

EXAMEN DE LICENŢĂ - iulie 2013
Proba scrisă
Specializarea Matematică Informatică

I. 1. Să se arate că $H = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ este subgrup al grupului (\mathbb{C}^*, \cdot) , dar nu este subgrup al grupului $(\mathbb{C}, +)$.

2. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (x - y, x + y - 2z)$. Să se arate că f este o transformare liniară între spaţiile vectoriale reale \mathbb{R}^3 şi \mathbb{R}^2 şi să se determine o bază şi dimensiunea lui $\text{Ker } f$.

II. 1. Să se studieze natura seriei

$$\sum_{n \geq 1} \frac{n!x^n}{(x+a)(2x+a) \dots (nx+a)},$$

unde $x > 0$ şi $a > 0$.

2. Să se calculeze

$$I = \int_0^4 \frac{x-9}{(x+1)(x^2+9)} dx.$$

III. Se consideră punctul $M(3, 3)$ şi triunghiul ABC determinat de dreptele:

$$AB : x + 2y - 4 = 0$$

$$BC : 3x + y - 2 = 0$$

$$CA : x - 3y - 4 = 0$$

(Punctele şi dreptele sunt raportate la reperul cartezian ortonormat xOy .)

(i) Să se calculeze aria triunghiului ABC .

(ii) Să se demonstreze că proiecţiile punctului M pe dreptele OA , OB şi AB sunt coliniare.

IV. Scrieţi un program într-unul din limbajele de programare C++, Java, C# care:

(a) Defineşte o clasă **Echipa** având:

- un atribut **nume** de tip şir de caractere (numele echipei);
- un atribut **nrGoluri**, un tablou de 11 elemente de tip întreg, reprezentând numărul de goluri ale fiecărui jucător;
- constructor (pentru iniţializarea atributelor).

(b) Defineşte o funcţie care determină numărul total de goluri ale echipei.

(c) Defineşte o funcţie care returnează adevărat (true) dacă există un jucător cu cel puţin 10 goluri.

(d) Scrieţi o aplicaţie care:

- iniţializează un obiect de tip **Echipa** cu numele şi golurile unei echipe;
- afişează numărul total de goluri;
- decide dacă există un jucător cu cel puţin 10 goluri.

Timp de lucru efectiv 2 ore.

Fiecare subiect se notează cu o notă întreagă de la 1 la 10.

Toate subiectele sunt obligatorii.

EXAMEN DE LICENŢĂ - iulie 2013
Proba scrisă
Specializarea Matematică Informatică

Barem

I. 1. H este subgrup al lui (\mathbb{C}^*, \cdot) : **2p**
 H nu este subgrup al lui $(\mathbb{C}, +)$: **1p**
2. f este transformare liniară: **3p**
Determinarea $\text{Ker } f$: **1p**
Determinarea unei baze pentru $\text{Ker } f$: **1p**
Determinarea dimensiunii pentru $\text{Ker } f$: **1p**
Oficiu: **1p**
Total: 10 puncte.

II. 1. Scrierea lui $\frac{a_{n+1}}{a_n}$: **1p**
 $n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) \rightarrow \frac{a}{x}$: **1p**
 $a < x \Rightarrow$ seria este divergentă: **1p**
 $a > x \Rightarrow$ seria este convergentă: **1p**
 $a = x \Rightarrow$ seria este divergentă: **1p**
2. Descompunerea în fracții simple: **2p**
Primitiva: **1p**
Finalizarea: **1p**
Oficiu: **1p**
Total: 10 puncte.

III. (i) Coordonatele punctului A : **1p**
Coordonatele punctului B : **1p**
Coordonatele punctului C : **1p**
Aria triunghiului ABC : **2p**
(ii) Coordonatele proiecțiilor: **3p**
Coliniaritatea: **1p**
Oficiu: **1p**
Total: 10 puncte.

IV.

- (a) Definirea clasei **Echipa**: **3p**
- (b) Definirea funcției de la punctul (b): **1.5p**
- (c) Definirea funcției de la punctul (c): **1.5p**
- (d) Aplicație: **2p**

Stil: **1p**
– respectarea specificațiilor operațiilor
– încapsularea datelor
– nume sugestive, indentări, comentarii dacă este cazul

Oficiu: **1p**

Total: 10 puncte.