ダイナミカルシステムの
過渡応答と安定性について（１）

制御工学１ ④

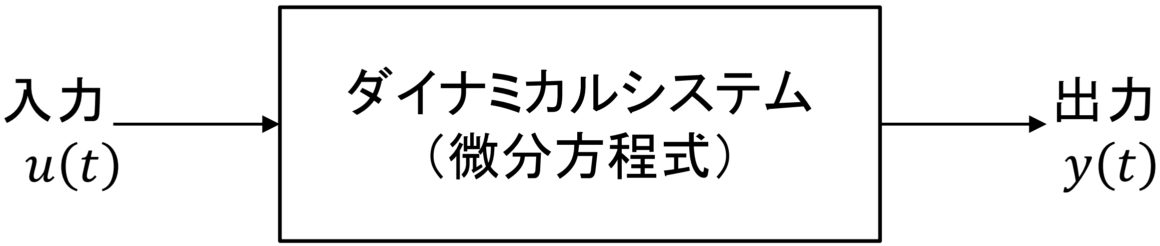
機械理工学専攻

細田　耕

本日の授業のゴール

- インパルス応答とステップ応答
- １次系の応答

ダイナミカルシステム



一般的な微分方程式

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1\frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t)$$
$$= b_m\frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1}u(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1\frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t)$$

両辺をラプラス変換すると

ダイナミカルシステム

伝達関数

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0} \qquad (n\geq m)$$

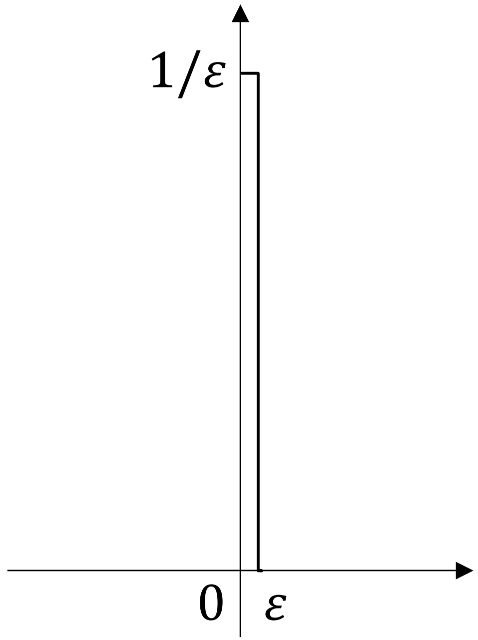
システムの極（pole）:

システムの零点（zero）:

単位インパルス関数

ディラックのδ関数（定義）

$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1, \delta(t) = 0 \text{ for } t \neq 0$



性質

$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$

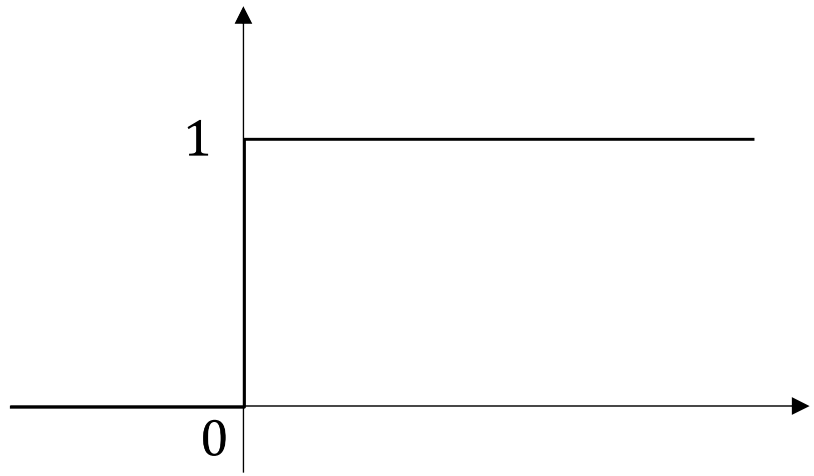
ラプラス変換

$\int_{0}^{\infty} \delta(t)\, e^{-st}dt = 1$

単位ステップ関数

$$u_s = \begin{cases} 1 & (t > 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

$$\mathcal{L}[u_s(t)] = 1/s$$



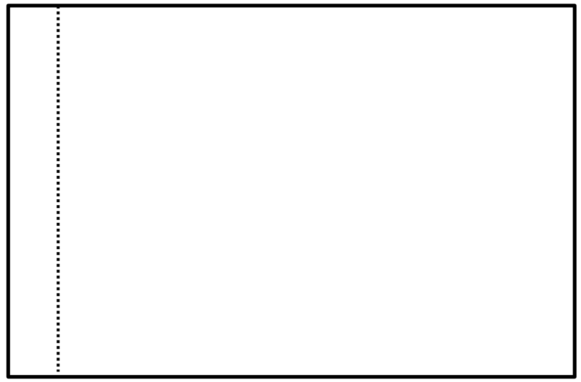
一次系の応答

一次系（あるいは一次遅れ）

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1}$$

インパルス応答

$$\mathcal{L}^{-1}[G(s)] = \frac{K}{T} e^{-t/T}$$



ステップ応答

$$\mathcal{L}^{-1}\left[G(s)\frac{1}{s}\right] = K\left(1 - e^{-t/T}\right)$$