Unendliche Automaten

Ein unendlicher Automat wird beschrieben durch ein Tupel

$$M = (\Sigma, \varphi, A, \delta, E).$$

- Σ beschreibt das Eingabealphabet, auf dem der Automat arbeitet.
- φ beschreibt die Menge der Abbildungen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, welche den neuen Wert des Automaten bestimmen.
- A beschreibt die Menge der Abbildungen $\mathbb{R} \to \{0, 1\}$, welche die Zustände des Automaten modellieren.
- δ ist die Übergangsfunktion

  $$\delta : A \times \Sigma \to \varphi,$$

  welche einem Zustand und einem Eingabewert die Abbildung zuordnet, die den nächsten Wert bestimmt.
- $E \subseteq A$ ist die Menge der Endzustände.

Unterschied zum endlichen Automaten

Ein unendlicher Automat unterscheidet sich von einem endlichen Automaten dadurch, dass er keinen diskreten, endlichen Zustand besitzt, sondern einen Wert

$$w \in \mathbb{R}$$

speichert.

Beispiel

Durch seine nichtdeterministische Natur speichert ein Automat zu einem Zeitpunkt n eine Menge von Werten

$$W_n \subseteq \mathbb{R}.$$

Die dazugehörigen Zustände sind für ein $w \in W_n$ definiert als

$$Z = \{\, a \in A \mid a(w) = 1 \,\}.$$

Die Menge Z heißt Endzustand, falls

$$Z \cap E \neq \emptyset.$$

Falls Z kein Endzustand ist, wird die Menge der nächsten Werte beschrieben durch

$$W_{n+1}(w) = \{\, \tilde{w} = f(w) \mid f \in F \,\},$$

wobei

$$F = \delta(Z \times b)$$

für ein $b \in \Sigma$ gilt.

Heuristische Wachstumsabschätzung

Zunächst berechnen wir für jedes $a \in A$ die Menge aller möglichen nächsten Zustände $A' \subseteq A$, falls ein Eingabezeichen $b \in \Sigma$ eingelesen wird.

Sei

$$f = \delta(a, b).$$

Dann definieren wir

$$A'_{a,f} = \{\, a' \in A \mid a(n) \Rightarrow a'(f(n)) \,\}.$$

Nun definieren wir für jedes $a \in A$ den Wert

$$c_a = \frac{1}{|\Sigma_a|} \sum_{b \in \Sigma_a} |A'(a, \delta(a, b))|,$$

wobei

$$\Sigma_a = \{\, \sigma \in \Sigma \mid \delta(a, \sigma) \neq \emptyset \,\}.$$

Abschließend definieren wir die *Wachstumsrate* w eines Automaten als

$$w = \frac{1}{|A|} \sum_{a \in A} c_a.$$