

Astronomie

Sisteme de coordonate cerește și transformări de coordonate

Cristina Blaga

12 octombrie 2021

Obiectivele seminarului

- ▶ Fixarea sistemelor de coordonate cerești (orizontale, orare și ecuatoriale).
- ▶ Transformarea coordonatelor orizontale în orare, când latitudinea observatorului este cunoscută și reciproc.
- ▶ Transformarea coordonatelor orare în ecuatoriale, când timpul sideral este cunoscut și reciproc.

Răspundeți la următoarele întrebări:

1. Care este punctul de pe bolta cerească a cărui declinație este egală cu -90° ?
2. Steaua Polară este la 58 minute depărtare de Polul ceresc Nord. Ce declinație are steaua Polară?
3. Care este azimutul astronomic al punctelor cardinale nord, sud, est și vest?
4. Cu cât este egală declinația punctului Zenit la latitudinea de 42° ?
5. Care sunt coordonatele orizontale ale Polului ceresc Nord la latitudinea geografică egală cu $+23^\circ 27'$?
6. Care este ascensia dreaptă α și declinația δ a punctului echinocțiului de primăvară?

Formulele lui Gauss

Relațiile între laturile și unghiurile triunghiului sferic sunt date de formulele lui Gauss:

$$\sin a \cdot \sin B = \sin b \cdot \sin A$$

teorema sinusului

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

teorema cosinusului

$$\sin a \cdot \cos B = \cos b \cdot \sin c - \sin b \cdot \cos c \cdot \cos A$$

respectiv *formula celor cinci elemente*, unde cu litere mici s-au notat laturile triunghului, iar cu litere mari unghiurile corespunzătoare lor.

Problema 7

Să se găsească distanța D , exprimată în mile marine, pe un cerc mare care unește punctele A și B , de longitudini $L_A = 45^\circ$ estică și $L_B = 52^\circ 09'$ vestică, latitudinea locului B este $\varphi_B = 35^\circ 30' N$, iar unghiul dintre meridianul care trece prin punctul A și cercul mare al sferei care unește punctele A și B este egal cu $60^\circ 34' 10''$. O milă marină, notată cu Mn , reprezintă lungimea arcului de meridian de un minut de arc. Prin definiție $1\ Mn = 1852.3\ m$. Raza Pământului este egală cu $6371\ km$.

Înălțimea Polului ceresc nord deasupra orizontului

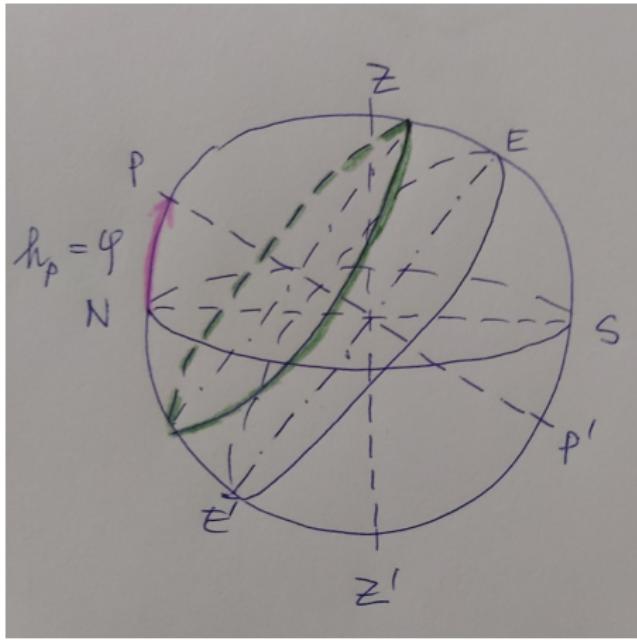
Teoremă

Pentru un observator aflat în emisfera nordică la latitudinea nordică φ , înălțimea Polului ceresc nord deasupra orizontului este egală cu latitudinea observatorului.

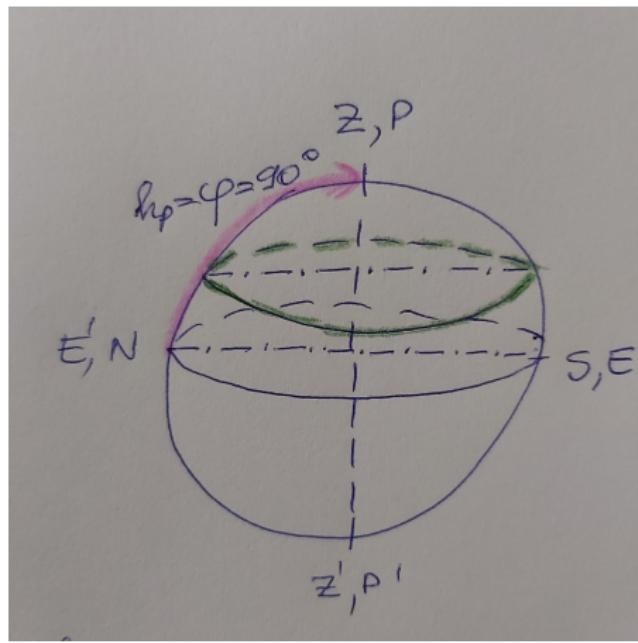
Observație

Paralelul diurn al astrului este înclinat față de ecuator sub unghiuri diferite la latitudini diferite.

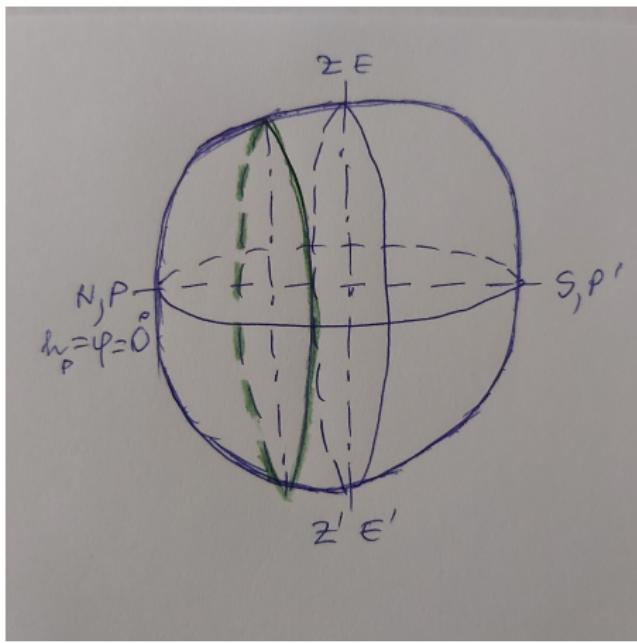
Paralelul diurn al astrului pentru un observator aflat la latitudinea $\varphi \in (0^\circ, 90^\circ)$



Paralelul diurn al astrului pentru un observator aflat la polul geographic nord



Paralelul diurn al astrului pentru un observator aflat la ecuator



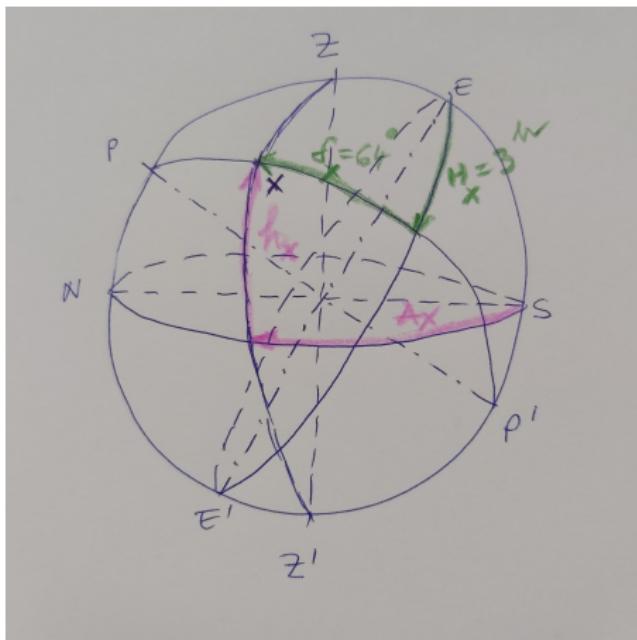
Problema 8

Desenați sferă cerească pentru un observator aflat la latitudinea 30° N, reprezentați orizontul matematic, ecuatorul ceresc, punctul aflat la Zenitul observatorului, Polul ceresc nord, Polul ceresc sud și meridianul locului.

Desenați poziția stelei X de coordonate: unghi orar 3^h , declinație 64° N.

De pe desen estimați azimutul și înălțimea deasupra orizontului pentru steaua X. Verificați rezultatul obținut cu ajutorul formulelor lui Gauss.

Sfera cerească pentru problema 8



Soluția problemei 8

Lucrăm în triunghiul nautic al stelei X , în care cunoaștem
 $m(PZ) = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, $m(PX) = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$ și
 $m(\widehat{ZPX}) = 3^h = 3^h \cdot \frac{360^\circ}{24^h} = 45^\circ$.

Aplicând teorema cosinusului pentru latura ZX obținem

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H = 0.718,$$

de unde $h = 45^\circ 52' 36.18''$.

Utilizând celelalte două formule a lui Gauss obținem

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin H}{\sin \varphi \cdot \cos H - \operatorname{tg} \delta \cdot \cos \varphi} = -0.497, \quad (1)$$

de unde $A = 153^\circ 33' 41.7''$

Problema 9

În ziua de 23 septembrie, la momentul de timp sideral $\theta = 10^h 45^m$ s-a observat din Cluj-Napoca un obiect luminos de azimut $A = 334^\circ 59'$ și înălțime deasupra orizontului $h = 40^\circ 27'$.

1. Calculați unghiul orar și declinația astrului.
2. Aflați ascensia dreaptă a astrului. Ce astru ar fi putut fi?

Latitudinea localității Cluj-Napoca este $\varphi = 46^\circ 45' 47''$ N.

Indicație: $\theta = H + \alpha$.

Problema 10

La un moment dat s-au măsurat coordonatele unui satelit artificial al Pământului și s-a obținut azimutul $A = 304^\circ 16' 42''$ și distanța zenitală $z = 28^\circ 17' 41''$. Cunoscând latitudinea geografică a observatorului ($\varphi = 46^\circ 45' 47''$), calculați coordonatele orare ale satelitului la momentul observației.

Problema 11

Să se determine distanța zenitală și unghiul paralactic al stelei 61 Cygni (Lebăda), atunci când ea se află la 3^h spre vest de meridian, declinația ei fiind $\delta = 38^\circ 9'$ și latitudinea locului de observație $\varphi = 53^\circ 23'$.

Problema 12

O stea de declinație $42^{\circ}21'$ N este observată când unghiul ei orar este $8^h16^m42^s$. Dacă latitudinea observatorului este 60° N, calculați azimutul și înălțimea stelei deasupra orizontului la momentul observației.

Problema 13

Desenați sferă cerească pentru un observator aflat la Cluj-Napoca, reprezentați orizontul matematic, ecuatorul ceresc, punctul aflat la Zenitul observatorului, Polul ceresc nord, Polul ceresc sud și meridianul locului.

Știind că latitudinea localității Cluj-Napoca este egală cu $46^{\circ}46'N$, aflați înălțimea Polului ceresc nord deasupra orizontului.

Desenați poziția stelei Y de azimut 120° și 20° înălțime deasupra orizontului.

De pe desen estimați unghiul orar și declinația stelei Y, iar apoi, utilizând formulele lui Gauss, aflați coordonatele orare ale stelei Y.

Problema 9

În ziua de 23 septembrie, la momentul de timp sideral $\Theta = 10^h 45^m$ s-a observat din Blaj - Napoca un obiect luminos de aparent A = $334^\circ 59'$ și înălțime deasupra orizontului h = $40^\circ 27'$.

1. Calculați unghiul orar și declinarea astrului.
2. Aflați ascensiunea dreaptă a astrului. Ce astre ar fi putut fi? Latitudinea localității Blaj - Napoca este $\varphi = 46^\circ 45' 47'' N$.

Indicație: $\Theta = H + \alpha$.

Soluție:

1. Declinarea astrului se calculează din teorema sinusului:

$$\sin \delta = \sin h \cdot \sin \varphi - \cos h \cdot \cos \varphi \cdot \cos A$$

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \sin(40,45^\circ) \cdot \sin(46,76^\circ) - \cos(40,45^\circ) \cdot \cos(46,76^\circ) \\ &\quad \cdot \cos(334,98^\circ) \end{aligned}$$

$$\sin \delta = 0,64 \cdot 0,72 - 0,76 \cdot 0,68 \cdot 0,9$$

$$\sin \delta = -0,0043$$

$$\delta = \arcsin(-0,0043)$$

$$\delta = -0,247^\circ$$

Unghiul orar se calculează cu ajutorul formulelor:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \delta \cdot \sin H = \cos h \cdot \sin A \\ \cos \delta \cdot \cos H = \sin h \cdot \cos \varphi + \cos h \cdot \sin \varphi \cdot \cos A \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(-0,247^\circ) \cdot \sin H = \cos(40,45^\circ) \cdot \sin(334,98^\circ) \\ \cos(-0,247^\circ) \cdot \cos H = \sin(40,45^\circ) \cdot \cos(46,76^\circ) + \cos(40,45^\circ) \cdot \sin(46,76^\circ) \cdot \cos(334,98^\circ) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,999 \cdot \sin H = 0,76 \cdot (-0,422) \\ 0,999 \cdot \cos H = 0,64 \cdot 0,68 + 0,76 \cdot 0,72 \cdot 0,9 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,999 \cdot \sin H = -0,32 \\ 0,999 \cdot \cos H = 0,927 \end{array} \right. \text{(all } \neq 0\text{)}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} H = \frac{\sin A}{\sin l \cdot \cos A + \cos l \cdot \operatorname{tg} h}$$

$$\operatorname{tg} H = \frac{-0,422}{0,72 \cdot 0,9 + 0,68 \cdot 0,85} = \frac{-0,422}{1,226}$$

$$\operatorname{tg} H = -0,344$$

$$H = \operatorname{arctg}(-0,344)$$

$$H = -18,98^\circ$$

$$24h \dots 360^\circ$$

$$xh \dots -18,98^\circ$$

$$x = \frac{24 \cdot (-18,98^\circ)}{360^\circ} = -1,2653h$$

$$A = 334^\circ 59' \approx 335^\circ$$

$$H = 24h - 1,2653h$$

$$H = 22,4347h$$

$$H = 22h \cdot 0,73 \cdot 60$$

$$H = 22h \cdot 43,8^m$$

$$H = 22h \cdot 43^m \cdot 0,8 \cdot 60$$

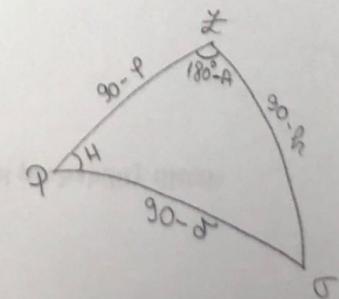
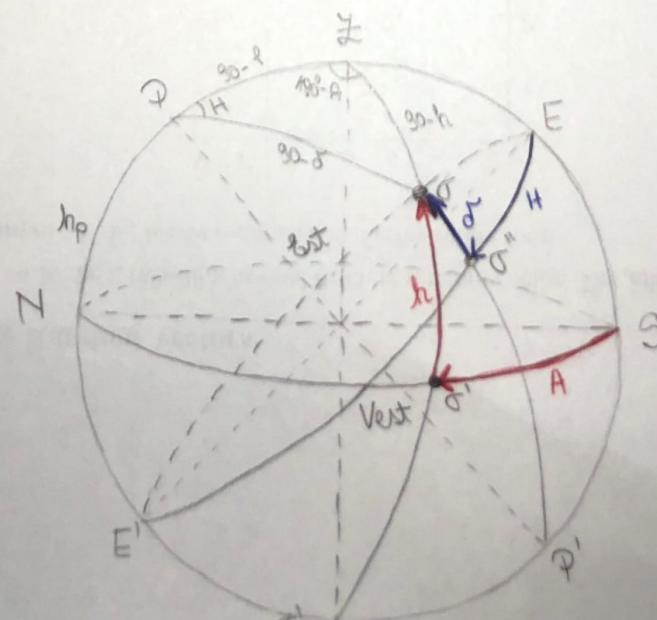
$$H = 22h \cdot 43^m \cdot 48^s$$

$$2. \Theta = H + \alpha \Rightarrow \alpha = \Theta - H$$

$$\alpha = 10h45' - 22h43'48''$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 12h$$

Stimind că în data de 23 sept.
soarele trece prin punctul
autumnal \Rightarrow astfel este
soarele

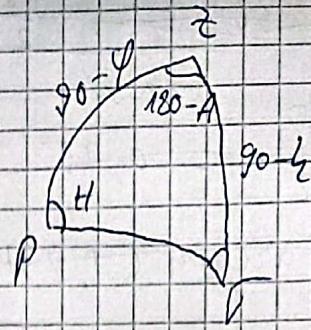


Problema 11

$$\delta = 38^\circ 9'$$

$$\varphi = 53^\circ 23'$$

$$z = 90 - h = ?$$



$$24^\circ \dots 360^\circ$$

$$3h \dots x^\circ$$

$$H = 45^\circ$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin H}{\sin \varphi \cdot \cos H - \operatorname{tg} \delta \cdot \cos \varphi}$$

$$\sin H = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \varphi = \sin 53^\circ 23' = 0,8$$

$$\cos H = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} 38^\circ 9' = 0,79$$

$$\cos \varphi = \cos 53^\circ 23' = 0,6$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} A = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{0,8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 0,79 \cdot 0,6} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{0,56 - 0,47} = \frac{0,7}{0,09} = 0,61 \Rightarrow A = \arctg(0,61) = 31,38^\circ$$

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H \\ &= 0,8 \cdot \sin 38^\circ 9' + 0,6 \cdot \cos 38^\circ 9' \cdot \cos \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 0,8 \cdot 0,62 + 0,6 \cdot 0,79 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 0,49 + 0,47 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 0,49 + 0,33 \\ &= 0,82 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow h = \arcsin(0,82) = 55,08$$

$$z = 90 - 55,08 = 34,92^\circ$$

Teorema sinusurilor:

$$\frac{\sin(90 - \varphi)}{\sin z} = \frac{\sin(90 - h)}{\sin H} \Leftrightarrow \frac{\sin(36^\circ 37')}{\sin z} = \frac{\sin(34,92^\circ)}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow$$

$$\sin \angle \overset{\wedge}{GP} = \frac{36,81,91 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{34,92^\circ} = \frac{36,610 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{34,92^\circ} =$$

$$= 1,04^\circ \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,73^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle \overset{\wedge}{GP} = \arcsin(0,73) = 46,88^\circ$$

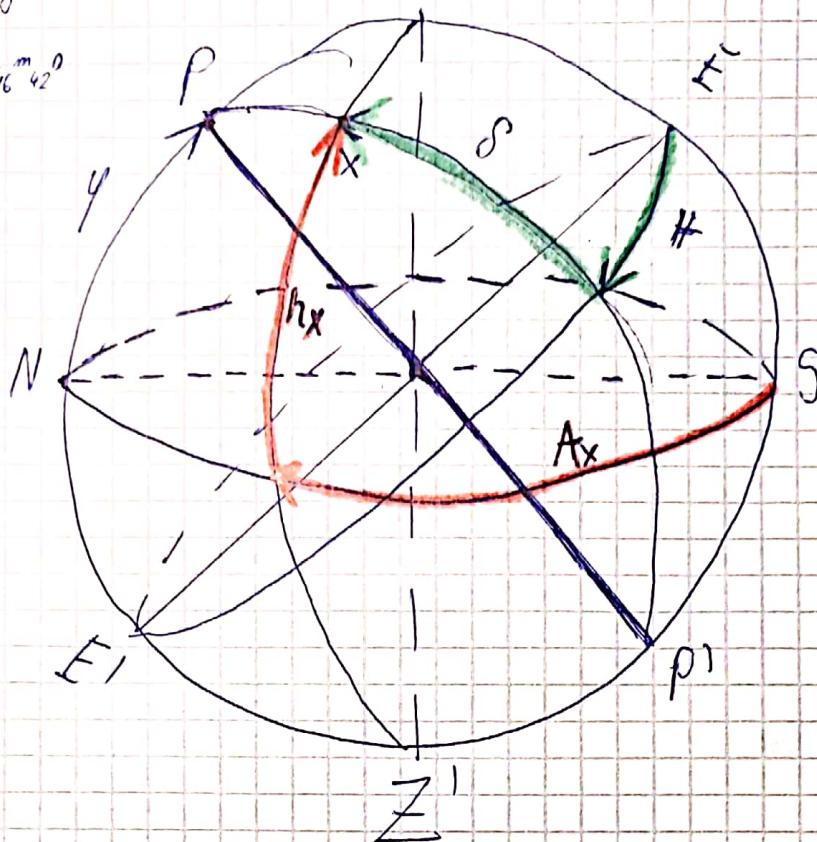
$$\sin \angle \overset{\wedge}{GP} = \frac{0,55 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{0,59} = 0,65 \Rightarrow \angle \overset{\wedge}{GP} = \arcsin(0,65)$$

$$= 40,54^\circ$$

$$12. \delta = 42^\circ 42'$$

$$\gamma = 60^\circ$$

$$H = 8^h 16'm 42''$$



$$l^h = 15^\circ$$

$$H = 8^h 16'm 42''$$

$$H = 8^h 16' \frac{42}{60} m$$

$$H = 8^h 16,7'm$$

$$H = 8 + \frac{16,7}{60} h$$

$$H = 8,278^h$$

$$\delta = 42^\circ 42'$$

$$\delta = 42 + \frac{42}{60}$$

$$\delta = 42,7^\circ$$

$$l^h = 15^\circ \quad | \Rightarrow y = \frac{8,278 \cdot 15}{1} = 124,77^\circ \Rightarrow H = 124,77^\circ$$

Fölesind Teorema (sine rule) ablinnen

$$\sin h_x = \sin \gamma \cdot \sin \delta + \cos \gamma \cdot \cos \delta \cdot \cos H$$

$$\sin h_x = \sin(60^\circ) \cdot \sin(42,7^\circ) + \cos(60^\circ) \cdot \cos(42,7^\circ) \cdot \cos(124,77^\circ)$$

$$\sin h_x = 0,38$$

$$\arcsin(0,38) \approx 0,3897 \text{ rad}$$

$$h_x = 0,3897 \cdot 57,3$$

$$h_x = 22,32981^\circ$$

$$\Rightarrow h_x = 22^\circ 19' 47,32''$$

$$0,32961 \cdot 60 = 19,7886$$

~~19,7886 / 60 = 0,32961~~

~~0,32961 * 60 = 19,7886~~

$$\operatorname{tg} A_x = \frac{\sin H}{\sin \gamma \cdot \cos H - \operatorname{tg} \delta \cdot \cos \gamma} = -0,9729$$

$$0,7596 \cdot 60 = 47,136$$

$$\operatorname{ctg}(-0,9729) = -0,7176 \text{ rad}$$

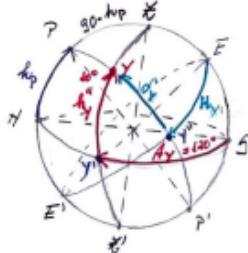
$$A_x = -0,7176 \cdot 57,3 = -41,118^\circ$$

$$\Rightarrow A_x = 180^\circ - 41,118^\circ = 138,882^\circ = 138^\circ 52' 55,2''$$

Problema 13

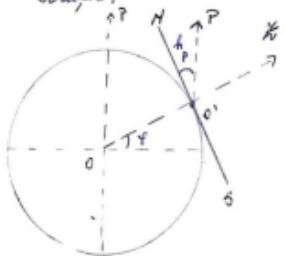
Desenati sfera corespunzatoare pentru un observator aflat la Cluj-Napoca, reprezentati orizontul matematic, ecuatorul ceresc, punctul aflat la Zenitul observatorului; Polul ceresc nord, Polul ceresc sud, meridianul locutiei.

Stim ca latitudinea localitatii Cluj-Napoca este $46^{\circ}46'N$, aflată înaltimea Polului ceresc nord deasupra orizontului. Desenati poziția stelei Y de aziinut 120° și 20° înalteime deasupra orizontului. De pe desen estimati unghiul orar și declinatia stelei Y, iar apoi, utilizand formulele lui Gauss, aflată coordonatele orare ale stelei Y.



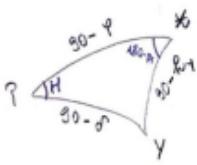
$$\begin{aligned} \varphi &= 46^{\circ}46'N \\ A_Y &= 120^{\circ} \\ h_Y &= 20^{\circ} \\ h_p &=? \\ H_Y &=? \\ \delta_Y &=? \end{aligned}$$

Solutie:



Pentru a găsi cătă este h_p , folosim teorema căreia spune că pentru un observator din emisfera nordică ($46^{\circ}46'N$), aflat la latitudinea geografică φ , înaltimea deasupra orizontului a Polului ceresc nord este egală cu latitudinea observatorului, deci:

$$h_p = \varphi = 46^{\circ}46'N$$



Lucrăm în triunghiul mărit al stelei Y unde stim:

$$\begin{aligned} m(\hat{H}Y) &= 90 - 46^{\circ}46' = 43^{\circ}14' \\ m(\hat{H}Y) &= 90^{\circ} - 20^{\circ} = 70^{\circ} \end{aligned}$$

$$m(\hat{P}ZY) = 180^{\circ} - 120^{\circ} = 60^{\circ}$$

Teorema cosinusului plătită Patura PY ne conduce la:

$$\begin{aligned} \sin \delta_Y &= \sin h_p \cdot \sin \varphi - \cos h_p \cdot \cos \varphi \cdot \cos A \\ &= \sin 20^{\circ} \sin(46,46') - \cos 20^{\circ} \cos(46,46') \cos 120^{\circ} \\ &= 0,34 \cdot 0,72 - 0,93 \cdot 0,68 \cdot (-0,5) = 0,24 + 0,31 = 0,55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_Y &= 46^{\circ}46' \\ \varphi &= 46 + \frac{46}{60} \\ &= 46 + 0,77 = 46,77 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \delta_Y = \arcsin(0,55)$$

$$\Rightarrow \delta = 33,4^\circ \Rightarrow \delta = 33^\circ, 0,4 \cdot 60 = \boxed{33^\circ \text{ und } 4' = \delta^\circ}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} H &= \frac{\sin A}{\sin^2 C \cos A + \cos^2 C \cdot \operatorname{tg} h_C} = \frac{\sin(120^\circ)}{\sin(46,44^\circ) \cos(120^\circ) + \cos(46,44^\circ) \operatorname{tg}(20^\circ)} \\ &= \frac{0,86}{0,36 \cdot (-0,5) + 0,68 \cdot 0,36} = \frac{0,86}{-0,36 + 0,24} = -\frac{0,86}{0,12} = -7,16 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow H = \operatorname{arctg}(-7,16)$$

$$H = -84,04^\circ$$

$$H = 12^\circ - 5^\circ 0,46 \cdot 60$$

$$H = 12^\circ - 5^\circ 27,6 \text{ m}$$

$$H = 12^\circ - 5^\circ 27 \overset{m}{\cancel{6}} \overset{s}{\cancel{1}}$$

$$H = 11^\circ 59 \overset{m}{\cancel{60}} \overset{s}{\cancel{1}} - 5^\circ 24 \overset{m}{\cancel{36}} \overset{s}{\cancel{1}}$$

$$H = 6^\circ 32 \overset{m}{\cancel{24}} \overset{s}{\cancel{1}}$$

$$24^\circ \dots 360^\circ$$

$$x^\circ \dots -84,04^\circ$$

$$x^\circ = \underline{-84,04^\circ, 24^\circ}$$

$$x^\circ = -5,46^\circ$$

$$A = 120^\circ \Rightarrow H \in [0^\circ, 120^\circ] \quad \left. \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = 12^\circ - 5,46^\circ$$

Request control

Leave

19:38

sem2-cu_solutii.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

Fisier Editare Vizualizare Semnare Fereastra Asistentă

Pagina principală Instrumente

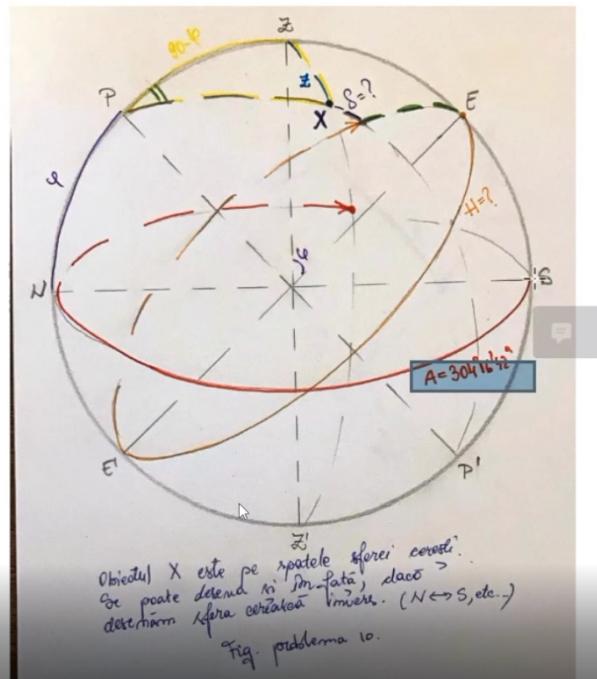
sem2-cu_solutii.pdf

-

□

X

Sfera cerească pentru problema 10



Căutare 'Completere formular'

Comentariu

Completere & semnare

Mai multe instrumente



Realizați conversia fișierelor PDF, editați-le și semnați-le electronic formularare și acorduri

Versiune de încercare gratuită pentru 7 zile

2021-11-03 11:12-22

Cristina Blaga Mircescu Iulia (redactarea soluțiilor)

Seminariu 2

0:19:12

CRISTINA-OLIVIA BLAGA

1:12:57

...

sem2-cu_solutii.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

Fisier Editare Vizualizare Semnare Fereastra Asistență

Pagina principală Instrumente sem2-cu_solutii.pdf x

Conectare

169% 23 (23 din 34) 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34

Soluția problemei 10

Lucrăm în triunghiul nautic al satelitului observat, notat cu X , în care cunoaștem $m(PZ) = 90^\circ - \varphi$, $m(ZX) = z = 28^\circ 17' 41''$ și $m(\widehat{PZX}) = A - 180^\circ = 124^\circ 16' 42''$.

Aplicând teorema cosinusului pentru latura PX obținem

$$\cos PX = \cos ZX \cdot \cos PZ + \sin ZX \cdot \sin PZ \cdot \cos \widehat{PZX}$$

$$\Leftrightarrow \cos PX = \cos z \cdot \sin \varphi + \sin z \cdot \cos \varphi \cdot \cos \widehat{PZX} = 0.46,$$

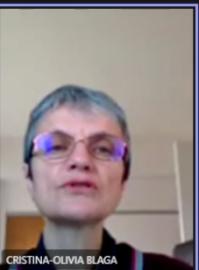
de unde $\delta = 90^\circ - \arccos(0.46) = 27^\circ 23' 24''$.

Aplicând teorema sinusului pentru vârfurile P și Z găsim unghiul orar:

$$\sin PX \cdot \sin \widehat{ZPX} \Rightarrow \sin ZX \cdot \sin \widehat{PZX}$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{ZPX} = \frac{\sin z \cdot \sin \widehat{PZX}}{\sin PX} = 0.442,$$

de unde unghiul orar $H = 360^\circ - \arcsin(0.442) = 22^\circ 15'$.



Căutare 'Completere formular'

Comentariu

Completere & semnare

Mai multe instrumente

MR	AB
MIHAI-GHE...	AMALIA BO...
AMALIA-M...	LORENA-CR...
TUDOR CRI...	ALISA-MAR...
ISABELA JU...	VIOREL-MA...
ANDREEA...	ȘTEFAN-CO...
IOANA-PAU...	ROBERT-CH...
AK	+13

Realizați conversia fișierelor PDF, editați-le și semnați-le electronic formulare și acorduri

Versiune de încercare gratuită pentru 7 zile