

SUBIECT 5

1. (1.5 p) Fie caracteristica X , având funcția de probabilitate:

$$f(x; \theta) = \frac{3^x}{\theta^x \cdot x!} \cdot e^{-\frac{3}{\theta}}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

unde parametrul $\theta > 0$ este necunoscut. Se consideră o selecție repetată de volum n , cu variabilele de selecție X_1, \dots, X_n . Să se determine estimatorul de verosimilitate maximă θ^* pentru parametrul θ .

2. (3 p) Fie caracteristica X , având densitatea de probabilitate:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta, & x \in \left[\frac{1}{\theta}, \frac{2}{\theta} \right], \\ 0, & x \notin \left[\frac{1}{\theta}, \frac{2}{\theta} \right], \end{cases}$$

unde $\theta > 0$ este parametrul necunoscut și fie o selecție repetată de volum n , cu variabilele de selecție X_1, \dots, X_n . Se consideră statistica

$$W = \theta \cdot Y, \quad \text{unde } Y = \max_{i=1, n} X_i$$

Să se determine intervalul de încredere simetric bilateral pentru parametrul θ , bazat pe statistica W , știind că probabilitatea de încredere este $1 - \alpha$, unde $\alpha \in (0, 1)$.

3. (3 p) Fie caracteristica X cu funcția de probabilitate ce depinde de parametrul $\theta > 0$ necunoscut:

$$f(x; \theta) = \theta e^{-\theta(x-1)}, \quad x > 1, \quad E(X) = \frac{\theta + 1}{\theta}, \quad \text{Var}(X) = \frac{1}{\theta^2}.$$

Se consideră o selecție repetată de volum n , cu variabilele de selecție X_1, \dots, X_n .

Pentru nivelul de semnificație $\alpha \in (0, 1)$ dat, să se determine cel mai puternic test pentru verificarea ipotezei nule $H_0 : \theta = 10$ cu alternativa $H_1 : \theta = 13$.

4. (1.5 p) Un antrenor susține că înălțimea medie a jucătoarelor de baschet de la un club sportiv este diferită de 176.5 cm. Pentru o selecție aleatoare de 22 jucătoare de baschet de la clubul respectiv s-a obținut media de selecție $\bar{x} = 178.4$ cm și abaterea standard de selecție $s = 5.3$ cm, pentru înălțimea lor. Pe baza datelor de selecție, la nivelul de semnificație $\alpha = 0.04$, se poate afirma că antrenorul are dreptate? Se presupune că datele de selecție provin din distribuția normală. Cuantila care se utilizează are valoarea 2.19. (Dați o rezolvare detaliată).

Se acordă 1 punct din oficiu.

Justificați toate răspunsurile.