Astronomie
Timp
Fenomene care modifică poziţia aştrilor

Cristina Blaga

9 noiembrie 2021

Obiectivele seminarului

- Timp sideral şi timp solar mediu. Transformări de timp.
- Fenomene care modifică poziţia aştrilor pe bolta cerească: refacţia astronomică, aberaţia luminii şi paralaxa.

Timp

- *Timpul sideral*, notat θ, este unghiul orar al punctului vernal.
- *Timpul solar adevărat*, notat t_a, este unghiul orar al Soarelui adevărat $H_\odot$ la care se adaugă 12^h

$$t_a = H_\odot + 12^h\,. \tag{1}$$

- *Timpul solar mediu*, notat t_m, este unghiul orar al Soarelui mediu la care adăugăm 12^h.

Ecuaţia timpului

Diferenţa dintre timpul adevărat şi timpul solar mediu, notată cu η, se numeşte *ecuaţia timpului*:

$$\eta = t_a - t_m. \tag{2}$$

Momentul de timp solar mediu corespunzător unui moment de timp sideral dat

- Fie două fenomene astronomice, care s-au produs la momentele de timp sideral cunoscute θ şi θ_0.
- Momentele de timp solar mediu corespunzătoare sunt notate t_m şi t_{m_0}.
- Dacă ştim momentul de timp solar mediu t_{m_0}, pentru a afla momentul de timp solar t_m, folosim relaţia

$$t_m - t_{m_0} = \frac{365,2422}{366,2422}(\theta - \theta_0). \tag{3}$$

Timpul sideral la miezul nopţii

- La miezul nopţii, Soarele este la culminaţia inferioară şi timpul solar mediu local este 0^h.
- Timpul sideral corespunzător la Greenwich notat $\theta_{0\,Gr}$ este publicat în anuarele astronomice.
- Timpul sideral la miezul nopţii într-o localitate de longitudine L se poate aflǎ din

$$\theta_0 = \theta_{0\,Gr} - 9,856^s L \tag{4}$$

unde L se exprimă în ore şi fracţiuni de oră, cu semn plus pentru emisfera estică şi minus în emisfera vestică.

Momentul de timp sideral corespunzător unui moment de timp solar mediu dat

- Reciproc, momentul de timp solar mediu t_m se transformă în timp sideral, θ, cu ajutorul relaţiei:

$$\theta = \theta_0 + \frac{366,2422}{365,2422} \cdot (t_m - t_{m_0}) \qquad (5)$$

unde timpul solar mediu t_{m_0} şi timpul sideral corespunzător θ_0 sunt cunoscute.

Timpul şi longitudinea

Fie un eveniment astronomic observat simultan din două locuri de pe Pământ A şi B, la momentele de timp măsurate t_A, t_B, atunci

$$t_A - t_B = L_A - L_B \tag{6}$$

unde t poate fi unghi orar, timp sideral, timp solar mediu sau adevărat, iar longitudinile L_A şi L_B, exprimate în ore, minute şi secunde de timp sunt pozitive pentru localităţile aflate în emisfera terestră estică şi negative în cea vestică.

Timpul solar mediu

- Pentru un loc dat de pe glob timpul solar mediu este

$$t_m = H_\odot + 12^h + \eta \tag{7}$$

unde $H_\odot$ este unghiul orar al Soarelui măsurat din locul considerat, iar η ecuaţia timpului.

- Pentru un observator de la Greenwich ($L_{Gr} = 0^h$) şi

$$t_{m\,Gr} = t_m - L = H_\odot + 12^h + \eta - L, \tag{8}$$

unde unghiul orar al Soarelui este măsurat din locul de longitudine L.

Timp universal, timp local

- Timpul local al meridianul Greenwich este *timpul universal*, notat TU.
- Timpul local pentru un observator aflat la longitudinea L, exprimată în grade şi fracţiuni de grad, este dat de formula

$$T = TU \pm n \qquad \text{unde } n = [(|L| + 7,5) : 15] \tag{9}$$

unde semnul $+$ este pentru longitudine estică, iar semnul $-$ pentru longitudine vestică, iar $[a]$ este partea întreagă a numărului a.

Timpul legal român, ora oficială de vară

- Timpul legal român este

$$T = TU + 2^h \tag{10}$$

- Din ultimul sfârşit de săptămână din martie până în ultimul sfârşit de săptămână de octombrie se foloseşte *ora oficială de vară*

$$T = TU + 3^h\,. \tag{11}$$

Probleme

1. Să se afle timpul sideral local corespunzător momentului de timp solar mediu local $t_m = 18^h 21^m 41^s$, ştiind că timpul sideral mediu la Greenwich la 0^h TU este $\theta_{Gr} = 9^h 35^m 42,95^s$. Observaţiile se fac de la longitudinea vestică $L = 66^\circ 38' 28''$.
2. Din Cluj-Napoca s-a observat un satelit artificial al Pământului la ora legală $t = 17^h 35^m 43,2^s$. Care a fost momentul sideral al observaţiei, ştiind longitudinea observatorului $L_C = 1^h 34^m 23,46^s$ şi că timpul sideral la miezul nopţii la Greenwich a fost $1^h 13^m 32,6^s$.

Probleme

3. Calculaţi ora legală corespunzătoare momentului de timp solar adevărat 16^h05^m ştiind că ecuaţia timpului în acel moment a fost $+1^m45^s$, iar longitudinea locului este $2^h30^m15^s$ (longitudine estică).
4. Când la Moscova este miezul zilei (12^h) la Kazan ceasul indică 12^h46^m. Calculaţi longitudinea localităţii Kazan ştiind că longitudinea Moscovei este 2^h30^m?

Probleme

5. De pe o corabie s-a observat culminaţia superioară a Soarelui la 8^h23^m după un cronometru care indica timpul sideral Greenwich. Distanţa zenitală a Soarelui în acel moment a fost $z = 22^\circ 2'$. Să se găsească latitudinea şi longitudinea locului în care se găsea corabia, ştiind că la acel moment coordonatele ecuatoriale ale Soarelui au fost: $\alpha = 5^h26^m$, $\delta = -18^\circ 25'$.

Fenomene care modifică poziţia aştrilor pe cer

Refracţia astronomică

- Datorită *refracţiei astronomice* astrul se vede mai sus decât este în realitate.
- Fie z distanţa zenitală a astrului şi z_0 distanţa zenitală măsurată (aparentă) a astrului. Atunci are loc relaţia

$$z = z_0 + k \cdot \mathrm{tg} z_0 \tag{12}$$

unde $k = 60,3''$ este constanta refracţiei.

Fenomene care modifică poziţia aştrilor pe cer

Paralaxa diurnă

- *Paralaxa diurnă* este unghiul sub care se vede din astru raza Pământului.
- Fie z distanţa zenitală topocentrică a astrului, z_0 distanţa zenitală geocentrică a astrului şi $p = z - z_0$ unghiul de paralaxă diurnă. Atunci are loc relaţia

$$\sin p = \frac{R_\oplus}{r_0} \sin z. \tag{13}$$

  unde $R_\oplus$ este raza Pământului.
- p este maxim când astrul este la orizont $\Rightarrow \sin p_0 = \frac{R_\oplus}{r_0}$, unde p_0 este paralaxa orizontală a astrului.

Fenomene care modifică poziţia aştrilor pe cer

Paralaxa trigonometrică

- *Paralaxa anuală* sau *trigonometrică*, notată π este unghiul sub care se vede din astru semiaxa mare a orbitei terestre.
- Are loc relaţia
$$\sin \pi = \frac{a}{r} \tag{14}$$
unde a este distanţa medie Soare-Pământ, iar r distanţa topocentrică a stelei.
- Distanţa de la care semiaxa mare a orbitei terestre se vede sub un unghi de o secundă de arc este egală cu un *parsec* şi
$$1\ pc = 206265\ u.a. = 3,08 \cdot 10^{16}\ m = 3,26\ a.l. \tag{15}$$
unde *u.a.* este unitatea astronomică iar *a.l.* este distanţa parcursă de un foton în vid într-un an tropic.

Probleme

6. O stea circumpolară culminează superior la nord de Zenit la o distanţă zenitală măsurată de $17^\circ\ 14'\ 32''$. La culminaţia inferioară distanţa zenitală măsurată a stelei a fost $67^\circ\ 29'\ 51''$. Calculaţi declinaţia stelei şi latitudinea observatorului ţinând seama de refracţie. Constanta refracţiei este egală cu $60.3''$.

Probleme

7. Distanta zenitală aparentă măsurată a Lunii a fost egală cu $43^\circ 28'$. Calculaţi distanţa zenitală adevărată a Lunii aproximând paralaxa orizontală a Lunii cu $60'$. (Neglijaţi refracţia astronomică.)
8. Un satelit geostaţionar care se mişcă în planul ecuatorului terestru se află la o distanţă de $4.2 \cdot 10^4$ km de centrul Pământului. Calculaţi paralaxa orizontală a satelitului. Presupuneţi că raza Pământului este $6.38 \cdot 10^3$ km.

Probleme

9. Aflaţi paralaxa unei stele aflate la i) 25 pc distanţă, respectiv la ii) 94 ani lumină distanţă.
10. Paralaxele a două stele sunt $0.074''$, respectiv $0.047''$. Cele două stele au aceeaşi ascensie dreaptă, declinaţiile lor fiind 62°N, respectiv 56°N. Calculaţi distanţele de la Soare la cele două stele şi distanţa dintre ele. Exprimaţi distanţele cerute în parseci.

Astronomie
Mişcarea în sistemul solar
Legile lui Kepler

Cristina Blaga şi Iulia Mircescu

11 ianuarie 2022

Obiectivele seminarului

- Problema celor două corpuri.
- Legile lui Kepler. Mişcarea în sistemul solar.

Problema celor două corpuri

Fie m_1 şi m_2 masele a două corpuri grele şi $\vec{r}_{12}$ vectorul de poziţie al lui m_2 în raport cu m_1.
Conform legii atracţiei universale a lui Newton, corpurile se atrag cu o forţă proporţională cu produsul maselor lor şi invers proporţională cu pătratul distanţei dintre ele.

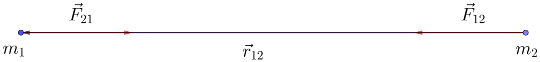


Figura: Forţele cu care corpurile se atrag sunt egale şi de sens contrar

Legea atracţiei universale

Forţa $\overrightarrow{F}_{21}$ cu care m_1 acţionează asupra lui m_2 este

$$\overrightarrow{F}_{21} = -G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\overrightarrow{r}_{12}}{r}, \tag{1}$$

unde $G = 6.668 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$ este constanta atracţiei gravitaţionale, $r = ||\vec{r}_{12}||$ distanţa dintre corpuri şi $\frac{\overrightarrow{r}_{12}}{r}$ versorul vectorului $\overrightarrow{r}_{12}$.

Forţa $\overrightarrow{F}_{12}$ cu care m_2 acţionează asupra lui m_1 este egală şi de sens contrar cu $\overrightarrow{F}_{21}$,

$$\overrightarrow{F}_{21} = -\overrightarrow{F}_{12}\,. \tag{2}$$

Legea I a lui Kepler (1609)

Teoremă

Planetele descriu în jurul Soarelui elipse cu Soarele aflat într-unul dintre focare.

Legea a doua a lui Kepler sau legea ariilor (1609)

Definiţie

Fie un punct material a cărui mişcare este studiată în raport cu un reper dat. Raza vectoare punctului material este vectorul de poziţie al punctului în raport cu reperul dat.

Teoremă

Raza vectoare a planetei descrie egale arii egale în intervale de timp egale.

Elementele elipsei

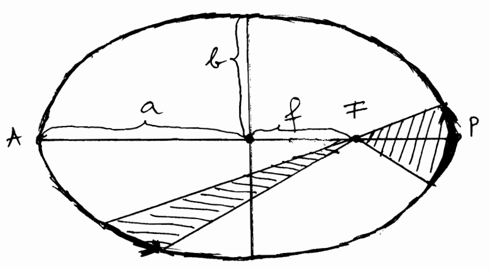


Figura: Elementele unei elipse şi legea a II-a lui Kepler

Legea a treia exactă a lui Kepler

Teoremă

Pătratul perioadei de revoluţie a corpului m_1*, respectiv* m_2*, creşte proporţional cu semiaxa mare a orbitei sale şi invers proporţional cu suma maselor corpurilor din sistem.*

Adică

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} \tag{3}$$

unde T_i, $i \in \{1, 2\}$, sunt perioadele de revoluţie a celor două corpuri în jurul centrului comun de masă, a_i, $i \in \{1, 2\}$, semiaxele mari ale orbitelor, iar m_i, $i \in \{1, 2\}$, masele celor două corpuri.

Legea a III-a a lui Kepler (1617)

Teoremă

Pătratul perioadei siderale a planetelor care se mişcă în jurul Soarelui este proporţional cu cubul semiaxelor mari ale orbitelor descrise de acestea.

Ea se obţine din legea a III-a exactă, dacă la numitorul ultimului raport suma maselor celor două corpuri se înlocuieşte cu masa Soarelui, pentru că masa oricărei planete este neglijabilă în raport cu masa Soarelui. Astfel

$$\frac{T_p^2}{a_p^3} = \frac{4\pi^2}{GM_\odot} \tag{4}$$

unde T_p este perioada siderală a planetei, iar a_p semiaxa mare a orbitei ei.

Dacă exprimăm perioada orbitală a corpului în ani siderali, notată cu T, şi semiaxa mare a orbitei, notată a, în unităţi astronomice atunci pe baza legii a treia a lui Kepler obţinem

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_\oplus^2}{a_\oplus^3} = 1\,, \tag{5}$$

pentru că $T_\oplus$= 1 an sideral, iar $a_\oplus$= 1 unitate astronomică.

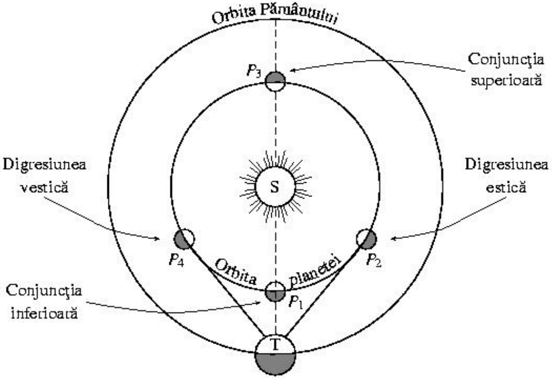
Planete interioare ($a < 1$u.a.)

Definiţie

Unghiul Soare-Pământ-planetă se numeşte elongaţia planetei.

- Observate de pe Pământ, Mercur şi Venus se văd mereu în vecinătatea Soarelui.
- Valoarea maximă a elongaţiei planetelor interioare se atinge când direcţia Pământ-planetă este tangentă orbitei descrise de planetă, *i.e.* este unghiul sub care se vede raza orbitei planetei de pe Pământ.

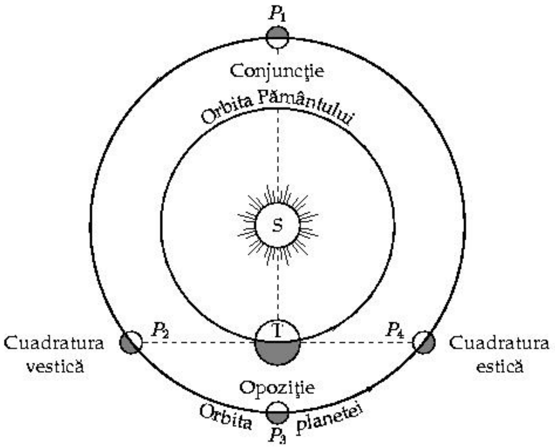
Configuraţii ale planetelor interioare



Planetele exterioare ($a > 1$u.a.)

- Planetele Marte, Jupiter, Saturn, Uranus şi Neptun au orbitele în afara orbitei terestre.
- Elongaţia planetelor exterioare variază între 0° şi 360°, *i.e.* că, în anumite perioade ale anului, aceste planete pot fi văzute la orice oră din noapte.

Configuraţii ale planetelor exterioare



Perioada sinodică a planetei

Definiţie

Timpul scurs între două configuraţii consecutive de acelaşi tip ale unei planete în raport cu Soarele, observate de pe Pământ se numeşte **perioada sinodică** a planetei.

Teoremă

Dacă notăm cu S perioada sinodică a planetei, cu T_{pl} şi $T_{\oplus}$ perioada siderală a planetei şi perioada siderală a Pământului, atunci are loc relaţia

$$\frac{1}{S} = \pm\left(\frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{pl}}\right) , \tag{6}$$

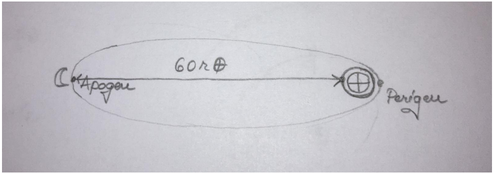
unde semnul plus este pentru planetele exterioare.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

1. Un satelit artificial al Pământului se mişcă astfel încât perigeul orbitei sale este la suprafaţa Pământului şi apogeul la distanţa medie Pământ-Lună (60 de raze terestre). Ştiind că un satelit care se mişcă pe o orbită circulară la suprafaţa Pământului are perioada orbitală de 84 de minute, decideţi care este perioada de mişcare a satelitului dat (a) 27,9 zile, (b) 9,9 zile, (c) 4,9, sau (d) 13,7 zile.

Figura problemei 1



Soluţia problemei 1

Pasul 1. Identificăm datele problemei:
$T_{sat} = ?$, $a_{sat} = [(60+2)\cdot r_P] : 2 = 31 \cdot r_P$ (semiaxa mare a satelitului, vezi figura).
$T_{sat'} = 84$ min, $a_{sat'} = \frac{2\cdot r_P}{2} = r_P$.
Pasul 2. Aplicăm legea a treia a lui Kepler, în două sisteme satelit - Pământ,

$$\frac{T_{sat}^2}{a_{sat}^3} = \frac{T_{sat'}^2}{a_{sat'}^3} \Leftrightarrow \frac{T_{sat}^2}{31^3 r_P^3} = \frac{84^2}{r_P^3}$$
$$\Rightarrow T_{sat}^2 = 84^2 \cdot 31^3$$
$$\Rightarrow T_{sat} = 14478.24^{min} = 10.05^{zile},$$

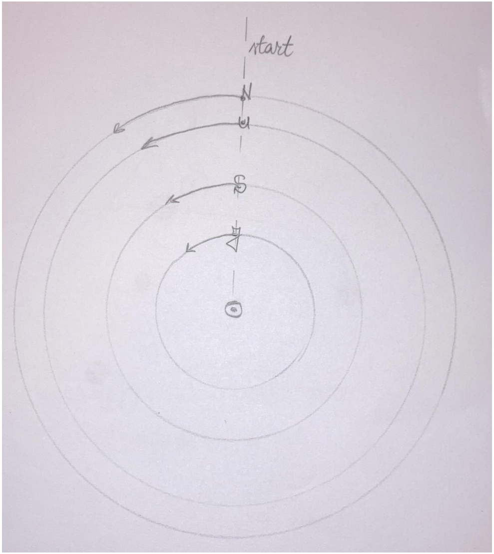
deci răspunsul corect este **b)**.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

2. Presupunem că planetele Jupiter, Saturn, Uranus şi Neptun se văd pe aceeaşi linie privite din Soare, spunem că se află într-o conjuncţie cvadruplă. Calculaţi cât timp va trece până la următoarea conjuncţie cvadruplă (planetele se văd la distanţă unghiulară mai mică de $\pm 10^\circ$ longitudine ecliptică). Presupuneţi că orbitele planetelor sunt circulare şi coplanare, iar perioadele lor siderale sunt de 11,852, 29,458, 84,014 şi 164,793 ani.

Figura problemei 2



Soluţia problemei 2

Observăm că fiecare planetă ajunge din nou la "Start" (vezi figura) după un multiplu al perioadei sale orbitale (siderale). Deci, calculăm cel mai mic multiplu comun al perioadelor siderale. Putem rotunji perioadele la numere întregi, deoarece este permisă eroarea distanţei unghiulare de $\pm 10^\circ$ longitudine ecliptică. Aşadar,

$$T_J \approx 12 = 2^2 \cdot 3;$$
$$T_S \approx 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$
$$T_U \approx 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7;$$
$$T_N \approx 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7, \text{ iar}$$
$$[T_J, T_S, T_U, T_N] = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840 \text{ ani.}$$

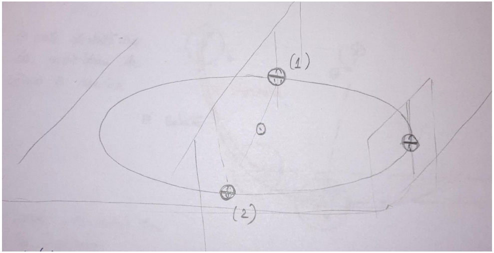
Pentru perioada lui Neptun am dedus faptul că este utilă aproximarea de 168 ani în urma descompunerii variantelor de răspuns şi căutarea factorilor comuni care apar în acestea.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

3. Planeta Uranus se roteşte în jurul unei axe proprii, care este inclusă în planul orbitei sale în jurul Soarelui. Uranus face o revoluţie completă în jurul Soarelui în 84 de ani. Ca urmare, Soarele traversează ecuatorul ceresc al lui Uranus, o dată la (a) 2 ani, (b) 84 de ani, (c) 42 de ani sau (d) 21 de ani.
   Indicaţie: Înclinarea planului orbitei lui Uranus faţă de ecliptică este de 0,77°, de aceea putem presupune că mişcarea lui Uranus are loc în planul eclipticii.
   Ecuatorul ceresc a lui Uranus este cercul mare de pe sfera cerească aflat la intersecţia ecuatorului planetei cu sfera cerească.

Figura problemei 3



Soluţia problemei 3

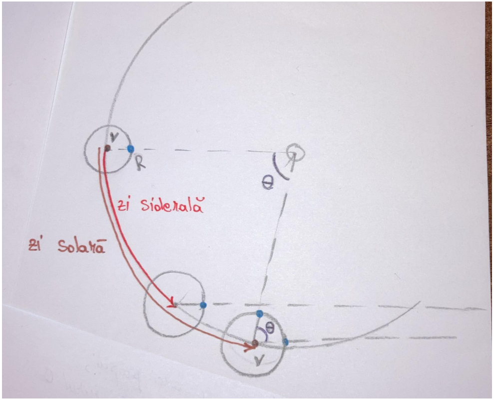
Analizând figura, axa de rotaţie a planetei este inclusă în planul orbital. Dar axa de rotaţie este perpendiculară pe planul ecuatorial, deci planul ecuatorial este perpendicular pe planul orbital şi pe axă.
Prin urmare, există un singur astfel de plan, care trece prin Soare, şi care determină poziţiile (1) şi (2) ale lui Uranus, "simetrice" în raport cu Soarele.
Aşadar, fenomenul se produce o dată la $84 : 2 = 42$ ani, deci răspunsul corect este **c)**.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

4. Venus se roteşte în jurul axei proprii în sens retrograd (*i.e.* în sens orar pentru un observator aflat în polul ecliptic nord) cu o perioadă de 243 de zile. Axa de rotaţie a planetei este aproximativ perpendiculară pe planul orbitei sale în jurul Soarelui. Perioada de revoluţie în jurul Soarelui este de 225 de zile. Dacă un observator de pe Venus vede Soarele la meridian la un moment dat, câte zile trec până când Soarele revine la meridian? O analiză grafică vă poate ajuta să alegeţi valoarea corectă dintre următoarele: (a) 486 zile, (b) 247 zile, (c) 117 zile sau (d) 18 zile.

Figura problemei 4



Soluţia problemei 4

Fie s durata unei zile solare, adică intervalul de timp până când Soarele revine la meridian.

În intervalul de timp s, Venus a parcurs: $\theta = \omega_{orb} \cdot s = \frac{2\pi}{T_{orb}} \cdot s$.

În intervalul de timp s, R (reperul spre Sud) a parcurs:

$\alpha = \omega_{rot} \cdot s = \frac{2\pi}{T_{rot}} \cdot s$.

Dar $\alpha = 2\pi + \theta$, adică $\frac{2\pi}{T_{rot}} \cdot s = \frac{2\pi}{T_{orb}} \cdot s + 2\pi$, de unde, prin înmulţire cu $\frac{1}{2\pi s}$, avem

$$\frac{1}{T_{rot}} = \frac{1}{T_{orb}} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s} = \frac{1}{T_{rot}} - \frac{1}{T_{orb}},$$

de unde $\frac{1}{s} = \frac{1}{-243} - \frac{1}{225} \Rightarrow s = -116,8 \approx -117$ zile. Am folosit $T_{rot} = -243$ zile deoarece Venus se roteşte în sens retrograd în jurul axei sale.

Deci, durata unei zile solare este de 117 zile. Semnul minus semnifică faptul că Soarele răsare la Vest şi apune la Est.

Răspuns: **c)**.

Probleme

5. Un asteroid are semiaxa mare egală cu 4 unităţi astronomice. Să se afle perioada siderală a asteroidului.
6. Perioada sinodică a planetei Marte este egală cu 780 zile. Calculaţi distanţa medie de la Soare la Marte, exprimată în unităţi astronomice.

Soluţia problemei 5

Se cunoaşte semiaxa mare a asteroidului şi se doreşte perioada siderală a acestuia. Prin urmare, aplicăm legea a treia a lui Kepler, cu perioada siderală exprimată în ani siderali şi cu semiaxa mare exprimată în unităţi astronomice. Astfel,

$$\frac{T_{ast}^2}{a_{ast}^3} = \frac{T_P^2}{a_P^3} = 1.$$

Deci, $T_{ast}^2 = a_{ast}^3 = 4^3$, deci $T_{ast} = 2^3 = 8$ ani siderali.

Soluţia problemei 6

Marte este planetă exterioară, prin urmare,

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_M},$$

unde S este perioada sinodică a lui Marte, dată. În urma calculelor, avem

$$T_M = \frac{T_P \cdot S}{S - T_P} = \frac{T_P}{1 - \frac{T_P}{S}}.$$

$T_P = 1$ an sideral, iar $T_M = \frac{780}{365{,}2565} = 2,135$ ani siderali, folosind regula de trei simplă.
Prin urmare, $T_M = \frac{1}{1 - \frac{1}{2{,}135}} = 1,88$ ani siderali.
Dar problema cere distanţa medie de la Soare la Marte, adică semiaxa mare a planetei. Aşadar, aplicăm legea a treia a lui Kepler:

$$\frac{T_M^2}{a_M^3} = 1 \Rightarrow a_M = 1,523 \text{ u.a.}$$

Astronomie
Soare-Pământ-Lună

Cristina Blaga

11 ianuarie 2022

Obiectivele seminarului

- Orbita Lunii. Fazele Lunii
- Eclipsele de Lună şi de Soare

Fazele Lunii

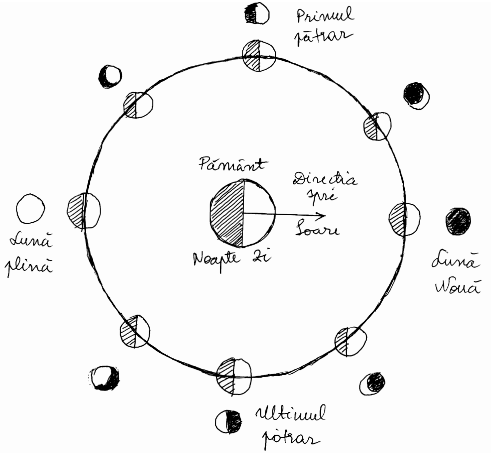


Figura: Luna are aspect schimbător, uneori este ca o seceră subţire, alteori un disc complet, luminos.

Luna sinodică şi luna siderală

Definiţie

Intervalul de timp scurs între două faze consecutive de acelaşi tip ale Lunii se numeşte *lună* sau *perioadă sinodică*.

O lună sinodică are în medie 29,53059 zile solare medii.

Definiţie

Intervalul de timp scurs între două treceri succesive ale Lunii prin dreptul aceleiaşi stele se numeşte *lună* sau *perioadă siderală*.

O lună siderală are în medie 27,32166 zile. solare medii.

Orbita Lunii

- Luna descrie o elipsă cu Pământul într-un focar.
- $a = 384400$ km, $e = 0,05490$.

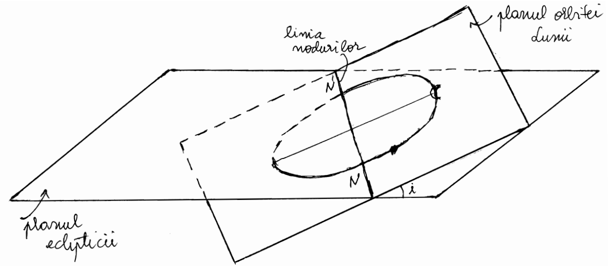


Figura: Înclinarea planului orbitei Lunii şi linia nodurilor $i = 5°9'$.

Rotaţia Lunii

- Luna se roteşte în jurul unei axe înclinate cu $6^\circ 7'$ faţă de planul orbitei sale.
- Perioada de rotaţie a Lunii în jurul propriei axe este egală cu perioada siderală.
- Luna are mici oscilaţii în jurul poziţiei de echilibru $\Rightarrow$ de pe Pământ vedem aproximativ 60% din suprafaţa Lunii.

Eclipsa de Lună

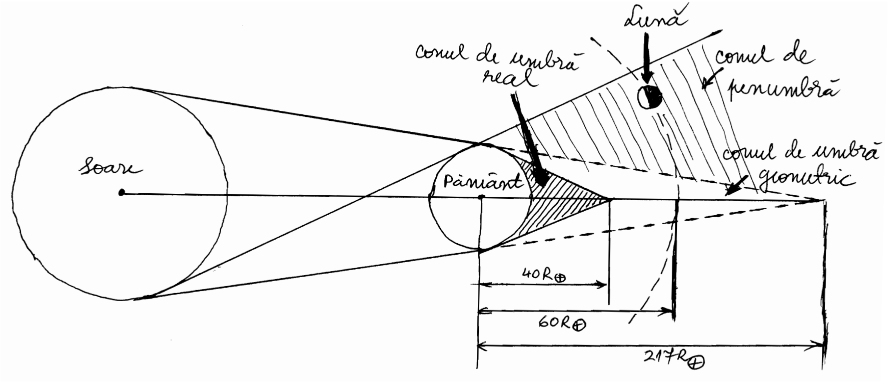


Figura: Conul de umbră geometric, adevărat şi conul de penumbră al Pământului

Eclipsa de Soare

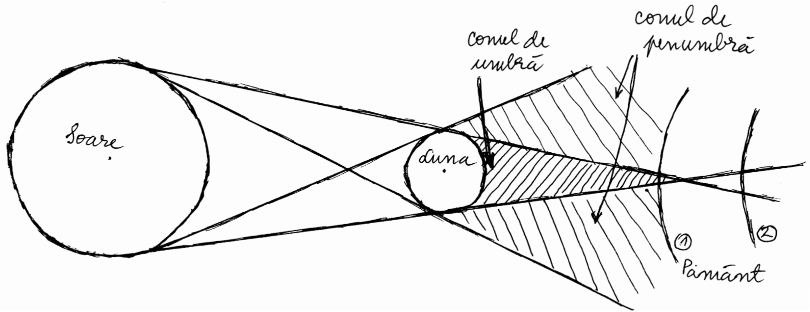


Figura: Geometria eclipsei de Soare: totale (Pământul în poziţia 1) şi inelare (Pământul în poziţia 2).

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

1. Luna
   (a) răsare în Vest şi apune în Est;
   (b) răsare cu aproximativ 50 de minute mai târziu în fiecare seară;
   (c) răsare cu aproximativ 50 de minute mai devreme în fiecare seară sau
   (d) este în faza de Lună plină când traversează meridianul locului la amiaza locală.

   Răspuns: (b) Luna se mişcă printre stele spre Răsărit cu aproximativ 13°/zi, de aceea răsare mai târziu cu aproximativ 50 de minute în fiecare zi.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

2. Punctul de pe orbita Lunii aflat la distanţă minimă de centrul Pământului se numeşte
   (a) periheliu;
   (b) apogeu;
   (c) afeliu sau
   (d) perigeu.

Răspuns: (d) *peri* (gr.) = cel mai apropiat, *Geos* (gr.) = Pământ $\Rightarrow$ perigeu.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

3. Când pentru un observator de pe Pământ, Luna este în opoziţie cu Soarele, faza Lunii este
   (a) Lună plină;
   (b) Lună nouă;
   (c) primul pătrar sau
   (d) ultimul pătrar.

   Răspuns: (a). Cum Luna este în opoziţie cu Soarele, Pământul se află între cele două corpuri cereşti şi Luna este în faza de *Lună plină*.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

4. O eclipsă totală de Lună este vizibilă
   (a) numai dintr-o fâşie îngustă de pe suprafaţa Pământului;
   (b) de pe aproximativ o jumătate din suprafaţa Pământului;
   (c) numai aproape de momentul la care Luna este în faza de Lună nouă sau
   (d) numai în apropierea trecerii Lunii la meridian spre Nord.

   Răspuns: (b) de pe aproximativ o jumătate din suprafaţa Pământului, pentru că pentru că eclipsele de Lună sunt vizibile dacă Luna este deasupra orizontului.

Probleme

14. Ştiind că distanţa de la Pământ la Lună creşte cu 3 cm pe an, calculaţi peste câţi ani nu se vor mai putea observa eclipse totale de Soare de pe Pământ?

Soluţia problemei 13

Eclipsele totale de Soare se produc pentru că discul Lunii acoperă total discul Soarelui. Având în vedere că Luna se îndepărtează de Pământ, eclipsele totale de Soare se vor produce până când diametrul unghiular maxim al Lunii va fi mai mare sau egal cu diametrul unghiular minim al Soarelui.
Luna are diametru unghiular maxim la perigeu:

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha_L}{2} = \frac{R_L}{a_L(1-e_L)}\,. \tag{1}$$

Soarele are diametru unghiular minim la afeliu:

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha_\odot}{2} = \frac{R_\odot}{a_\oplus(1+e_\oplus)}\,. \tag{2}$$

Soluţia problemei 13 (continuare)

Egalând cele două unghiuri obţinem

$$a_L = \frac{R_L}{R_\odot}\frac{1+e_\oplus}{1-e_L}a_\oplus = 401871.4801\mathrm{km}. \qquad (3)$$

Dacă semiaxa mare a orbitei lunare creşte cu 3 cm/an atunci ea va atinge valoarea obţinută mai sus în **582.38267 milioane de ani.**
Observaţie: Dacă se neglijează excentricitatea orbitei terestre ($e_\oplus = 0.0167$), semiaxa orbitei lunare este egală cu 395270.4633 km, valoare care se atinge în **362.34878 milioane de ani.**

Probleme

14. Pământul este un corp opac, de aceea pe direcţia Soarelui, în sens opus lui, se formează un con de umbră în care nu ajung razele de lumină ale Soarelui. Conul de umbră geometric al Pământului este mărginit de razele de lumină ale Soarelui, tangente la suprafaţa Pământului. Datorită refracţiei astronomice razele Soarelui sunt deviate la trecerea prin atmosfera terestră cu aproximativ 1°. Conul de umbră real al Pământului este mărginit de razele de lumină ale Soarelui curbate la trecerea prin atmosfera terestră.

a. Cunoscând distanţa medie de la Pământ la Soare 149,6 milioane de km şi raza Soarelui 696000 km aflaţi, exprimată în raze terestre, înălţimea conului de umbră geometric al Pământului şi înălţimea conului de umbră real al Pământului, exprimată în raze terestre. Raza Pământului este egală cu 6371 km.

b. Ştiind că distanţa medie dintre Lună şi Pământ este 384400 km şi raza Pământului, R=6371 km, stabiliţi dacă Luna trece prin conul de umbră real al Pământului. Ce legătură există între rezultatul obţinut şi aspectul Lunii în timpul fazei totale a eclipselor de Lună?

Soluţie 14.a

Notăm cu S şi P centrul Soarelui, respectiv al Pământului. Tangenta exterioară comună discurilor Soarelui şi Lunii AB intersectează linia centrelor SP în punctul V, vârful conului de umbră real al Pământului. Din asemănarea triunghiurilor VAP şi VBS obţinem

$$\frac{VP}{VS} = \frac{PA}{SB}$$

unde $VP = h$, $VS = h + 1\,u.a.$, $PA = R_{\oplus}$, $SB = R_{\odot}$, h este înălţimea conului de umbră geometric al Pământului, $R_{\oplus}$ raza Pământului, iar $R_{\odot}$ raza Soarelui.
Rezultă că

$$h = \frac{1\,u.a.}{R_{\odot} - R_{\oplus}} R_{\oplus} = 216,928\, R_{\oplus} \approx 217\, R_{\oplus}\,.$$

Soluţie 14.a (continuare)

Pentru a afla înălţimea conului de umbră real al Pământului, în interiorul triunghiului AVP, construim AV', astfel încât $m(VAV') = 1^\circ$ (vezi folia următoare).
Atunci $m(AV'P) = m(AVV') + m(VAV')$, unghi exterior triunghiului AVV'.
Din triunghiul dreptunghic PAV calculăm $AVP = AVV'$: $m(AVP) = \arcsin R_\oplus / h = 0,264^\circ$. În triunghiul PAV', din teorema sinusului obţinem

$$PV' = \frac{\sin PAV'}{\sin AV'P} PA \approx 45 R_\oplus \, .$$

Conurile de umbră ale Pământului: geometric şi real

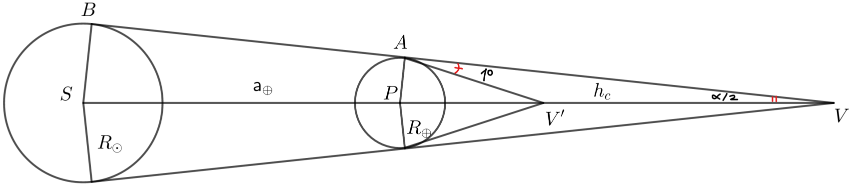


Figura: Conurile de umbră ale Pământului: real şi geometric (desenul nu este făcut la scară)

Soluţie 14.b

Distanţa medie de la Pământ la Lună este aproximativ 60 raze terestre. Luna trece prin conul de umbră geometric al Pământului, de aceea în timpul eclipselor de Lună discul ei este vizibil. Datorită refracţiei diferenţiate a razelor Soarelui la trecerea lor prin atmosfera Pământului discul Lunii are culoare roşiatică în timpul fazei de totalitate a eclipselor de Lună.

Astronomie
Planetele şi corpurile mici din sistemul solar

Cristina Blaga

11 ianuarie 2022

Obiectivele seminarului

- Planetele clasice şi pitice
- Sateliţii planetelor din sistemul solar
- Asteroizi, comete şi corpuri meteorice

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

1. Clasificarea planetelor în terestre şi gazoase se face pe baza
   (a) perioadei sinodice,
   (b) densităţii medii,
   (c) perioadei de revoluţie în jurul Soarelui sau
   (d) a diametrului planetei.

   Răspuns: (b) densităţii medii.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

2. Principala mărime care ne oferă informaţii despre densitatea medie a unei planete este
   (a) vârsta,
   (b) viteza de rotaţie în jurul propriei axe,
   (c) compoziţia internă sau
   (d) viteza de revoluţie în jurul Soarelui.

Răspuns: (c) compoziţia internă.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

3. Existenţa atmosferei unei planete este determinată de doi factori principali: temperatura şi
   (a) perioada de rotaţie proprie,
   (b) rugozitatea suprafeţei sale,
   (c) viteza de evadare de la suprafaţa planetei sau
   (d) viteza orbitală.

   Răspuns: (c) viteza de evadare de la suprafaţa planetei.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

4. Un asteroid este
   (a) o stea mică;
   (b) o planetă mică;
   (c) o planetă pitică sau
   (d) un satelit mic al unei planete.

   Răspuns: (b) o planetă mică.

Probleme

Alegeţi varianta corectă pentru următoarea afirmaţie

5. Dacă presupunem că semiaxa mare a orbitei asteroizilor din brâul principal de asteroizi este egală cu 2,7 u.a., atunci perioada lor siderală este aproximativ
   (a) 4,4;
   (b) 20;
   (c) 2,7 sau
   (d) 7,3 ani siderali.

   Răspuns: (a) 4,4 ani siderali. Din legea a treia a lui Kepler $T = a^{3/2} = 4,4$ ani siderali.

Probleme

10. a. Calculaţi temperatura la suprafaţa planetei Jupiter în ipoteza că planeta se află în echilibru termodinamic, în rotaţie rapidă. Albedoul planetei este egal cu 0,51. Pentru a calcula energia incidentă, consideraţi Soarele a fi un corp negru de temperatură $T = 5800$ K şi folosiţi legea lui Stefan-Boltzmann.
    b. Folosind temperatura determinată la punctul precedent şi legea lui Wien, determinaţi lungimea de undă în care intensitatea radiaţiei emise atinge maximul.
    c. Din măsurători s-a dedus că intensitatea maximă a radiaţiei emise de Jupiter se atinge la $\lambda = 19 \mu m$. Care este de fapt temperatura la suprafaţa planetei Jupiter? Cum explicaţi rezultatul găsit?

Soluţie

10. a. Temperatura la suprafaţa unei planete, în echilibru termodinamic, în rotaţie rapidă, de albedou A este dată de formula[1]

$$T_p = T_\odot \left(\frac{1-A}{4}\right)^{1/4} \left(\frac{R_\odot}{a}\right)^{1/2} .$$

Obţinem că temperatura la suprafaţa lui Jupiter este $T_{J1} \approx 103$ K.

[1] Demonstarţia formulei o găseşti în notitele de curs 11, relaţia (2), folia 16.

Continuarea soluţiei

10. b. Cu ajutorul legii lui Wien $\lambda_{max}/(1\text{cm}) = 0,29\text{K}/T$ calculăm lungimea de undă la care se atinge intensitatea maximă a radiaţiei unui corp negru cu temperatura T_{J1}:
$\lambda_{max} = 28,25\mu m$.
10. c. Folosind legea lui Wien, temperatura la suprafaţa lui Jupiter dedusă din observaţii este $T_{J2} = 152,63$ K. Ea este mai mare decât cea obţinută la punctul a. Temperatura T_{J1} reprezintă temperatura la suprafaţa planetei datorată radiaţiei primite de planetă de la Soare, reemisă în exterior. Radiaţia corespunzătoare lui T_{J2} este energia totală emisă de Jupiter în exteriorul ei. Energia suplimentară este produsă în interiorul planetei. În cazul planetei Jupiter, energia suplimentară provine din contracţia gravitaţională a planetei.

Probleme

Rezolvaţi următoarele probleme folosind distanţa Roche

11. a. Cometa Kohoutek 1973f s-a apropiat la 0,15 u.a. de Soare. Calculaţi densitatea minimă pe care a avut-o cometa, ştiind că nu s-a fărămiţat la trecerea prin periheliul orbitei sale.
    b. Presupunând că densitatea medie a planetei a fost de 1 g/cm^3, cât de tare s-ar fi putut apropia de Soare această cometă fără a se fărâmiţa?
    Masa Soarelui este $M_\odot = 2 \times 10^{30}$ kg, raza Soarelui $R_\odot = 696000$ km şi 1 u.a.=149,6 milioane km.

Soluţie

11. a. Distanţa minimă la care se poate apropia un corp de densitate ρ de un alt corp fără a fi fragmentatat este distanţa Roche

$$d_R = 2,52\, R \sqrt[3]{\frac{\bar{\rho}}{\rho}} = \sqrt[3]{\frac{12M}{\pi\rho}}$$

unde M şi R sunt masa şi raza celui de-al doilea corp, iar $\bar{\rho}$ este densitatea medie a lui. Pentru că a trecut pe lângă Soare fără a se fragmenta, cometa a avut densitatea mai mare decât următoarea densitate

$$\rho_{min} = \frac{12M_{\odot}}{\pi d_R^3} = 0,676 kg/m^3 \,,$$

unde $d_R = 0,15$ u.a.

Continuarea soluţiei

11.b Pentru a afla distanţa la care s-ar fi putut apropia de Soare cometa fără a fi fărămiţată înlocuim în

$$d_R = 2,52\, R \sqrt[3]{\frac{\bar{\rho}}{\rho}}$$

$\bar{\rho}$ cu densitatea medie a Soarelui, iar ρ cu densitatea medie a cometei (transformată în kg/m^3). Obţinem astfel

$$d_R = 2,52\, R_\odot \sqrt[3]{\frac{3M_\odot}{4\pi R_\odot^3 \rho}} = 2,83 R_\odot = 0,013 \text{u.a.}\,.$$

Probleme

12. Cometa Ikeya-Seki a trecut la periheliul orbitei sale în 1965. Când cometa s-a aflat la distanţă minimă de Soare, coada ei s-a văzut sub un unghi de 20 de grade. Presupunând că atunci cometa s-a aflat la o unitatea astronomică de Pământ şi coada ei s-a văzut într-un plan perpendicular pe direcţia de vizare, calculaţi lungimea cozii cometei exprimată în kilometri şi în unităţi astronomice. O unitate astronomică este egală cu 149,6 milioane de kilometri.

Soluţie

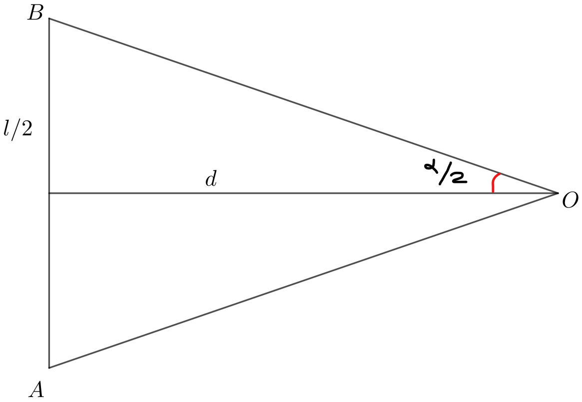


Figura: Triunghiul determinat de coada cometei (notată *AB*) şi ochiul observatorului *O*, *d* distanţa la cometă, *l* este lungimea cozii şi α unghiul sub care se vede coada.

Din triunghiul determinat de coada cometei şi ochiul observatorului O, unghiul sub care se vede coada cometei într-o direcţie perpendiculară pe ea este

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{l/2}{d}\,,$$

unde $\alpha = \mathrm{m}(\widehat{AOB})$ este unghiul sub care se vede coada cometei, d distanţa până la cometă, înălţimea ΔAOB şi $l = AB$ lungimea cozii.
În cazul cometei Ikeya-Seki, lungimea cozii este $l = 2\,\text{u.a.}\,\mathrm{tg}\,(10^\circ) = 0,35\,\text{u.a.} = 5,28 \cdot 10^7$ km. Observăm că lungimea cozii este comparabilă cu semiaxa mare a orbitei lui Mercur, care este egală cu 0,38 u.a..