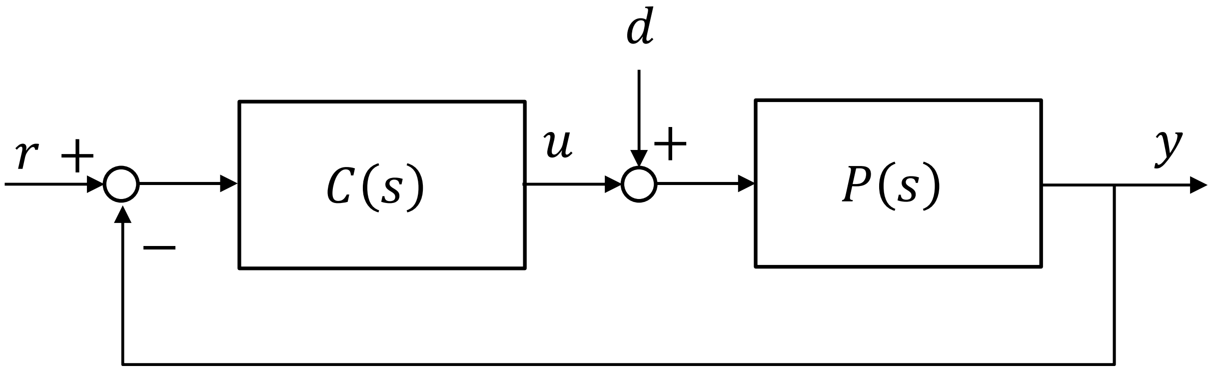
フィードバック制御系の安定性（3）
PID補償による制御系設計

制御工学１ ⑫

機械理工学専攻

細田　耕

前回のキャッチアップ
フィードバックの効果



ケース(S)：もともと開ループ伝達関数$P(s)C(s)$が安定の場合．フィードバックにより性能を向上したいが，不安定化したくない．

$L(s)$が一次系，$L(s)$が2次系，$L(s)$が3次系（ゲイン余裕，位相余裕）

ケース(U)：開ループ伝達関数$P(s)C(s)$が不安定の場合．フィードバックによって安定化する

本日の授業のゴール

- 開ループ伝達関数が原点に極を持つ場合のナイキストの安定判別法
- PID補償による制御系設計

ケースU´
$L(s)$が原点に極を持つ

ナイキストの安定判別法を使ってみよう. 開ループ伝達関数

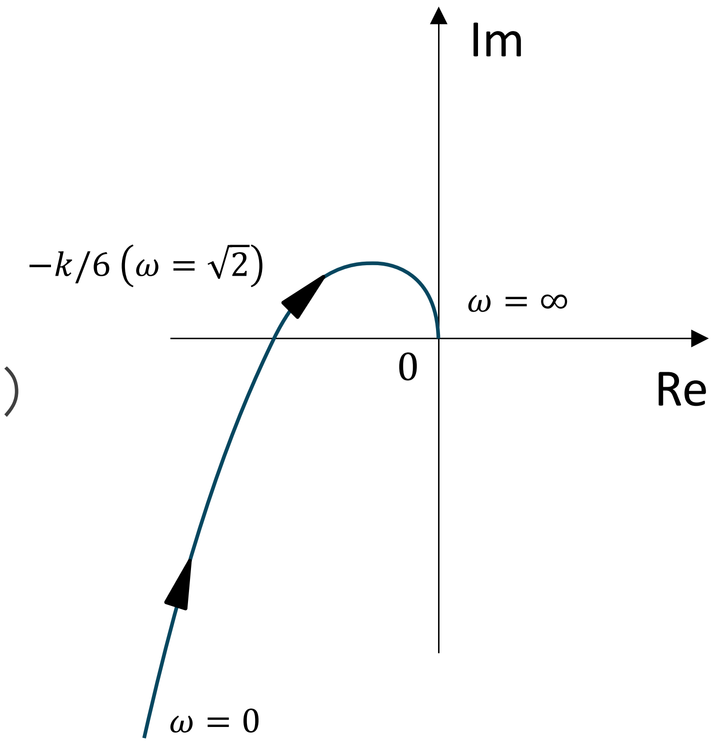
$$L(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

のベクトル軌跡は,

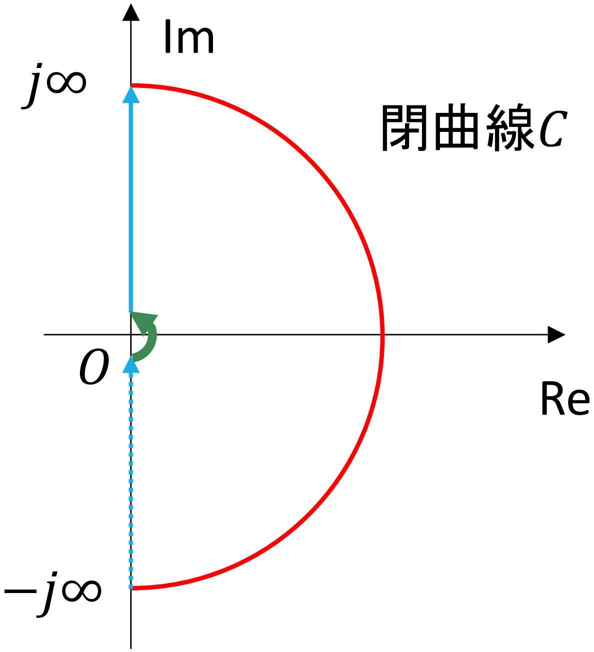
$L(0) \sim -j\infty$

$L(\omega = \sqrt{2}) = -k/6$

$L(\infty) \sim \frac{k}{-\omega^3 j} \sim +j0$ （$+j$方向から原点に近づく）

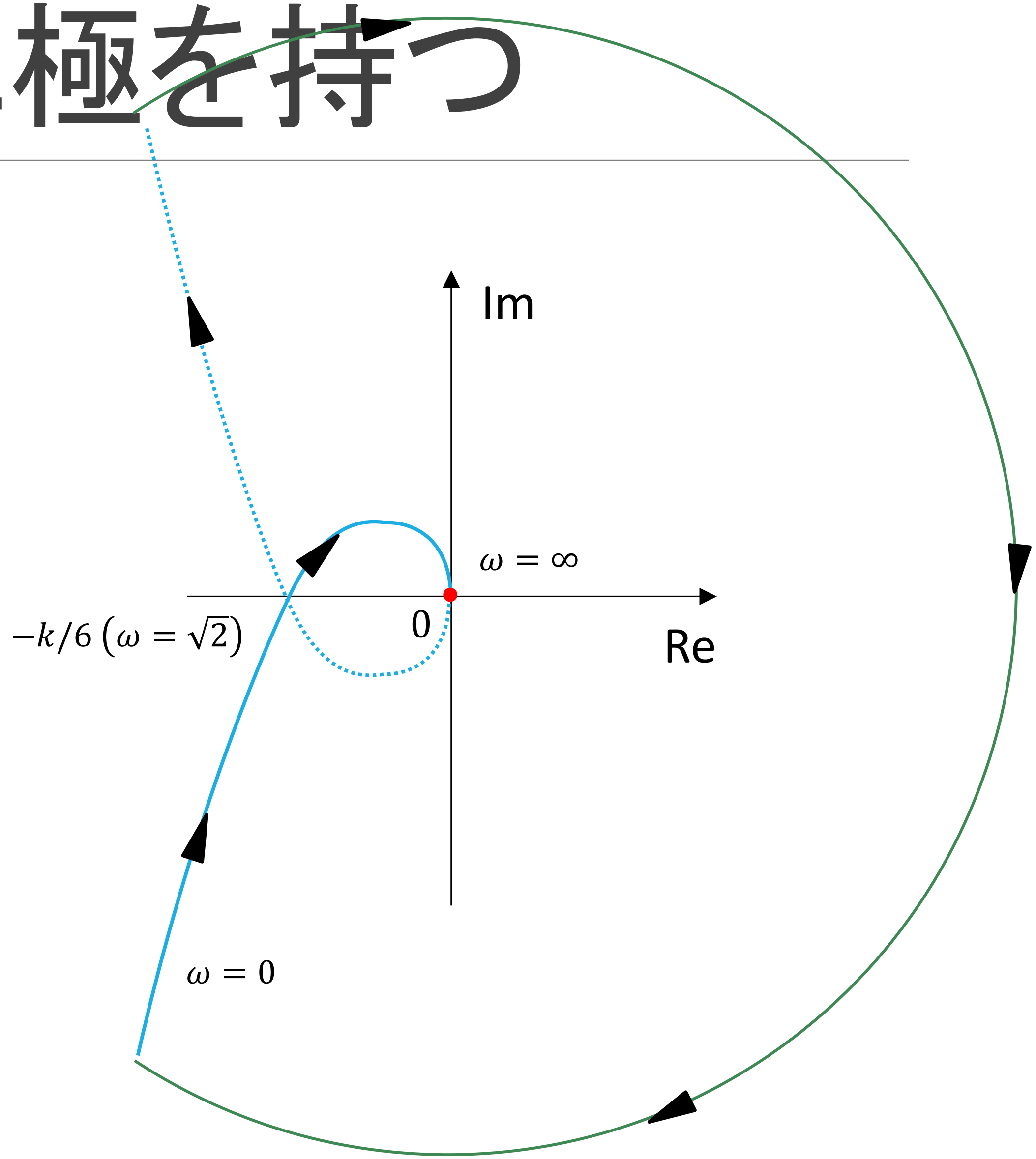


ケースU´
$L(s)$が原点に極を持つ



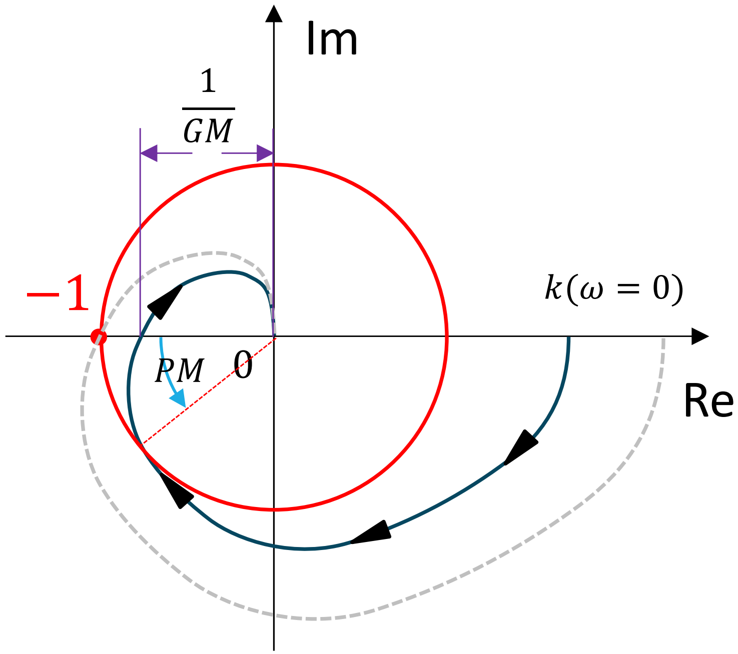
$$\varepsilon e^{j\theta} \ \left(\theta = -\frac{\pi}{2} \to \frac{\pi}{2}\right)$$

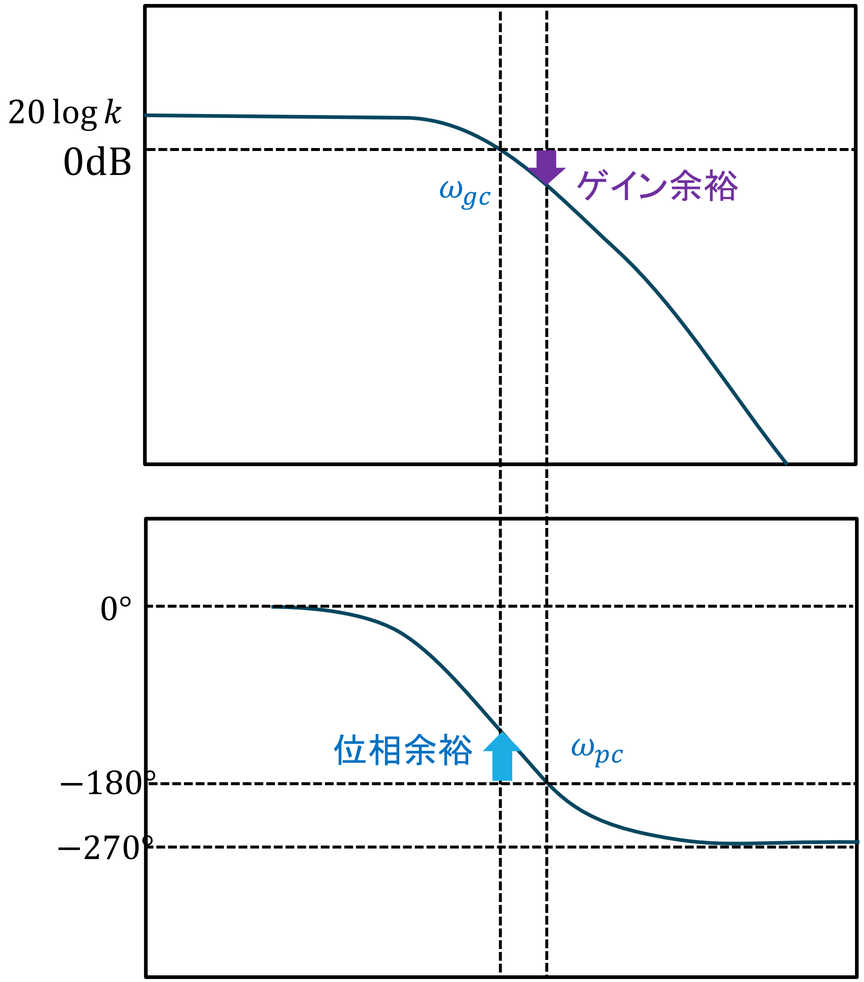
$$L\left(\varepsilon e^{j\theta}\right) \sim \frac{1}{2\varepsilon} e^{-j\theta}$$



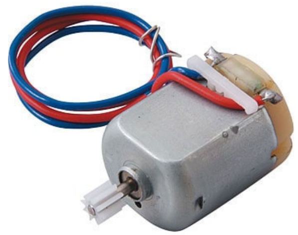
このときにも，ケースSの「ゲイン余裕」「位相余裕」といった考え方が通用する

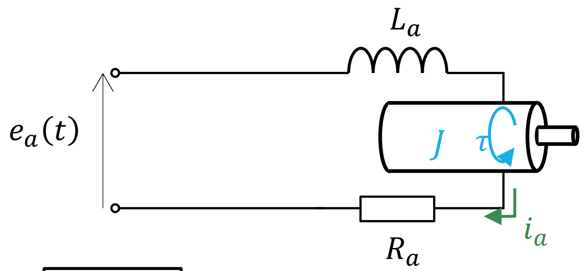
ケースS安定の場合（復習）

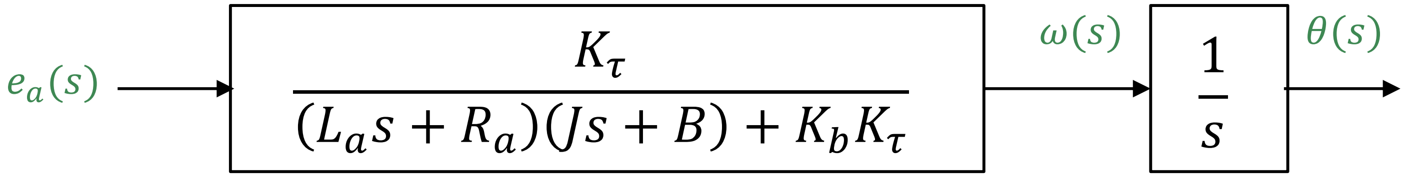




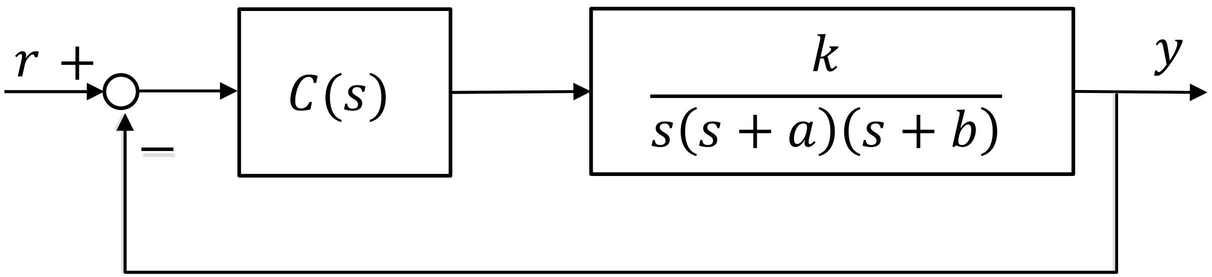
DCモータ（3章で学習済み）



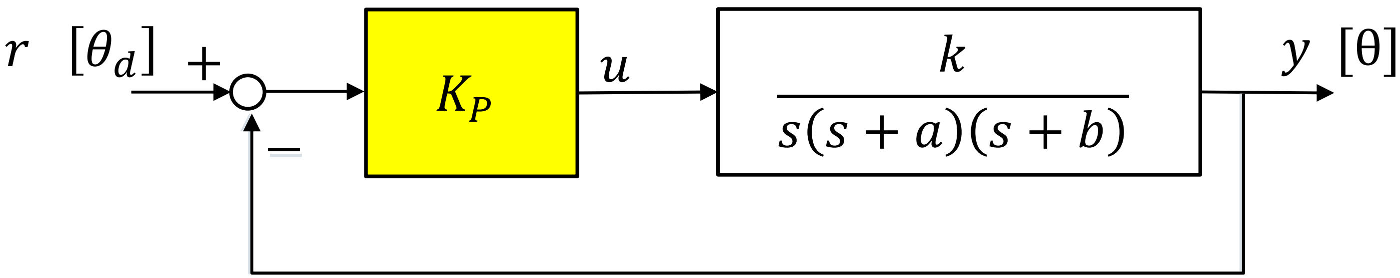




このプラント「モータ」にフィードバック制御を適用する



P補償



$$u = K_P(\theta_d - \theta)$$

ゲインK_Pが大きくなると不安定になる（みてきた）

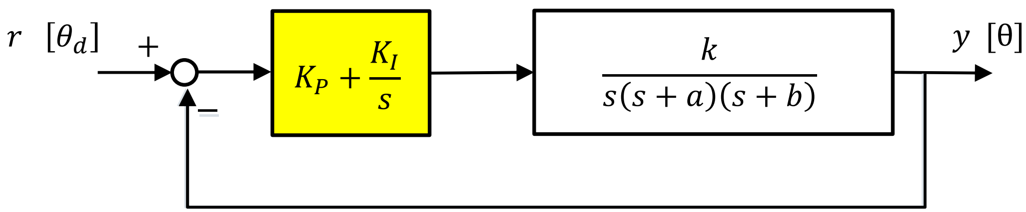
ゲインK_Pが小さいと，例えばモータに摩擦があると定常偏差が残る

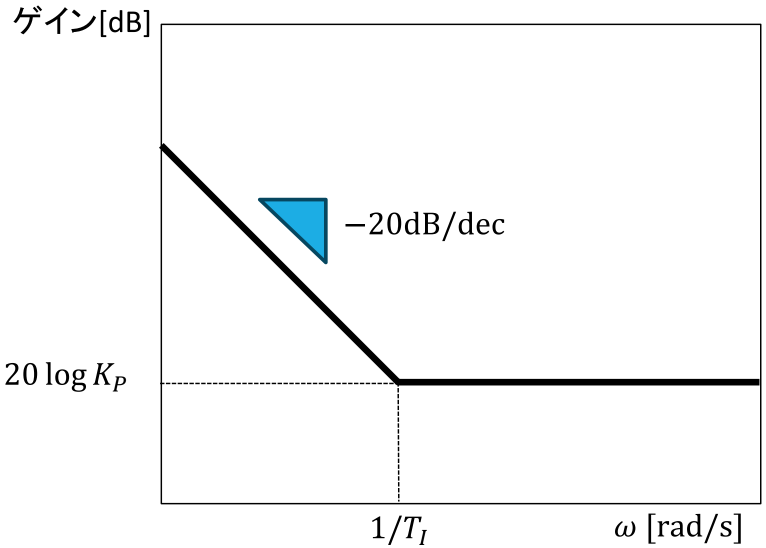
PI補償

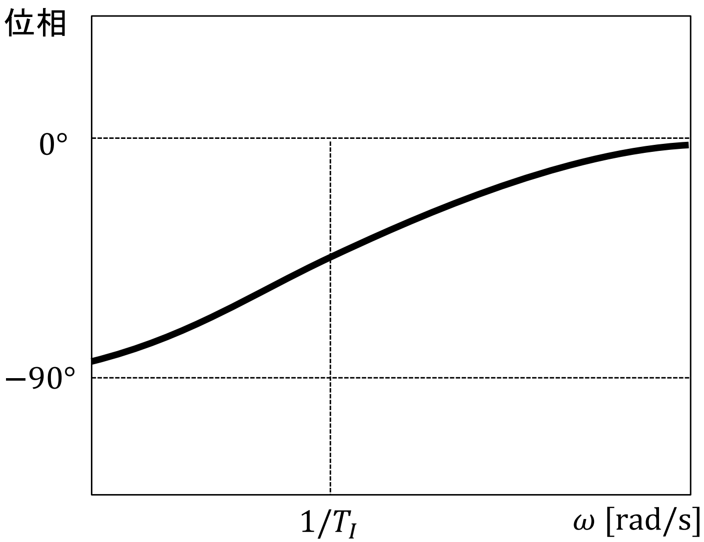
定常特性の改善のため，PI補償

$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$$

を使う

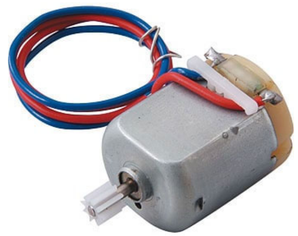






PI補償：定常応答の改善

たとえば，先のモータの例だと



$$u = K_P(\theta_d - \theta) + K_I \int (\theta_d - \theta)\, dt$$

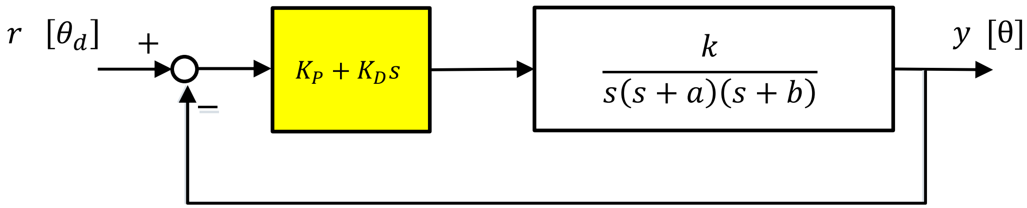
P補償と比較すると，定常偏差は0になる（直流ゲインが∞のため）が，ゲイン交差周波数ω_{gc}は下がるため，応答は遅くなる

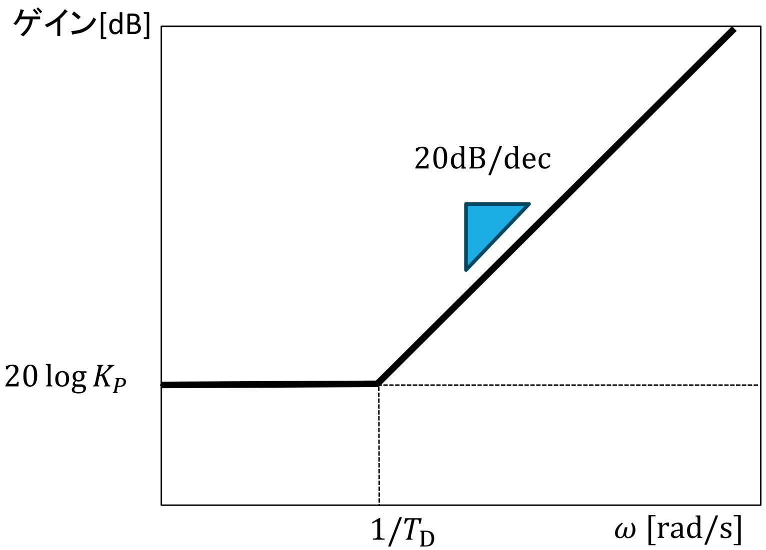
PD補償

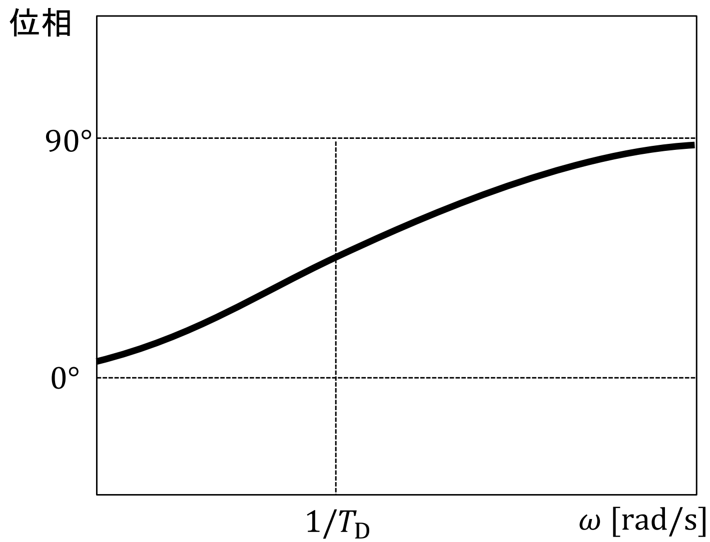
過渡応答特性の改善のため，PD補償

$$C(s) = K_P + K_D s = K_P(1 + T_D s)$$

を使う

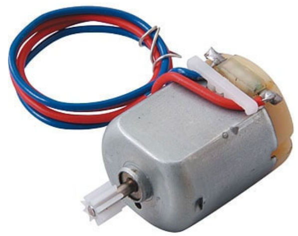






PD補償：過渡応答の改善

たとえば，先のモータの例だと



$$u = K_P(\theta_d - \theta) + K_D(\dot{\theta}_d - \dot{\theta})$$

P補償と比較すると，高い周波数帯でゲインが高くなるため，応答性はよくなる．速度$\dot{\theta}$を得るために一般的には差分を用いるが，理想的な微分を得るには，無限小時間での観測が必要⇒不可能

現実的には，

$$C(s) = \frac{K_P(1+T_D s)}{1+(T_D/N)s}$$

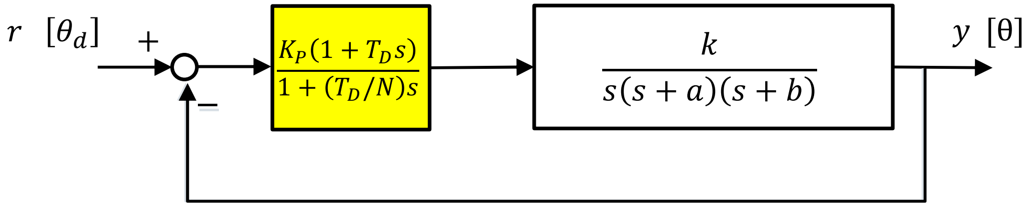
と極を付け足す場合が多い

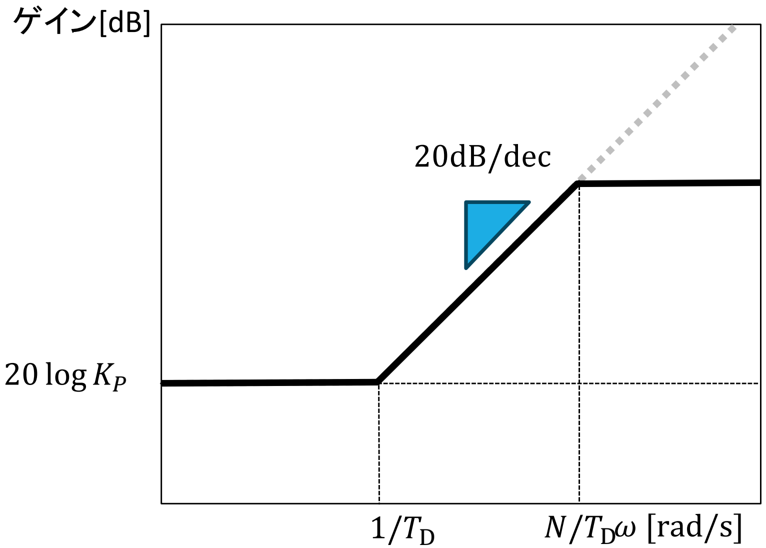
PD補償(プロパー)

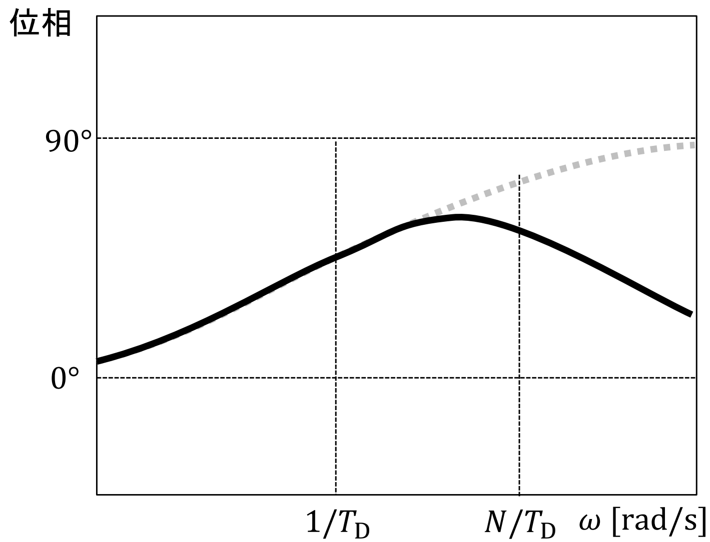
PD補償に極を追加し，プロパーな制御

$$C(s) = \frac{K_P(1+T_D s)}{1+(T_D/N)s}$$

を使う





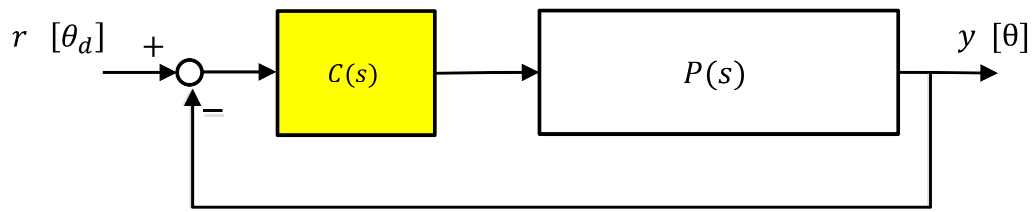


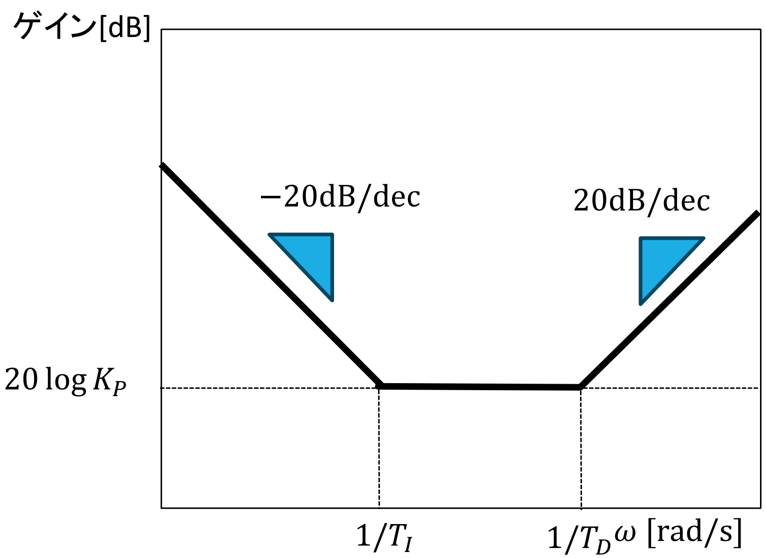
PID補償

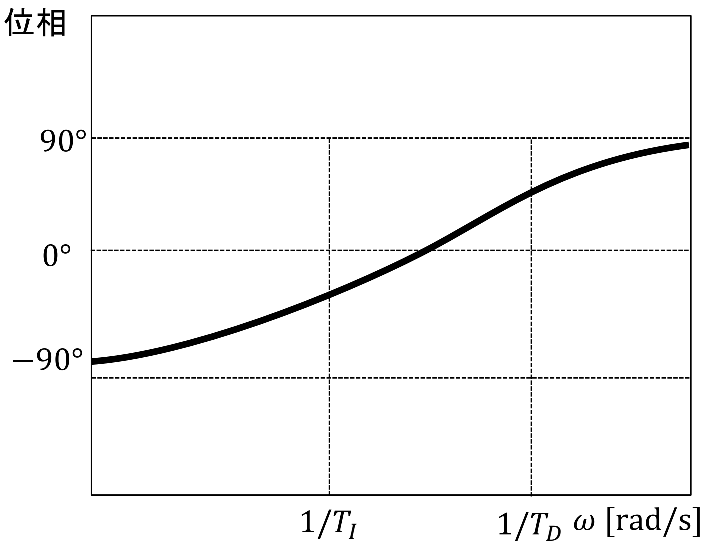
定常応答特性，過渡応答特性を改善する，PID補償

$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$

を使う







PID補償：
過渡応答・定常応答の改善

たとえば，先のモータの例だと

$$u = K_P(\theta_d - \theta) + K_I \int (\theta_d - \theta)\,dt + K_D\left(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}\right)$$

経験的に言えば，まず不安定にならない程度に大きなK_Pをとり，定常応答が改善するようにK_Iを決め，その後，過渡応答が改善するようにK_Dを調整する．

本日の授業のゴール

- 開ループ伝達関数が原点に極を持つ場合のナイキストの安定判別法
- PID補償による制御系設計