Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет»

Факультет информационных технологий

Кафедра информационных систем и технологий

Электронный конспект по дисциплине

**Лабораторная работа № 6**

**ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

Выполнила:

Студентка 2 курса 3 группы

Кохнюк Александра Сергеевна

**Вариант 5**

**Цель работы**: Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи.

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 173 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 118 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 155 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 105 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 112 | 136 | 198 | 100 | 168 |  |

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей. Проверим это условие.

**Запасы поставщиков:** 715

**Суммарная потребность потребителей:** 862

В нашем случае запасы поставщиков **на 147 единиц меньше** потребности потребителей. Значит введем фиктивного поставщика с запасом продукции – 147. Стоимость доставки единицы продукции от данного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 173 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 118 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 155 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 105 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 112 | 136 | 198 | 100 | 168 |  |

После добавления 6ого поставщика выполняется необходимое условие:

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают клетку с наименьшей стоимостью, для этой ячейки присваиваем меньшее из чисел ai, или bj. Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Повторяем, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

**Рассмотрим минимальные элементы матрицы тарифов:**

Искомый элемент равен c22=5. Для этого элемента запасы равны 118, потребности 112. Поскольку минимальным является 112, то вычитаем его.  
x22 = min(118,112) = 112.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 173 |
| **2** | 15 | **5** | 13 | 10 | 12 | 18 | 118-112=6 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 155 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 105 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 112-112=0 | 136 | 198 | 100 | 168 |  |

Искомый элемент равен c54=5. Для этого элемента запасы равны 105, потребности 198. Поскольку минимальным является 105, то вычитаем его.  
x54 = min(105,198) = 105.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 173 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 6 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 155 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | **5** | 15 | 9 | 105-105=0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 0 | 136 | 198-105=93 | 100 | 168 |  |

Искомый элемент равен c16=6. Для этого элемента запасы равны 173, потребности 168. Поскольку минимальным является 168, то вычитаем его.  
x16 = min(173,168) = 168.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | **6** | 173-168=5 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 6 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 155 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 0 | 136 | 93 | 100 | 168-168 =0 |  |

Искомый элемент равен c31=6. Для этого элемента запасы равны 155, потребности 148. Поскольку минимальным является 148, то вычитаем его.  
x31 = min(155,148) = 148.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 5 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 6 |
| **3** | **6** | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 155-148=7 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148-148=0 | 0 | 136 | 93 | 100 | 0 |  |

Искомый элемент равен c35=7. Для этого элемента запасы равны 7, потребности 100. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.  
x35 = min(7,100) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 5 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 6 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | **7** | 16 | 7-7=0 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 0 | 0 | 136 | 93 | 100-7=93 | 0 |  |

Искомый элемент равен c14=8. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 93. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.  
x14 = min(5,93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | **8** | 16 | 6 | 5-5=0 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 6 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 0 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 0 | 0 | 136 | 93-5=88 | 93 | 0 |  |

Искомый элемент равен c44=8. Для этого элемента запасы равны 164, потребности 88. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.  
x44 = min(164,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 0 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 6 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 0 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | **8** | 18 | 7 | 164-88=76 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 0 | 0 | 136 | 88-88=0 | 93 | 0 |  |

Искомый элемент равен c25=12. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 93. Поскольку минимальным является 6, то вычитаем его.  
x25 = min(6,93) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 0 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | **12** | 18 | 6-6=0 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 0 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 76 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 0 | 0 | 136 | 0 | 93-6=87 | 0 |  |

Искомый элемент равен c43=15. Для этого элемента запасы равны 76, потребности 136. Поскольку минимальным является 76, то вычитаем его.  
x43 = min(76,136) = 76.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 0 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 0 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 0 |
| **4** | 9 | 15 | **15** | 8 | 18 | 7 | 76-76=0 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 0 | 0 | 136-76=60 | 0 | 87 | 0 |  |

Искомый элемент равен c63=0. Для этого элемента запасы равны 147, потребности 60. Поскольку минимальным является 60, то вычитаем его.  
x63 = min(147,60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 0 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 0 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 0 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 0 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 | 147-60=87 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 0 | 0 | 60-60=0 | 0 | 87 | 0 |  |

Искомый элемент равен c65=0. Для этого элемента запасы равны 87, потребности 87. Поскольку минимальным является 87, то вычитаем его.  
x65 = min(87,87) = 87.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8 | 16 | 6 | 0 |
| **2** | 15 | 5 | 13 | 10 | 12 | 18 | 0 |
| **3** | 6 | 10 | 16 | 13 | 7 | 16 | 0 |
| **4** | 9 | 15 | 15 | 8 | 18 | 7 | 0 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5 | 15 | 9 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | **0** | 0 | 87-87=0 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 0 | 0 | 0 | 0 | 87-87=0 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8[5] | 16 | 6[168] | 173 |
| **2** | 15 | 5[112] | 13 | 10 | 12[6] | 18 | 118 |
| **3** | 6[148] | 10 | 16 | 13 | 7[7] | 16 | 155 |
| **4** | 9 | 15 | 15[76] | 8[88] | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5[105] | 15 | 9 | 105 |
| **6** | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[87] | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 112 | 136 | 198 | 100 | 168 |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 11, а должно быть m + n - 1 = 11. Следовательно, опорный план является **невырожденным.**

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:  
F(x) = 8\*5 + 6\*168 + 5\*112 + 12\*6 + 6\*148 + 7\*7 + 15\*76 + 8\*88 + 5\*105 + 0\*60 + 0\*87 = 4986.

Далее проверим оптимальность наших предыдущих действий. Для этого найдем предварительные потенциалы ui и vj по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

Каждому поставщику ставим в соответствие некоторое число - ui, называемое потенциалом поставщика. Каждому потребителю ставим в соответствие некоторое число - vj, называемое **потенциалом потребителя**. Для базисной ячейки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

**ui + vj = cij**

u1 + v4 = 8; 0 + v4 = 8; v4 = 8  
u4 + v4 = 8; 8 + u4 = 8; u4 = 0  
u4 + v3 = 15; 0 + v3 = 15; v3 = 15  
u6 + v3 = 0; 15 + u6 = 0; u6 = -15  
u6 + v5 = 0; -15 + v5 = 0; v5 = 15  
u2 + v5 = 12; 15 + u2 = 12; u2 = -3  
u2 + v2 = 5; -3 + v2 = 5; v2 = 8  
u3 + v5 = 7; 15 + u3 = 7; u3 = -8  
u3 + v1 = 6; -8 + v1 = 6; v1 = 14  
u5 + v4 = 5; 8 + u5 = 5; u5 = -3  
u1 + v6 = 6; 0 + v6 = 6; v6 = 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **U** | | v 1 | v 2 | V 3 | v 4 | v 5 | v 6 | | u 1 | 17 | 7 | 11 | 8[5] | 16 | 6[168] | u1 = 0 | | u 2 | 15 | 5[112] | 13 | 10 | 12[6] | 18 | u2 = -3 | | u 3 | 6[148] | 10 | 16 | 13 | 7[7] | 16 | u3 = -8 | | u 4 | 9 | 15 | 15[76] | 8[88] | 18 | 7 | u4 = 0 | | u 5 | 8 | 16 | 14 | 5[105] | 15 | 9 | u5 = -3 | | u 6 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[87] | 0 | u6 = -20 | | **V** | v1 = 19 | v2 = 13 | v3 = 20 | v4 = 13 | v5 = 20 | v6 = 11 |  | |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(1;2): 0 + 8 > 7; ∆12 = 0 + 8 - 7 = 1 > 0  
(1;3): 0 + 15 > 11; ∆13 = 0 + 15 - 11 = 4 > 0  
(4;1): 0 + 14 > 9; ∆41 = 0 + 14 - 9 = 5 > 0  
(5;1): -3 + 14 > 8; ∆51 = -3 + 14 - 8 = 3 > 0  
max(1,4,5,3) = 5  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 9  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8[5] | 16 | 6[168] | 173 |
| **2** | 15 | 5[112] | 13 | 10 | 12[6] | 18 | 118 |
| **3** | 6[148]  [-] | 10 | 16 | 13 | 7[7]  [+] | 16 | 155 |
| **4** | 9[+] | 15 | 15[76]  [-] | 8[88] | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5[105] | 15 | 9 | 105 |
| **6** | 0 | 0 | 0[60]  [+] | 0 | 0[87]  [-] | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 112 | 136 | 198 | 100 | 168 |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 76. Прибавляем 76 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 76 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8[5] | 16 | 6[168] | 173 |
| **2** | 15 | 5[112] | 13 | 10 | 12[6] | 18 | 118 |
| **3** | 6[72] | 10 | 16 | 13 | 7[83] | 16 | 155 |
| **4** | 9[76] | 15 | 15 | 8[88] | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5[105] | 15 | 9 | 105 |
| **6** | 0 | 0 | 0[136] | 0 | 0[11] | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 112 | 136 | 198 | 100 | 168 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем **предварительные потенциалы** ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1 + v4 = 8; 0 + v4 = 8; v4 = 8  
u4 + v4 = 8; 8 + u4 = 8; u4 = 0  
u4 + v1 = 9; 0 + v1 = 9; v1 = 9  
u3 + v1 = 6; 9 + u3 = 6; u3 = -3  
u3 + v5 = 7; -3 + v5 = 7; v5 = 10  
u2 + v5 = 12; 10 + u2 = 12; u2 = 2  
u2 + v2 = 5; 2 + v2 = 5; v2 = 3  
u6 + v5 = 0; 10 + u6 = 0; u6 = -10  
u6 + v3 = 0; -10 + v3 = 0; v3 = 10  
u5 + v4 = 5; 8 + u5 = 5; u5 = -3  
u1 + v6 = 6; 0 + v6 = 6; v6 = 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **U** | | v 1 | v 2 | V 3 | v 4 | v 5 | v 6 | | u 1 | 17 | 7 | 11 | 8[5] | 16 | 6[168] | u1 = 0 | | u 2 | 15 | 5[112] | 13 | 10 | 12[6] | 18 | u2 = -3 | | u 3 | 6[148] | 10 | 16 | 13 | 7[7] | 16 | u3 = -8 | | u 4 | 9 | 15 | 15[76] | 8[88] | 18 | 7 | u4 = 0 | | u 5 | 8 | 16 | 14 | 5[105] | 15 | 9 | u5 = -3 | | u 6 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[87] | 0 | u6 = -15 | | **V** | v1 = 14 | v2 = 8 | v3 = 15 | v4 = 8 | v5 = 15 | v6 = 6 |  | |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(1;2): 0 + 8 > 7; ∆12 = 0 + 8 - 7 = 1 > 0  
(1;3): 0 + 15 > 11; ∆13 = 0 + 15 - 11 = 4 > 0  
(4;1): 0 + 14 > 9; ∆41 = 0 + 14 - 9 = 5 > 0  
(5;1): -3 + 14 > 8; ∆51 = -3 + 14 - 8 = 3 > 0  
max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 9  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8[5] | 16 | 6[168] | 173 |
| **2** | 15 | 5[112] | 13 | 10 | 12[6] | 18 | 118 |
| **3** | 6[148]  [-] | 10 | 16 | 13 | 7[7]  [+] | 16 | 155 |
| **4** | 9[+] | 15 | 15[76]  [-] | 8[88] | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5[105] | 15 | 9 | 105 |
| **6** | 0 | 0 | 0[60]  [+] | 0 | 0[87]  [-] | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 112 | 136 | 198 | 100 | 168 |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 76. Прибавляем 76 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 76 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПОТРЕБИТЕЛИ**  **ПОСТАВЩИКИ** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **ЗАПАС** |
| **1** | 17 | 7 | 11 | 8[5] | 16 | 6[168] | 173 |
| **2** | 15 | 5[112] | 13 | 10 | 12[6] | 18 | 118 |
| **3** | 6[72] | 10 | 16 | 13 | 7[83] | 16 | 155 |
| **4** | 9[76] | 15 | 15 | 8[88] | 18 | 7 | 164 |
| **5** | 8 | 16 | 14 | 5[105] | 15 | 9 | 105 |
| **6** | 0 | 0 | 0[136] | 0 | 0[11] | 0 | 147 |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | 148 | 112 | 136 | 198 | 100 | 168 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем **предварительные потенциалы** ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1 + v4 = 8; 0 + v4 = 8; v4 = 8  
u4 + v4 = 8; 8 + u4 = 8; u4 = 0  
u4 + v1 = 9; 0 + v1 = 9; v1 = 9  
u3 + v1 = 6; 9 + u3 = 6; u3 = -3  
u3 + v5 = 7; -3 + v5 = 7; v5 = 10  
u2 + v5 = 12; 10 + u2 = 12; u2 = 2  
u2 + v2 = 5; 2 + v2 = 5; v2 = 3  
u6 + v5 = 0; 10 + u6 = 0; u6 = -10  
u6 + v3 = 0; -10 + v3 = 0; v3 = 10  
u5 + v4 = 5; 8 + u5 = 5; u5 = -3  
u1 + v6 = 6; 0 + v6 = 6; v6 = 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **U** | | v 1 | v 2 | V 3 | v 4 | v 5 | v 6 | | u 1 | 17 | 7 | 11 | 8[5] | 16 | 6[168] | u1 = 0 | | u 2 | 15 | 5[112] | 13 | 10 | 12[6] | 18 | u2 = 2 | | u 3 | 6[72] | 10 | 16 | 13 | 7[83] | 16 | u3 = -3 | | u 4 | 9[76] | 15 | 15 | 8[88] | 18 | 7 | u4 = 0 | | u 5 | 8 | 16 | 14 | 5[105] | 15 | 9 | u5 = -3 | | u 6 | 0 | 0 | 0[136] | 0 | 0[11] | 0 | u6 = -15 | | **V** | v1 = 9 | v2 = 3 | v3 = 10 | v4 = 8 | v5 = 10 | v6 = 6 |  | |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: F(x) = 8\*5 + 6\*168 + 5\*112 + 12\*6 + 6\*72 + 7\*83 + 9\*76 + 8\*88 + 5\*105 + 0\*136 + 0\*11 = 4606

**Анализ оптимального плана:**

Из 1-го склада необходимо груз направить к 4-у потребителю (5 ед.), к 6-у потребителю (168 ед.)

Из 2-го склада необходимо груз направить к 2-у потребителю (112 ед.), к 5-у потребителю (6 ед.)

Из 3-го склада необходимо груз направить к 1-у потребителю (72 ед.), к 5-у потребителю (83 ед.)

Из 4-го склада необходимо груз направить к 1-у потребителю (76 ед.), к 4-у потребителю (88 ед.)

Из 5-го склада необходимо весь груз направить к 4-у потребителю.

Потребность 3-го потребителя остается неудовлетворенной на 136 ед.

Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x63=0.

Потребность 5-го потребителя остается неудовлетворенной на 11 ед.

Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x65=0.

**Вывод**: Приобрела навыки решения открытой транспортной задачи