Лабораторная работа №3.

Дано:

$F = F_0 \sin pt$ m_1 – масса бруса

$F_{упр} = -cS$ m_2 – масса цилиндра

$F_{сопр} = -k\dot{S}$

Строим функцию Лагранжа.

$$L = T - П$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = Q_{\varphi}^{н.п.} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{s}}\right) - \frac{\partial L}{\partial s} = Q_{s}^{н.п.} \end{cases}$$

1) Кинетическая энергия:

ⓐ Поступательное движение бруса:

$$T_1 = \frac{m_1 \dot{S}^2}{2}$$

ⓑ Поступательное движение цилиндра:

$$T_2 = \frac{m_2 V_c^2}{2}$$, где V_c^2 – квадрат скорости цилиндра

$|\vec{V_e}| = \dot{S}$

$|\vec{V_r}| = \omega \cdot (R - r) = \dot{\varphi}(R - r)$, где R – радиус выемки, r – радиус цилиндра

$$V_c^2 = V_e^2 + V_r^2 + 2 \cdot V_e \cdot V_r \cdot \cos(\varphi) = \dot{S}^2 + (\dot{\varphi}(R-r))^2 + 2 \cdot \dot{S} \cdot \dot{\varphi} \cdot (R - r) \cdot \cos\varphi$$

ⓥ Вращательное движение цилиндра

$$T_3 = \frac{I_c \dot{\varphi}^2}{2}$$, где $I_c = \frac{m_2 (R-r)^2}{2}$ – момент инерции цилиндра

(г) Плоское движение цилиндра:

$$T_4 = T_2 + T_3 = \frac{m_2 V_c^2}{2} + \frac{I_c \omega^2}{2}$$

(д) Общая кинетическая ~~э~~нергия:

$$T = T_1 + T_4 = \frac{m_1 \dot{s}^2}{2} + \frac{m_2 V_c^2}{2} + \frac{I_c \omega^2}{2}$$

2) Потенциальная энергия:

(а) Для цилиндра (от силы тяжести):

$$\Pi_1 = -m_2 g (R-r)\cos\varphi$$

(б) Упругость пружины:

$$\Pi_2 = \frac{(c\cdot s)^2}{2}$$

(в) Общая потенциальная энергия:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = -m_2 g (R-r)\cos\varphi + \frac{(c\cdot s)^2}{2}$$

3) Обобщенные силы (не потенциальные):

(а) $Q_s^{н.п.}$, пусть $s \neq const$, $\varphi = const$

$$Q_s^{н.п.} = F_0 \sin pt - k\dot{s}$$

(б) $Q_\varphi^{н.п.}$, пусть $s = const$, $\varphi \neq const$

$$Q_\varphi^{н.п.} = 0$$

Дальше подставляем это всё и считаем:

$$L = T - \Pi$$

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \dfrac{\partial L}{\partial \varphi} = Q_\varphi^{н.п.} \\ \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{s}}\right) - \dfrac{\partial L}{\partial s} = Q_s^{н.п.} \end{cases}$$