

# luacas パッケージ使用例

浅井 (@acai\_berry0805)

## 1 基本の関数

### 1.1 計算結果を簡単にする `f:autosimplify()`, `\print*{f}`, `f:simplify()`

$$(1 - x + 0 \cdot x)(1 + 1x) = (1 + x)(1 - x) = 1 - x^2$$

### 1.2 展開する `f:expand()`

$$(x + 1)^2(x - 3) + 2x^3 + 5x + 1 = -2 - x^2 + 3x^3$$

### 1.3 因数分解 (or 素因数分解) する `factor(f)`

$$(x^2 + 5x + 26)(x^2 + 5x + 24) + 1 = (25 + 5x + x^2)^2$$
$$12512 = 17^1 23^1 2^5$$

### 1.4 代入する `substitute({[x]=a}, f)`

$$f(x) = x^4 + \sqrt{2}x^2 + 3x + 5$$
$$f(1 + \sqrt{3}) = 36 + 2\sqrt{6} + 4\sqrt{2} + 19\sqrt{3}$$
$$g(x) = x^2 + x + 1$$
$$g(f(x)) = (x^4 + \sqrt{2}x^2 + 3x + 5)^2 + x^4 + \sqrt{2}x^2 + 3x + 5 + 1$$
$$= 31 + 33x + 9x^2 + 11\sqrt{2}x^2 + 13x^4 + 6x^5 + x^8 + 6x^3\sqrt{2} + 2x^6\sqrt{2}$$

## 2 さまざまな演算

### 2.1 微分する `diff(f,x)`

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(\sin(x^2 + x - 1)) &= (1 + 2x) \cos(-1 + x + x^2) \\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial x}(3xy - x^2y) &= 3 - 2x \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\arctan\left(\frac{y}{x}\right)\right) &= -\frac{y}{x^2\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right)}\end{aligned}$$

### 2.2 積分する `int(f,x,a,b)`

$$\begin{aligned}\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)(\sin(x) + 1)} dx &= \ln(\sin(x)) - \ln(1 + \sin(x)) + C \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x) \cos(x)}{1 + \sin(x)} dx &= 1 - \ln(2)\end{aligned}$$

### 2.3 部分分数展開する `parfrac(num,den)`

$$\frac{3x^2 - 9x + 7}{x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8} = \frac{1}{(-2 + x)^3} + \frac{2}{(-2 + x)^2} + \frac{1}{-2 + x} + \frac{-1}{-1 + x}$$

### 2.4 方程式の根を求める `roots(f)`

$x^6 + 3x^5 + 6x^4 + 7x^3 + 6x^2 + 3x + 2 = 0$  の解は

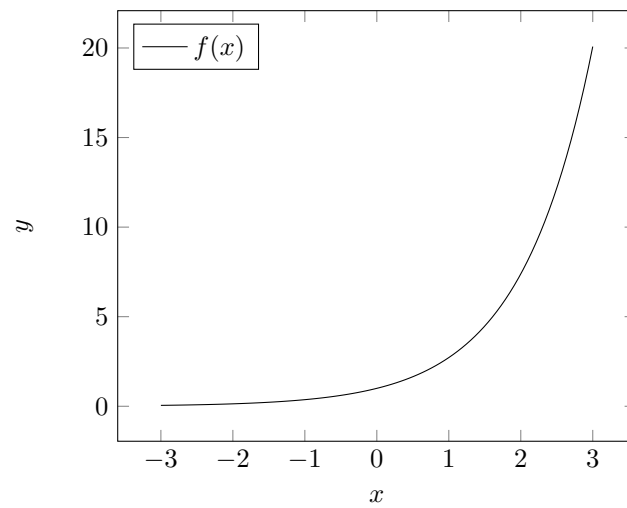
$$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{-1 + 2\sqrt{3}i}}{2}, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{-1 + 2\sqrt{3}i}}{2}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{-1 - 2\sqrt{3}i}}{2}, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{-1 - 2\sqrt{3}i}}{2}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}i}{2}, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}i}{2}$$

### 2.5 $x$ について解く `eq:solvefor(x)`

$$e^{x^2y} = z + 1 \iff x = \sqrt{\frac{\ln(1+z)}{y}}$$

## 2.6 グラフをプロットする `\fetch{f}` + `package pgfplots`

$$f(x) = e^x$$



### 3 使用例: 関数の増減を調べる

**keywords:** 関数定義・微分・根の計算・代入・グラフ描画

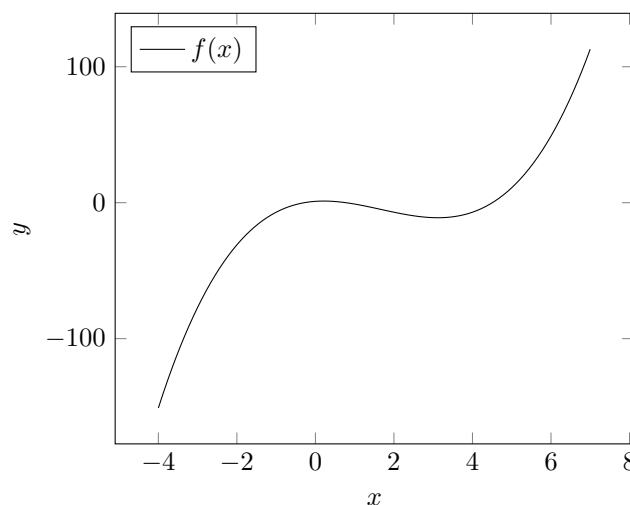
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 1$  とする.  $x$  で微分すると

$$f'(x) = 2 - 10x + 3x^2$$

ここで,  $f'(x) = 0$  の解は  $x = \frac{5}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}, \frac{5}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}$  である. よって極大値と極小値はそれぞれ

$$\begin{aligned} f\left(\frac{5}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}\right) &= \left(\frac{5}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}\right)^3 - 5\left(\frac{5}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{5}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}\right) + 1 \\ &= -\frac{133}{27} - \frac{38\sqrt{19}}{27} \\ f\left(\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}\right) &= \left(\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}\right)^3 - 5\left(\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}\right) + 1 \\ &= -\frac{133}{27} + \frac{38\sqrt{19}}{27} \end{aligned}$$

となる. よってグラフは次のとおり.



使用例の一部は公式ドキュメントより抜粋しています.

luacas - A computer algebra system for users of LuaLaTeX <https://www.ctan.org/pkg/luacas>