

# P526 Compton-Effekt

Maximilian Miles & Noah Reinhardt

Durchgeführt am 19./20.11.2025  
Abgegeben zum 27.11.2025

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>2</b>
1.1	Compton-Streuung . . . . .	2
1.2	Strahlungsquellen . . . . .	2
1.3	Vorwort . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Aufbau</b>	<b>3</b>
2.1	Justage der Messvorrichtung . . . . .	3
2.1.1	Durchführung . . . . .	3
2.1.2	Ergebnisse . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Messung des totalen Stoßwirkungsquerschnitts</b>	<b>4</b>
3.1	Durchführung . . . . .	4
3.2	Ergebnisse . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Energie-Kalibration des Spektrometers</b>	<b>6</b>
4.1	Durchführung . . . . .	6
4.2	Ergebnisse . . . . .	6
4.2.1	Bestimmung der Energie-Kanal-Zuordnung . . . . .	6
4.2.2	Bestimmung der Energie-Effizienz . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Messung der Streuspektren</b>	<b>7</b>
5.1	Durchführung . . . . .	8
5.2	Ergebnisse . . . . .	8
5.2.1	Extraktion von Compton-Energie und Intensität . . . . .	8
5.2.2	Verifizierung der Compton-Energie-Relation . . . . .	8
5.2.3	Verifizierung des Klein-Nishina-WQS . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Fazit</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Anhang</b>	<b>13</b>

Schöner Bericht!

- Untergrund Korrektur bei der Kallibrationsmessung fehlt
- Ungünstiges (d.h. zu komplexes) Effizienzmodell gewählt

Note: 1,0

# 1 Einführung

In diesem Versuch wird die Wechselwirkung von  $\gamma$ -Strahlung mit Materie anhand des Compton-Effekts untersucht. Hierbei soll der totale Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{tot}}$  mithilfe des Lambert-Beerschen Gesetzes ermittelt werden, indem Strahlungsintensitäten hinter Targets verschiedener Dicken gemessen werden. Anschließend wird die Winkelabhängigkeit der Compton-Streuung nachgewiesen, indem Streuspektren aus verschiedenen Winkeln aufgenommen werden. Das Ziel dieses Versuchs ist somit die quantitative Messung der Compton-Streuung.

## 1.1 Compton-Streuung

Bei Compton-Streuung handelt es sich um einen elastischen Stoß eines Photons der Energie  $E_\gamma$  mit einem ruhenden, quasifreien Elektron mit Ruheenergie  $E_e = m_e c^2$  und Masse  $m_e$ . Durch die Behandlung des Photons als klassisch stoßendes Teilchen folgt aus der relativistischen Kinematik, dass das gestreute Photon im Winkel  $\theta$  zum einfallenden Photon die Energie  $E'_\gamma$  besitzt [1]:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{E_e}(1 - \cos(\theta))} \quad (1)$$

Bei Betrachtung von Gleichung (1) fällt auf, dass die Energie des gestreuten Photons  $E'_\gamma$  bei Vorwärtsstreuung ( $\theta = 0^\circ$ ) maximal sowie bei Rückwärtsstreuung ( $\theta = 180^\circ$ ) minimal wird und dazwischen monoton fällt. Für beliebig hohe Energien  $E_\gamma$  ( $\theta \neq 0$ ) steigt die Energie des gestreuten Photons — wenn auch etwas unintuitiv — asymptotisch gegen  $E'_\gamma \rightarrow E_e/(1 - \cos(\theta))$ .

Neben der Winkelabhängigkeit  $E'_\gamma(E_\gamma, \theta)$  der gestreuten Photonen lässt sich nun die Intensität der gestreuten Strahlung durch den Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt charakterisieren [2]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m_e^2} \left( \frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \right)^2 \left( \frac{E'_\gamma}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} - \sin^2(\theta) \right) \quad (2)$$

wobei  $\alpha \approx \frac{1}{137}$  die Feinstrukturkonstante darstellt. Durch Einsetzen von Gleichung (1) erhält man schließlich die relative Intensität  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_\gamma, \theta)$  als Funktion der Energie des einfallenden Photons  $E_\gamma = h\nu$  und des Streuwinkels  $\theta$ .  $h$  ist hier das Plancksche Wirkungsquantum und  $\nu$  die Frequenz des einfallenden Photons.

Die Abschwächung von Strahlung mit Wellenlänge  $\gamma$  und Intensität  $I_0$  durch Materie der Dicke  $d$  folgt dem Lambert-Beerschen Gesetz

$$I(d) = I_0 \exp(-\mu d) \quad \mu = n_e \cdot \sigma_{\text{tot}} \quad (3)$$

mit dem totalen Abschwächungskoeffizienten  $\mu(E_\gamma)$ , welcher proportional zum Elektronendichte des Targets  $n_e$  und dem totalen Wirkungsquerschnitt pro Elektron  $\sigma_{\text{tot}}$  der Streuung ist. Im Fall des 661 keV-Peak von  $^{137}\text{Cs}$  [3] dominiert der Compton-Effekt die Streuung und es gilt in guter Näherung:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{photo}} + \sigma_{\text{Compt}} \approx \sigma_{\text{Compt}} \quad (4)$$

Während der Photoeffekt nur bei nieder-energetischer Strahlung  $E_\gamma \lesssim 100 \text{ keV}$  relevant wird, ist Paarbildung hier kinematisch verboten ( $E_\gamma < 1022 \text{ keV}$ ) und muss somit nicht mit einbezogen werden. Schließlich kann der totale Wirkungsquerschnitt aufgrund von Compton-Streuung durch Integration von Gleichung (2) über den Raumwinkel  $d\Omega$  berechnet werden:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{tot}} &= \frac{\pi \alpha^2}{m^2} \frac{1}{x^3} (f_1(x) + f_2(x)) \\ \text{mit } f_1(x) &:= \frac{2x(2+x(1+x)(8+x))}{(1+2x)^2} \\ \text{und } f_2(x) &:= ((x-2)x-2) \ln(1+2x) \quad , \quad (5) \end{aligned}$$

wobei  $x = E_\gamma/m_e$  und  $\sigma_{\text{tot}}$  in natürlichen Einheiten gegeben sind ( $\hbar = c = 1$ ). Bei der Messung von hoch-energetischer Strahlung mit einem Szintillations-Spektrometer können durch den Compton-Effekt Teile der Photon-Energie dem Detektor entfliehen, sodass im Detektor ein Spektrum niedrigerer Energien, das Compton-Kontinuum, deponiert wird. Durch Summierung über alle mögliche Winkel  $\theta$ , in die das gestreute Photon entkommen kann, erhält man ein Kontinuum niedriger Energien mit einem harten Einschnitt zu höheren Energien, der Compton-Kante. Zusätzlich zum (gestreuten) Photopeak wird ein solcher Hintergrund mit geringerer Amplitude für die Messung erwartet.

## 1.2 Strahlungsquellen

Im nachfolgenden Versuch wird die Quelle  $^{137}\text{Cs}$  als näherungsweise monochromatische **Röntgenquelle** verwendet.  $^{137}\text{Cs}$  zerfällt über den  $\beta^-$ -Kanal zu verschiedenen Anregungszuständen des Isotops  $^{137}\text{Ba}$ . Durch die Abregung vom  $\frac{11}{2}^-$ -Zustand in den  $\frac{3}{2}^+$ -Grundzustand entsteht die dominante 661 keV-Linie, welche im weiteren Verlauf verwendet werden wird. [3]

Neben der Caesiumquelle steht das Europium-Isotop  $^{152}\text{Eu}$  zur Verfügung, welches sich aufgrund der Vielzahl an messbaren Emissionslinien im Röntgenbereich zur Energie-Kalibration eignet. Tabelle 1 zeigt die prominentesten Zerfallslinien der Europium-Quelle, welche zur Energie-Eichung des Szintillations-Spektrometers herangezogen werden können.

Energie $E_\gamma$ / keV	rel. Intensität $I$ / %
121,7817(3)	28,53(16)
244,6974(8)	7,55(4)
344,2785(12)	26,59(20)
778,9045(24)	12,93(8)
867,380(3)	4,23(3)
964,057(5)	14,51(7)
1085,837(10)	10,11(5)
1112,076(3)	13,67(8)
1408,013(3)	20,87(9)

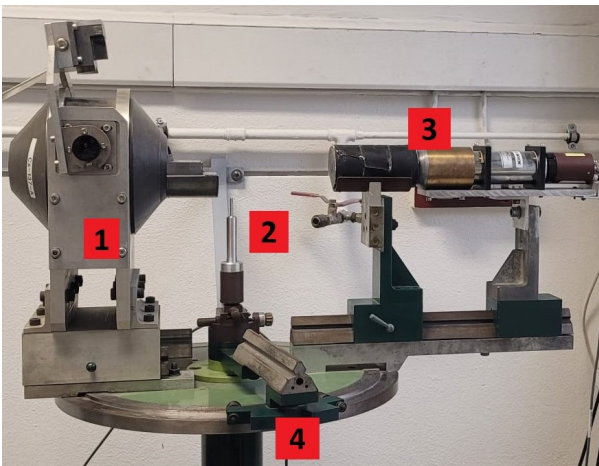
**Tabelle 1:** Auflistung der häufigsten Emissionslinien von  $^{152}\text{Eu}$  zur Energie-Kalibration des Szintillations-Spektrometers. [4]

## 1.3 Vorwort

Messungen von radioaktiven Zerfällen unterliegen der **Poisson-Statistik**, welche vorhersagt, dass die  $N$ -fache Messung eines Ereignisses eine statistische Unsicherheit von  $\sqrt{N}$  nach sich zieht. Zur Erhöhung der Lesbarkeit wird diese Unsicherheit zwar mit einberechnet, aber als nicht in den Diagrammen visualisiert. Alle Berechnungen von Unsicherheit basieren auf der Gaußschen Fehlerfortpflanzung, sofern nicht anders spezifiziert. Alle in der Versuchsdurchführung erhobenen Rohdaten, das bei der Versuchsdurchführung laufend verfasste Protokoll und einige zusätzliche Diagramme aus der Auswertung sind auf Sciebo [5] erhältlich. (Link gültig bis 31.03.2026)



## 2 Aufbau



**Abbildung 1:** Foto des Messaufbaus bestehend aus (1) abgeschirmter Caesium-Quelle, (2) Targethalter, (3) 0°-Stellung des Detektors mit Kollimator und (4) Winkel-Stellung  $\theta$  für den Detektor.

Der Messaufbau des Versuchs ist in Abbildung 1 zu sehen und besteht aus einer kollimierten und abgeschirmten Caesium-Quelle (1), welche über den Target-Halter (2) hinweg zum Detektor in 0°-Stellung (3) strahlt. Das portable Szintillations-Spektrometer kann für ein frontales Spektrum in 0°-Stellung positioniert werden oder alternativ auf einer drehbaren Schiene im Winkel  $\theta$  — ablesbar an einer Winkelskala am Tisch — installiert werden. Zur Minimierung der Strahlendosis der Experimentierenden ist die Abschirmung der Caesiumquelle immer dann zu schließen, wenn diese nicht benötigt wird. Zudem sollten sich alle Experimentierenden bei geöffneter Abschirmung immer mindestens 1 m hinter der Quelle befinden. Zum Austausch des Targets wird die Abschirmung heruntergelassen.

Zum Einsatz im Target-Halter stehen neben der Europium-Quelle verschiedene Aluminium-Quader mit den folgenden Dimensionen zur Verfügung (Tab. 2):

Dicke $d$ / mm	Breite $b$ / mm
1,00(2)	—
5,00(2)	30,00(2)
10,12(2)	20,16(2)

**Tabelle 2:** Gemessene Dimensionen der quader-förmigen Aluminium-Quader in mm. Durch Drehung des Targets im Target-Halter kann jede effektive Target-Dicke  $d_{\text{eff}} \in [d, b]$  eingestellt werden. Die effektive Breite des Targets muss jedoch größer als der Durchmesser des kollimierten **Röntgenstrahls** sein.

Das Szintillations-Spektrometer besteht aus dem anorganischen Szintillator NaI(Ta) sowie einer *Photomultiplier Tube* (PMT) und wird durch eine regelbare Hochspannungsquelle versorgt. Deren vorverstärktes Signal kann am Oszilloskop visualisiert oder über einen einstellbaren pulsformenden Hauptverstärker in einen *Multi Channel Analyzer* (MCA) geleitet werden. Das zur Verfügung gestellte Programm MCA3 wertet das Signal digital in einem Histogramm aus.

### 2.1 Justage der Messvorrichtung

#### 2.1.1 Durchführung

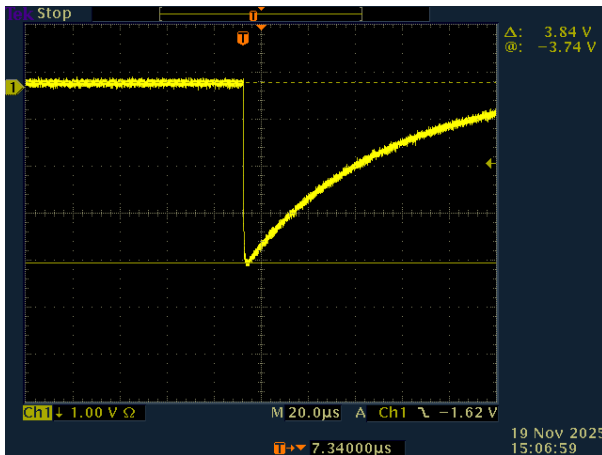
Zu Beginn der Versuchs muss sichergestellt werden, dass die Signale des PMTs ausreichend in Anzahl und Amplitude sind, so dass diese zur Messung mit dem MCA im gewünschten Energie-Intervall genügen. Dazu wird das Spektrometer in 0°-Stellung installiert und dessen Signal bei geöffneter Caesium-Quelle (ohne Target) am Oszilloskop visualisiert. Um Signalreflexionen zu vermeiden wird der 50  $\Omega$ -Abschluss des Oszilloskops verwendet. Alternativ kann dazu ein Koaxial-T-Stück verwendet werden. Die Hochspannung der PMT wird nun erhöht, bis eine ausreichende Anzahl und Amplitude von Ereignissen beobachtet werden kann. Da der Messkreis kapazitive Widerstände enthalten könnte, wird die Hochspannung nur langsam erhöht.

Als nächstes wird der Hauptverstärker (unipolarer Ausgang) zwischen Oszilloskop und PMT geschlossen, an welchem die Verstärkungsfaktoren *Course Gain* und *Fine Gain* und sowie die Pulslänge *Shaping Time* eingestellt werden können.

Zuletzt kann das verstärkte Signal über den MCA durch das Programm MCA3 digital ausgewertet werden. Anhand der markanter 661 keV-Linie von  $^{137}\text{Cs}$  kann das Mess-Fenster durch Regelung der Verstärkung eingestellt werden. Um sowohl die Emissionslinien von  $^{152}\text{Eu}$  als auch 661 keV-Linie detailliert beobachten zu können ist es sinnvoll Energien bishin zu 1100 keV abzudecken.

#### 2.1.2 Ergebnisse

Beim Erhöhen der Hochspannung des PMTs können die ersten Signal bei einer Spannung von  $U_0 = 350(10)$  V beobachtet werden. Um möglichst viele Detektionen zu erreichen wird nun die Spannung auf  $U_0 = 700(2)$  V gestellt und für die gesamte Dauer der Versuchsdurchführung so gelassen.



**Abbildung 2:** Oszillogramm eines 661 keV-Signals der PMT ohne Hauptverstärker bei Betriebsspannung  $U_0 = 700(2)$  V. Die Signal-Amplitude beträgt 8,5(1) V, besitzt negative Polarität und folgt einem exponentiellen Abfall.

Abbildung 2 zeigt ein einzeln aufgenommenes 661 keV-Signal. Es sticht in Amplitude und Häufigkeit gegenüber den nieder-energetischen Signalen des Compton-Untergrunds hervor. Der Compton-Untergrund von Signalen niedriger Amplitude ist aufgrund der hoch eingestellten *Trigger Level* nicht beobachtbar.

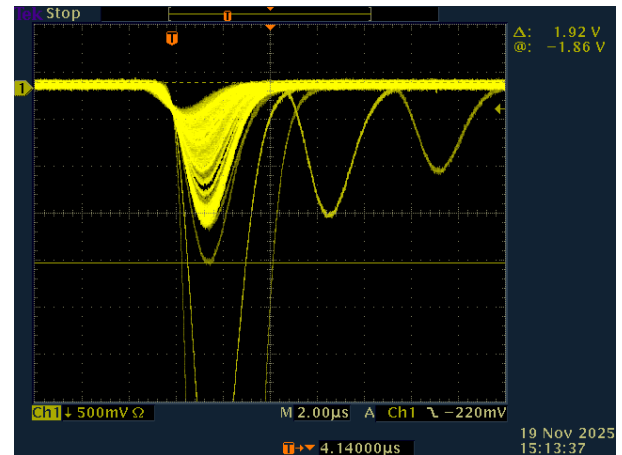
Nach Anschluss des Hauptverstärkers verifiziert die Betrachtung mit dem Oszilloskop (Abb. 3) die pulsformende und verstärkende Eigenschaft des Verstärkers. Der Verstärker ist auf 2.5x Gain sowie 1 μs Shaping Time eingestellt. Die Erhöhung der Shaping Time auf 3 μs führte zu einer Vervielfachung der Impulsbreiten. Die geringere Shaping Time von 1 μs hingegen trägt zur Minimierung der effektiven Totzeit des Messkreises bei. Die volle Amplitude des 611 keV-Photopeaks kann aufgrund der technischen Limitierung durch das Oszilloskop nicht beobachtet werden; diese sollte jedoch theoretisch bei  $2.5 \cdot 8,5(1) \text{ V} = 21,25(25) \text{ V}$  liegen. Aus Abbildung 3 wird die Compton-Kante bei  $U_C = 2,0(5) \text{ V}$  als der höchste Impuls unterhalb des Photopeaks identifiziert.

Durch Einstellung des Hauptverstärkers auf 20x Coarse Gain, 5.35x Fine Gain und 1 μs Shaping Time wird ein Messbereich von etwa 1100 keV realisiert; der Photopeak liegt bei Kanal 5000(200) von insgesamt  $2^{13} = 8192$  Kanälen.

## 3 Messung des totalen Stoßwirkungsquerschnitts

### 3.1 Durchführung

Um den totalen Compton-Wirkungsquerschnitt zu bestimmen werden nun Spektren der  $^{137}\text{Cs}$ -Quelle hinter Aluminium-Targets verschiedener Dicke aus der  $0^\circ$ -Position des Detektors gemessen. Dazu werden zunächst alle Targets nacheinander senkrecht auf dem Target-Halter platziert, sodass die effektive Dicke  $d_{\text{eff}}$ , die von der Strahlung durchdrungen werden muss,



**Abbildung 3:** Oszillogramm der PMT mit Hauptverstärker bei Betriebsspannung  $U_0 = 700(2)$  V. Neben den tief-ragenden 661 keV-Impulsen ist ein Kontinuum nieder-energetischer Impulse sichtbar. Die Impulseformen sind annähernd Gaußkurven.

genau der Dicke  $d$ , beziehungsweise der Breite  $b$  des Targets entspricht. Die Messzeit für diese Messung beträgt 600 s *Live Time* unter Einbezug der im System bekannten Totzeit des MCAs. Die tatsächlichen Dauern der Messungen *Real Time* unterscheidet sich in diesem Aufbau jedoch nur um wenige Sekunden von der *Live Time*.

Am Ende der Messung wird das Target der Dicke  $d = 5,00(2) \text{ mm}$  um  $45^\circ$  auf dem Targethalter gedreht, um den Effekt der Ausrichtung zu untersuchen. Aus geometrischen Überlegungen wird erwartet, dass die effektive Dicke dieses Targets durch die Drehung auf das  $\sqrt{2}$ -fache ansteigt.

### 3.2 Ergebnisse

Abbildung 4 zeigt die gemessenen Energie-Spektren von  $^{137}\text{Cs}$ . Alle Spektren zeigen die erwartete Verteilung, bestehend aus dem Compton-Kontinuum, gefolgt von der Compton-Kante sowie schließlich dem Photopeak von Caesium. Es gilt, dass die relative Intensität  $I(d)$  eines 661 keV-Peaks proportional zur Fläche  $A$  unter je einem Peak an Kanal  $\mu$  mit Breite  $\sigma$  ist. Diese Parameter werden durch Anpassungen von Gaußfunktionen  $G(K)$  mit der Güte  $\chi^2$  gewonnen:

$$G(K) := \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(K-\mu)^2}{\sigma^2}\right) \quad (6)$$

Die Parameter der Anpassungen an die 661 keV-Linien sind in Tabelle 3 dargestellt. Wie erwartet fällt auf, dass die Flächen der Photopeaks und entsprechend deren Intensitäten mit zunehmender Target-Dicken  $d$  abnehmen. Dieser Sachverhalt lässt sich äquivalent durch Anwendung des Lambert-Beerschen Gesetzes (3) zur Geradengleichung (7) als Funktion der Dicke  $d$  umformen:

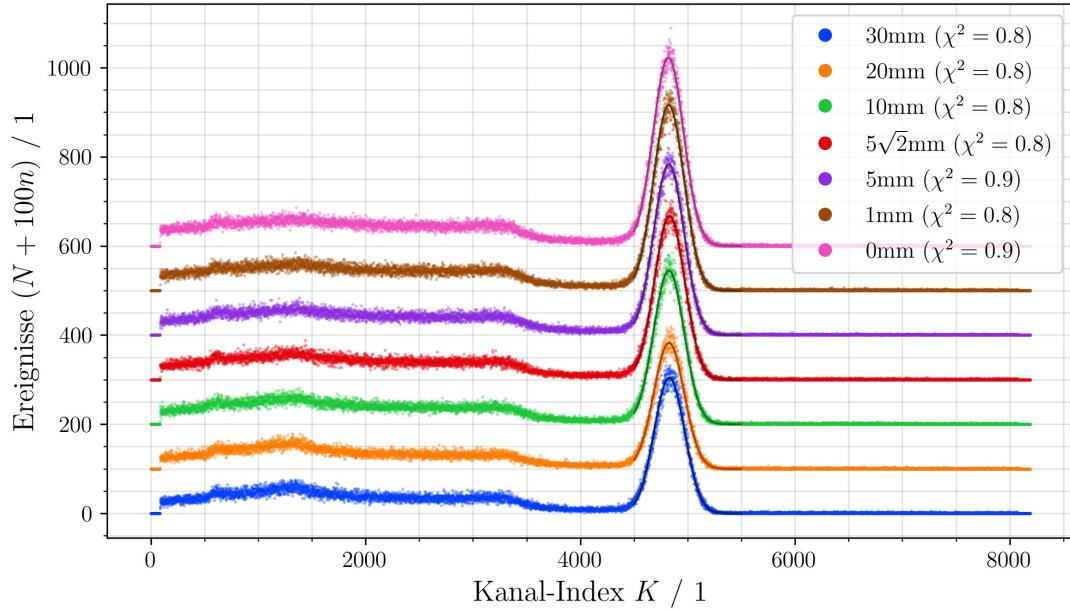
$$\log\left(\frac{I(0)}{I(d)}\right) = \log\left(\frac{A(0)}{A(d)}\right) = \mu \cdot d \quad (7)$$

Wenn man ganz korrekt sein gibt es ein Problem mit den Unsicherheiten wenn man die Daten so aufträgt:

Da ihr alle Punkte auf  $I(0)$  normiert sind die statistischen Unsicherheiten der normierten Werte korreliert. Das verletzt streng genommen die Annahmen der Methode der Kleinsten Quadrate(OLS).

Besser ist es  $I(0)$  für  $d=0$  mit in den Fit zu nehmen und die anderen Werte nicht zu normieren und eine gerade mit y-Achsenabschnitt zu fitten.





**Abbildung 4:** Frontale Spektren von  $^{137}\text{Cs}$  durch Aluminium-Targets verschiedener Dicken. Zur besseren Unterscheidbarkeit wurden die Spektren um je  $100n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) zueinander verschoben. Das Compton-Kontinuum ( $K \leq 3500$ ) und der 661 keV-Photopeak ( $K \approx 4800$ ) sind klar erkennbar. Die Spektren unterscheiden sich fast ausschließlich in ihrer Intensität. Da die Compton-Kante ( $K \approx 3500$ ) sich nicht mit dem Photopeak ( $K \geq 4500$ ) überlagert, ist die Vernachlässigung des Compton-Untergrunds im Fit gerechtfertigt.

wobei die Proportionalität von Intensität des Peaks  $I$  und Fläche unter der zugehörigen Gaußkurve  $A$  verwendet wurde. Das Ergebnis dieser Geraden-Anpassung ist in Abbildung 5 mit folgenden Anpassungs-Parametern zu betrachten:

$$\begin{aligned}\mu &= 0,0200(3)/\text{mm} \\ b &= -0,0032(30)\end{aligned}\quad (8)$$

Der totale Abschwächungskoeffizienten  $\mu$  stimmt mit der Erwartung  $\mu_{\text{lit}} = 0,0192/\text{mm}$  bis auf eine Abweichung von  $\leq 5\%$  überein. Die Abweichung lässt sich dabei auf potenzielle Unterschiede in Target-Geometrie und -Fertigung zurückführen.

Daraus lässt sich bei bekannter Elektronendichte  $n_e$  des Target-Materials der totale Compton-Wirkungsquerschnitt des Photopeaks  $\sigma_{\text{tot}}$  berechnen (3). Die Elektronendichte  $n_e$  folgt aus der Massendichte  $\rho = 2,699 \text{ g/cm}^3$ , der atomaren Masse  $m = 26,9815 \text{ u}$  und der Ordnungszahl  $Z = 13$  des Aluminiumtargets [6] und damit folgt der Wirkungsquerschnitt:

$$n_e = \frac{Z\rho}{m} \quad (9)$$

$$\sigma_{\text{tot}} = \mu/n_e = 255,6(38) \text{ mb} \quad (10)$$

Abbildung 5 zeigt die lineare Anpassung der bestimmten Intensitäten als Funktion der Targetdicke  $d$ . In Übereinstimmung mit dem Lambert-Beerschen Gesetz (7) ist der Offset  $b$  in der  $1\sigma$ -Umgebung von 0, während die Steigung der  $\mu$  den totalen Absorptionskoeffizienten angibt. Die Anpassung der Ge-

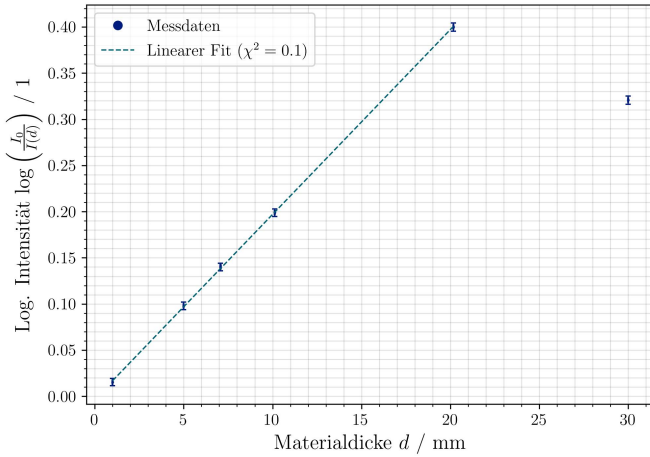
radengleichung erfolgt unter Ausschluss des Datenpunktes für  $d_{\text{eff}} = 30 \text{ mm}$ , da die Breite dieses Targets von  $b_{\text{eff}} = 5 \text{ mm}$  hier mutmaßlich geringer ist als der Durchmesser des kollimierten Röntgenstrahls. Dadurch läuft ein Teil der Strahlung am Target vorbei und erhöht die gemessene Intensität drastisch. Diese Erklärung deckt sich mit den gemessenen Intensitäten, denn der herausfallende Datenpunkt weist eine höhere Intensität auf, als erwartet. Des Weiteren zeigt sich, dass die geometrische Überlegung zur Drehung des 5 mm-Targets um  $45^\circ$  zum linearen Modell passt, denn der zugehörige Datenpunkt bei  $\sqrt{2} \cdot 5 \text{ mm}$  stimmt mit dem linearen Modell überein.

Unter Verwendung der Klein-Nishina-Formel (5) lässt sich der totale Wirkungsquerschnitt pro Elektron in barn zu  $\sigma_{\text{KN}} = 256,122 \text{ b}$  berechnen, wobei [7, 3]

$$\begin{aligned}\alpha &= 7,297\,352\,564\,3(11) \cdot 10^{-3} \\ m_e &= 510,998\,950\,69 \text{ keV} \\ \hbar \cdot c &= 197,3 \cdot 10^{-12} \text{ keV m} \\ E_\gamma &= 661,7 \text{ keV}\end{aligned}$$

als Konstanten in der Formel eingesetzt wurden. Der Faktor  $\hbar \cdot c$  dient hierbei zur Umrechnung der Wirkungsquerschnitts von natürlichen Einheiten.

Der gemessene Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{tot}}$  stimmt nicht nur innerhalb von  $0,5\sigma$  ( $\sigma$  hier im Sinne der Unsicherheit) mit dem Klein-Nishina-Erwartungswert überein, sondern bestätigt auch die Theorie, dass im vorliegenden Experiment die Compton-Streuung dominiert.



**Abbildung 5:** Anpassungsgeraden nach Lambert-Beerschem Gesetz (7) durch generalisierte Geradengleichung mit Offset  $b$ . Der Datenpunkt für  $d = 30$  mm wurde als Ausreißer behandelt und nicht in die Anpassung mit einbezogen. Alle weiteren Datenpunkte sind verträglich mit der theoretischen Erwartung.

## 4 Energie-Kalibration des Spektrometers

Nun soll die Kanal-Energie-Zuordnung des Szintillations-Spektrometers anhand einer Quelle mit bekannten Linien ermittelt werden. Auf diese Weise können nachfolgende Messungen zur Winkelabhängigkeit der Compton-Streuung quantitativ Energien zugeordnet werden, wobei die Zuordnung von Kanal  $K$  zu Energie  $E$  als linear angenommen werden kann:

$$K(E) = a \cdot E + b \quad (11)$$

### 4.1 Durchführung

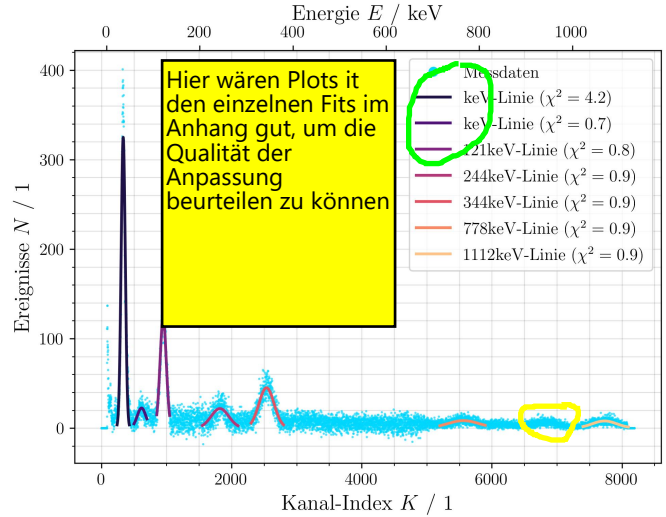
Hierzu wird zunächst der Detektor in 90°-Stellung mit Ausrichtung auf den Target-Halter installiert. Die Caesium-Quelle bleibt abgeschirmt und stattdessen wird eine Europium-Quelle mit geringerer Aktivität im Targethalter platziert. Die Positionierung des Detektors soll dabei dazu beitragen, dass möglichst geringe Hintergrundstrahlung der Caesium-Quelle bei dieser Kalibrationsmessung beitragen. Nun werden nacheinander Messungen für eine Live Time von je 300 s mit und ohne Europium-Quelle durchgeführt. Das Hintergrund-Spektrum wird zur Elimination des Caesium-Hintergrunds verwendet.

### 4.2 Ergebnisse

Aus der Europium-Messung wird sowohl die Energie-Kanal-Zuordnung des MCA als auch die relative Detektionseffizienz des verwendeten Detektors für die beobachteten Zerfallsenergien bestimmt.

#### 4.2.1 Bestimmung der Energie-Kanal-Zuordnung

Nach der Messung beider Spektren wird das Hintergrund-Spektrum vom Europium-Spektrum abgezogen. Die beobachteten Intensitätsmaxima werden wie zuvor durch Gaußfunktionen gemäß Gleichung (6) angepasst und den Literaturwerten für einige der erwarteten Maxima in Tabelle 1 zugeordnet. Das Ergebnis dieser Anpassung ist in Abbildung 6 gezeigt.



**Abbildung 6:** Frontales Kalibrations-Spektrum der  $^{152}\text{Eu}$ -Quelle. Von 7 ermittelten Emissionslinien konnten 5 zu Literaturwerten zugeordnet werden und bilden die Grundlage der linearen Energie-Kalibration.

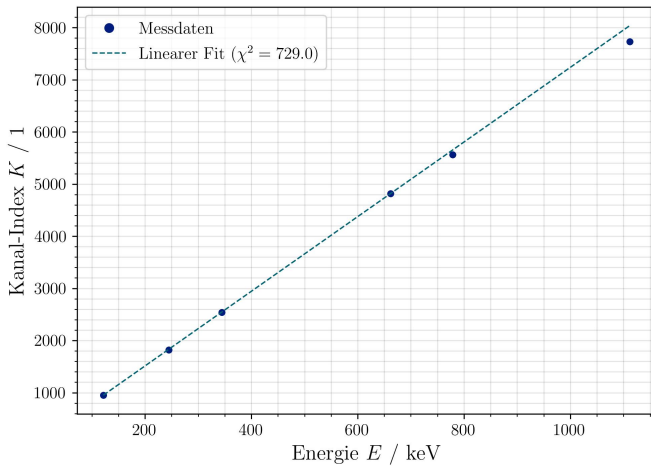
Abbildung 6 zeigt eine Vielzahl beobachtbarer Emissionslinien, von welchen 5 zugeordnet werden. Der genaue Ursprung dieser Linien folgt aus dem Zerfallsschema von  $^{152}\text{Eu}$  sowie potentiellen Summenpeaks und charakteristischen Anregungen der Quelle. Eine Analyse zum Ursprung der einzelnen Linien ist für die Energie-Kalibration nicht notwendig und geht über den Rahmen dieser Arbeit hinaus.

Unter Verwendung der verallgemeinerten Geradengleichung zu Kanal-Energie-Zuordnung (11) folgt aus den ermittelten Linien (vgl. Anhang Tab. 4) die Zuordnung von Kanal und Energie in keV wie in Abbildung 7 dargestellt. Die Fitparameter der Geradengleichungen (7) werden bestimmt zu:

$$a = 7,1575(14)/\text{keV} \quad b = 80,53(80) \quad (12)$$

Bemerkenswert ist, dass die gefundene Gerade keine Nullgerade ist, sondern vielmehr einen positiven Achsenabschnitt aufweist. Das bedeutet, dass der MCA für den Fall ganz kleiner einfallender Energien dennoch bei ca. Kanal 80 triggert. Dies liefert eine mögliche Erklärung des nicht einer Europiumlinie zugeordneten MCA-Ausschlags nahe des linken Bildrands.

Des Weiteren fällt auf, dass das Maximum, welches mit der 1112 keV-Linie assoziiert wird, im Rahmen seiner Unsicherheit nicht mit der Anpassungsgeraden verträglich ist. Dies rührt zum einen daher, dass diese Linie nicht mit hoher Sicherheit zu



**Abbildung 7:** Lineare Anpassung von Kanal-Index  $\mu$  des Peak-Schwerpunktes an die erwartete Energie  $E$ .

den prägnanten Linien in Tabelle 1 zugeordnet werden kann, da mehrere überlappende Linien im fraglichen Energie-Intervall zu sehen sein könnten. Zum anderen wird die Lokalisation des Maximums durch den breiten, flachen Verlauf der Linie (Abb. 6) erschwert.



#### 4.2.2 Bestimmung der Energie-Effizienz

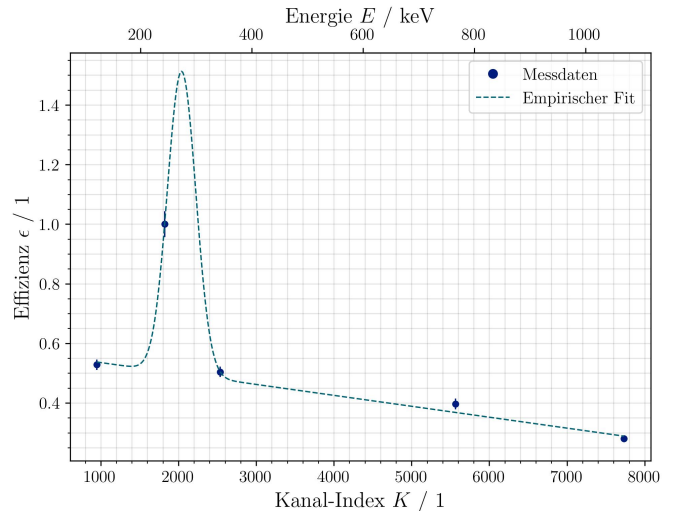
Zur späteren Korrektur der Messdaten ist es **sinnvoll** die Detektions-Effizienz des Detektors  $\epsilon(E)$  als Funktion des Kanals zu bestimmen. Es wird erwartet, dass das Szintillations-Spektrometer bei besonders hohen oder niedrigen Energien  $E \propto K$  eine geringe Detektionsrate aufweist, da der verwendete Szintillator-Kristall NaI(Ta) nur für ein bestimmtes Energie-Intervall ausgelegt ist. Während zur Messung der totalen Effizienz des Detektors genaue Kenntnis über die Aktivität der Quelle sowie die Geometrie des Detektors nötig wäre, kann die relative Effizienz durch Division von gemessener Intensität  $I_{\text{meas}} \propto A$  und erwarteter Intensität  $I_{\text{exp}}$  (Tab. 1) sowie anschließender Normierung gewonnen werden:

$$\epsilon(E) = \frac{I_{\text{meas}}}{I_{\text{exp}}} \longrightarrow \frac{\epsilon(E)}{\max(\epsilon(E))} \quad (13)$$

Abbildung 8 zeigt die Auftragung der berechneten Effizienzwerte und die Anpassung der empirischen Fitfunktion  $\epsilon_{\text{Fit}}(K)$ . Wie erwartet zeigt das Spektrometer einen schmalen Bereich von vergleichsweise hoher Effizienz ( $E \in [150 \text{ keV}, 300 \text{ keV}]$ ) sowie einen deutlichen Abfall der Effizienz außerhalb. Um dieses Verhalten abzubilden wurde als empirische Fitfunktion die **Überlagerung von einer Gaußkurve mit einer linearen Abnahme gewählt**:

$$\epsilon_{\text{Fit}}(K) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(\frac{-(K - \mu)^2}{\sigma^2}\right) - \frac{(x - d)}{c} \quad (14)$$

Aufgrund der äußerst geringen Anzahl von Datenpunkten ist diese Anpassung nicht mit hoher Konfidenz extrapolierbar und



**Abbildung 8:** Punktuelle Berechnung der Energie-Effizienz  $\epsilon(E)$  anhand bekannter Linien von  $^{152}\text{Eu}$  und Anpassung empirischer Funktion.

sollte auch innerhalb des vermessenen Intervalls mit Vorsicht betrachtet werden. Während der stetige Abfall der Effizienz bei Energien  $E \geq 400 \text{ keV}$  das Detektor-Verhalten mutmaßlich passend wiedergibt, sind die genaue Höhe, Lage und Form des Effizienz-Maximums aus den Daten nicht bestimmbar. Dies wirkt sich auf die spätere Effizienzkorrektur der beobachteten Intensitäten aus. Für eine genauere Bestimmung der Effizienz-Kurve wären weitere Kalibrationen mit bekannten Röntgenstrahlern notwendig. Die Anpassungsparameter der Funktion  $\epsilon_{\text{Fit}}(K)$  sind in Tabelle 5 nachzulesen.

Neben der gewählten Fitfunktion wurde unter anderem die Anpassung an eine Polynomreihe untersucht. Das Problem einer solchen Anpassung ist jedoch, dass diese nicht in der Lage ist den starken Anstieg der Effizienz bei 250 keV nachzubilden. Aufgrund der geringen Unsicherheit dieses Messpunktes und der qualitativen Übereinstimmung des Maximums mit einer weiteren Praktikumsgruppe wird nicht davon ausgegangen, dass es sich bei diesem Maximum um eine Fehlmessung handelt. Des Weiteren kann der Abfall bei geringen Energien  $\leq 150 \text{ keV}$  aufgrund des begrenzten Datenbereichs nicht untersucht werden.



## 5 Messung der Streuspektren

Im letzten Versuchsteil sollen die Winkelabhängigkeit der gestreuten Photonenenergie (Compton-Energie, vgl. Gl 1) sowie des dazugehörigen Wirkungsquerschnitts (Klein-Nishina, vgl. Gl 2) geprüft werden. Dafür wird das Streuverhalten am Aluminium-Target in verschiedenen Winkeln vermessen.

## 5.1 Durchführung

Für alle kommenden Messungen wird das  $^{137}\text{Cs}$ -Präparat als Strahlungsquelle verwendet. Es wird das Aluminium-Target mit einer gemessenen Dicke von 1,00(2) mm verwendet, welches stets in einem Winkel von  $90(3)^\circ$  im Strahlengang steht (vgl. Abbildung 1, dort ohne Target). Das Szintillationsspektrometer wird — nun ohne den 1 mm-Kollimator — in  $5^\circ$ -Schritten zwischen  $35^\circ$  und  $120^\circ$  relativ zur Strahlrichtung verstellt (Unsicherheit  $1^\circ$ ). Für jede Einstellung wird eine Messung mit und ohne Target durchgeführt, wobei letztere als Hintergrundmessung von der Spektralmessung abgezogen werden wird. Die Messdauer (Live Time) beträgt für jede Messung 300 s. Wie bereits bei der Energiekalibration wird der Ausgang des Photomultipliers über den Hauptverstärker in einen MCA geleitet, sodass dieser ein Histogramm der Signalamplituden erstellt. Das Spektrum wird im Programm MCA3 des bereitgestellten Computers aufgenommen und als einfache Textdatei exportiert.

## 5.2 Ergebnisse

Die Auswertung der gemessenen Streuspektren dient zwei übergeordneten Zielen: es soll die Winkelabhängigkeit sowohl der Energie als auch der Intensität der gestreuten Compton-Strahlung verifiziert werden. Dazu gehört zunächst, dass beide gesuchten Größen aus den gemessenen Streuspektren extrahiert werden.

Alle gemessenen Streuspektren sind nach Abzug der jeweiligen Hintergrundmessung auf Sciebo [5] erhältlich. Bevor die quantitative Auswertung beginnt, können einige qualitative Beobachtungen an den Spektren (vgl. Anhang: Abb. 12 und 13) getätigt werden:

Alle Spektren enthalten negative „Zählraten“. Dies ist ein rein statistisches Phänomen durch Abzug des Hintergrundspektrums und führt in den meisten Fällen zu mittleren Ereignisraten nahe 0.

In allen Spektren ist ein wohldefiniertes Maximum erkennbar, an welches später eine Gaußglocke angepasst werden kann. Dieses liegt mit steigendem Winkel im Spektrum immer weiter links, was sich mit der Erwartung (1) deckt, dass die Energie des gestreuten Photons bei Vorwärtsstreuung ( $\theta = 0$ ) maximal wird und danach monoton fällt.

Die Spektren weisen ein sehr starkes Rauschen relativ zur Höhe der eben benannten Erhöhung. Die genaue Form dieses Rauschens ist von der Geometrie des Aufbaus abhängig und wird nicht detailliert beleuchtet werden. Es fällt jedoch insbesondere bei höheren Winkeln auf, dass die Amplitude des Rauschens bei Kanal  $K \approx 5000$  plötzlich stark abnimmt. Dies deckt sich mit der Position des Caesium-Peaks in Abb. 4! Dies weist darauf hin, dass die 661 keV-Strahlung des Caesiums neben der Compton-Streuung am Target noch über andere Wege zum Detektor gelangen kann und unterwegs kontinuierliche Energieverluste erfahren kann.

Die Zählraten bei Energien über 661 keV (ca. Kanal 5000) sind nicht ganz null. Da so hochenergetische ionisierende Strahlung in der tagtäglichen Belastung selten ist, ist zu vermuten, dass

dies eine Konsequenz der Messweise ist. Wenn zwei Photonen gleichzeitig im Szintillationsspektrometer eintreffen, können sich die resultierenden Elektronenkaskaden addieren. Die einzelnen Photonen können dann nicht unterschieden werden; stattdessen wird die Summe ihrer Energien verzeichnet.

### 5.2.1 Extraktion von Compton-Energie und Intensität

Zur quantitativen Auswertung wird zunächst das Hintergrundspektrum von der jeweiligen Messung abgezogen. Anschließend wird eine Gaußfunktion nach Gleichung (15) an eine Umgebung um das beobachtete Maximum angepasst, wodurch Intensität  $I \propto A$  und, Position  $\mu$  und Breite  $\sigma$  bestimmt werden können. Da das Compton-Kontinuum von Wechselwirkungen im Detektor mit manchen Streu-Maximas überlappt, wird als Anpassungsfunktion eine Gaußkurve mit einem linearen Hintergrund ( $K \cdot m + b$ ) als Funktion des Kanals  $K$  kombiniert.

$$\text{GL}(K) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(K - \mu)^2}{\sigma^2}\right) + K \cdot m + b \quad (15)$$

Aufgrund des starken Rauschens wird die Gaußglocke nur an einen engen Bereich um das relevante Maximum angepasst. Die dafür verwendeten horizontalen Anpassungsgrenzen sind manuell so gesetzt worden, dass das Maximum sinnvoll eingeschlossen wird. Zwei solche Anpassungen sind im Anhang (Abb. 12 und 13) gezeigt, um die Form des Spektrums in beiden Winkel-Extremen zu illustrieren.

Die gesetzten Grenzen und damit gefundenen Anpassungsparameter sind in Tabelle 6 aufgetragen. Aus diesen Parametern werden alle weiteren benötigten Größen gewonnen.

### 5.2.2 Verifizierung der Compton-Energie-Relation

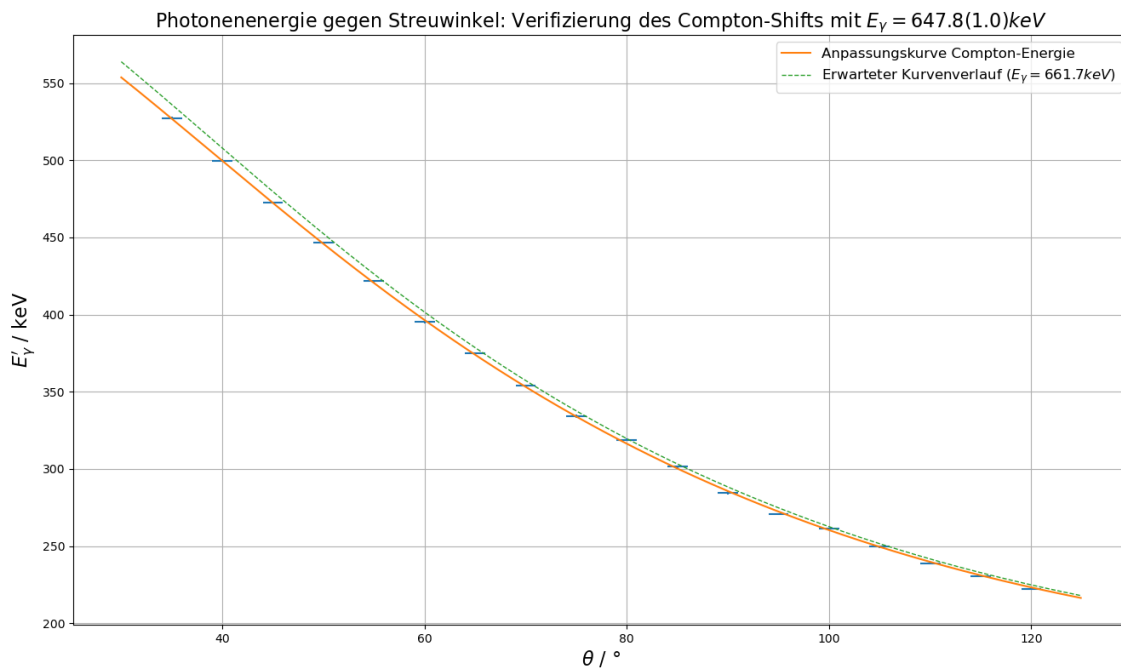
Als erstes soll die Winkelabhängigkeit der Energie Compton-gestreuter Photonen geprüft werden. Diese kann aus dem Fitparameter  $\mu$  in Tabelle 6 gewonnen werden: Da  $\mu$  eine Kanalnummer ist, kann die Energiekalibration aus Abschnitt 4 darauf angewendet werden. Dort ist jedoch die Zuordnung Energie  $\rightarrow$  Kanal als Funktion  $K(E)$  geschehen; Gleichung 16 zeigt die resultierende inverse Funktion, die hier verwendet wird. Alle Energien  $E$  sind in keV angegeben; Kanalnummern  $K$  sind einheitenlos.

$$E(K) = 0.13971(3)\text{keV} \cdot K - 11.25(11)\text{keV} \quad (16)$$

Die gefundenen Energien sind in Tabelle 6 aufgetragen. An diese Daten wird eine Funktion der in Gl. 1 gegebenen Form angepasst, wobei  $E_\gamma$  — die Energie der Photonen vor der Compton-Streuung — der einzige Fitparameter ist. Abbildung 9 zeigt die gemessene winkelabhängige Energie  $E'_\gamma(\theta)$  des gestreuten Photons und die Anpassung des theoretischen Modells (1). Die Anpassung resultiert in einer visuell guten Repräsentation der gefundenen Energien, was die Form der Winkelabhängigkeit der Compton-Energie bestätigt. Der gefundene Fit-Parameter für  $E_\gamma$  ist:

$$E_\gamma = 647,8(10) \text{ keV} \quad (17)$$





**Abbildung 9:** Anpassung der Compton-Energie-Kurve an die gefundenen gestreuten Energien mit angepasster Compton-Streue-Funktion. Zusätzlich ist gestrichelt der erwartete Energieverlauf für die Energie  $E_\gamma = 661,7 \text{ keV}$  eingezeichnet. Die winkelabhängige Verschiebung des Photopeaks  $E'(\theta)$  stimmt mit der theoretischen Form aus Gl. (1) überein.

Diese Energie liegt etwas unter dem erwarteten Wert von  $661,7 \text{ keV}$  [8]. Die kleine Unsicherheit des ermittelten Wertes ( $1 \text{ keV}$ ) suggeriert eine hohe Konfidenz; der Literaturwert liegt also weit außerhalb des  $1\sigma$ -Intervalls des ermittelten Werts. Dabei ist der Unterschied zwischen dem gemessenen und erwarteten Kurvenverlauf ( $E_\gamma = 661,7 \text{ keV}$  gar nicht so groß: der erwartete Verlauf ist in Abb. 9 zusätzlich gestrichelt eingezeichnet. Dies unterstreicht, dass die numerische Anpassungsunsicherheit des Parameters  $E_\gamma$  die Gesamt-Unsicherheit inklusive systematischen Fehlers nicht repräsentiert.

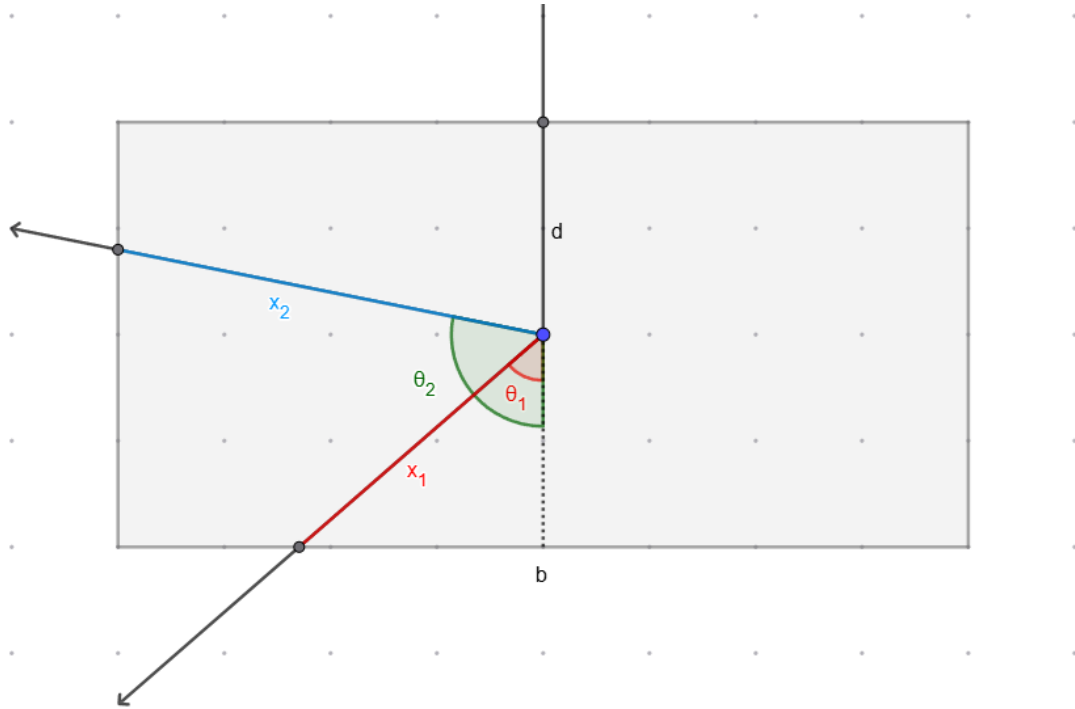
Dass alle gefundenen Energien etwas unter der Erwartung liegen, könnte etwa daran liegen, dass die beobachteten Photonen neben der Comptonstreuung am Target auch an anderen Teilen des Aufbaus streuen können. Dies beinhaltet die Abschirmung der Caesiumquelle, aber auch die Comptonstreuung innerhalb des Szintillators oder in der restlichen Laborumgebung. Zusätzlich zur Unsicherheit der Winkeleinstellung nimmt der Detektor selbst einen endlichen Raumwinkel ein, statt wie angenommen einen singulären Winkel. Diese Fehlerquellen betreffen ebenso die Energiekalibration, welche natürlich auch diese Auswertung beeinflusst. Es kann also sein, dass die ermittelte Energiekalibration alle Energien knapp unterschätzt. Somit ergibt sich die Diskrepanz zwischen ermitteltem  $E_\gamma$  und dem Literaturwert als Kombination systematischer Fehler und numerischer bzw. Mess-Unsicherheiten.



### 5.2.3 Verifizierung des Klein-Nishina-WQS

Zuletzt soll die relative Intensität der Compton-Strahlung mit der theoretischen Erwartung der Klein-Nishina-Formel (Gl. 2) verglichen werden. Dafür dient der Parameter  $A$  aus den Gauß-Anpassungen an die aufgenommenen Streuspektren (Tabelle 6). Aufgrund der Form der angepassten Funktion in Gl. 15 entspricht  $A$  der gesamten Fläche unter der Gaußkurve und nicht dessen Amplitude. Im Bezug auf die aufgenommenen Spektren bezeichnet  $A$  also die Anzahl detektierter Ereignisse, die einer gegebenen Gaußglocke zugehörig sind. Dies lässt auf die Intensität der einfallenden Strahlung zurückschließen, da diese Zählrate in sehr guter Näherung proportional zur Intensität ist. Die Proportionalität ist nur nicht genau gegeben, weil der Detektor eine gewisse Totzeit besitzt, in der andere Ereignisse verpasst werden könnten, und weil simultan einfallende Photonen fälschlich als ein Photon höherer Energie aufgezeichnet werden.

Um die beobachteten Intensitäten sinnvoll mit der Klein-Nishina-Formel zu vergleichen, werden beide in ein Polarkoordinaten-Diagramm eingetragen. Davor können zwei Korrekturen der Intensitäten vorgenommen werden. Zunächst die Detektionseffizienz: Da der verwendete Detektor nicht alle einfallenden Photonen tatsächlich detektiert, sollte mit der in Abschnitt 4.2.2 ermittelten Detektoreffizienz-Kurve korrigiert werden. In diesem Fall ist die gefundene Effizienzkurve jedoch nicht aussagekräftig, da die angepasste



**Abbildung 10:** Geometrie der Intensitäts-Abschwächung im als rechteckig angenommenen Target. Selbst erstellt in GeoGebra.

Effizienzkurve die gefundenen relativen Effizienzwerte nicht sinnvoll repräsentiert. Entsprechend sind die Unsicherheiten der einzelnen Fitparameter auch so groß, dass die Fehlerbalken im resultierenden Diagramm alle sichtbaren Werte überschatten würden. Daher wird die spätere graphische Darstellung einmal mit, einmal ohne diese Korrektur vorgenommen. Im Falle der mit einbezogenen Korrektur werden jedoch die Unsicherheiten der Detektoreffizienz vernachlässigt, da das resultierende Bild undurchschaubar wäre. Für eine qualitativ hochwertige Korrektur der Rohdaten müsste die Effizienz-Kalibrierung an deutlich mehr bekannten Röntgenstrahlern durchgeführt werden.

Eine zweite Korrektur ergibt sich aus der Weglänge, die ein Compton-gestreutes Photon im Target selbst zurücklegen muss. Man betrachte den Streuprozess idealisiert in einer horizontalen Ebene. Wird das Target als Rechteck der Dicke/Höhe  $d_{max}$  angenommen, welches mittig entlang seiner Breite  $b = 20,00(2)$  mm angestrahlt wird, ergibt sich die in Abb. 10 gezeigte Geometrie. Es sei für die Analyse angenommen, dass das Photon genau einmal Compton-gestreut wird. Die zwei eingezeichneten Fälle sollen illustrieren, dass das Photon eine andere Weglänge durchläuft, wenn es das Target durch verschiedene Seiten des Rechtecks verlässt. Die durchlaufene Weglänge im Target ergibt damit rein geometrisch Gl. 18:

$$L_T = \begin{cases} d + \frac{d_{max}-d}{|\cos \theta|}, & \text{if } d \cdot |\tan \theta| < \frac{b}{2} \\ d + \frac{b}{2|\sin \theta|}, & \text{else} \end{cases} \quad (18)$$

Um die resultierende Gesamt-Abschwächung des Signals zu erhalten, muss die resultierende Abschwächung  $\exp(-\mu d)$  über

alle möglichen  $d$ -Werte — gewichtet mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung für  $d$  — gemittelt werden. Dafür wird die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für  $d$  herangezogen. Sie ähnelt der Standard-Exponentialverteilung  $\mu \exp(-\mu d)$ , mit dem wichtigen Unterschied eines Skalierungsfaktors  $1/(1 - \exp(-\mu d_{max}))$ , da nur Ereignisse mit einbezogen werden, bei denen das Photon überhaupt einen Streuprozess durchläuft. Dies ergibt das in Gl. 19 gegebene Integral:

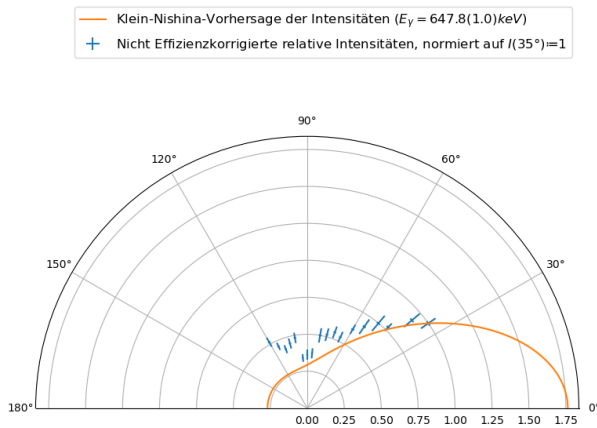
$$\langle I_{rel}(\theta) \rangle = \int_0^{d_{max}} e^{-\mu \cdot L_T} \cdot \frac{\mu \cdot e^{-\mu d}}{1 - e^{-\mu d_{max}}} dd \quad (19)$$

Mit eingesetztem  $d_{max} = 1$  mm kann die Stammfunktion mithilfe von Integrations-Software analytisch bestimmt werden (vgl. Gl. 21).

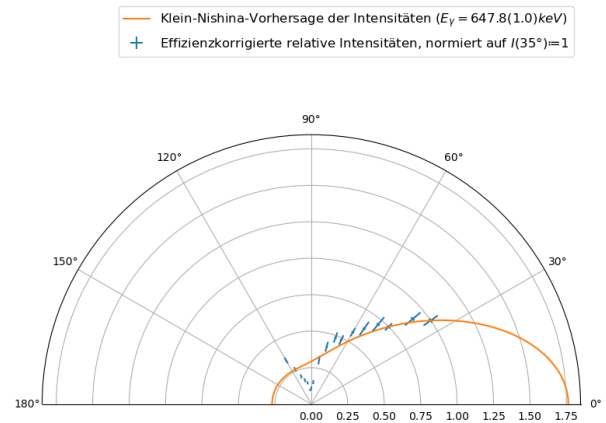
Da bei der Versuchsdurchführung nicht abgesehen wurde, dass die Breite des 1 mm-Targets relevant sein würde, ist sie nicht gemessen worden. Auf einem Foto des Laborraums ist es jedoch im Hintergrund neben den anderen Targets mit bekannten Dimensionen zu sehen; davon kann die Breite sehr grob als  $b = 15(5)$  mm geschätzt werden.

Werden in die Stammfunktion die Dimensionen des verwendeten Targets eingegeben, ergeben sich jedoch Intensitätskorrekturen, die gegenüber den Intensitätsunsicherheiten aus der Anpassung an die Spektren verschwinden. Es ist hierbei anzumerken, dass diese Analyse, auch mit genauer Messung von  $b$ , nur eine Approximation darstellt. Die Streuprozesse geschehen nämlich nicht nur in einer Ebene, und der verwendete Detektor nimmt aus Sicht des Targets auch keinen einzelnen, wohldefinierten Winkel  $\theta$  ein, sondern einen kleinen Raumwinkel darum.

Die resultierenden Winkel-Intensitäts-Auftragungen sind in



(a) Mit Weglängen-, aber ohne Effizienzkorrektur.



(b) Mit Weglängen- & Effizienz-Korrektur. Unsicherheiten der Effizienz ignoriert.

**Abbildung 11:** Intensitäten der Compton-Strahlung gegen den eingestellten Detektorwinkel. Unsicherheiten der Effizienzkorrektur der Übersicht wegen vernachlässigt. Dargestellt gegenüber theoretischem Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt. Beide Darstellungen sind auf eine relative Intensität  $I(\theta = 35^\circ) = 1$  normiert worden.

Abb. 11a und 11b gezeigt.<sup>1</sup> Dabei ist für beide Darstellungen die Weglängenkorrektur erfolgt, die Korrektur anhand der Detektionseffizienz nur in Abb. 11b. Es fällt auf, dass die effizienzkorrigierten Werte für kleinere Winkel den Verlauf des Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitts visuell gut wiedergeben. Jedoch ist dies bei höheren Winkeln gerade andersherum; die korrigierten Intensitäten sind teils viel zu klein. Dies liegt an dem aller Voraussicht nach nicht physikalisch korrekten Maximum in der relativen Detektionseffizienz-Kurve (vgl. Abb. 8), da die Intensitäten durch die zu hohen relativen Effizienzen geteilt werden.

Im Kontrast dazu steht die Darstellung ohne Effizienzkorrektur (Abb. 11a), wo alle beobachteten Intensitäten den erwarteten Verlauf deutlich übertreffen, besonders bei hohen Winkeln. Diese Diskrepanz kann neben allen bisher diskutierten messtechnischen Gründen auch auf die möglicherweise inakurate Intensitätskorrektur anhand der Weglänge im Target oder auf die vernachlässigte Möglichkeit mehrerer Compton-Streuprozesse zurückgeführt werden. Die genauere Bestimmung aller relevanten Korrekturen übersteigt die Möglichkeiten des verwendeten Versuchsaufbaus und dementsprechend auch dieser Auswertung. Beide Verläufe folgen sehr grob dem erwarteten Wirkungsquerschnitt. Es scheint wahrscheinlich, dass mit weiteren aufwändigen Korrekturen der Intensitäten — etwa durch eine dedizierte Detektoreffizienz-Messung und einen noch detaillierteren Einbezug der Weglänge im Target — eine bessere Übereinstimmung der zwei Verläufe erreicht werden könnte.

<sup>1</sup>Anmerkung: aufgrund der Komplexität der in dieser Analyse erarbeiteten Ausdrücke ist es möglich, dass sich neben zu idealisierten Annahmen auch analytische Fehler in die Analyse geschlichen haben. Zwar haben die beim Testen der Analyse generierte Winkel-Intensitäts-Zusammenhänge eine physikalisch sinnvoll Form mit einem klaren Minimum bei  $\theta = 90^\circ$ , jedoch sollten stärkere Abschwächungen als die berechneten möglich sein. So verursacht beispielsweise eine Weglänge von 5 mm im Target bereits eine Abschwächung um etwa 10% (vgl. Gl. 3); dies sollte mit dem verwendeten Target bei  $\theta \approx 90^\circ$  möglich sein.

## 6 Fazit

In diesem Versuch ist die Compton-Streuung untersucht worden. Dafür wurde eine Cäsiumquelle eingesetzt, die auf ein Target aus Aluminium strahlte, sowie eine Europiumquelle zur Kalibration des Aufbaus. Die davon gestreute bzw. gedämpfte Strahlung wurde mit einem Szintillationsspektrometer, bestehend aus einem NaJ(Tl)-Szintillator und einer Photomultiplier-Röhre, analysiert. Durch Verwendung eines Verstärkers und eines Vielkanalanalysators (MCA) konnten Energie-Histogramme der resultierenden Strahlung erstellt und später ausgewertet werden.

Zunächst ist die Abschwächung der Strahlung für verschiedene Target-Dicken zwischen 1 mm und 30 mm untersucht worden. Mit Ausnahme eines Ausreißers, der vermutlich eine Konsequenz eines unzureichend breiten Targets war, konnte die exponentielle Reduktion der transmittierten Intensität mit der Targetdicke nach Lambert-Beer bestätigt werden. In weitgehender Übereinstimmung wurde der totale Wirkungsquerschnitt der Streuung von 661,7 keV Photonen an Aluminium in barn / Elektron bestimmt:

$$\sigma_{\text{tot}} = 255,6(38) \text{ b} \quad (20)$$

Daraufhin wurde eine Energiekalibration des Aufbaus durchgeführt. Mit abgeschirmter Cäsiumquelle wurde statt einem Aluminiumtarget eine Europiumquelle in den Versuchsaufbau eingesetzt. Das resultierende Spektrum erlaubte die Zuordnung einiger der beobachteten Maxima am MCA zu bekannten Energien verschiedener Europium-Zerfallskanäle. Eine lineare Anpassung an die so gefundenen Datenpunkte diente für die weitere Auswertung als Energiekalibration und verifizierte die korrekte lineare Funktionsweise des MCA. Die Beobachtung der relativen Intensitäten der Europium-Linien, gefolgt von ei-

nem Abgleich mit bekannten Übergangswahrscheinlichkeiten, erlaubt die Bestimmung der relativen Detektionseffizienz des verwendeten Detektors für ein paar Energiewerte. Aufgrund der beobachteten Verteilung der gesammelten Effizienz-Datenpunkte ist eine Gaußkurve mit linearem Untergrund angepasst worden, welche jedoch aufgrund der niedrigen Anzahl Datenpunkte und daher kaum motivierten Form einen schlechten Anhaltspunkt für die Detektionseffizienz im restlichen Energiebereich darstellte.

Die letzte Messreihe erfasste das Compton-Streuspektrum der Cäsium-Probe — bei festgesetzter Targetdicke von 1 mm — bei variierender Winkeleinstellung des Szintillationsspektrometers. Dabei wurde ebenso zu jeder Messung eine Hintegrundmessung ohne Target durchgeführt und für die Auswertung von der Streumessung subtrahiert. Die Analyse der gefundenen Spektren erlaubte eine hervorragende Verifizierung der Compton-Energie-Relation (Gl. 1), indem die im Spektrum beobachteten Maxima ihren jeweiligen Energien zugeordnet und diese gegen den Streuwinkel aufgetragen wurden. Aus der Anpassung wurde die einfallende Photonenenergie als  $E_\gamma = 647,8(10)$  keV bestimmt, was knapp unter dem Literaturwert von 661,7 keV liegt.

In der weiteren Auswertung wurden die beobachtete Intensität der Streustrahlung bei allen Winkeleinstellungen mit der erwarteten Verteilung durch den Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt verglichen. In diesen Prozess sind insbesondere aufwendige Intensitäts-Korrekturen aufgrund der Detektoreffizienz und der winkelabhängigen mittleren Abschwächung aufgrund der Weglänge im Target eingeflossen. Beide Korrekturen stießen leider auf unerwartete Hürden, aufgrund derer die Korrekturen nicht ganz der Erwartung entsprachen. Es resultierten zwei Auftragungen der beobachteten Intensitäten gegen den Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt, einmal mit und einmal ohne Einbezug der Detektoreffizienz (Abb. 11a, 11b). Beide Verläufe sind grob mit dem erwarteten Wirkungsquerschnitt vereinbar, weisen aber beide in Teilen Mängel in der Anpassung auf.

Somit konnte der totale Wirkungsquerschnitt von Compton-Streuung mit der Quelle  $^{137}\text{Cs}$  quantitativ sowie der Winkelabhängigkeit von Energie und Intensität der gestreuten Strahlung qualitativ nachgewiesen werden. Damit wurde der Versuch „P526 Compton-Effekt“ erfolgreich abgeschlossen.

## Literatur

- [1] Imam Hossain u. a. „Compton scattering of 662 keV gamma rays proposed by klein-nishina formula“. In: *Scientific Research and Essays* 6 (Dez. 2011). doi: 10.5897/SRE11.1303.
- [2] O. Klein und Y. Nishina. „Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac“. In: *Zeitschrift für Physik* 52 (11 1929). doi: 10.1007/BF01366453.
- [3] *NUNDAT 3*. URL: <https://www.nndc.bnl.gov/nundat3/> (besucht am 08. 11. 2025).
- [4] M. J. Martin. *Nuclear Data Sheets 114*, 1497. 2014. URL: <https://www.nndc.bnl.gov/nundat3/decaysearchdirect.jsp?nuc=152Eu> (besucht am 23. 11. 2025).
- [5] M. Miles und N. Reinhardt. *Rohdaten und Protokoll der Versuchsdurchführung*. Link gültig bis 31.03.2026. Sciebo. URL: <https://uni-bonn.sciebo.de/s/HG7S2sC2qyNRKt2>.
- [6] *Lexikon der Physik - Aluminium*. URL: [https://www.spektrum.de/lexikon/physik/aluminium/416\\_](https://www.spektrum.de/lexikon/physik/aluminium/416_) (besucht am 25. 11. 2025).
- [7] *CODATA Internationally recommended 2022 values of the Fundamental Physical Constants*. URL: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html> (besucht am 26. 11. 2025).
- [8] *P526 Compton-Effekt*. URL: <https://uni-bonn.sciebo.de/s/SNsu2nPFQQzOODW> (besucht am 19. 11. 2025).



## 7 Anhang

Target-Dicke $d$ / mm	Mittelwert $\mu$ / Kanal	Breite $\sigma$ / Kanal	Fläche $A$ / 1
30,00(2)	4829,19(51)	141,91(41)	108 340(360)
20,16(2)	4825,73(53)	141,27(43)	100 100(350)
10,12(2)	4824,03(47)	141,46(38)	122 390(380)
$\sqrt{2} \cdot 5,00(2)$	4830,81(45)	141,16(37)	129 790(390)
5,00(2)	4824,39(45)	141,00(36)	135 390(400)
1,00(2)	4823,66(43)	140,97(34)	147 050(410)
0	4819,98(42)	140,91(34)	149 310(420)

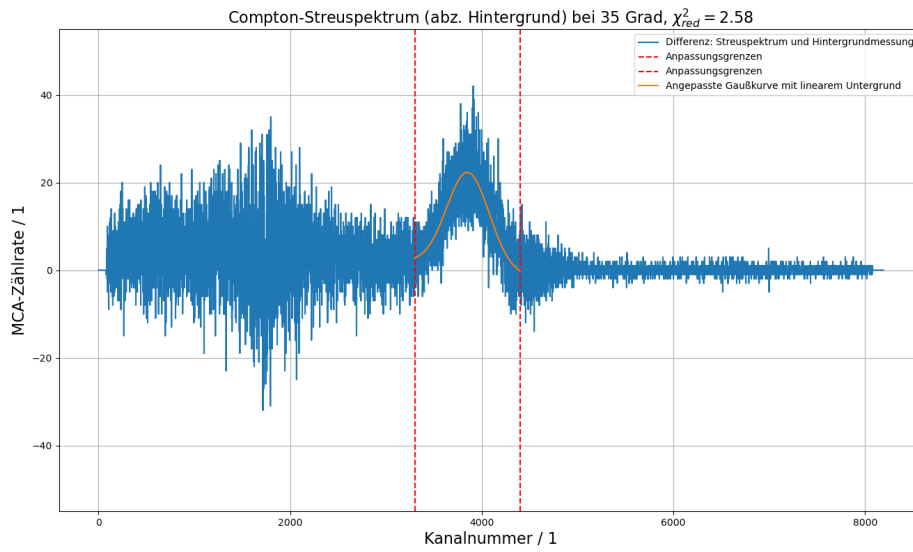
**Tabelle 3:** Fit-Parameter der Anpassung von Gaußfunktionen nach Gleichung (6) für die Photopeaks von Caesium mit jeweiliger effektiver Targetdicke  $d$  (vgl. Abb. 4).

Erwartete Energie $E$ / keV	Mittelwert $\mu$ / Kanal	Breite $\sigma$ / Kanal	Fläche $A$ / 1
—	335,05(25)	31,35(22)	25 530(180)
—	617,0(36)	66,1(45)	3720(190)
121,7817	949,39(67)	47,94(68)	14 730(180)
244,6974	1822,1(46)	134,8(50)	7380(220)
344,2785	2537,8(21)	116,3(21)	13 110(210)
778,9045	5564,1(78)	239(10)	5010(160)
964,057	7732,2(59)	187,7(58)	3750(100)

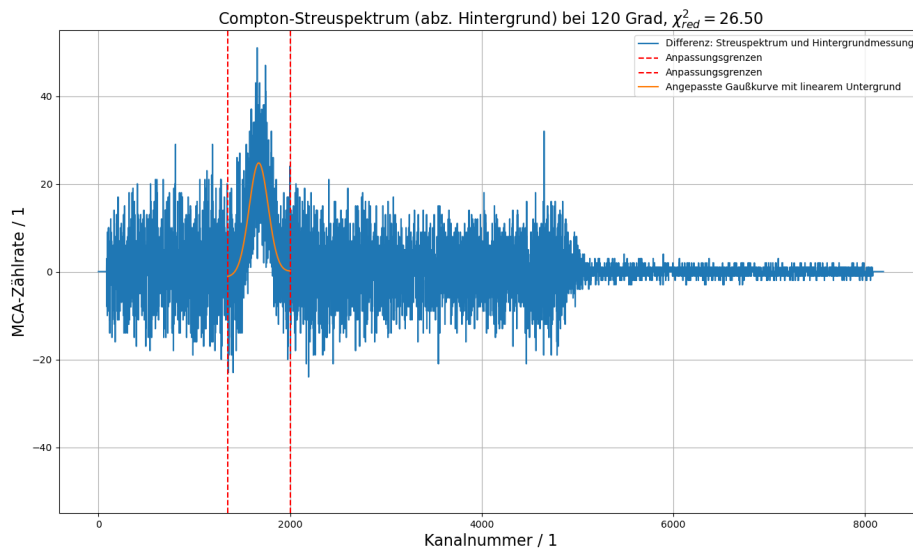
**Tabelle 4:** Fit-Parameter der Anpassung von Gaußfunktionen nach Gleichung (6) für die Photopeaks von Europium, zugeordnet zum Literaturwert der Energie (vgl. Tab. 1).

$\mu$	$2041 \pm 22648324$
$\sigma$	$183 \pm 14911827$
$A$	$465 \pm 85309764$
$c$	$27\,300(7300)$
$d$	$15\,600(2300)$

**Tabelle 5:** Anpassungs-Parameter der empirischen Fitfunktion  $\epsilon_{\text{Fit}}$  (14). Aufgrund des Mangels an Datenpunkten liefert die Fitfunktion hauptsächlich Informationen über den qualitativen Verlauf der Effizienz als Funktion des Kanal-Indexes  $K$ . Die hohen Unsicherheiten der Parameter der Gaußfunktion  $G(K, \mu, \sigma, A)$  weisen auf die fehlende Gewissheit bezüglich Position, Höhe und Verlauf des Maximums hin.



**Abbildung 12:** Differenz zwischen Streuspektrum und Hintergrundmessung in einem Winkel von 35°. Neben dem eindeutig erkennbaren Peak, der der gesuchten Compton-Energie entspricht, ist ein intensives Rauschen zu erkennen. Die Amplitude des Rauschens fällt rechts vom Compton-Maximum nicht so plötzlich ab wie bei höheren Winkeln.



**Abbildung 13:** Differenz zwischen Streuspektrum und Hintergrundmessung in einem Winkel von 120°. Neben dem eindeutig erkennbaren Peak, der der gesuchten Compton-Energie entspricht, ist ein intensives Rauschen zu erkennen. Dieses weist eine starke und plötzliche Reduktion im höherenergetischen Bereich auf, welche sich gut mit der Position des 662 keV-Caesium-Peak deckt.

$\theta / ^\circ$	$K_{\min} / 1$	$K_{\max} / 1$	$A / 10$	$\mu / 1$	$\sigma / 1$	$m / 10^{-3}$	$b / 1$	$E(\mu) / \text{keV}$
35(1)	3300	4400	1226(7)	3855(6)	222(9)	-2.8(7)	11(3)	527.4(0.9)
40(1)	3150	4150	1133(7)	3659(7)	223(11)	-2.5(8)	9(3)	499.9(0.9)
45(1)	2900	4000	949(4)	3463(5)	203(7)	-1.5(5)	5.9(1.8)	472.6(0.7)
50(1)	2800	3700	918(8)	3276(7)	205(11)	-1.9(9)	6(3)	446.4(1.0)
55(1)	2600	3500	825(7)	3099(7)	194(11)	-4(1)	11(3)	421.7(1.0)
60(1)	2400	3400	755(4)	2910(6)	185(8)	-1.9(6)	6(2)	395.3(0.8)
65(1)	2300	3200	650(5)	2763(6)	170(9)	-1.6(8)	5(2)	374.7(0.9)
70(1)	2150	3000	669(5)	2614(6)	158(8)	-1.6(1.0)	4(3)	354.0(0.9)
75(1)	2050	2900	631(5)	2472(7)	161(9)	-1.8(1.0)	5(3)	334.2(1.0)
80(1)	1950	2700	612(6)	2363(7)	145(10)	-4.5(1.5)	11(3)	318.9(0.9)
85(1)	1850	2600	456(4)	2238(7)	127(9)	-0.3(1.3)	2(3)	301.4(0.9)
90(1)	1750	2500	442(4)	2116(7)	125(9)	0.2(1.3)	1(3)	284.4(1.0)
95(1)	1650	2400	418(3)	2019(6)	108(7)	-1.0(1.3)	4(3)	270.8(0.8)
100(1)	1550	2300	591(4)	1951(6)	121(7)	-3.6(1.4)	7(3)	261.3(0.8)
105(1)	1500	2200	555(4)	1867(6)	113(6)	-2.0(1.6)	4(3)	249.6(0.8)
110(1)	1450	2100	520(4)	1791(6)	94(7)	0.8(1.8)	5(4)	238.9(0.6)
115(1)	1350	2100	565(4)	1732(6)	98(5)	1.6(1.4)	-2(4)	230.8(0.6)
120(1)	1350	2000	631(4)	1672(6)	99(5)	2.0(2.0)	-4(4)	222.3(0.6)

**Tabelle 6:** Anpassungsparameter für die Gaußkurven mit linearem Untergrund (vgl. Gl. 15) an die winkelabhängigen Streuspektren. Hierbei beschreibt  $A$  die Intensität,  $\mu$  den Peak-Schwerpunkt,  $\sigma$  die Breite des Peaks und  $(m, b)$  die Steigung und den Versatz des linearen Hintergrunds. Die Anpassung werden jeweils auf den Intervallen  $K \in [K_{\min}, K_{\max}]$  um  $\mu$  durchgeführt. Die letzte Spalte zeigt die Umrechnung des Peak-Schwerpunktes gemäß Energie-Kalibration (16). Zur Erhöhung der Lesbarkeit wird  $A$  in Einheiten von  $10^1$  Kanälen und  $m$  von  $10^{-3}$  Kanälen angegeben.

$\theta / ^\circ$	$I_{rel, \text{unkorrigiert}} / 1$	$I_{rel, \text{korrigiert}} / 1$
35(1)	1.00(6)	1.00(6)
40(1)	0.92(7)	0.91(7)
45(1)	0.77(3)	0.75(3)
50(1)	0.75(7)	0.71(6)
55(1)	0.67(6)	0.63(6)
60(1)	0.62(4)	0.57(3)
65(1)	0.53(4)	0.48(4)
70(1)	0.55(4)	0.49(4)
75(1)	0.51(4)	0.41(3)
80(1)	0.50(5)	0.31(3)
85(1)	0.37(3)	0.15(1)
90(1)	0.36(3)	0.11(1)
95(1)	0.34(3)	0.10(1)
100(1)	0.48(4)	0.15(1)
105(1)	0.45(4)	0.17(1)
110(1)	0.42(3)	0.20(1)
115(1)	0.46(3)	0.26(2)
120(1)	0.52(3)	0.35(2)

**Tabelle 7:** Extrahierte relative Intensitäten der Compton-Streuung, mit und ohne Effizienzkorrektur nach Abschnitt 4.2.2. Die Weglängenkorrektur ist eingerechnet, die Normierung auf  $I_{rel}(\theta = 35^\circ)$  ist in beiden Fällen separat geschehen.

Analytische Stammfunktion des Integrals in Gl. 19:

$$\begin{aligned}
I(\theta) = & \frac{\left( \frac{2|\sin(\theta)| \left( \left| \frac{d-1}{|\cos(\theta)|} - \frac{b}{2|\sin(\theta)|} \right| \right) - 4|\cos(\theta)| |\sin(\theta)| - 2|\sin(\theta)| \right) e^{-\mu d}}{4\mu (1 - e^{-\mu}) |\cos(\theta)| |\sin(\theta)|} \\
& - \frac{\left( 4|\cos(\theta)| |\sin(\theta)| d + 2|\sin(\theta)| (d-1) - 2|\cos(\theta)| |\sin(\theta)| \left| \frac{d-1}{|\cos(\theta)|} - \frac{b}{2|\sin(\theta)|} \right| + b|\cos(\theta)| \right) e^{-\mu d}}{4(1 - e^{-\mu}) |\cos(\theta)| |\sin(\theta)|}
\end{aligned} \tag{21}$$