

SUBIECT 4

1. (1.5 p) Fie caracteristica X , având funcția de probabilitate:

$$f(x; \theta) = \frac{1}{6\theta\sqrt{x}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{x}}{3\theta}}, \quad x > 0,$$

unde parametrul $\theta > 0$ este necunoscut. Se consideră o selecție repetată de volum n , cu variabilele de selecție X_1, \dots, X_n . Să se determine estimatorul de verosimilitate maximă θ^* pentru parametrul θ .

2. (3 p) Fie caracteristica X , având densitatea de probabilitate:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} 0, & x \leq \theta \\ \frac{3\theta^3}{x^4}, & x > \theta, \end{cases}$$

unde parametrul $\theta > 0$ este necunoscut. Se consideră o selecție repetată de volum n , cu variabilele de selecție X_1, \dots, X_n . Fie estimatorul

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n) = \min\{X_i, i = \overline{1, n}\}.$$

- a) Să se demonstreze că $\hat{\theta}$ este estimator corect pentru parametrul θ .
b) Să se determine constanta c_n astfel încât estimatorul $\bar{\theta} = c_n \hat{\theta}$ să fie estimator absolut corect pentru parametrul θ .

3. (3 p) Fie caracteristica X cu funcția de probabilitate ce depinde de parametrul $\theta > 0$ necunoscut:

$$f(x; \theta) = \frac{1}{2\theta^3} x^2 e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x > 0, \quad E(X) = 3\theta, \quad Var(X) = 3\theta^2.$$

Se consideră o selecție repetată de volum n , cu variabilele de selecție X_1, \dots, X_n .

Pentru nivelul de semnificație $\alpha \in (0, 1)$ dat, să se determine cel mai puternic test pentru verificarea ipotezei nule $H_0 : \theta = 6$ cu alternativa $H_1 : \theta = 11$.

4. (1.5 p) La un supermarket s-a constatat următoarea distribuție a modalității de plată a clienților în luna precedentă: 42% dintre clienți plătesc cu cardul, 50% plătesc cash, iar 8% folosesc o altă modalitate de plată (ex. bonuri valorice). Începând cu luna curentă, pentru a eficientiza modalitatea de plată, supermarketul a anunțat că va oferi 1% reducere pentru plata cu cardul. În tabelul de mai jos este dată modalitatea de plată pentru 600 de clienți ai supermarketului, după ce s-a aplicat reducerea la plata cu cardul:

Modalitate de plată	card	cash	altă modalitate
Frecvența	280	270	50

La nivelul de semnificație $\alpha = 0.03$, să se verifice dacă distribuția modalității de plată a clienților la supermarket s-a schimbat după ce s-a aplicat reducerea la plata cu cardul. Cuantila care se utilizează are valoarea 7.01. (Dați o rezolvare detaliată).

Se acordă 1 punct din oficiu.

Justificați toate răspunsurile.