

Model Subiect Geometrie Matematică 2020

Să se verifice dacă următoarele drepte sunt concurente.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-5}{4} \quad \text{și} \quad \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$$

Soluția. 1

$$M_1(1, 7, 5), M_2(6, -1, 0) \Rightarrow \overrightarrow{M_1M_2}(5, -8, -5) \\ \vec{d}_1(2, 1, 4), \vec{d}_2(3, -2, 1).$$

Dreptele nu sunt paralele.

$$(\vec{d}_1, \vec{d}_2, \overrightarrow{M_1M_2}) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \\ 5 & -8 & -5 \end{vmatrix} \begin{array}{l} -4L_2 + L_1 \\ \underline{\underline{5L_2 + L_3}} \end{array}$$

$$= \begin{vmatrix} -10 & 9 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ 20 & -18 & 0 \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} -10 & 9 \\ 20 & -18 \end{vmatrix} = 0$$

deci dreptele sunt coplanare.

Rezultă că sunt concurente.

Soluția 2.

$$d_1: \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t + 7 \\ z = 4t + 5 \end{cases}$$

$$d_2: \begin{cases} x = 3s + 6 \\ y = -2s - 1 \\ z = s \end{cases}$$

Din ecuațiile cu z rezultă $s = 4t + 5$

introducerea în y ne rezultă $t + 7 = -8t - 10 - 1$

$$\Leftrightarrow 9t = -18 \Leftrightarrow \boxed{t = -2} \Rightarrow \boxed{s = -3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \\ z = -3 \end{cases}$$

adică punctul $P(-3, 5, -3) =$
 $= d_1 \cap d_2.$