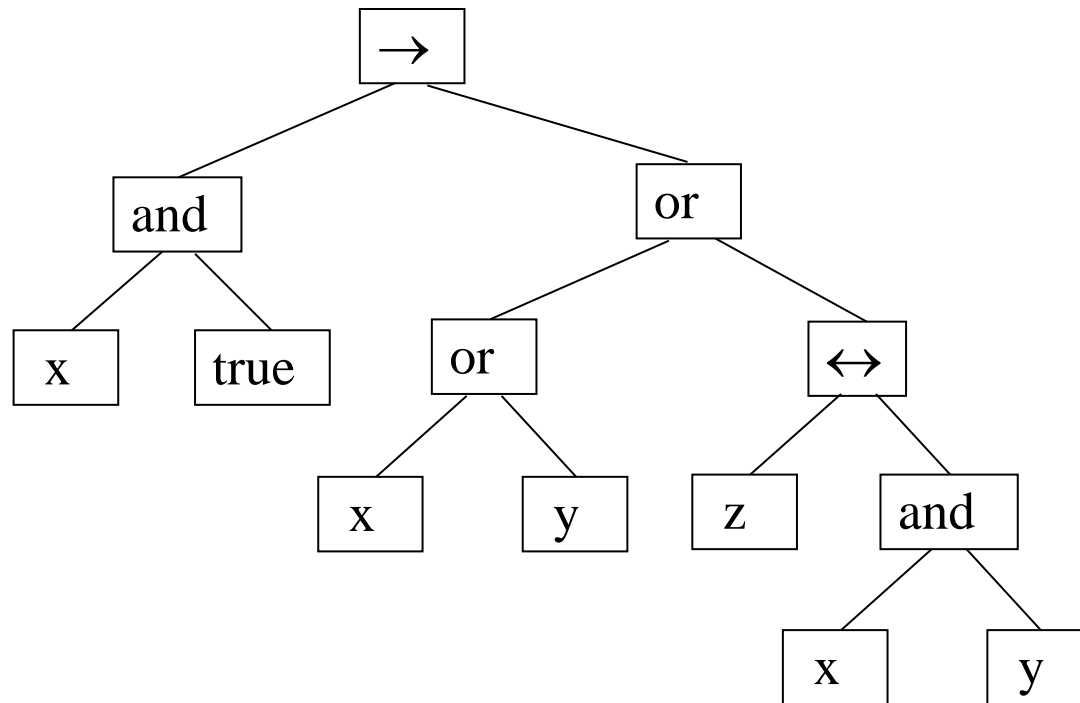
Genetické programovanie - aplikačné oblasti a príklady

- Symbolická regresia – matematické výrazy
- Získavanie dát, analýza dát
- Syntéza logických funkcií
- Návrh schém (elektrických obvodov, iných)
- Návrh štruktúr (konštrukcie, grafy)
- Návrh pravidiel (finančníctvo, obchod, rozhodovanie)
- Automatizácia programovania
- Robotika, regulačné obvody
- Biochémia, medicína
- iné

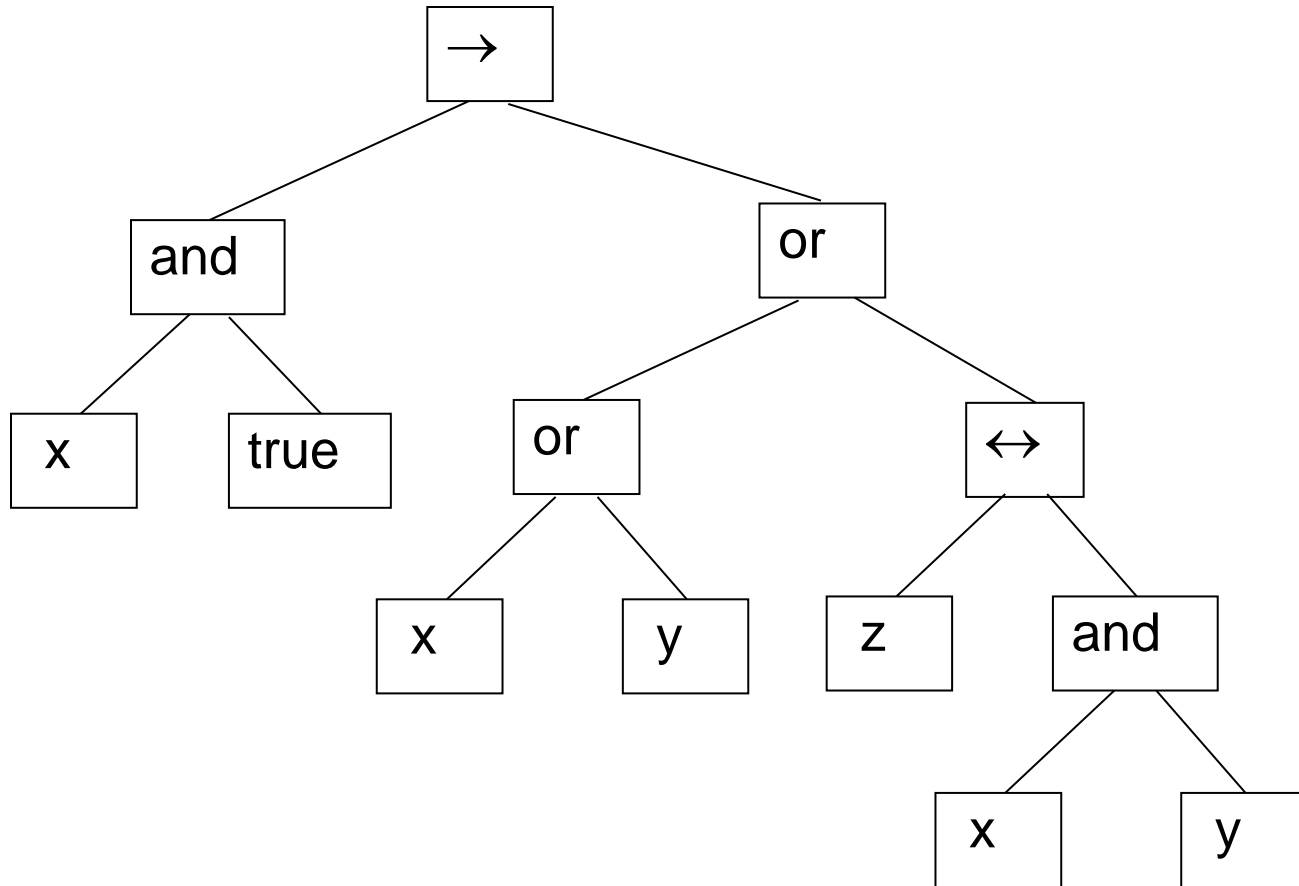
Reprezentácia jedinca

- stromová
- tabuľková
- lineárna
- grafová

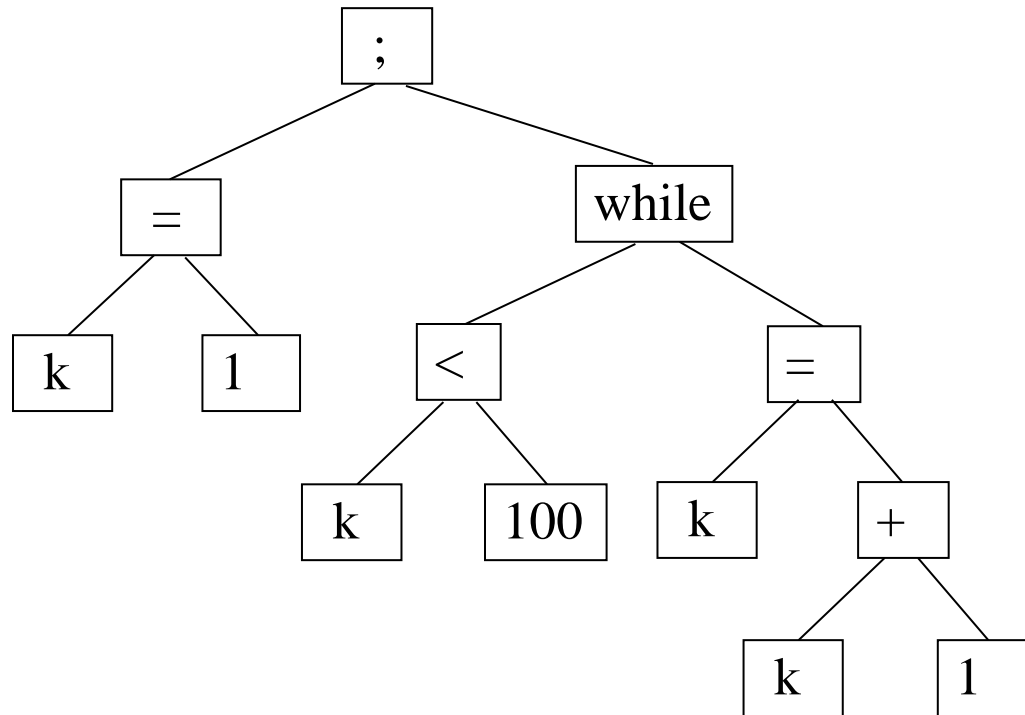
Stromová reprezentácia logickej funkcie



$$(a \wedge \text{true}) \rightarrow ((a \vee b) \vee (z \leftrightarrow (a \wedge b)))$$



Stromová reprezentácia programu



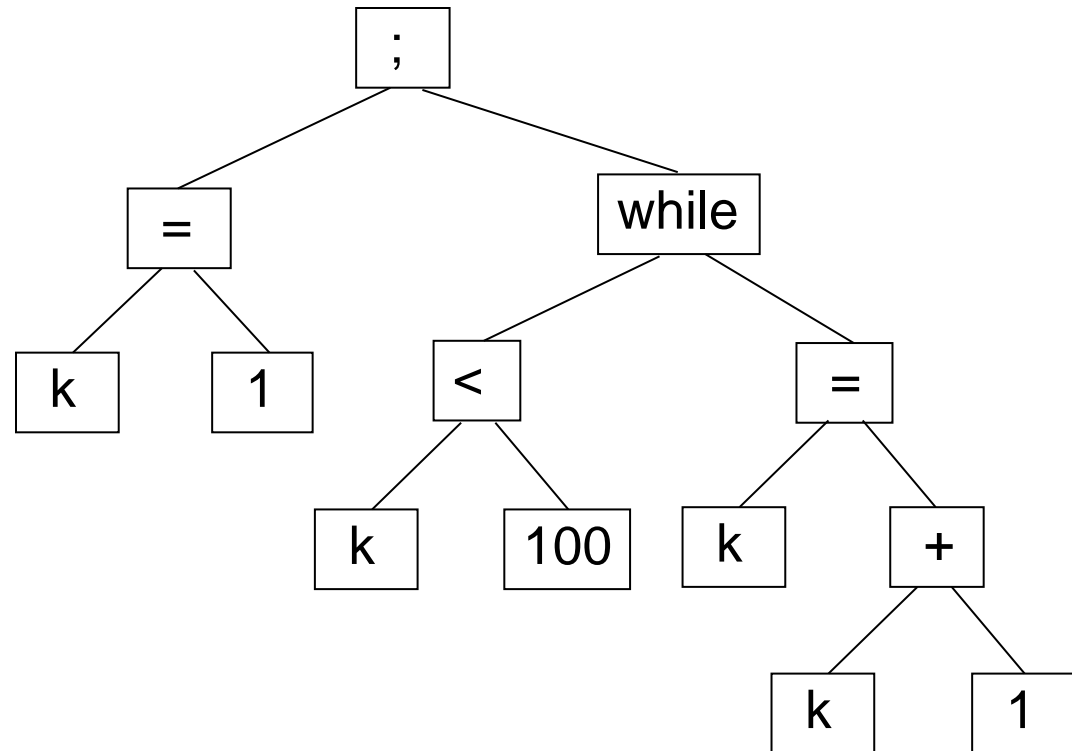
$k=1;$

while ($k<100$)

{

$k=k+1$

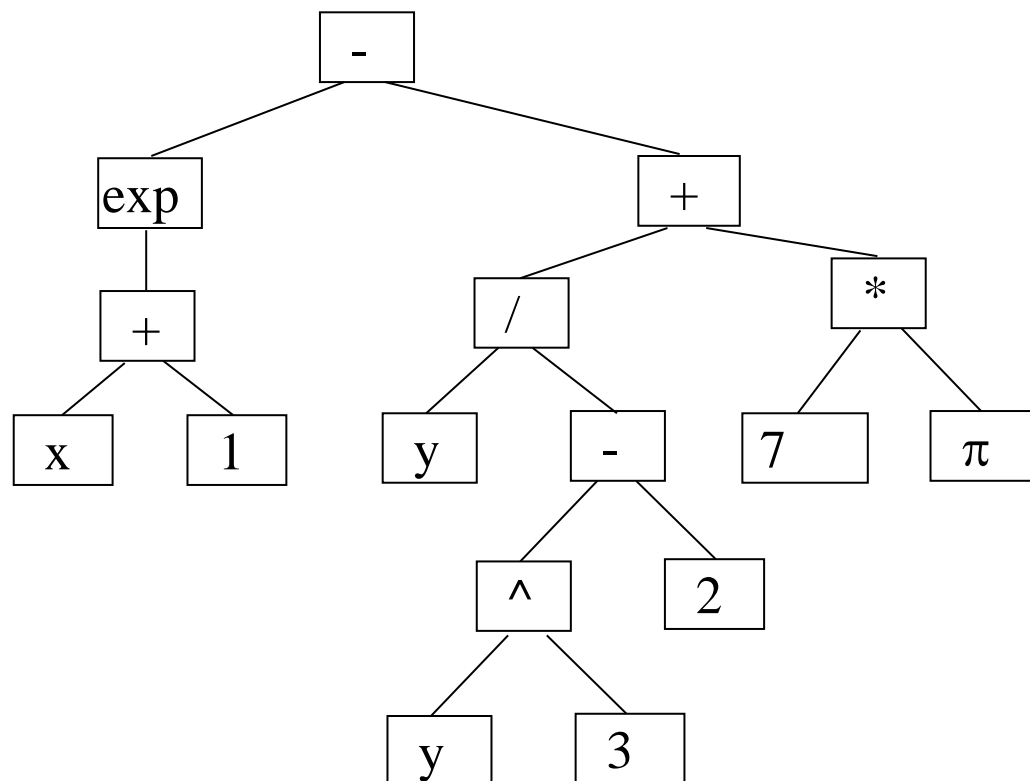
}

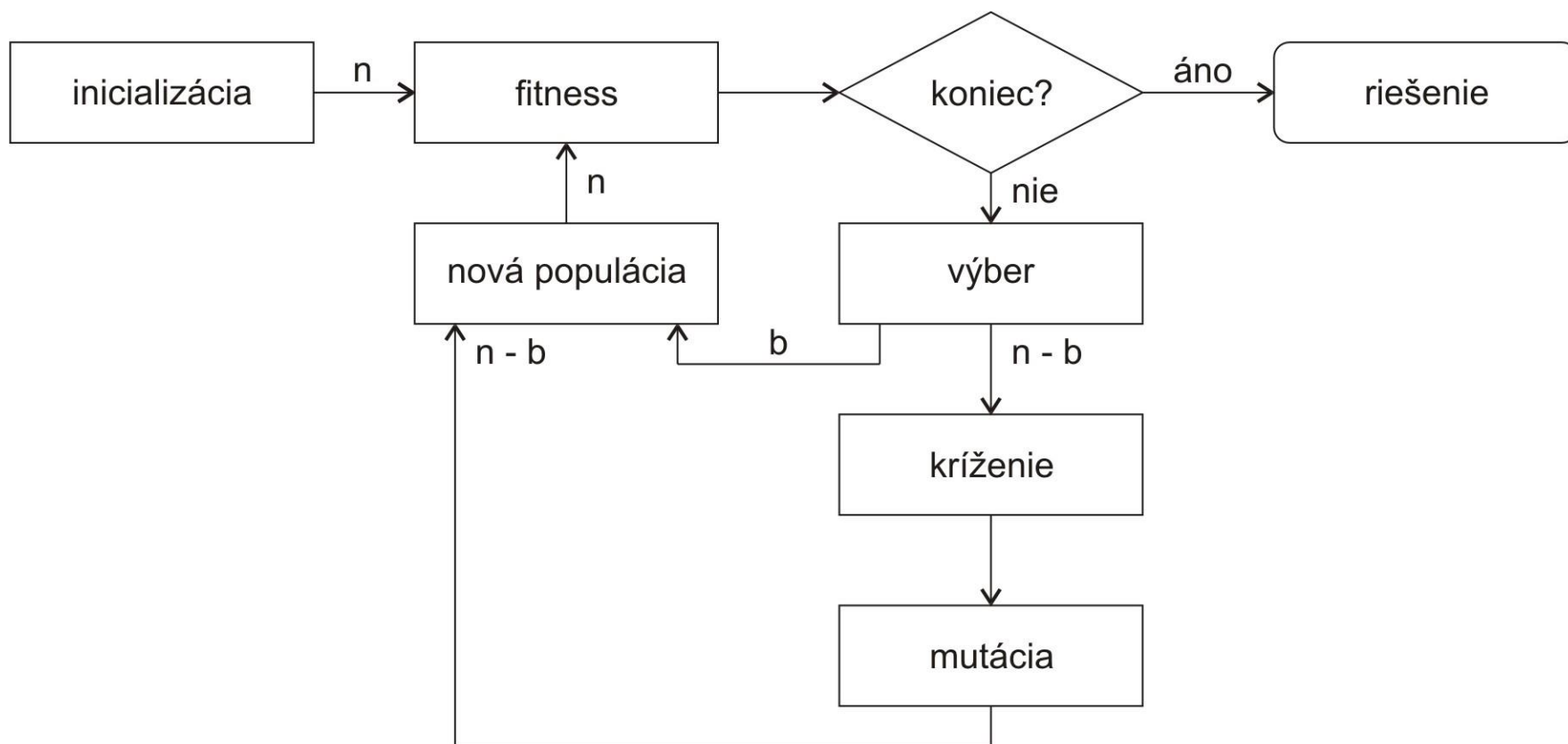


Stromová reprezentácia

matematického výrazu

$$\exp(x + 1) - \frac{y}{y^3 - 2} + 7\pi$$



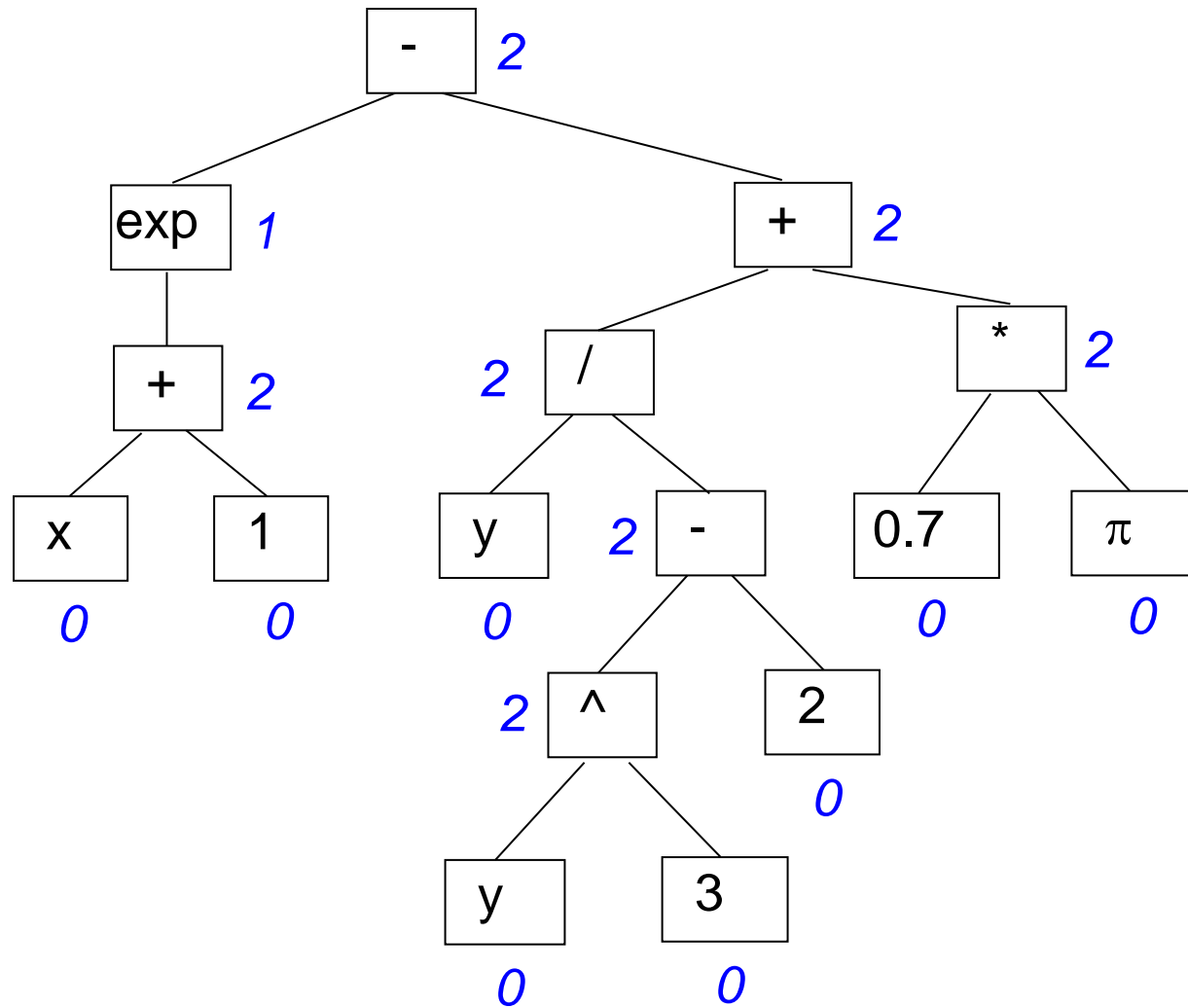


Tento (evolučný) algoritmus narába s reťazcom (lineárnou postupnosťou) znakov, symbolov.

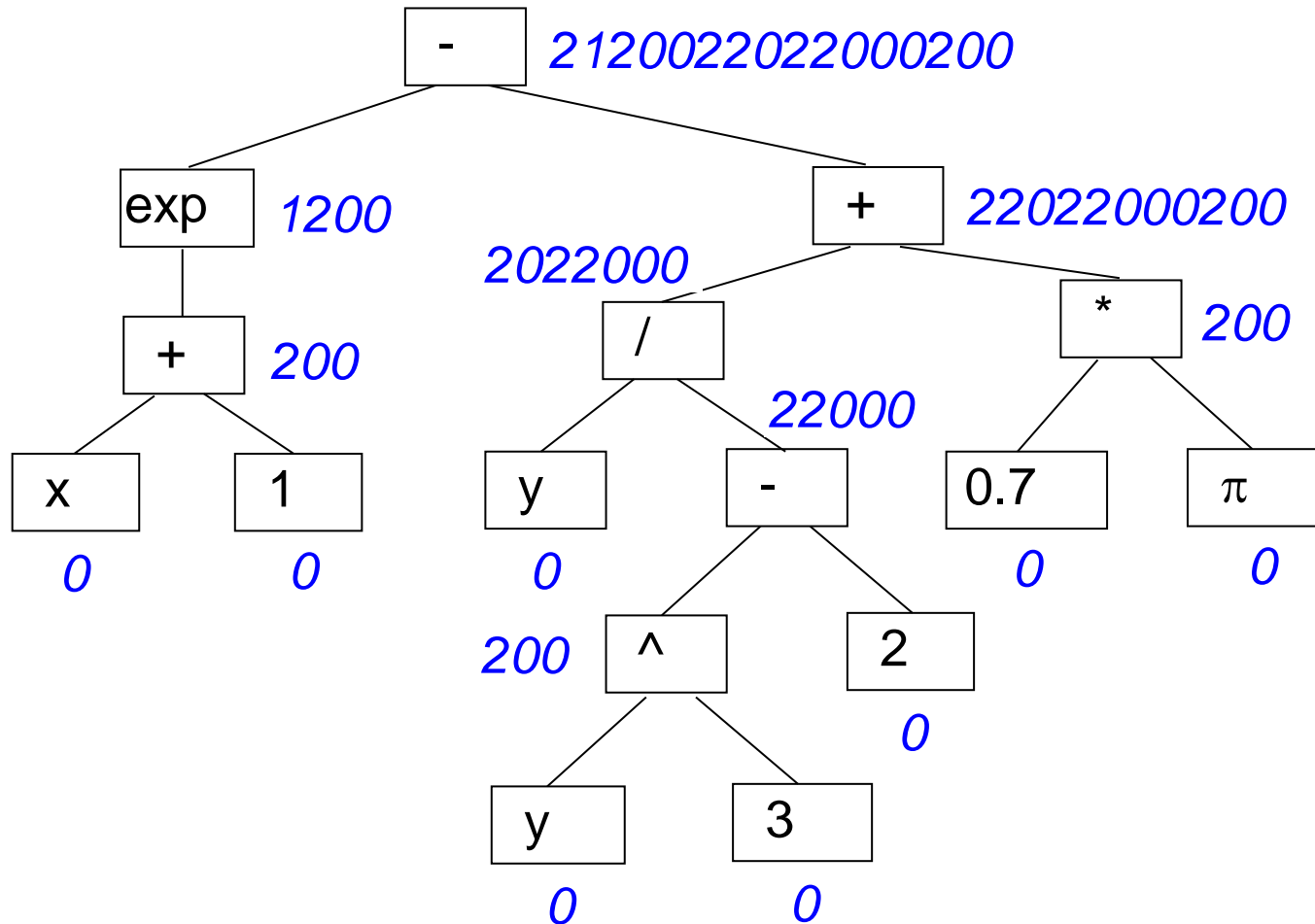
Readov lineárny kód

**transformácia stromovej štruktúry do lineárneho
reťazca znakov**

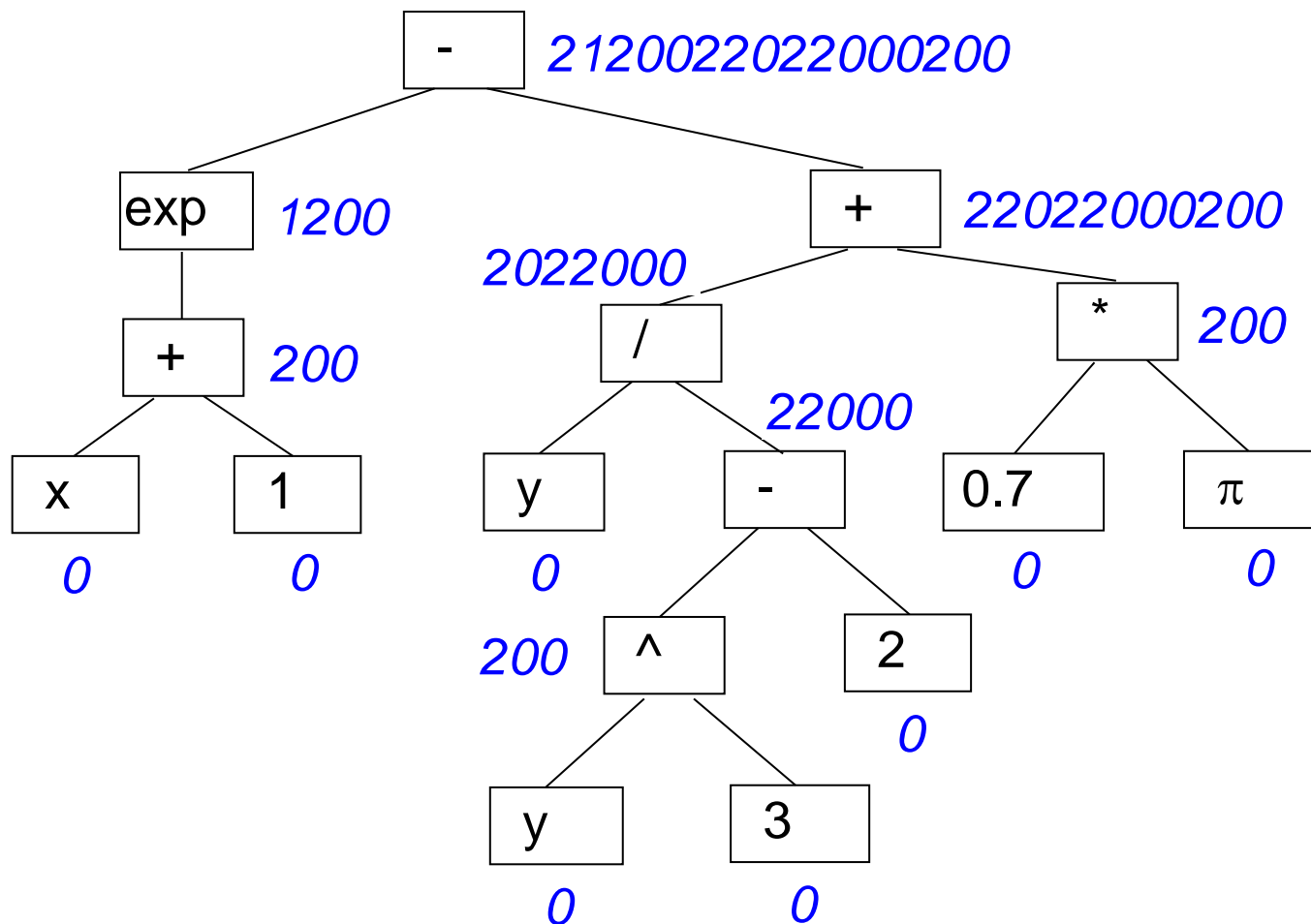
Valencia uzlov stromu



Readov kód štruktúry stromu



Kompletný readov kód stromu



$[(2,-),(1,exp),(2,+),(0,x),(0,1),(2,+),(2,/),(0,y),(2,-),(2,^),(0,y),(0,3),(0,2),(2,*),(0,0.7),(0,\pi)]$

alebo $[2,1,2,0,0,2,2,0,2,2,0,0,0,2,0,0,-,exp,+,x,1,+,/,y,-,^,y,3,2,*,0.7,\pi]$ ⁶⁰

Lineárna reprezentácia jedinca

pomocou registrových operácií

$$\exp(x+1) - \frac{y}{y^3 - 2} + 7\pi$$

$$a=x$$

$$a=a+1$$

$$a=\exp(a)$$

$$b=y$$

$$b=b^3$$

$$b=b-2$$

$$c=y$$

$$b=c/b$$

$$c=7$$

$$c=c*\pi$$

$$a=a-b+c$$

Inicializácia jedincov v GP

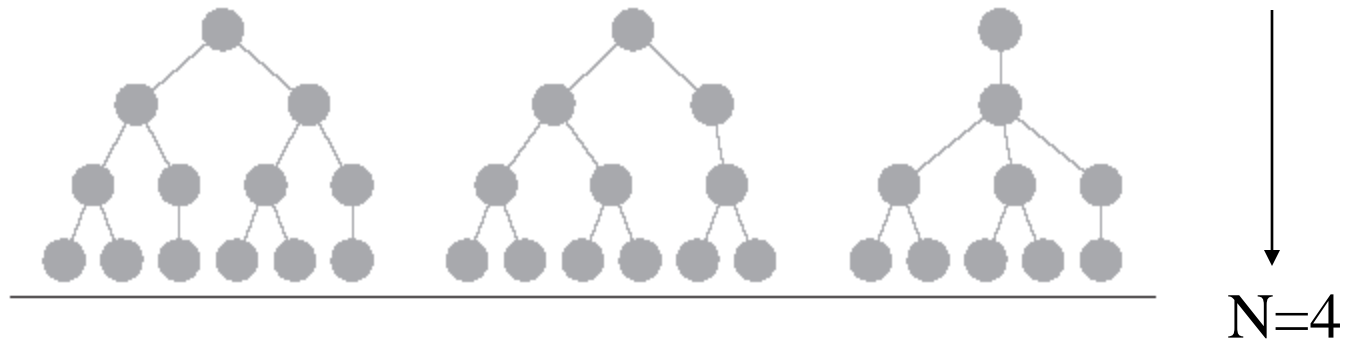
Počet jedincov v GP (veľkosť populácie) sa volí väčší než v GA alebo v iných typoch EA aby bola zabezpečená dostatočná diverzita
bežne: 100-1000

Dimenzia prehľadávaného priestoru v úlohách GP býva veľmi veľká a je potrebná veľká diverzita jedincov.

Inicializácia populácie stormových jedincov

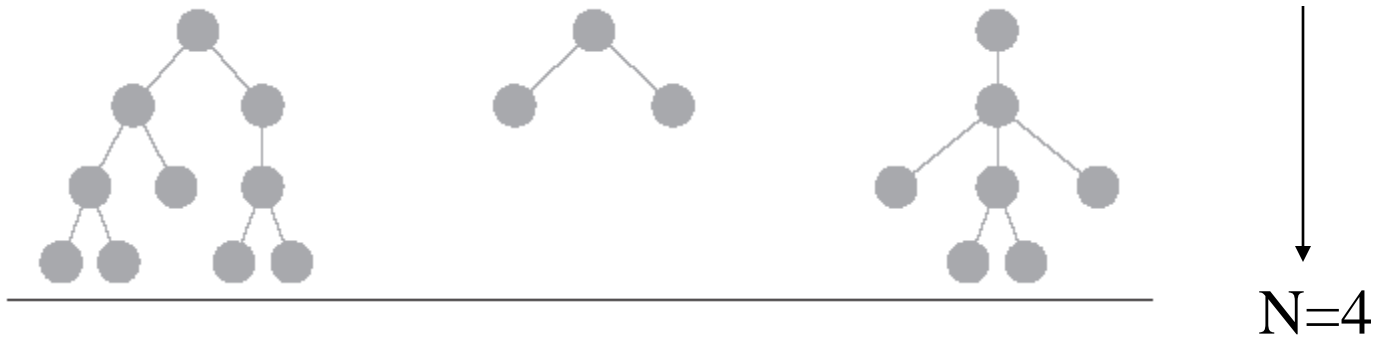
a) Plná meóda

Vygeneruje populáciu jedincov, ktorých hĺbka je práve N hrán (úrovní)



b) Rastová metóda

Vygeneruje populáciu jedincov, ktorých hĺbka sa zväčšuje náhodne do N hrán (úrovní)



c) Kozova metoda
(John Koza, Ramped half-and-half)

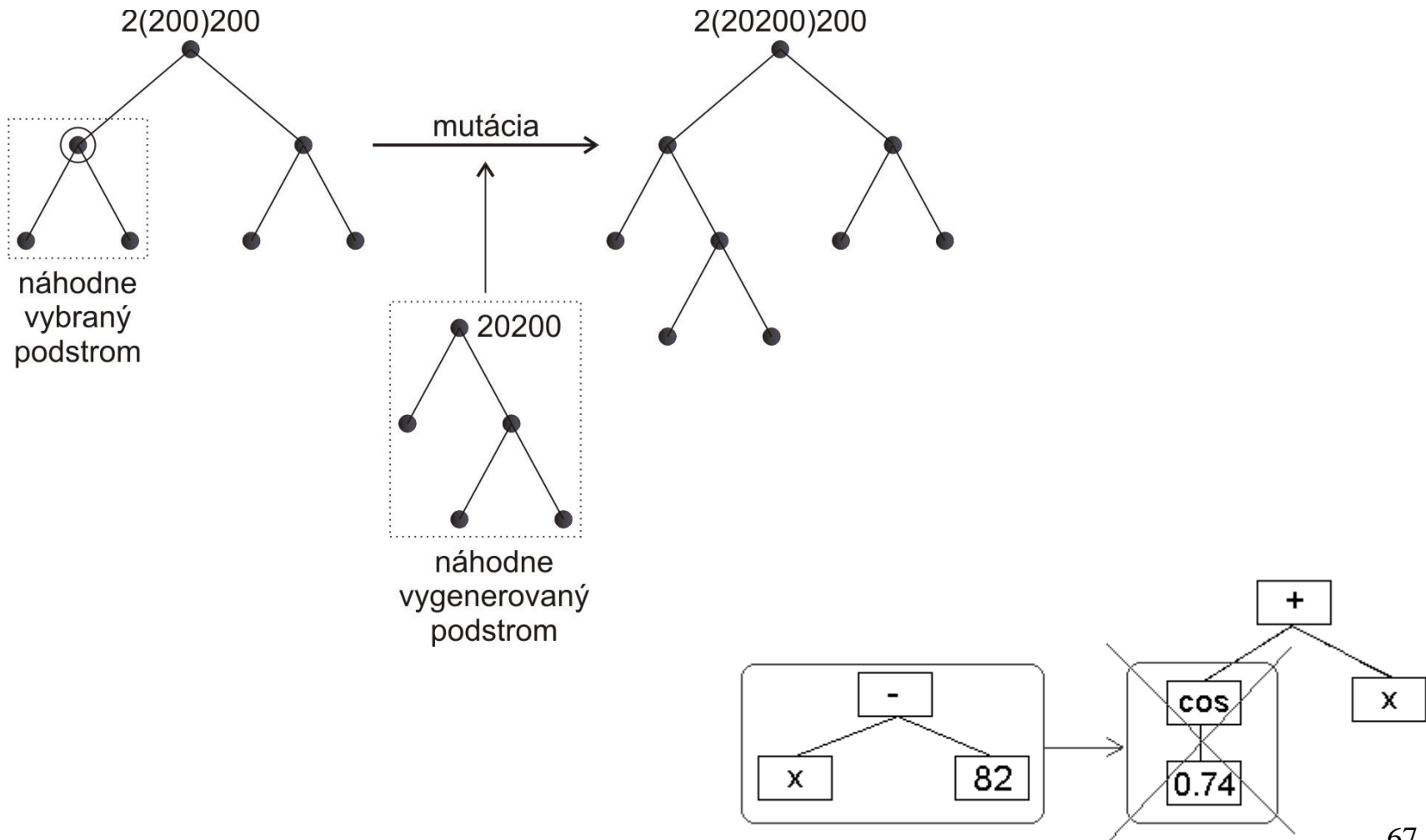
- 1. Pre každého jedinca sa vygeneruje náhodné číslo
 $r < N$*
- 2. Potom sa buď rastovou alebo plnou metódou
vygeneruje strom o veľkosti max r*

Gény v GP

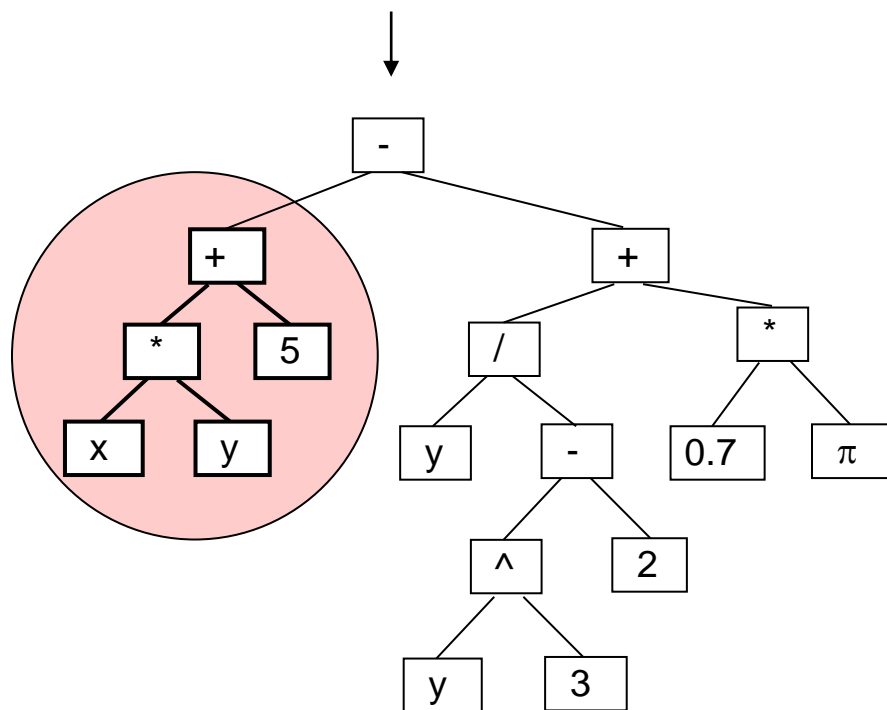
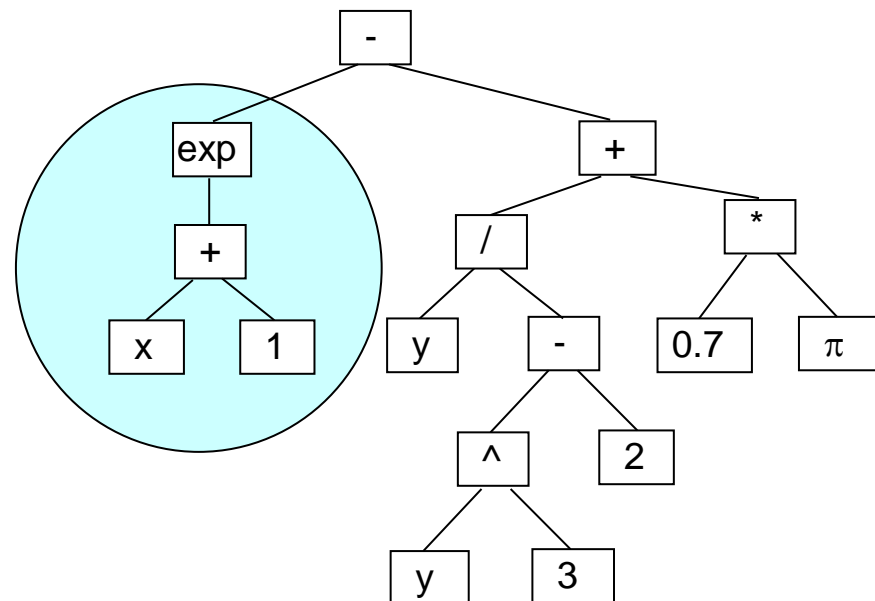
- aritmetické operácie: $+$, $-$, $*$, $/$
- funkcie: *sin*, *cos*, *exp*, *log*, *ln* ...
- logické funkcie: *and*, *or*, *not*, *xor*
- priradenie hodnoty premennej: napr. $x=1$
- inštrukcie programu príslušného jazyka: *if*, *else*, *then*, *switch*, *goto*, *call*, *while-do*, *for-do*, ...
- podprogramy, makroinštrukcie alebo výkonné časti programu: načítanie informácie zo snímača, akčný zásah o určenej veľkosti, zatočenie doprava, zatočenie doľava
- prvky (orientovaných) grafov, prvky schém
- zapojenia, spojenia medzi prvkami schém
- konštrukčné prvky ...

Genetické operácie

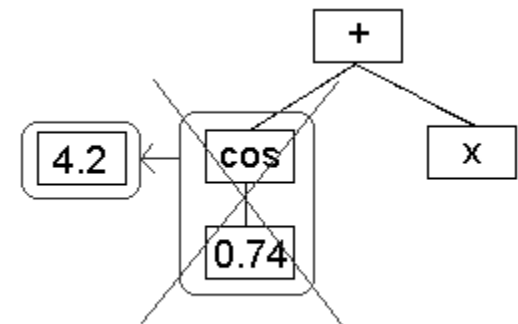
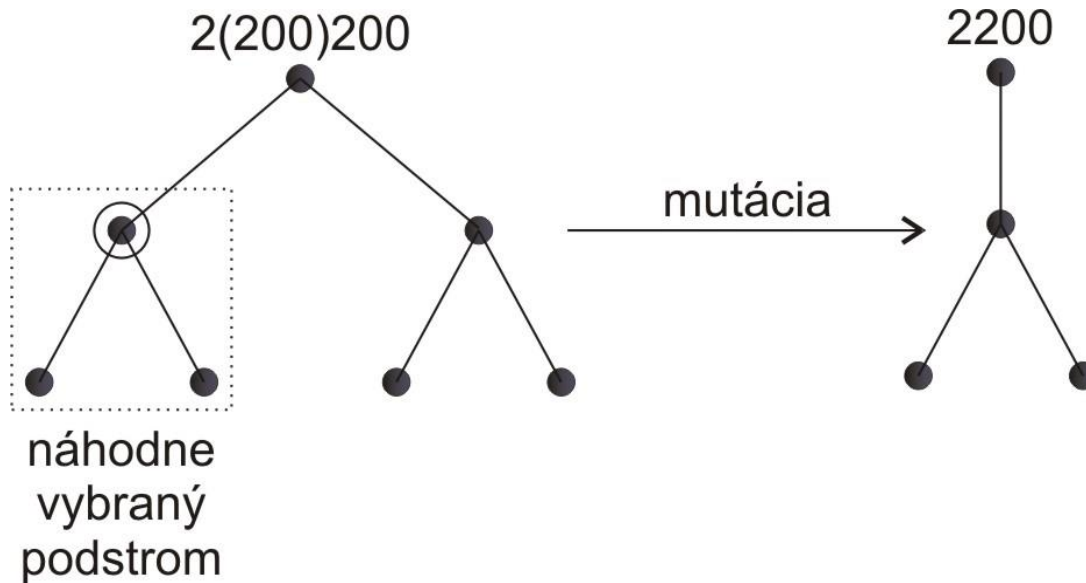
Mutácia – *náhrada podstromu*



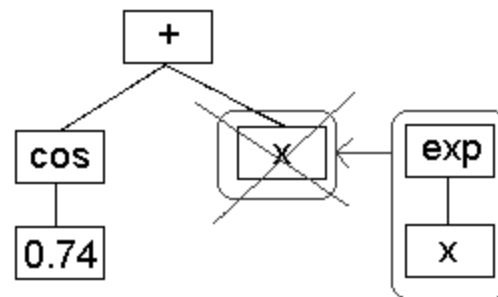
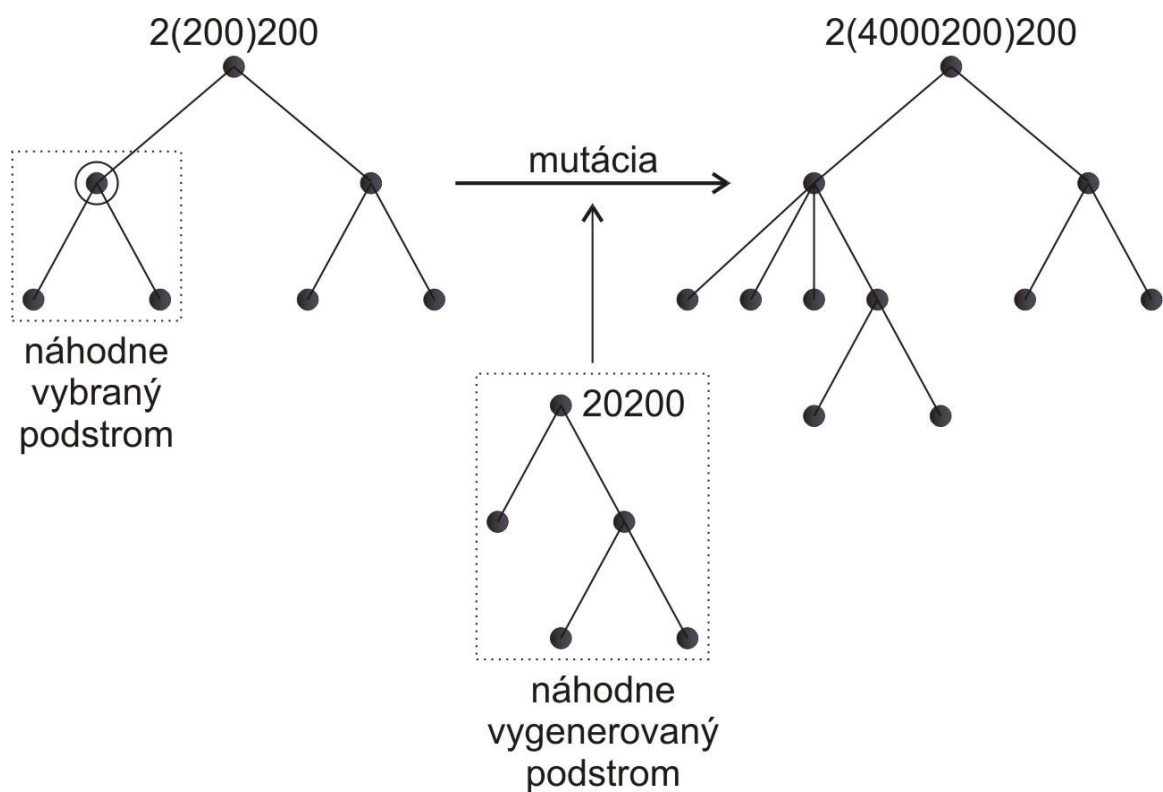
*Náhrada podstromu
iným podstromom*



Mutácia - *odstránenie*



Mutácia - *doplnenie*

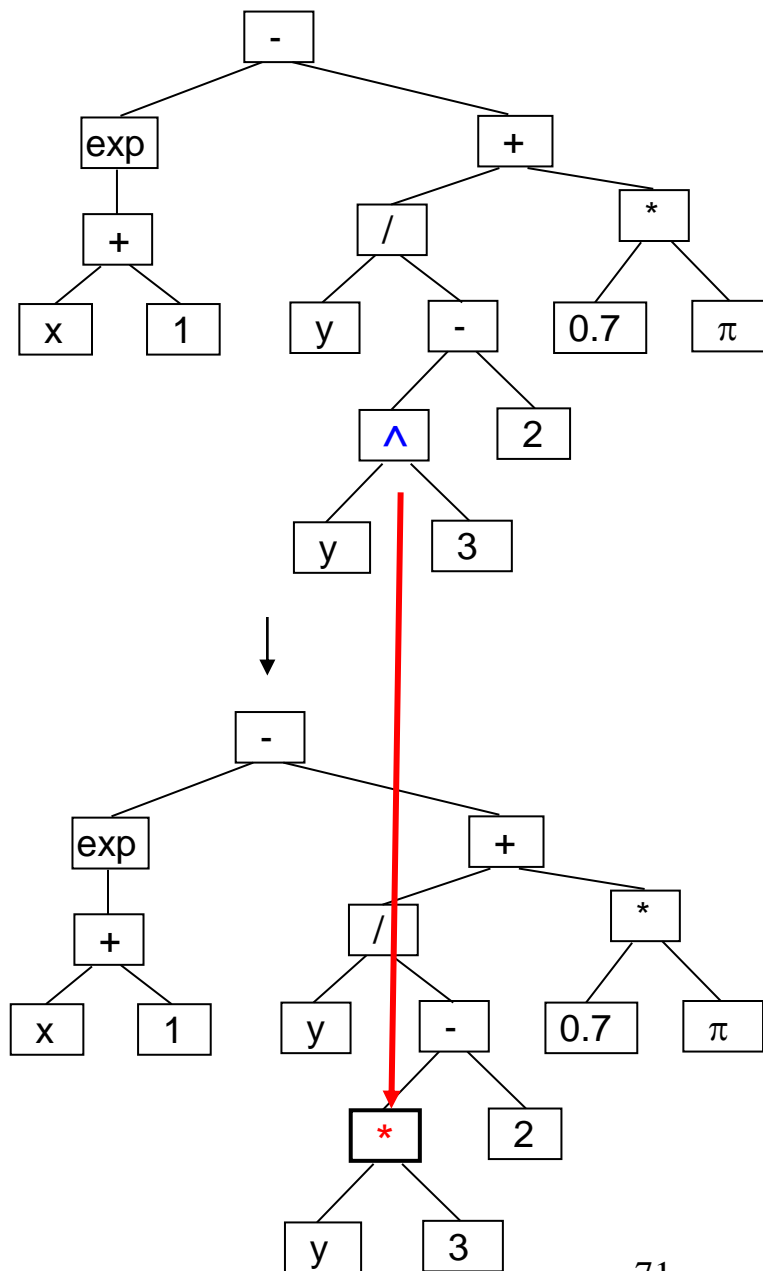


Náhrada uzla iným uzlom

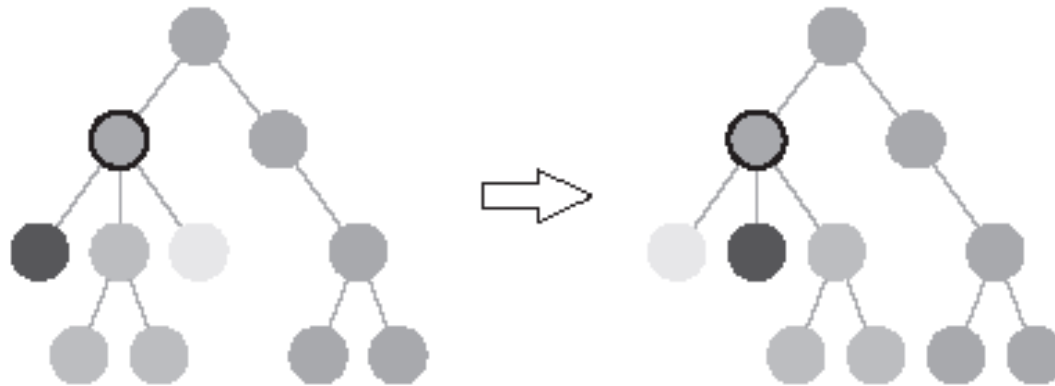
funkcia \rightarrow funkcia
(operácia-opreácia)

premenná \rightarrow premenná/konštanta

konštanta \rightarrow premenná/konštanta

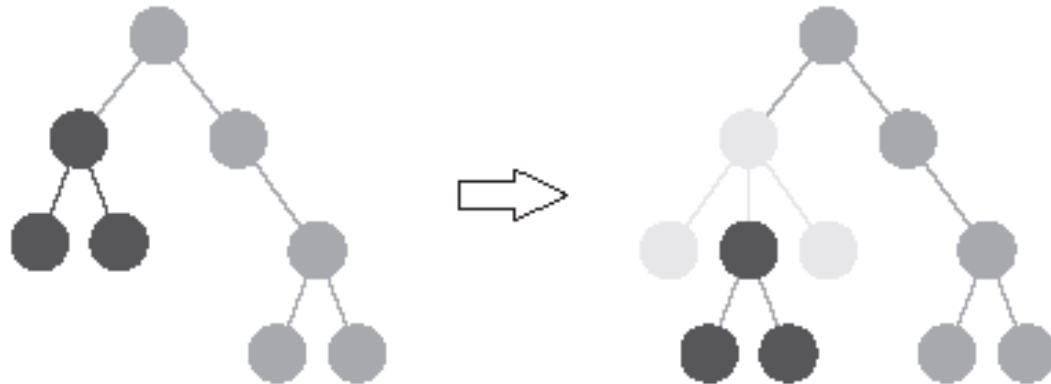


Mutácia – *posun (permutácia)*



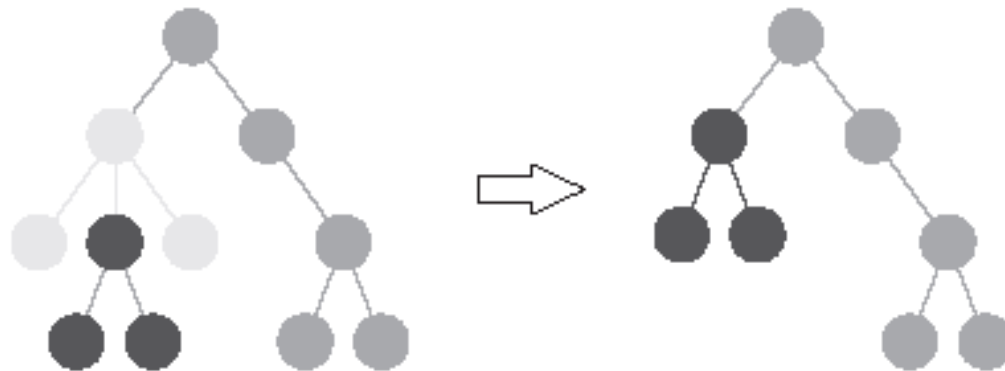
Vloženie podstromu

Na náhodne vybrané miesto (uzol) vo vnútri stromu sa vloží náhodne vygenerovaný podstrom.

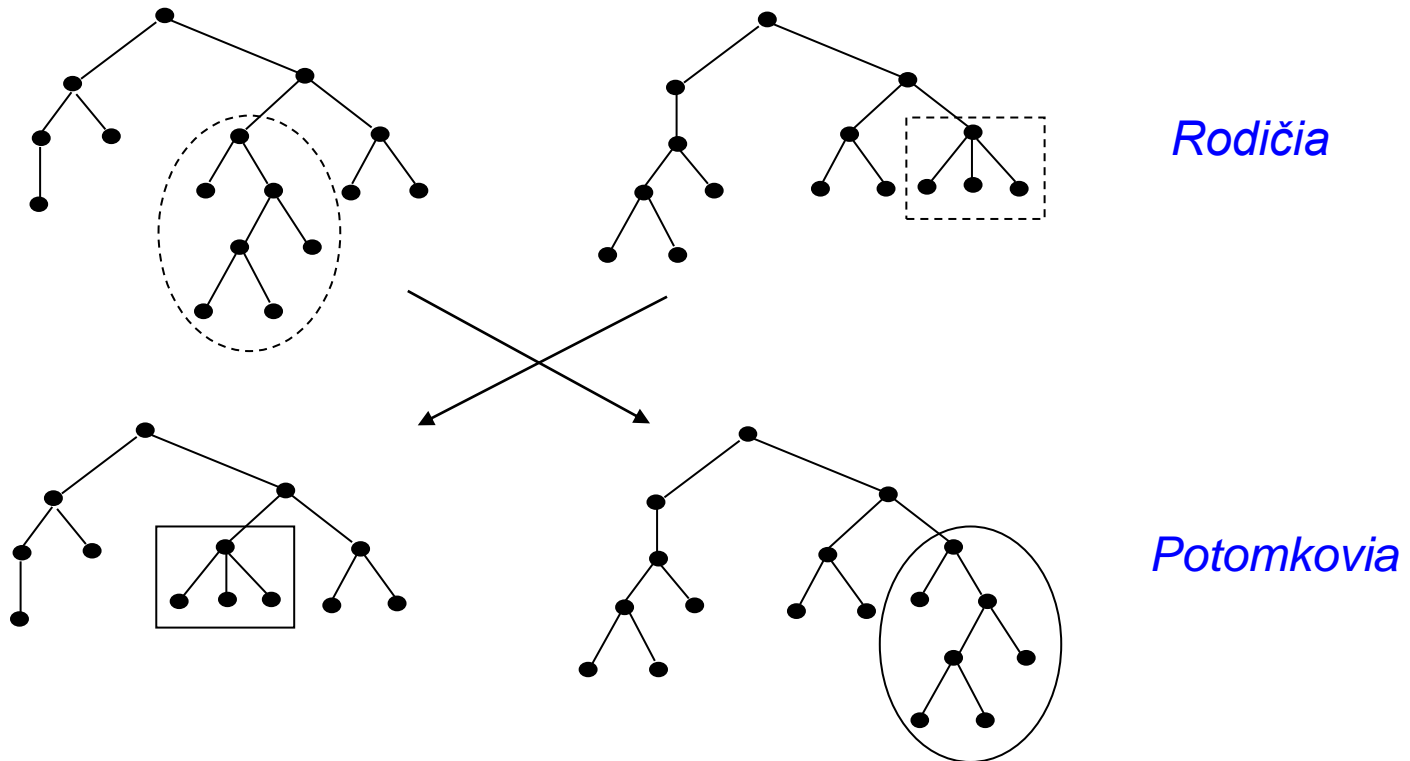


Vypustenie podstromu

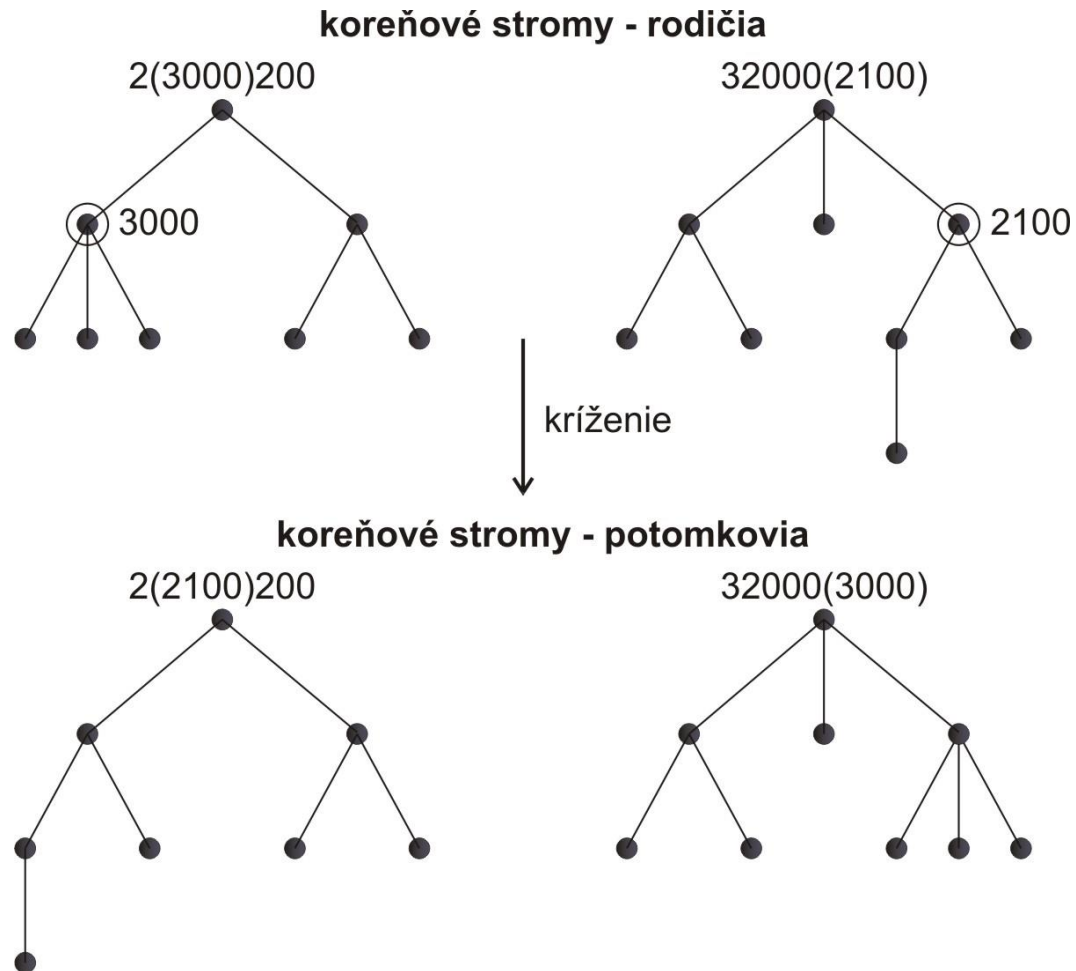
Na náhodne vybranom mieste (uzle) vo vnútri stromu sa vystrihne a vynechá náhodne vygenerovaný podstrom.



Kríženie stromov



Kríženie stromov



Prerastanie stromov

V GP sa objavuje jav prerastania stromov („Bloat“). Je to spôsobené tým, že zlepšovanie fitness je možné dosahovať malými modifikáciami stromov, čím sa ale môže predlžovať (komplikovať) reťazec.

Príklad

vzor: $f(x)=x^2+1$

$$F(x)=(x*x*x)+1,78-0,85-0,2*x$$

$$F(x)=(x*x*x)/x+1,78-0,85-0,2*x$$

$$F(x)=(x*x*x)/x+1,78-0,85-0,2*x+0,1$$

$$F(x)=(x*x*x)/x+1,78-0,85-0,2*x+0.1+0,18*x$$

Prerastanie stromov

Prerastaniu stromov je možné zamedziť viacerými spôsobmi. Tie sú často závislé od aplikácie.

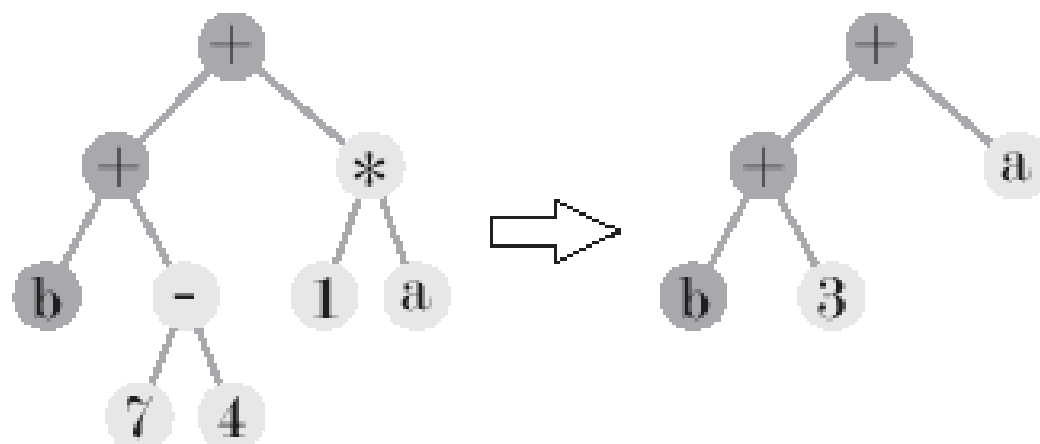
1. Základným a najjednoduchším spôsobom je obmedzenie veľkosti jedincov:
 - hĺbky stromu
 - počtu uzlov

Tento spôsob nemusí byť vždy účinný.

2. Ďalším opatrením môže byť pokutovanie reťazcov vzhľadom na ich dĺžku.

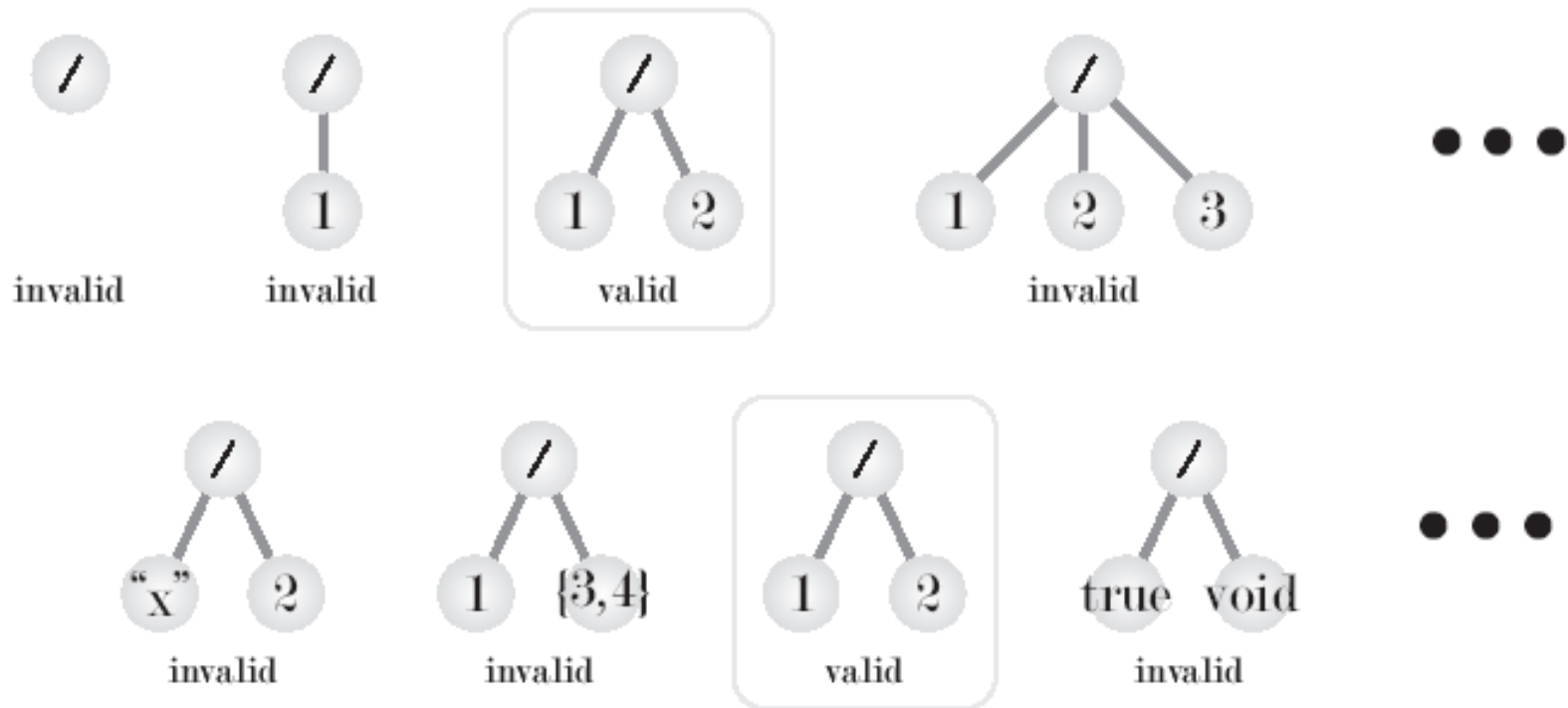
3. Editácia, zjednodušenie – úprava, zjednodušovanie reťazcov, odstraňovanie zbytočných, neúčinných častí reťazca.

Editácia, zjednodušovanie



Kontrola jedincov

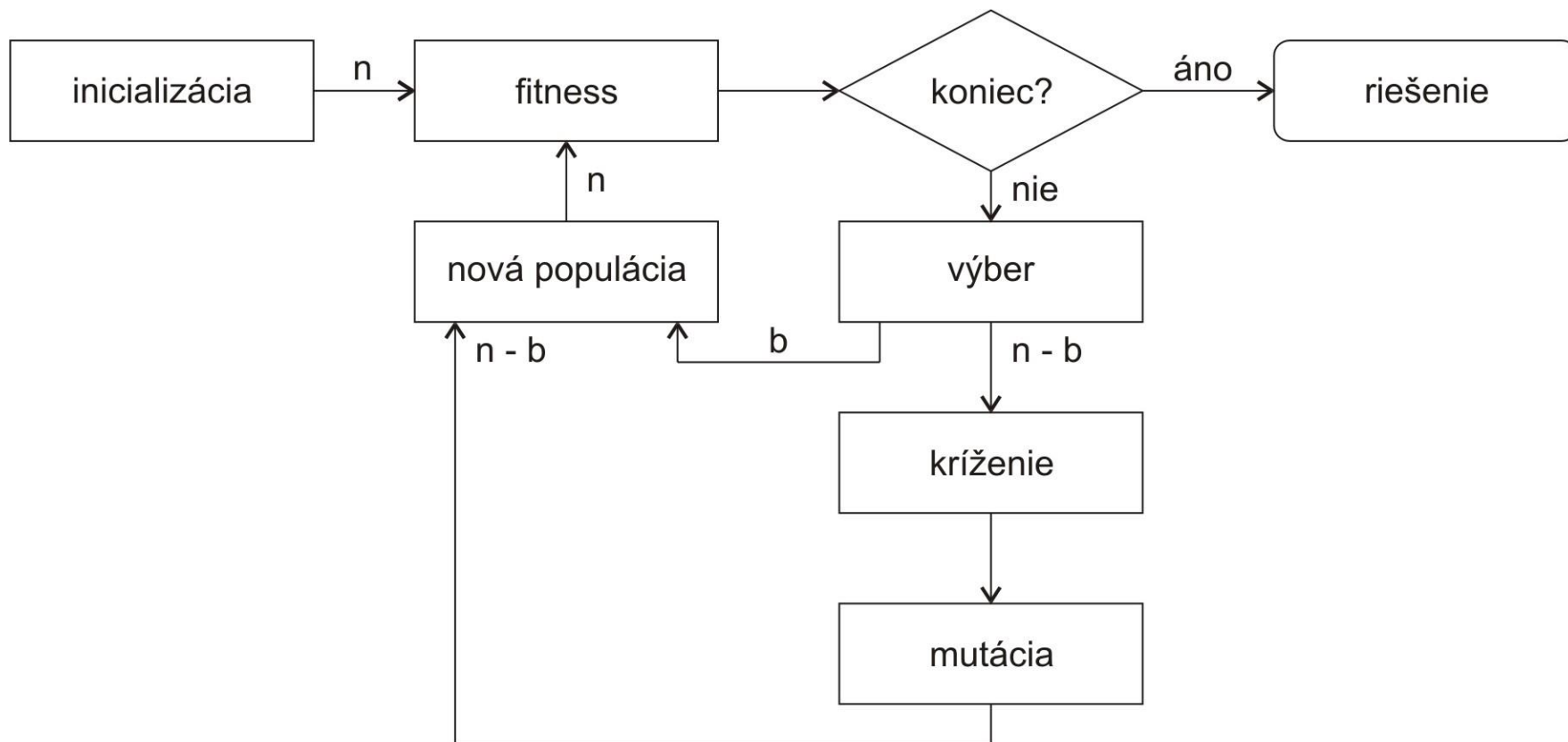
Po modifikácii jedincov (mutácii, krížení) vznikajú aj neprípustné, neplatné, neúčinné jedince. Tie môžu komplikovať vyhodnotenie fitness. Preto je vhodné, niekedy aj potrebné takéto jedince odstraňovať.

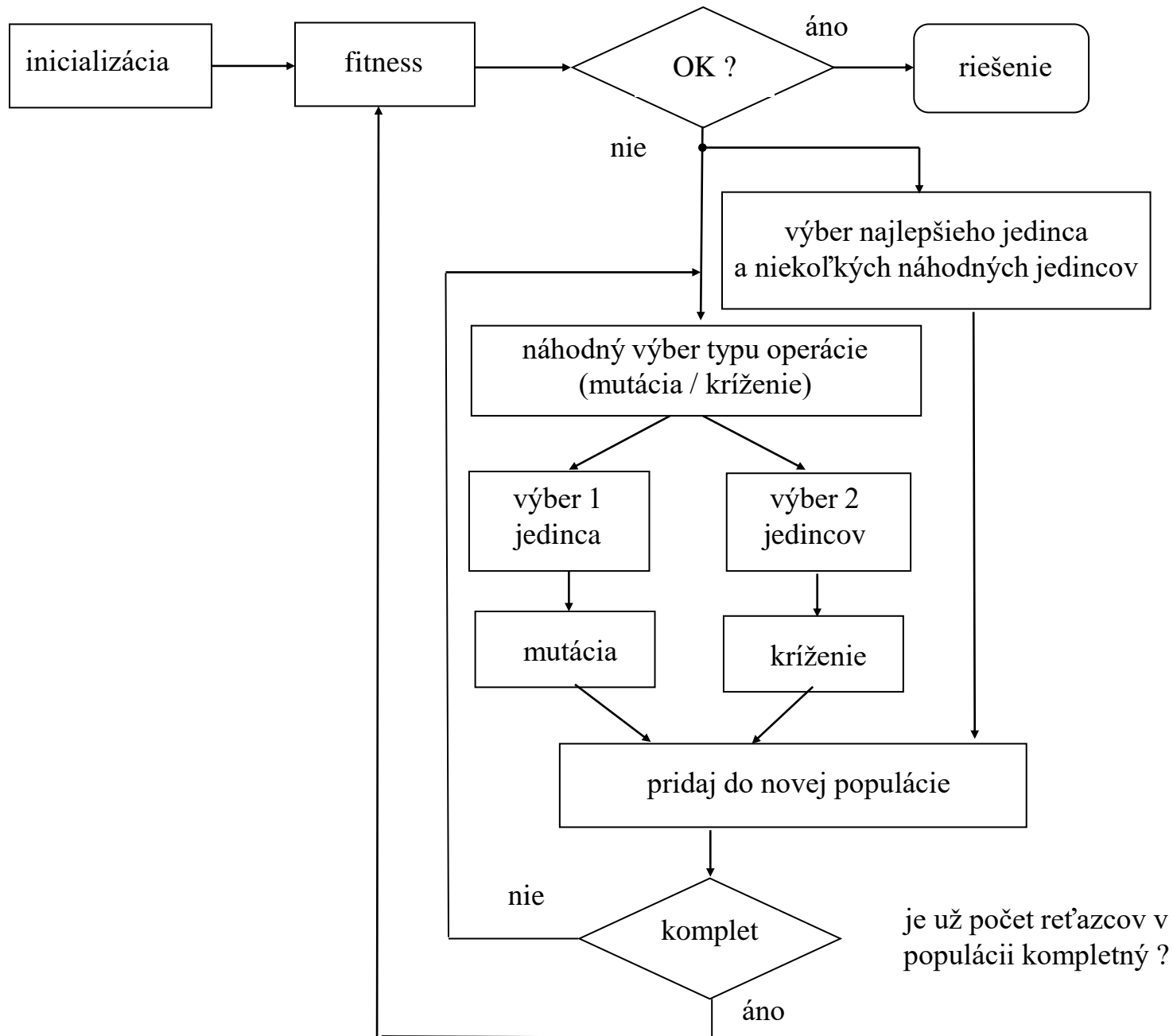


Niektoré prístupy na odstránenie neprípustných jedincov

1. Kompenzácia zakázaných operácii počas ich vyhodnocovania (v priebehu výpočtu fitness)
Např. při dělení bez dělitele je výsledek =1
Při dělení nulou bude operácia ignorovaná...
2. Opravný algoritmus skontroluje všetkých jedincov po reprodukci (po ich modifikácii).
3. Doplnenie operácií modifikácií (mutácie a kríženia) tak, aby nemohli vzniknúť neprípustní potomkovia.
4. Použitím vhodného kódovania jedincov môžeme zamedziť vzniku neprípustných jedincov (podľa aplikácie).

Algorithmus GP





Aplikácie GP

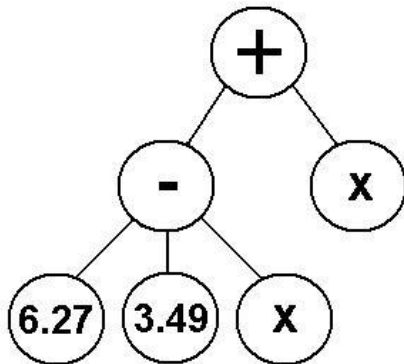
Symbolická regersia

Príklad

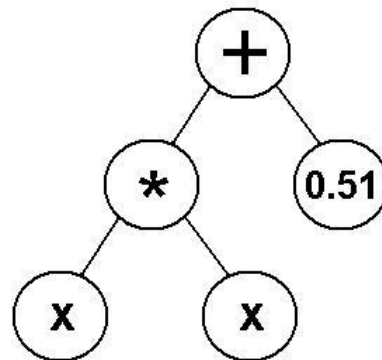
vzor: $f(x)=x^2+1$

$X=\{-2,-1,0,1,2\}$

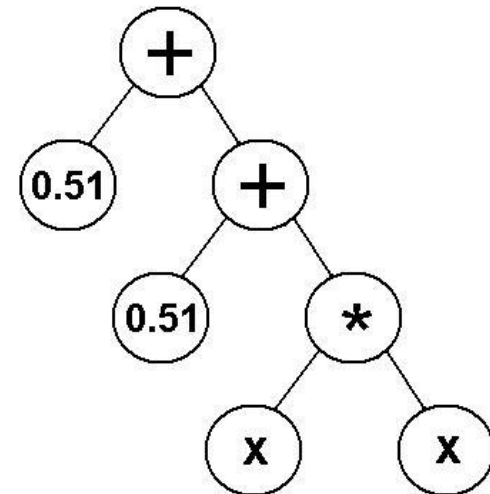
$f(x)=\{5,2,1,2,5\}$



1.generácia



50.generácia



100.generácia

Symbolická regersia

Príklad *vzor:* $f(x) = x^2 + 5\sin(2x) + 2$

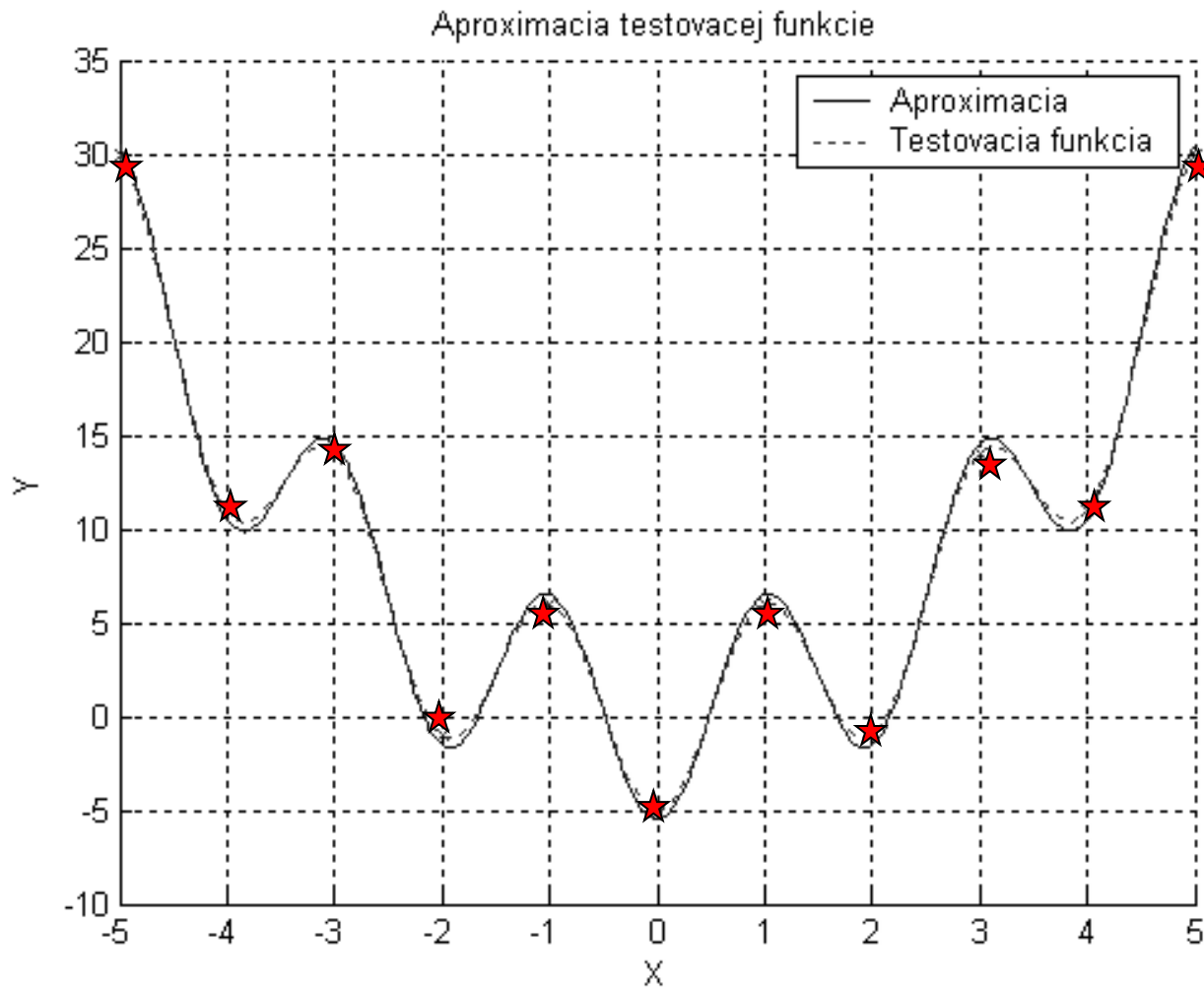
gény: +, -, *, /, sin(x), cos(x)
reálne čísla z intervalu od 0 do 10

$$F(x) = 4.179 * \sin(x + x) + (0.8165 * 0.7806 * 3.1551) + x * x$$

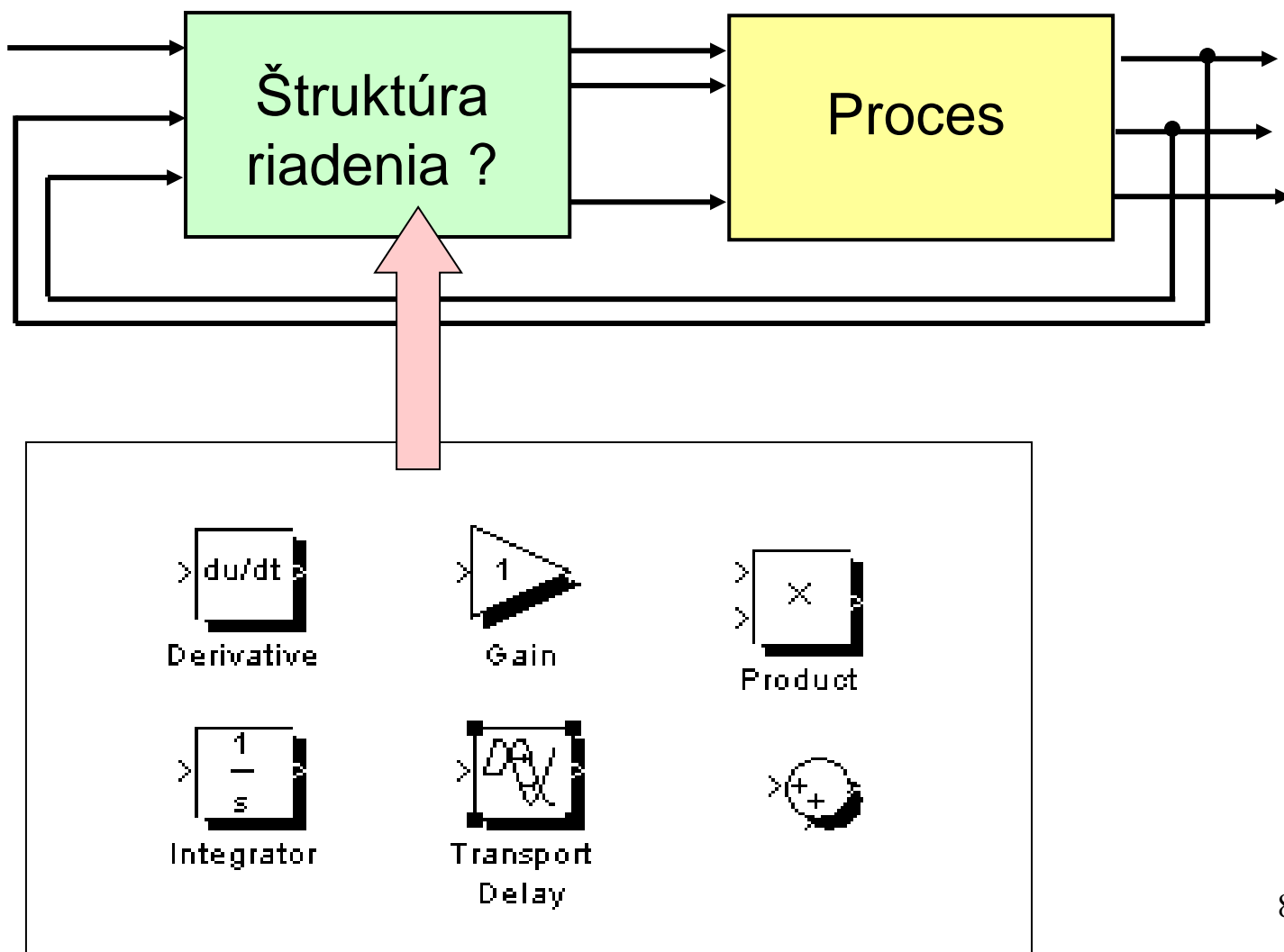
$$F(x) = x^2 + 4.9179 * \sin(2x) + (2.0109)$$

Symbolická regresia

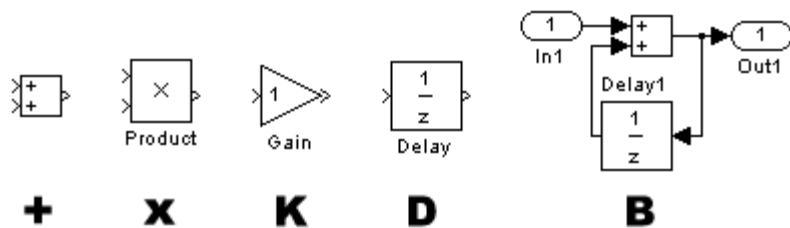
$$f(x) = x^2 + 5\sin(2x) + 2$$



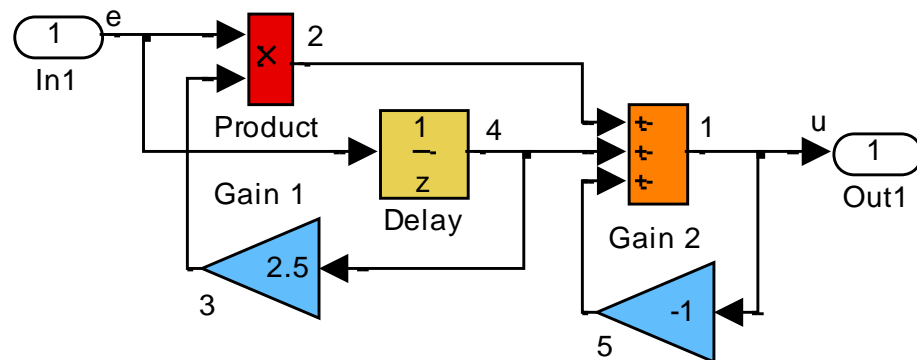
Návrh / optimalizácia štruktúry dynamického systému, (regulátora) jeho vnútorných väzieb a prvkov



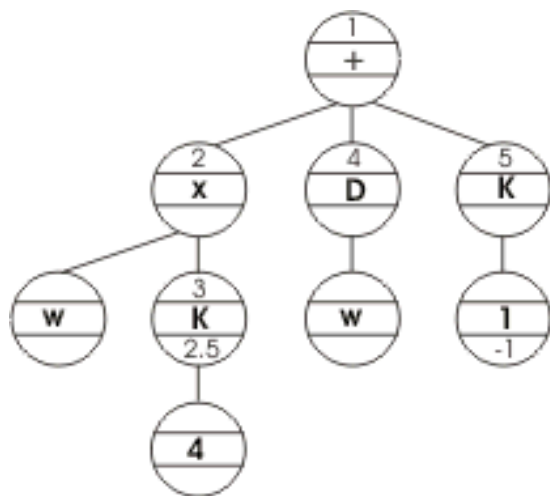
Evolúcia regulátora



Stavebné prvky



Regulátor v Simulinku - fenotyp

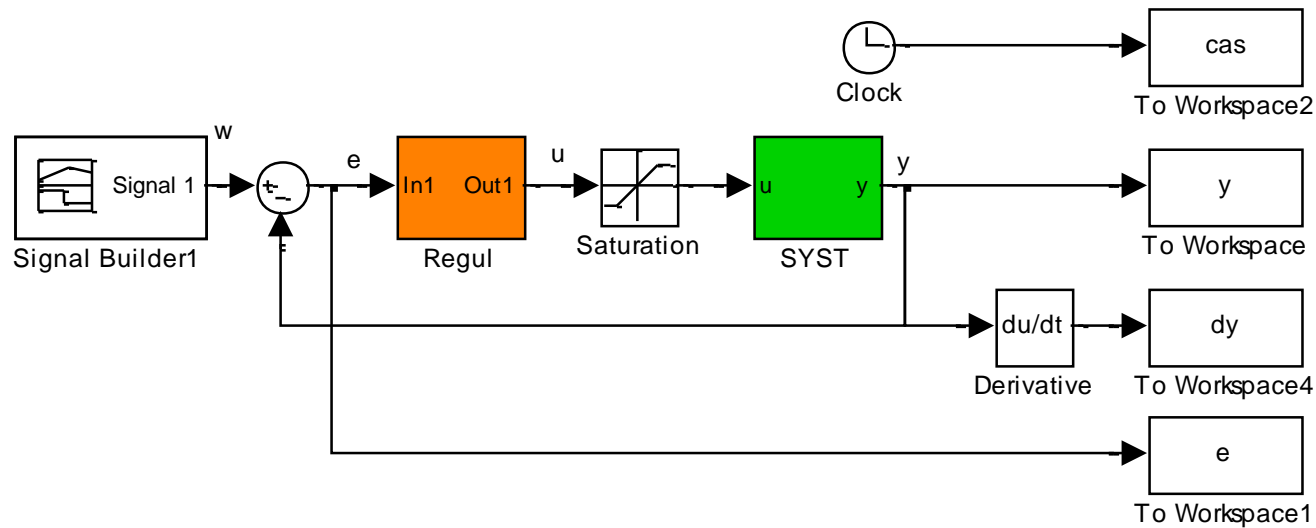


Stromová reprezentácia

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ + & x & w & K & 4 & D & w & K & 1 \\ 1 & 2 & & 3 & & 4 & & 5 & \\ & & & 2.5 & & & & -1 & \end{pmatrix}$$

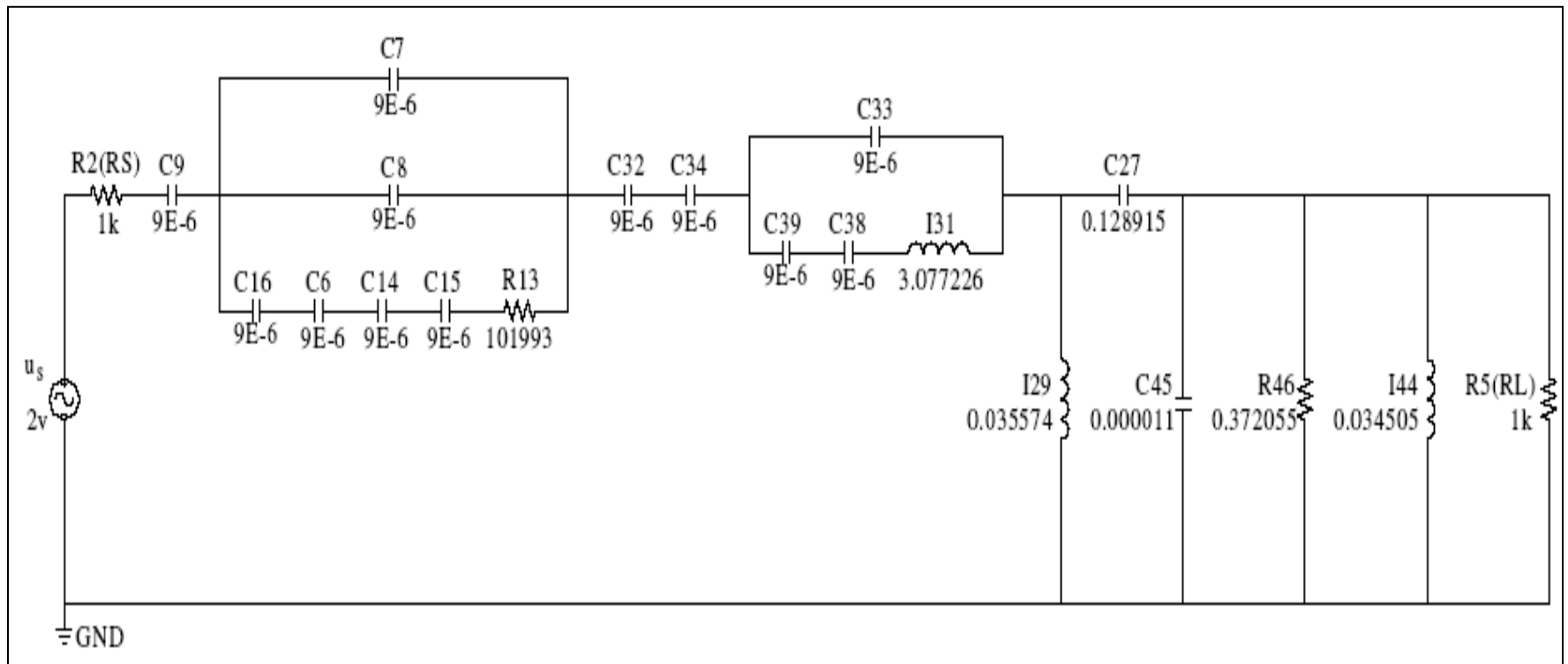
Tabulková reprezentácia - genotyp

Vyhodnotenie fitness regulátora - simulácia v Simulinku

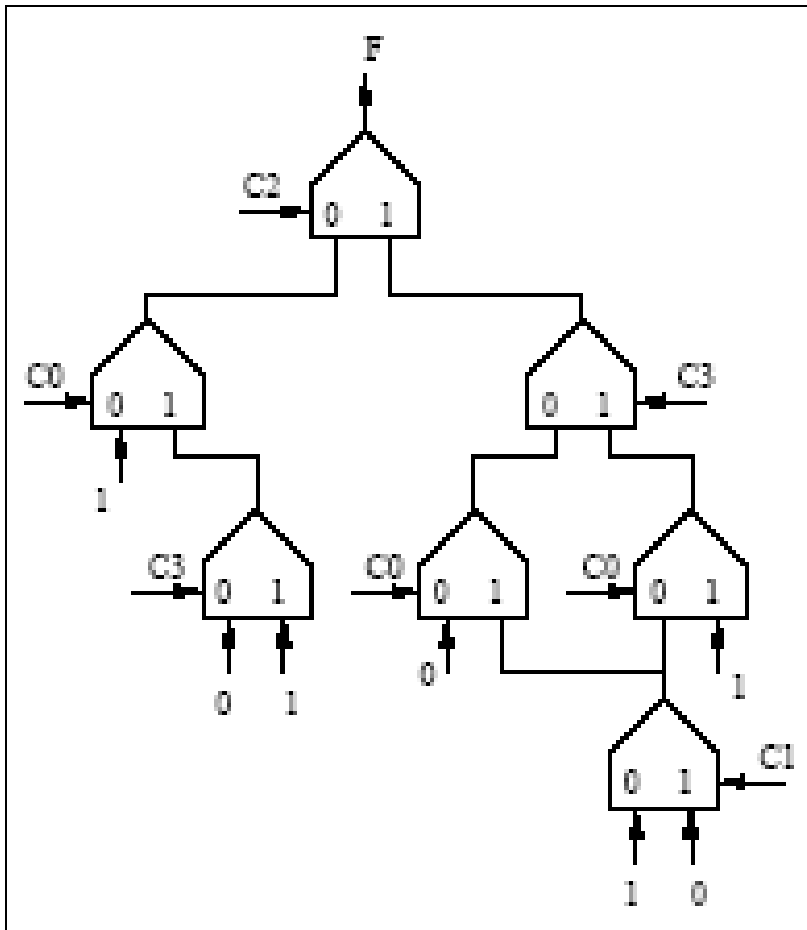


Fitness:
$$J_{IAE} = \int_0^T |e(t)| dt \rightarrow \min$$

Evolúcia elektrických obvodov

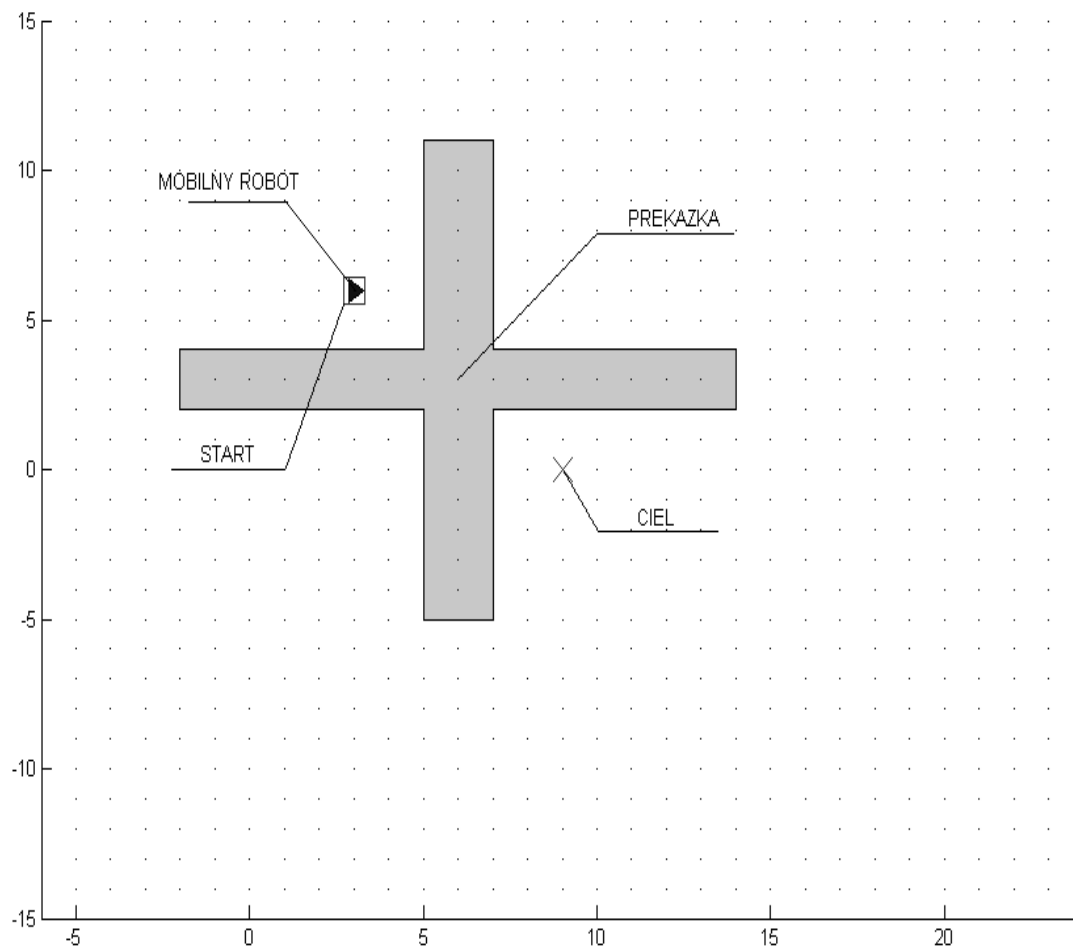


Evolúcia logických obvodov



Príklad ...

Evolúcia riadiaceho programu mobilného robota

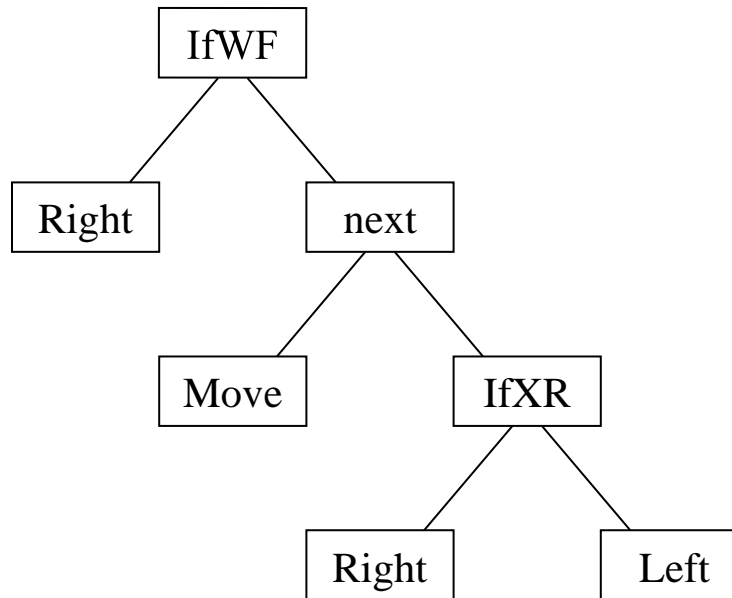


Inštrukčný súbor robota

	Symbol inštrukcie (gén)	Popis inštrukcie
Vetviace inštrukcie	<i>IfWF, IfWR, IfWL</i>	Ak je prekážka lokalizovaná snímačmi vpredu, napravo, naľavo od robota.
	<i>IfXF, IfXR, IfXL</i>	Ak sa nachádza cieľ smerom vpredu, napravo, naľavo od robota.
	<i>Prog2</i>	Sekvenčne vykonaj inštrukcie ľavého a potom pravého podstromu.
Výkonné inštrukcie	<i>Move</i>	Pohyb o jeden krok v smere natočenia robota.
	<i>Right</i>	Otočenie robota doprava o 90°.
	<i>Left</i>	Otočenie robota doľava o 90°.

Príklad riadiaceho programu a jeho stromová reprezentácia

```
IfWF
  Right
else
  Move
  IfXR
    Right
  else
    Left
  end
end
end
```



Výsledná trajektória robota

```
IfWF
  Right
    IfXF
      IfWL
        IfWF
          Left
        else
          IfWF
            Move
            Left
          else
            Move
          end
          Left
        end
      else
        Move
        Right
      end
    else
      Move
    ...
```

