

SUBIECT 1

1. (1.5 p) Fie caracteristica X , având funcția de probabilitate:

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x^3 \theta}} \cdot e^{-\frac{1}{2x\theta}}, \quad x > 0,$$

unde parametrul $\theta > 0$ este necunoscut. Se consideră o selecție repetată de volum n , cu variabilele de selecție X_1, \dots, X_n . Să se determine estimatorul de verosimilitate maximă θ^* pentru parametrul θ .

2. (3 p) Fie caracteristica X , având distribuția $X \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ \frac{1-9a}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1+9a}{3} \end{pmatrix}$, unde $a \in \left(0, \frac{1}{9}\right)$ este

parametrul necunoscut. Funcția de probabilitate a lui X este:

$$f(x; a) = \frac{1 + 3x \cdot a}{3}, \quad x \in \{-3, 0, 3\}.$$

Se consideră o selecție repetată de volum n , cu variabilele de selecție X_1, \dots, X_n .

- a) Să se determine estimatorul \bar{a} pentru parametrul a , dat de metoda momentelor.
 - b) Să se arate că \bar{a} este estimator absolut corect pentru parametrul a .
 - c) Să se calculeze cantitatea de informație a selecției, relativă la parametrul a .
 - d) Să se calculeze eficiența estimatorului \bar{a} . Este \bar{a} estimator eficient pentru parametrul a ? Justificați.
3. (3 p) Fie caracteristica X , având densitatea de probabilitate:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2}{\theta^2} x, & x \in [0, \theta] \\ 0, & x \notin [0, \theta], \end{cases}$$

unde $\theta > 0$ este parametrul necunoscut și fie o selecție repetată de volum n , cu variabilele de selecție X_1, \dots, X_n . Se consideră statistica

$$W = \frac{Y}{\theta}, \quad \text{unde } Y = \max_{i=1, n} X_i$$

Să se determine intervalul de încredere simetric bilateral pentru parametrul θ , bazat pe statistica W , știind că probabilitatea de încredere este $1 - \alpha$, unde $\alpha \in (0, 1)$.

4. (1.5 p) Proprietarul unui depozit afirmă că, cel puțin 18% dintre becurile dintr-un anumit lot sunt arse. Pentru a verifica afirmația, se iau 75 de becuri din lotul respectiv și se găsesc 6 becuri arse. Pe baza datelor de selecție, la nivelul de semnificație $\alpha = 0.04$, avem motive să acceptăm afirmația proprietarului? Cuantila care se utilizează are valoarea -1.75 . (Dați o rezolvare detaliată).

Se acordă 1 punct din oficiu.

Justificați toate răspunsurile.