

← Tehnici de Optimiz...

Tehnici de optimizare, Colocviu, 24.05.2019

Oficiu: (1 p.)

I. (4p. + 1 p.) Se consideră problema de optimizare

$$(P) \begin{cases} f(x) = x_2 - 3x_3 + 2x_4 \longrightarrow \min \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 7 \\ -2x_2 + 4x_3 + x_5 = 12 \\ -4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + x_6 = 10 \\ x_1, \dots, x_6 \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

a) Rezolvați problema (P) folosind algoritmul Simplex.

b) Formulați și rezolvați duala (D) a problemei (P).

II. (2 p.) Se consideră un joc a cărui matrice de plăți este $C = \begin{pmatrix} 0 & n \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ unde $n \in \mathbb{N}$.
Determinați valoarea jocului și o strategie optimă pentru Jucătorul 2 știind că $\bar{w} = 2$.

III. (1 p.) Dați un exemplu de funcție $f: S \rightarrow \mathbb{R}$, definită pe un interval $S \subseteq \mathbb{R}$, care nu este convexă, dar are proprietatea că pentru orice $\lambda \in \mathbb{R}$ mulțimea de nivel $S_f^{\leq}(\lambda)$ este convexă.

IV. (1 p.) Enumărați și demonstrați teorema de caracterizare a funcțiilor convexe (cu ajutorul epigraficului, $1^\circ \iff 3^\circ$)

PI 1) \mathbb{R}^2 multimile $S_1 = [1, 2] \times [1, 2]$; $S_2 = [1, 2] \times [a, +\infty]$, $a \in \mathbb{R}$
→ convexitatea S_1 , S_2 și $S_1 \cup S_2$

2) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x_1)^2 + (x_2)^2 + x_1 - x_2$, $\forall x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$
→ dem. că f conv. și determ. mult. argmin $x \in \mathbb{R}^2$ $f(x)$ și $\arg\max_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$

3) Enumărați și dem. teorema de caract. a învelișului convexe

PII 1)
$$\begin{cases} f(x) = -x_2 + x_4 \rightarrow \min \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_5 = 2 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_6 = 3 \\ x_1, \dots, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

→ Ar. că nu are sol. optimă și determ. 3 sol. admisibile

2) → Dem. că duala probl. nu are sol. admisibile ↗

3) → Def. not. de val. inf. (\underline{ve}) și val. sup. (\bar{ve}) a unui joc matriceal, apoi dem. că $\underline{ve} \leq \bar{ve}$

