

**Modele de subiect de matematică pentru proba scrisă a Examenului
de licență, sesiunea iulie și februarie 2013
Specializarea: Matematică informatică**

Varianta 1

Algebră

Să se discute după parametrul real α compatibilitatea sistemului de mai jos, apoi să se rezolve în \mathbb{R}^4 :

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = \alpha \end{cases}.$$

Analiză

1. Formula lui Leibniz-Newton: enunț și demonstrație
2. Pentru fiecare $a > 0$, stabiliți natura seriei

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)\dots(a+n)}.$$

Geometrie

1. Parabola (definiție, ecuația redusă, proprietatea optică).
2. Pe parabola de ecuație $y^2 = 2px$ se iau trei puncte distincte A, B, C . Tangentele în A, B, C la parabolă determină un triunghi $A'B'C'$. Să se demonstreze că dreapta care unește centrele de greutate ale triunghiurilor ABC și $A'B'C'$ este paralelă cu axa Ox .

Varianta 2

Algebră

1. Definiți noțiunile: omomorfism de grupuri și omomorfism de inele.
2. Să se arate că dacă f este un endomorfism al grupului $(\mathbb{Z}, +)$ atunci

$$f(x) = f(1) \cdot x, \quad \forall x \in \mathbb{Z}.$$

3. Să se determine omomorfismele inelului $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$.

Analiză

1. Primul criteriu al comparației pentru serii cu termeni pozitivi: enunț și demonstrație

2. Scrieți formula lui Maclaurin de ordinul n pentru funcția

$$f :]-\infty, 1[\rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x+1) \ln(1-x).$$

Geometrie

1. Hiperbola: definiție, deducerea ecuației reduse.
2. Fie punctele $A(0, a)$, $B(b, 0)$, $C(c, 0)$, $(a, b, c > 0)$, raportate la reperul cartezian ortonormat xOy .
 - a) Determinați coordonatele ortocentrului H , ale centrului de greutate G și ale centrului cercului circumscris O ale triunghiului ABC .
 - b) Demonstrați că punctele H , G , O sunt coliniare.