

Рис. 29

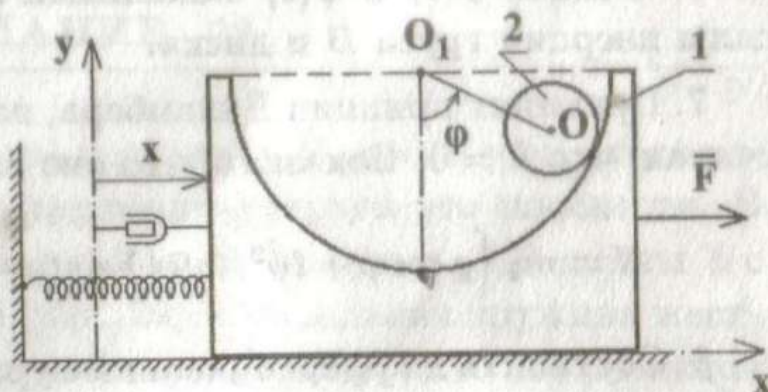


Рис. 30

ЗАДАНИЕ 30

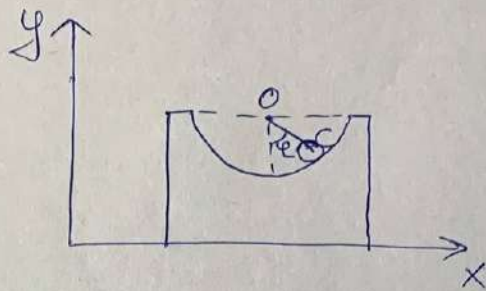
В бросе 1 массы m_1 сделана цилиндрическая выточка радиуса R , в которой катается без скольжения однородный круглый цилиндр 2 массы m_2 и радиуса r (рис. 30). Оси выточки и цилиндра параллельны. Брос двигается по гладкой горизонтальной плоскости под действием горизонтальной силы $F = F_0 \sin pt$, силы упругости $F_{\text{упр}} = -cx$ и силы сопротивления $F_{\text{сопр}} = -k\dot{x}$. Ось пружины горизонтальна. Пружина не деформирована при $x = 0$.

11. Полагая, что $c = 0$, $k = 0$, $F_0 = 0$, получить уравнение малых колебаний цилиндра в окрестности его нижнего ($\varphi = 0$) положения. Вычислить период малых колебаний.

Лабораторная работа N4.

Дано:

$$\begin{aligned} k &= 0 & R &= 1,5 \\ c &= 0 & r &= 0,5 \\ F &= 0 & g &= 9,81 \\ s &= 0 \end{aligned}$$



Кинетическая энергия:

$$T_K = \frac{m_2 V_c^2}{2} + \frac{I_c \dot{\varphi}^2}{2}$$

Равенство скорости цилиндра:

$$V_c = \dot{\varphi}^2 (R-r)^2$$

Момент инерции цилиндра:

$$I_c = \frac{m_2 (R-r)^2}{2}$$

Получаем:

$$T_K = \frac{m_2 \dot{\varphi}^2 (R-r)^2}{2} + \frac{m_2 \dot{\varphi}^2 (R-r)^2}{4} = \frac{3 m_2 \dot{\varphi}^2 (R-r)^2}{4} = \frac{a \dot{\varphi}^2}{2}$$

$$a = \frac{3 m_2 (R-r)^2}{2}$$

Потенциальная энергия:

$$\Pi = -m_2 g (R-r) \cos \varphi = -m_2 g (R-r) \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) = -m_2 g (R-r) + \frac{m_2 g (R-r) \varphi^2}{2} = \frac{b \varphi^2}{2}$$

Функция Лагранжа:

$$L = T - \Pi = \frac{a \dot{\varphi}^2}{2} - \frac{b \varphi^2}{2}$$

$$b = m_2 g (R-r)$$

$$1) \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = a \dot{\varphi} \quad 2) \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) = a \ddot{\varphi} \quad 3) \frac{\partial L}{\partial \varphi} = -b \varphi$$

$$a \ddot{\varphi} + b \varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{b}{a} \varphi = 0$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{b}{a}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_2 g (R-r)}{\frac{3 m_2 (R-r)^2}{2}}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2 \cdot g}{3}}} \approx \underline{\underline{2,457}}$$

Период малых колебаний