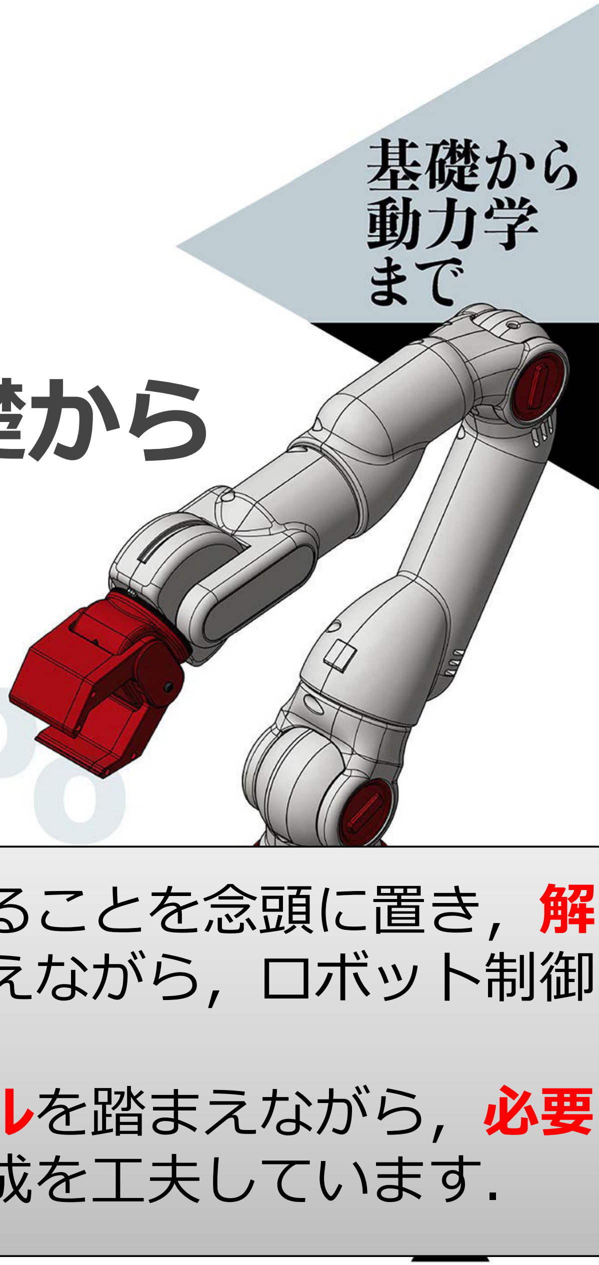
Softness is Source of Intelligence
osoda Lab.
daptive Robotics Laboratory

大阪大学
OSAKA UNIVERSITY

北海道大学工学部・講義

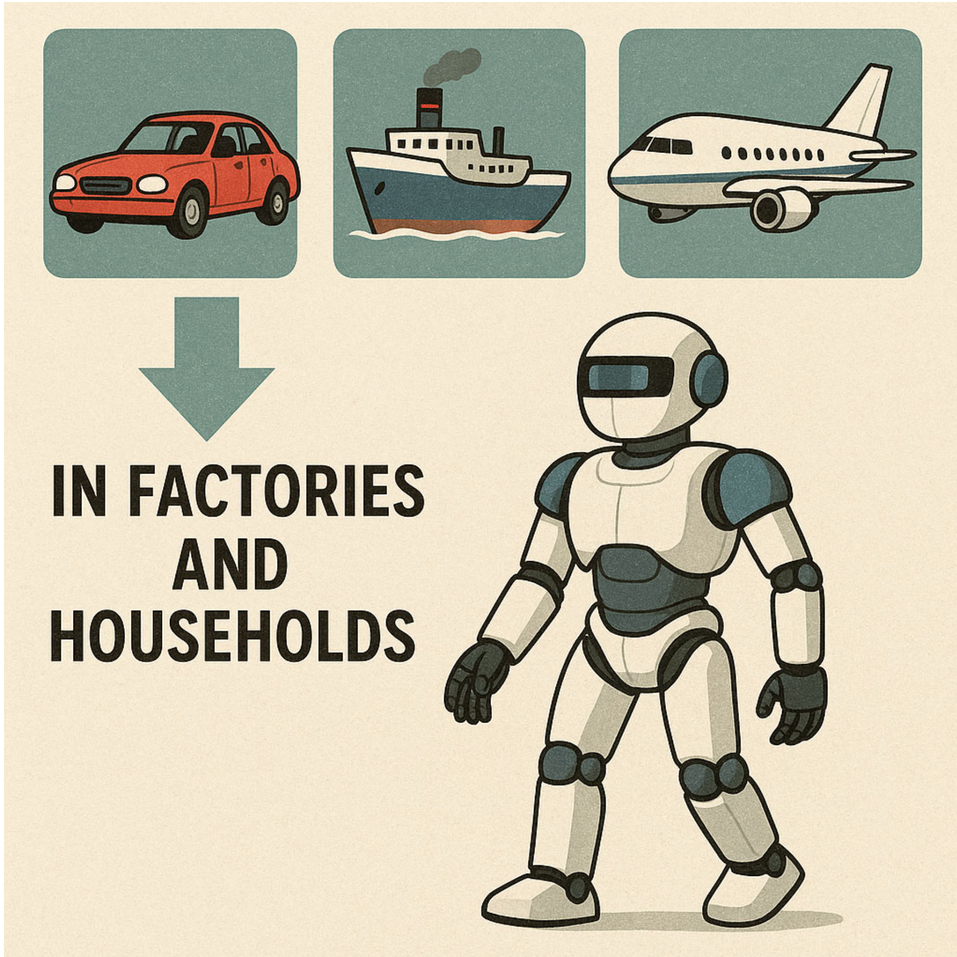
『実践ロボット制御・基礎から動力学まで』を読み解く



細田　耕【著】
株式会社アールティ【協

多自由度化するロボットの制御を実践することを念頭に置き，**解析的計算の詳述や数値計算の工夫**を踏まえながら，ロボット制御技術を整理して説明しています．
また，現状のモータ**周辺装置の実装レベル**を踏まえながら，**必要なところまで読めば**実践できるように構成を工夫しています．

これからは「ロボット」の時代が来る



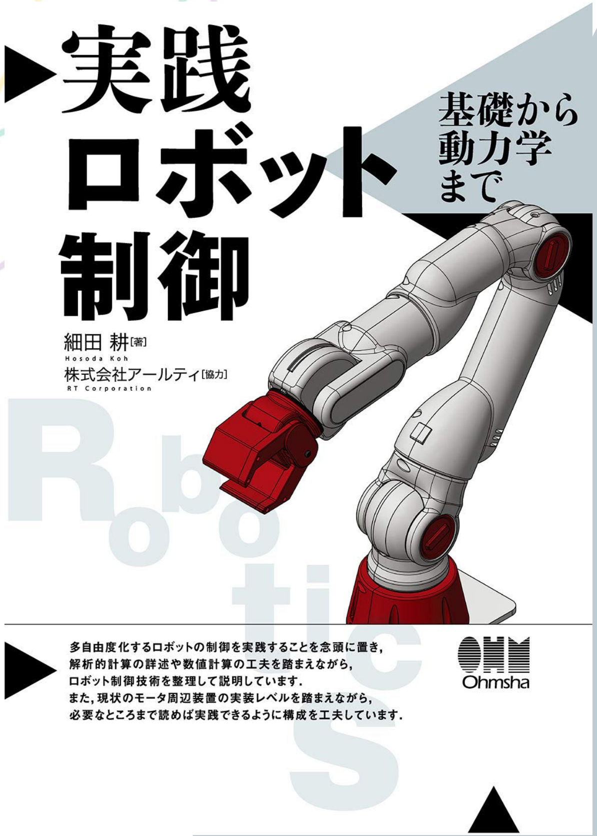
Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

ロボット制御を学ぶ教科書

しっかりした理論的教科書は，
ほとんどが1990年ころに書かれている
動力学計算が盛んに研究された時代
研究テーマがゴールで書かれた教科書が多い

その結果，参考書としてはあげられているが
教科書として採用されている本はほとんどない

なぜ「実践」なのか

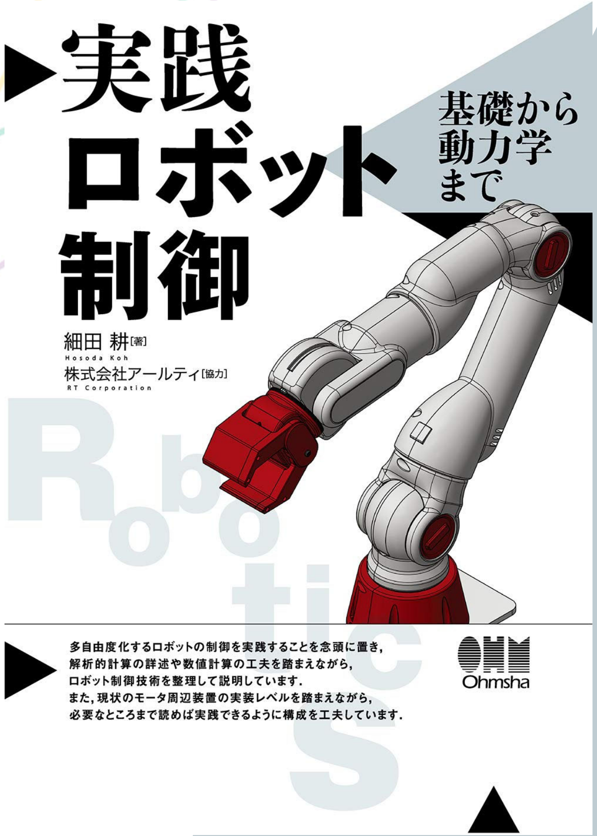


「大学」の学力を前提とした技術を提供する

数学・物理学の実践としてのロボット制御

初学者にやさしい教科書．でもしっかり理論は押さえる

なぜ「実践」なのか



「大学」の学力を前提とした技術を提供する

数学・物理学の実践としてのロボット制御

初学者にやさしい教科書．でもしっかり理論は押さえる

「大学」の学力を前提とした技術を提供する

Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

理系の学部３年生のための教科書

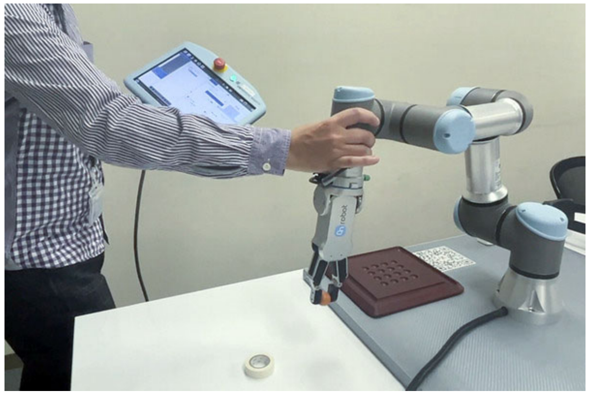
線形代数	微分方程式
力学	解析力学

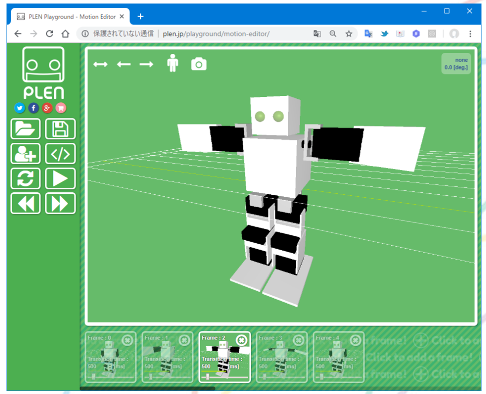
Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

ロボット制御の知識なしで動かす方法

- ティーチングプレイバック
- 「模倣」を使う
- 「学習」を使う

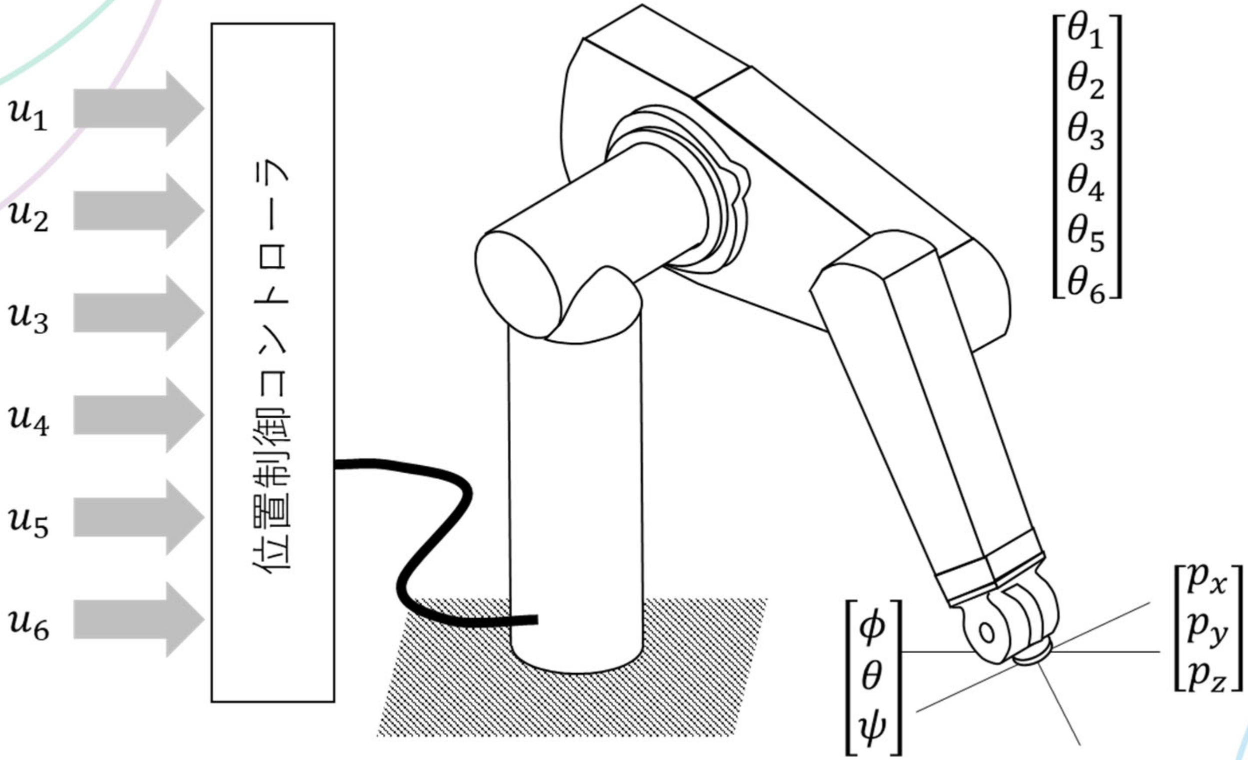
https://smart-factory.funaisoken.co.jp/210804-2/


https://robotstart.info/article/2022/04/04/291331.html

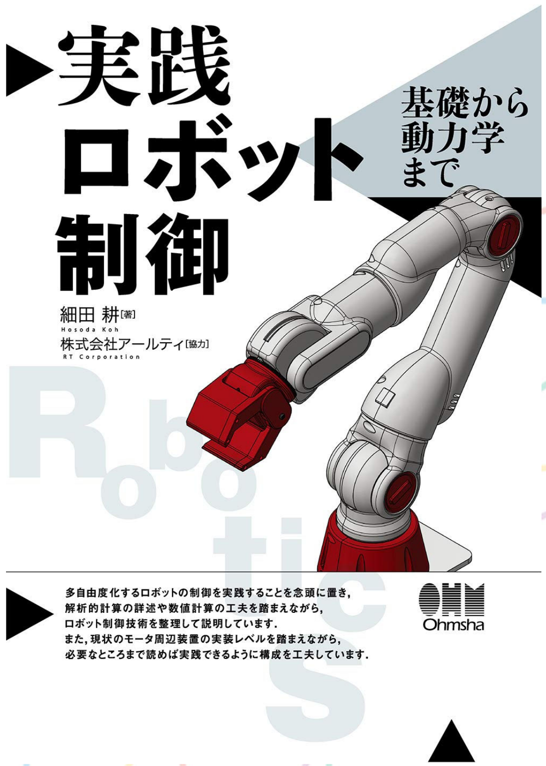


https://plen.jp/wp/plen2/#application

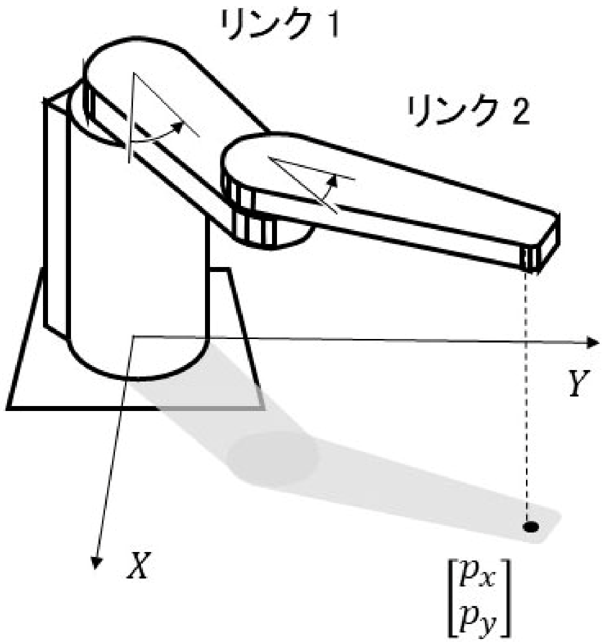
位置制御されたモータを使う場合



第I部　位置に関する運動学と軌道生成

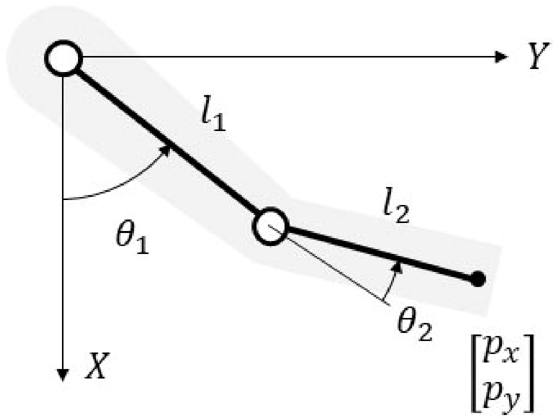


位置に関する逆運動学



順運動学

$$\boldsymbol{p}(t) = \begin{bmatrix} p_x(t) \\ p_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1C_1 + l_2C_{12} \\ l_1S_1 + l_2S_{12} \end{bmatrix}$$

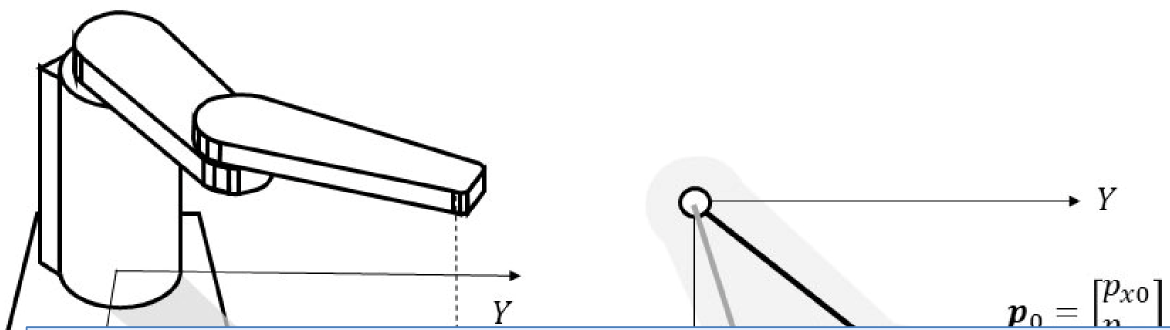


$$\theta_1(t) = \mathrm{atan2}\left(-l_2S_2p_x(t) + (l_1 + l_2C_2)p_y(t), (l_1 + l_2C_2)p_x(t) + l_2S_2p_y(t)\right) \quad (1.9)$$

$$C_2 = \frac{p_x(t)^2 + p_y(t)^2 - {l_1}^2 - {l_2}^2}{2l_1l_2} \quad (1.3)$$

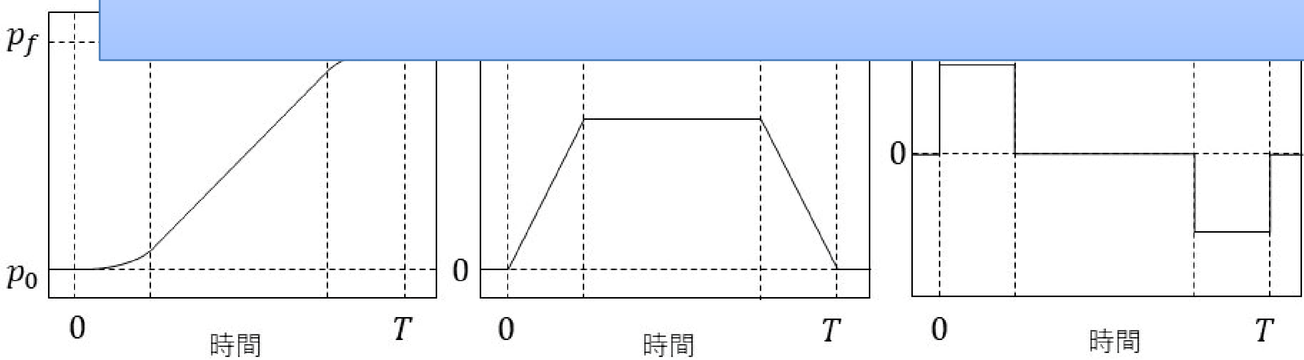
Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

位置に関する軌道計画



例え

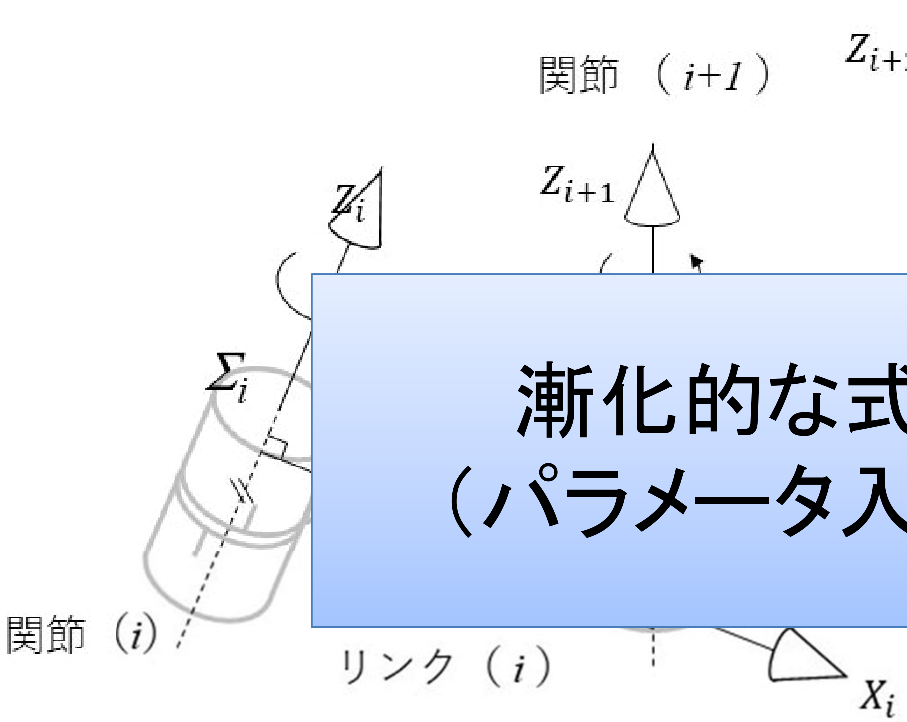
2・3自由度の簡単なロボットは
「高校生」の知識範囲



多自由度・位置に関する順運動学

リンク座標系と
リンクパラメータ

リンク座標系とリンクパラメータ

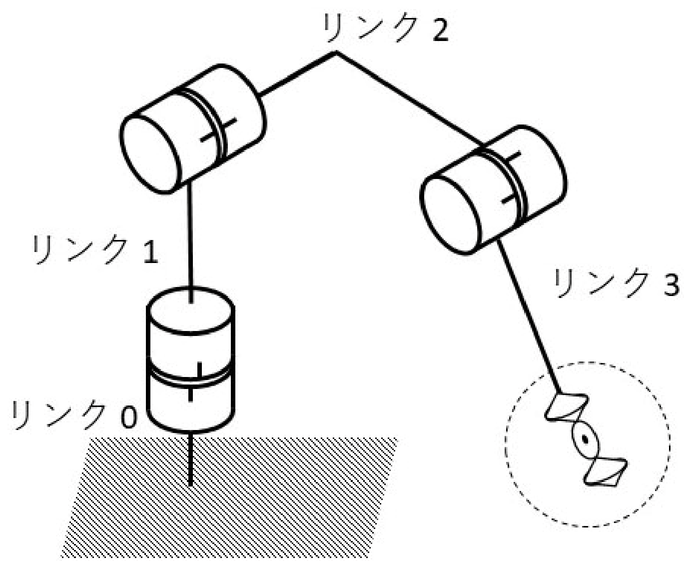


漸化的な式で書ける
（パラメータ入れればOK）

$$
{}^{i}T_{i+1} = \begin{bmatrix} & & & \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_{i+1} & -\sin\theta_{i+1} & 0 & 0 \\ \sin\theta_{i+1} & \cos\theta_{i+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)
$$

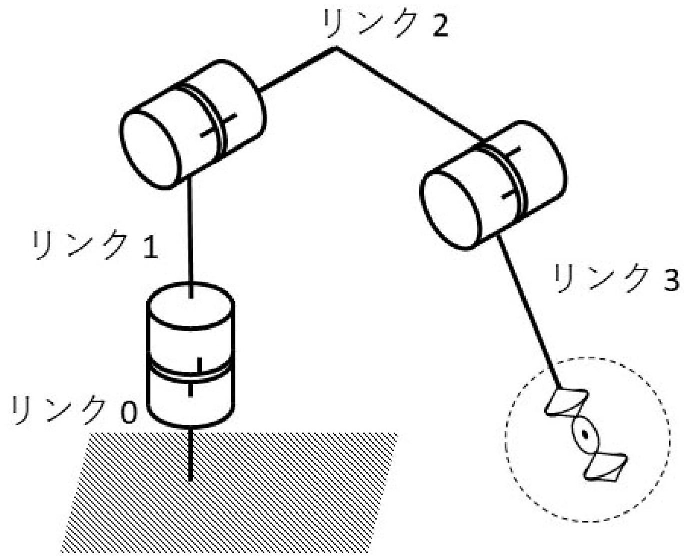
$$
{}^{0}\boldsymbol{T}_n = \left[\begin{array}{c|c} {}^{0}\boldsymbol{R}_n & {}^{0}\boldsymbol{p}_n \\ \hline 0\ 0\ 0 & 1 \end{array}\right] = {}^{0}\boldsymbol{T}_1 {}^{1}\boldsymbol{T}_2 \cdots {}^{n-1}\boldsymbol{T}_n
$$

6自由度の位置に関する順運動学



$$
{}^{0}\boldsymbol{T}_{n} = \left[\begin{array}{c|c} {}^{0}\boldsymbol{R}_{n} & {}^{0}\boldsymbol{p}_{n} \\ \hline 0\ 0\ 0 & 1 \end{array}\right] = {}^{0}\boldsymbol{T}_{1}\,{}^{1}\boldsymbol{T}_{2}\cdots{}^{n-1}\boldsymbol{T}_{n}
$$

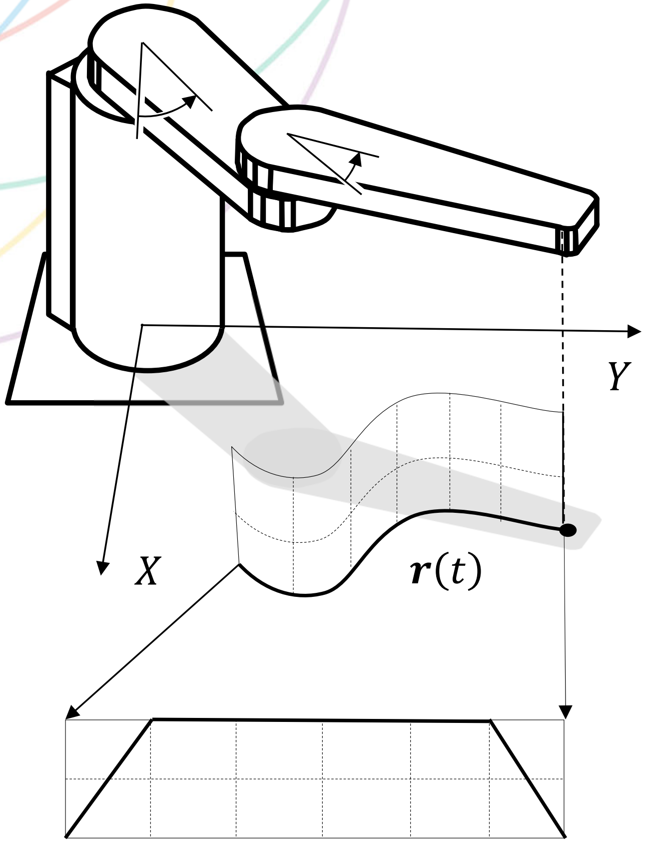
6自由度の位置に関する逆運動学



$$ {}^{0}\boldsymbol{T}_n = \left[\begin{array}{c|c} {}^{0}\boldsymbol{R}_n & {}^{0}\boldsymbol{p}_n \\ \hline 0\ 0\ 0 & 1 \end{array}\right] = {}^{0}\boldsymbol{T}_1 {}^{1}\boldsymbol{T}_2 \cdots {}^{n-1}\boldsymbol{T}_n $$

これを展開して記号的に「逆」を計算するのは**絶望的**

位置制御されたモータによる軌道制御



$\boldsymbol{r}(t) \rightarrow \boldsymbol{q}(t)$: 位置に関する逆運動学問題

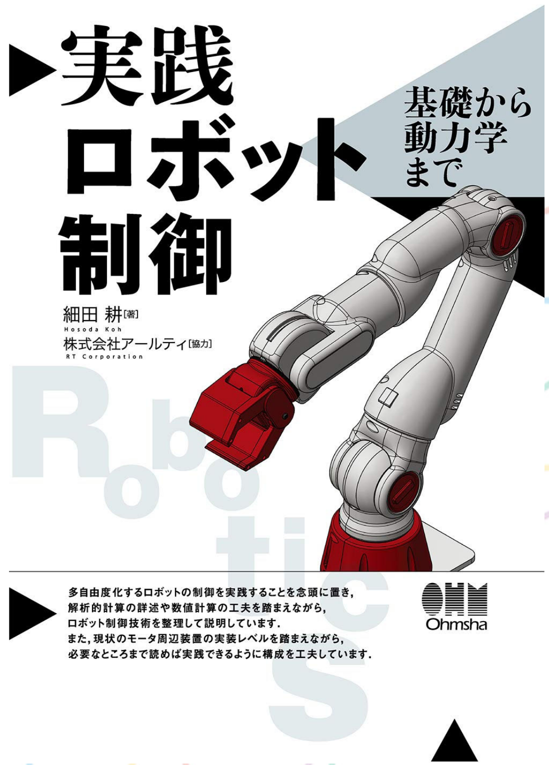
計算された $\boldsymbol{q}(t)$

各時刻でこの逆運動学問題を解かなければ！

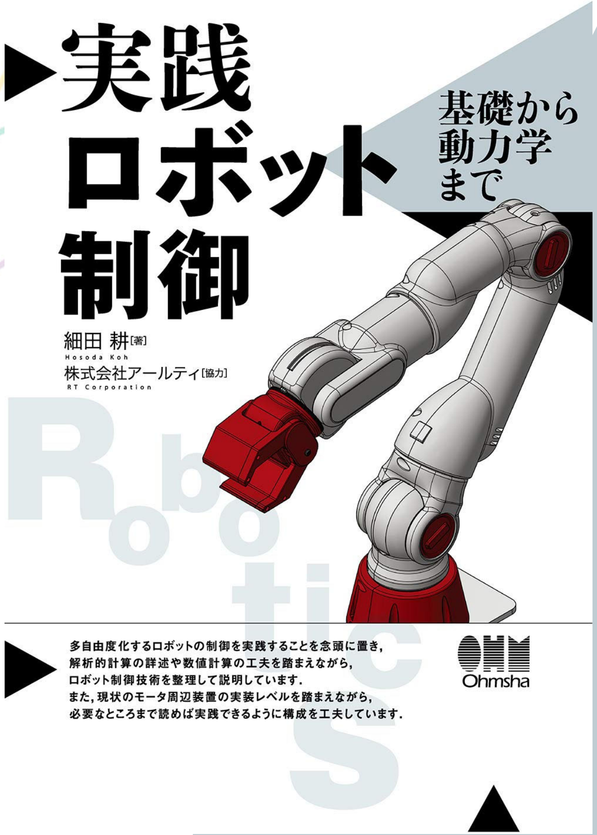
第I部　位置に関する運動学と軌道生成

第1章　関節変位と作業座標の関係
第2章　姿勢の記述
第3章　目標軌道の生成
第4章　運動学の一般的表現
第5章　実践・位置制御と逆運動学

ここまでの知識で，なんとかロボットを
動かすことができる



なぜ「実践」なのか



「大学」の学力を前提とした技術を提供する

数学・物理学の実践としてのロボット制御

初学者にやさしい教科書．でもしっかり理論は押さえる

Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

「初学者にやさしい教科書」

モータの制御レベルによって必要な知識が変わる
→「いつでもやめられるロボット工学」

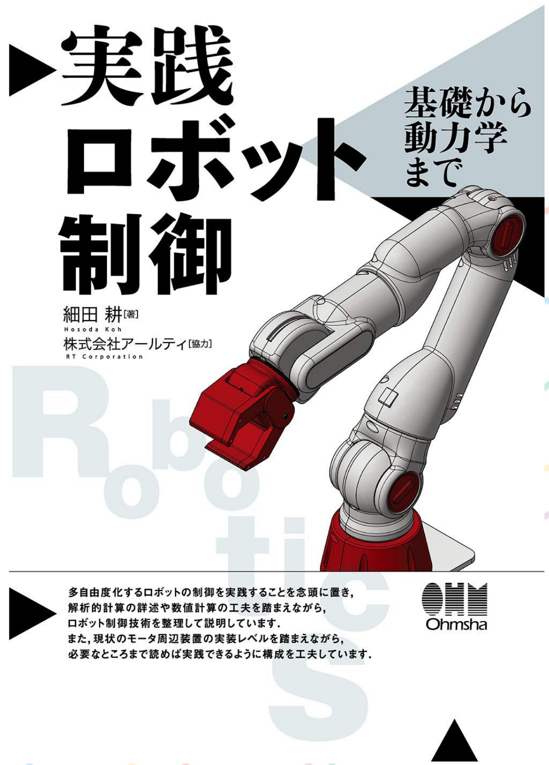
平面2自由度のケースで直感的な理解をし，その後多自由度の説明に

平面2自由度など簡単な場合はそれでよし．多自由度を知るには微分運動学（次へ）

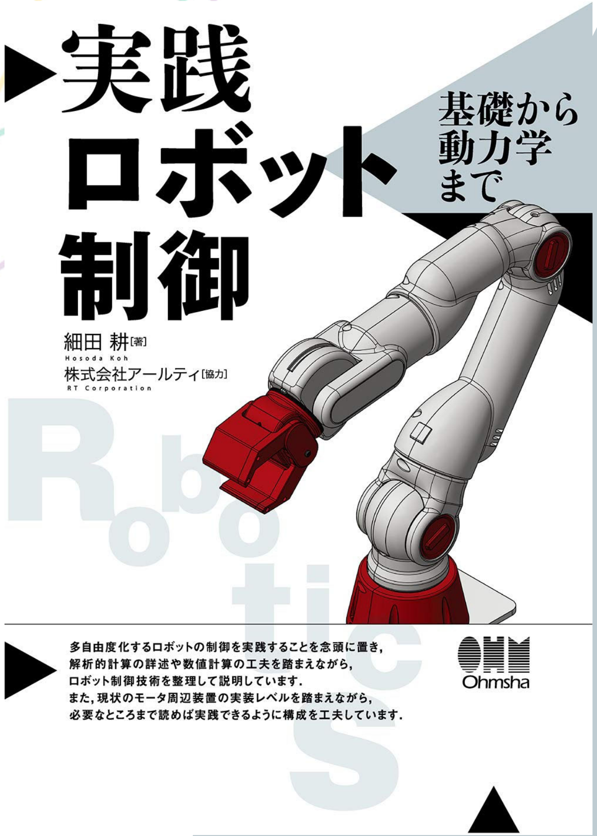
Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

第II部　ヤコビ行列と微分運動学

第6章　ヤコビ行列
第7章　微分運動学
第8章　ヤコビ行列を利用した制御



なぜ「実践」なのか



- 「大学」の学力を前提とした技術を提供する
- 数学・物理学の実践としてのロボット制御
- 初学者にやさしい教科書. でもしっかり理論は押さえる

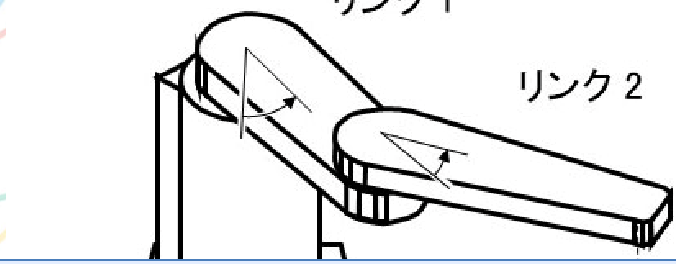
多自由度・位置に関する逆運動学

「微分逆運動学」を知れば，
この式を「逆」に
解くことができるようになる

$$
{}^{0}\boldsymbol{T}_{n} = \left[\begin{array}{c|c} {}^{0}\boldsymbol{R}_{n} & {}^{0}\boldsymbol{p}_{n} \\ \hline 0\ 0\ 0 & 1 \end{array}\right] = {}^{0}\boldsymbol{T}_{1}\,{}^{1}\boldsymbol{T}_{2}\cdots{}^{n-1}\boldsymbol{T}_{n}
$$

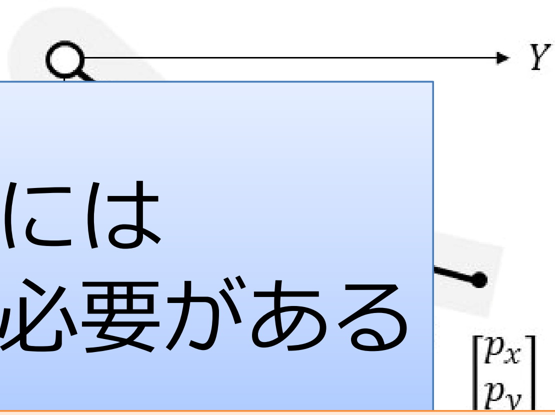
これを展開して記号的に「逆」を計算するのは**絶望的**

位置に関する逆運動学（再）



順運動学

$$p(t) = \begin{bmatrix} p_x(t) \\ p_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1C_1 + l_2C_{12} \\ l_1S_1 + l_2S_{12} \end{bmatrix}$$



プログラムするためには
「解析的に」式を展開する必要がある

$\theta_1(t) = \mathrm{atan2}\,(-l_2S_2p_x($

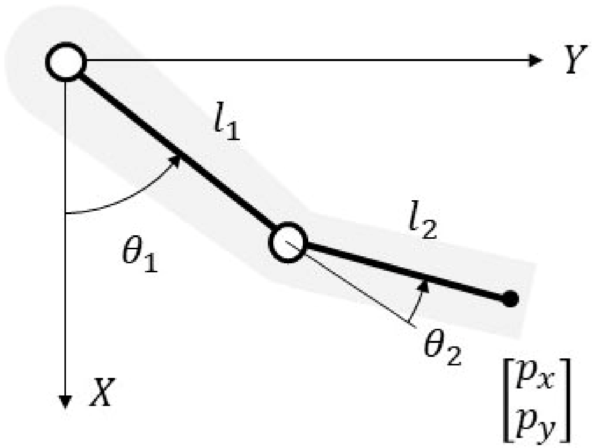
$C_2 = \frac{p_x(t)^2 + p_y(}{2}$

コンピュータ技術が進んだ
「いま風」な方法を学ぼう！

ヤコビ行列の定義

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{f}_r(\boldsymbol{q})$$

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{r}} &= \frac{\partial \boldsymbol{f}_r}{\partial q_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial \boldsymbol{f}_r}{\partial q_2}\dot{q}_2 \cdots + \frac{\partial \boldsymbol{f}_r}{\partial q_n}\dot{q}_n \\ &= \left[\frac{\partial \boldsymbol{f}_r}{\partial q_1}\frac{\partial \boldsymbol{f}_r}{\partial q_2}\cdots\frac{\partial \boldsymbol{f}_r}{\partial q_n}\right]\dot{\boldsymbol{q}}\end{aligned}$$



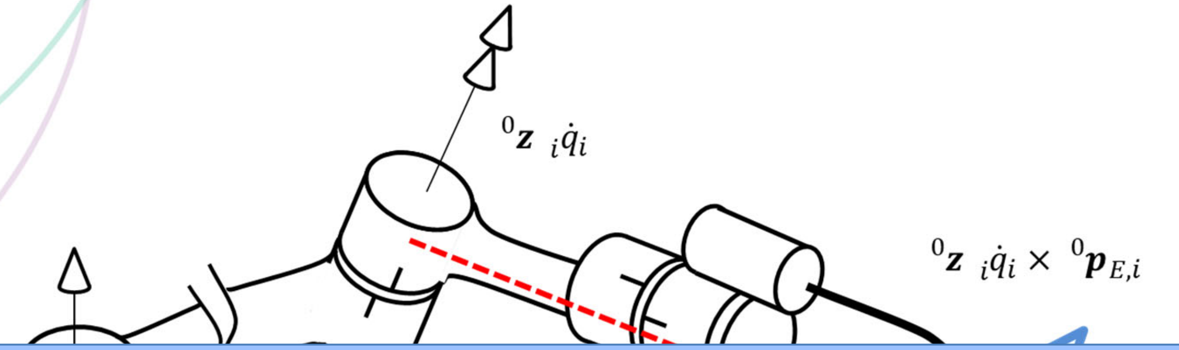
例えばいつものこいつだと，

$$\begin{aligned} p_x &= l_1C_1 + l_2C_{12} \\ p_y &= l_1S_1 + l_2S_{12} \end{aligned}$$

この式の両辺を時間微分してベクトルの形にまとめると，

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1S_1 - l_2S_{12} & -l_2S_{12} \\ l_1C_1 + l_2C_{12} & l_2C_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

基礎ヤコビ行列＝ネ申！



基礎ヤコビ行列は,
解析的な微分を必要としない.
回転行列
を計算できれば導くことができる

$$\begin{bmatrix} \cdots \\ {}^0\boldsymbol{\omega}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & & \cdots \\ {}^0\boldsymbol{z}_1 & {}^0\boldsymbol{z}_2 & \cdots & {}^0\boldsymbol{z}_n \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}$$

$$= \boldsymbol{J}_v \dot{\boldsymbol{q}} \qquad (6.41)$$

Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

ヤコビ行列の解析的表現と漸化的表現

- 自由度が少ない時には，手で計算ができる．
- 式が閉じた形で出てくるのでわかりやすい．
- 位置に関する逆運動学が面倒

解析的な表現

- 漸化式なので，汎用モジュールにしやすい
- 直感的にわかりにくい
- 位置に関する逆運動学を数値的に解ける

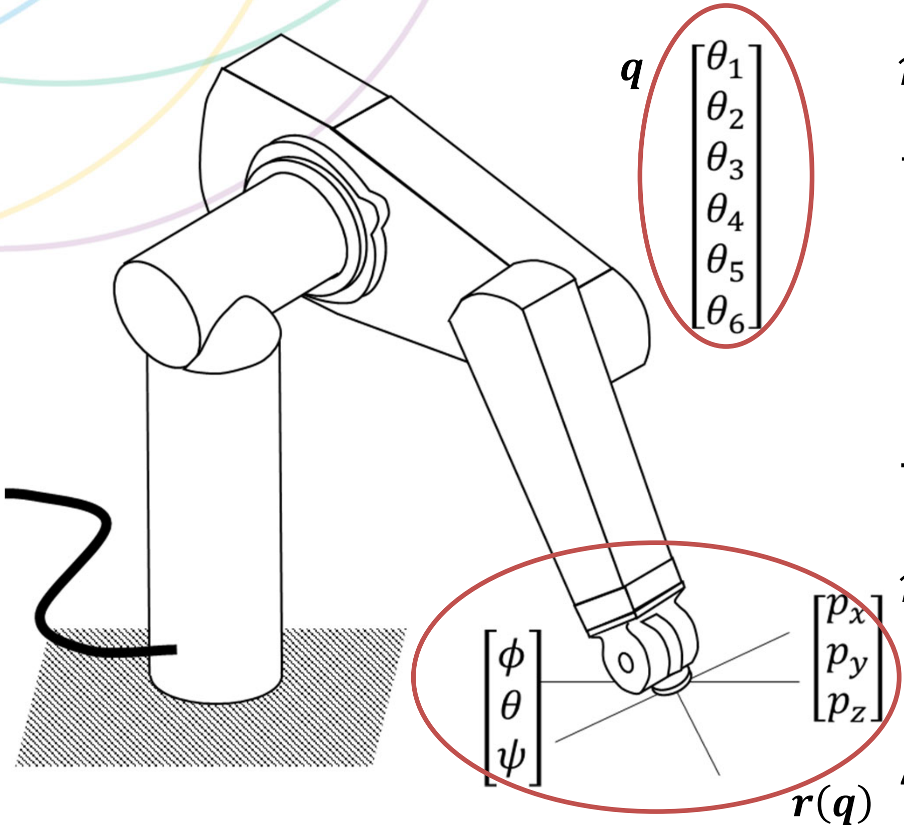
$$= J_v\dot{q}$$

漸化的な表現

Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

位置に関する逆運動学再考

与えられた $\boldsymbol{r}_d$ を実現する $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$ の $\boldsymbol{q}$ を求める問題



$\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{r}_d = \boldsymbol{0}$　を満たす $\boldsymbol{q}$ を求める問題

直接 $\boldsymbol{q}$ について解くのは難しい

真の解に近い $\overline{\boldsymbol{q}}$ があれば

$$\boldsymbol{r}(\overline{\boldsymbol{q}} + \Delta\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{r}_d = \boldsymbol{0}$$

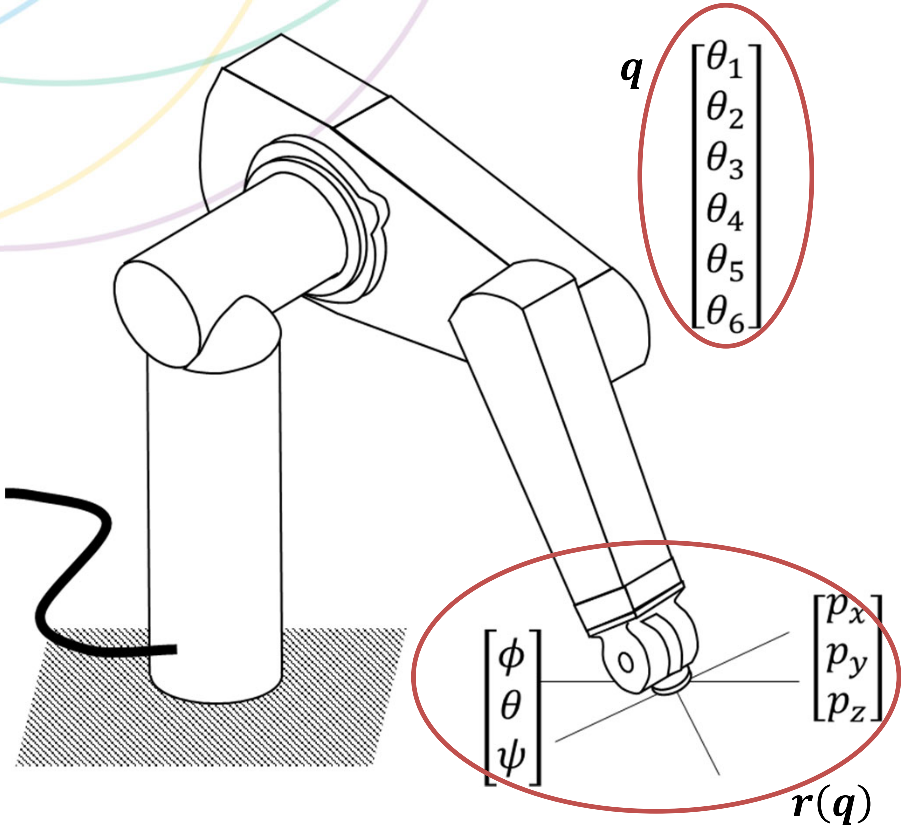
テーラー展開すると

$$\boldsymbol{r}(\overline{\boldsymbol{q}}) - \boldsymbol{r}_d + \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{q}^T}\Delta\boldsymbol{q} = \boldsymbol{0}$$

$$\Delta\boldsymbol{q} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{q}^T}\right]^{-1}\{\boldsymbol{r}_d - \boldsymbol{r}(\overline{\boldsymbol{q}})\}$$

位置に関する逆運動学再考

与えられた $\boldsymbol{r}_d$ を実現する $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$ の $\boldsymbol{q}$ を求める問題



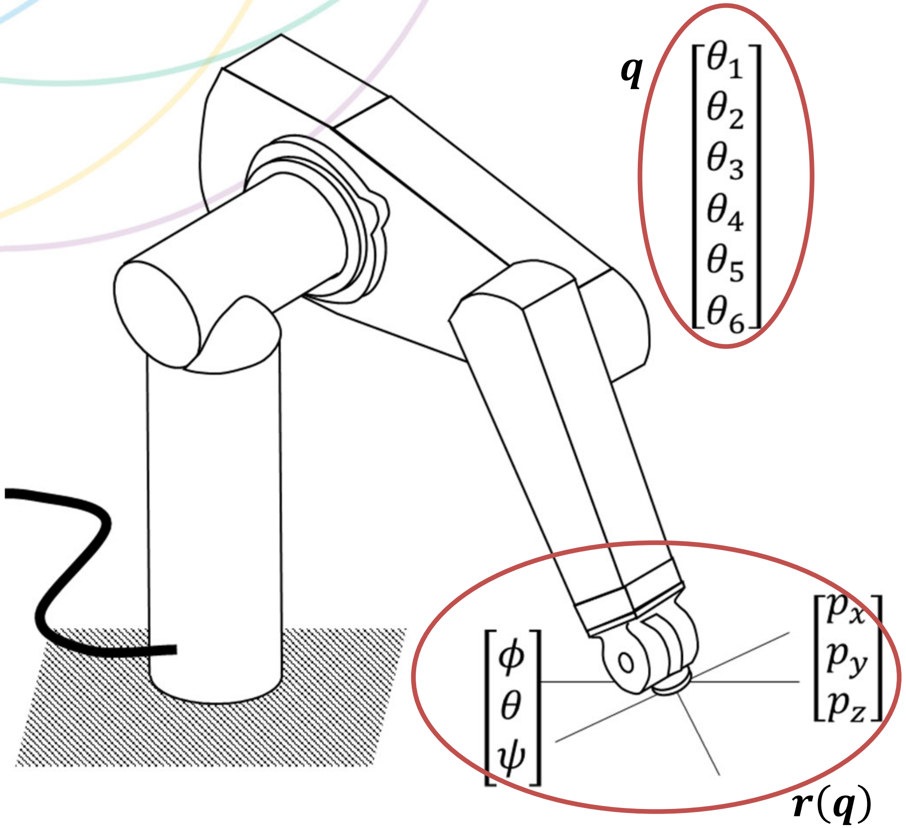
① $\boldsymbol{q}$の適当な初期値$\overline{\boldsymbol{q}}$を決める

② $\boldsymbol{r}_d - \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$が十分小さければ終了．そうでなければ次の修正ステップへ

③ $\overline{\boldsymbol{q}} \leftarrow \overline{\boldsymbol{q}} + \left[\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{q}^T}\right]^{-1} \{\boldsymbol{r}_d - \boldsymbol{r}(\overline{\boldsymbol{q}})\}$と修正，②に戻る

位置に関する逆運動学再考

与えられた $\boldsymbol{r}_d$ を実現する $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$ の $\boldsymbol{q}$ を求める問題



① $\boldsymbol{q}$の適当　　期値　　める

② $\boldsymbol{r}_d - \boldsymbol{r}(\bar{\boldsymbol{q}})$か　　さければ終了.　　でなければ次の修正ステップへ

③ $\bar{\boldsymbol{q}} \leftarrow \bar{\boldsymbol{q}} + \left[\dfrac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{q}^T}\right]^{-1} \{\boldsymbol{r}_d -$

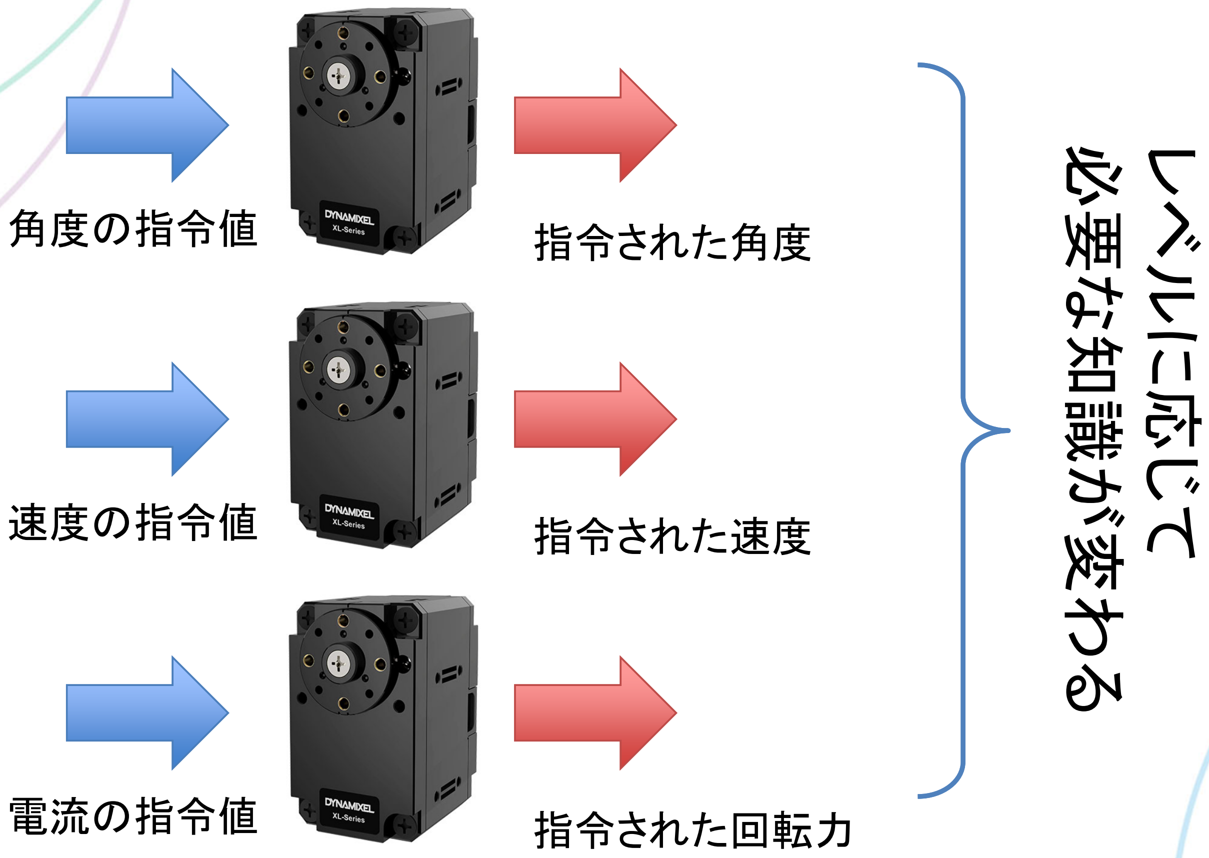
位置に関する順運動学

ヤコビ行列の逆

こいつらは
漸化的に解ける式

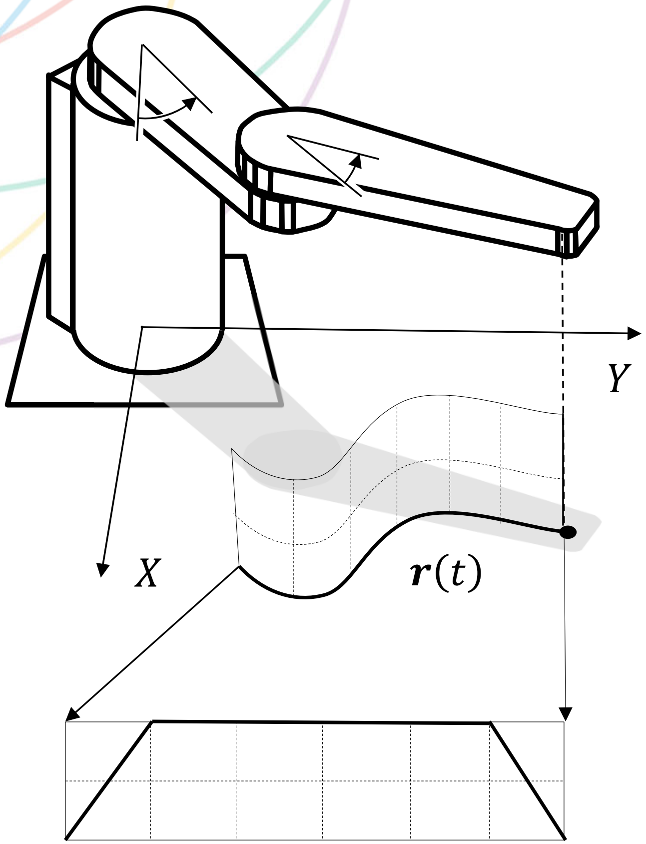
鬼門だった「位置に関する逆運動学」
がない！

モータの制御


角度の指令値
指令された角度
速度の指令値
指令された速度
電流の指令値
指令された回転力
レベルに応じて
必要な知識が変わる

位置制御されたモータによる軌道制御

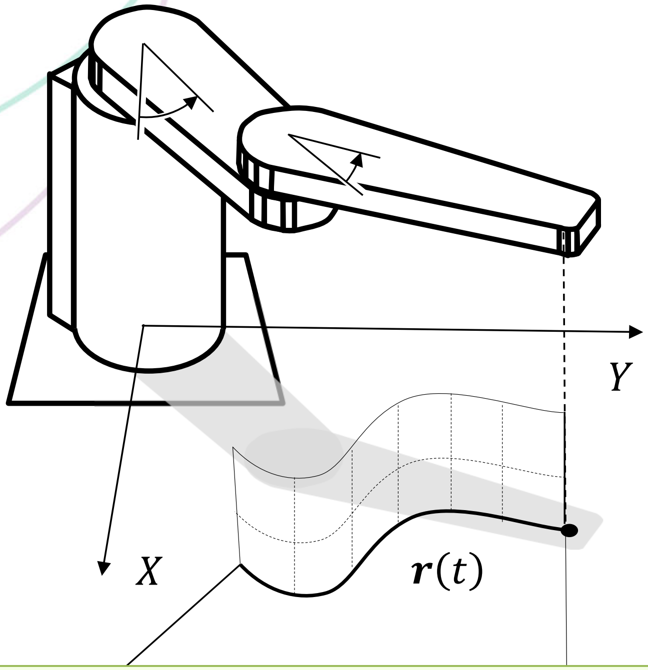
$\boldsymbol{r}(t) \rightarrow \boldsymbol{q}(t)$: 位置に関する逆運動学問題



計算された $\boldsymbol{q}(t)$

各時刻でこの逆運動学問題を解かなければ！

速度制御されたモータによる軌道制御



手先の誤差が一次遅
れで０になるとして

$$\dot{\boldsymbol{r}} - \dot{\boldsymbol{r}}_d + \boldsymbol{K}_p(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_d) = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{K}_p = \begin{bmatrix} k_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{pn} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{J}_r \dot{\boldsymbol{q}}$$

$$\boldsymbol{J}_r \dot{\boldsymbol{q}} = \dot{\boldsymbol{r}}_d - \boldsymbol{K}_p(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_d)$$

速度制御されたモータを使えば，
位置に関する逆運動学問題（とても面倒あるいは繰り返し計算必要）なし
順運動学と，ヤコビ行列の逆行列だけで計算が済む

コンピュータ科学の時代に即した内容

Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

解析的に解けるならわかりやすいんだけど，「位置に関する逆運動学問題」は難しい

基礎ヤコビ行列を使うと，漸化的表現だけで「位置に関する逆運動学問題」が解ける

手先の軌道制御も，位置に関する逆運動学問題を解かずに，ヤコビ行列と順運動学のみですむ

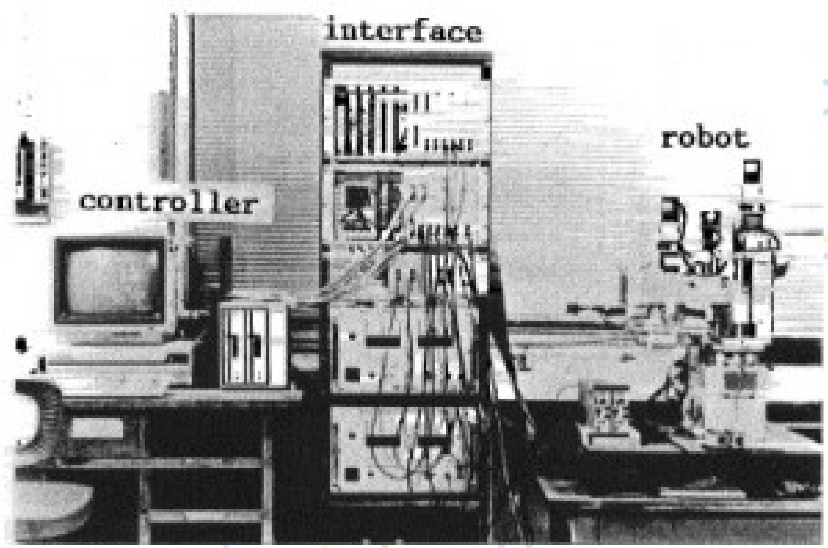
Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

第III部　動力学と運動制御

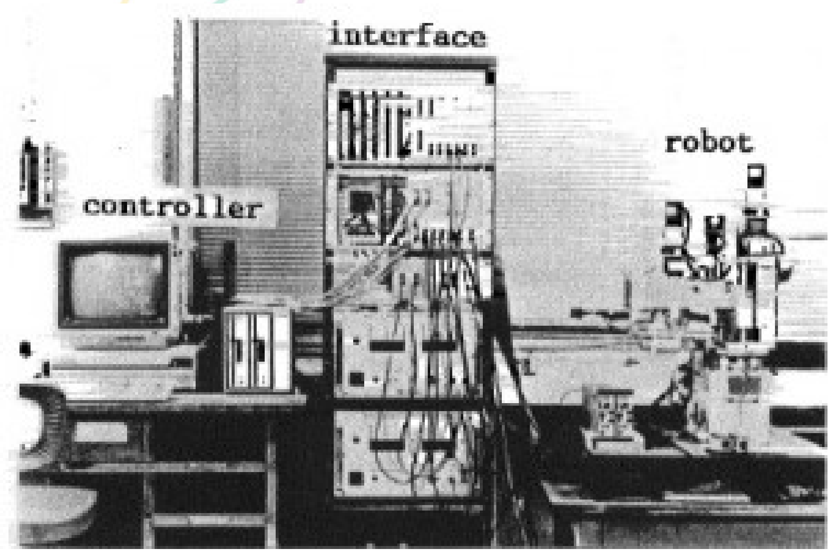
第9章　ロボットの運動方程式
第10章　運動方程式とロボット制御
第11章　実践・動力学

ロボット制御は面白くない（当時）

- シミュレーションするには運動方程式は必要
- ラグランジュの方法で運動方程式出せたらそれでいい
- 各軸にPID制御使えば十分精度出るし，動的制御なんて現場ではいらんのとちゃう？（実際1990年代はそうだった）



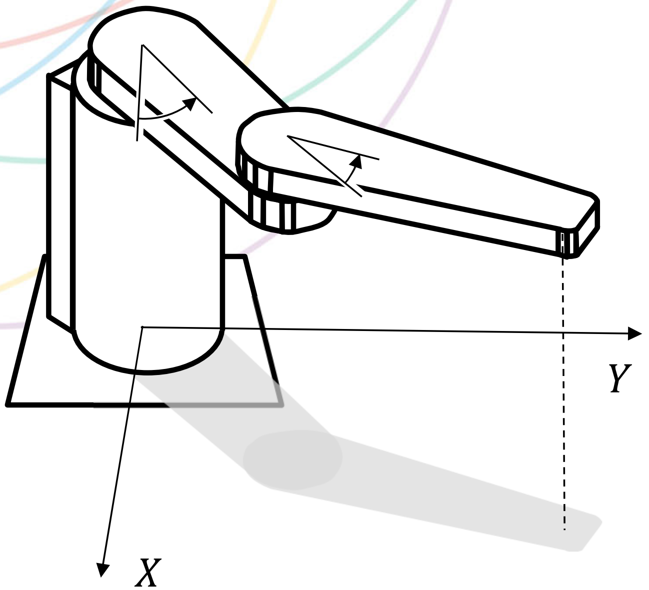
電流制御こそ王道！（当時）



- 動的制御するには，電流制御できないと意味ない！
- 動的制御は計算量が問題（計算の並列化なども研究になった）．

すべて「コンピュータ技術」が解決してしまった

ロボットの運動方程式



Lagrange の運動方程式

偏微分を伴う，解析的計算に基づく導出

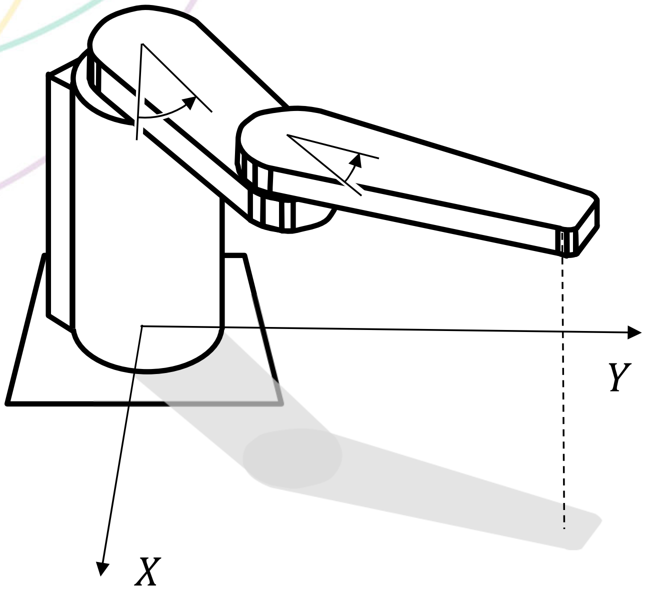
Newton-Euler の運動方程式

漸化的計算に基づく導出

実はこんなことはどうでもいいんです！

ロボットの運動方程式

Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory



もっとも重要なのは

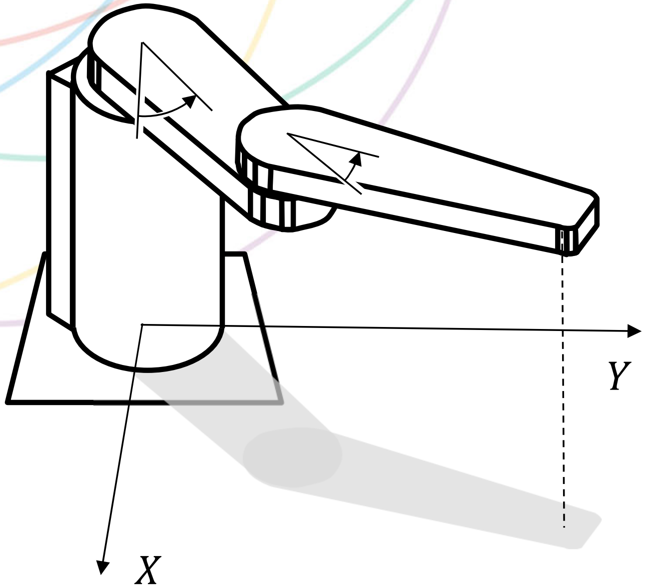
どんなロボットでも，どんな方法を使っても，運動方程式は

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

という形になること

いろいろな制御をツッコむと，何が起こるかを予測できる

各軸フィードバックの安定性



$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

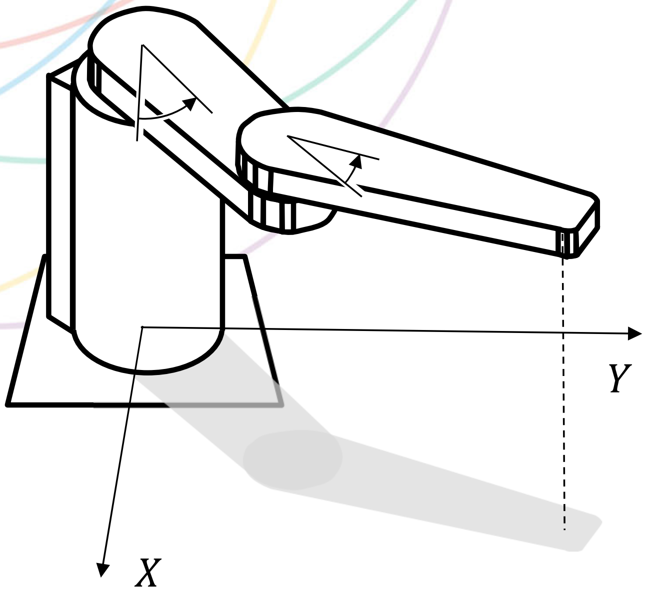
にいろいろな制御をツッコむと，
何が起こるかを予測できる

各軸フィードバック制御

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{K}_p(\boldsymbol{q}_d - \boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{q}}$$

は，モータの減速比とフィード
バックゲインが十分に大きければ
安定

各軸フィードバックの安定性



$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

にいろいろな制御をツッコむと，
何が起こるかを予測できる

各軸フィードバック制御
＋重力補償

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{K}_p(\boldsymbol{q}_d - \boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$

は，無条件に安定

Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory

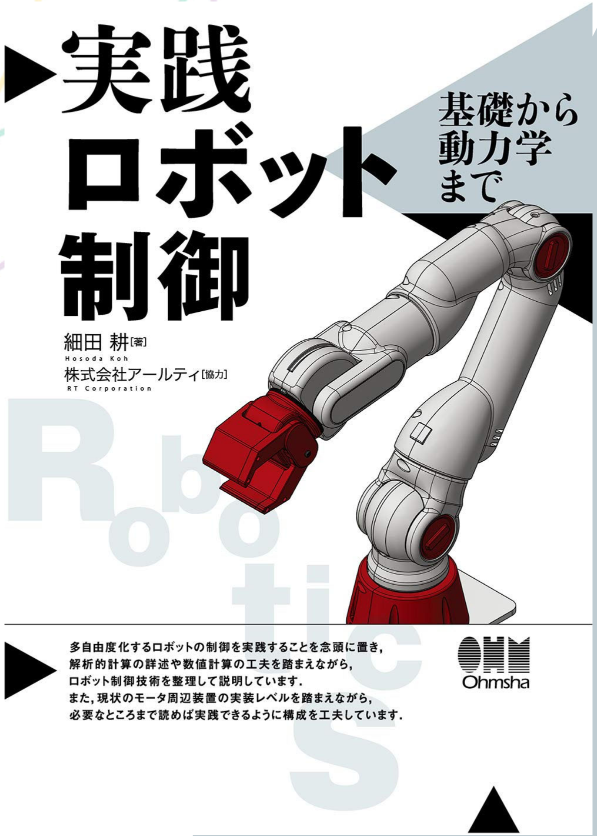
数学・物理学と実践との橋渡し

運動方程式自体の実装はどうでもよい（どうでもよくない）

運動方程式の性質を見据えた「動的制御」を考える

退屈な理論ではなく，数学・物理学が実践へとつながる

なぜ「実践」なのか

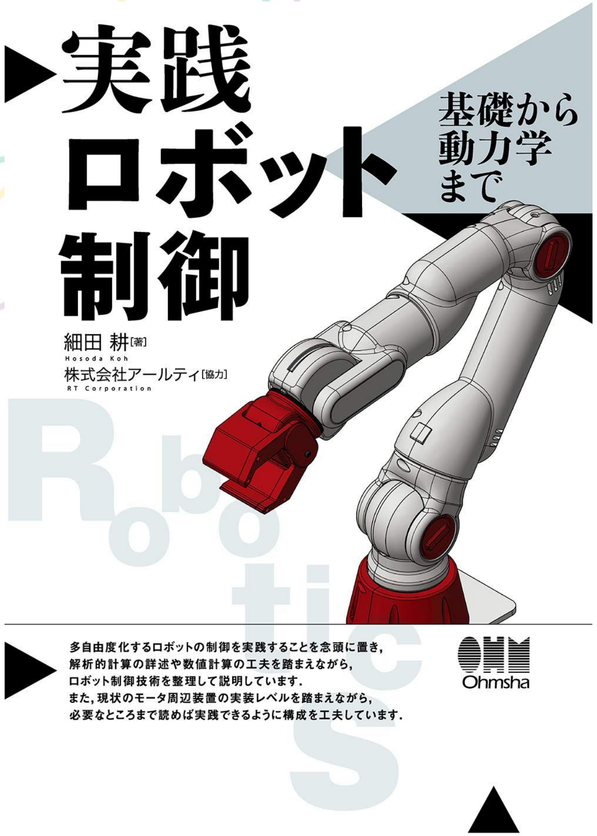


「大学」の学力を前提とした技術を提供する

数学・物理学の実践としてのロボット制御

初学者にやさしい教科書．でもしっかり理論は押さえる

本日の資料と授業ビデオ



教科書

授業ビデオのページ

本資料

Softness is Source of Intelligence
Hosoda Lab.
Adaptive Robotics Laboratory