フィードバック制御系の安定性(2)

制御工学1 ⑪

機械理工学専攻

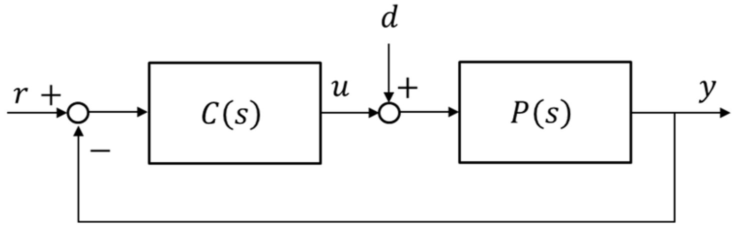
細田　耕

前回の授業のキャッチアップ

フィードバック制御系の内部安定

特性方程式

不安定な極零相殺

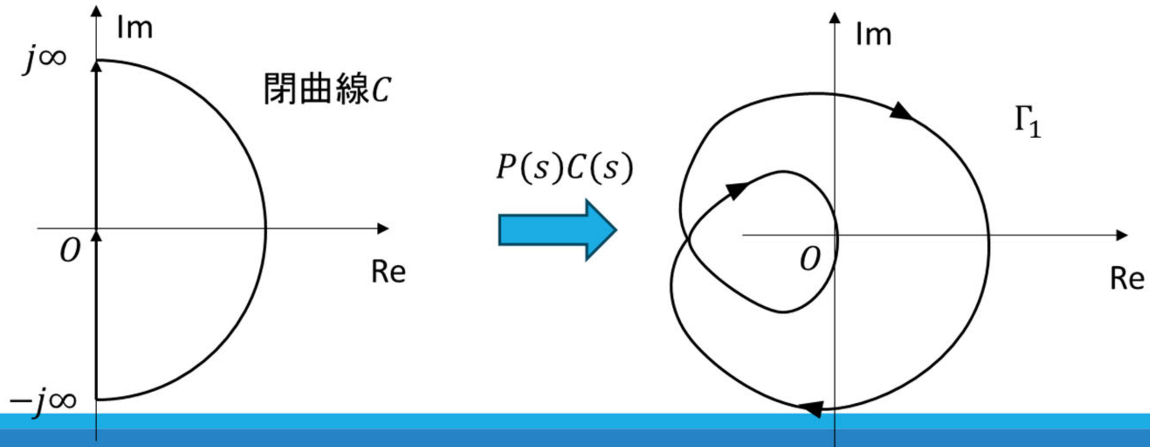


ナイキストの安定判別法

開ループ伝達関数のベクトル軌跡$P(j\omega)C(j\omega)$を$\omega: 0 \rightarrow \infty$で描き，実軸に対称にすることでナイキスト軌跡を描く

ナイキスト軌跡が-1を時計回りに回る回数をNとする

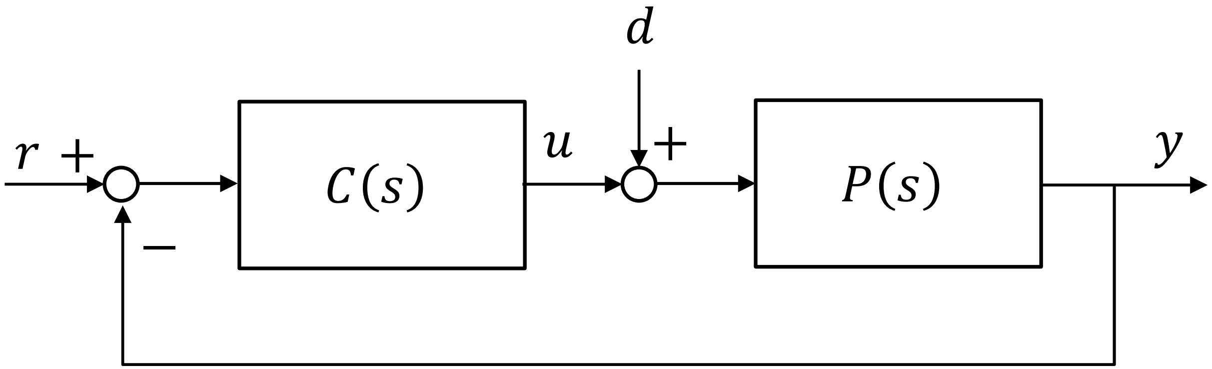
開ループ伝達関数の不安定極の数をΠとすると，$Z = N + \Pi$なので，$Z = 0$ならフィードバック系は安定



本日の授業のゴール

- ナイキストの安定判別法について
- 開ループ伝達関数が安定の場合，安定余裕（ゲイン余裕，位相余裕）

フィードバックの効果
二つのケース



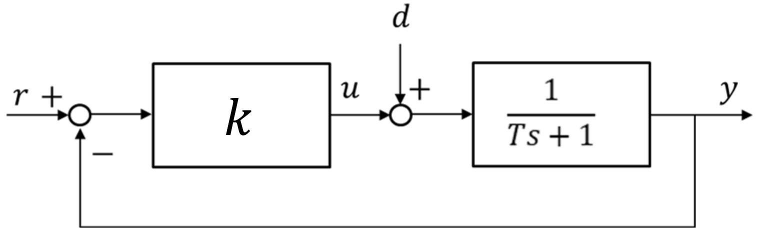
ケース(S)：もともと開ループ伝達関数$P(s)C(s)$が安定の場合．フィードバックにより性能を向上したいが，不安定化したくない．

ケース(U)：開ループ伝達関数$P(s)C(s)$が不安定の場合．フィードバックによって安定化する

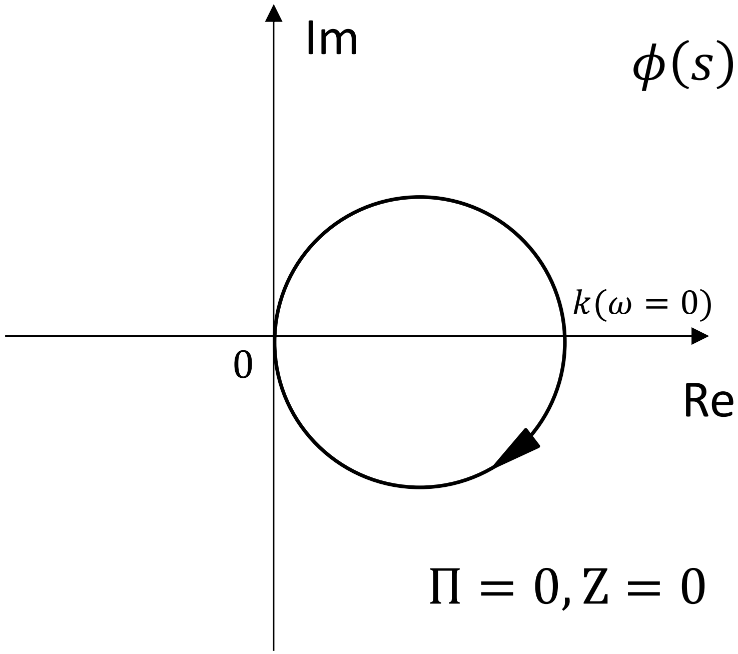
ケース①＜$L(s)$が安定＞ $L(s)$が一次系

$$L(s) = k \cdot \frac{1}{Ts+1}$$

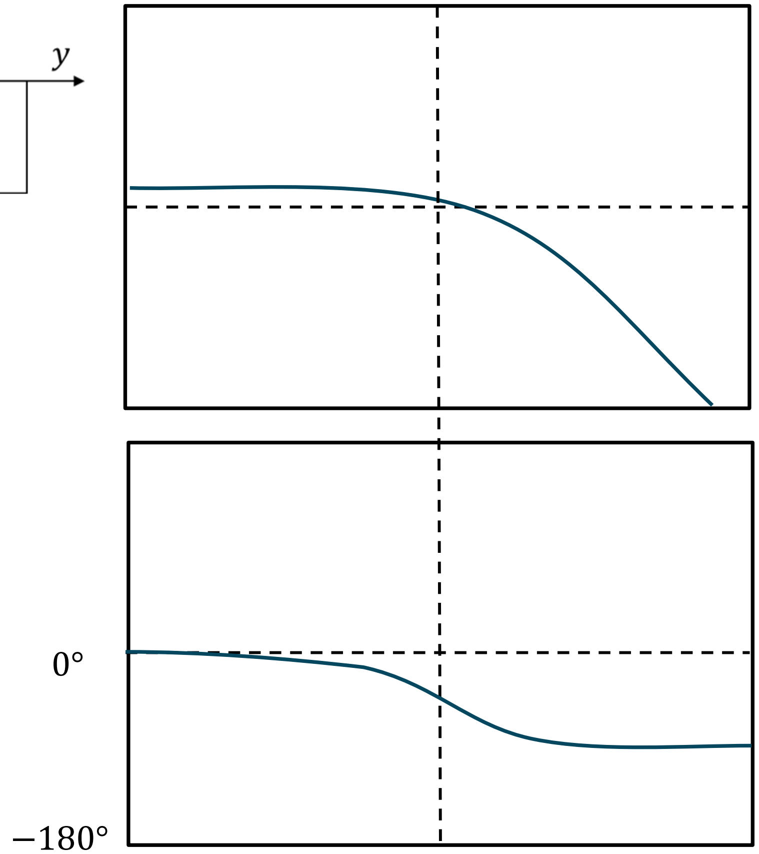
ゲインkがどんなに大きくても安定



$$\phi(s) = k + Ts + 1$$

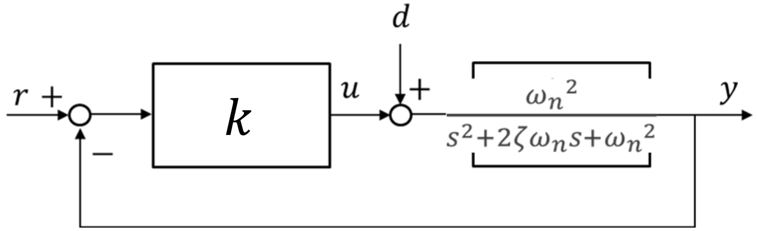


$$\Pi = 0, \mathrm{Z} = 0$$

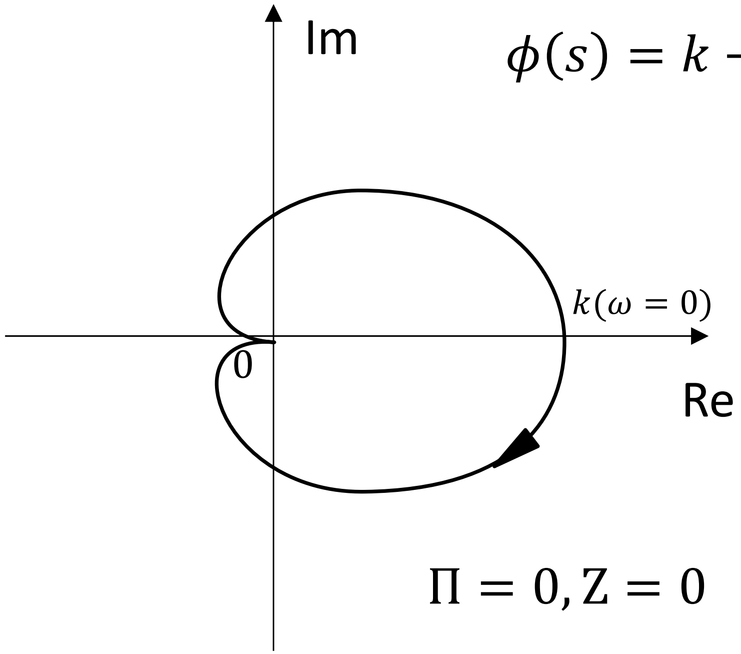


ケース①<$L(s)$が安定> $L(s)$が二次系

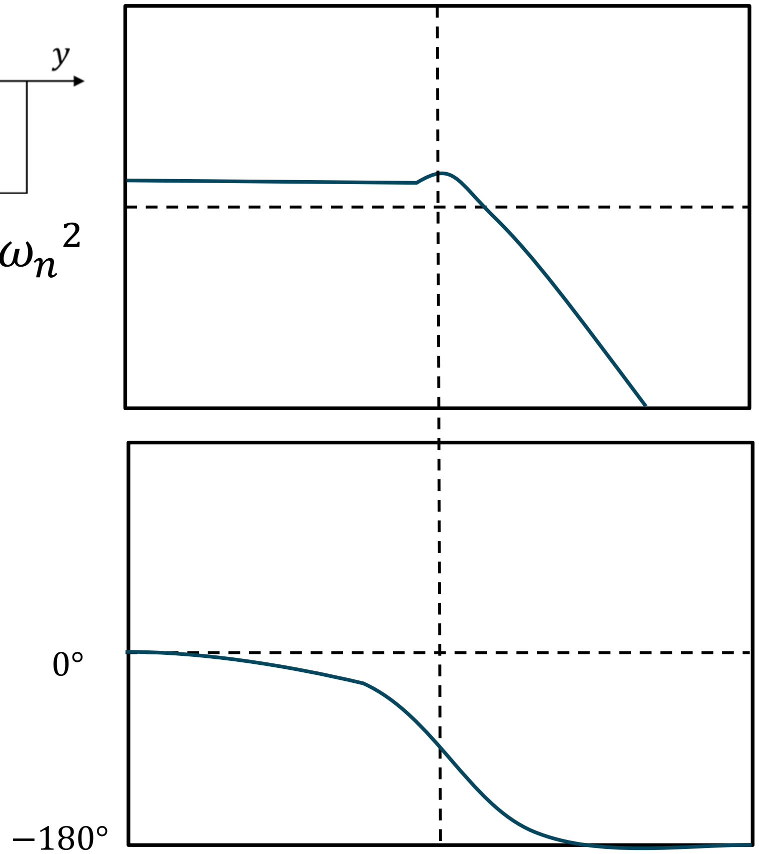
ゲインkがどんなに大きくても安定



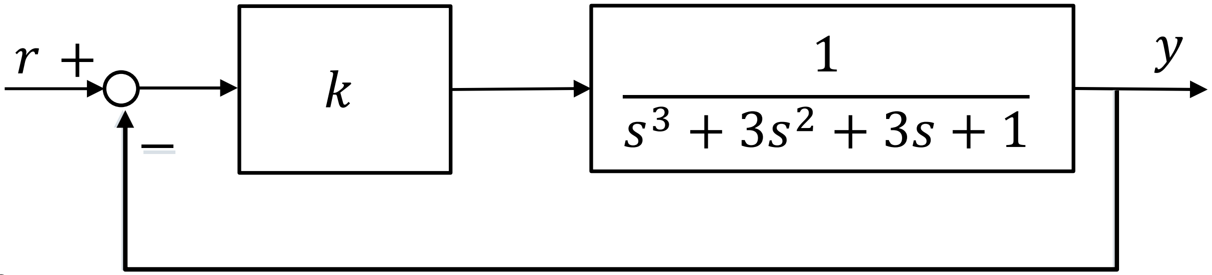
$$\phi(s) = k + s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n{}^2$$



$$\Pi = 0, \mathrm{Z} = 0$$



ケース①＜$L(s)$が安定＞ $L(s)$が3次系（安定）



開ループ伝達関数

$$\frac{k}{s^3+3s^2+3s+1}$$

はk（$k>0$とする）の大きさにかかわらず安定

⇒フィードバック制御系が安定になるkの範囲は？特性方程式は,

$$\phi(s) = s^3 + 3s^2 + 3s + 1 + k$$

より,

$$0 < k < 8$$ （ゲインを上げすぎると不安定になる）

ケース①＜$L(s)$が安定＞ $L(s)$が3次系（安定）

ナイキストの安定判別法を使ってみよう．開ループ伝達関数

$$L(s)=\frac{k}{s^3+3s^2+3s+1}$$

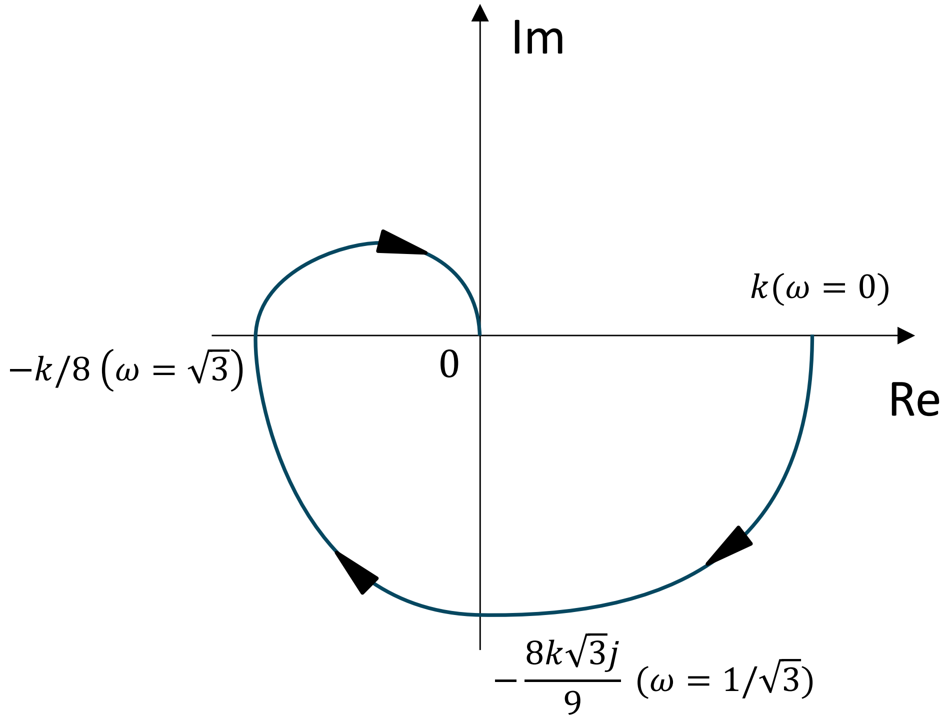
のベクトル軌跡は，

$L(0)=k$

$L\left(\omega=1/\sqrt{3}\right)=-8k\sqrt{3}j/9$

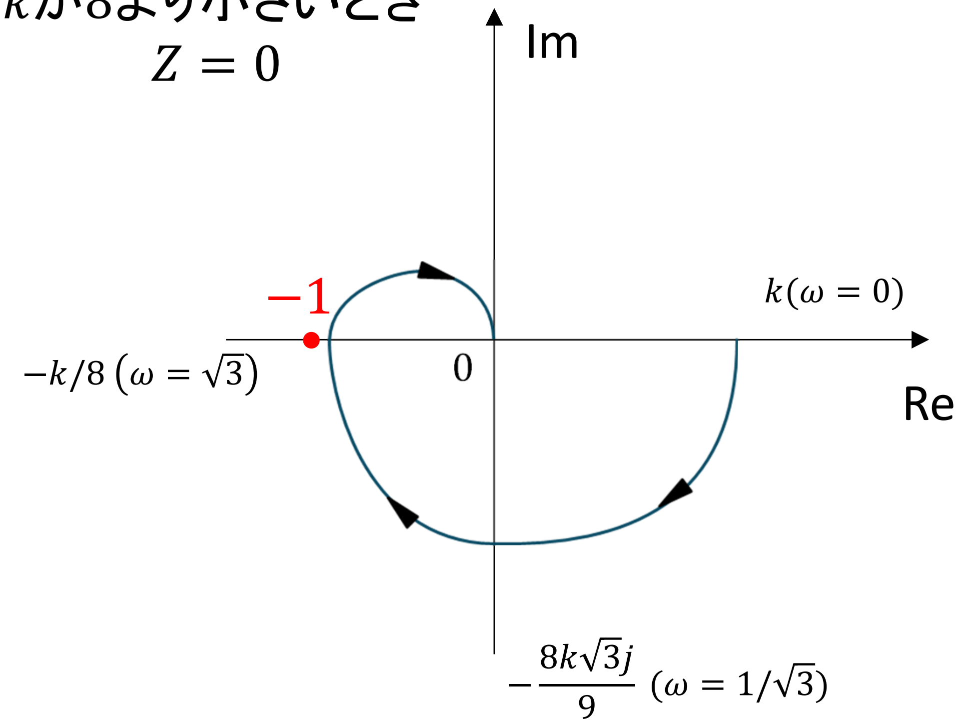
$L\left(\omega=\sqrt{3}\right)=-k/8$

$L(\infty)=0$ （$L(s)$は厳密にプロパー）

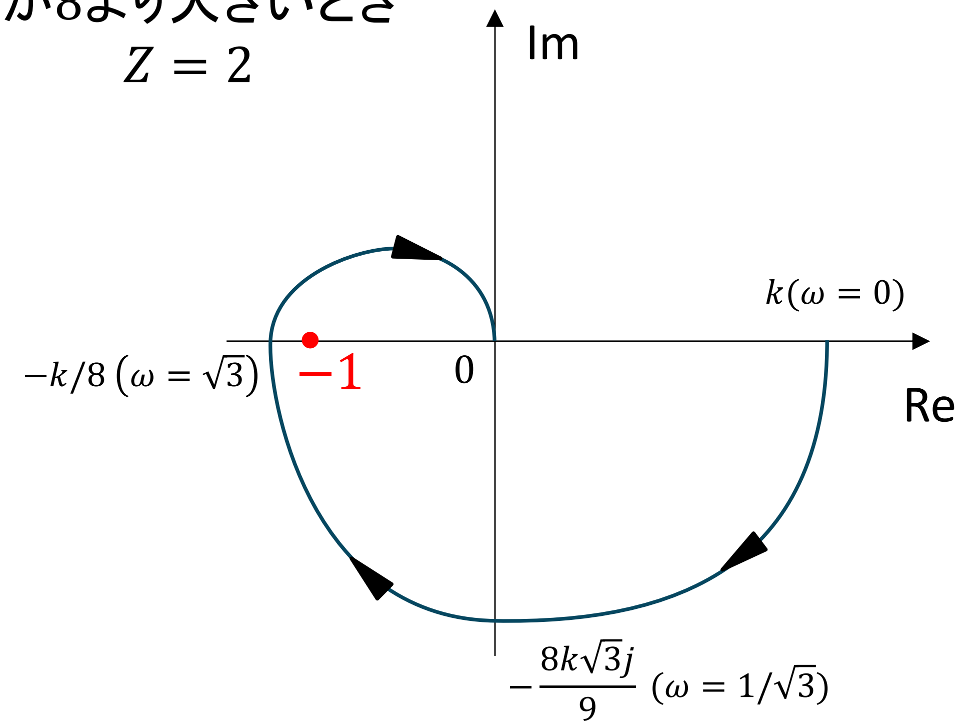


「ゲイン」をあげると不安定に

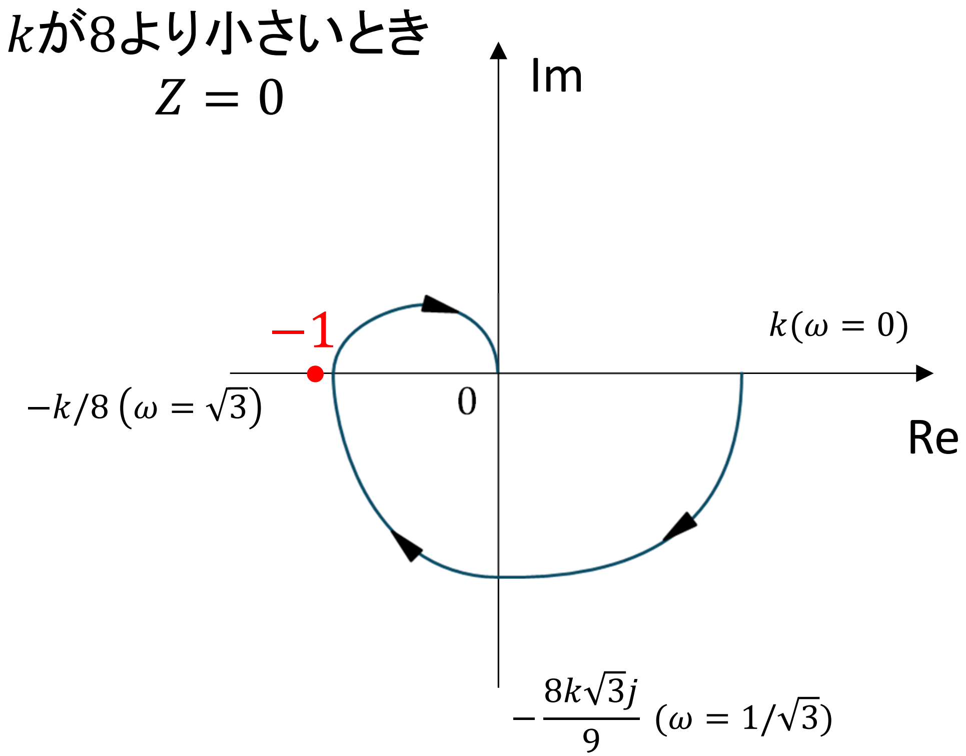
kが8より小さいとき
$Z = 0$



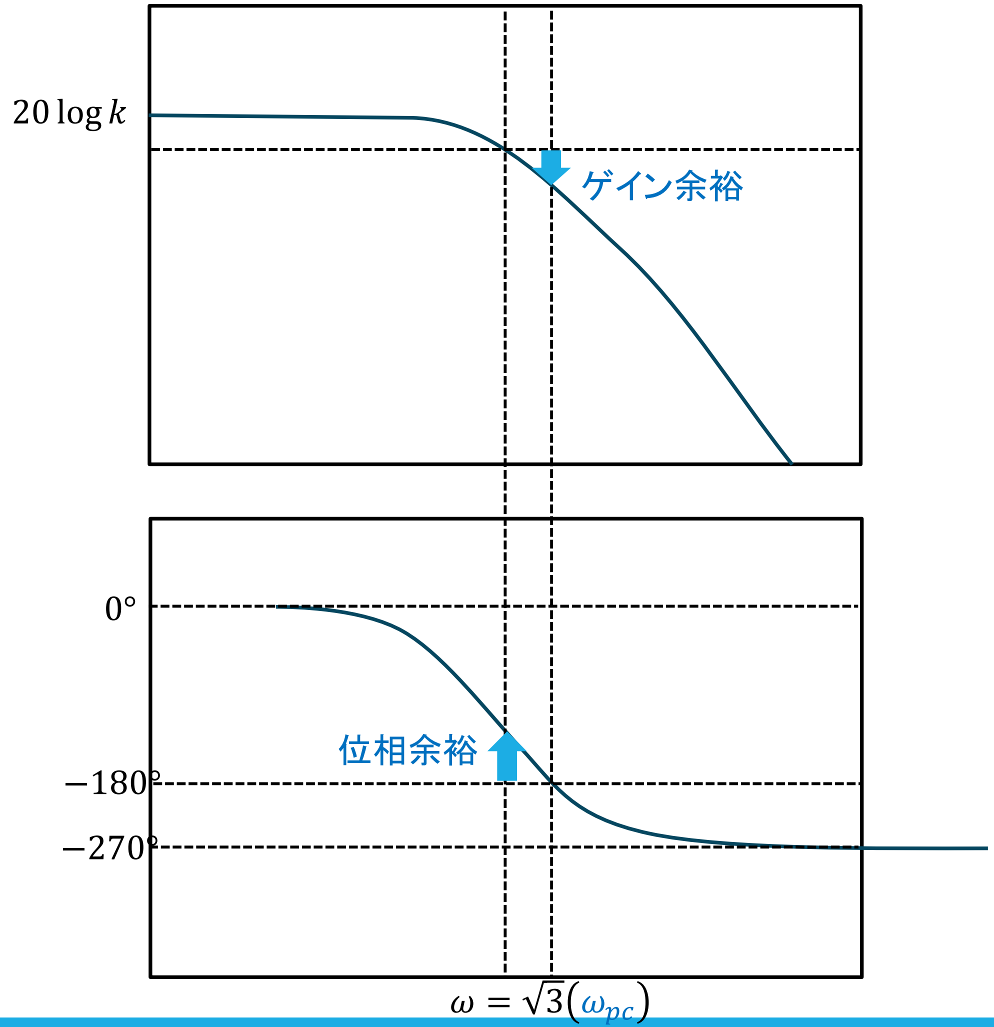
kが8より大きいとき
$Z = 2$



安定のとき



kが8より小さいとき
$Z = 0$
Im
Re
-1
0
$k(\omega = 0)$
$-k/8\ (\omega = \sqrt{3})$
$-\frac{8k\sqrt{3}j}{9}\ (\omega = 1/\sqrt{3})$



$20\log k$
ゲイン余裕
$0°$
位相余裕
$-180°$
$-270°$
$\omega = \sqrt{3}(\omega_{pc})$

不安定のとき

kが8より大きいとき
$Z = 2$