Lógica Matemática

Inst. Mónica Bibiana Mendoza

www.sena.edu.co

SENA

SENA comunica

Clasificación de los números

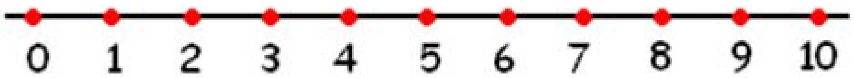
<table>
<tr><th colspan="6">CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS</th></tr>
<tr><td rowspan="10">Complejos (C)</td><td rowspan="9">Reales (R)</td><td rowspan="8">Racionales (Q)</td><td rowspan="6">Enteros (Z)
-2,-1,0,1,2,3</td><td rowspan="4">Naturales (N)
1,2,3,4,5…</td><td>Primos (2, 3, 5, 7, 11, 13…)</td></tr>
<tr><td>Compuestos (4, 6, 8, 9…)</td></tr>
<tr><td>Pares (2, 4, 6, 8, 10, 12…)</td></tr>
<tr><td>Impares (1, 3, 5, 7, 9, 11…)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Negativos (N-) -1,-2,-3,-4,-5…</td></tr>
<tr><td colspan="2">Número 0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Fraccionarios</td><td colspan="2">Fracciones Propias (1/2,3/8,-3/4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Fracciones Impropias (3/1,-8/2,4/3)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Irracionales (-√2, √5, e, √2, π)</td></tr>
<tr><td colspan="5">Imaginarios (√2i, -i, -1/3i, -√3i, i, -2i)</td></tr>
</table>

NATURALES
(Enteros no negativos)

El conjunto de <u>números naturales</u> está formado por:

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,…} Y sirven para contar.

Representación gráfica:



Propiedades de la SUMA
Interna: $a + b \in N$
Asociativa: $(a + b) + c = a + (b + c)$
Conmutativa: $a + b = b + a$
Elemento neutro: $a + 0 = a$

Propiedades de la RESTA
No es una operación interna
No es Conmutativa

Propiedades de la DIVISIÓN
No es una operación interna
No es Conmutativa
0 entre cualquier número es 0
No se puede dividir entre 0

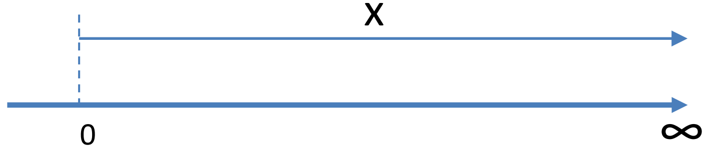
Propiedades de la MULTIPLICACIÓN
Interna: $a \cdot b \in N$
Asociativa: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Conmutativa: $a \cdot b = b \cdot a$
Elemento neutro: $a \cdot 1 = a$
Distributiva: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
Sacar factor común: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

I. NATURALES (Enteros no negativos)

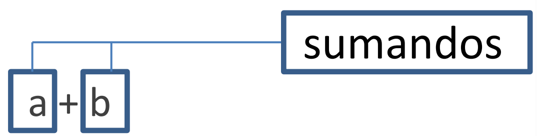
La necesidad de realizar cuentas es lo que crea este conjunto. Se denota por:

N = {0, 1, 2, 3, 4,…}

Para su representación gráfica, utilizamos la recta numérica:



LA SUMA (Adición)



PROPIEDADES

1. **Ley Conmutativa**

$$a + b = b + a$$

Ejemplo:

$$5 + 3 = 3 + 5$$

$$8 = 8$$

2. **Ley Asociativa**

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Ejemplo:

$$1 + (8 + 9) = (1 + 8) + 9$$

$$1 + 17 = 9 + 9$$

$$18 = 18$$

3. **Elemento de identidad de la Suma (Neutro aditivo)**

$$a + 0 = 0 + a = a$$

Ejemplo:

$$2 + 0 = 0 + 2 = 2$$

4. **Inverso aditivo**

$$a + (-a) = -a + a = 0$$

Ejemplo:

$$2 + (-2) = -2 + 2 = 0$$

II. NATURALES (Enteros no negativos)

LA MULTIPLICACIÓN (Producto)

Factores

a * b

PROPIEDADES

1. **Ley Conmutativa**

$$ab = ba$$

Ejemplo:

$$2(10)= 10(2)$$

2. **Ley Asociativa**

$$a\,(bc) = (ab)c$$

Ejemplo:

$$3(4*2) = (3*4)2$$

$$3(8) = (12)2$$

2. **Ley Asociativa**

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Ejemplo:

$$1 + (8 + 9) = (1 + 8) + 9$$

$$1 + 17 = 9 + 9$$

$$18 = 18$$

3. **Elemento de identidad de la Suma (Neutro aditivo)**

$$a + 0 = 0 + a = a$$

Ejemplo:

$$2 + 0 = 0 + 2 = 2$$

4. **Inverso aditivo**

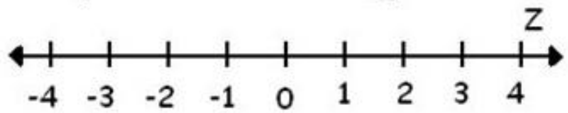
$$a + (-a) = -a + a = 0$$

Ejemplo:

$$2 + (-2) = -2 + 2 = 0$$

ENTEROS

- El conjunto de <u>números enteros</u> se representa con una **Z** e incluye los números positivos, los negativos y el 0.
- Representación gráfica:



Propiedades de la SUMA
Interna: $a + b$
Asociativa: $(a + b) + c = a + (b + c)$
Conmutativa: $a + b = b + a$
Elemento neutro: $a + 0 = a$
Elemento opuesto: $a + (-a) = 0$

Propiedades de la RESTA
Interna: $a - b \in Z$
No es Conmutativa

Propiedades de la MULTIPLICACIÓN
Interna: $a \cdot b \in Z$
Asociativa: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Conmutativa: $a \cdot b = b \cdot a$
Elemento neutro: $a \cdot 1 = a$
Distributiva: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
Sacar factor común: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

Propiedades de la DIVISIÓN
No es una operación interna
No es Conmutativa

Regla de los signos

+ por + = +
- por - = +
+ por - = -
- por + = -

SENA

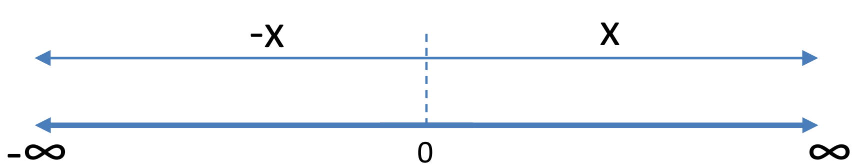
I. ENTEROS

$4 + x = 2$

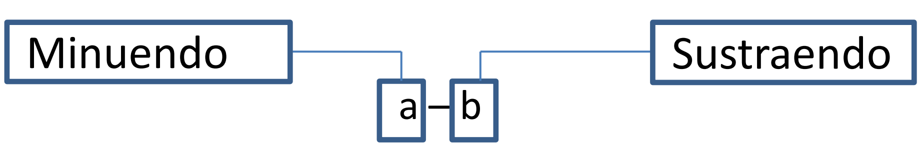
Como es posible apreciar no existe un elemento «x» que pertenezca al conjunto de los enteros no negativos. De ahí la necesidad del conjunto de los números enteros, constituido por la unión del conjunto de los números enteros negativos y los números enteros no negativos (Naturales)

Z = {…, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,…}

Para su representación geométrica, utilizamos la recta numérica:



LA RESTA (Sustracción de Números Enteros)



1. **Caso 1.**

$$a - b = -b + a = a + (-b)$$

Ejemplo1:

$$8 - 5 = -5 + 8 = 8 + (-5) = 3$$

Ejemplo2:

$$5 - 8 = -8 + 5 = 5 + (-8) = -3$$

2. **Caso 2.**

Si al número negativo «–a» se le sustrae «–b»:

$$-a - b = -b - a = -a + (-b)$$

Ejemplo1:

$$-8 - 5 = -5 - 8 = -8 + (-5) = -13$$

Ejemplo2:

$$-5 - 8 = -8 - 5 = -5 + (-8) = -13$$

II. ENTEROS

LA MULTIPLICACIÓN (Producto de Números Enteros)

$a(b) = ab \quad -a(b) = -ab$

$a(-b) = -ab-a(-b) = ab$

Ejemplo1:

$8(5) = (8)5 = 40 \qquad -8(5) = (-8)5 = -40$

$8(-5) = (-8)5 = -40 \qquad -8(-5) = (-8)(-5) = 40$

$(+) \times (+) = +$
$(-) \times (-) = +$
$(+) \times (-) = -$
$(-) \times (+) = -$

Multiplicacón

Cuando tenemos más de dos factores, se realiza la operación como si se tratara de enteros positivos, el signo será determinado por el número de signos negativos totales:

- Número impar de signos: Negativo (-)

Ejemplo2:

$-4*5(-8)(-3) = -20\ (24) = -480$

- Número par de signos: Positivo(+)

Ejemplo3:

$-3*4*5(-9) = -12(-45) = 540$

LA DIVISIÓN (Fracción de números enteros)

Dividendo

Divisor

$\boxed{a} \div \boxed{b} = \boxed{c}$

Cociente

Ejemplo1:

$40 \div 8 = 5$

Puesto que $5 * 8 = 40$

El cero «0» en la división

- Todos los divisores se consideran diferentes de cero:

$a \div 0$ no está definido

Ejemplo2:

$4 \div 0$ no está definido

$(+) \div (+) = +$
$(-) \div (-) = +$
$(-) \div (+) = -$
$(+) \div (-) = -$

División

- Si el dividendo es cero, entonces:

$0 \div a = 0$

Ejemplo3:

$0 \div 9 = 0$

RACIONALES

- En general los números racionales son los que se pueden expresar como cociente de dos números enteros.
- El conjunto de los números racionales está compuesto por los números enteros y por los fraccionarios.
- Se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir (salvo por cero) y el resultado de todas las operaciones entre dos números racionales es siempre otro número racional.

- Se suele representar su conjunto con la letra **Q.**
- Ejemplos: 1/2, 2/3, 3/7, -5/8, etc…
- Si los expresamos como números decimales:

- números decimales finitos(con parte decimal finita): 0,5, 9,677, etc..

I. RACIONALES

$1 \div 3 = \frac{1}{3}$

El cociente de p ÷ q, no siempre pertenece al conjunto de los números enteros,

Numerador

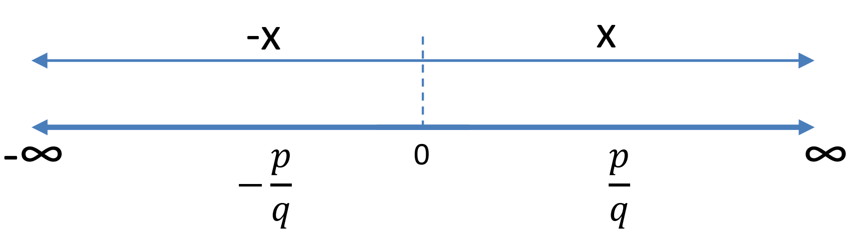
$$\frac{\boxed{p}}{\boxed{q}}$$

Denominador

por esta razón, se encuentra la necesidad de definir un nuevo conjunto denotado por Q

$$\mathbf{Q} = \left\{\frac{p}{q} : p, q \in Z, q \neq 0\right\}$$

Para su representación geométrica, utilizamos la recta numérica:



SUMA Y RESTA

1. **Denominador común:**

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

Ejemplo1:

$$\frac{7}{9} + \frac{12}{9} = \frac{19}{9}$$

2. **Denominador no común:**

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d}$$

Se tiene:

$$\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}$$

$$\therefore \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

Ejemplo2:

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{3}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5(3)}{8(3)}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{(8)7}{(8)3}$$

$$\therefore \frac{3}{8} + \frac{7}{3} = \frac{15 + 56}{24} = \frac{71}{24}$$

II. RACIONALES

MULTIPLICACIÓN

$$\frac{a}{b}\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{ac}{bd}$$

Ejemplo1:

$$\frac{2}{3}\left(\frac{5}{6}\right)=\frac{2(5)}{3(6)}=\frac{10}{18}\quad=\frac{5}{9}$$

Inverso multiplicativo:

$$\frac{a}{b}\left(\frac{b}{a}\right)=1$$

Ejemplo2:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{4}{3}\right)=1$$

DIVISIÓN

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{numerador}{denominador}$$

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\left(\frac{d}{c}\right)=\frac{ad}{bc}$$

Ejemplo1:

$$\frac{1}{4}\div\frac{2}{7}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{7}}$$

$$\frac{1}{4}\div\frac{2}{7}=\frac{1}{4}\left(\frac{7}{2}\right)=\frac{1(7)}{4(2)}=\frac{7}{8}$$

MÉTODOS FUNDAMENTALES

- LEY DE LOS SIGNOS
- ORDEN DE OPERACIÓN
- TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

LEY DE LOS SIGNOS

Multiplicacón	División
(+) x (+) = +	(+) ÷ (+) = +
(-) x (-) = +	(-) ÷ (-) = +
(+) x (-) = -	(-) ÷ (+) = -
(-) x (+) = -	(+) ÷ (-) = -

Suma	Resta
(+) + (+) = +	(+) + (+) = +
(-) + (-) = -	(-) + (-) = -
(-) + (+) = SVM	(-) + (+) = SVM
(+) + (-) = SVM	(+) + (-) = SVM

En la suma y resta, el signo de valor mayor es el que define el signo.

ORDEN DE OPERACIÓN

$$3^2 * (8-3) + \sqrt{\mathbf{49}} - \frac{\mathbf{90}}{\mathbf{3}}$$

ORDEN	OPERACIONES	EJEMPLO
1	PARÉNTESIS	$3^2 * (\mathbf{5}) + \sqrt{49} - \frac{90}{3}$
2	POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN	$\mathbf{9} * 5 + \mathbf{7} - \frac{90}{3}$
3	MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN	$\mathbf{45} + 7 - \mathbf{30}$
4	SUMA Y RESTA	$\mathbf{22}$

SENA

TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

Transposition property of equalities ferman 2012-6-23

$$\text{Given } a + b = c \quad \text{where } a = c - b$$

$$\text{Given } a \times b = c \quad \text{where } a = \frac{c}{b}$$

$$\text{Given } a^2 = b \quad \text{where } a = \sqrt{b}$$

The transposition consists in the property of equalities of taking, inverting and transposing any of its terms or operations to the contrary side of the equality.

ACTIVIDAD CONOCIMIENTOS PREVIOS

1. **El entero «n» que hace verdadera la proposición: 78*(-65) = n, es:**
   a. 5070
   b. -5070
   c. 5025
   d. -5025

2. **La temperatura a las 4:00 a.m. es -8°C y a las 2:00 p.m. 10°C. El cambio fue:**
   a. -2°C
   b. 2°C
   c. -18°C
   d. 18°C

3. **La expresión $-\{-(-[-3+4]-2)\}$ es igual a:**
   a. 1
   b. -1
   c. -3
   d. 3

4. **Simplificar las siguientes expresiones:**
   a. $(1-4)(2+5-12)$
   b. $12-[4+3(2-5)]$
   c. $-1+\{-1+[-1+(-1+2)]\}$
   d. $-\langle-\{-5+2[-7+(-1)]\}\rangle$
   e. $(-2)5+2(22)3$
   f. $4(-2)6-2(4*8)2$
   g. $[-(2*5)2]3-8(-4)2$
   h. $(-5*10)3+[5(-5)]4$

5. **Simplificar las siguientes expresiones:**
   a. $(x+y+z)(1-2)-(-x-y-z)$
   b. $y-\{x-[y+2(-x+y)]+x\}$

6. **Encontrar dos enteros pares consecutivos tales que su suma sea 94**

7. **Encontrar tres enteros impares consecutivos tales que su suma sea 189**

SENA

GRACIAS