



# 热工基础

作者: Koishi

时间: January 6, 2025



不要以为抹消过去，重新来过，即可发生什么改变。——比企谷八幡

# 目录

<b>第1章 基本概念</b>	<b>1</b>
<b>第2章 热力学第一定律</b>	<b>4</b>
2.1 闭口系统的热力学第一定律表达式	4
2.2 开口系统的流动能量方程	5
<b>第3章 理想气体的性质与热力过程</b>	<b>10</b>
3.1 理想气体的比热容	11
3.2 理想气体的热力学能、焓和熵	12
3.3 理想混合气体	14
3.4 理想气体的热力过程	16
3.4.1 定容过程	16
3.4.2 定压过程	17
3.4.3 等温过程	17
3.4.4 等熵过程	18
3.4.5 多变过程	19
<b>第4章 热力学第二定律</b>	<b>22</b>
4.1 卡诺循环与卡诺定理	22
4.2 熵	24
<b>第5章 水蒸气与湿空气</b>	<b>29</b>
5.1 水蒸气的产生过程	29
5.2 水蒸气的热力过程	31
5.3 湿空气的性质	32
<b>第6章 动力装置循环</b>	<b>34</b>
6.1 蒸汽动力装置循环	34
6.1.1 蒸汽参数对朗肯循环热效率的影响	35
6.1.2 再热循环	36
6.1.3 回热循环	37
6.2 活塞式内燃机循环	39
<b>第7章 制冷装置循环</b>	<b>43</b>
7.1 空气压缩式制冷循环	43
7.2 蒸气压缩式制冷循环	45
7.3 吸收式制冷循环	47
<b>第8章 导热</b>	<b>48</b>
8.1 导热理论基础	49
8.2 稳态导热	53
8.2.1 平壁的稳态导热	53
8.2.2 圆筒壁的稳态导热	56
8.2.3 肋片的稳态导热	57

8.3 非稳态导热 . . . . .	59
8.3.1 无限大平壁冷却或加热问题的分析解 . . . . .	59
8.3.2 集总参数法 . . . . .	62
<b>第9章 对流换热</b> . . . . .	<b>65</b>
9.1 对流换热的数学描述 . . . . .	66
9.1.1 对流换热微分方程组 . . . . .	66
9.1.2 边界层理论 . . . . .	67
9.2 外掠等壁温平板层流换热分析解 . . . . .	69
9.3 对流换热的实验研究方法 . . . . .	70
9.4 单相流体强迫对流换热特征数关联式 . . . . .	72
9.4.1 管内强迫对流换热 . . . . .	72
9.4.2 外掠壁面强迫对流换热 . . . . .	77
9.5 自然对流换热 . . . . .	78
9.6 凝结与沸腾换热 . . . . .	82
9.6.1 凝结换热 . . . . .	82
9.6.2 沸腾换热 . . . . .	84
9.6.3 热管的工作原理 . . . . .	85
<b>第10章 辐射换热</b> . . . . .	<b>86</b>
10.1 热辐射的基本概念 . . . . .	86
10.2 黑体辐射的基本定律 . . . . .	88
10.3 实际物体的辐射特性 . . . . .	90
10.4 辐射换热的计算方法 . . . . .	92
10.4.1 角系数 . . . . .	93
10.4.2 黑体表面之间的辐射换热 . . . . .	94
10.4.3 漫灰表面之间的辐射换热 . . . . .	94
10.5 遮热板原理 . . . . .	98
<b>第11章 传热过程与换热器</b> . . . . .	<b>101</b>
11.1 传热过程 . . . . .	101
11.1.1 通过平壁的传热过程 . . . . .	101
11.1.2 通过圆管壁的传热过程 . . . . .	103
11.1.3 通过肋壁的传热过程 . . . . .	105
11.1.4 复合换热 . . . . .	106
11.2 换热器 . . . . .	107
11.2.1 换热器的传热计算 . . . . .	108
11.2.2 传热的强化与削弱 . . . . .	109

# 第1章 基本概念

凡是能将热能转换为机械能的机器统称为热力发动机，简称为**热机**。热能和机械能之间的转换是通过媒介物质在热机中的一系列状态变化过程来实现的，这种媒介物质称为**工质**。工程热力学中，把热容量很大，并且在吸收或放出有限量热量时自身温度及其他热力学参数没有明显改变的物体称为**热源**。工程热力学通常选取一定的工质或空间作为研究对象，称之为**热力系统**，简称**系统**。系统以外的物体称为**外界或环境**。系统与边界之间的分界面称为**边界**。边界可以是真实的，也可以是假想的；可以是固定的，也可以是移动的。系统通过边界与外界发生相互作用，进行物质和能量交换。按照系统与外界之间相互作用的具体情况，系统可以分为以下几类：

1. **闭口系统**：与外界无物质交换的系统。由于系统的质量始终保持恒定，所以也常称为**控制质量系统**。
2. **开口系统**：与外界有物质交换的系统。由于开口系统是一个划定的空间范围，所以开口系统又称为**控制容积系统**。
3. **绝热系统**：与外界无热量交换的系统。
4. **孤立系统**：与外界既无能量(功、热量)交换又无物质交换的系统。

## 定义 1.1 (状态参数)

用于描述工质所处状态的宏观物理量称为状态参数，如温度、压力、比体积等。状态参数具有点函数的性质，状态参数的变化只取决于给定的初始与最终状态，而与变化过程中所经历的一切中间状态或路径无关。

## 定义 1.2 (平衡状态)

在不受外界影响(重力场除外)的条件下，工质(或系统)的状态参数不随时间而变化的状态称为平衡状态。工质的平衡状态一旦确定，状态参数就具有确定的数值，与到达此状态的过程无关。

平衡的本质是不存在不平衡势。对于热力学系统，常见的不平衡势包括：温差(热不平衡势)、压差(力不平衡势)、化学反应(化学不平衡势)。平衡态的特点是：

- 平衡是指宏观性质不随时间变化，微观性质随时间的变化是允许的；
- 数学描述不涉及时间变量；
- 系统处于平衡态才有确定的状态参数。如果系统平衡，可以用一组确切的参数(压力、温度)描述。

**注** 稳定状态指的是参数不随时间变化，尽管系统稳定但仍可能存在不平衡势，此时如果去掉外界影响则状态发生变化。因此，稳定不一定平衡，但平衡一定稳定。

**注** 平衡是从时间角度评价的，均匀是从空间角度评价的。平衡不一定均匀，但单相平衡态则一定是均匀的。

## 定义 1.3 (非平衡状态)

当系统内部各部分的温度或压力不一致时，各部分间将发生热量的传递或相对位移，其状态将随时间而变化，这种状态称为非平衡状态。如果没有外界的影响，非平衡状态最后将过渡到平衡状态。如果工质处于非平衡状态，则不存在确定的状态参数。

## 定理 1.1 (热力学第零定律)

如果两个物体中的每一个都分别与第三个物体处于热平衡，则这两个物体彼此也必处于热平衡。

## 定义 1.4 (摄氏温标)

与热力学温标并用的还有热力学摄氏温标，简称摄氏温标。用这种温标确定的温度称为摄氏温度，用符号  $t$  标识，单位为  $^{\circ}\text{C}$ ，并定义为

$$t = T - 273.15 \text{ K}$$



由此可知，摄氏温度与热力学温标仅起点不同。摄氏温度  $0^{\circ}\text{C}$  相当于热力学温度  $273.15\text{ K}$ 。显然，水的三相点温度为  $0.01^{\circ}\text{C}$ 。

### 定义 1.5 (比体积)

单位质量的工质所占有的体积称为比体积，用符号  $v$  表示，单位为  $\text{m}^3/\text{kg}$ 。如果质量为  $m$  的工质占有的体积为  $V$ ，则工质的比体积为

$$v = \frac{V}{m}$$

显然，比体积与密度互为倒数，即  $v = 1/\rho$ 。比体积和密度都是说明工质在某一状态下分子疏密程度的物理量，其中任一个都可以作为工质的状态参数，二者互不独立，通常采用比体积作为状态参数。

### 定义 1.6 (准平衡过程)

如果在热力过程中系统所经历的每一个状态都无限地接近平衡态，这种过程称为准平衡过程，又称为准静态过程。既要使系统的状态发生变化，又要随时无限接近于平衡态，只有使过程进行得无限缓慢才有可能实现。理论上，在没有外界作用下，一个系统从非平衡态达到完全平衡态需要很长时间，但是从非平衡态趋近平衡态所需时间往往不很长，这段时间叫做弛豫时间。实际上，在系统内外的不平衡势（如压力差、温度差等）不是很大的情况下，弛豫时间非常短，可以将实际过程近似地看做准平衡过程。

考虑准平衡过程的容积变化功。以汽缸中  $m\text{ kg}$  工质为系统，初始时

$$p \cdot A = p_{\text{out}} \cdot A + f$$

如果  $p_{\text{out}}$  微小下降，活塞位移  $dl$  很小，近似认为  $p$  不变，则可视为准平衡过程。此时  $m\text{ kg}$  工质发生容积变化对外界作的功为

$$\delta W = p \cdot A \cdot dl = p dV \Rightarrow \delta w = p dv$$

上式仅适用于准平衡过程，但也适用于准静态下的任何工质（一般为流体）；外力无限制，功的表达式只是系统内部参数；有无  $f$  只是影响系统功和外界功的大小差别。

**注** 工质膨胀不一定对外做功，比如真空下的自由膨胀过程。判断是否做功需要存在做功对象和做功部件。

### 定义 1.7 (可逆过程)

如果系统完成了某一过程之后，能够沿着原路径逆行而回到原来的状态，外界也随之回复到原来的状态而不留下任何变化，则这一过程称为可逆过程，否则就是不可逆过程。对于一个均匀的无化学反应的系统来说，实现可逆过程最重要的条件不仅是系统的内部而且系统与外界之间都处于热和力的平衡，过程中不存在摩擦、粘性扰动、温差传热等消耗功或造成潜在做功能力损失的耗散效应。所以说，可逆过程就是无耗散效应的准平衡过程。

准平衡过程是实际过程的理想化过程，但并非最优过程；可逆过程是最优过程。可逆过程的功与热完全可以用系统内工质的状态参数表达，可以不考虑系统与外界复杂关系，容易分析。实际过程不是可逆过程，但为了研究方便，可以先按理想情况（可逆过程）处理，用系统参数加以分析，然后考虑不可逆因素加以修正。

**注** 可逆过程只是指可能性，并不是指必须要回到初态的过程。同时，不可逆过程也不是无法恢复到初始状态的过程，只是无法在不施加外部影响的情况下回到初始状态。

### 定义 1.8 (热量)

热量是热力系与外界相互作用的另一种方式，在温度的推动下，以微观无序运动方式传递的能量。热量是系统与外界之间依靠温差传递的能量。

**注** 实现系统的绝热过程有两种方式：系统具有良好的隔热；系统与外界环境等温。

**注** 定温过程并不一定就是不传热，比如相变过程，此时涉及到潜热。

**例题 1.1** 某容器被一刚性壁分为两部分，在容器不同部位装有 3 个压力表，如图所示。压力表 B 的读数为 1.75 bar，压力表 A 的读数为 1.0 bar。如果大气压力计读数为 0.97 bar，试确定压力表 C 的读数及两部分容器内气体的绝对压力。

**解** 根据三个表所在的位置可以得到

$$p_A = p_1 - p_{\text{atm}}$$

$$p_B = p_2 - p_1$$

$$p_C = p_2 - p_{\text{atm}}$$

其中  $p_A = 1.10 \text{ bar}$ ， $p_B = 1.75 \text{ bar}$ ， $p_{\text{atm}} = 0.97 \text{ bar}$ ，所以可以解得

$$p_1 = p_A + p_{\text{atm}} = 1.10 + 0.97 = 2.07 \text{ bar}$$

$$p_2 = p_B + p_1 = 1.75 + 2.07 = 3.82 \text{ bar}$$

$$p_C = p_2 - p_{\text{atm}} = 3.82 - 0.97 = 2.85 \text{ bar}$$

**例题 1.2** 用如图所示的水银压力计测量容器中气体的压力时，为了防止水银蒸发危害人体健康，在水银柱上加一段水。测得汞柱高 800 mm、水柱高 300 mm，已知大气压力为 760 mmHg，求容器内气体的压力 (bar)。

**解** 根据压力平衡可以得到

$$\begin{aligned} p &= p_{\text{汞}} + p_{\text{水}} + p_{\text{atm}} = \rho_{\text{汞}}gh_1 + \rho_{\text{水}}gh_2 + p_{\text{atm}} \\ &= 800 + \frac{1}{13.59} \times 300 + 760 = 1582.075 \text{ mmHg} = 2.0567 \text{ bar} \end{aligned}$$

**例题 1.3** 一热力系发生状态变化时，压力随体积的变化关系为  $pV^{1.3} = \text{const}$ 。如果热力系初态为  $p_1 = 600 \text{ kPa}$ 、 $V_1 = 0.3 \text{ m}^3$ ，问当系统膨胀至  $V_2 = 0.5 \text{ m}^3$  时对外做功为多少？

**解** 根据膨胀功的表达式可知

$$\begin{aligned} A &= \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1^{1.3}}{V^{1.3}} dV = p_1 V_1^{1.3} \cdot \frac{1}{0.3} \cdot \left( \frac{1}{V_1^{0.3}} - \frac{1}{V_2^{0.3}} \right) \\ &= 600 \times 10^3 \times 0.3^{1.3} \times \frac{1}{0.3} \times \left( \frac{1}{0.3^{0.3}} - \frac{1}{0.5^{0.3}} \right) = 85249.68 \text{ J} \end{aligned}$$

**例题 1.4** 一气球直径为 0.3 m，球内充满压力为 150 kPa 的空气。由于加热，气球直径可逆地增大到 0.4 m。已知空气压力正比于气球直径而变化，试求该过程空气所作的功。

**解** 由于空气压力正比于气球直径，可以记为  $p = kR$ ，于是正比系数  $k = \frac{150 \times 10^3}{0.3/2} = 10^6$ ，所以空气所作功为

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = \int_{V_1}^{V_2} kR \cdot d\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = \int_{R_1}^{R_2} kR \cdot 4\pi R^2 dR = \int_{0.15}^{0.2} 4\pi k R^3 dR = 3436.12 \text{ J}$$

**例题 1.5** 里哦也能够储气罐中的压缩空气在温度不变的情况下给气球充气，开始时气球内没有气体，故可认为其初始体积为零；充满气体后气球的体积为  $2 \text{ m}^3$ 。若大气压力为 0.09 MPa，求充气过程中气体所作的功。

**解** 根据气体膨胀做功时，内外力保持平衡，可以得到

$$A = p_{\text{atm}} \cdot \Delta V = 0.09 \times 10^6 \times 2 = 1.8 \times 10^5 \text{ J}$$

## 第2章 热力学第一定律

### 定义 2.1 (热力学能)

在工程热力学中，热力学能是指不涉及化学能和原子能的物质分子热运动动能和分子之间由于相互作用力而具有的位能之和，即所谓的热能。由物理学可知，气体分子动能的大小主要取决于气体的温度，位能的大小主要与气体的比体积有关。质量为  $m$  的工质的热力学能用  $U$  表示，单位为 J 或 kJ；单位质量（即 1 kg）工质的热力学能称为比热力学能，用  $u$  表示，单位为 J/kg。气体工质的比热力学能只取决于工质的热力学温度和比体积，即取决于工质的热力状态，是状态参数，可以表示为

$$u = f(T, v)$$



### 定义 2.2 (储存能)

系统的热力学能、宏观动能与宏观位能之和称为系统的储存能，用  $E$  表示，即

$$E = U + E_k + E_p = U + \frac{1}{2}mc_f^2 + mgz$$



### 定理 2.1 (热力学第一定律)

热力学第一定律可以表述为：在热能与其他形式能的互相转换过程中，能的总量始终不变。根据热力学第一定律，要想得到机械能就必须花费热能或其他能量，因此热力学第一定律也可以表述为：不花费能量就可以产生功的第一类永动机是不可能制造成功的。



## 2.1 闭口系统的热力学第一定律表达式

取封闭在气缸里的工质作为分析对象，这是一个闭口系统。设工质由平衡态 1 变化到平衡态 2 的状态变化过程中从外界吸取的热量为  $Q$ ，对外所作的膨胀功为  $W$ ，那么该闭口系统的热力学第一定律的表达式为

$$Q - W = \Delta U \quad \Rightarrow \quad Q = \Delta U + W \quad \text{or} \quad \delta Q = dU + \delta W$$

对于可逆过程 (或准平衡过程)，上式可以表示为

$$Q = \Delta U + \int_1^2 p dV \quad \text{or} \quad \delta Q = dU + p dV$$

对于单位质量工质的微元过程，可以相应得到

$$q = \Delta u + w \quad \text{or} \quad \delta q = du + \delta w$$

对于单位质量工质的可逆过程 (或准平衡过程)，则有

$$q = \Delta u + \int_1^2 p dv \quad \text{or} \quad \delta q = du + p dv$$

**例题 2.1** 如图所示，气缸内充有空气，活塞截面积为  $100 \text{ cm}^2$ ，活塞距底面高度为  $10 \text{ cm}$ ，活塞及其上负载的总质量为  $195 \text{ kg}$ ，当地大气压力为  $771 \text{ mmHg}$ ，环境温度  $t_0 = 27^\circ\text{C}$ ，气缸内气体此时恰与外界处于热力平衡。若将活塞上的负载减少  $100 \text{ kg}$ ，活塞将突然上升，最后重新达到热力平衡。假设活塞与气缸壁无摩擦，气体可通过气缸壁充分与外界换热，求活塞上升的距离及气体与外界交换的热量。

**解** 在负载减少之前，气体压强满足

$$p_1 = m_1 g / S + p_{\text{atm}} = \frac{195 \text{ kg} \times 9.8 \text{ N/kg}}{100 \text{ cm}^2} + 771 \text{ mmHg} = 293891.262 \text{ Pa}$$

而在负载减少之后，气体压强满足

$$p_2 = m_2 g / S + p_{\text{atm}} = \frac{95 \text{ kg} \times 9.8 \text{ N/kg}}{100 \text{ cm}^2} + 771 \text{ mmHg} = 195891.262 \text{ Pa}$$

由于气体与外界充分换热而保持温度与外界温度一致，由此可知

$$p_1 S l = p_2 S l' \Rightarrow l' = \frac{p_1}{p_2} l = 1.5l$$

因此活塞的上升距离为

$$l' - l = 0.5l = 0.5 \times 10 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

考虑到过程前后气体温度相同，内能变化  $\Delta U = 0$ ，近似视为定压膨胀过程可以得到

$$Q = \Delta U + W = 0 + p_2 S(l - l') = 195891.262 \text{ Pa} \times 100 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} = 97.946 \text{ J}$$

## 2.2 开口系统的流动能量方程

### 定义 2.3 (推进功)

工质在流过热工设备时，必须受外力推动，这种推动工质流动而作的功称为流动功，也称为推进功。考虑质量为  $dm$  的工质在外力的推动下克服压力  $p$  移动距离  $dx$ ，并通过面积为  $A$  的截面进入系统时，则外界所作的推进功为


$$\delta W_f = p A dx = p dV = p v dm$$

对于单位质量工质，推进功为

$$w_f = \frac{\delta W_f}{dm} = p v$$

可见，对单位质量工质所作的推进功在数值上等于工质的压力和比体积的乘积  $p v$ 。推进功是由泵或风机加给被输送工质并随着工质流动而向前传递的一种能量，不是工质本身具有的能量。



 **笔记** 推进功可以理解为，由于工质的进出，外界与系统之间所传递的一种机械功，表现为流动工质进出系统时，所携带和所传递的一种能量。

根据能量守恒原则，开口系统的能量关系满足：进入系统的能量减去离开系统的能量等于系统储存能量的变化。在这里，需要考虑流动工质的推进功在系统边界的传递。于是就可以得到开口系统的能量方程为

$$\delta Q + \delta m_{\text{in}}(u + p v + c^2/2 + g z)_{\text{in}} - \delta m_{\text{out}}(u + p v + c^2/2 + g z)_{\text{out}} - \delta W_{\text{net}} = dE_{\text{cv}}$$

**例题 2.2** 有一储气罐，其中装有质量为  $m_0$ 、内能为  $u_0$  的空气，现连接于输气管道进行充气。已知输气管内空气状态始终保持稳定，其焓值为  $h$ 。经时间  $\tau$  充气后，储气罐内的质量为  $m$ ，内能为  $u'$ ，如果忽略充气过程中气体的流动动能及重力位能的影响，而且管路、储气罐、阀门都是绝热的，求  $u'$  与  $h$  的关系。

**解** 考虑储气罐作为系统，由于系统绝热有  $Q = 0$ ，在忽略充气过程中气体的流动动能以及重力位能的影响下，由热力学第一定律可知

$$m u' - m_0 u_0 = h(m - m_0)$$

由此得到

$$u' = \frac{h(m - m_0) + m_0 u_0}{m}$$

**例题 2.3** 一个储气罐内的气体压强为  $p_1 = 35 \text{ bar}$ ，温度为  $t_1 = 16^\circ\text{C}$ 。现在从储气罐中取气到汽轮机输出  $4 \text{ kW}$  的功率，持续  $30 \text{ s}$ ，通过汽轮机作功后的气体的焓  $h \approx 0$ 。允许取气后的储气罐压强降低到  $p_2 = 3.5 \text{ bar}$ ，储气罐认为是绝热的，气体的  $c_v = 718 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， $R_g = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，求所需的储气罐体积  $V$ 。

**解** 根据开口系统的能量方程，由于储气罐是绝热的，则  $Q = 0$ ，同时忽略动能和位能的变化，则

$$\Delta E_{\text{cv}} = - \int h \delta m_{\text{out}}$$

其中  $\Delta E_{\text{cv}} = U_2 - U_1$ ，而由于气体通过汽轮机作功后  $h \approx 0$ ，因此  $W = \int h \delta m_{\text{out}}$ ，所以

$$m_1 u_1 - m_2 u_2 = W$$



根据理想气体状态方程, 就有

$$\frac{p_1 V}{R_g T_1} \cdot c_v T_1 - \frac{p_2 V}{R_g T_2} \cdot c_v T_2 = W$$

从而

$$V = \frac{W}{(p_1 - p_2) \frac{c_v}{R_g}} = \frac{4 \times 30 \times 10^3}{(35 - 3.5) \times 10^5 \times \frac{718}{287}} = 0.0152 \text{ m}^3$$

**例题 2.4** 压力为  $p$ 、温度为  $T$  的高压空气管道向气球充气, 该气球原装有质量为  $m_0$  的空气, 其压力为  $p_0$ 、温度为  $T_0$ 。当气球内空气的质量变为  $m$  后关闭阀门。设管道、阀门是绝热的, 充气过程中气球可与大气充分换热, 大气温度为  $T_0$ 、压力为  $p_0$ 。忽略气球的弹力, 忽略充气过程中气体的流动动能及重力位能的影响, 空气的  $R_g$ 、 $c_p$ 、 $c_v$  已知。求充气过程中气球内空气与大气交换的热量。

**解** 由于气球与大气充分换热, 气球内空气的温度与大气温度保持一致, 因此储存能变化为

$$\Delta E_{cv} = (m - m_0) c_v T_0$$

忽略气球的弹力则气球内空气的压强与大气压强保持一直, 于是气球膨胀过程中所作的净功为

$$W_{\text{net}} = p_0 \Delta V = p_0 (m v_0 - m_0 v_0) = (m - m_0) R_g T_0$$

那么在忽略气体流动动能及重力位能的影响, 则由热力学第一定律可得

$$Q + (m - m_0) c_p T - (m - m_0) R_g T_0 = (m - m_0) c_v T_0$$

从而气球内空气吸收的热量为

$$Q = (m - m_0) (c_v T_0 - c_p T + R_g T_0) = (m - m_0) c_p (T_0 - T)$$

考虑一个概括性热工设备, 有工质不断地流进、流出。取进、出口截面 1-1、2-2 以及设备壁面作为系统边界, 这显然是一个开口系统。假设在时间  $\tau$  内, 质量为  $m_1$  的工质以流速  $c_{f1}$  跨过截面 1-1 流入系统, 与此同时, 质量为  $m_2$  的工质以流速  $c_{f2}$  跨过截面 2-2 流出系统, 系统从外界吸收的热量为  $Q$ , 工质通过机轴对外输出的功 (通常称为轴功) 为  $W_s$ 。假设系统满足稳定流动条件,  $m_1 = m_2 = m$ , 并且由于在稳定流动过程中系统内工质的数量和状态都不随时间改变, 系统与外界交换的热量、功量也不随时间而改变, 所以系统的总能量也保持不变, 于是由热力学第一定律可以得到进出系统的能量满足

$$Q + m u_1 + \frac{1}{2} m c_{f1}^2 + m g z_1 + m p_1 v_1 = W_s + m u_2 + \frac{1}{2} m c_{f2}^2 + m g z_2 + m p_2 v_2$$

#### 定义 2.4 (焓与比焓)

注意到方程中的比能  $u$  和推进功  $p v$  总是同时出现, 并且  $u, p, v$  都是工质的状态参数, 为了方便起见, 引入一个新的状态参数定义为

$$h = u + p v$$

称之为比焓。同时也可以定义焓为  $H = m h$ 。需要进一步指出的是: (1) 无论对于流动工质还是不流动的工质, 比焓都是状态参数; (2) 对于流动工质, 比焓表示每千克工质沿流动方向向前传递的总能量中取决于热力状态的部分; (3) 对于不流动的工质, 不存在推进功, 比焓也不表示能量, 仅仅是状态参数。

借助比焓的概念, 可以将系统能量关系的方程进一步整理为

$$Q = \Delta H + \frac{1}{2} m \Delta c_f^2 + m g \Delta z + W_s$$

上式称为开口系统的稳定流动能量方程式。对于单位质量工质, 稳定流动能量方程式为

$$q = \Delta h + \frac{1}{2} \Delta c_f^2 + g \Delta z + w_s$$

也可以写成微元过程的形式

$$\delta Q = dH + \frac{1}{2} m d c_f^2 + m g d z + \delta W_s \quad \text{or} \quad \delta q = d h + \frac{1}{2} c_f^2 + g d z + \delta w_s$$

**定义 2.5 (技术功)**

在稳定流动能量方程式中，等号右边除了焓差之外，其余三项是不同类型的机械能，它们都是工程技术上可以直接利用的。在工程热力学中，将这三项之和称为技术功，即

$$W_t = \frac{1}{2}m\Delta c_f^2 + mg\Delta z + W_s \quad \text{or} \quad w_t = \frac{1}{2}\Delta c_f^2 + g\Delta z + w_s$$



借助技术功的概念，可以进一步将开口系统的稳定流动能量方程式简化为

$$Q = \Delta H + W_t \quad \text{or} \quad q = \Delta h + w_t$$

**注** 值得一提的是，对于一般的热工设备，工质在进出口的动能、位能差基本都可以忽略不计，因此近似有  $w_t \approx w_s$ ，于是稳定流动能量方程式在应用时可以进一步简化为  $q = \Delta h + w_s$ 。

这里讨论一些具体的场景来说明稳定流动能量方程式的应用：

- 热交换器：**工质流过热交换器这类设备时与外界无功量交换，即  $w_s = 0$ ，且动能、位能的变化可以忽略，所以可以得到  $q = \Delta h = h_2 - h_1$ ，即单位质量工质与外界交换的热量等于换热器进、出口处工质比焓的变化。
- 动力机械：**各种热力发动机都是利用工质膨胀作功，对外输出轴功  $w_s$ ，由于采用了良好的保温隔热措施，通过设备外壳的散热量极少，可以认为其中的热力过程是绝热过程，即  $q = 0$ ，如果再忽略动能、位能变化，就可以得到  $w_s = -\Delta h = h_1 - h_2$ ，即对外输出的轴功等于工质的焓降。
- 压缩机械：**当工质流经压缩机械时，压力升高，外界对工质作轴功，情况与动力机械恰好相反。如果设备无专门冷却措施，也可以认为是绝热的，即  $q = 0$ ，同样可以得到  $w_s = -\Delta h = h_1 - h_2$ ，但是此时算出的  $w_s$  为负值。
- 绝热节流：**节流是典型的不可逆过程，在缩口附近存在涡流，工质处于不稳定的非平衡状态，所以严格说节流是不稳定流动。但是考虑离缩口稍远的两个截面上，流动情况基本稳定，如果选择这两个截面的中间部分为开口系统，可以近似地用稳定流动能量方程进行分析。由于两个截面上流速差别不大，动能变化可以忽略；节流过程对外不作轴功；工质流过两个截面之间的时间很短，与外界的热量交换很少，可以近似认为节流过程是绝热的，即  $q = 0$ 。于是就有  $h_2 = h_1$ 。这表明，在忽略动能、位能变化的绝热节流过程中，节流前后工质的焓值相等。
- 喷管和扩压管：**喷管的目的是压力降低、速度提高，扩压管的目的是速度降低、压力升高。此时动能参与转换，不能忽略，而  $w_s = 0$ 、 $q = 0$  以及  $g\Delta z = 0$ ，因此  $\frac{1}{2}\Delta c^2 = -\Delta h$ ，即动能与焓变相互转换。

**例题 2.5** 空气在某压机中被压缩，压缩前空气的参数为  $p_1 = 0.1 \text{ MPa}$ ， $v_1 = 0.845 \text{ m}^3/\text{kg}$ ；压缩后为  $p_2 = 0.8 \text{ MPa}$ ， $v_2 = 0.175 \text{ m}^3/\text{kg}$ 。若在压缩过程中每千克空气的热力学能增加  $146.5 \text{ kJ}$ ，同时向外界放热  $50 \text{ kJ}$ ，压机每分钟生产压缩空气  $10 \text{ kg}$ ，试求：(1) 压缩过程中对每千克空气所作的压缩功；(2) 生产  $1 \text{ kg}$  压缩空气所需的轴功；(3) 带动此压机所需功率至少为多少 (kW)？

**解** (1) 根据热力学第一定律可知

$$w = q - \Delta u = -50 \text{ kJ/kg} - 146.5 \text{ kJ/kg} = -196.5 \text{ kJ/kg}$$

(2) 忽略气体宏观动能和势能的变化，则轴功等于技术功，所以所需轴功为

$$\begin{aligned} w_s &= q - \Delta h = q - \Delta u - (p_2 v_2 - p_1 v_1) \\ &= -50 \text{ kJ/kg} - 146.5 \text{ kJ/kg} - (0.8 \text{ MPa} \times 0.175 \text{ m}^3/\text{kg} - 0.1 \text{ MPa} \times 0.845 \text{ m}^3/\text{kg}) \\ &= -252 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

(3) 所需功率为

$$P = \frac{|w_s| \cdot m}{t} = \frac{252 \text{ kJ/kg} \times 10 \text{ kg}}{60} = 42 \text{ kW}$$

**例题 2.6** 一燃气轮机装置如图所示。空气由 1 进入压缩机，升压后流至 2，然后流入回热器，吸收从燃气轮机排出的废气中的一部分热量后，经 3 进入燃烧室。在燃烧室中与油泵送来的油混合，燃烧产生热量，高温燃烧产物经 4 进入燃气轮机作功。排出的废气由 5 送入回热器，最后由 6 排至大气。其中，压缩机、油泵、发电机均

由燃气轮机带动。试建立整个系统的能量平衡式；若空气质量流量  $q_{m1} = 50 \text{ t/h}$ ，进口焓  $h_1 = 12 \text{ kJ/kg}$ ，燃油的质量流量  $q_{m7} = 700 \text{ kg/h}$ ，燃油进口的焓  $h_7 = 42 \text{ kJ/kg}$ ，油的发热量  $q = 41800 \text{ kJ/kg}$ ，排出废气的焓  $h_6 = 418 \text{ kJ/kg}$ ，求发电机发出的功率。

**解** 根据热力学第一定律，忽略气体宏观动能和势能的变化，则轴功等于技术功，于是

$$q = (h_6 - h_1 - h_7) + w_s$$

所以输出功率为

$$\begin{aligned} P &= q_{m7}q - ((q_{m1} + q_{m7})h_6 - q_{m1}h_1 - q_{m7}h_7) \\ &= 700 \text{ kg/h} \times 41800 \text{ kJ/kg} \\ &\quad - ((50 \text{ t/h} + 700 \text{ kg/h}) \times 418 \text{ kJ/kg} - 50 \text{ t/h} \times 12 \text{ kJ/kg} - 700 \text{ kg/h} \times 42 \text{ kJ/kg}) \\ &= 2415.78 \text{ kW} \end{aligned}$$

### 定义 2.6 (节流)

工质在管内流动时，如果流通截面突然缩小（如流经阀门或流量孔板等），在缩口处工质的流速突然增加，压力急剧下降，并在缩口附近产生漩涡，流过缩口后流速减慢，压力又回升，这种现象称为节流。实际上，由于孔板的局部阻力，工质流过孔板后压力总有不同程度的降低，下降程度取决于管径和缩口的大小、流速的高低以及流体的性质等因素。



**注** 尽管绝热节流前后工质的焓值相等，但是在两个截面之间，特别是缩口附近，由于流速变化很大，焓值并非处处相等，因此不可以将绝热节流过程理解为定焓过程。

**注** 绝热节流过程不是可逆绝热过程（等熵过程），因此不能使用理想气体等熵过程的推论。但是对于理想气体的绝热节流，根据前后状态的焓相同及其关于温度的单值性，可以得到两个状态的温度相同。

现在，将闭口系统的热力学第一定律表达式  $q = \Delta u + w$  和开口系统的稳定流动能量方程式  $q = \Delta h + w_t$  进行对比，可以得到

$$w = (p_2v_2 - p_1v_1) + \frac{1}{2}(c_{f2}^2 - c_{f1}^2) + g(z_2 - z_1) + w_s = (p_2v_2 - p_1v_1) + w_t$$

即

$$w = \Delta(pv) + w_t$$

其中  $w$  为单位质量工质由于体积变化所作的膨胀功，是由热能转变而来。由上式可以看到，工质在稳定流动过程中所作的膨胀功，一部分用于维持工质流动所必须作出的净推进功  $(p_2v_2 - p_1v_1)$ ，一部分用于增加工质本身的宏观动能和位能，其余部分才作为热力设备的轴功  $w_s$ 。并且，工质稳定流经热力设备时所作的技术功等于膨胀功减去净推进功，而轴功只是技术功的一部分，当  $p_2v_2 = p_1v_1$  时技术功等于膨胀功。

对于可逆过程，膨胀功  $w = \int_1^2 p dv$ ，那么可以由此得到可逆过程的技术功为

$$w_t = \int_1^2 p dv - (p_2v_2 - p_1v_1) = \int_1^2 p dv - \int_1^2 d(pv) = - \int_1^2 v dp$$

其中  $v$  恒为正值，负号表示技术功的正负与  $dp$  相反，即：过程中工质压力降低时，技术功为正，对外做功；反之，若工质的压力增加，技术功为负，则外界对工质做功。借助上式，可以将可逆过程的稳定流动能量方程式表示为

$$q = \Delta h - \int_1^2 v dp \quad \text{or} \quad \delta q = dh - v dp$$

值得一提的是，根据技术功的微分表达，可以得到

$$w_t = - \int v dp = \frac{1}{2} \Delta c^2 + g \Delta z + w_s$$

那么在  $w_s = 0$  的情况下，就可以得到伯努利方程

$$\int v dp + \frac{1}{2} \Delta c^2 + g \Delta z = 0$$

**注** 从技术功的微分表达式也可以看到，对于开口系的流动工质，定容过程并不一定就不做功。

**注** 根据  $dw_t = -vdp$  可知，在  $p-v$  图中，技术功  $w_t$  的大小是以  $p$  轴为底边的图形面积。



## 第3章 理想气体的性质与热力过程

### 定义 3.1 (理想气体)

理想气体模型有如下假设：气体分子之间的平均距离相当大，分子体积与气体的总体积相比可以忽略不计；分子之间无作用力；分子之间的互相碰撞以及分子与容器壁的碰撞都是弹性碰撞。当实际气体  $p$  很小， $V$  很大， $T$  不太低，即处于远离液态的稀薄状态时，可以视为理想气体。

理想气体状态方程可以表述为

$$pv = R_g T \Rightarrow pV = mR_g T = m \frac{R}{M} T = nRT$$

其中  $R_g$  为气体常数，单位为  $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  是通用气体常数，摩尔体积定义为  $V_m = Mv$ 。

### 定义 3.2 (定容比热容和定压比热容)

由于热量是与过程有关的量，如果工质初、终态相同而过程不同，吸入或放出的热量就不同，工质的比热容也就不同，所以工质的比热容与过程的性质有关。在热工计算中常涉及定容过程与定压过程，所以分别定义定容比热容和定压比热容为

$$c_V = \frac{\delta q_V}{dT}, \quad c_p = \frac{\delta q_p}{dT}$$

其中  $\delta q_V$  和  $\delta q_p$  分别代表微元定容过程和微元定压过程中工质与外界交换的热量。

对于定容过程，考虑比热力学能  $u = u(T, v)$ ，其全微分为

$$du = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv$$

根据热力学第一定律有  $\delta q = du + p dv$ ，将其代入上式可以得到

$$\delta q = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + p \right] dv$$

由于定容过程的  $dv = 0$ ，所以最终得到

$$\delta q_V = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT \Rightarrow c_V = \frac{\delta q_V}{dT} = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

由此可见，定容比热容是在体积不变的情况下比热力学能对温度的偏导数，其数值等于在体积不变的情况下物质温度变化  $1 \text{ K}$  时比热力学能的变化量。

同理，对于定压过程，考虑比焓  $h = h(T, p)$ ，其全微分为

$$dh = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp$$

根据热力学第一定律有  $\delta q = dh - v dp$ ，将其代入上式可以得到

$$\delta q = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT + \left[ \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T - v \right] dp$$

由于定压过程的  $dp = 0$ ，则

$$\delta q_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT \Rightarrow c_p = \frac{\delta q_p}{dT} = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

即定压比热容是在压力不变的情况下比焓对温度的偏导数，其数值等于在压力不变的情况下物理温度变化  $1 \text{ K}$  时比焓的变化量。

### 3.1 理想气体的比热容

理想气体分子间不存在相互作用力, 因此理想气体的热力学能仅包含与温度有关的分子动能, 也就是说, 理想气体的热力学能只是温度的单值函数。于是, 理想气体的定容比热容为

$$c_V = \frac{du}{dT}$$

对于理想气体, 根据焓的定义  $h = u + pv = u + R_g T$ , 其也是温度的单值函数, 于是理想气体的定压比热容为

$$c_p = \frac{dh}{dT}$$

根据焓的定义式以及理想气体状态方程, 可以进一步推导得到理想气体的  $c_p$  与  $c_V$  之间的关系:

$$c_p = \frac{dh}{dT} = \frac{d(u + pv)}{dT} = \frac{du}{dT} + \frac{d(R_g T)}{dT} = c_V + R_g$$

由此即得到**迈耶公式**:

#### 定理 3.1 (迈耶公式)

迈耶公式表述了理想气体定容比热容与定压比热容之间的关系:

$$c_p - c_V = R_g \quad \text{or} \quad C_{p,m} - C_{V,m} = R$$

由此可见, 气体的定压比热容大于定容比热容, 这是因为定容时气体不对外膨胀, 所加入的热量全部用于增加气体本身的热力学能, 使温度升高; 而在定压过程时, 气体在受热温度升高的同时, 还要克服外力对外膨胀作功, 因此相同质量的气体在定压过程中温度同样升高 1 K 要比在定容过程中需要更多的热量。♡

**注** 对于不可压缩流体以及固体, 定压比热容和定容比热容相等。

$c_p$  与  $c_V$  的比值称为**比热容比**, 用符号  $\gamma$  表示, 即

$$\gamma = c_p / c_V \Rightarrow c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_g, \quad c_V = \frac{1}{\gamma - 1} R_g$$

由于理想气体的热力学能和焓是温度的单值函数, 所以理想气体的定容比热容和定压比热容也是温度的单值函数。一般来说, 温度越高, 比热容越大, 这是因为温度增高, 双原子和多原子分子内部的原子振动动能增大的缘故。这种函数关系通常近似表示为多项式的形式, 例如

$$c_p = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3$$

$$c_V = a'_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3$$

其中  $a_0, a'_0, a_1, a_2$  和  $a_3$  是常数, 且  $a_0 - a'_0 = R_g$ 。对于不同的气体, 各常数有不同的数值, 可由实验确定。因为这种由多项式定义的比热容能比较真实地反映比热容与温度的关系, 所以称为**真实比热容**。

为了工程计算方便, 引入**平均比热容**的概念: 每千克气体从温度  $t_1$  升高到  $t_2$  所需要的热量  $q_{1-2}$  除以温度变化  $(t_2 - t_1)$  所得的商, 称为该气体在  $t_1$  到  $t_2$  的温度范围内的平均比热容, 用  $c|_{t_1}^{t_2}$  表示, 即

$$c|_{t_1}^{t_2} = \frac{q_{1-2}}{t_2 - t_1} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} c dt}{t_2 - t_1} = \frac{\int_0^{t_2} c dt - \int_0^{t_1} c dt}{t_2 - t_1} = \frac{c|_0^{t_2} t_2 - c|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1}$$

在对计算要求不需十分精确的情况下, 可以不考虑温度对比热容的影响, 将比热容看成常数。根据气体分子运动论及能量按自由度均分的原则, 原子数目相同的气体具有相同的摩尔热容。下面给出单原子气体、双原子气体及多原子气体的摩尔热容, 也称为**定值摩尔热容**, 其中对多原子气体给出的是实验值:

1. 单原子气体:  $C_{V,m} = \frac{3}{2} R$ ,  $C_{p,m} = \frac{5}{2} R$ ,  $\gamma = 1.67$ ;
2. 双原子气体:  $C_{V,m} = \frac{5}{2} R$ ,  $C_{p,m} = \frac{7}{2} R$ ,  $\gamma = 1.40$ ;
3. 多原子气体:  $C_{V,m} = \frac{7}{2} R$ ,  $C_{p,m} = \frac{9}{2} R$ ,  $\gamma = 1.29$ 。

上述比热容与由实验所得的实际比热容相比, 对于单原子气体, 在相当大的温度范围内二者数值极为吻合, 基本上与温度无关, 这是因为单原子气体分子内部的原子本身没有振动能, 与气体分子运动论不考虑分子内部原子振动自由度相一致; 对于双原子气体, 如  $O_2, N_2, H_2, CO$  等, 在常温下二者大致相近, 这是因为双原子气体分子内部在常温下的振动能还处于基态, 尚未激发, 温度变化  $1^\circ C$ , 振动能没有什么变化, 在  $0 \sim 200^\circ C$  温度

范围内，与上述计算的空气的比热容值与实验所得空气的平均比热容实际值相当接近；而对于多原子气体，如  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{CH}_4$  等，在常温下内部原子振动能已经大多处于激发状态，温度升高  $1^\circ\text{C}$ ，振动能增加显著，因而与只考虑能量按移动和转动自由度均分的气体分子运动论得出的数值相差较大。

**例题 3.1** 柴油机气缸中的燃气，膨胀过程开始时的状态为  $p_1 = 8 \text{ MPa}$ 、 $t_1 = 1300^\circ\text{C}$ ，过程终了时的状态为  $p_2 = 0.4 \text{ MPa}$ 、 $t_2 = 400^\circ\text{C}$ 。假定燃气具有空气的性质，且过程为可逆，试按平均比热容计算燃气比熵的变化量，并判断过程是吸热还是放热。

**解** 气体的平均定压比热容为

$$c_p = \frac{c_p|_0^{t_2} t_2 - c_p|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1} = \frac{1.028 \times 400 - 1.117 \times 1300}{400 - 1300} = 1.157 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

于是可以得到比熵的变化量为

$$\begin{aligned} \Delta s &= \int_1^2 \frac{\delta q}{T} = \int_1^2 \frac{c_p dT - v dp}{T} = \int_1^2 \frac{c_p dT - \frac{R_g T}{p} dp}{T} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R_g \ln \frac{p_2}{p_1} \\ &= 1.157 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times \ln \frac{673.15 \text{ K}}{1573.15 \text{ K}} - 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times \ln \frac{0.4 \text{ MPa}}{8 \text{ MPa}} = -122.364 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

因为  $\Delta s < 0$ ，所以过程放热。

## 3.2 理想气体的热力学能、焓和熵

如前所述，理想气体的热力学能和焓都是温度的单值函数，于是可以得到理想气体在任意过程中热力学能和焓的变化分别为

$$\Delta u = \int_1^2 c_v dT, \quad \Delta h = \int_1^2 c_p dT$$

工程上，根据计算精度的要求，可以选用真实比热容或平均比热容进行计算，还可以直接查取热力学能-温度表和焓-温度表。热力学能和焓的基准点的选择是任意的，对  $\Delta u$  和  $\Delta h$  的计算无影响，但是，只有以  $0 \text{ K}$  为基准时  $h$  和  $u$  才同时为零。

**例题 3.2** 一绝热刚体气缸，被一导热的无摩擦的活塞分成两部分。最初活塞被固定在某一位置，气缸的一侧储有  $0.4 \text{ MPa}$ 、 $30^\circ\text{C}$  的理想气体  $0.5 \text{ kg}$ ，而另一侧储有  $0.12 \text{ MPa}$ 、 $30^\circ\text{C}$ 、 $0.5 \text{ kg}$  的同样气体。然后放松活塞任其自由移动，最后两侧达到平衡。设比热容为定值，试求：(1) 平衡时的温度 ( $^\circ\text{C}$ )；(2) 平衡时的压力 ( $\text{MPa}$ )。

**解** (1) 由于气缸绝热且为刚体，两部分气体的总内能将保持不变。又因为活塞充分导热，终态时两部分气体的温度应当相同，所以就有

$$mc_v T + mc_v T = mc_v T' + mc_v T' \Rightarrow T' = T = 30^\circ\text{C} = 303.15 \text{ K}$$

(2) 由理想气体状态方程可知两部分气体前后状态的压强、体积满足关系

$$p_1 V_1 = p'_1 V'_1, \quad p_2 V_2 = p'_2 V'_2$$

且压力平衡的条件证明  $p'_1 = p'_2 = p'$ 。因为终态两部分气体温度相同，所以

$$p' V'_1 = p' V'_2 \Rightarrow V'_1 = V'_2 = V'$$

进而有  $V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2 = 2V'$ ，从而

$$\frac{p' V'}{p_1} + \frac{p' V'}{p_2} = 2V' \Rightarrow p' = \frac{2}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}} = \frac{2}{\frac{1}{0.4 \text{ MPa}} + \frac{1}{0.12 \text{ MPa}}} = 0.1846 \text{ MPa}$$

**例题 3.3** 某理想气体由初态  $p_1 = 0.517 \text{ MPa}$ 、 $V_1 = 0.142 \text{ m}^3$ ，经一热力过程至  $p_2 = 0.172 \text{ MPa}$ 、 $V_2 = 0.274 \text{ m}^3$ ，过程中气体的焓变  $\Delta H = -65.4 \text{ kJ}$ 。已知其定容比热容为  $c_v = 1.4 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，求：(1) 气体热力学能的变化  $\Delta U$ ；(2) 气体的定压比热容  $c_p$ 。

**解** (1) 根据理想气体状态方程，有

$$p_1 V_1 = m R_g T_1, \quad p_2 V_2 = m R_g T_2$$

而焓变满足

$$\Delta H = mc_p(T_2 - T_1) = (mR_g + mc_v)(T_2 - T_1) = p_2V_2 - p_1V_1 + \Delta U$$

从而得到

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta H - p_2V_2 + p_1V_1 = -65.4 \text{ kJ} - 0.172 \text{ MPa} \times 0.274 \text{ m}^3 + 0.517 \text{ MPa} \times 0.142 \text{ m}^3 \\ &= -39.114 \text{ kJ}\end{aligned}$$

(2) 根据  $\Delta H = mc_p(T_2 - T_1)$  以及  $\Delta U = mc_v(T_2 - T_1)$  可以得到

$$c_p = \frac{\Delta H}{\Delta U} c_v = \frac{-65.4 \text{ kJ}}{-39.114 \text{ kJ}} \times 1.4 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 2.3408 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

根据熵的定义式及热力学第一定律表达式, 可以得到

$$\begin{aligned}ds &= \frac{\delta q}{T} = \frac{du + pdv}{T} = \frac{du}{T} + \frac{p}{T}dv \\ ds &= \frac{\delta q}{T} = \frac{dh - vdp}{T} = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T}dp\end{aligned}$$

对于理想气体,  $du = c_v dT$ ,  $dh = c_p dT$ ,  $pv = R_g T$ , 分别代入上面两个式子, 可以得到

$$\begin{aligned}ds &= c_v \frac{dT}{T} + R_g \frac{dv}{v} \\ ds &= c_p \frac{dT}{T} - R_g \frac{dp}{p}\end{aligned}$$

将上面两个式子两边积分, 可以得到任意热力过程熵变化的计算公式

$$\begin{aligned}\Delta s &= \int_1^2 c_v \frac{dT}{T} + R_g \ln \frac{v_2}{v_1} \stackrel{c_v=\text{const}}{=} c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R_g \ln \frac{v_2}{v_1} \\ \Delta s &= \int_1^2 c_p \frac{dT}{T} - R_g \ln \frac{p_2}{p_1} \stackrel{c_p=\text{const}}{=} c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R_g \ln \frac{p_2}{p_1}\end{aligned}$$

将理想气体状态方程进一步代入上式还可以进一步得到

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R_g \ln \frac{v_2}{v_1} = c_v \ln \frac{R_g T_2}{R_g T_1} + R_g \ln \frac{v_2}{v_1} = c_v \ln \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} + R_g \ln \frac{v_2}{v_1} = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1}$$

以上分别是以  $T$  和  $v$ 、 $T$  和  $p$  以及  $p$  和  $v$  表示的理想气体任意过程熵变的计算式。与热力学能和焓一样, 在一般的热工计算中, 只涉及熵的变化量, 计算结果与基准点(零点)的选择无关。由于  $c_p$  和  $c_v$  都只是温度的函数, 与过程的特性无关, 因此从以上各式不难看出, 理想气体的熵变完全取决于初态和终态, 而与过程所经历的途径无关。也就是说, 理想气体的熵是一个状态函数。因此, 以上各熵变计算式对于理想气体的任何过程都适用。

**例题 3.4** 试导出理想气体定比热容多变过程熵差的计算式为

$$s_2 - s_1 = \frac{n - \kappa}{n(\kappa - 1)} R_g \ln \frac{p_2}{p_1}, \quad s_2 - s_1 = \frac{(n - \kappa) R_g}{(n - 1)(\kappa - 1)} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (n \neq 1)$$

**解** 定比热容满足  $c_v = \frac{R_g}{\kappa - 1}$ ,  $c_p = \frac{\kappa R_g}{\kappa - 1}$ 。多变过程满足  $p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$ , 于是  $\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/n}$ 。从而得到

$$\begin{aligned}s_2 - s_1 &= c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1} = \frac{R_g}{\kappa - 1} \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{\kappa R_g}{\kappa - 1} \cdot \frac{1}{n} \ln \frac{p_1}{p_2} \\ &= \left( \frac{R_g}{\kappa - 1} - \frac{\kappa R_g}{\kappa - 1} \frac{1}{n} \right) \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{n - \kappa}{n(\kappa - 1)} R_g \ln \frac{p_2}{p_1}\end{aligned}$$

同时, 多变过程还满足  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2^{n/(n-1)}}{T_1^{n/(n-1)}}$ , 从而还可以得到

$$\begin{aligned}s_2 - s_1 &= c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R_g \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{\kappa R_g}{\kappa - 1} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_g \frac{n}{n - 1} \ln \frac{T_2}{T_1} \\ &= \left( \frac{\kappa R_g}{\kappa - 1} - \frac{n R_g}{n - 1} \right) \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{(n - \kappa) R_g}{(n - 1)(\kappa - 1)} \ln \frac{T_2}{T_1}\end{aligned}$$



### 3.3 理想混合气体

工程上常用的气态物质，往往不是单纯一种气体，而是由多种气体组成的混合气体。如果混合气体中各组成气体(组元)都具有理想气体的性质，则整个混合气体也具有理想气体的性质，其  $p, v, T$  之间的关系也符合理想气体状态方程，这样的混合气体称为**理想混合气体**。在理想混合气体中，各组元之间不发生化学反应，它们互不影响地充满整个容器，每一种气体的行为就如同它们单独存在时一样。因此，理想混合气体的性质实际上就是各组元性质的组合，可以根据各组元的性质以及它们在混合气体中的组成份额，确定混合气体的密度、相对分子质量以及气体常数等。

因为理想混合气体中每一种组元的分子都会撞击容器壁，从而产生各自的压力。通常将各组元单独占有混合气体体积  $V$  并处于混合气体温度  $T$  时所呈现的压力成为该组元的**分压力**，用  $p_i$  表示。

#### 定理 3.2 (道尔顿定律)

混合气体的物质的量等于各组元的物质的量之和，所以  $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ ，而根据理想气体状态方程，各组元以分压力表示的状态方程式为  $p_k V = n_k R T$ ，所以

$$\frac{pV}{RT} = \frac{p_1 V}{RT} + \frac{p_2 V}{RT} + \cdots + \frac{p_k V}{RT}$$

于是可以得到道尔顿定律：理想混合气体的总压力等于各组元分压力之和，即

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_k = \sum_{i=1}^k p_i$$



**注** 道尔顿定律仅适用于理想混合气体，因为实际混合气体中各组元之间存在着相互作用与影响。

混合气体中第  $i$  种组元处于混合气体相同压力  $p$  和相同温度  $T$  时所单独占据的体积，称为该组元的**分体积**，用  $V_i$  表示。根据理想气体状态方程式，对第  $i$  种组元，可以分别写出以分压力和分体积表示的状态方程式  $p_i V = n_i R T$ ， $p V_i = n_i R T$ 。比较两个式可以得到

$$\frac{p_i}{p} = \frac{V_i}{V}$$

可以看到，任一组元的分压力与混合气体的压力之比，等于其分体积与混合气体的总体积之比。

#### 定理 3.3 (分体积相加定律)

对于各组元，可以分别写出以分体积表示的状态方程式  $p V_k = n_k R T$ ，由此可以得到

$$\frac{pV}{RT} = \frac{pV_1}{RT} + \frac{pV_2}{RT} + \cdots + \frac{pV_k}{RT}$$

因此

$$V = V_1 + V_2 + \cdots + V_k = \sum_{i=1}^k V_i$$

即理想混合气体的总体积等于各组元的分体积之和，这一规律也常称为分体积相加定律。



- **质量分数**：如果混合气体由  $k$  种组元气体组成，其中第  $i$  种组元的质量  $m_i$  与混合气体总质量  $m$  的比值称为该组元的质量分数，用  $w_i$  表示，即  $w_i = \frac{m_i}{m}$ 。由于混合气体的总质量  $m$  等于各组元质量  $m_i$  的总和，即  $m = \sum_{i=1}^k m_i$ 。所以，各组元质量分数之和等于 1，即  $\sum_{i=1}^k w_i = 1$ 。
  - **摩尔分数**：混合气体中，第  $i$  种组元的物质的量  $n_i$  与混合气体的物质的量  $n$  的比值，称为该组元的摩尔分数，用  $x_i$  表示，即  $x_i = \frac{n_i}{n}$ 。同样，由于混合气体的总物质的量  $n$  等于各组元的物质的量  $n_i$  之和，即  $n = \sum_{i=1}^k n_i$ 。因此，各组元气体的摩尔分数之和也等于 1，即  $\sum_{i=1}^k x_i = 1$ 。
  - **体积分数**：混合气体中，第  $i$  种组元的分体积  $V_i$  与混合气体总体积  $V$  的比值，称为该组元的体积分数，用  $\varphi_i$  表示，即  $\varphi_i = \frac{V_i}{V}$ 。根据分体积定律，各组成气体的体积分数之和也等于 1，即  $\sum_{i=1}^k \varphi_i = 1$ 。
- 对于第  $i$  种组元和混合气体，状态方程可以分别表示为  $p V_i = n_i R T$  和  $p V = n R T$ ，比较两个式子可以得

到  $\frac{V_i}{V} = \frac{n_i}{n}$ ，即

$$\varphi_i = x_i$$

即理想混合气体中，各组元的体积分数  $\varphi_i$  与其摩尔分数  $x_i$  相等，所以混合气体的成分表示法实际上只有两种。

根据  $\frac{p_i}{p} = \frac{V_i}{V}$  与  $\varphi_i = x_i$  可以得到

$$p_i = \varphi_i p = x_i p$$

上式是计算各组成气体分压力的基本公式。

质量分数  $w_i$  和摩尔分数  $x_i$  是常用的两种成分表示法。如果用  $M_i$  代表第  $i$  种组元的摩尔质量，则

$$w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{n_i M_i}{\sum_{i=1}^k n_i M_i} = \frac{\frac{n_i}{n} M_i}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} M_i} = \frac{x_i M_i}{\sum_{i=1}^k x_i M_i}$$

同理还有

$$x_i = \frac{n_i}{n} = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{m_i/M_i}{\sum_{i=1}^k (m_i/M_i)} = \frac{m_i/(m M_i)}{\sum_{i=1}^k m_i/(m M_i)} = \frac{w_i/M_i}{\sum_{i=1}^k w_i/M_i}$$

因此，已知一种成分，可以由以上两式换算成另一种成分。

混合气体的**平均摩尔质量**是为了计算方便而引入的一个假想的量。若混合气体的总质量为  $m$ ，总物质的量为  $n$ ，则混合气体的平均摩尔质量为  $M = \frac{m}{n}$ 。如果混合气体的质量分数  $w_i$  已知，则根据混合气体的总物质的量等于各组成气体物质的量之和，即  $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ ，亦即  $\frac{m}{M} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \cdots + \frac{m_k}{M_k}$ ，于是就有

$$M = \frac{1}{\frac{m_1}{m M_1} + \frac{m_2}{m M_2} + \cdots + \frac{m_k}{m M_k}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k \frac{w_i}{M_i}}$$

可以看到，只有知道了各组元的种类及其质量分数，就可以根据上式方便地计算出平均摩尔质量  $M$ 。

如果已知混合气体的摩尔分数  $x_i$  或体积分数  $\varphi_i$ ，则根据  $m = m_1 + m_2 + \cdots + m_k$ ，即  $nM = n_1 M_1 + n_2 M_2 + \cdots + n_k M_k$ ，可以得到混合气体的平均摩尔质量为

$$M = \sum_{i=1}^k x_i M_i = \sum_{i=1}^k \varphi_i M_i$$

当各组元的种类以及摩尔分数或体积分数已知时，用上式计算  $M$  更为方便。

在求得混合气体平均摩尔质量的基础上，平均气体常数  $R_g$  即可由下式求得

$$R_g = \frac{R}{M} = R \sum_{i=1}^k \frac{w_i}{M_i} = \frac{R}{\sum_{i=1}^k x_i M_i} = \frac{R}{\sum_{i=1}^k \varphi_i M_i}$$

对质量为  $m$  的混合气体加热时，如果不发生化学反应，则使混合气体的温度升高 1 K 所需要的热量就等于各组元分别升高 1 K 所需热量的总和，即  $mc = \sum_{i=1}^k m_i c_i$ ，由上式可以得到

$$c_p = \sum_{i=1}^k w_i c_{p,i}, \quad c_v = \sum_{i=1}^k w_i c_{v,i}$$

即混合气体的比热容等于各组元的比热容与各自的质量分数乘积的总和。同理可以得到

$$C_{p,m} = M c_p = \sum_{i=1}^k x_i M_i c_{p,i} = \sum_{i=1}^k x_i C_{p,m,i}$$

$$C_{v,m} = M c_v = \sum_{i=1}^k x_i M_i c_{v,i} = \sum_{i=1}^k x_i C_{v,m,i}$$

即混合气体的摩尔热容等于各组元的摩尔热容与各自摩尔分数乘积的总和。

**例题 3.5** 2 kg 氧气与 3 kg 某种未知的气体混合，混合气体的体积为 2 m<sup>3</sup>、压力为 0.2 MPa、温度为 283.69 K，试计算：(1) 该未知气体的气体常数  $R_g$  及摩尔质量  $M$ ；(2) 该未知气体的分压力。

**解** (1) 混合气体的气体常数为

$$R_{g,\text{mix}} = \frac{pV}{(m_1 + m_2)T} = \frac{0.2 \text{ MPa} \times 2 \text{ m}^3}{5 \text{ kg} \times 283.69 \text{ K}} = 281.998 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

分别考虑氧气和未知气体的状态方程，有

$$p_1 V = m_1 R_{g,1} T, \quad p_2 V = m_2 R_{g,2} T$$

对比可知  $m_1 R_{g,1} + m_2 R_{g,2} = (m_1 + m_2) R_{g,\text{mix}}$ ，已知氧气的气体常数为  $R_{g,1} = 259.8125 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，于是未知气体的气体常数为

$$R_{g,2} = \frac{(m_1 + m_2) R_{g,\text{mix}} - m_1 R_{g,1}}{m_2} = \frac{5 \text{ kg} \times 281.998 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) - 2 \text{ kg} \times 259.8125 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})}{3 \text{ kg}} = 296.788 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

从而可得该未知气体的摩尔质量为

$$M = R / R_{g,2} = \frac{8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})}{296.788 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})} = 28.01 \text{ g/mol}$$

(2) 该未知气体的分压于是就为

$$p_2 = \frac{m_2 R_{g,2} T}{V} = \frac{3 \text{ kg} \times 296.788 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times 283.69 \text{ K}}{2 \text{ m}^3} = 0.1263 \text{ MPa}$$

## 3.4 理想气体的热力过程

这里仅讨论理想气体的可逆过程，基本的分析步骤为：(1) 确定过程中状态参数的变化规律，如  $p = f_1(v)$ ， $T = f_2(v)$ ， $v = f_3(T)$ 。这种状态参数变化规律反映了过程的特征，称为**过程方程式**。(2) 根据已知参数及过程方程式，确定未知参数以及过程中热力学能和焓的变化。(3) 将过程中状态参数的变化规律表示在  $p-v$  图和  $T-s$  图上。(4) 根据可逆过程的特征，求膨胀功  $w$  和技术功  $w_t$ 。(5) 用热力学第一定律表达式或用比热容计算过程中的热量。

### 3.4.1 定容过程

气体比体积保持不变的过程称为定容过程，此时定容过程方程式为  $v = \text{const}$ ，根据过程方程式以及理想气体状态方程式，定容过程初、终态基本状态参数间的关系为

$$v_2 = v_1, \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

理想气体的热力学能和焓都是温度的单值函数，对理想气体所经历的任何过程，热力学能和焓的变化均可按下面两式分别计算：

$$\Delta u = \int_1^2 c_v dT, \quad \Delta h = \int_1^2 c_p dT$$

定容过程  $v = \text{const}$ ，因此定容过程在  $p-v$  图上为一条垂直于  $v$  轴的直线。而在  $T-s$  图上，在比热容取定值的情况下，定容过程的过程曲线可以如下确定：

$$ds = \frac{\delta q}{T} = \frac{c_v dT + p dv}{T} = \frac{c_v dT}{T} \Rightarrow \int_{s_0}^s ds = \int_{T_0}^T c_v \frac{dT}{T} \Rightarrow T = T_0 e^{(s-s_0)/c_v}$$

即定容过程线在  $T-s$  图上为一**指数函数曲线**，其斜率为  $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v = \frac{T}{c_v}$ 。由于  $T$  与  $c_v$  都不会是负值，所以定容过程在  $T-s$  图上是一条斜率为正值的指数曲线，温度越高斜率越大。

因为  $v = \text{const}$ ， $dv = 0$ ，所以定容过程中气体的膨胀功为零，即

$$w = \int_1^2 p dv = 0$$

而定容过程的技术功为

$$w_t = - \int_1^2 v dp = v(p_1 - p_2)$$

这说明对于定容流动过程，技术功等于流体在进、出口处流动功之差。当压力降低时技术功为正，对外作技术功；反之，技术功为负，则需要外界对系统作技术功。

定容过程吸收或放出的热量可以用比热容进行计算：

$$q = \int_1^2 c_V dT = \Delta u$$

由此可见，在定容过程中加入的热量全部用于增加气体的热力学能。

### 3.4.2 定压过程

气体压力保持不变的过程称为定压过程，此时定压过程方程式为  $p = \text{const}$ ，根据过程方程式以及理想气体状态方程式，定压过程初、终态基本状态参数间的关系为

$$p_2 = p_1, \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

由于  $p = \text{const}$ ，所以定压过程线在  $p-v$  图上为一平行于  $v$  轴的直线。而在  $T-s$  图上，在比热容取定值的情况下，定压过程的过程曲线形状可以如下确定：

$$ds = \frac{\delta q}{T} = \frac{c_p dT - v dp}{T} = \frac{c_p dT}{T} \Rightarrow T = T_0 e^{(s-s_0)/c_p}$$

由上式可见，定压过程线在  $T-s$  图上也是一指数函数曲线，其斜率为  $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p = \frac{T}{c_p}$ ，因此在  $T-s$  图上定压过程线也是一条斜率大于零的指数曲，而且由于  $c_p > c_v$ ，所以在相同的温度下，定容线的斜率必然大于定压线的斜率。

由于  $p = \text{const}$ ，所以定压过程对外作功的膨胀功为

$$w = \int_1^2 p dv = p(v_2 - v_1) = R_g(T_2 - T_1)$$

定压过程的技术功则为

$$w_t = - \int_1^2 v dp = 0$$

根据热力学第一定律，气体在定压过程中吸收或放出的热量等于其焓变化，并且其也可以用定压比热容计算，即

$$q = h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p dT$$

### 3.4.3 等温过程

气体温度保持不变的过程称为等温过程。等温过程的过程方程式为  $T = \text{const}$ ，根据理想气体状态方程，等温过程的过程方程式也可以表示为  $pv = \text{const}$ 。因此，等温过程中初、终态基本状态参数间的关系为

$$T_2 = T_1, \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

由于  $pv = \text{const}$ ，在  $p-v$  图上等温过程线为一条等边双曲线，在  $T-s$  图上等温过程为一水平线。

等温过程的膨胀功为

$$w = \int_1^2 p dv = \int_1^2 \frac{R_g T}{v} dv = R_g T \ln \frac{v_2}{v_1} = R_g T \ln \frac{p_1}{p_2}$$

等温流动过程的技术功为

$$w_t = - \int_1^2 v dp = - \int_1^2 \frac{R_g T}{p} dp = R_g T \ln \frac{p_1}{p_2}$$

可以看到，等温过程中，膨胀功与技术功在数值上相等。

对于理想气体等温过程， $\Delta u = \Delta h = 0$ ，所以根据热力学第一定律，等温过程中的热量变化可以表示为

$$q = \Delta u + w = \Delta h + w_t = w = w_t = R_g T \ln \frac{v_2}{v_1} = R_g T \ln \frac{p_1}{p_2}$$

上式说明，理想气体等温膨胀时，加入的热量等于对外所作的功量；等温压缩时，对气体所作的功量等于气体向外放出的热量。



此外，等温过程的热量还可以由熵的变化进行计算：

$$q = \int_1^2 T ds = T(s_2 - s_1)$$

上式对实际气体或液体的可逆等温过程同样适用。

**注** 值得注意的是，等温过程中的比热容  $c = \delta q / dT$  趋于无穷大，所以不能用  $q = \int_1^2 c dT$  来计算热量。

### 3.4.4 等熵过程

气体与外界没有热量交换的状态变化过程称为绝热过程，对于可逆绝热过程有  $ds = \frac{\delta q}{T} = 0$ ，因此，可逆绝热过程也称为等熵过程。根据理想气体熵的微分形式  $ds = c_V \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v}$  可以得到在比热容比  $\gamma$  为定值时有

$$pv^\gamma = \text{const}$$

根据过程方程式以及理想气体状态方程式，可以得到理想气体等熵过程初、终状态基本状态参数间的关系为

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\gamma$$

将理想气体状态方程代入还可以得到

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

可以看到，当气体等熵膨胀时， $p$  与  $T$  均降低；当气体被等熵压缩时， $p$  与  $T$  均增高。在等熵过程中压力与温度的变化趋势是一致的。

从过程方程式  $pv^\gamma = \text{const}$  可以看出，在  $p-v$  图上，等熵过程线为一**高次双曲线**。根据过程方程式可以导出等熵过程曲线的斜率为  $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = -\gamma \frac{p}{v}$ ，可知过程线斜率为负。由于  $\gamma$  值总是大于 1，因此在  $p-v$  图上的同一状态点，**等熵线斜率的绝对值大于等温线斜率的绝对值**。在  $T-s$  图上，等熵过程为一**垂直线**。

对于绝热过程， $q = 0$ ；根据热力学第一定律，过程的膨胀功为  $w = -\Delta u = u_1 - u_2$ ，即工质经绝热过程所作的膨胀功等于热力学能的减少，这一结论适用于任何工质的可逆或不可逆绝热过程。对于比热容为定值的理想气体，上式可以进一步表示为

$$w = c_V(T_1 - T_2) = \frac{R_g}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{\gamma - 1}$$

对于理想气体可逆绝热（等熵）过程，运用初、终状态参数间的关系式，上式可以变为

$$w = \frac{R_g T_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

同理，根据热力学第一定律，绝热过程的技术功为  $w_t = -\Delta h = h_1 - h_2$ ，即流动工质经绝热过程所作的技术功等于焓的减少。此结论同样适用于任何流动工质的可逆与不可逆绝热过程。对于比热容为定值的理想气体，上式可以进一步表示为

$$w_t = c_p(T_1 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_g(T_1 - T_2) = \frac{\gamma(p_1 v_1 - p_2 v_2)}{\gamma - 1}$$

对于理想气体可逆绝热（等熵）过程，上式可变为

$$w_t = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_g T_1 \left[ 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

将上式与膨胀功的计算式对比，不难发现

$$w_t = \gamma w$$

即等熵过程的技术功是膨胀功的  $\gamma$  倍。

### 3.4.5 多变过程

一般在实际热力过程中,工质的状态参数都会发生变化,并且与外界有热量交换。通过研究发现,许多过程可以近似地用下面的关系式描述:

$$pv^n = \text{const}$$

其中  $n$  称为**多变指数**。满足这一规律的过程就称为**多变过程**,上式即为多变过程的过程方程式。

不同的多变过程具有不同的  $n$  值,理论上  $n$  可以是  $-\infty \sim +\infty$  之间的任何一个实数,相应的多变过程也可以有无穷多种。当多变指数为某些特定的值时,多变过程便表现为某些典型的热力过程,比如:当  $n = 0$  时,  $p$  为常数,为等压过程;当  $n = 1$  时,  $pv$  为常数,为等温过程;当  $n = \gamma$  时,  $pv^\gamma$  为常数,为等熵过程;当  $n = \pm\infty$  时,  $v$  为常数,为等容过程。

按照等熵过程中的分析过程,容易得到多变过程的初、终状态关系式有

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

对于多变过程的膨胀功,当  $n \neq 1$  时,有

$$w = \int_1^2 p dv = \int_1^2 \frac{p_1 v_1^n}{v^n} dv = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n-1} = \frac{R_g}{n-1} (T_1 - T_2)$$

当  $n \neq 0$  和  $n \neq 1$  时,上式可以进一步表示为

$$w = \frac{1}{n-1} R_g T_1 \left[ 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

对于可逆过程,技术功为  $w_t = - \int_1^2 v dp$ ,将过程方程式微分,可以得到  $v dp = -n p dv$ 。当  $n \neq \infty$  时,代入上式可以得到

$$w_t = n \int_1^2 p dv = n w$$

当  $n = 1$  时为等温过程,由热力学第一定律可知  $q = w$ 。而当  $n \neq 1$  时,如果取比热容为定值,则

$$q = \Delta u + w = c_V (T_2 - T_1) + \frac{1}{n-1} R_g (T_1 - T_2) = \left( c_V - \frac{R_g}{n-1} \right) (T_2 - T_1)$$

将  $c_V = \frac{R_g}{\gamma-1}$  代入上式可以得到

$$q = \frac{n-\gamma}{\gamma-1} c_V (T_2 - T_1) = c_n (T_2 - T_1)$$

其中  $c_n = \frac{n-\gamma}{\gamma-1} c_V$  称为多变比热容。

**例题 3.6** 如图所示的两室(图中剖面线代表绝热),由绝热且与气缸间无摩擦的活塞隔开。开始时,两室的体积均为  $0.1 \text{ m}^3$ ,分别储有空气和氢气,压力各为  $0.9807 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,温度各为  $15^\circ \text{C}$ 。若对空气侧加热,直到两室内气体压力升高到  $1.9614 \times 10^5 \text{ Pa}$  为止,求空气的终温及外界加入的热量。已知空气的  $c_V = 715.94 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ,  $\kappa_{\text{H}_2} = 1.41$ 。

**解** 由于气缸与活塞是绝热的,因此氢气进行了等熵过程,其初、末态满足

$$p_2 V_2^\kappa = p'_2 V_2'^\kappa \Rightarrow V'_2 = \left(\frac{p_2}{p'_2}\right)^{1/\kappa} V_2 = \left(\frac{0.9807 \times 10^5 \text{ Pa}}{1.9614 \times 10^5 \text{ Pa}}\right)^{\frac{1}{1.41}} \times 0.1 \text{ m}^3 = 0.0612 \text{ m}^3$$

由此可知空气终态的体积为

$$V'_1 = V_1 + V_2 - V'_2 = 0.1 \text{ m}^3 + 0.1 \text{ m}^3 - 0.0612 \text{ m}^3 = 0.1388 \text{ m}^3$$

于是根据理想气体状态方程,可知空气的终温为

$$T'_1 = \frac{p'_1 V'_1}{p_1 V_1} T_1 = \frac{1.9614 \times 10^5 \text{ Pa} \times 0.1388 \text{ m}^3}{0.9807 \times 10^5 \text{ Pa} \times 0.1 \text{ m}^3} \times (15 + 273.15) \text{ K} = 799.9044 \text{ K}$$

氢气所作的膨胀功为

$$W_2 = \frac{p_2 V_2 - p'_2 V'_2}{\kappa - 1} = \frac{0.9807 \times 10^5 \text{ Pa} \times 0.1 \text{ m}^3 - 1.9614 \times 10^5 \text{ Pa} \times 0.0612 \text{ m}^3}{1.41 - 1} = -5357.97 \text{ J}$$

那么对于空气, 根据热力学第二定律, 有

$$\begin{aligned} Q_1 &= \Delta U_1 + W_1 = m_1 c_v (T'_1 - T_1) - W_2 = \frac{c_v}{R_g} (p'_1 V'_1 - p_1 V_1) - W_2 \\ &= \frac{715.94 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})}{287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})} \times (1.9614 \times 10^5 \text{ Pa} \times 0.1388 \text{ m}^3 - 0.9807 \times 10^5 \text{ Pa} \times 0.1 \text{ m}^3) + 5357.97 \text{ J} \\ &= 48806.38 \text{ J} \end{aligned}$$

**例题 3.7** 6 kg 的空气, 由初态  $p_1 = 0.3 \text{ MPa}$ 、 $t_1 = 30^\circ \text{C}$  经下列不同过程膨胀到同一终压  $p_2 = 0.1 \text{ MPa}$ : (1) 定温; (2) 定熵; (3)  $n = 1.2$ 。试比较不同过程中空气对外作的膨胀功、交换的热量和终温。

**解** 根据理想气体状态方程,  $p_1 V_1 = m R_g T_1$ , 可知

$$V_1 = \frac{m R_g T_1}{p_1} = \frac{6 \text{ kg} \times 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times 303.15 \text{ K}}{0.3 \text{ MPa}} = 1.74 \text{ m}^3$$

(1) 对于等温过程,  $T_2 = T_1 = 303.15 \text{ K}$ ,  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{m R_g T_2 / p_2}{m R_g T_1 / p_1} = \frac{p_1}{p_2}$ , 所作膨胀功为

$$\begin{aligned} W &= \int_1^2 p dV = \int_1^2 \frac{m R_g T_1}{V} dV = m R_g T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = m R_g T_1 \ln \frac{p_1}{p_2} \\ &= 6 \text{ kg} \times 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times 303.15 \text{ K} \times \ln \frac{0.3 \text{ MPa}}{0.1 \text{ MPa}} = 573502.311 \text{ J} \end{aligned}$$

根据热力学第二定律可知此时  $Q = \Delta U + W = W = 573502.311 \text{ J}$ 。

(2) 对于等熵过程, 气体满足  $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ , 其中  $\gamma = 1.4$ , 由此得到

$$V_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\gamma} V_1 = \left(\frac{0.3 \text{ MPa}}{0.1 \text{ MPa}}\right)^{1/1.4} \times 1.74 \text{ m}^3 = 3.814 \text{ m}^3$$

那么终温则为

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{0.1 \text{ MPa} \times 3.814 \text{ m}^3}{0.3 \text{ MPa} \times 1.74 \text{ m}^3} \times 303.15 \text{ K} = 221.497 \text{ K}$$

所作膨胀功为

$$\begin{aligned} W &= \int_1^2 p dV = \int_1^2 \frac{p_1 V_1^\gamma}{V^\gamma} dV = \frac{p_1 V_1^\gamma}{1-\gamma} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-\gamma} \\ &= \frac{0.1 \text{ MPa} \times 3.814 \text{ m}^3 - 0.3 \text{ MPa} \times 1.74 \text{ m}^3}{1-1.4} = 351.5 \text{ kJ} \end{aligned}$$

而等熵过程是绝热可逆过程, 因此  $Q = 0$ 。

(3) 对于  $n = 1.2$  的多变过程, 有  $p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$ , 由此得到

$$V_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/n} V_1 = \left(\frac{0.3 \text{ MPa}}{0.1 \text{ MPa}}\right)^{1/1.2} \times 1.74 \text{ m}^3 = 4.347 \text{ m}^3$$

那么终温则为

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{0.1 \text{ MPa} \times 4.347 \text{ m}^3}{0.3 \text{ MPa} \times 1.74 \text{ m}^3} \times 303.15 \text{ K} = 252.45 \text{ K}$$

所作膨胀功为

$$\begin{aligned} W &= \int_1^2 p dV = \int_1^2 \frac{p_1 V_1^n}{V^n} dV = \frac{p_1 V_1^n}{1-n} (V_2^{1-n} - V_1^{1-n}) = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-n} \\ &= \frac{0.1 \text{ MPa} \times 4.347 \text{ m}^3 - 0.3 \text{ MPa} \times 1.74 \text{ m}^3}{1-1.2} = 436.5 \text{ kJ} \end{aligned}$$

吸收的热量为

$$\begin{aligned} Q &= m c_V (T_2 - T_1) + W = \frac{m R_g}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) + W \\ &= \frac{6 \text{ kg} \times 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})}{1.4 - 1} \times (252.45 \text{ K} - 303.15 \text{ K}) + 436.5 \text{ kJ} \\ &= 218.24 \text{ kJ} \end{aligned}$$

**例题 3.8** 空气进入活塞式压气机的状态为  $p_1 = 0.1 \text{ MPa}$ 、 $t_1 = 27^\circ \text{C}$ , 经可逆绝热过程压缩到  $t_2 = 207^\circ \text{C}$ , 求压缩过程终了空气的压力、热力学能的变化量及过程中空气与外界交换的功量。(1) 按定值比热容计算; (2) 按空

气热力性质表的数据计算。

**解** (1) 根据可逆绝热过程的关系  $p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma$ , 有  $\frac{T_1^\gamma}{p_1^{\gamma-1}} = \frac{T_2^\gamma}{p_2^{\gamma-1}}$ , 所以空气最终的压力为

$$p_2 = p_1 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0.1 \text{ MPa} \times \left( \frac{480.15 \text{ K}}{300.15 \text{ K}} \right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 0.5178 \text{ MPa}$$

热力学能变化量为

$$\Delta u = c_V(T_2 - T_1) = \frac{R_g}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}}{1.4 - 1} \times (480.15 \text{ K} - 300.15 \text{ K}) = 129.15 \text{ kJ/kg}$$

由于过程绝热,  $Q = 0$ , 由热力学第二定律可知气体对外作功为  $W = -\Delta u = -129.15 \text{ kJ/kg}$ 。

(2) 在使用空气热力性质表的数据进行计算的情况下, 空气最终的压力依然为  $p_2 = 0.5178 \text{ MPa}$ 。查表得知  $t_2 = 226.85^\circ\text{C}$  时  $u_2 = 359.79 \text{ kJ/kg}$ ,  $t_1 = 26.85^\circ\text{C}$  时  $u_1 = 214.32 \text{ kJ/kg}$ , 于是热力学能变化量为

$$\Delta u = u_2 - u_1 = 359.79 \text{ kJ/kg} - 214.32 \text{ kJ/kg} = 145.47 \text{ kJ/kg}$$

由于过程绝热,  $Q = 0$ , 由热力学第二定律可知气体对外作功为  $W = -\Delta u = -145.47 \text{ kJ/kg}$ 。

**例题 3.9** 比热容为定值且摩尔定压比热容为  $29 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$  的理想气体, 经历了一可逆多变压缩过程。已知多变指数  $n = 1.40$ , 试判断该过程是吸热、放热、还是绝热?

**解** 已知  $C_{p,m} = 29 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ , 可以得到  $C_{V,m} = C_{p,m} - R = 29 - 8.314 = 20.686 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ 。多变过程满足  $pv^n = p_0 v_0^n$ , 同时由理想气体状态方程可知  $vdp + pdv = R_g dT$ , 那么根据热力学第一定律, 有

$$\begin{aligned} \delta q &= dh - vdp = c_p dT - vdp = \frac{c_p}{R_g}(vdp + pdv) - vdp = \frac{c_p - R_g}{R_g} vdp + \frac{c_p}{R_g} pdv \\ &= \frac{c_p - R_g}{R_g} vd \left( \frac{p_0 v_0^n}{v^n} \right) + \frac{c_p}{R_g} \frac{p_0 v_0^n}{v^n} dv = \left( \frac{c_p}{R_g} - n \frac{c_p - R_g}{R_g} \right) \frac{p_0 v_0^n}{v^n} dv \end{aligned}$$

其中

$$\frac{c_p}{R_g} - n \frac{c_p - R_g}{R_g} = \frac{Mc_p}{MR_g} - n \frac{Mc_p - MR_g}{MR_g} = \frac{C_{p,m}}{R} - n \frac{C_{p,m} - R}{R} = \frac{29}{8.314} - 1.40 \times \frac{29 - 8.314}{8.314} = 4.763 \times 10^{-3}$$

而在可逆多变压缩过程中  $\frac{p_0 v_0^n}{v^n} dv < 0$ , 所以可以得到  $\delta q < 0$ , 因此该过程是放热过程。



## 第4章 热力学第二定律

### 定理 4.1 (热力学第二定律)

热力学第二定律揭示了自然界中一切热过程进行的方向、条件和限度。自然界中热过程的种类很多，因此热力学第二定律的表述也很多。由于各种表述所揭示的是同一个共同的客观规律，因而它们彼此是等效的。这里介绍两种具有代表性的表述：

- 克劳修斯表述：不可能将热从低温物体传至高温物体而不引起其他变化。这是从热量传递的角度表述的热力学第二定律。
- 开尔文-普朗克表述：不可能从单一热源取热，并使之完全转变为功而不产生其他影响。这是从热功转换的角度表述的热力学第二定律，这也表明第二类永动机是不可能制造成功的。



**注** 热功转换的特性：通过动力循环使热转化为功，至少要两个热源。

### 4.1 卡诺循环与卡诺定理

#### 定义 4.1 (热力循环)

由热力学第一定律可知，通过工质的体积变化(膨胀)可以将热能转变为机械能。但是单一的膨胀过程所作的功是有限的，因为任何一种膨胀过程都不可能无限制地继续下去，一则工质的状态将会变化到不能继续膨胀做功的状态(与外界平衡)，二则机器设备的尺寸总是有限的。因此，要使热能连续不断地转变为机械能，必须使膨胀后的工质经历某些过程再回复到原来的状态，使其重新具有做功的能力。工质经过一系列的状态变化，重新恢复到原来状态的全部过程称为热力循环。



将热能转变为机械能的循环称为**正向循环**。所有热力发动机都是按正向循环工作的，所以正向循环也称为动力循环或热机循环。正向循环在  $p-v$  图和  $T-s$  图上都是**按顺时针方向进行**的。考虑膨胀过程中工质从高温热源吸收热量为  $Q_1$ ，压缩过程中工质向低温热源放出热量为  $|Q_2|$ ，那么**循环热效率**  $\eta_t$  为

$$\eta_t = \frac{W_{\text{net}}}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

$\eta_t$  说明循环中热量被有效利用的程度，通常用来评价正向循环的热经济性。根据热力学第二定律， $\eta_t$  总是小于 1 的。

现在考虑**卡诺循环**，它由如图4.1所示的两个可逆等温过程和两个可逆绝热过程组成：

- 1-2 为等温吸热过程，单位质量的工质从高温热源  $T_1$  吸收热量的绝对值为  $q_1$ ；
- 2-3 为绝热膨胀过程，工质温度从  $T_1$  降低到  $T_2$ ；
- 3-4 为等温放热过程，工质向低温热源  $T_2$  放出热量的绝对值为  $|q_2|$ ；
- 4-1 为绝热压缩过程，工质温度从  $T_2$  升高到  $T_1$ ，工质完成一个循环又回到初态。

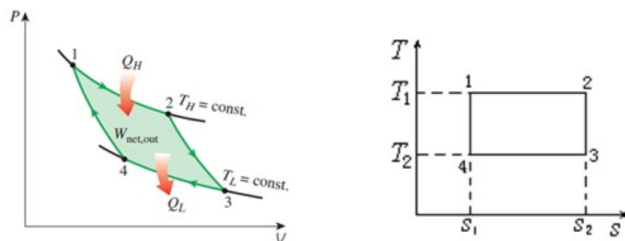


图 4.1: 卡诺循环

此时, 热机循环的热效率为

$$\eta_c = \frac{w_{\text{net}}}{q_1} = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{T_2(s_2 - s_1)}{T_1(s_2 - s_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

由上式可以得到以下结论:

1. 上式的导出过程并没有限定什么工质, 所以卡诺循环的热效率只取决于高温热源的温度  $T_1$  和低温热源的温度  $T_2$ , 而与工质的性质无关。提高  $T_1$ , 降低  $T_2$ , 可以使卡诺循环的热效率提高。
2. 卡诺循环的热效率总是小于 1, 不可能等于 1, 因为  $T_1 \rightarrow \infty$  或  $T_2 = 0 \text{ K}$  都是不可能的。这说明, 通过热机循环不可能将热能全部转变为机械能。
3. 当  $T_1 = T_2$  时, 卡诺循环的热效率等于零。这说明, 没有温差是不可能连续不断地将热能转变为机械能的, 只有一个热源的第二类永动机是不可能的。

与正向循环相反, **逆向循环**是消耗外界提供的功, 将热量从低温热源传递到高温热源的循环, 例如制冷装置及热泵的工作循环。在  $p-v$  图与  $T-s$  图上, 逆向循环是**按逆时针方向**进行的。考虑作功膨胀过程工质从低温热源吸收热量为  $Q_2$ , 工质回到初态所进行的压缩过程同时向高温热源放出热量为  $|Q_1|$ , 则工质所消耗的净功为压缩功与膨胀功之差, 根据热力学第一定律可知

$$W_{\text{net}} = |Q_1| - Q_2$$

通常用**工作系数**评价逆向循环的热经济性, 即逆向循环的收益与代价之比。制冷装置与热泵都是按逆向循环工作的, 但是它们的任务不同: 制冷装置的任务是将热量自低温的冷藏室取出, 排向大气 (高温热源), 维持冷藏室的低温; 热泵的任务是从低温热源吸取热量, 送到温度较高的高温热源。制冷装置的工作系数称为制冷系数, 用  $\varepsilon$  表示, 即

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{W_{\text{net}}} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2}$$

热泵的工作系数称为供热系数, 用  $\varepsilon'$  表示, 即

$$\varepsilon' = \frac{|Q_1|}{W_{\text{net}}} = \frac{|Q_1|}{|Q_1| - Q_2}$$

如果沿卡诺循环逆向进行, 就形成了卡诺制冷循环和卡诺热泵循环。同理可以分别求出卡诺制冷循环的制冷系数  $\varepsilon_C$  和卡诺热泵循环的供热系数  $\varepsilon'_C$ , 分别为

$$\varepsilon_C = \frac{T_2}{T_1 - T_2}, \quad \varepsilon'_C = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

#### 定理 4.2 (卡诺定理)

1. 在相同的高温热源和低温热源间工作的一切可逆热机具有相同的热效率, 与工质的性质无关。
2. 在相同高温热源和低温热源间工作的任何不可逆热机的热效率, 都小于可逆热机的热效率。



**笔记** 在进行同样的高温热源处的等温吸热、低温热源处的等温放热过程的前提下, 如果在膨胀和压缩过程能够实现相同的多变指数, 那么就会实现完全回热, 这样的热机称为概括性卡诺热机, 其热效率与卡诺热机相同。这个结论提供了一个提高热效率的途径。

**例题 4.1** 某发明者自称已设计出一台在 540 K 和 300 K 和热源之间循环工作的热机, 该热机从高温热源每吸收 1000 J 的热量可作出 450 J 的净功。他的设计合理吗?

**解** 该热机的效率为  $\eta = \frac{450 \text{ J}}{1000 \text{ J}} = 45\%$ , 而根据卡诺定理, 在  $T_1 = 540 \text{ K}$  与  $T_2 = 300 \text{ K}$  的热源之间循环工作的热机的最高效率为

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300 \text{ K}}{540 \text{ K}} = 44.4\% < \eta$$

因此该设计不合理。

**例题 4.2** 某可逆热机工作在温度为 150 °C 的高温热源和温度为 10 °C 的低温热源之间, 试求: (1) 热机的热效率为多少? (2) 当热机输出的功为 2.7 kJ 时, 从高温热源吸收的热量及向低温热源放出的热量各为多少? (3) 如将该热机逆向作为热泵运行在两热源之间, 热泵的供热系数为多少? 当工质从温度为 10 °C 的低温热源吸收 4.5 kJ/s

的热量时, 要求输入的功率为多少?

**解** (1) 根据卡诺定理, 在温度  $T_1 = 423.15 \text{ K}$  和  $T_2 = 283.15 \text{ K}$  之间工作的可逆热机的热效率为

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{283.15 \text{ K}}{423.15 \text{ K}} = 33.085\%$$

(2) 从高温热源吸收的热量为

$$Q_1 = W_{\text{net}}/\eta_t = \frac{2.7 \text{ kJ}}{33.085\%} = 8.16 \text{ kJ}$$

根据热力学第一定律可知向低温热源放出的热量为

$$Q_2 = Q_1 - W_{\text{net}} = 8.16 \text{ kJ} - 2.7 \text{ kJ} = 5.46 \text{ kJ}$$

(3) 热泵的供热系数为

$$\varepsilon = \frac{Q_1}{W_{\text{net}}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{423.15 \text{ K}}{423.15 \text{ K} - 283.15 \text{ K}} = 3.0225$$

利用供热系数可以得到所需输入功率为

$$\varepsilon W_{\text{net}} = Q_1 = Q_2 + W_{\text{net}} \Rightarrow W_{\text{net}} = \frac{Q_2}{\varepsilon - 1} = \frac{4.5 \text{ kJ/s}}{3.0225 - 1} = 2.225 \text{ kJ/s}$$

## 4.2 熵

考虑任何可逆循环分割成的无数个微元卡诺循环, 对每一个微元卡诺循环, 如果在  $T_1$  温度下吸热量为  $\delta q_1$ , 在温度  $T_2$  温度下放热量为  $|\delta q_2|$ , 则

$$\eta_t = 1 - \frac{|\delta q_2|}{\delta q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{|\delta q_2|}{\delta q_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\delta q_1}{T_1} + \frac{\delta q_2}{T_2} = 0$$

对全部微元卡诺循环积分, 则得到

$$\int_{1A2} \frac{\delta q_1}{T_1} + \int_{2B1} \frac{\delta q_2}{T_2} = \int_{1A2} \frac{\delta q}{T} + \int_{2B1} \frac{\delta q}{T} = \oint \frac{\delta q}{T} = 0$$

上式称为**克劳修斯积分等式**。它表明, 工质经历一个任意可逆循环后,  $\delta q/T$  沿着整个循环的积分为零。从数学意义上说,  $\delta q/T$  一定是某一参数的全微分, 这一状态参数称为**比熵**, 用  $s$  表示, 单位为  $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。于是  $ds = \frac{\delta q}{T}$ 。

根据卡诺定理, 在相同的高温热源和低温热源条件下, 可逆机循环效率最高, 热经济性最好。而实际热机循环都是不可逆的, 尽可能地使循环过程接近可逆循环是提高热机循环效率的基本途径。过程不可逆性的大小反映过程与理想过程之间的差距, 因此寻找一个能够度量实际过程不可逆性大小的尺度很有必要。如果某一循环中有一部分或者全部过程是不可逆的, 则此循环为**不可逆循环**。根据卡诺定理, 在相同的恒温高温热源  $T_1$  和恒温低温热源  $T_2$  之间工作的不可逆热机的热效率小于可逆热机的热效率, 即

$$1 - \frac{\delta Q_1}{|\delta Q_2|} < 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} < 0 \Rightarrow \oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

上式称为**克劳修斯不等式**, 表明工质经历任意一个不可逆循环,  $\delta Q/T$  沿整个循环的积分小于零。

**注** 不能据此认为  $\oint ds < 0$ , 因为  $ds = \frac{\delta q}{T}$  这个式子只对可逆过程适用。后面将会指出,  $\frac{\delta q}{T}$  只是熵流, 即熵变的其中一部分。

现在考虑一个不可逆循环 1a2b1, 它由不可逆过程 1-a-2 与可逆过程 2-b-1 组成, 那么根据克劳修斯不等式可知

$$\int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} < 0$$

由于 2-b-1 为可逆过程, 有  $\int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = S_1 - S_2$ , 那么就得到

$$S_2 - S_1 > \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T}$$

假如 1-a-2 为可逆过程则  $S_2 - S_1 = \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T}$ ，从而综合起来就得到

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad \text{or} \quad dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

### 定义 4.2 (熵流和熵产)

如果工质经历了微元不可逆过程，则  $dS$  大于  $\delta Q/T$ ，二者差值越大，偏离可逆过程越远，或者说过程的不可逆性越大。此时， $\delta Q/T$  仅仅是熵变的一部分，完全由于工质与热源之间的热交换所引起的熵变，称之为熵流，用  $dS_f$  表示。而熵变的另一部分，即  $(dS - \delta Q/T)$ ，完全是由于不可逆因素造成的，称为熵产，用  $dS_g$  表示。于是可以得到

$$dS = dS_f + dS_g$$

上式称为闭口系统的熵方程，普遍适用于闭口系统的各种过程或循环。式中，熵流  $dS_f = \frac{\delta Q}{T}$ ，如果工质吸热， $dS_f > 0$ ；如果工质放热， $dS_f < 0$ ；如果工质绝热， $dS_f = 0$ 。如果过程可逆，熵产  $dS_g = 0$ ；如果过程不可逆，则  $dS_g > 0$ ，且不可逆性越大，熵产  $dS_g$  越大。因此，熵产是过程不可逆性大小的度量。

对于一个不可逆过程  $\Delta S = \Delta S_f + \Delta S_g$ ，需要强调以下两点：

- 比熵既然是状态参数，则状态一定，比熵就应有确定的值。
- 初、终态之间熵的变化与过程的路径无关，只要初、终态相同，无论工质经历的是可逆过程还是不可逆过程，工质熵的变化都相等。因此，不可逆过程的熵变，可以在给定的初、终态之间任选一可逆过程进行计算。对于之前讨论的计算理想气体熵变的基本关系式，不论是可逆过程还是不可逆过程，只要初、终态已知，即可任选一式进行计算。

对于固体或液体，由于其压缩性很小，所以过程中  $dV$  近似为零，且一般情况下  $c_p = c_v = c$ ，所以根据  $\delta Q = dU + p dV$  有

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU}{T} = \frac{mcdT}{T}$$

当比热容为定值时有

$$\Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$$

**例题 4.3** 如果工质从同一初态分别经过可逆和不可逆过程到达同一终态，已知两个过程热源相同，问传热量是否相同？

**解** 由于初态和终态相同，两个过程的熵变是相同的。对于可逆过程，熵变完全由熵流产生，即  $\Delta s = \int \frac{\delta q}{T}$ ；而对于不可逆过程，熵变除了熵流，还有内部不可逆因素产生的熵产，因此所需要的  $\int \frac{\delta q}{T}$  更少就能达到等量的熵变。所以，可逆过程的传热量要比不可逆过程的传热量更大。

**例题 4.4** 如果工质从同一初态出发，分别经理可逆绝热过程与不可逆绝热过程膨胀到相同的终压力，两过程终态的熵哪个大？对外作的功哪个大？

**解** 考虑  $T-s$  图，对于可逆绝热膨胀过程，初态 1 到终态 2 是一个竖直向下的演化过程，温度和压力都下降；对于不可逆绝热过程，同样是从初态 1 出发，由于内部不可逆因素的影响，其演化可以用虚线表示到达同一等压线上的 2' 点，此时温度和压力都下降，但是温度以及熵都比可逆绝热膨胀过程的更高。根据热力学第一定律  $q = \Delta u + w = 0$ ，而内能取决于温度变化，且可逆绝热膨胀过程的温差比不可逆绝热膨胀过程的温差更大，因此  $|\Delta u_R| > |\Delta u_{IR}|$ ，最终得到  $w_R > w_{IR}$ 。

**例题 4.5** 质量为  $m$ 、温度为  $T_1$  的水和质量为  $m$ 、温度为  $T_2$  的水在绝热容器中定压混合。试证明混合过程的总熵变为

$$\Delta S = 2mc_p \ln \frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}}$$

**证明** 设平衡温度为  $T_m$ ，根据热力学第一定律，有

$$mc_p T_1 + mc_p T_2 = mc_p T_m + mc_p T_m \quad \Rightarrow \quad T_m = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

于是混合过程的总熵变为

$$\begin{aligned}\Delta S &= \int_{T_1}^{T_m} \frac{mc_p dT}{T} + \int_{T_2}^{T_m} \frac{mc_p dT}{T} = mc_p \ln \frac{T_m}{T_1} + mc_p \ln \frac{T_m}{T_2} = mc_p \ln \frac{T_m^2}{T_1 T_2} \\ &= mc_p \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} = 2mc_p \ln \frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}}\end{aligned}$$

### 定理 4.3 (孤立系统熵增原理)

对于孤立系统，因为和外界没有任何能量交换， $dS_f = 0$ ，所以由闭口系统的熵方程可得

$$dS_{\text{iso}} = dS_g \geq 0$$

其中等号用于可逆过程，不等号用于不可逆过程。这表明，孤立系统的熵只能增大，或者不变，绝不能减小，这一规律就称为孤立系统熵增原理。孤立系统的熵增完全由熵产组成，其大小只取决于系统内部的不可逆性。一切实过程都一定朝着使孤立系统熵增大的方向进行，任何使孤立系统熵减少的过程都是不能发生的。



**例题 4.6** 两质量相同、比热容相同 (为常数) 的物体 A、B，初温各为  $T_A$  与  $T_B$ 。用它们作高温和低温热源，使可逆机在其间工作，直至两物体温度相等为止。试求：(1) 平衡时温度  $T_m$ ；(2) 可逆机的总功量；(3) 如果两物体直接进行热交换至温度相等，求此平衡温度  $T_m$  及两物体的总熵变。

**解** (1) 取 A、B 物体以及可逆热机为孤立系统，那么

$$\Delta S_{\text{iso}} = \Delta S_A + \Delta S_B + \Delta S_E = \Delta S_A + \Delta S_B = 0$$

从而根据  $dS = \frac{\delta Q}{T}$  可以得到平衡温度满足

$$\int_{T_A}^{T_m} \frac{mc dT}{T} + \int_{T_B}^{T_m} \frac{mc dT}{T} = 0 \Rightarrow mc \ln \frac{T_m}{T_A} + mc \ln \frac{T_m}{T_B} = 0 \Rightarrow T_m = \sqrt{T_A T_B}$$

(2) 根据热力学第一定律可知可逆热机的总功量为

$$W = mcT_A + mcT_B - 2mcT_m = mc(T_A + T_B - 2\sqrt{T_A T_B})$$

(3) 直接热交换时，根据热力学第一定律可知平衡温度满足

$$mcT_A + mcT_B = 2mcT_m \Rightarrow T_m = \frac{T_A + T_B}{2}$$

此时两物体的总熵变为

$$\Delta S = \int_{T_A}^{T_m} \frac{mc dT}{T} + \int_{T_B}^{T_m} \frac{mc dT}{T} = mc \ln \frac{T_m}{T_A} + mc \ln \frac{T_m}{T_B} = mc \ln \frac{(T_A + T_B)^2}{4T_A T_B}$$

**例题 4.7** 考虑一烟气余热回收方案，烟气在进入换热器之前  $t_1 = 527^\circ\text{C}$ 、 $m = 6\text{ kg}$ 、 $p_1 = 0.1\text{ MPa}$ ，烟气通过换热器向热机工质传递  $Q_1$  热量，到达换热器出口时  $t_2 = 37^\circ\text{C}$ 、 $p_2 = 0.1\text{ MPa}$ 。热机对外输出功为  $W$ ，并向大气排出  $Q_2$  热量。大气的温度和压强分别为  $t_0 = 27^\circ\text{C}$ 、 $p_0 = 0.1\text{ MPa}$ 。设烟气比热容  $c_p = 1400\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 、 $c_v = 1000\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，求：(1) 烟气流经换热器传给热机工质的热量；(2) 热机排给大气的最小热量  $Q_2$ ；(3) 热机输出的最大功  $W$ 。

**解** (1) 对于换热器，根据热力学第一定律可以得到热机工质吸收的热量为

$$Q_1 = \Delta H = mc_p \Delta T = 6\text{ kg} \times 1400\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times (527 - 37)\text{ K} = 4116\text{ kJ}$$

(2) 要想排出最小热量  $Q_2$ ，就必须为可逆过程，此时将换热器、可逆热机以及大气看作孤立系统，则

$$\Delta S_{\text{iso}} = \Delta S_1 + \Delta S_E + \Delta S_2 = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0$$

其中

$$\Delta S_1 = \int \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc_p dT}{T} = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} = 6\text{ kg} \times 1400\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times \ln \frac{273.15 + 37}{273.15 + 527} = -7.961\text{ kJ/K}$$



以及  $\Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_0}$ ，从而得到

$$Q_2 = -\Delta S_1 \cdot T_0 = 7.961 \text{ kJ/K} \times (273.15 + 27) \text{ K} = 2389.49 \text{ kJ}$$

(3) 在上述可逆过程下可以得到热机输出的最大功为

$$W = Q_1 - Q_2 = 4116 \text{ kJ} - 2389.49 \text{ kJ} = 1726.51 \text{ kJ}$$

**例题 4.8** 已知 A、B、C 三个热源的温度分别为 500 K、400 K 和 300 K。有一可逆热机在这三个热源间工作。如果系统由 A 吸入热量  $Q_A = 3000 \text{ kJ}$ ，输出净功 400 kJ，求  $Q_B$ 、 $Q_C$  及方向。

**解** 根据热力学第一定律和热力学第二定律可以得到

$$\begin{aligned} Q_A + Q_B + Q_C &= W \\ \frac{-Q_A}{T_A} + \frac{-Q_B}{T_B} + \frac{-Q_C}{T_C} &= 0 \end{aligned}$$

代入数据可以解得  $Q_B = -3200 \text{ kJ}$ ， $Q_C = 600 \text{ kJ}$ 。因此系统向 B 放出热量 3200 kJ，从 C 吸入热量 600 kJ。A、B 间热机效率及作功分别为

$$\eta_{AB} = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 0.2, \quad W_{AB} = \eta_{AB} Q_A = 600 \text{ kJ}$$

B、C 间制冷机则满足

$$\varepsilon_{BC} = \frac{T_C}{T_B - T_C} = 3, \quad W_{BC} = 600 \text{ kJ} - 400 \text{ kJ} = 200 \text{ kJ}$$

同时也满足了  $Q_C = W_{BC} \varepsilon$ 。制冷机放入 B 的热量为  $Q_C + W_{BC} = 600 \text{ kJ} + 200 \text{ kJ} = 800 \text{ kJ}$ ；热机排入 B 的热量为  $Q_A - W_{AB} = 3000 \text{ kJ} - 600 \text{ kJ} = 2400 \text{ kJ}$ ，恰好满足  $Q_B = 2400 \text{ kJ} + 800 \text{ kJ}$ 。总体效果是：A、B 间工作的热机作功 600 kJ，其中 200 kJ 驱动制冷机，使热量 600 kJ 由 C 到 B。

**例题 4.9** 有 5 kg 水起始温度为 295 K，大气温度为  $T_0 = 295 \text{ K}$ 。现在用一制冷机在水和大气间工作，使水定压冷却到 280 K，求所需的最小功。

**解** 根据孤立系统熵增原理，由大气、水、制冷机、功源组成的孤立系满足

$$\Delta S_{\text{iso}} = \int_{295}^{280} \frac{mcdT}{T} + \frac{Q_0}{T_0} = \int_{295}^{280} \frac{mcdT}{T} + \frac{mc(295 - 280) + W}{T_0}$$

当  $\Delta S_{\text{iso}} = 0$  时  $W$  最小，此时可以解得  $W_{\min} = 8256 \text{ J}$ 。

### 定义 4.3 (作功能力)

所谓系统的作功能力，是指在给定的环境条件下，系统达到与环境热力平衡时可能作出的最大有用功。因此，通常将环境温度  $T_0$  (实际上也是系统的低温热源) 作为衡量作功能力的基准温度。



任何过程只要有不可逆因素存在，就将造成系统作功能力的损失，而不可逆过程进行的结果又将使包含该系统在内的孤立系统的熵增加。下面说明孤立系统熵增与系统作功能力损失之间的联系。

假设在温度为  $T$  的热源与温度为  $T_0$  的环境之间同时工作着可逆热机 R 和不可逆热机 IR，各自与热源交换的热量、对外输出的功如图所示。由卡诺定理可知  $\eta_{t,R} > \eta_{t,IR}$ ，即

$$\frac{W_R}{Q_1} > \frac{W_{IR}}{Q'_1}$$

令两热机从热源吸收的热量相同，即  $Q_1 = Q'_1$ ，由上式可以得到  $W_R > W_{IR}$ 。于是，由于不可逆引起的功的损失为

$$I = W_R - W_{IR} = (Q_1 - Q_2) - (Q'_1 - Q'_2) = Q'_2 - Q_2$$

如果将温度为  $T_1$  的热源、温度为  $T_0$  的环境、可逆热机 R、不可逆热机 IR 及蓄功器一起看作一个孤立系统，则经过一个工作循环后此独立系统的熵增为

$$\Delta S_{\text{iso}} = \Delta S_T + \Delta S_{T_0} = -\frac{Q_1}{T} - \frac{Q'_1}{T} + \frac{Q_2}{T_0} + \frac{Q'_2}{T_0}$$

根据卡诺定理，对可逆热机有  $Q_1/T = Q_2/T_0$ ，同时考虑到  $Q'_1 = Q_1$ ，则上式可以改写为

$$\Delta S_{\text{iso}} = \frac{Q'_2}{T_0} - \frac{Q_2}{T_0} = \frac{Q'_2 - Q_2}{T_0}$$

从而可以得到

$$I = T_0 \Delta S_{\text{iso}}$$

由此可见，当环境的热力学温度  $T_0$  确定后，作功能力的损失与孤立系统的熵增成正比。所以，孤立系统的熵增时衡量系统作功能力损失的尺度。上式适用于计算任何不可逆因素引起的系统作功能力损失。

**例题 4.10** 有 1 kg 空气经过绝热节流，由状态  $p_1 = 0.6 \text{ MPa}$ 、 $t_1 = 127^\circ\text{C}$  变化到  $p_2 = 0.1 \text{ MPa}$ 。试确定作功能力的损失，已知环境温度  $T_0 = 300 \text{ K}$ 。

**解** 节流引起的熵变为

$$\Delta s = \int_1^2 \frac{c_p dT - v dp}{T} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R_g \ln \frac{p_2}{p_1}$$

由于绝热节流前后状态的焓不变，即  $h_2 = h_1$ ，而对于理想气体，焓是温度的单值函数，因此  $T_2 = T_1$ ，从而

$$\Delta s = -R_g \ln \frac{p_2}{p_1} = 0.287 \times \ln \frac{0.6}{0.1} = 0.514 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

由于过程绝热，熵流  $\Delta s_f = 0$ ，所以熵产  $\Delta s_g = \Delta s$ ，最终得到作功能力损失

$$I = T_0 \Delta s_g = 300 \times 0.514 = 154.3 \text{ kJ/kg}$$

## 第5章 水蒸气与湿空气

工程上用的气态工质可以分为两类，即气体和蒸气，两者之间并无严格的界限。蒸气泛指刚刚脱离液体或比较接近液态的气态物质，在被冷却或被压缩时，很容易变回液态。一般地说，蒸气分子间的距离较小，分子间的作用力及分子本身的体积不能忽略，因此蒸气一般不能作为理想气体处理。

### 5.1 水蒸气的产生过程

蒸气是由液体汽化而产生的。液体汽化有两种形式：蒸发和沸腾。

#### 定义 5.1 (蒸发)

由于液体中的分子在不停地进行着无规则的热运动，每个分子的动能大小不等，在液体表面总会有一些动能大的分子克服邻近分子的引力而逃出液面，形成蒸气，这就是蒸发。蒸发是在液体表面进行的汽化现象。蒸发可以在任何温度下进行，但温度越高，能量较大的分子越多，蒸发越强烈。

#### 定义 5.2 (沸腾)

与蒸发不同，在给定的压力下，沸腾是在特定温度下发生、在液体内部和表面同时进行并且伴随着大量汽泡产生的剧烈的汽化现象。实验证明，液体沸腾时，尽管对其继续加热，但液体的温度不变。

无论蒸发还是沸腾，如果液面上方是和大气相连的自由空间，那么一般情况下汽化过程可以一直进行到液体全部变为蒸气为止。

#### 定义 5.3 (饱和状态)

当液体在有限的密闭空间内汽化时，则不仅有分子逃出液体表面而进入蒸气空间，并且也会有分子从蒸气空间落到液体表面，回到液体中。开始时，单位时间从液面逸出的分子多于返回液面的分子，蒸气空间中的分子数不断增加。但当蒸气空间中蒸气的密度达到一定程度时，在同一时间内逃出液面的分子就会与回到液面的分子数目相等，气、液两相达到了动态平衡，这种状态称为饱和状态。饱和状态下的液体和蒸气分别称为饱和液体和饱和蒸气。

饱和蒸气的压力和温度分别称为**饱和压力** (用  $p_s$  表示) 和**饱和温度** (用  $t_s$  表示)，二者一一对应，且饱和压力越高，饱和温度也越高。

**注** 对于水蒸气，当  $p_s = 0.101325 \text{ MPa}$  时， $t_s = 100^\circ\text{C}$ ；当  $p_s = 1 \text{ MPa}$  时， $t_s = 179.916^\circ\text{C}$ 。

工程应用的水蒸气，通常是在锅炉内对水定压加热产生的。下面考虑单位质量、温度为  $t$  的水在活塞施加一定压力  $p$  的情况下，在容器底部对水加热定压产生水蒸气的过程：<sup>1</sup>

1. **水定压预热**：假设容器中水的初始状态压力为  $p$ ，温度为  $t (< t_s)$ ，此时水温低于压力  $p$  对应的饱和温度  $t_s$ ，所以称为**未饱和水**。随着热量的加入，水的温度逐渐升高，比体积也略有增加。当水的主体温度升高到压力  $p$  所对应的饱和温度  $t_s$  时，达到饱和状态，成为**饱和水**。饱和水的参数用相应参数上方加以撇表示，比如  $v'$ 、 $h'$  和  $s'$  分别表示饱和水的比体积、比焓和比熵。
2. **饱和水定压汽化**：对饱和水继续加热，水开始汽化（沸腾），不断地变为蒸汽，水温保持饱和温度不变。此时容器内汽、液两相共存，统称为**湿饱和蒸汽**，简称**湿蒸汽**。<sup>2</sup>当对湿蒸汽继续加热直到最后一滴水变为蒸汽时，容器中的蒸汽称为**干饱和蒸汽**，简称**干蒸汽**。干蒸汽的比体积、焓和熵分别用  $v''$ 、 $h''$  和  $s''$  表示。整个定压汽化过程吸收的热量称为**汽化潜热**，以  $r$  表示，单位为  $\text{J/kg}$ 。

<sup>1</sup> 水蒸气的定压形成经历了预热、汽化和过热 3 个阶段，并先后经历未饱和水、饱和水、湿饱和蒸汽、干饱和蒸汽和过热蒸汽 5 种状态。

<sup>2</sup> 由于湿蒸汽的温度和压力是两个互相依赖的参数，所以给出湿蒸汽的温度和压力并不能确定湿蒸汽的状态。

3. **干蒸汽定压过热**: 对干饱和蒸汽继续加热, 蒸汽的温度又开始上升, 超过了该压力对应的饱和温度, 其体积也继续增加, 这时的蒸汽称为**过热蒸汽**。在定压过热过程吸收的热量称为过热热量。过热蒸汽的温度与同压力下饱和温度之差称为**过热度**。

#### 定理 5.1 (干度)

由于湿蒸汽是由压力、温度相同的干饱和蒸汽和饱和水按不同的质量比例所组成的, 所以要具体确定湿蒸汽所处的状态, 除了说明它的压力或温度外, 还必须指出干饱和蒸汽和饱和水的质量比例。湿蒸汽中所含有的干饱和蒸汽的质量分数, 称为湿蒸汽的干度, 用  $x$  表示, 即

$$x = \frac{m_v}{m_w + m_v}$$

其中  $m_v$  和  $m_w$  分别表示湿蒸汽中所含干饱和蒸汽和饱和水的质量。



因为 1 kg 湿蒸汽是由  $x$  kg 干蒸汽和  $(1 - x)$  kg 饱和水混合而成的, 因此 1 kg 湿蒸汽的各有关参数就等于  $x$  kg 干蒸汽的相应参数与  $(1 - x)$  kg 饱和水的相应参数之和, 即

$$v_x = (1 - x)v' + xv'' = v' + x(v'' - v')$$

$$h_x = (1 - x)h' + xh'' = h' + x(h'' - h')$$

$$s_x = (1 - x)s' + xs'' = s' + x(s'' - s')$$

上式同时也表明, 在已知湿蒸汽的相关参数的情况下, 通过查表找到对应饱和水的参数及饱和干蒸汽的参数即可反求出干度。

**例题 5.1** 试利用水蒸气表确定下列各点的状态, 并确定各状态的焓、熵或干度及比体积: (1)  $p = 20$  MPa,  $t = 300$  °C; (2)  $p = 9$  MPa,  $v = 0.017$  m<sup>3</sup>/kg; (3)  $p = 4.5$  MPa,  $t = 450$  °C; (4)  $p = 1$  MPa,  $x = 0.90$ 。

**解** (1) 查表可知当  $p = 20$  MPa 时饱和温度  $t_s = 365.789$  °C, 而  $t < t_s$ , 因此该状态为未饱和水。进一步查表可以得到此时  $v = 0.0013605$  m<sup>3</sup>/kg,  $h = 1333.4$  kJ/kg,  $s = 3.2072$  kJ/(kg · K)。

(2) 查表可知当  $p = 9$  MPa 时,  $v' = 0.0014177$  m<sup>3</sup>/kg,  $v'' = 0.020485$  m<sup>3</sup>/kg, 而  $v' < v < v''$ , 因此该状态为湿蒸汽, 其干度为

$$x = \frac{v - v'}{v'' - v'} = \frac{0.017 - 0.0014177}{0.020485 - 0.0014177} = 81.72\%$$

同时由  $h' = 1363.1$  kJ/kg,  $h'' = 2741.92$  kJ/kg 以及  $s' = 3.2854$  kJ/(kg · K)、 $s'' = 5.6771$  kJ/(kg · K) 可以得到此时

$$h = (1 - x)h' + xh'' = 2489.87 \text{ kJ/kg}$$

$$s = (1 - x)s' + xs'' = 5.2399 \text{ kJ/(kg · K)}$$

(3) 查表得知当  $p = 3$  MPa 时饱和温度  $t_{s1} = 233.893$  °C, 当  $p = 5$  MPa 时饱和温度  $t_{s2} = 263.980$  °C, 而  $t$  比这两个饱和温度都要大, 因此该状态为过热蒸汽。进一步查表可以得到在  $t = 450$  °C 的情况下, 当  $p_1 = 3$  MPa 时  $v_1 = 0.107864$  m<sup>3</sup>/kg,  $h_1 = 3343.0$  kJ/kg,  $s_1 = 7.0817$  kJ/(kg · K); 当  $p_2 = 5$  MPa 时  $v_2 = 0.063291$  m<sup>3</sup>/kg,  $h_2 = 3315.2$  kJ/kg,  $s_2 = 6.8170$  kJ/(kg · K), 于是由线性插值得到

$$v = v_1 + \frac{p - p_1}{p_2 - p_1}(v_2 - v_1) = 0.107864 + \frac{4.5 - 3}{5 - 3} \times (0.063291 - 0.107864) = 0.07443425 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h = h_1 + \frac{p - p_1}{p_2 - p_1}(h_2 - h_1) = 3343.0 + \frac{4.5 - 3}{5 - 3} \times (3315.2 - 3343.0) = 3322.15 \text{ kJ/kg}$$

$$s = s_1 + \frac{p - p_1}{p_2 - p_1}(s_2 - s_1) = 7.0817 + \frac{4.5 - 3}{5 - 3} \times (6.8170 - 7.0817) = 6.883175 \text{ kJ/(kg · K)}$$

(4) 由于给出了干度, 因此该状态为湿蒸汽。查表可知当  $p = 1.0$  MPa 时,  $v' = 0.0011272$  m<sup>3</sup>/kg,  $v'' = 0.19438$  m<sup>3</sup>/kg,  $h' = 762.84$  kJ/kg,  $h'' = 2777.67$  kJ/kg,  $s' = 2.1388$  kJ/(kg · K),  $s'' = 6.5859$  kJ/(kg · K)。

于是

$$v = (1-x)v' + xv'' = (1-0.90) \times 0.0011272 + 0.90 \times 0.19438 = 0.175055 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h = (1-x)h' + xh'' = (1-0.90) \times 762.84 + 0.90 \times 2777.67 = 2576.187 \text{ kJ/kg}$$

$$s = (1-x)s' + xs'' = (1-0.90) \times 2.1388 + 0.90 \times 6.5859 = 6.14119 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

**例题 5.2** 有一  $10 \text{ m}^3$  的汽包，盛有  $2 \text{ MPa}$  的汽-水混合物。开始时汽、水各占汽包的一半容积。如果由底部阀门排走  $300 \text{ kg}$  水，为使汽包内汽水混合物的温度保持不变，需要加入多少热量？

**解** 通过  $p = 2 \text{ MPa}$  查表得知饱和水的比体积  $v' = 0.0011767 \text{ m}^3/\text{kg}$ ，饱和水蒸汽的比体积  $v'' = 0.099588 \text{ m}^3/\text{kg}$ ，于是可以得到初始时汽的质量以及水的质量分别为

$$m_1'' = \frac{V/2}{v''} = 50.24 \text{ kg}, \quad m_1' = \frac{V/2}{v'} = 4249.53 \text{ kg}$$

从而可知初始时的干度为

$$x_1 = \frac{m_1''}{m_1' + m_1''} = 0.01168$$

于是初始时系统的焓值以及比体积分别为

$$h_1 = (1-x_1)h' + x_1h'' = 930.66 \text{ kJ/kg}, \quad v_1 = \frac{V}{m_1' + m_1''} = 0.002326 \text{ m}^3/\text{kg}$$

终态时  $m_2 = m_1' + m_1'' - m_{\text{out}} = 3999.8 \text{ kg}$ ，于是终态系统的比体积、干度以及焓值分别为

$$v_2 = \frac{V}{m_2} = 0.0025 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad x_2 = \frac{v_2 - v'}{v'' - v'} = 0.01346, \quad h_2 = (1-x_2)h' + x_2h''$$

那么根据开口系能量方程，有

$$Q = (m_2u_2 - m_1u_1) + m_{\text{out}}h_{\text{out}} = m_2(h_2 - pv_2) - m_1(h_1 - pv_1) + m_{\text{out}}h_1 = 6745 \text{ kJ}$$

## 5.2 水蒸气的热力过程

在热工计算中，经常遇到蒸汽的定压过程和绝热过程。蒸汽的形成与凝结过程都是在定压下进行的，这种情况下蒸汽与外界之间无功量交换，与外界交换的热量可以用焓差表示。蒸汽在蒸汽机或汽轮机中的膨胀做功过程，可近似认为是绝热过程，如果不考虑摩擦损失，则为可逆绝热过程，过程中与外界之间的功量交换也可用焓差表示。

工程上常利用蒸汽节流来测量湿蒸汽的干度，即节流式湿蒸汽干度测定仪（简称干度计）。蒸汽管内为待测湿蒸汽，如前所述，湿蒸汽的压力和温度是互相依赖的，如果只知道管内的压力和温度，则无法确定湿蒸汽的干度。如果让湿蒸汽先通过节流阀降低压力，直至变为过热蒸汽。这是压力和温度就成为两个互相独立的参数，根据测得的节流后的参数  $p_2$  和  $t_2$ ，即可在  $h-s$  图上定出过热蒸汽的状态点 2。由于绝热节流前后蒸汽的焓值不变，于是由点 2 出发，沿水平线（等焓线）与测得的节流前湿蒸汽的压力  $p_1$  线交于点 1，就可以从点 1 确定湿蒸汽的干度。

**例题 5.3** 一体积为  $1 \text{ m}^3$  的密闭容器内盛有压力为  $0.35 \text{ MPa}$  的干饱和蒸汽，问容器内蒸汽的质量为多少？若对蒸汽进行冷却，问当压力降到  $0.2 \text{ MPa}$  时容器内的蒸汽处于什么状态？冷却过程中由蒸汽向外传出的热量为多少？

**解** 对于  $p_0 = 0.35 \text{ MPa}$  的干饱和蒸汽，查表可知此时  $v_0 = 0.52427 \text{ m}^3/\text{kg}$ ，因此蒸汽的质量  $m = V/v_0 = 1/0.52427 = 1.9074 \text{ kg}$ ，同时还可以查表得到  $h_0 = 2732.37 \text{ kJ/kg}$ 。在对该蒸汽定容冷却使得其压力降低至  $p = 0.2 \text{ MPa}$  后，该蒸汽处于湿蒸汽状态，比体积仍为  $v = 0.52427 \text{ m}^3/\text{kg}$ 。查表可知当  $p = 0.2 \text{ MPa}$  时  $v' = 0.0010605 \text{ m}^3/\text{kg}$ ， $v'' = 0.88585 \text{ m}^3/\text{kg}$ ，于是可以得到干度为

$$x = \frac{v - v'}{v'' - v'} = \frac{0.52427 - 0.0010605}{0.88585 - 0.0010605} = 0.5913$$

同时  $h' = 504.78 \text{ kJ/kg}$ ， $h'' = 2706.53 \text{ kJ/kg}$ ，从而

$$h = (1-x)h' + xh'' = (1-0.5913) \times 504.78 + 0.5913 \times 2706.53 = 1806.674775 \text{ kJ/kg}$$



于是该蒸汽在定容冷却过程中吸收的热量满足

$$\begin{aligned} q &= u - u_0 = (h - pv) - (h_0 - p_0 v_0) = (h - h_0) - (p - p_0)v \\ &= (1806.674775 \text{ kJ/kg} - 2732.37 \text{ kJ/kg}) - (0.2 \text{ MPa} - 0.35 \text{ MPa}) \times 0.52427 \text{ m}^3/\text{kg} \\ &= -847.055 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

即蒸汽向外放出的热量为  $Q = -mq = 1.9074 \times 847.055 = 1615.6727 \text{ kJ}$ 。

**例题 5.4** 蒸汽在  $p = 1.5 \text{ MPa}$ 、 $x = 0.95$  的状态下进入过热器，被定压加热成为过热蒸汽后进入汽轮机，理想绝热膨胀至  $p = 0.005 \text{ MPa}$ 、 $x = 0.90$  的出口状态，求每千克蒸汽在过热器中吸热的热量。

**解** 查表可知当  $p = 1.5 \text{ MPa}$  时， $v' = 0.0011538 \text{ m}^3/\text{kg}$ ， $v'' = 0.13172 \text{ m}^3/\text{kg}$ ， $h' = 844.82 \text{ kJ/kg}$ ， $h'' = 2791.46 \text{ kJ/kg}$ ， $s' = 2.3149 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， $s'' = 6.4437 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。于是可以得到初始状态满足

$$\begin{aligned} v_1 &= (1 - x)v' + xv'' = (1 - 0.95) \times 0.0011538 + 0.95 \times 0.13172 = 0.12519 \text{ m}^3/\text{kg} \\ h_1 &= (1 - x)h' + xh'' = (1 - 0.95) \times 844.82 + 0.95 \times 2791.46 = 2694.128 \text{ kJ/kg} \\ s_1 &= (1 - x)s' + xs'' = (1 - 0.95) \times 2.3149 + 0.95 \times 6.4437 = 6.23726 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

而对于出口状态，查表可知当  $p = 0.005 \text{ MPa}$  时， $v' = 0.0010053 \text{ m}^3/\text{kg}$ ， $v'' = 28.191 \text{ m}^3/\text{kg}$ ， $h' = 137.72 \text{ kJ/kg}$ ， $h'' = 2560.55 \text{ kJ/kg}$ ， $s' = 0.4761 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， $s'' = 8.3930 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。于是可以得到出口状态满足

$$\begin{aligned} v_3 &= (1 - x)v' + xv'' = (1 - 0.90) \times 0.0010053 + 0.90 \times 28.191 = 25.372 \text{ m}^3/\text{kg} \\ h_3 &= (1 - x)h' + xh'' = (1 - 0.90) \times 137.72 + 0.90 \times 2560.55 = 2318.267 \text{ kJ/kg} \\ s_3 &= (1 - x)s' + xs'' = (1 - 0.90) \times 0.4761 + 0.90 \times 8.3930 = 7.60131 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

根据理想绝热膨胀过程可知  $s_2 = s_3 = 7.60131 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，查表可知当  $p_2 = 1.5 \text{ MPa}$ 、 $s_2 = 7.60131 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  时  $h_2 = 3390.2 \text{ kJ/kg}$ ，因此得到吸热量为

$$q = h_2 - h_1 = 3390.2 - 2694.128 = 696.072 \text{ kJ/kg}$$

## 5.3 湿空气的性质

含有水蒸气的空气称为**湿空气**，完全不含水蒸气的空气称为**干空气**。<sup>3</sup>由于湿空气中水蒸汽的分压力很低，可以视水蒸汽为理想气体。所以，一般情况下湿空气可以看作理想混合气体。根据道尔顿定律，湿空气的总压力  $p$  等于水蒸汽的分压力  $p_v$  与干空气的分压力  $p_a$  之和，即

$$p = p_v + p_a$$

### 定义 5.4 (未饱和湿空气和饱和湿空气)

根据湿空气中所含水蒸气的状态是否饱和，或者根据湿空气是否具有吸收水分的能力，可分为未饱和湿空气与饱和湿空气。

- 如果湿空气中所含水蒸气的分压力  $p_v$  低于湿空气温度  $T$  所对应的水蒸气的饱和压力  $p_s(T)$ ，则水蒸气处于过热状态，或者说湿空气还具有吸收水分的能力，这样的湿空气称为未饱和湿空气。
- 如果维持未饱和湿空气的温度不变，而使其中的水蒸气含量增加，其压力  $p_v$  也随之不断地增大。当  $p_v$  等于湿空气的温度  $T$  所对应的饱和压力  $p_s(T)$  时，湿空气中的水蒸气达到饱和状态，湿空气不再具有吸收水分的能力。这种由干空气与饱和水蒸气组成的湿空气，称为饱和湿空气。

### 定义 5.5 (露点)

湿空气中水蒸气分压力  $p_v$  所对应的饱和温度，称为露点温度，简称露点，以  $T_d$  表示。

<sup>3</sup>由于湿空气中水蒸汽的含量极少，在某些情况下往往可以忽略水蒸汽的影响。但是，在干燥、空气调节以及精密仪表和电绝缘的防潮等对空气中的水蒸汽特殊敏感的领域，则必须考虑空气中水蒸汽的影响。

**定义 5.6 (相对湿度)**

湿空气的绝对湿度  $\rho_v$  与同温度下湿空气的最大绝对湿度，即饱和湿空气的绝对湿度  $\rho_s$  之比称为湿空气的相对湿度，用  $\varphi$  表示，即

$$\varphi = \frac{\rho_v}{\rho_s}$$

根据理想气体状态方程  $\rho_v = p_v/R_{g,v}T$ ， $\rho_s = p_s/R_{g,v}T$ ，可以得到

$$\varphi = \frac{\rho_v}{\rho_s} = \frac{p_v}{p_s}$$

相对湿度  $\varphi$  的数值范围为  $0 \sim 1$ 。 $\varphi$  值越小，湿空气中水蒸气偏离饱和状态越远，空气越干燥，吸湿能力越强； $\varphi$  值越大，则湿空气中的水蒸气越接近饱和状态，空气越潮湿，吸湿能力越弱。

**定义 5.7 (含湿量)**

在空调或干燥过程，湿空气中水蒸气的含量会有变化，而干空气的含量则不改变。因此，为了分析和计算上的方便，通常采用单位质量干空气作为计算基准。在湿空气中，与单位质量干空气共存的水蒸气的质量，称为湿空气的含湿量或比湿度，用  $d$  表示，即

$$d = \frac{m_v}{m_a} = \frac{\rho_v}{\rho_a}$$

$d$  的单位为  $\text{kg/kg}$  (干空气)。根据理想气体状态方程，可以得到  $\rho_v = \frac{p_v}{R_{g,v}T}$  和  $\rho_a = \frac{p_a}{R_{g,a}T}$ ，其中  $R_{g,v} = 461.5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ， $R_{g,a} = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ，并考虑到湿空气的总压力为  $p = p_v + p_a$ ，从而

$$d = 0.622 \frac{p_v}{p - p_v}$$

这表明，当湿空气压力  $p$  一定时，含湿量  $d$  只取决于水蒸气的分压力  $p_v$ ，即  $d = f(p_v)$ 。因为  $p_v = \varphi p_s$ ，所以

$$d = 0.622 \frac{\varphi p_s}{p - \varphi p_s}$$



## 第6章 动力装置循环

将热能转换为机械能的设备称为热能动力装置或热力发动机，简称热机。在热机中，热能连续地转换为机械能是通过工质的热力循环过程来实现的。热机的工作循环称为**动力循环** (或**热机循环**)。根据工质的不同，动力循环可分为**蒸汽动力循环** (如蒸汽机、蒸汽轮机的工作循环) 和**气体动力循环** (如内燃机、燃气轮机装置的工作循环) 两大类。

### 6.1 蒸汽动力装置循环

热力发电厂的蒸汽动力装置以水蒸气作为工质，其工作循环称为蒸汽动力循环。

#### 定义 6.1 (朗肯循环)

朗肯循环是在实际蒸汽动力循环的基础上经简化得到的最简单、最基础的理想蒸汽动力循环，它由给水泵、锅炉、汽轮机和冷凝器等四种主要设备组成。如果忽略给水泵、汽轮机中的摩擦和散热以及工质在锅炉、冷凝器中的压力变化，则工质的循环过程就可以简化为如图6.1所示的以下4个理想化的可逆过程：

1. 可逆绝热压缩过程 3-4；水通过给水泵加压后被送入锅炉，有时可以忽略这个过程；
2. 可逆定压加热过程 4-5-6-1：水在在锅炉中加热汽化形成高温高压的过热蒸汽；
3. 可逆绝热膨胀过程 1-2：过热蒸汽在汽轮机中膨胀做功，得到低压蒸汽；
4. 定压放热过程 2-3：作功后的低压蒸汽 (乏气) 在冷凝器中被冷凝成水后送往给水泵，完成一个工作循环。

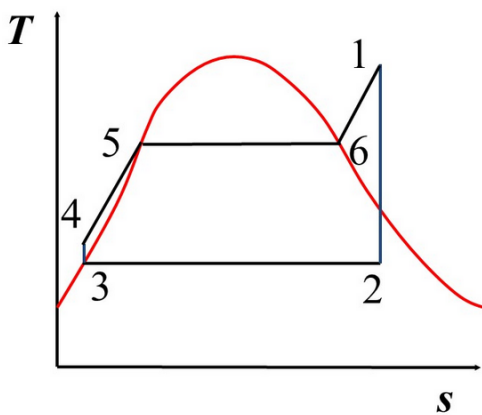


图 6.1: 朗肯循环

在朗肯循环中，每千克蒸汽对外所作出的净功  $w_{\text{net}}$  应由蒸汽流过汽轮机所作的功  $w_{s,1-2}$  以及水在给水泵内被绝热压缩所消耗的功  $w_{s,3-4}$  所确定，根据稳定流动能量方程式，可以得到

$$(h_2 - h_1) + w_{s,1-2} = 0, \quad (h_4 - h_3) + w_{s,3-4} = 0$$

由此可知

$$w_{\text{net}} = w_{s,1-2} + w_{s,3-4} = (h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)$$

锅炉中每千克蒸汽的定压吸热量为

$$q_1 = \Delta h + \int v dp = h_1 - h_4$$

在冷凝器中，每千克蒸汽的定压放热量为

$$q_2 = |\Delta h + \int v dp| = -(h_3 - h_2)$$

根据循环热效率的定义，可以得到朗肯循环的热效率为

$$\eta_t = \frac{w_{\text{net}}}{q_1} = \frac{w_{s,1-2} + w_{s,3-4}}{q_1} = \frac{(h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)}{h_1 - h_4}$$

或者

$$\eta_t = \frac{w_{\text{net}}}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{(h_1 - h_4) - (h_2 - h_3)}{h_1 - h_4} = \frac{(h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)}{h_1 - h_4}$$

由于水的压缩性很小，水的比体积又比水蒸气的比体积小得多，因此水泵消耗的功与汽轮机作出的功相比很小，一般情况下可以忽略不计，即  $h_4 - h_3 \approx 0$ ，于是上式可以化简为

$$\eta_t = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_4} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3}$$

### 定义 6.2 (汽耗率)

蒸汽动力装置每输出  $1 \text{ kW} \cdot \text{h}$  (即  $3600 \text{ kJ}$ ) 功量所消耗的蒸汽量称为汽耗率，用符号  $d$  表示，单位为  $\text{kg}/(\text{kW} \cdot \text{h})$ ，即

$$d = \frac{3600}{w_{\text{net}}}$$



## 6.1.1 蒸汽参数对朗肯循环热效率的影响

可以看到，朗肯循环的热效率取决于汽轮机进口蒸汽的焓  $h_1$ 、乏汽的焓  $h_2$  以及凝结水的焓  $h_3$ 。汽轮机入口新蒸汽的焓  $h_1$  取决于新蒸汽的压力  $p_1$  与温度  $t_1$ ；乏汽的  $h_2$  除了与  $p_1, t_1$  有关外，还取决于乏汽的压力  $p_2$ ；凝结水的  $h_3$  是压力  $p_2$  对应的饱和水的焓。由此可知，朗肯循环的热效率  $\eta_t$  与新蒸汽的压力  $p_1$  (初压)、温度  $t_1$  (初温) 以及乏汽的压力 (终压) 有关。

在  $T$ - $s$  图上，我们可以将朗肯循环折合成熵变相等、吸 (放) 热量相同、热效率相同的卡诺循环，其中吸热平均温度  $\bar{T}_1$  为

$$\bar{T}_1 = \frac{q_1}{s_a - s_b}$$

其中  $s_a - s_b$  为工质吸收热量  $q_1$  引起的熵变。放热平均温度  $\bar{T}_2$  就是压力  $p_2$  对应的饱和温度  $T_2$ ，于是朗肯循环的热效率可以用等效卡诺循环的热效率表示为

$$\eta_t = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} = 1 - \frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_1} = 1 - \frac{T_2}{\bar{T}_1}$$

由上式可见，提高吸热平均温度或降低放热平均温度都可以提高循环的热效率。

下面讨论蒸汽参数变化对循环热效率的影响：

- **蒸汽初压的影响：**当保持蒸汽的初温  $T_1$ 、终压  $p_2$  不变时，提高初压  $p_1$ ，将会提高循环吸热平均温度，而放热平均温度保持不变，因此提高初压可以提高循环的热效率。然而，随着初压的提高，汽轮机出口乏汽的干度减小，这意味着乏汽中所含水分增加，将会冲击和侵蚀汽轮机最后几级叶片，影响其使用寿命，并使汽轮机内部摩擦损失增加。
- **蒸汽初温的影响：**当保持蒸汽的初压  $p_1$ 、终压  $p_2$  不变时，将初温由  $T_1$  提高到  $T_1'$ ，则朗肯循环的吸热平均温度提高，在放热平均温度不变的情况下，循环的热效率将有所提高。同时，提高初温使汽轮机出口的乏汽干度比原来有所增加，有利于汽轮机的安全工作。但是，蒸汽的初温度越高，对锅炉的过热器以及汽轮机的高压部分所使用金属的耐热及强度要求也越高。
- **乏汽压力的影响：**如果保持蒸汽初参数  $p_1, T_1$  不变，降低乏汽压力  $p_2$ ，则与之对应的饱和温度  $T_2$  (即放热温度) 降低，而吸热平均温度变化很小，因此循环热效率将有所提高。但是，终压  $p_2$  的降低受冷凝器冷却介质温度 (通常是环境温度) 的限制，不能任意降低。

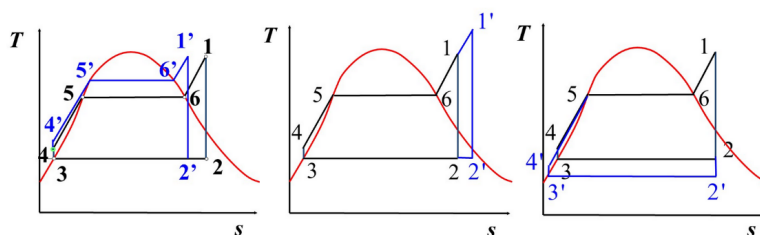


图 6.2: 蒸气参数变化对朗肯循环热效率的影响

### 6.1.2 再热循环

如上所述, 提高蒸汽的初压力可以提高朗肯循环的热效率。但如果蒸汽的初温度不能同时提高, 则蒸汽在汽轮机内膨胀终了时的干度降低, 影响汽轮机的安全运行。因此, 为了提高蒸汽的初压又不致使乏汽的干度过低, 常采用蒸汽中间再过热的方法。

#### 定义 6.3 (再热循环)

新蒸汽在高压汽轮机中膨胀做功到某一中间压力以后, 全部抽出导入锅炉中的再热器, 吸收烟气放出的热量, 然后再导入低压汽轮机继续膨胀做功到终压力  $p_2$ 。这种循环称为蒸汽再热循环, 简称再热循环。

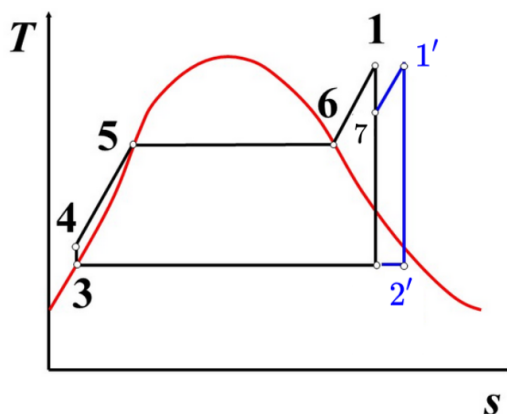


图 6.3: 再热循环

在图6.3中观察一次再热循环, 可以看到, 蒸汽经过中间再过热以后, 其乏汽的干度明显地提高了。再热循环的吸热平均温度将高于基本的朗肯循环, 使整个再热循环的热效率有所提高。工质在一次再热循环中吸收的总热量为

$$q_1 = (h_1 - h_4) + (h_{1'} - h_7)$$

对外放热量为

$$q_2 = h_{2'} - h_3$$

再热循环的热效率为

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{(h_1 - h_4) + (h_{1'} - h_7) - (h_{2'} - h_3)}{(h_1 - h_4) + (h_{1'} - h_7)}$$

再热的目的主要在于增加蒸汽的干度, 以便在初温度限制下可以采用更高的初压力, 从而提高循环热效率。

**例题 6.1** 某蒸汽动力装置, 汽轮机入口蒸汽的参数为  $p_1 = 13 \text{ MPa}$ 、 $t_1 = 535^\circ\text{C}$ , 在汽轮机内膨胀做功至干饱和蒸汽后被送入再热器, 在定压下重新加热到  $535^\circ\text{C}$ , 再进入汽轮机后半部继续膨胀至乏汽压力  $7 \text{ kPa}$ 。如蒸汽流量为  $200 \text{ t/h}$ , 忽略泵功, 试计算汽轮机的轴功、循环热效率及乏汽干度  $x$ 。设煤的发热量为  $2 \times 10^4 \text{ kJ/kg}$ , 求理论煤耗率。



**解** 根据汽轮机入口蒸汽的  $p_1 = 13 \text{ MPa}$ 、 $t_1 = 535^\circ\text{C}$ ，查表可以得到

$$h_1 = 3430.18 \text{ kJ/kg}, \quad s_1 = 6.559 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

蒸汽在汽轮机内可逆绝热膨胀至干饱和蒸汽状态，由  $s_2 = s_1 = 6.559 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  查表可以得到

$$p_2 = 1.082 \text{ MPa}, \quad h_2 = 2779.07 \text{ kJ/kg}$$

蒸汽再热定压加热至  $p_3 = p_2 = 1.082 \text{ MPa}$ 、 $t_3 = 535^\circ\text{C}$  的过热蒸汽状态，查表可以得到

$$h_3 = 3553.50 \text{ kJ/kg}, \quad s_3 = 7.822 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

再热后的蒸汽再次进入汽轮机内可逆绝热膨胀至  $p_4 = 7 \text{ kPa}$  的湿蒸汽状态，且  $s_4 = s_3 = 7.822 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，查表可以得到

$$x_4 = \frac{s_4 - s'}{s'' - s'} = \frac{7.822 - 0.5589}{8.2737 - 0.5589} = 0.94145$$

$$h_4 = (1 - x_4)h' + x_4h'' = (1 - 0.94145) \times 163.31 + 0.94145 \times 2571.56 = 2430.557 \text{ kJ/kg}$$

乏汽在冷凝器定压放热至饱和水状态，有  $p_5 = p_4 = 7 \text{ kPa}$  以及  $h_5 = h' = 163.31 \text{ kJ/kg}$ 。那么，整个循环过程中的吸热量为

$$q = (h_1 - h_5) + (h_3 - h_2) = (3430.18 - 163.31) + (3553.50 - 2779.07) = 4041.3 \text{ kJ/kg}$$

净功量(即轴功)为

$$w_{\text{net}} = (h_1 - h_2) + (h_3 - h_4) = (3430.18 - 2779.07) + (3553.50 - 2430.557) = 1774.053 \text{ kJ/kg}$$

于是得到热效率为

$$\eta_t = \frac{w_{\text{net}}}{q} = \frac{1774.053}{4041.3} = 43.898\%$$

而煤耗率则为

$$m = \frac{4041.3 \text{ kJ/kg} \times 200 \text{ t/h}}{2 \times 10^4 \text{ kJ/kg}} = 40.413 \text{ t/h}$$

### 6.1.3 回热循环

由以上分析可知，提高蒸汽的初温可以提高朗肯循环的吸热平均温度，从而使其热效率得到提高。可以看到，朗肯循环的吸热平均温度不高，主要是水的预热过程 4-5 温度太低，实际上是锅炉给水的温度太低，因为锅炉给水的温度就是凝汽器压力  $p_2$  对应的饱和温度。

#### 定义 6.4 (给水回热)

如果用在汽轮机内作功后的蒸汽潜热加热进入锅炉之前的给水，减少从高温热源的吸热量，则循环的吸热平均温度将会有较大的提高。但是，利用乏汽加热是不可能的，因为乏汽的温度与给水的温度相等。目前采用的一种切实可行的方案是从汽轮机中间抽出部分已作过功但压力尚不太低的少量蒸汽来加热进入锅炉之前的低温给水。这种方法称为给水回热。有给水回热的蒸汽循环称为蒸汽回热循环，在现代蒸汽动力循环中普遍采用，可以有效地提高循环热效率。



考虑如图 6.4 所示的一次抽汽的蒸汽回热循环系统，1 kg 压力为  $p_1$  的新蒸汽进入汽轮机膨胀作功，状态由 1 变化到 a。此时抽出  $\alpha \text{ kg}$  ( $\alpha < 1$ ) 蒸汽引入回热加热器，在其中沿过程线 a-5 凝结放热，其余  $(1 - \alpha) \text{ kg}$  蒸汽继续在汽轮机中膨胀作功直至乏汽压力  $p_2$ ，然后进入冷凝器被冷凝成水，经凝结水泵升压进入回热加热器，接受  $\alpha \text{ kg}$  抽汽凝结时放出的潜热并与之混合成为抽汽压力下的 1 kg 饱和水，最后经水泵加压进入锅炉吸热、汽化、过热成为新蒸汽，完成一个循环。

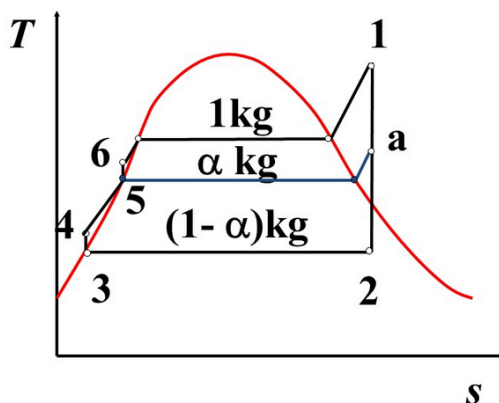


图 6.4: 蒸汽抽汽回热循环

抽汽量  $\alpha$  kg 的大小是根据质量守恒和能量守恒的原则确定的, 应使  $\alpha$  kg 抽汽在回热器中所放出的热量恰好使  $(1-\alpha)$  kg 的凝结水从  $T_4$  被加热到抽汽压力下的饱和水温度  $T_5$ 。根据热力学第一定律, 回热加热器中定压换热过程的能量平衡式为

$$\alpha(h_a - h_5) = (1-\alpha)(h_5 - h_4) \Rightarrow \alpha = \frac{h_5 - h_4}{h_a - h_4} \approx \frac{h_5 - h_3}{h_a - h_3}$$

由于回热过程通过内部工质自身提供了部分吸热量, 系统所需的从外部吸热的热量则有所减少, 且循环热效率为

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{(1-\alpha)(h_2 - h_3)}{h_1 - h_6} \approx 1 - \frac{(1-\alpha)(h_2 - h_3)}{h_1 - h_5}$$

抽汽压力的选择是必须考虑的问题, 它取决于锅炉前给水温度的高低, 过高或过低都达不到提高循环热效率的目的。理论和实践表明, 对于一次抽汽回热 (也称一级回热), 给水回热温度以选定新蒸汽饱和温度与乏汽饱和温度的中间平均值较好, 并由此确定抽汽压力。<sup>1</sup>

**例题 6.2** 某蒸汽动力装置采用一次抽汽回热循环, 汽轮机入口蒸汽参数为  $p_1 = 10$  MPa、 $t_1 = 400$  °C, 冷凝器压力  $p_4 = 0.05$  MPa。当蒸汽膨胀至 2 MPa 时 1 kg 蒸汽中抽出  $\alpha$  kg 蒸汽进入混合式加热器, 定压放热以加热来自冷凝器的  $(1-\alpha)$  kg 冷凝水, 使其成为抽汽压力下的饱和水, 并经水泵加压后送回锅炉。求此循环的热效率及 1 kg 工质所作的轴功。

**解** 汽轮机入口蒸汽为过热蒸汽状态, 由  $p_1 = 10$  MPa、 $t_1 = 400$  °C 查表可以得到

$$h_1 = 3095.8 \text{ kJ/kg}, \quad s_1 = 6.2109 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

蒸汽在汽轮机内可逆绝热膨胀至  $p_2 = 2$  MPa 时,  $s_2 = s_1 = 6.2109 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , 查表可知

$$x_2 = \frac{s_2 - s'}{s'' - s'} = \frac{6.2109 - 2.4471}{6.3395 - 2.4471} = 0.96696$$

$$h_2 = (1 - x_2)h' + x_2h'' = (1 - 0.96696) \times 908.64 + 0.96696 \times 2798.66 = 2708.9545 \text{ kJ/kg}$$

此时该蒸汽被分为进行回热以及进入冷凝器的两部分。对于进行回热的  $\alpha$  kg 蒸汽, 其进入混合式加热器定压放热至饱和水状态, 由  $p_3 = p_2 = 2$  MPa 查表可知在混合式加热器内成为饱和水之后有

$$h_3 = 908.64 \text{ kJ/kg}$$

而对于要进入冷凝器定压放热至饱和水状态的  $(1-\alpha)$  kg 蒸汽, 在进入冷凝器前由  $p_4 = 0.05$  MPa 以及  $s_4 = s_2 = 6.2109 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  查表可以得到

$$x_4 = \frac{s_4 - s'}{s'' - s'} = \frac{6.2109 - 1.0912}{7.5928 - 1.0912} = 0.78745$$

$$h_4 = (1 - x_4)h' + x_4h'' = (1 - 0.78745) \times 340.55 + 0.78745 \times 2645.31 = 2155.433 \text{ kJ/kg}$$

<sup>1</sup>不同压力下抽汽次数 (回热级数) 越多, 给水回热温度和热效率越高, 但设备投资费用将相应增加。因此, 小型火力发电厂回热级数一般为 1~3, 中大型火力发电厂一般为 4~8 级。

而由  $p_5 = p_4 = 0.05 \text{ MPa}$  查表可知在冷凝器内成为饱和水之后有

$$h_5 = 340.55 \text{ kJ/kg}$$

根据回热加热器中的能量平衡关系

$$\alpha(h_2 - h_3) = (1 - \alpha)(h_3 - h_5) \Rightarrow \alpha = \frac{h_3 - h_5}{h_2 - h_5} = \frac{908.64 - 340.55}{2708.9545 - 340.55} = 0.23986 \text{ kg}$$

循环的热效率则为

$$\eta_t = 1 - \frac{(1 - \alpha)(h_4 - h_5)}{h_1 - h_3} = 1 - \frac{(1 - 0.23986) \times (2155.433 - 340.55)}{3095.8 - 908.64} = 36.92\%$$

而输出的轴功则为

$$w_s = \eta_t \cdot (h_1 - h_3) = 36.92\% \times (3095.8 - 908.64) = 807.499 \text{ kJ/kg}$$

## 6.2 活塞式内燃机循环

内燃机一般都是活塞式(或称往复式)的,燃料直接在气缸里燃烧,用燃烧的产物作为工质推动活塞做功,再由连杆带动曲柄转动。与蒸汽动力装置相比,内燃机结构紧凑、重量轻、体积小、管理方便,是一种轻便、有较高热效率的热机。

根据使用的燃料不同,活塞式内燃机分为汽油机、柴油机、煤气机等。由于燃料的性质不同,燃烧方法和燃料供给系统方面有所差别,点火的方式也不同,因此内燃机分别**点燃式**和**压燃式**两大类。点燃式内燃机吸气时吸入的气体是燃料和空气的混合物,经压缩后,由电火花点火燃烧;而压燃式内燃机吸入的气体则仅仅是空气,经压缩后使空气温度上升到燃料自燃的温度,而后喷入燃料燃烧。

按完成一个工作循环活塞所经历的冲程不同,内燃机又分为**四冲程内燃机**和**二冲程内燃机**。汽油机、煤气机一般是点燃式四冲程内燃机,而柴油机则是压燃式四冲程内燃机。下面以四冲程柴油机为例分析其实际工作循环。这种内燃机的每一个工作循环有四个冲程,即每个循环活塞在气缸内往返两次。柴油机工作循环的四个冲程分别如下:

1. **进气冲程 0-1**: 活塞从气缸上死点下行,进气阀开启,吸入空气。由于进气阀的节流作用,气缸内气体的压力低于大气压力。
2. **压缩冲程 1-2**: 活塞到达下死点 1 时,进气阀关闭,活塞上行,压缩空气,当行至上死点 2 前的点 2' 时,空气的压力可达  $3 \sim 5 \text{ MPa}$ , 温度达  $600 \sim 800^\circ\text{C}$ , 大大超过了柴油的自燃温度。这时柴油经高压雾化喷嘴喷入气缸,由于柴油有一个滞燃期,而且柴油机的转速较高,柴油实际上是在活塞接近上死点 2 时才开始燃烧。
3. **动力冲程 2-3-4-5**: 活塞到达上死点 2 时,气缸内已经有相当数量的柴油,一旦燃烧就十分迅猛,压力迅速上升至  $5 \sim 9 \text{ MPa}$ , 而活塞向下移动甚微,所以这一燃烧过程接近定容过程,即 2-3 过程。随着活塞下行,喷油和燃烧继续进行,此时缸内压力变化不大,这段燃烧过程接近定压,即 3-4 过程。活塞到达点 4 时喷油结束,此时气体温度可达  $1700 \sim 1800^\circ\text{C}$ 。高温高压气体膨胀做功,压力、温度下降,活塞到达点 5 时气体的压力下降到  $0.3 \sim 0.5 \text{ MPa}$ , 温度约为  $500^\circ\text{C}$  左右。
4. **排气冲程 5-0**: 活塞移动到点 5 时,排气阀突然打开,部分废气排入大气,气缸中气体的压力迅速下降,而活塞移动极微,接近于定容降压过程。当气体压力降至略高于大气压力时,活塞开始上行,将气缸中剩余的气体排出,至此完成了一个实际循环。

显然,上述内燃机的实际循环是开式的不可逆循环,并且是不连续的,过程中工质的质量和成分也不断变化。这样复杂的不可逆循环给分析计算带来很大困难。为了便于理论分析,必须对实际循环加以合理的抽象、概括和简化,忽略次要因素,将实际循环理想循环化。具体做法如下:

1. 忽略实际过程中进、排气阀的节流损失,认为进、排气都是在大气压力下进行的,进气过程中工质对活塞作的功与排气过程中活塞对工质作的功相互抵消,然为废气与吸入的新鲜空气状态相同。忽略喷入的油量,假设一定量的工质在气缸中进行封闭循环。
2. 假定工质是化学成分不变、比热容为常数的理想气体——空气。

3. 忽略工质、活塞、气缸壁之间的热交换及摩擦阻力，认为工质的膨胀和压缩过程是可逆绝热的。
4. 将燃料燃烧加热工质的过程，看成是工质从高温热源可逆吸热的过程，将排气放热过程看成是工质可逆地向低温热源放热的过程。
5. 忽略工质的动能、位能变化。

#### 定义 6.5 (萨巴德循环)

经过上述简化、抽象和概括，可以将实际柴油机循环理想化为如图6.5所示的理想可逆循环：

1. 可逆绝热压缩过程 1-2：活塞对空气进行等熵压缩，使温度超过柴油自燃温度；
2. 可逆定容加热过程 2-3：喷出柴油并开始燃烧，活塞移动可以忽略，将这一燃烧过程视为一种从高温热源进行的可逆定容吸热过程；
3. 可逆定压加热过程 3-4：随着活塞下行，喷油和燃烧继续进行，此时缸内压力变化不大，这段燃烧过程接近定压；
4. 可逆绝热膨胀过程 4-5：喷油燃烧过程结束，高温高压气体等熵膨胀做功；
5. 可逆定容放热过程 5-1：活塞排出废气并吸入空气，将这两个过程合并视为一种向低温热源进行的可逆定容放热过程，完成一次循环。

该循环称为混合加热循环，又称萨巴德 (Sabathe) 循环。

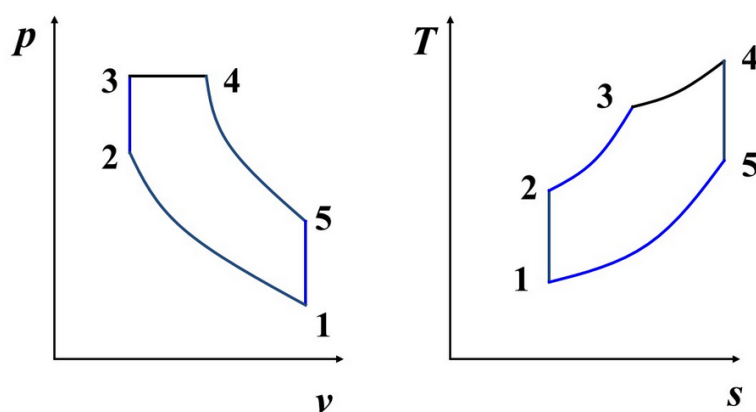


图 6.5: Sabathe 循环

#### 定义 6.6 (压缩比)

压缩比定义为  $\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}$  表示压缩过程中工质体积被压缩的程度。

#### 定义 6.7 (升压比)

升压比  $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$  表示定容加热过程中工质压力升高的程度。

#### 定义 6.8 (预胀比)

预胀比  $\rho = \frac{v_4}{v_3}$  表示定压加热时工质体积膨胀的程度。

在混合加热循环中，单位质量工质从高温热源吸收的热量  $q_1$  及向低温热源放出的热量  $q_2$  分别为

$$q_1 = c_V(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3), \quad q_2 = c_V(T_5 - T_1)$$

根据循环热效率公式有

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_V(T_5 - T_1)}{c_V(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3)} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{(T_3 - T_2) + \kappa(T_4 - T_3)}$$

由可逆绝热过程 1-2 得

$$T_2 = T_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1}$$

由可逆定容过程 2-3 得

$$T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = T_2 \lambda = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \lambda$$

由可逆定压过程 3-4 得

$$T_4 = T_3 \frac{v_4}{v_3} = T_3 \rho = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \lambda \rho$$

由可逆绝热过程 4-5 得

$$T_5 = T_4 \left( \frac{v_4}{v_5} \right)^{\kappa-1} = T_4 \left( \frac{\rho v_3}{v_1} \right)^{\kappa-1} = T_4 \left( \frac{\rho v_2}{v_1} \right)^{\kappa-1} = T_1 \lambda \rho^{\kappa}$$

将以上各温度代入循环热效率公式得

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1(\lambda \rho^{\kappa} - 1)}{T_1 \varepsilon^{\kappa-1}[(\lambda - 1) + \kappa \lambda(\rho - 1)]} = 1 - \frac{\lambda \rho^{\kappa} - 1}{\varepsilon^{\kappa-1}[(\lambda - 1) + \kappa \lambda(\rho - 1)]}$$

由上式可以看出, 混合加热循环的热效率与多种因素有关, 当压缩比  $\varepsilon$  增加、升压比  $\lambda$  增加以及预胀比  $\rho$  减少时, 都会使混合加热循环的热效率提高。

**例题 6.3** 某柴油机压缩前的空气温度为  $90^\circ\text{C}$ , 柴油的着火温度为  $400^\circ\text{C}$ 。试问: 为了引燃柴油, 最低压缩比为多少? 已知空气的绝热指数  $\kappa = 1.40$ 。

**解** 已知  $T_1 = 90 + 273.15 = 363.15\text{ K}$ ,  $T_2 = 400 + 273.15 = 673.15\text{ K}$ , 根据绝热压缩过程, 有

$$T_1 v_1^{\kappa-1} = T_2 v_2^{\kappa-1}$$

于是得到

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \left( \frac{673.15}{363.15} \right)^{\frac{1}{1.4-1}} = 4.678$$

#### 定义 6.9 (奥托循环)

如图 6.6 所示, 当定压预胀比  $\rho = 1$  时, 4 与 3 重合为一点成为定容加热循环, 又称奥托 (Otto) 循环, 它是汽油机和煤气机的理想循环。在汽油机中, 吸气过程吸入的是汽油与空气的混合物, 经活塞压缩到上死点时由火花塞点火而迅速燃烧。在此过程中活塞唯一极小, 可以认为是定容燃烧过程。根据  $\rho = 1$ , 将其代入得到定容加热循环的热效率为

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

可见, 定容加热循环的热效率只与压缩比  $\varepsilon$  有关, 且随压缩比的增大而提高。

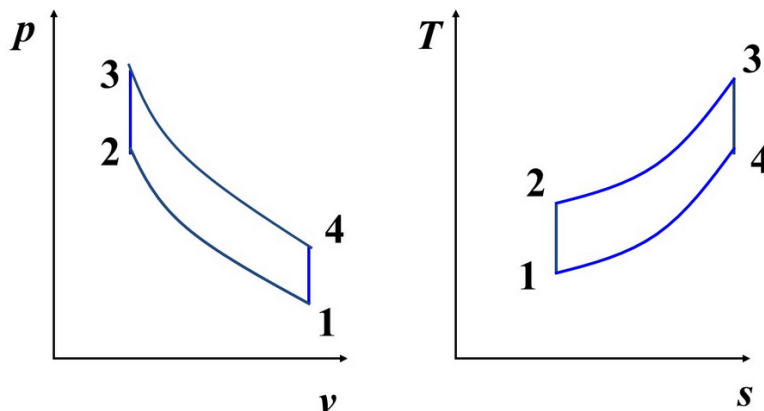


图 6.6: Otto 循环

**例题 6.4** 一压缩比为 6 的奥托循环, 进气状态为  $p_1 = 100\text{ kPa}$ 、 $T_1 = 300\text{ K}$ , 在定容过程中吸热  $540\text{ kJ/kg}$ , 空



气的质量流量为  $100 \text{ kg/h}$ 。已知  $\kappa = 1.4$ ,  $c_V = 0.71 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , 试求输出功率及循环热效率。

**解** 根据 Otto 循环的循环热效率表达式可知

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \frac{1}{6^{1.4-1}} = 51.164\%$$

对外输出轴功则为

$$w = \eta_t \cdot q = 51.164\% \times 540 = 276.2856 \text{ kJ/kg}$$

所以输出功率为

$$P = \dot{m}w = 100 \text{ kg/h} \times 276.2856 \text{ kJ/kg} = 27628.56 \text{ kJ/h}$$

#### 定义 6.10 (狄塞尔循环)

当  $\lambda = 1$  时, 3 与 2 重合为一点成为定压加热循环, 又称为狄塞尔 (Diesel) 循环。早期的低速柴油机就属于这种情况, 柴油喷入汽缸燃烧的同时, 活塞向下移动, 汽缸内的压力变化很小, 近似于定压下燃烧。定压加热循环的热效率可根据  $\lambda = 1$  直接得到

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \frac{\rho^{\kappa-1}}{\kappa(\rho-1)}$$

这种柴油机是由高压空气将柴油喷入汽缸进行雾化。尽管其喷油雾化好, 但由于转速低, 活塞移动慢, 同时还需附带喷油用的压气机, 整个设备从外形到重量都较庞大, 现已被按混合加热循环工作的柴油机所代替。



## 第7章 制冷装置循环

制冷装置循环是一种逆向循环，根据热力学第二定律，制冷装置工作时外界必须消耗机械能或其他形式的能量。**热泵**的工作循环也是逆向循环，不过其目的是从低温物体提取热量供给高温物体，维持高温物体的温度。压缩制冷装置是目前广泛使用的一种制冷装置，如果制冷工质 (**制冷剂**) 在循环过程中一直处于气态，则称制冷循环为**气体压缩式制冷循环**；如果制冷工质的状态变化跨越液、气两态，则制冷循环称为**蒸汽压缩式制冷循环**。除此之外，还有吸收式制冷循环、吸附式制冷循环等。

### 7.1 空气压缩式制冷循环

在前面的内容我们知道，当空气绝热膨胀做功时，其温度也随之降低。空气压缩式制冷装置就是利用这一原理获得低温。如果忽略空气在冷却器、冷藏室内的压力变化以及在压气机、膨胀机中的散热，考虑将空气压缩式制冷循环的实际工作循环理想化为如图7.1的可逆制冷循环：

1. 可逆绝热压缩过程 1-2：从冷藏室换热器出来的空气被压缩机吸入并进行等熵压缩，提高压力和温度后进入冷却器。
2. 可逆定压放热过程 2-3：在冷却器内被定压冷却后进入膨胀机。
3. 可逆绝热膨胀过程 3-4：在膨胀机等熵膨胀做功，压力和温度大幅度下降。
4. 可逆定压吸热过程 4-1：低温低压空气进入冷藏室定压吸取热量，从而达到维持冷藏室低温 (即制冷) 的目的。

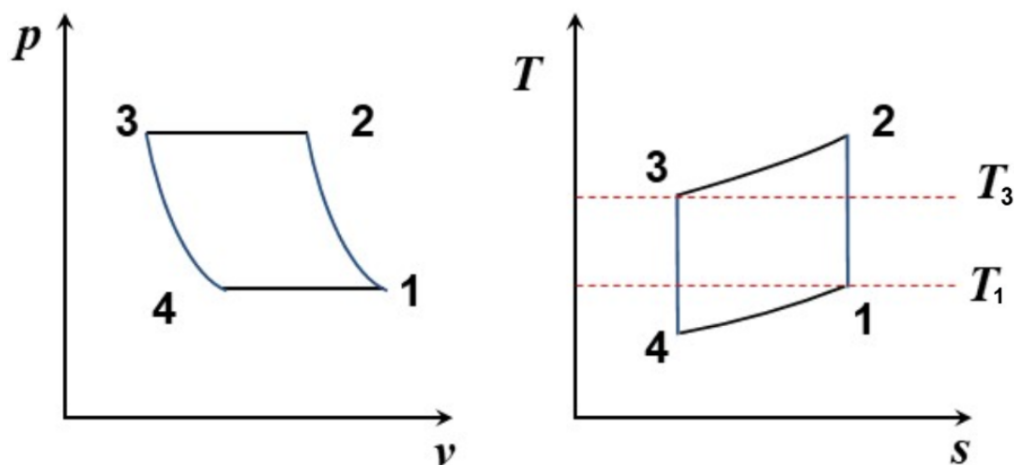


图 7.1: 空气压缩式制冷循环

如果空气的比热容为定值，则单位质量空气在冷却器中放出的热量为

$$q_1 = h_2 - h_3 = c_p(T_2 - T_3)$$

在冷藏室中，空气从低温物体吸收的热量为

$$q_2 = h_1 - h_4 = c_p(T_1 - T_4)$$

于是，空气压缩式制冷循环的制冷系数为

$$\varepsilon = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{T_1 - T_4}{(T_2 - T_3) - (T_1 - T_4)} = \frac{1}{\frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4} - 1}$$

对于可逆绝热过程 1-2 及 3-4，有

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}, \quad \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

又因为  $p_2 = p_3$  ,  $p_1 = p_4$  , 所以

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4}$$

于是可以得到空气压缩式制冷循环的制冷系数为

$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{T_2}{T_1} - 1} = \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1} = \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}$$

与之相比, 在相同大气温度  $T_3$  和冷藏室温度  $T_1$  下, 逆向卡诺循环的制冷系数为

$$\varepsilon_C = \frac{T_1}{T_3 - T_1} = \frac{1}{\frac{T_3}{T_1} - 1}$$

显然, 由于  $T_3 < T_2$  , 所以空气压缩式制冷循环的制冷系数小于逆向卡诺循环的制冷系数。

空气以其容易获得、成本低、无毒安全等优点, 最早被用作制冷工质。但其存在如下缺点:

- 由于空气的液化温度低。在制冷循环中不出现液、气之间相的转变, 不能利用汽化潜热, 加上空气的比热容又比较小, 因而空气压缩式制冷循环单位质量空气的制冷量  $q_2$  比较小。
- 由于活塞式压缩机一次吸入的空气质量不多, 否则压缩机体积很大、很笨重, 所以空气压缩式制冷装置单位时间的制冷量受到限制。
- 降低增压比  $\pi$  可以提高空气压缩式制冷循环的制冷系数。但是,  $\pi$  越小, 每一循环的制冷量越小, 这是一个很大的矛盾。
- 由于其吸热、放热过程均在定压下进行, 较大地偏离逆卡诺循环, 因此经济性差。

为了解决增压比方面的矛盾, 获得一定的制冷量, 可以采用叶轮式压缩机和膨胀机以增加空气流量, 再辅以回热措施, 组成回热式空气压缩式制冷装置, 其采用如图7.2所示的循环过程:

1. 定压预热过程 1-2: 空气在回热器中在定压过程下通过回热器吸热, 在这个过程中吸收的热量由 4-5 过程提供。
2. 绝热压缩过程 2-3: 在回热器中预热后的空气在压缩机中绝热压缩。
3. 定压放热过程 3-4: 压缩后的空气在冷却器中在定压过程中放热。
4. 定压放热过程 4-5: 在冷却器中冷却过的空气在回热器中进一步定压放热, 在这个过程中放出的热量全部供给给 1-2 过程。
5. 绝热膨胀过程 5-6: 充分放热之后的空气在膨胀机中绝热膨胀。
6. 定压吸热过程 6-1: 膨胀后的空气在冷藏室中进行定压吸热, 完成一次循环过程。

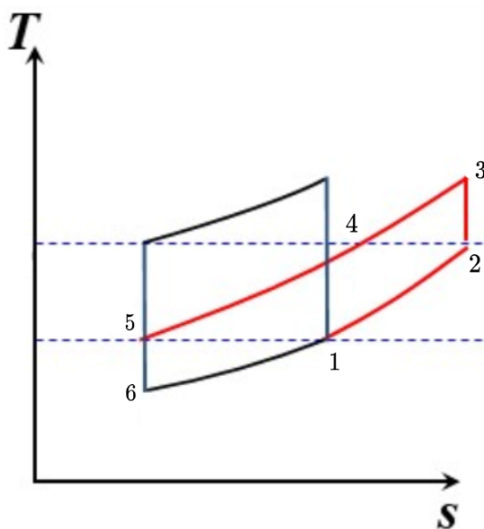


图 7.2: 回热式空气压缩式制冷循环

对于上述理想的回热式空气压缩制冷循环, 过程 4-5 中空气所放出的热量恰好等于过程 1-2 中空气所吸收的热量。与不采用回热的空气压缩式制冷循环相比, 可以看出, 当两种循环的最高温度相等时, 每完成一个循环,

二者的制冷量(即  $q_2$ ) 相等; 它们在冷却器中的放热量(即  $q_1$ ) 也相等。可见**两种循环的制冷系数相同**。但是, 与不采用回热的空气压缩式制冷循环相比, 空气在压缩机中的压力升高值(或者说增压比) 却减小了, 这就为采用增压比不能很高的叶轮式压缩机和膨胀机提供了条件。叶轮式压缩机具有大流量的特性, 从而可以大大地增加工质流量, 提高制冷量。

**例题 7.1** 一空气压缩式制冷装置, 冷藏室的温度为  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 环境温度为  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 空气的最高压力为  $0.5\text{ MPa}$ 、最低压力为  $0.1\text{ MPa}$ , 试求制冷系数、 $1\text{ kg}$  空气的制冷量及制冷装置所消耗的功。

**解** 已知空气的  $\kappa = 1.4$ , 压缩比  $\pi = \frac{p_2}{p_1} = \frac{0.5}{0.1} = 5$ , 则空气压缩式制冷循环的制冷系数满足

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1} = \frac{1}{5^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1} = 1.713$$

单位质量空气的制冷量即其在冷藏室处吸收的热量, 有

$$q_2 = c_p(T_1 - T_4)$$

其中

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (273.15 + 15) \times \left(\frac{0.5}{0.1}\right)^{-\frac{1.4-1}{1.4}} = 181.934\text{ K}$$

因此空气的制冷量为

$$q_2 = c_p(T_1 - T_4) = 1.005\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times (273.15 - 10 - 181.934)\text{ K} = 81.662\text{ kJ/kg}$$

进而得到制冷装置的功为

$$w = \frac{q_2}{\varepsilon} = \frac{81.662}{1.713} = 47.672\text{ kJ/kg}$$

**例题 7.2** 一逆卡诺制冷循环, 制冷系数  $\varepsilon = 4$ , 问高温热源与低温热源的温度之比是多少? 如果输入功率是  $6\text{ kW}$ , 问制冷量为多少? 如果将其用作热泵, 求供热系数以及所提供的热量。

**解** 对于逆卡诺制冷循环, 其制冷系数满足

$$\varepsilon_C = \frac{T_1}{T_3 - T_1} = \frac{1}{\frac{T_3}{T_1} - 1}$$

从而得到高温热源与低温热源的温度之比为

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{1}{\varepsilon_C} + 1 = \frac{1}{4} + 1 = 1.25$$

当输入功率为  $\dot{w} = 6\text{ kW}$  时, 制冷量为

$$\dot{q}_2 = \varepsilon_C \dot{w} = 4 \times 6\text{ kW} = 24\text{ kW}$$

如果将其用作热泵, 其供热系数满足

$$\varepsilon'_C = \frac{T_3}{T_3 - T_1} = \frac{1}{1 - \frac{T_1}{T_3}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1.25}} = 5$$

当输入功率为  $\dot{w} = 6\text{ kW}$  时, 所提供的热量为

$$\dot{q}_1 = \varepsilon'_C \dot{w} = 5 \times 6\text{ kW} = 30\text{ kW}$$

## 7.2 蒸气压缩式制冷循环

如果采用低沸点物质(指在大气压力下沸点  $\leq 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) 作为制冷剂, 就可以利用其在定温定压下汽化吸热和凝结放热的相变特性, 实现定温吸、放热过程, 可以大大提高制冷量和经济性。因此, 采用低沸点工质的蒸气压缩式制冷循环是一种广泛应用的制冷循环。

下面讨论蒸气压缩式制冷装置及其理想制冷循环, 该制冷装置主要由压缩机、冷凝器、节流阀和蒸发器四大部件组成, 其工作循环如图 7.3 所示:

1. 绝热压缩过程 1-2: 从蒸发器出来的干饱和蒸气被吸入压缩机进行等熵压缩, 升压升温至过热蒸气状态。
2. 定压放热过程 2-3: 进入冷凝器进行定压放热, 先从过热蒸气状态定压冷却为干饱和蒸气, 然后继续在定压、定温下凝结为饱和液体。

3. 绝热节流过程 3-4: 从冷凝器出来的饱和液体经过节流阀绝热节流, 使部分液体蒸发, 降压降温至湿蒸气状态。
4. 定压吸热过程 4-1: 干度较小的湿蒸汽进入蒸发器 (冷库) 进行定压蒸发吸热过程, 离开蒸发器时已成为干饱和蒸气, 完成一次循环过程。

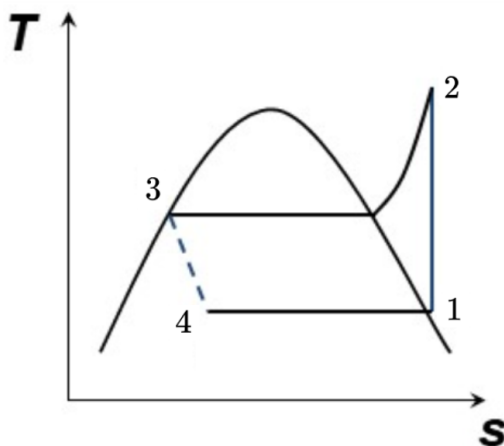


图 7.3: 蒸汽压缩式制冷循环

在该循环中, 每完成一次循环, 每千克制冷剂在蒸发器中吸收的热量为

$$q_2 = h_1 - h_4 = h_1 - h_3$$

其中由于绝热节流过程有  $h_4 = h_3$ 。在冷凝器中放出的热量为

$$q_1 = h_2 - h_3$$

所以循环的制冷系数为

$$\varepsilon = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{h_1 - h_3}{(h_2 - h_3) - (h_1 - h_3)} = \frac{h_1 - h_3}{h_2 - h_1}$$

其中  $h_1$  是压力  $p_1$  下干饱和蒸气的焓,  $h_3$  是压力  $p_3$  下饱和液体的焓, 都可以由饱和蒸气表查得;  $h_2$  可以根据  $p_2 = p_3$  和  $s_2 = s_1$  由过热蒸气表确定。由以上各式可见, 蒸汽压缩制冷循环的吸热量、放热量以及所需热量都可以用工质在各状态点的焓差来表示。

**例题 7.3** 某制冷机以 HFC134a 为工质, 蒸发器的温度为  $-20^\circ\text{C}$ , 压缩机入口为干饱和蒸汽, 冷凝器内的冷凝温度为  $30^\circ\text{C}$ , 工质被冷凝为饱和液体后进入节流阀。若制冷量为  $1\text{ kW}$ , 求此制冷循环的制冷系数、压缩机的功率及制冷剂流量。

**解** 对于 HFC134a, 从蒸发器出来的干饱和蒸汽进入压缩机入口, 在温度为  $t_1 = -20^\circ\text{C}$  的情况下, 查表可知其对应的焓值和熵值分别为

$$h_1 = 385.89\text{ kJ/kg}, \quad s_1 = 1.7387\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

从冷凝器出来的饱和液体, 在温度为  $t_3 = 30^\circ\text{C}$  的情况下, 查表其对应的压强以及焓值分别为

$$p_3 = 770.21\text{ kPa}, \quad h_3 = 241.80\text{ kJ/kg}$$

根据  $p_2 = p_3 = 770.21\text{ kPa}$  以及  $s_2 = s_1 = 1.7387\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , 查表可以得到压缩机出口的过热蒸气的焓值为

$$h_2 = 414.21\text{ kJ/kg}$$

于是, 此制冷循环的制冷系数为

$$\varepsilon = \frac{h_1 - h_4}{(h_2 - h_3) - (h_1 - h_4)} = \frac{h_1 - h_3}{h_2 - h_1} = \frac{385.89 - 241.80}{414.21 - 385.89} = 12.75$$

压缩机的功率满足

$$\dot{W} = \frac{\dot{Q}_2}{\varepsilon} = \frac{1\text{ kW}}{12.75} = 78.43\text{ W}$$



制冷剂流量则为

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_2}{q_2} = \frac{\dot{Q}_2}{h_1 - h_3} = \frac{1 \text{ kW}}{385.89 \text{ kJ/kg} - 241.80 \text{ kJ/kg}} = 6.94 \text{ g/s}$$

**例题 7.4** 冬季取暖所用的热泵以 HFC134a 为工质，压缩机入口为干饱和蒸气，工质在冷凝器内被冷凝为饱和液体后进入节流阀。室外温度为  $-10^\circ\text{C}$ 。如果想维持室内温度为  $20^\circ\text{C}$ ，热泵的供热系数为多少？如果维持室内温度为  $30^\circ\text{C}$ ，供热系数又为多少？从舒适与经济两方面考虑，室内温度以多少为宜？

**解** 对于压缩机入口的干饱和蒸气，在温度  $t_1 = -10^\circ\text{C}$  的情况下，查表可以得到其焓值和熵值分别为

$$h_1 = 392.01 \text{ kJ/kg}, \quad s_1 = 1.7309 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

对于从冷凝器出来的饱和液体，在温度  $t_3 = 20^\circ\text{C}$  的情况下，查表得到其压强和焓值分别为

$$p_3 = 571.88 \text{ kPa}, \quad h_3 = 227.55 \text{ kJ/kg}$$

根据  $p_2 = p_3 = 571.88 \text{ kPa}$  以及  $s_2 = s_1 = 1.7309 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，查表可以得到压缩机出口的过热蒸气的焓值为

$$h_2 = 417.52 \text{ kJ/kg}$$

从而得到维持室内温度  $20^\circ\text{C}$  时热泵的供热系数为

$$\varepsilon = \frac{h_2 - h_3}{(h_2 - h_3) - (h_1 - h_4)} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} = \frac{417.52 - 227.55}{417.52 - 392.01} = 7.447$$

而如果维持室内温度为  $30^\circ\text{C}$ ，则  $t'_3 = 30^\circ\text{C}$ ，此时查表得到从冷凝器出来的饱和液体的压强以及焓值分别为

$$p'_3 = 770.21 \text{ kPa}, \quad h'_3 = 241.80 \text{ kJ/kg}$$

根据  $p'_2 = p'_3 = 770.21 \text{ kPa}$  以及  $s_2 = s_1 = 1.7309 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，查表可以得到压缩机出口的过热蒸气的焓值为

$$h'_2 = 418.11 \text{ kJ/kg}$$

从而得到维持室内温度  $30^\circ\text{C}$  时热泵的供热系数为

$$\varepsilon' = \frac{h'_2 - h'_3}{(h'_2 - h'_3) - (h_1 - h'_4)} = \frac{h'_2 - h'_3}{h'_2 - h_1} = \frac{418.11 - 241.80}{418.11 - 392.01} = 6.755$$

考虑到  $\varepsilon > \varepsilon'$  且  $20^\circ\text{C}$  对于室内温度来说已经足够高，因此从舒适度和经济性的综合考虑来看，室内温度以  $20^\circ\text{C}$  为宜。

## 7.3 吸收式制冷循环

在蒸气压缩式制冷装置中，从蒸发器出来的低温低压蒸气是由压缩机压缩到高温、高压过热蒸气状态的。其实，工质的压缩方式也可以通过其他途径来实现。吸收式制冷循环中的压缩方式就是利用溶质（制冷剂）在溶剂（吸收剂）中的溶解度随温度变化（温度低，溶解度大；温度高，溶解度小）的特性，使制冷工质在较低的温度下被吸收剂形成二元溶液，加热后又在较高的压力下从溶液中逸出，从而完成制冷工质的压缩过程。

根据所需要的温度范围不同，制冷剂和吸收剂的组合也不同。如果用于低温冷冻，则选用氨为制冷剂，水为吸收剂；如果用于大型空调制冷，则选用水为制冷剂，溴化锂作吸收剂。

## 第8章 导热

导热是由于物体内部微观粒子的热运动而产生的热量传递现象，但是这里并不讨论物体的微观结构和微观粒子的热运动规律，而是从连续介质的假设出发，从宏观的角度来讨论导热的基本规律及计算方式。一般情况下，绝大多数固体、液体及气体都可以看做连续介质，但是当分子的平均自由程与物体的宏观尺寸相比不能忽略时，就不能认为是连续介质，也就不是这里所讨论的范围。

### 定义 8.1 (热传导)

在物体内部或相互接触的物体表面之间，由于分子、原子及自由电子等微观粒子的热运动而产生的热量传递现象称为热传导 (简称导热)。

热传导的特点如下：

- 存在温差时，热量就会通过微观粒子的热运动 (位移、振动) 或碰撞从高温传向低温。
- 导热现象既可以发生在固体内部，也可发生在静止的液体或气体之中。
- 参与导热的各部分 (或不同物体) 应直接接触。

在工业上和日常生活中，大平壁的导热是最简单、最常见的导热问题。当平壁两表面分别维持均匀恒定的温度时，可以近似地认为平壁内的温度只沿着垂直于壁面的方向发生变化，并且不随时间而变，热量也只沿着垂直于壁面的方向传递，这样的导热称为**一维稳态导热**。在传热学中，单位时间传递的热量称为**热流量**，用  $\Phi$  表示，单位为 W。实验证实，平壁一维稳态导热的热流量与平壁的表面面积  $A$  及两侧表面的温差  $t_{w1} - t_{w2}$  成正比，与平壁的厚度  $\delta$  成反比，并与平壁材料的导热性能有关，可以表示为

$$\Phi = \lambda A \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta}$$

其中比例系数  $\lambda$  称为材料的**热导率**，或称为**导热系数**，单位为  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，其数值大小反映材料的导热能力，热导率越大，材料导热能力越强。

**注** 常温  $20^\circ\text{C}$  下，纯铜的热导率为  $398 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，而干空气的热导率只有  $0.0259 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

### 定义 8.2 (导热热阻)

借鉴电学中欧姆定律表达式的形式，平壁一维稳态导热的热流量表达式可以改写成热流等于温度差除以热阻的形式，即

$$\Phi = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{\delta}{A\lambda}} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{R_\lambda}$$

其中  $R_\lambda = \frac{\delta}{A\lambda}$  称为平壁的**导热热阻**，单位为  $\text{K}/\text{W}$ 。平壁的厚度越大，导热热阻越大；平壁材料的热导率越大，导热热阻越小。导热热阻表示物体对热量传递的阻力，热阻越小，传热越强。

### 定义 8.3 (热流密度)

单位时间通过单位面积的热流量称为**热流密度**，用  $q$  来表示，单位为  $\text{W}/\text{m}^2$ 。通过平壁一维稳态导热的热流密度为

$$q = \frac{\Phi}{A} = \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta}$$

**例题 8.1** 一大平板，高  $3 \text{ m}$ ，宽  $2 \text{ m}$ ，厚  $0.02 \text{ m}$ ，导热系数为  $45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，两侧表面温度分别为  $t_1 = 100^\circ\text{C}$ 、 $t_2 = 50^\circ\text{C}$ ，试求该板的热阻、热流量、热流密度。

**解** 该平板的导热热阻为

$$R_\lambda = \frac{\delta}{A\lambda} = \frac{0.02 \text{ m}}{(3 \text{ m} \times 2 \text{ m}) \times 45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})} = 7.4074 \times 10^{-5} \text{ K}/\text{W}$$

热流量为

$$\Phi = \frac{t_1 - t_2}{R_\lambda} = \frac{100^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}}{7.4074 \times 10^{-5} \text{ K/W}} = 675000 \text{ W}$$

热流密度为

$$q = \frac{\Phi}{A} = \frac{675000 \text{ W}}{3 \text{ m} \times 2 \text{ m}} = 112500 \text{ W/m}^2$$

## 8.1 导热理论基础

在温度场中，温度沿某一方向  $x$  的变化在数学上可以用该方向上的温度变化率 (即偏导数) 来表示，即

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

温度变化率  $\frac{\partial t}{\partial x}$  是标量。很明显，沿等温面法线方向的温度变化最剧烈，即温度变化率最大。数学上，也可以用**温度梯度**表示等温面法线方向的温度变化：

$$\nabla t = \frac{\partial t}{\partial n} \vec{n}$$

其中  $\nabla t$  为温度梯度， $\frac{\partial t}{\partial n}$  为等温面法线方向的温度变化率， $\vec{n}$  为等温面法线方向的单位矢量，指向温度增加方向。在直角坐标系中，温度梯度可以表示为

$$\nabla t = \frac{\partial t}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial t}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial t}{\partial z} \vec{k}$$

### 定义 8.4 (热流密度矢量)

考虑等温面  $t$  上的微元面积  $dA$ 。假设垂直通过  $dA$  上的导热流量为  $d\Phi$ ，其流向必定指向温度降低的方向，则  $dA$  上的导热热流密度为  $q = \frac{d\Phi}{dA}$ ，而导热热流密度的大小和方向可以用热流密度矢量表示：

$$\vec{q} = -\frac{d\Phi}{dA} \vec{n}$$

其中负号表示  $\vec{q}$  的方向与  $\vec{n}$  的方向相反，即和温度梯度的方向相反。

### 定理 8.1 (傅里叶定律)

对于物性参数不随方向变化的各向同性物体，傅里叶定律的数学表达式为

$$\vec{q} = -\lambda \nabla t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \vec{n}$$

傅里叶定律表明，导热热流密度的大小与温度梯度的绝对值成正比，其方向与温度梯度的方向相反。

**注** 需要指出，傅里叶定律只适用于各向同性物体。然而有许多天然和人造材料，其热导率随方向而变化，存在热导率具有最大值和最小值的方向，这类物体称为**各向异性物体**。在各向异性物体中，热流密度矢量的方向不仅与温度梯度有关，还与热导率的方向性有关，因此热流密度矢量与温度梯度不一定在同一条直线上。

**注** 还需要指出，对于工程技术中的一般稳态和非稳态导热问题，傅里叶定律表达式都适用。但是对于极低温 (接近于 0 K) 的导热问题和极短时间产生极大热流密度的瞬态导热过程，傅里叶定律表达式不再适用。

物质的导热机理：

- 气体：分子的相互作用或碰撞。
- 非导电固体：晶格结构的振动，振动的传递称为弹性声波，弹性波能量的量子化称为声子。
- 导电固体：主要靠自由电子，声子也有微小贡献。
- 液体：目前尚无统一理论模型，有两种代表性说法：(1) 稠密气体；(2) 非导电固体。以后者为较多认同。
- 高温固体或者有缺陷、空隙的固体：辐射影响不可忽略，热载体为光子。

**定义 8.5 (热导率)**

热导率是物质的重要物性参数，表示该物质导热能力的大小。根据傅里叶定律的数学表达式，有

$$\lambda = \frac{q}{|\nabla t|}$$

上式表明，热导率的值等于温度梯度的绝对值为 1 K/m 时的热流密度值。物质的导热可以归结为自由电子、声子、分子以及光子四种载体的运动和相互作用。每一载体单独作用时有

$$\lambda = \frac{1}{3} C_v \bar{c} l$$

其中  $C_v$  为载体的体积热容， $\bar{c}$  为载体的平均速度， $l$  为平均自由程。有两种或两种以上载体同时存在时，则

$$\lambda = \frac{1}{3} \sum_i C_{v,i} \bar{c}_i l_i$$

物质导热系数的特点：

1. 同一种物质的固态导热系数最大，气态导热系数最小；
2. 金属导热系数大于非金属的导热系数（相差 1 ~ 2 个数量级）；
3. 导电性能好的金属，导热性能也好。银是最好的导体，同时也是最好的导热体；
4. 合金中杂质（或其他金属）破坏了晶格的结构，纯金属的导热系数大于它的合金；
5. 各向异性物体的导热系数与方向有关；
6. 同一种物质，晶体的导热系数大于非晶体的。

影响导热系数的因素：

- **温度：**一般地说，所有物质的导热系数都是温度的函数，不同物质的导热率随温度的变化规律不同。纯金属的导热系数随温度的升高而减小。一般合金和非金属的导热系数随温度的升高而增大。大多数液体（水和甘油除外）的导热系数随温度的升高而减小。所有气体的导热系数均随温度升高而增大。
- **压力：**气体的导热系数随压力增大而增大，稀薄气体（ $p < 100$  Pa）导热系数与压力近似成正比；低压气体（100 Pa ~ 1 MPa）压力影响可以忽略不计；高压气体压力影响明显，尤其是临界区。液体的导热系数受压力的影响可以忽略不计。对于晶体固体，压力达到足以使晶格变形时，导热系数随压力增大而减小；对于非晶体固体，压力增大促使导热系数增大。
- **化学成分与杂质：**第二种组分或杂质的介入，破坏晶体的完整性，引起晶格的扭曲、畸变和错位，引起导热系数的减小。
- **其他影响：**晶体结构、缺陷、尺寸效应等。

对于特定物质作导热分析计算时，通常只考虑温度对导热系数的影响。温度范围较小时，材料的导热系数近似认为随温度线性变化：

$$\lambda = \lambda_0(1 + bt)$$

其中  $\lambda_0$  为按上式计算 0 °C 下的导热系数值，并非材料在 0 °C 下的导热系数真实值； $b$  为由实验确定的实常数，与物质的种类有关。

下面考虑**多孔材料的导热系数**。多孔材料不属于均质连续体，一般可采用有效导热系数，近似按照均匀连续体处理，最简单有效导热系数模型为

$$\lambda_e = \varepsilon \lambda_f + (1 - \varepsilon) \lambda_s$$

多孔材料导热系数相当于和多孔材料物体具有相同的形状、尺寸和边界温度，且通过的导热流量也相同的某种均质物体的导热系数。多孔材料导热系数的特点：

- 多孔材料的导热系数随温度的升高而增大：孔隙中的气体的导热系数随温度的升高而增大；孔隙内壁面间的辐射传热加强。
- 多孔材料导热系数与密度关系：一般密度越小，多孔材料孔隙率越大，导热系数越小；密度小到一定程度后，孔隙中空气出现宏观流动，由于对流换热的作用反而使多孔材料的表观导热系数增大。

- 多孔材料的导热系数受湿度的影响较大。<sup>1</sup>
- 多孔介质是典型的保温材料或绝热材料。

下面建立描述温度场一般性规律的微分方程式——**导热微分方程式**。导热微分方程式是根据导热物体内选取的微元控制体的能量守恒和傅里叶定律导出的，为了使分析简化，做下列假设：

1. 所研究的物体由各向同性的连续介质构成。
2. 物体内部具有内热源<sup>2</sup>，其强度记作  $\dot{\Phi}$ ，单位为  $\text{W}/\text{m}^3$ ，表示单位时间、单位体积内的内热源生成热。

在直角坐标系中，微元体的热平衡可以表述为：单位时间内，净导入微元体的热流量  $d\Phi_\lambda$  与微元体内热源的生成热  $d\Phi_V$  之和，等于微元体热力学能的增加  $dU$ ，即

$$d\Phi_\lambda + d\Phi_V = dU$$

对于  $d\Phi_\lambda = d\Phi_{\lambda x} + d\Phi_{\lambda y} + d\Phi_{\lambda z}$ ，考虑其中在  $x$  方向上净导入微元体的热量为

$$d\Phi_{\lambda x} = d\Phi_x - d\Phi_{x+dx} = q_x dydz - q_{x+dx} dydz$$

在所研究的范围内，热流密度函数  $q$  是连续的，所以可以展开成泰勒级数并取前两项，则

$$d\Phi_{\lambda x} = q_x dydz - \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dydz = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dydz$$

将傅里叶定律表达式  $q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}$  代入上式，可以得到

$$d\Phi_{\lambda x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx dydz = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx dydz$$

同理可以得到在单位时间内从  $y$  和  $z$  方向净导入微元体的热流量分别为

$$d\Phi_{\lambda y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) dx dydz$$

$$d\Phi_{\lambda z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) dx dydz$$

综上所述，在单位时间从三个方向净导入微元体的热流量之和为

$$d\Phi_\lambda = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] dx dydz$$

单位时间内，微元体内热源的生成热为

$$d\Phi_V = \dot{\Phi} dx dydz$$

单位时间内，微元体热力学能的增加为

$$dU = \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dydz$$

其中  $\rho$  为物体的密度，单位为  $\text{kg}/\text{m}^3$ ； $c$  为物体的比热容，单位为  $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。对于固体和不可压缩流体，定压比热容  $c_p$  和定容比热容  $c_V$  相差很小， $c_p = c_V = c$ 。

综上所述可以得到**导热微分方程式**：

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \nabla \cdot (\lambda \nabla t) + \dot{\Phi}$$

#### 定义 8.6 (热扩散率)

当热导率  $\lambda$  为常数时，上式可以简化为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{\dot{\Phi}}{\rho c}$$

其中

$$a = \frac{\lambda}{\rho c}$$

称为热扩散率，也称为导温系数，单位为  $\text{m}^2/\text{s}$ 。热扩散率  $a$  是对非稳态导热过程有重要影响的热物性参

<sup>1</sup> 由于毛细作用带来额外的对流换热现象。

<sup>2</sup> 比如物体内部存在放热或吸热化学反应或通电加热等。



数，其大小反映物体被瞬态加热或冷却时物体内温度变化的快慢。



**例题 8.2** 已知两表面的温度分别为  $t_{w1}, t_{w2}$ 。(1) 用对傅里叶定律直接积分的方法求空心球壁稳态导热的温度分布、热流量。(2) 由傅里叶定律直接积分推导任意形状物体一维稳态导热的温度分布、热流量。假设横断面面积随  $x$  的变化已知，为  $A(x) = f(x)$ 。

**解** (1) 空心球壁稳态导热满足

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dt}{dr} \right) = 0$$

对上式直接积分得到

$$t = C_2 - C_1 \frac{1}{r}$$

根据边界条件

$$r = r_1, \quad t = t_{w1}$$

$$r = r_2, \quad t = t_{w2}$$

可以解得

$$C_1 = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{1/r_2 - 1/r_1}, \quad C_2 = t_{w1} + \frac{t_{w1} - t_{w2}}{1/r_2 - 1/r_1} \frac{1}{r_1}$$

整理后得到温度分布满足

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{1/r_1 - 1/r_2} (1/r_1 - 1/r)$$

根据傅里叶定律可以得到通过整个球壁的热流量为

$$\Phi = 4\pi r^2 \cdot \left( -\lambda \frac{dt}{dr} \right) = 4\pi r^2 \cdot \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{1/r_1 - 1/r_2} \frac{1}{r^2} = \frac{4\pi\lambda(t_{w1} - t_{w2})}{1/r_1 - 1/r_2}$$

(2) 根据傅里叶定律

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

而对于任意形状物体的一维稳态导热，设横断面面积  $A = f(x)$ ，则  $\Phi = q \cdot f(x)$ ，也即  $q = \frac{\Phi}{f(x)}$ ，其中  $\Phi$  为常数。那么对上式进行直接积分得到

$$t = \int \frac{-\Phi}{\lambda f(x)} dx + C$$

通过代入  $t(x_1) = t_{w1}$  以及  $t(x_2) = t_{w2}$  即可确定出常数  $\Phi$  与  $C$ ，从而得到具体的温度分布与热流量。

**例题 8.3** 测定颗粒状物料导热系数的圆球导热仪，由外直径为  $d_1$  的小球壳和内直径为  $d_2$  的大球壳同心装配而成，在两球壳间填充颗粒状物料。内球壳内设电加热器，内球外壁面和外球内壁面设热点偶测取壁面温度。(1) 由 Fourier 定理推导稳态加热条件下导热系数  $\lambda$  的计算式，其中已知  $d_1, d_2, t_1$  (内球外壁温度)、 $t_2$  (外球内壁温度) 和加热功率  $\Phi$ ；(2) 实验过程中，偶然事故引起外球内壁热电偶损坏，如果要修理则必须中断实验将外球壳卸下。请提出一种无需修理又可以获得近似值的测试方法，其中已知球壳的厚度  $\delta$  和导热系数  $\lambda_s$ 。

**解** (1) 根据 Fourier 定理有

$$\Phi = -A\lambda \frac{dt}{dr} = -4\pi r^2 \lambda \frac{dt}{dr}$$

分离变量可以得到

$$\int_{r_2}^{r_1} -\frac{\Phi}{4\pi r^2} = \int_{t_2}^{t_1} \lambda dt$$

由此整理得到

$$\lambda = \frac{\Phi}{4\pi(t_2 - t_1)} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{\Phi}{2\pi(t_2 - t_1)} \left( \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right)$$

(2) 测取外表面温度, 由下式获得内表面温度:

$$\frac{\Phi}{2\pi(t_{1i} - t_{1o})} \left( \frac{1}{d_{1i} - d_{1o}} \right) = \lambda_s \Rightarrow t_{1i} = t_{1o} + \frac{\Phi}{2\pi\lambda_s} \left( \frac{1}{d_{1i} - d_{1o}} \right)$$

**例题 8.4** 考虑一实心旋转体, 垂直于  $x$  方向的截面为圆形, 直径与  $x$  的关系为  $d = ax^{1/2}$ , 其中  $a$  为常数, 物体侧面绝热。旋转体内沿  $x$  方向的导热为一维稳态导热,  $x = L_1$  处表面温度为  $t_1$ ;  $x = L_2$  处表面温度为  $t_2$ 。试求: (1) 物体内的温度分布  $t(x)$ ; (2) 热流密度  $q(x)$ 。

**解** (1) 已知截面  $A(x) = \frac{\pi}{4}d^2 = \frac{\pi}{4}a^2x$ , 则由傅里叶定律可以得到

$$\Phi = -A(x)\lambda \frac{dt}{dx} = -\frac{\pi}{4}a^2x\lambda \frac{dt}{dx}$$

分离变量积分得到

$$\int_{L_1}^x \frac{4\Phi}{\pi a^2 \lambda} \frac{dx}{x} = - \int_{t_1}^t dt \Rightarrow \frac{4\Phi}{\pi a^2 \lambda} \ln \frac{x}{L_1} = -(t - t_1)$$

同理还有

$$\frac{4\Phi}{\pi a^2 \lambda} \ln \frac{L_2}{L_1} = -(t_2 - t_1)$$

两式相比较可以得到

$$\frac{t - t_1}{t_2 - t_1} = \frac{\ln(x/L_1)}{\ln(L_2/L_1)} \Rightarrow t = t_1 + \frac{\ln(x/L_1)}{\ln(L_2/L_1)}(t_2 - t_1)$$

(2) 因为

$$\frac{dt}{dx} = \frac{t_2 - t_1}{\ln(L_2/L_1)} \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Phi = -\frac{\pi}{4}a^2x\lambda \frac{t_2 - t_1}{\ln(L_2/L_1)} \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{4}a^2\lambda \frac{t_2 - t_1}{\ln(L_2/L_1)}$$

所以

$$q(x) = \frac{\Phi}{A(x)} = -\frac{\lambda}{x} \frac{t_2 - t_1}{\ln(L_2/L_1)}$$

## 8.2 稳态导热

### 8.2.1 平壁的稳态导热

当平壁的两表面分别维持均匀恒定的温度时, 平壁的导热为一维稳态导热。下面对第一类边界条件下单层和多层平壁的一维稳态导热问题进行分析。

考虑**单层平壁的稳态导热**。假设平壁的表面面积为  $A$ , 厚度为  $\delta$ , 热导率  $\lambda$  为常数, 无内热源, 平壁两侧表面分别保持均匀恒定的温度  $t_{w1}$ 、 $t_{w2}$  且  $t_{w1} > t_{w2}$ 。该平壁满足的导热微分方程为

$$\frac{d^2t}{dx^2} = 0$$

边界条件为

$$x = 0, \quad t = t_{w1}$$

$$x = \delta, \quad t = t_{w2}$$

可以解得平壁内的温度分布为

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta}x$$

可见, 当热导率  $\lambda$  为常数时, 平壁内的温度呈线性分布, 温度分布曲线的斜率为

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta}$$

通过平壁的热流密度可以通过傅里叶定律得出

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta}$$

可见, 通过平壁的热流密度为常数, 与坐标  $x$  无关。

**例题 8.5** 一冷库的墙由内向外由钢板、矿渣绵和石棉板 3 层材料构成, 各层的厚度分别为 0.8 mm、150 mm 和 10 mm, 热导率分别为 45 W/(m·K)、0.07 W/(m·K) 和 0.1 W/(m·K)。冷库内、外气温分别为  $-2^{\circ}\text{C}$  和  $30^{\circ}\text{C}$ , 冷库内、外壁面的表面传热系数分别为 2 W/(m<sup>2</sup>·K) 和 3 W/(m<sup>2</sup>·K)。为了维持冷库内温度恒定, 试确定制冷设备每小时需要从冷库内取走的热量。

**解** 该冷库涉及的传热过程满足

$$\begin{aligned} q &= \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_2}} \\ &= \frac{30^{\circ}\text{C} - (-2^{\circ}\text{C})}{\frac{1}{3 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}} + \frac{10 \text{ mm}}{0.1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}} + \frac{150 \text{ mm}}{0.07 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}} + \frac{0.8 \text{ mm}}{45 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}} + \frac{1}{2 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}}} \\ &= 10.4024 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

那么每小时从单位面积冷库内取走的热量为

$$Q = q \cdot T = 10.4024 \text{ W/m}^2 \times 3600 \text{ s} = 37448.64 \text{ J/m}^2$$

**例题 8.6** 考虑一个比较法测量材料热导率的装置。标准试件的厚度  $\delta_1 = 15 \text{ mm}$ , 热导率  $\lambda_1 = 0.15 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ; 待测试件的厚度  $\delta_2 = 16 \text{ mm}$ 。试件边缘绝热良好。稳态时测得温度  $t_{w1} = 45^{\circ}\text{C}$ 、 $t_{w2} = 23^{\circ}\text{C}$ 、 $t_{w3} = 18^{\circ}\text{C}$ 。忽略试件边缘的散热损失, 试求待测试件的热导率  $\lambda_2$ 。

**解** 根据一维稳态导热的热流量关系, 有

$$\lambda_1 \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta_1} = \lambda_2 \frac{t_{w2} - t_{w3}}{\delta_2}$$

于是

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \lambda_1 \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta_1} \frac{\delta_2}{t_{w2} - t_{w3}} \\ &= 0.15 \text{ W/(m}\cdot\text{K)} \times \frac{45^{\circ}\text{C} - 23^{\circ}\text{C}}{15 \text{ mm}} \times \frac{16 \text{ mm}}{23^{\circ}\text{C} - 18^{\circ}\text{C}} \\ &= 0.704 \text{ W/(m}\cdot\text{K)} \end{aligned}$$

当平壁材料的热导率是温度的函数时, 一维稳态导热微分方程的形式为

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dt}{dx} \right) = 0$$

当温度变化范围不大时, 可以近似认为材料的热导率随温度线性变化, 即  $\lambda = \lambda_0(1 + bt)$ , 代入上式并代入边界条件即可得到平壁内的温度分布为

$$t + \frac{1}{2}bt^2 = -\frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} \left[ 1 + \frac{1}{2}b(t_{w1} + t_{w2}) \right] x + t_{w1} + \frac{1}{2}bt_{w1}^2$$

由上式可知, 当平壁材料的热导率随温度线性变化时, 平壁内的温度分布为二次曲线。根据傅里叶定律有

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = -\lambda_0(1 + bt) \frac{dt}{dx}$$

于是得到

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q}{\lambda_0(1 + bt)}$$

根据上式可以有如下结论:

- 当  $t_{w1} > t_{w2}$  时, 热流的方向与  $x$  轴同向,  $q$  为正值, 而热导率的数值永远为正, 所以由上式可见温度变化率  $\frac{dt}{dx}$  为负值。
- 如果  $b > 0$ , 即热导率  $\lambda$  随温度的降低而减小, 则  $\frac{dt}{dx}$  的绝对值随温度的降低而增大, 温度曲线向上弯曲。
- 如果  $b < 0$ , 则正好相反, 温度曲线向下弯曲。
- 当  $b = 0$  时, 热导率为常数, 壁内的温度分布为直线。

根据傅里叶定律进一步求出通过平壁的热流密度的具体表达式为

$$q = \frac{\lambda_0}{\delta}(t_{w1} - t_{w2}) \left[ 1 + \frac{b}{2}(t_{w1} + t_{w2}) \right] = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} \lambda_0(1 + bt_m) = \lambda_m \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta}$$

其中  $t_m = \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2}$  为平壁的算数平均温度, 该温度下的热导率为  $\lambda_m = \lambda_0(1 + bt_m)$ 。这说明, 当热导率随温度线性变化时, 通过平壁的热流量可以用热导率为常数时的计算公式来计算, 只需要将公式中的热导率  $\lambda$  改为平壁算数平均温度下的热导率  $\lambda_m$  即可。

对于有内热源平壁的一维稳态导热, 考虑平壁两侧表面分别保持均匀恒定的温度  $t_{w1}$ 、 $t_{w2}$ , 平壁内具有均匀分布的内热源强度为  $\dot{\Phi}$ , 平壁材料的导热系数  $\lambda$  为常数, 则平壁一维稳态导热的数学模型为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} &= 0 \\ x = 0, \quad t &= t_{w1} \\ x = \delta, \quad t &= t_{w2} \end{aligned}$$

可以解得

$$t = -\frac{\dot{\Phi}}{2\lambda}x^2 + C_1x + C_2$$

代入边界条件可以解得

$$t = -\frac{\dot{\Phi}}{2\lambda}x^2 - \left( \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} + \frac{\dot{\Phi}\delta}{2\lambda} \right)x + t_{w1}$$

可见, 壁内的温度分布为抛物线。

通常  $\dot{\Phi} > 0$ , 所以温度分布曲线向上弯曲, 并且  $\dot{\Phi}$  越大, 弯曲得越厉害, 当大于一定数值后, 温度分布曲线在壁内某处  $x_{\max}$  具有最大值  $t_{\max}$ , 壁内热流的方向从  $x_{\max}$  处指向两侧壁面。

根据傅里叶定律有

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = \frac{\lambda(t_{w1} - t_{w2})}{\delta} - \left( \frac{\delta}{2} - x \right) \dot{\Phi}$$

可见, 热流密度不再像无内热源那样等于常数, 而是  $x$  的函数, 并且热流的方向不一定指向一个方向, 这取决于壁面温差  $(t_{w1} - t_{w2})$  以及内热源强度  $\dot{\Phi}$  的大小。如果  $t_{w1} = t_{w2}$  则解可以化简为

$$t = -\frac{\dot{\Phi}}{2\lambda}x^2 - \frac{\dot{\Phi}\delta}{2\lambda}x + t_{w1}$$

**例题 8.7** 一厚度为  $\delta$  的平壁被用作核反应堆的屏蔽, 壁内表面 ( $x = 0$ ) 受到射线的照射, 这些射线一部分在屏蔽内被吸收, 因此具有内热源的作用。壁内单位体积产生的热量可以根据以下关系确定:  $\dot{\Phi} = Ae^{-\alpha x}$ , 其中  $A$  为常数,  $\alpha$  为屏蔽材料的吸收比且也为常数。(1) 如果平壁的内外表面分别维持恒定温度  $t_1$ 、 $t_2$ , 试求平壁内的温度分布;(2) 确定平壁内温度达到最大值的位置。

**解** (1) 该问题的导热微分方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{A}{\lambda}e^{-\alpha x} &= 0 \\ x = 0, \quad t &= t_1 \\ x = \delta, \quad t &= t_2 \end{aligned}$$

可以解得

$$t = t_1 + \frac{A}{\lambda\alpha^2}(1 - e^{-\alpha x}) - \frac{A}{\lambda\delta\alpha^2}(1 - e^{-\alpha\delta})x + \frac{t_2 - t_1}{\delta}x$$

(2) 可以得到

$$\frac{dt}{dx} = \frac{A}{\lambda\alpha}e^{-\alpha x} - \frac{A}{\lambda\delta\alpha^2}(1 - e^{-\alpha\delta}) + \frac{t_2 - t_1}{\delta}$$

令  $\frac{dt}{dx} = 0$ , 可以解得

$$x_{\max} = -\frac{1}{\alpha} \ln \left[ \frac{1}{\delta\alpha}(1 - e^{-\alpha\delta}) + \frac{\lambda\alpha}{A} \frac{t_2 - t_1}{\delta} \right]$$

### 8.2.2 圆筒壁的稳态导热

考虑**单层圆筒壁的稳态导热**。已知一单层圆筒壁的内、外半径分别为  $r_1$ 、 $r_2$ ，长度为  $l$ ，热导率  $\lambda$  为常数，无内热源，内、外壁面维持均匀恒定的温度  $t_{w1}$ 、 $t_{w2}$  且  $t_{w1} > t_{w2}$ 。根据上述给定条件，壁内的温度只沿径向变化，如果采用圆柱坐标系，则圆筒壁内的导热为一维稳态导热，导热微分方程式为

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dt}{dr} \right) = 0$$

第一类边界条件

$$r = r_1, \quad t = t_{w1}$$

$$r = r_2, \quad t = t_{w2}$$

可以解得圆筒壁内的温度分布为

$$t = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}$$

可见，壁内的温度分布为对数曲线，并且是**下凹曲线**。温度沿  $r$  方向的变化率为

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln(r_2/r_1)} \frac{1}{r}$$

这表明，温度变化率的绝对值沿  $r$  方向逐渐减小。根据傅里叶定律，圆筒壁沿  $r$  方向的热流密度为

$$q = -\lambda \frac{dt}{dr} = \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln(r_2/r_1)} \frac{1}{r}$$

由上式可见，**径向热流密度不等于常数，而是  $r$  的函数**，并且随着  $r$  的增加，热流密度逐渐减小。但是，对于稳态导热，通过整个圆筒壁的热流量是不变的，其计算公式为<sup>3</sup>

$$\Phi = 2\pi r l q = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{R_\lambda}$$

其中  $R_\lambda$  为整个圆筒壁的导热热阻，单位为 K/W。而单位长度圆筒壁的热流量为

$$\Phi_l = \frac{\Phi}{l} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{R_{\lambda l}}$$

其中  $R_{\lambda l}$  为单位长度圆筒壁的导热热阻，单位为 m·K/W。

考虑**多层圆筒壁的稳态导热**。在单层圆筒壁稳态导热分析的基础上，运用热阻的概念，很容易分析多层圆筒壁的导热问题。考虑一个三层圆筒壁，无内热源，各层的热导率为常数，分别为  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$ ，内、外壁面维持均匀恒定的温度  $t_{w1}$ 、 $t_{w4}$ 。这显然也是一维稳态导热问题，通过各层圆筒壁的热流量相等，总导热热阻等于各层导热热阻之和。单位长度圆筒壁的导热热通量为

$$\Phi_l = \frac{t_{w1} - t_{w4}}{R_{\lambda l1} + R_{\lambda l2} + R_{\lambda l3}} = \frac{t_{w1} - t_{w4}}{\frac{1}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{2\pi\lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3}}$$

以此类推，对于  $n$  层不同材料组成的多层圆筒壁的稳态导热，单位管长的热流量为

$$\Phi_l = \frac{t_{w1} - t_{w(n+1)}}{\sum_{i=1}^n R_{\lambda li}} = \frac{t_{w1} - t_{w(n+1)}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}$$

**例题 8.8** 某过热蒸汽管道的内、外直径分别为 150 mm 和 160 mm，管壁材料的热导率为 45 W/(m·K)。管道外包两层保温材料：第一层厚度为 40 mm，热导率为 0.1 W/(m·K)；第二层厚度为 50 mm，热导率为 0.16 W/(m·K)。蒸汽管道内壁面温度为 400 °C，保温层外壁面温度为 50 °C。试求：(1) 各层导热热阻；(2) 每米长蒸汽管道的散热损失；(3) 各层间的接触面温度。

**解** (1) 蒸汽管道的管壁导热热阻为

$$R_{\lambda l1} = \frac{1}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2\pi \times 45 \text{ W/(m·K)}} \times \ln \frac{80 \text{ mm}}{75 \text{ mm}} = 2.28258 \times 10^{-4} \text{ m·K/W}$$

<sup>3</sup> 或者从平壁导热公式出发进行推导，有  $d\Phi = 2\pi r l \cdot \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{dr}$ ，从而  $\Phi = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{2\pi r l \lambda}} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}}$ 。



第一层保温材料的导热热阻为

$$R_{\lambda_2} = \frac{1}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2} = \frac{1}{2\pi \times 0.1 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}} \times \ln \frac{120 \text{ mm}}{80 \text{ mm}} = 0.6453 \text{ m} \cdot \text{K/W}$$

第二层保温材料的导热热阻为

$$R_{\lambda_3} = \frac{1}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{r_4}{r_3} = \frac{1}{2\pi \times 0.16 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}} \times \ln \frac{170 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} = 0.346467 \text{ m} \cdot \text{K/W}$$

(2) 每米蒸汽管道的散热损失为

$$\Phi_l = \frac{t_1 - t_4}{R_{\lambda_1} + R_{\lambda_2} + R_{\lambda_3}} = \frac{400^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}}{2.28258 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{K/W} + 0.6453 \text{ m} \cdot \text{K/W} + 0.346467 \text{ m} \cdot \text{K/W}} = 352.824 \text{ W/m}$$

(3) 根据圆柱筒壁热流量关系可以得到

$$\Phi_l = \frac{t_1 - t_2}{R_{\lambda_1}} = \frac{t_2 - t_3}{R_{\lambda_2}} = \frac{t_3 - t_4}{R_{\lambda_3}}$$

从而解得

$$t_2 = t_1 - \Phi_l R_{\lambda_1} = 400^\circ\text{C} - 352.824 \text{ W/m} \times 2.28258 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{K/W} = 399.919^\circ\text{C}$$

$$t_3 = t_2 - \Phi_l R_{\lambda_2} = 399.919^\circ\text{C} - 352.824 \text{ W/m} \times 0.6453 \text{ m} \cdot \text{K/W} = 172.242^\circ\text{C}$$

### 8.2.3 肋片的稳态导热

由计算对流换热的牛顿冷却公式可知，增加换热面积是强化对流换热的有效方法之一。在换热表面上加装肋片是增加换热面积的主要措施，在工业上及日常生活中得到了广泛的应用。

考虑**等截面直肋的稳态导热**。以矩形肋为例，肋的高度为  $H$ ，厚度为  $\delta$ ，宽度为  $l$ ，与高度方向垂直的横截面积为  $A$ ，横截面的周长为  $U$ 。为了简化分析，做下列假设：

- 肋片材料均匀，热导率  $\lambda$  为常数。
- 肋片根部与肋基接触良好，温度一致，即不存在接触热阻。
- 肋片厚度方向的导热热阻  $\delta/\lambda$  与肋片表面的对流换热热阻  $1/h$  相比很小，可以忽略。一般肋片都用金属材料制造，热导率很大，肋片很薄，基本上都能满足这一条件。在这种情况下，肋片的温度只沿高度方向发生变化，肋片的导热可以近似地认为是一维的。
- 肋片表面各处与流体之间的表面传热系数  $h$  都相同。
- 忽略肋片端面的散热量，即认为肋端面是绝热的。

假设肋片温度高于周围流体温度，热量从肋基导入肋片，然后从肋根导向肋端，沿途不断有热量从肋的侧面以对流换热的方式散给周围的流体。这种情况可以当做肋片具有负的内热源来处理。于是，肋片的导热过程是具有负内热源的一维稳态导热过程，导热微分方程式为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} &= 0 \\ x = 0, \quad t &= t_0 \\ x = H, \quad \frac{dt}{dx} &= 0 \end{aligned}$$

内热源强度  $\dot{\Phi}$  为单位体积的发热 (或吸热) 量，考虑一个微元段有

$$\dot{\Phi} = \frac{U dx \cdot h(t - t_\infty)}{A dx} = \frac{Uh(t - t_\infty)}{A}$$

代入到导热微分方程就得到

$$\frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{hU}{\lambda A}(t - t_\infty) = 0$$

下面令

$$m = \sqrt{\frac{hU}{\lambda A}} \approx \sqrt{\frac{h \cdot 2l}{\lambda \delta l}} = \sqrt{\frac{2h}{\lambda \delta}}, \quad \theta = t - t_\infty$$

其中  $\theta$  称为**过余温度**，则肋根处的过余温度为  $\theta_0 = t_0 - t_\infty$ ，肋端处的过余温度为  $\theta_H = t_H - t_\infty$ 。于是肋片的

导热微分方程可以改写成

$$\begin{aligned}\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta &= 0 \\ x=0, \quad \theta &= \theta_0 \\ x=H, \quad \frac{d\theta}{dx} &= 0\end{aligned}$$

上式是直接由有内热源的一维稳态导热微分方程导出的，将肋片表面向周围流体的散热按肋片具有负内热源处理。如果肋片的温度低于流体的温度，可以按肋片具有正内热源处理，同样也可以导出上式。上式的通解为

$$\theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

代入边界条件可以解得肋片过余温度的分布函数为

$$\theta = \theta_0 \frac{e^{m(H-x)} + e^{-m(H-x)}}{e^{mH} + e^{-mH}} = \theta_0 \frac{\cosh[m(H-x)]}{\cosh(mH)}$$

可以看到，肋片的过余温度从肋根开始沿高度方向按双曲余弦函数的规律变化。

根据参变量  $mH = \sqrt{\frac{2h}{\lambda\delta}}H$  进行衡量可以发现，肋片的过余温度从肋根开始沿高度方向逐渐降低， $mH$  较小时温度降低缓慢， $mH$  较大时温度降低较快。 $mH$  的大小取决于肋片的几何尺寸、肋片材料的热导率及肋片与周围流体之间的表面传热系数。在实际应用中，一般取  $0.7 < mH < 2$ ，当  $mH > 2$  时肋片温度下降非常迅速，靠近肋片端部的面积由于过余温度太低而散热效果差。具体来说，肋端的过余温度为

$$\theta_H = \theta_0 \frac{1}{\cosh(mH)}$$

其中函数  $1/\cosh(mH)$  随  $mH$  的增大而单调减小，因此肋端的过余温度随  $mH$  的增加而降低。

在稳态情况下，整个肋片的散热量应该等于从肋根导入肋片的热量。因此，根据傅里叶定律，肋片的散热量为

$$\Phi = -A\lambda \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = \theta_0 \left. \frac{m \sinh[m(H-x)]}{\cosh(mH)} \right|_{x=0} = A\lambda m \theta_0 \frac{\sinh(mH)}{\cosh(mH)} = A\lambda m \theta_0 \tanh(mH) = \sqrt{h\lambda UA} \theta_0 \tanh(mH)$$

其中双曲正切函数  $\tanh(mH)$  随  $mH$  单调递增。可以看出，随着  $mH$  的增大，肋片的散热量随之逐渐增加，且开始时增加很迅速，后来越来越慢，逐渐趋于一渐近值。这说明，增大  $mH$  虽然可以增加肋片的散热量，但是增加到一定程度以后，再增加  $mH$  所产生的效果已经不显著，因此在设计肋片时应该考虑经济性问题。

**注** 上述分析结果同样适用于其它形状的等截面直肋，比如圆柱、圆管形肋的一维稳态导热问题。

**注** 如果必须考虑肋端面的散热，可以将肋端面的面积折算到侧面上去，相当于肋加高  $H + \Delta h$ ，其中  $\Delta h = \frac{A}{U}$ 。对于矩形肋有  $\Delta h \approx \delta/2$ 。

### 定义 8.7 (肋片效率)

加装肋片的目的是为了扩大散热面积，增大散热量。但是随着肋片高度的增加，肋片的平均过余温度会逐渐降低，即肋片单位质量的散热量会逐渐减小。这就提出了一个加装肋片的效果问题。为了衡量肋片散热的有效程度，引入肋片效率的概念，其定义为肋片的实际散热量  $\Phi$  与假设整个肋片都具有肋基温度时的理想散热量  $\Phi_0$  之比，用符号  $\eta_f$  表示，即

$$\eta_f = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{U H h (t_m - t_\infty)}{U H h (t_0 - t_\infty)} = \frac{\theta_m}{\theta_0}$$

其中  $t_m, \theta_m$  分别为肋面的平均温度和平均过余温度； $t_0, \theta_0$  分别为肋基温度与肋基过余温度。由于  $\theta_m < \theta_0$ ，所以肋片效率  $\eta_f < 1$ 。



因为前面假设肋表面各处  $h$  都相等，所以等截面直肋的平均过余温度可以按下式计算：

$$\theta_m = \frac{1}{H} \int_0^H \theta dx = \frac{1}{H} \int_0^H \theta_0 \frac{\cosh[m(H-x)]}{\cosh(mH)} dx = \frac{\theta_0}{mH} \tanh(mH)$$

从而得到

$$\eta_f = \frac{\tanh(mH)}{mH}$$

可以看到,  $mH$  越大, 肋片效率越低。

对于矩形肋,  $mH = \sqrt{\frac{2h}{\lambda\delta}} H$ , 由此可以看出影响矩形肋片效率的主要因素有:

- 肋片材料的热导率  $\lambda$ 。热导率越大, 肋片效率越高。
- 肋片高度  $H$ 。肋片越高, 肋片效率越低。
- 肋片厚度  $\delta$ 。肋片越厚, 肋片效率越高。
- 表面传热系数  $h$ 。 $h$  越大, 即对流换热越强, 肋片效率越低。

**例题 8.9** 测量储气罐内空气温度的温度计套管用钢材制成, 热导率  $\lambda = 45 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ , 套管壁厚  $\delta = 1.5 \text{ mm}$ , 长  $H = 120 \text{ mm}$ 。温度计指示套管的端部温度为  $80^\circ\text{C}$ , 套管另一端与储气罐连接处的温度为  $40^\circ\text{C}$ 。已知套管与罐内空气间对流换热的表面传热系数为  $5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ , 试求由于套管导热引起的测温误差。

**解** 如果忽略测温套管横截面上的温度分布, 并认为套管端部绝热, 则套管可以看成是等截面直肋。套管截面面积  $A = \pi d\delta$ , 套管换热周长  $U = \pi d$ , 则

$$mH = \sqrt{\frac{hU}{\lambda A}} H = \sqrt{\frac{h}{\lambda\delta}} H = \sqrt{\frac{5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K})}{45 \text{ W/(m} \cdot \text{K)} \times 1.5 \text{ mm}}} \times 120 \text{ mm} = 1.0328$$

而肋端过余温度满足

$$t_H - t_\infty = \frac{t_0 - t_\infty}{\text{ch}(mH)}$$

其中肋端处温度  $t_H = 80^\circ\text{C}$ , 肋根处温度  $t_0 = 40^\circ\text{C}$ ,  $\text{ch}(mH) = 1.58246$ , 于是解得

$$t_\infty = \frac{\text{ch}(mH)t_H - t_0}{\text{ch}(mH) - 1} = \frac{1.58246 \times 80 - 40}{1.58246 - 1} = 148.674^\circ\text{C}$$

可以得到由于套管导热引起的测温误差为  $t_H - t_\infty = -68.674^\circ\text{C}$ 。

## 8.3 非稳态导热

非稳态导热是指温度场随时间变化的导热过程。绝大多数的非稳态导热过程都是由于边界条件的变化引起的。根据温度场随时间的变化规律不同, 非稳态导热分为周期性非稳态导热和非周期性非稳态导热。周期性非稳态导热是在周期性变化边界条件下发生的导热过程。非周期性非稳态导热通常是在瞬间变化的边界条件下发生的导热过程。

非稳态导热可以大致分为两个阶段:

- **非正规状况阶段:** 温度变化的界面逐渐由边界深入到物体内部, 但尚未到达另一壁面, 温度分布受初始条件影响。
- **正规状况阶段:** 初始条件的影响消失 (物体任一点均不处于初始温度), 是瞬态导热的主要阶段。正规状况阶段的特点是, 非稳态导热进行了一段时间后, 物体各点的温度变化遵循相同的规律。

### 8.3.1 无限大平壁冷却或加热问题的分析解

考虑一厚度为  $2\delta$  的无限大平壁, 材料的热导率  $\lambda$ 、热扩散率  $a$  为常数, 无内热源, 初始温度与两侧的流体相同, 均为  $t_0$ 。突然将两侧流体温度降低为  $t_\infty$ , 并保持不变。假设平壁表面与流体间对流换热的表面传热系数  $h$  为常数。考虑到温度场的对称性,  $x$  坐标原点位于平壁中心, 因此仅需要讨论半个平壁的导热问题。显然, 这是一个一维的非稳态导热问题, 其导热微分方程式为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

初始条件为  $\tau = 0, t = t_0$ , 边界条件为

$$\begin{aligned} x = 0, \quad \frac{\partial t}{\partial x} &= 0 \\ x = \delta, \quad -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} &= h(t - t_\infty) \end{aligned}$$

引入过剩温度  $\theta = t - t_\infty$ ，并进一步进行无量纲化，有量纲过剩温度  $\Theta = \theta/\theta_0$ 、坐标  $X = x/\delta$ ，可以将导热微分方程及单值性条件无量纲化为

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a}{\delta^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} \Rightarrow \frac{\partial \Theta}{\partial (\frac{a\tau}{\delta^2})} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2}$$

初始条件为  $\tau = 0$ ， $\Theta = \Theta_0 = 1$ 。边界条件为

$$\begin{aligned} X = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial X} &= 0 \\ X = 1, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial X} &= -\frac{h\delta}{\lambda} \Theta \end{aligned}$$

### 定义 8.8 (傅里叶数)

傅里叶数 (Fourier number) 定义为

$$Fo = \frac{a\tau}{\delta^2} = \frac{\tau}{\delta^2/a}$$

可以看到，分子部分是从非稳态导热过程开始到  $\tau$  时刻的时间；分母部分可以理解为温度变化波及到  $\delta^2$  面积所需的时间。所以， $Fo$  为两个时间之比，是非稳态导热过程的无量纲时间，也是区分初始阶段与正规阶段的判据。

### 定义 8.9 (毕渥数)

毕渥数 (Biot number) 定义为

$$Bi = \frac{h\delta}{\lambda} = \frac{\delta/\lambda}{1/h}$$

可以看到， $Bi$  为物体内部的导热热阻  $\delta/\lambda$  与边界处的对流换热热阻  $1/h$  之比，可以看作是量纲热阻，决定着物体内部温度分布的特征。

采用分离变量法进行求解，可以得到

$$\frac{\theta(x, \tau)}{\theta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \beta_n}{\beta_n + \sin \beta_n \cos \beta_n} \cos(\beta_n \frac{x}{\delta}) e^{-\beta_n^2 Fo}$$

其中  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  是超越方程  $\tan \beta = \frac{Bi}{\beta}$  的根，有无穷多个，是毕渥数  $Bi$  的函数。

无论  $Bi$  取何值， $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  都是正的递增数列，所以从函数形式可以看出， $\frac{\theta(x, \tau)}{\theta_0}$  是一个快速收敛的无穷级数。计算结果表明，当傅里叶数  $Fo \geq 0.2$  时，取级数的第一项来近似整个级数所产生的误差很小，对工程计算已经足够精确。因此，当  $Fo \geq 0.2$ ，可以取

$$\frac{\theta(x, \tau)}{\theta_0} = \frac{2 \sin \beta_1}{\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1} \cos(\beta_1 \frac{x}{\delta}) e^{-\beta_1^2 Fo}$$

将上式两边取对数，可以得到

$$\ln \theta = -m\tau + \ln \left[ \theta_0 \frac{2 \sin \beta_1}{\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1} \cos(\beta_1 \frac{x}{\delta}) \right]$$

其中  $m = \beta_1^2 \frac{a}{\delta^2}$ 。因为  $\beta_1$  只与  $Bi$  有关，即只取决于第三类边界条件、平壁的物理性质与几何尺寸，所以当平壁及其边界条件给定之后， $m$  为一常数，与时间  $\tau$ 、地点  $x/\delta$  无关。而上式右边第二项只与  $Bi$ 、 $x/\delta$  有关，与时间  $\tau$  无关。这也就表明，当  $Fo \geq 0.2$ ，即  $\tau \geq 0.2\delta^2/a$  时，平壁内所有各点过剩温度的对数都随时间线性变化，并且变化曲线的斜率都相等。这一温度变化阶段称为非稳态导热的正规状况导热，在此之前的非稳态导热阶段称为非正规状况阶段。

### 定义 8.10 (冷却率/加热率)

将上式两边对时间求导，可以得到

$$\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = -m = -\beta_1^2 \frac{a}{\delta^2}$$

由上式可知， $m$  的物理意义是过剩温度对时间的相对变化率，单位是  $s^{-1}$ ，称为冷却率或加热率。

由上式可以得到**正规状况阶段的特点之一**：当  $Fo \geq 0.2$ ，物体的非稳态导热进入正规状况阶段后，所有各点的冷却率或加热率  $m$  都相同，且不随时间而变化， $m$  的数值取决于物体的物性参数、几何形状和尺寸大小以及表面换热系数。

如果用  $\theta_m$  表示平壁中心 ( $X = x/\delta = 0$ ) 的过余温度，则

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{2 \sin \beta_1}{\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1} e^{-\beta_1^2 Fo} = f(\text{Bi}, Fo)$$

以及

$$\frac{\theta}{\theta_m} = \frac{\theta/\theta_0}{\theta_m/\theta_0} = \cos(\beta_1 \frac{x}{\delta}) = f(\text{Bi}, \frac{x}{\delta})$$

由此可以得到**正规状况阶段的特点之二**：当  $Fo \geq 0.2$ ，即非稳态导热进入正规状况阶段以后，任一位置过余温度与中心过余温度之比与时间无关，只取决于毕渥数  $\text{Bi}$  与几何位置  $x/\delta$ 。

前面已经指出，毕渥数的物理意义为物体内部的导热热阻  $\delta/\lambda$  与边界处的对流换热热阻  $1/h$  之比，所以  $\text{Bi}$  的大小对平壁内的温度分布有很大影响。平壁非稳态导热第三类边界条件的表达式为

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=\pm\delta} = h\theta|_{x=\pm\delta}$$

上式可以改写为

$$-\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=\pm\delta} = \frac{\theta|_{x=\pm\delta}}{\lambda/h} = \frac{\theta|_{x=\pm\delta}}{\delta/\text{Bi}}$$

从几何意义上讲，上式表示在整个非稳态导热过程中平壁内过余温度分布曲线在边界处的切线都通过点  $(\pm\delta \pm \lambda/h, 0)$ ，即点  $(\pm\delta \pm \delta/\text{Bi}, 0)$ 。该点称为第三类边界条件的**定向点**，与平壁边界面的距离为  $\lambda/h = \delta/\text{Bi}$ ：

- $\text{Bi} \rightarrow \infty$  表明对流换热热阻趋于零，平壁表面与流体之间的温差趋于零。这意味着，非稳态导热一开始平壁的表面温度就立即变为流体温度  $t_\infty$ 。平壁内部的温度完全取决于平壁的导热热阻。由于  $t_\infty$  在第三类边界条件中已经给定，所以这种情况相当于给定了壁面温度，即给定了第一类边界条件。这种情况下的定向点位于平壁表面上。<sup>4</sup>
- $\text{Bi} \rightarrow 0$  意味着平壁的导热热阻趋于零，平壁内部各点的温度在任一时刻都趋于均匀一致，只随时间而变化，且变化的快慢完全取决于平壁表面的对流换热强度。在这种情况下， $\lambda/h = \delta/\text{Bi} \rightarrow \infty$ ，定向点在离平壁表面无穷远处。<sup>5</sup>

**例题 8.10** 将一块厚度为 5 cm、初始温度为 250 °C 的大钢板突然放置于温度为 20 °C 的气流中，钢板壁面与气流间对流换热的表面传热系数为 100 W/(m<sup>2</sup>·K)。已知钢板的热导率  $\lambda = 47 \text{ W/(m·K)}$ 、热扩散率  $a = 1.47 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ，试求：(1) 5 min 后钢板的中心温度和距壁面 1.5 cm 处的温度；(2) 钢板表面温度达到 150 °C 时所需的时间。

**解** (1) 该过程可以视为无限大平壁导热过程，由对称性可知可以仅考虑其中半侧的过程，此时  $\delta = 2.5 \text{ cm}$ ，其毕渥数为

$$\text{Bi} = \frac{h\delta}{\lambda} = \frac{100 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)} \times 2.5 \text{ cm}}{47 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}} = 0.0532$$

傅里叶数为

$$Fo = \frac{a\tau}{\delta^2} = \frac{1.47 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \times 5 \text{ min}}{(2.5 \text{ cm})^2} = 7.056$$

因为  $Fo > 0.2$ ，可以认为

$$\frac{\theta(x, \tau)}{\theta_0} = \frac{2 \sin \beta_1}{\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1} \cos(\beta_1 \frac{x}{\delta}) e^{-\beta_1^2 Fo}$$

<sup>4</sup> $\text{Bi} \rightarrow \infty$  是一种极限情况，实际上只要  $\text{Bi} > 100$  就可以近似按这种情况处理。

<sup>5</sup> $\text{Bi} \rightarrow 0$  同样是一种极限情况，工程上只要  $\text{Bi} < 0.1$  就可以近似按这种情况处理，这种情况下的非稳态导热可以采用集总参数法计算。



其中  $\beta_1 = 0.2286$ ,  $\theta_0 = 250 - 20 = 230^\circ\text{C}$ 。那么钢板中心的过余温度为

$$\begin{aligned}\theta(0, \tau) &= \theta_0 \frac{2 \sin \beta_1}{\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1} e^{-\beta_1^2 \text{Fo}} \\ &= 230 \times \frac{2 \times \sin(0.2286)}{0.2286 + \sin(0.2286) \times \cos(0.2286)} \times e^{-0.2286^2 \times 7.056} \\ &= 160.45455^\circ\text{C}\end{aligned}$$

即钢板的中心温度为  $t = \theta(0, \tau) + t_\infty = 180.45455^\circ\text{C}$ 。钢板距离壁面 1.5 cm 处的过余温度为

$$\begin{aligned}\theta(x_1, \tau) &= \theta_0 \frac{2 \sin \beta_1}{\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1} \cos(\beta_1 \frac{x_1}{\delta}) e^{-\beta_1^2 \text{Fo}} \\ &= 230 \times \frac{2 \times \sin(0.2286)}{0.2286 + \sin(0.2286) \times \cos(0.2286)} \times \cos(0.2286 \times \frac{1}{2.5}) \times e^{-0.2286^2 \times 7.056} \\ &= 159.78422^\circ\text{C}\end{aligned}$$

即钢板距离壁面 1.5 cm 处的温度为  $179.78422^\circ\text{C}$ 。

(2) 令  $\frac{\theta(\delta, \tau)}{\theta_0} = \frac{150-20}{250-20} = \frac{13}{23}$ , 即可解得

$$\begin{aligned}\text{Fo} &= \frac{1}{\beta_1^2} \ln \left[ \frac{\theta_0}{\theta(\delta, \tau)} \frac{2 \sin \beta_1}{\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1} \cos(\beta_1) \right] \\ &= \frac{1}{0.2286^2} \times \ln \left[ \frac{23}{13} \times \frac{2 \times \sin(0.2286)}{0.2286 + \sin(0.2286) \times \cos(0.2286)} \times \cos(0.2286) \right] \\ &= 10.579\end{aligned}$$

于是所需时间为

$$\tau = \frac{\delta^2}{a} \text{Fo} = \frac{(2.5 \text{ cm})^2}{1.47 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} \times 10.579 = 449.787 \text{ s}$$

### 8.3.2 集总参数法

#### 定义 8.11 (集总参数法)

当  $\text{Bi} \leq 0.1$  时, 物体内部的导热热阻远小于其表面的对流换热热阻, 可以忽略, 物体内部各点的温度在任一时刻都趋于均匀, 物体的温度只是时间的函数, 与坐标无关。对于这种情况下的非稳态导热问题, 只需要求出温度随时间的变化规律, 以及在温度变化过程中物体放出或吸收的热量。这种忽略物体内部导热热阻、将物体看作一个质点的简化分析方法称为集总参数法。



实际上, 如果物体的热导率很大, 几何尺寸很小, 表面传热系数也不大, 则物体内部的导热热阻一般都远小于其表面的对流换热热阻, 都可以用集总参数法来分析。

考虑一个任意形状的物体, 体积为  $V$ , 表面面积为  $A$ , 密度  $\rho$ 、比热容  $c$  及导热率  $\lambda$  为常数, 无内热源, 初始温度为  $t_0$ 。突然将该物体放入温度恒定为  $t_\infty$  的流体之中, 且  $t_0 > t_\infty$ , 物体表面和流体之间的对流换热的表面传热系数  $h$  为常数, 需要确定该物体在冷却过程中温度随时间的变化规律以及放出的热量。假设该问题满足  $\text{Bi} \leq 0.1$  的条件, 根据能量守恒, 单位时间物体热力学能的变化量应该等于物体表面与流体之间的对流换热热量, 即

$$\int \rho c \frac{dt}{d\tau} dV + \int (\nabla \cdot \vec{q}) dV = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho c V \frac{dt}{d\tau} = -hA(t - t_\infty)$$

引入过余温度  $\theta = t - t_\infty$ , 上式可以改写成

$$\rho c V \frac{d\theta}{d\tau} = -hA\theta$$

初始条件为  $\tau = 0$ ,  $\theta = \theta_0 = t_0 - t_\infty$ , 通过分离变量可以解得

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \exp\left(-\frac{hA}{\rho c V} \tau\right)$$

其中

$$\frac{hA\tau}{\rho cV} = \frac{h(V/A)}{\lambda} \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\tau}{(V/A)^2}$$


令  $V/A = l$  称为物体的**特征长度**。于是


$$\frac{hA\tau}{\rho cV} = \frac{hl}{\lambda} \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\tau}{l^2} = \frac{hl}{\lambda} \frac{a\tau}{l^2} = \text{Bi}_V \text{Fo}_V$$

从而得到

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \exp(-\text{Bi}_V \text{Fo}_V)$$

其中毕渥数  $\text{Bi}_V$  与傅里叶数  $\text{Fo}_V$  的下角标  $V$  表示以  $l = V/A$  为特征长度。

 **笔记** 对于厚度为  $2\delta$  的无限大平壁,  $l = \delta$ ; 对于半径为  $R$  的圆柱,  $l = \frac{1}{2}R$ ; 对于半径为  $R$  的球,  $l = \frac{1}{3}R$ 。

 **笔记** 分析结果表明, 对于形状如平板、柱体或球这样的物体, 只要满足  $\text{Bi}_V < 0.1M$ , 物体各点过余温度之间的偏差就小于 5%, 就可以用集总参数法计算。其中  $M$  是与物体形状有关的无量纲量, 对于无限大平板  $M = 1$ ; 对于无限长圆柱  $M = 1/2$ ; 对于球  $M = 1/3$ 。

可以看到, 当  $\text{Bi} \leq 0.1$  时, 物体的过余温度  $\theta$  按指数函数规律下降, 一开始温差大, 下降迅速, 随着温差的减小, 下降的速度越来越慢。

#### 定义 8.12 (时间常数)

同时可以看出, 式中指数部分中的  $\frac{\rho cV}{hA}$  具有时间的量纲, 令

$$\tau_c = \frac{\rho cV}{hA}$$

$\tau_c$  称为时间常数, 单位是 s。其物理意义是反映了物体对周围环境温度变化的响应。时间常数越小, 物体的温度变化越快, 越能迅速地接近周围流体的温度。

当物体的冷却 (或加热) 时间等于时间常数, 即  $\tau = \tau_c$  时, 可以得到

$$\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-1} = 36.8\%$$

这说明, 时间常数反映物体对周围环境温度变化响应的快慢, 时间常数越小, 物体的温度变化越快, 越迅速地接近周围流体的温度。

如果几种不同形状的物体都用同一种材料制作, 并且和周围流体之间的表面传热系数  $h$  也都相同, 都满足  $\text{Bi} \leq 0.1$  的条件, 则由式  $\tau_c = \frac{\rho cV}{hA}$  可以看出, 单位体积的表面面积  $A/V$  越大的物体, 时间常数越小, 在初始温度相同的情况下放在温度相同的流体中被冷却 (或加热) 的速度越快。例如, 对于用同一种材料制成的体积相同的球、长度等于直径的圆柱与正方体, 可以很容易算出, 三者的表面积之比为

$$A_{\text{球}} : A_{\text{圆柱}} : A_{\text{正方体}} = 1 : 1.146 : 1.242$$

正方体的表面面积最大, 时间常数最小, 相同条件下的冷却 (或加热) 速度最快, 圆柱次之, 球居后。但直径为  $2R$  的球体、长度等于直径  $2R$  的圆柱体与边长为  $2R$  的正方体相比, 三者单位体积的表面积都相同, 均为  $\frac{A}{V} = \frac{3}{R}$ , 三者的时间常数相同, 在相同条件下的冷却 (或加热) 速度也相同。

物体温度随时间的变化规律确定之后,  $0 \sim \tau$  时间内物体和周围环境之间交换的热量就可以计算如下:

$$Q_\tau = \rho cV(t_0 - t) = \rho cV(\theta_0 - \theta) = \rho cV\theta_0(1 - \frac{\theta}{\theta_0}) = \rho cV\theta_0(1 - e^{-\text{Bi}_V \text{Fo}_V})$$

令  $Q_0 = \rho cV\theta_0$ , 表示物体温度从  $t_0$  变化到周围流体温度  $t_\infty$  所放出或吸收的总热量, 上式可以改写成无量纲形式:

$$\frac{Q_\tau}{Q_0} = 1 - e^{-\text{Bi}_V \text{Fo}_V}$$

求解结果既适用于物体被加热的情况, 也适用于物体被冷却的情况。

**例题 8.11** 热电偶的热接点可以近似地看做球形, 已知其直径  $d = 0.5 \text{ mm}$ , 材料的密度  $\rho = 8500 \text{ kg/m}^3$ , 比热容  $c = 400 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ 。热点偶的初始温度为  $25^\circ\text{C}$ , 突然将其放入  $120^\circ\text{C}$  的气流中, 热电偶表面与气流间的表

面传热系数为  $90 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，试求：(1) 热电偶的时间常数；(2) 热电偶的过余温度达到初始过余温度的 1% 所需的时间。

**解** (1) 热电偶的时间常数为

$$\tau_c = \frac{\rho c V}{h A} = \frac{\rho c \cdot \frac{4}{3} \pi (\frac{d}{2})^3}{h \cdot 4 \pi (\frac{d}{2})^2} = \frac{\rho c d}{6 h} = \frac{8500 \text{ kg}/\text{m}^3 \times 400 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times 0.5 \text{ mm}}{6 \times 90 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} = 3.148 \text{ s}$$

(2) 热电偶的过余温度满足

$$\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-\tau/\tau_c}$$

其中  $\theta_0 = 25 - 120 = -95 \text{ }^\circ\text{C}$ 。令  $\theta/\theta_0 = 1\%$  可以解得

$$\tau = -\tau_c \ln(1\%) = -3.148 \times \ln(1\%) = 14.497 \text{ s}$$

## 第9章 对流换热

### 定义 9.1 (热对流)

热对流是指由于流体的宏观运动使温度不同的液体相对位移而产生的热量传递现象。显然，热对流只能发生在流体之中，而且必然伴随有微观粒子热运动产生的导热。



在日常生活和生产实践中，经常遇到流体和它所接触的固体表面之间的热量交换，这种传热现象在传热学中称为**对流换热**，其特点是：

- 一般情况下，当流体流过物体表面时，由于粘滞作用，紧贴物体表面的流体是静止的，热量传递只能以导热的方式进行。
- 离开物体表面，流体有宏观运动，热对流方式将发生作用。
- 流体与固体表面之间的热量传递是热对流和导热两种基本传热方式**共同作用**的结果。

### 定理 9.1 (牛顿冷却公式)

1701 年，牛顿提出了对流换热的基本计算公式，称之为牛顿冷却公式，形式为

$$\Phi = Ah(t_w - t_f), \quad q = h(t_w - t_f)$$

其中  $t_w$  为固体壁面温度， $t_f$  为流体温度； $h$  称为对流换热的表面传热系数，习惯上称为对流换热系数，单位为  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。上式也可以写成欧姆定律表达式的形式，即

$$\Phi = \frac{t_w - t_f}{\frac{1}{Ah}} = \frac{t_w - t_f}{R_h}$$

其中  $R_h = \frac{1}{Ah}$  称为对流换热热阻，单位为  $\text{K}/\text{W}$ 。



表面传热系数  $h$  的大小反映对流换热的强弱，与以下因素有关：

- **流体的物性 (热导率、粘度、密度、比热容等)**：导热系数  $\lambda$  越大，流体导热热阻越小，对流换热越强烈；密度比热容  $\rho c$  越大，通过对流转移的热量越多，对流换热越强烈；粘度影响速度分布和流态。
- **流体流动的形态 (层流、湍流)**：层流时垂直于流动方向上的热量传递主要靠分子扩散 (导热)，而湍流各部分流体之间迅速混合而有更大的表面传热系数。
- **流动的成因 (自然对流或强迫对流)**：影响速度分布和温度分布；自然对流的流速较低，同种流体自然对流换热比强迫对流换热弱，表面传热系数小。
- **物体表面的形状和尺寸**：几何因素将影响流体的流动状态，因此影响流体的速度分布和温度分布，进而影响对流换热。
- **换热时流体有无相变 (沸腾或凝结)**：流体在沸腾和凝结过程中吸收或放出汽化潜热，发生相变时换热规律、换热强度和单相流体不同。

同时，表面传热系数  $h$  在不同对流换热类型下的典型数值如下：(1) 空气自然对流换热  $1 \sim 10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ；(2) 水自然对流换热  $50 \sim 1000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ；(3) 气体强迫对流换热  $20 \sim 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ；(4) 水强迫对流换热  $1000 \sim 15000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ；(5) 水沸腾  $2500 \sim 35000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ；(6) 蒸汽凝结  $5000 \sim 35000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。

前面的讨论中指出可以用牛顿冷却公式来计算对流换热量，其中的  $h$  是整个固体的**平均表面传热系数**。由于固体表面换热条件 (比如固体表面的几何条件、表面温度以及流体的流动状态等) 的变化，使**局部表面传热系数**  $h_x$ 、局部温差  $(t_w - t_f)_x$  以及局部热流密度  $q_x$  都会沿固体表面发生变化。对于局部对流换热，牛顿冷却公式可以表示为

$$q_x = h_x(t_w - t_f)_x$$

于是，整个固体表面面积  $A$  上的总对流换热量可以写成

$$\Phi = \int_A q_x dA = \int_A h_x(t_w - t_f)_x dA$$

如果固体表面温度均匀 (等壁温边界), 壁面各处与流体之间的温差都相同, 即  $(t_w - t_f)_x = t_w - t_f = \text{const}$ , 则上式变为

$$\Phi = (t_w - t_f) \int_A h_x dA$$

从而可以得出固体表面温度均匀条件下平均表面传热系数  $h$  与局部表面传热系数  $h_x$  之间的关系式为

$$h = \frac{1}{A} \int_A h_x dA$$

## 9.1 对流换热的数学描述

在具体分析对流换热的数学模型之前, 为了简化分析, 这里采用如下假设:

1. 流体为连续性介质。当流体的分子平均自由程  $\bar{l}$  与换热固体壁面的特征长度  $l$  相比非常小, 一般克努森数  $\text{Kn} = \bar{l}/l \leq 10^{-3}$  时, 流体可以近似为连续性介质。
2. 流体的物性参数为常数, 不随温度变化。
3. 流体为不可压缩流体。流体是否能被看做不可压缩性流体, 主要取决于流动过程中流体被压缩到什么程度, 通常流速低于四分之一声速的流体都可以近似为不可压缩流体。
4. 流体为牛顿流体, 即切应力与应变之间的关系为线性, 遵循牛顿公式  $\tau = \eta \frac{\partial u}{\partial y}$ 。
5. 流体内无内热源, 忽略粘性耗散产生的耗散热。
6. 二维对流换热, 例如流体横向流过垂直于纸面方向无限长的平板或柱体。

### 9.1.1 对流换热微分方程组

当流体流过固体壁面时, 在流体为连续介质假设条件下, 由于粘性力的作用, 紧靠壁面处的流体是静止的, 无滑移流动, 速度为零, 因此紧靠壁面处的热量传递只能靠导热。根据导热傅里叶定律, 固体壁面  $x$  处的局部热流密度为

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x}$$

其中  $\lambda$  为流体的热导率。按照牛顿冷却公式  $q_x = h_x(t_w - t_\infty)_x$ , 可以求得局部表面传热系数

$$h_x = -\frac{\lambda}{(t_w - t_\infty)_x} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x}$$

上式建立了表面传热系数与温度场之间的关系。其中  $t_w$  为固体壁面的温度, 在流体为连续性介质的假设条件下,  $t_w$  也是紧靠壁面处流体的温度。这表明, 要想求得表面传热系数, 首先必须求出流体的温度场。

流体的连续性微分方程可以根据微元体的质量守恒导出, 形式为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

动量方程可以根据微元体的动量守恒导出, 形式为

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \rho \left( \frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned}$$

或者简写为

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{D\tau} &= F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \nabla^2 u \\ \rho \frac{Dv}{D\tau} &= F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \nabla^2 v \end{aligned}$$

能量微分方程是根据微元体的能量守恒导出的。在上述假设条件下, 如果不考虑位能和动能的变化, 即微元体的能量守恒可以表述为: 单位时间内, 由导热进入微元体的净热量  $\Phi_\lambda$  和由对流进入微元体的净热量  $\Phi_h$  之

和等于微元体热力学能的增加  $dU/d\tau$ ，即

$$\Phi_\lambda + \Phi_h = \frac{dU}{d\tau}$$

单位时间内由导热进入微元体的净热量  $\Phi_\lambda$  已在导热微分方程的推导中得到，即

$$\Phi_\lambda = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) dx dy$$

单位时间内，由对流进入微元体的净热量  $\Phi_h$  等于从  $x$  方向净进入微元体的质量所携带的能量  $\Phi_{h,x}$  与从  $y$  方向净进入微元体的质量所携带的能量  $\Phi_{h,y}$  之和，即  $\Phi_h = \Phi_{h,x} + \Phi_{h,y}$ ，其中

$$\Phi_{h,x} = \Phi_{h,x} - \Phi_{h,x+dx} = -\frac{\partial \Phi_{h,x}}{\partial x} dx = -\frac{\partial(\rho c_p u t dy)}{\partial x} dx = -\rho c_p \frac{\partial(ut)}{\partial x} dx dy$$

同理，从  $y$  方向净进入微元体的质量所携带的质量为  $\Phi_{h,y} = -\rho c_p \frac{\partial(vt)}{\partial y} dx dy$ 。于是，可以得到单位时间内对流进入微元体的净热量为

$$\Phi = -\rho c_p \left[ \frac{\partial(ut)}{\partial x} + \frac{\partial(vt)}{\partial y} \right] dx dy$$

单位时间内微元体热力学能的增加为

$$\frac{dU}{d\tau} = \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dy$$

综上，并结合连续性微分方程，可以整理得到

$$\rho c_p \left( \frac{\partial t}{\partial \tau} + u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$$

上式即为常物性、无内热源、不可压缩牛顿流体二维对流换热的能量微分方程式，也可以改写为

$$\frac{Dt}{D\tau} = a \nabla^2 t$$

如果流体静止，则  $u = v = 0$ ，则能量微分方程转化为常物性、无内热源、连续性介质的导热微分方程：

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$$

## 9.1.2 边界层理论

### 定义 9.2 (热边界层)

当温度均匀的流体与它所流过的固体壁面温度不同时，在壁面附近会形成一层温度变化较大的流体层，称为热边界层或温度边界层。



在热边界层内，紧贴壁面的流体温度等于壁面温度  $t_w$ ，随着远离壁面，流体温度逐渐接近主流温度  $t_\infty$ 。与流动边界层类似，规定流体过余温度  $t - t_w = 0.99(t_\infty - t_w)$  处到壁面的距离为热边界层的厚度，用  $\delta_t$  表示。所以说，热边界层就是温度梯度存在的流体层，因此也是发生热量传递的主要区域，其温度场由能量微分方程描写。热边界层之外，温度梯度忽略不计，流体温度为主流温度  $t_\infty$ 。

#### 边界层的传热特性：

- 在层流边界层内，速度梯度由大到小变化比较平缓；热边界层内温度梯度的变化也比较平缓，垂直于壁面方向上的热量传递主要依靠导热。
- 湍流边界层内，层流底层中具有很大的速度梯度，也具有很大的温度梯度，热量传递主要靠导热；而湍流核心内由于强烈的扰动混合使速度和温度都趋于均匀，速度梯度和温度梯度都较小，热量传递主要靠对流。

<sup>1</sup>

#### 局部表面传热系数的变化趋势：

- 在层流边界层区，热量传递主要依靠导热，随着边界层的加厚，导热热阻增大，所以局部表面传热系数逐渐减小；
- 在过渡区，随着流体扰动的加剧，对流传热方式的作用越来越大，局部表面传热系数迅速增大；

<sup>1</sup>对于工业上和日常生活中常见流体（液态金属除外）的湍流对流换热，热阻主要在层流底层。



- 而在湍流边界层区，随着湍流边界层的加厚，热阻也增大，所以局部表面传热系数随之减小。

### 定义 9.3 (普朗特数)

如果整个平板都与流体进行对流换热，则热边界层和流动边界层都从平板前缘开始同时形成和发展，在同一位置，这两种边界层厚度的相对大小取决于流体的运动粘度 (动量扩散率)  $\nu$  与热扩散率  $a$  的相对大小。运动粘度反映流体动量扩散的能力，在其他条件相同的情况下， $\nu$  值越大，流动边界层越厚；热扩散率  $a$  反映物体热量扩散的能力，在其他条件相同的情况下， $a$  值越大，热边界层越厚。 $\nu$  与  $a$  具有相同的单位，因此引入一个无量纲特征数，称为普朗特数 (Prandtl number)，其定义为

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu \rho c_p}{\lambda} = \frac{\eta c_p}{\lambda}$$

其物理意义为流体的动量扩散能力与热量扩散能力之比。



分析结果表明，对于层流边界层，如果热边界层和流动边界层都从平板前缘开始同时形成和发展，当  $\text{Pr} \geq 1$  时  $\delta \geq \delta_t$ ；当  $\text{Pr} \leq 1$  时  $\delta \leq \delta_t$ 。对于液态金属， $\text{Pr} < 0.05$ ，热边界层的厚度要远大于流动边界层的厚度。对于液态金属以外的一般流体， $\text{Pr} = 0.6 \sim 4000$ 。气体的  $\text{Pr}$  数较小，在  $0.6 \sim 0.8$  范围内，所以气体的流动边界层比热边界层略薄；对于高  $\text{Pr}$  数的油类 ( $\text{Pr} = 10^2 \sim 10^3$ )，流动边界层的厚度要远大于热边界层的厚度。

根据边界层理论，分析对流换热微分方程中各项的数量级，忽略高阶小量，可以使对流换热微分方程组得到合理的简化。对于体积力可以忽略的稳态强迫对流换热，有

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} &= a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \end{aligned}$$

根据边界层理论，有  $\delta \ll l$ ， $\delta_t \ll l$ ， $y \ll x$ 。依次对上述微分方程中的各项进行数量级分析，可以得到

$$\begin{aligned} u \gg v, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \gg \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \gg \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ \frac{\partial t}{\partial y} \gg \frac{\partial t}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \end{aligned}$$

也就是说，忽略边界层中  $x$  方向的动量扩散与能量扩散，只考虑  $y$  方向的动量扩散与能量扩散，于是对流换热微分方程组可以简化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} &= a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \end{aligned}$$

因为  $y$  方向的压力变化  $\frac{\partial p}{\partial y}$  已经随同  $y$  方向动量微分方程一起被忽略，边界层中的压力只沿  $x$  方向变化，所以  $x$  方向动量微分方程中的  $\frac{\partial p}{\partial x}$  改为  $\frac{dp}{dx}$ 。可以看到，简化后的方程组不封闭，然而，由于忽略了  $y$  方向的压力变化，使边界层内压力沿  $x$  方向变化与边界层外的主流区相同，所以压力  $p$  可由主流区理想流体的伯努利方程确定。如果忽略位能的变化，伯努利方程的形式为

$$p + \frac{1}{2} \rho u_\infty^2 = \text{const}$$

于是

$$\frac{dp}{dx} = -\rho u_\infty \frac{du_\infty}{dx}$$

从而得到

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u_{\infty} \frac{du_{\infty}}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

通常主流速度  $u_{\infty}$  给定, 这样方程组形成了封闭。

## 9.2 外掠等壁温平板层流换热分析解

理论分析表明, 对流换热的解可以表示成特征数函数的形式, 称为**特征数关联式**。通过对流换热微分方程的无量纲化或相似分析可以获得对流换热的特征数。对于常物性、无内热源、不可压缩牛顿流体平行外掠平板的稳态对流换热, 动量微分方程中的  $\frac{du_{\infty}}{dx} = 0$ , 对流换热微分方程组可以进一步简化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} &= a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \end{aligned}$$

为了减少变量的个数使求解结果更具有代表性, 引入下列无量纲变量:

$$X = \frac{x}{l}, \quad Y = \frac{y}{l}, \quad U = \frac{u}{u_{\infty}}, \quad V = \frac{v}{u_{\infty}}, \quad \Theta = \frac{t - t_w}{t_{\infty} - t_w}$$

于是

$$h = \frac{\lambda}{t_w - t_{\infty}} \frac{t_w - t_{\infty}}{l} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = \frac{\lambda}{l} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0}$$

### 定义 9.4 (努塞尔数)

引入一个无量纲数, 称为努塞尔数 (Nusselt number), 定义为

$$\text{Nu} = \frac{hl}{\lambda} = \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0}$$

其中 Nu 以平板全长作为特征长度, 并含有平均表面传热系数  $h$ , 故称为平均努塞尔数。平均努塞尔数等于壁面处在壁面法线方向上的流体平均无量纲温度梯度, 其大小反映平均对流换热的强弱。



**笔记** 注意努塞尔数 Nu 与毕渥数 Bi 的区别: 二者表达式的形式相同, 但具有不同的物理意义。Bi 表征第三类边界条件下的固体导热热阻与边界处的对流换热热阻之比, 表达式中的表面传热系数  $h$  由第三类边界条件给定, 热导率  $\lambda$  是固体材料的热导率, 特征长度  $l$  是反映固体导热温度场几何特征的尺度; 而 Nu 表达式中的  $h$  是待定平均表面传热系数,  $\lambda$  是流体的热导率,  $l$  是反映对流换热固体边界几何特征的尺度, 比如外掠平板对流换热过程中沿流动方向平板的长度。

同时, 用上述无量纲变量还可以得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0 \\ U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \\ U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} &= \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \end{aligned}$$

其中雷诺数  $\text{Re} = \frac{u_{\infty} l}{\nu}$ , 普朗特数  $\text{Pr} = \frac{\nu}{a}$ 。可以看出, 流动边界层内无量纲速度分布可以表示为无量纲数的函数  $U = f(X, Y, \text{Re})$ ,  $V = f(X, Y, \text{Re})$ , 热边界层内的无量纲温度分布可以标识为无量纲数的函数  $\Theta = f(X, Y, \text{Re}, \text{Pr})$ 。因为整个平板的平均无量纲温度梯度只是 Re 和 Pr 的函数, 所以

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr})$$

上式称为特征数关联式。Nu 中含有待定的表面传热系数  $h$ , 称为**待特征数**; Re、Pr 完全由已知的单值性条件中的物理量组成, 称为**已特征数**。

对于常物性、无内热源、不可压缩牛顿流体平行外掠等壁温平板层流换热, H. Blasius 和 E. Pohlhausen 等人进行了分析求解, 由边界层能量微分方程求出了边界层的温度分布, 于是可以确定热边界层的厚度  $\delta_t$ 。对于  $Pr = 0.6 \sim 15$  的流体, 可以近似得到热边界层的厚度之比为

$$\frac{\delta_t}{\delta} = Pr^{-1/3}$$

其中  $\delta/x = 5.0Re_x^{-1/2}$ ,  $Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu}$ 。对于  $Pr \geq 0.6$  的流体, 有


$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda} = 0.332Re_x^{1/2}Pr^{1/3}$$

其中  $Nu_x$  称为以  $x$  为特征长度的局部努塞尔数。平板全长的平均表面传热系数  $h = \frac{1}{l} \int_0^l h_x dx$ , 而  $h_x$  与  $x^{-1/2}$  成正比, 则有

$$h = \frac{1}{l} \int_0^l C' x^{-1/2} dx = 2C' l^{-1/2} = 2h_l$$

这表明, 等壁温平板全长的平均表面传热系数  $h$  是平板末端 ( $x = l$ ) 局部表面传热系数  $h_l$  的 2 倍。由此可以得到平均努塞尔数为

$$Nu = \frac{hl}{\lambda} = \frac{2h_l l}{\lambda} = 2Nu_l \Rightarrow Nu = 0.664Re^{1/2}Pr^{1/3}$$

 **笔记** 需要指出, 上述关系式仅适用于 ( $Pr \geq 0.6$  的流体) 外掠等壁温平板层流换热, 定性温度为边界层的算数平均温度  $t_m = \frac{1}{2}(t_w + t_\infty)$ 。

对于  $Pr \geq 0.6$  的流体外掠常热流平板的层流换热, 分析结果为

$$Nu_x = 0.453Re_x^{1/2}Pr^{1/3}$$

可以看到, 当  $Re_x$ 、 $Pr$  相同时, 常热流情况下的局部努塞尔数要比等壁温情况大 36% 左右。在常热流情况下,  $q_x = h_x(t_w - t_f)_x = q = \text{const}$ , 壁面温度  $t_w$  是变化的, 温差  $(t_w - t_f)_x$  不等于常数。如果将平均壁面温差定义为

$$t_w - t_f = \frac{1}{l} \int_0^l (t_w - t_f)_x dx = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{q}{h_x} dx = \frac{q}{l\lambda} \int_0^l \frac{x}{Nu_x} dx$$

则平均努塞尔数为

$$Nu = \frac{hl}{\lambda} = \frac{ql}{\lambda(t_w - t_f)} = \frac{l^2}{\int_0^l \frac{x}{Nu_x} dx}$$

从而可以导出常热流情况下的平均努塞尔数为

$$Nu = 0.680Re^{1/2}Pr^{1/3}$$

可以看出, 当  $Re_x$ 、 $Pr$  相同时, 常热流情况下的平均努塞尔数仅比等壁温情况大 2.4% 左右。

## 9.3 对流换热的实验研究方法

### 定义 9.5 (物理现象相似)

任何一个物理现象 (或称为物理过程) 都由相关的物理量来描述。在物理现象发生、发展过程中, 相关的物理量通常都随时间和地点发生变化。换句话说, 每一个物理量都有一个随时间和地点变化的物理量场。如果同类物理现象之间所有同名物理量场都相似, 即同名的物理量在所有对应瞬间、对应地点的数值成比例, 则称为物理现象相似。



### 定义 9.6 (同类物理现象)

所谓同类物理现象, 是指那些具有相同性质、服从于同一自然规律的物理过程, 它们用形式相同、内容也相同的方程式来描写。



**定义 9.7 (相似时间)**

所谓对应瞬间,也称为相似时间,是指时间坐标对应成比例的瞬间。比如考虑两个都以正弦规律变化的温度场,周期分别为  $T'$ 、 $T''$ ,  $\tau'_1$  与  $\tau''_1$ 、 $\tau'_2$  与  $\tau''_2$ 、 $\tau'_3$  与  $\tau''_3$  等分别是对应瞬间的时间坐标,则

$$\frac{\tau'_1}{\tau''_1} = \frac{\tau'_2}{\tau''_2} = \frac{\tau'_3}{\tau''_3} = \cdots = \frac{T'}{T''} = C_\tau$$

其中  $C_\tau$  为时间坐标比例常数,或称为时间相似倍数。如果用各自的周期将时间坐标无量纲化,无量纲时间坐标分别为  $\frac{\tau'}{T'}$ 、 $\frac{\tau''}{T''}$ , 则对应瞬间的无量纲时间坐标分别相等。对于稳态过程,无时间相似的问题。

**定义 9.8 (相似地点)**

所谓对应地点,也称为相似地点,是指相似过程的空间坐标对应成比例的地点。比如考虑半径分别为  $R'$ 、 $R''$  的两根光滑圆管内的稳态等温层流速度场,  $1'$  与  $1''$ 、 $2'$  与  $2''$ 、 $3'$  与  $3''$  等分别为相似地点,径向坐标分别为  $r'_1$  与  $r''_1$ 、 $r'_2$  与  $r''_2$ 、 $r'_3$  与  $r''_3$  等,则

$$\frac{r'_1}{r''_1} = \frac{r'_2}{r''_2} = \frac{r'_3}{r''_3} = \cdots = \frac{R'}{R''} = \frac{d'}{d''} = \frac{l'}{l''} = C_l$$

其中  $C_l$  为空间坐标比例常数,或称为几何相似倍数。所以说,相似地点的空间坐标之比等于常数,都等于两个特征现象的特征长度之比。如果用各自的特征长度将径向坐标无量纲化,无量纲空间坐标分别为  $\frac{r'}{R'}$ 、 $\frac{r''}{R''}$ , 则相似地点的无量纲空间坐标分别相等。显而易见,只有几何条件相似才有相似地点。

相似物理现象的所有同名无量纲物理量场完全相同。因为和物理现象相关的物理量由描写该物理现象的方程式(或方程组)联系在一起,所以相似物理现象的各物理量的相似倍数之间不是相互独立的,它们之间的关系由描写该物理现象的方程式来确定,可以通过相似分析由相关方程式推导出来。

考虑常物性、不可压缩牛顿流体外掠等壁温平板的对流换热,假设对流换热现象 A 与对流换热现象 B 相似,根据物理现象相似的定义,它们必须是同类的对流换热现象,用形式和内容完全相同的方程来描写,并且所有的物理量场必须相似。对于现象 A 和现象 B 分别有

$$h'_{x'} = -\frac{\lambda'}{(t'_w - t'_\infty)_{x'}} \frac{\partial t'}{\partial y'} \Big|_{y'=0, x'}, \quad h''_{x''} = -\frac{\lambda''}{(t''_w - t''_\infty)_{x''}} \frac{\partial t''}{\partial y''} \Big|_{y''=0, x''}$$

由物理量场相似的定义,有

$$\frac{x'}{x''} = \frac{y'}{y''} = \frac{l'}{l''} = C_l, \quad \frac{h'_{x'}}{h''_{x''}} = \frac{h'}{h''} = C_h, \quad \frac{\lambda'}{\lambda''} = C_\lambda, \quad \frac{t'_w}{t''_w} = \frac{t'_\infty}{t''_\infty} = \frac{t'}{t''} = C_t$$

将它们代入有

$$\frac{C_h C_l}{C_\lambda} h''_{x''} = -\frac{\lambda''}{(t''_w - t''_\infty)_{x''}} \frac{\partial t''}{\partial y''} \Big|_{y''=0, x''}$$

由形式和内容完全相同可知必定有

$$\frac{C_h C_l}{C_\lambda} = 1$$

也即 3 个相似倍数之间不是相互独立的,存在着上式所表达的制约关系。由上式代入整理可以得到

$$\frac{h'_{x'} x'}{\lambda'} = \frac{h''_{x''} x''}{\lambda''}, \quad \frac{h' l'}{\lambda'} = \frac{h'' l''}{\lambda''} \Rightarrow \text{Nu}'_{x'} = \text{Nu}''_{x''}, \quad \text{Nu}' = \text{Nu}''$$

这表明, A、B 两个对流换热现象相似,努塞尔数相等。

这种由描述物理现象的方程式推导出相似特征数的方法叫做**相似分析**。因此,知道描述物理现象的方程式是进行相似分析的必要前提。采用同样的相似分析方法,可以由动量微分方程和能量微分方程导出

$$\text{Re}' = \text{Re}'', \quad \text{Pr}' = \text{Pr}''$$

这表明, A、B 两个对流换热现象相似,雷诺数和普朗特数相等。

综上所述, A、B 两个常物性、不可压缩牛顿流体外掠等壁温平板的对流换热现象相似,努塞尔数  $\text{Nu}$ 、雷诺数  $\text{Re}$ 、普朗特数  $\text{Pr}$  分别相等。这一结论反映了物理现象相似的重要性质:彼此相似的物理现象,同名的相似特征数相等。

根据相似原理, 所有相似物理现象的解都用同一个特征数关联式来描写。实验研究的主要目的就是确定这种特征数关联式的具体函数形式, 即待定特征数与已定特征数之间的函数关系。对于工程上常见的无相变单相流体的强迫对流换热问题, 通常根据经验将特征数关联式写成幂函数形式:

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}) = c\text{Re}^n \text{Pr}^m$$

其中  $c, n, m$  为待定常数, 由实验确定。

**例题 9.1** 如果用特征长度为原型 1/5 的模型来模拟原型中速度为 6 m/s、温度为 200 °C 的空气强迫对流换热, 模型中空气的温度为 20 °C。试问模型中空气的速度应为多少? 如果测得模型中对流换热的平均表面传热系数为 200 W/(m<sup>2</sup>·K), 求原型中的平均表面传热系数。

**解** 对于原型的 200 °C 空气, 其物性参数为  $\lambda = 3.93 \times 10^{-2}$  W/(m·K),  $\nu = 34.85 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s,  $\text{Pr} = 0.680$ 。而模型的 20 °C 空气, 其物性参数为  $\lambda' = 2.59 \times 10^{-2}$  W/(m·K),  $\nu' = 15.06 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s,  $\text{Pr}' = 0.703$ 。根据相似原理, 应当满足

$$\text{Re} = \frac{ul}{\nu} = \text{Re}' = \frac{u'l'}{\nu'} = \frac{u'l/5}{\nu'}$$

于是得到模型中的空气流动速度为

$$u' = \frac{ul}{\nu} \cdot \frac{\nu'}{l/5} = \frac{6 \text{ m/s}}{34.85 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} \times \frac{15.06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}{1/5} = 12.964 \text{ m/s}$$

根据相似原理, 还应当满足

$$\text{Nu} = \frac{hl}{\lambda} = \text{Nu}' = \frac{h'l'}{\lambda'} = \frac{h'l/5}{\lambda'}$$

于是得到原型的平均表面传热系数为

$$h = \frac{h'l/5}{\lambda'} \cdot \frac{\lambda}{l} = \frac{200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times \frac{1}{5}}{2.59 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})} \times 3.93 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}) = 60.695 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

## 9.4 单相流体强迫对流换热特征数关联式

### 9.4.1 管内强迫对流换热

如果流体和管壁之间有温差, 流体进入管内后就会发生对流换热, 热边界层就从管口处开始发展, 并沿流动方向逐渐加厚, 流体的温度沿  $x$  和  $r$  方向不断变化。当热边界层的边缘在圆管中心线汇合之后, 虽然流体的温度仍然沿  $x$  方向不断发生变化, 但无量纲温度  $\frac{t_w - t}{t_w - t_f}$  不再随  $x$  而变, 只是  $r$  的函数, 从这时起称管内的对流换热进入了热充分发展阶段, 此前称为热进口阶段。

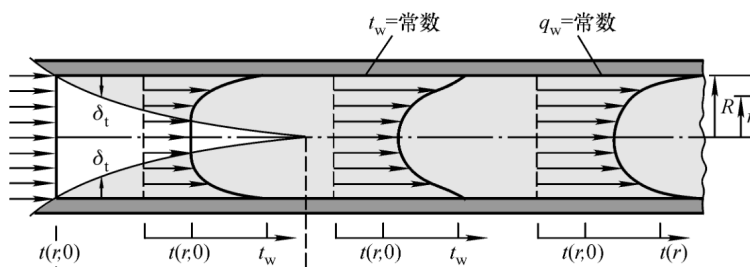


图 9.1: 热进口段与热充分发展段的温度分布特点

因为当管内的对流换热进入热充分发展阶段之后

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{t_w - t}{t_w - t_f} \right) = 0$$

其中  $t_w, t_f$  分别为管壁温度与流体截面平均温度。因此在壁面处

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{t_w - t}{t_w - t_f} \right)_{r=R} = \frac{-(\partial t / \partial r)_{r=R}}{t_w - t_f} = \text{const}$$



根据傅里叶定律表达式与牛顿冷却公式有

$$q = -\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R} = h_x (t_w - t_f), \quad \frac{-(\partial t / \partial r)_{r=R}}{t_w - t_f} = \frac{h_x}{\lambda}$$

于是就得到

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{t_w - t}{t_w - t_f} \right)_{r=R} = \frac{h_x}{\lambda} = \text{const}$$

对于常物性流体,  $\lambda = \text{const}$ , 由上式可以得到

$$h_x = \text{const}$$

这表明, 常物性流体管内对流换热进入热充分发展阶段后, 表面传热系数沿流动方向保持不变。这一结论对于管内层流和湍流、等壁温边界条件和常热流边界条件都适用。

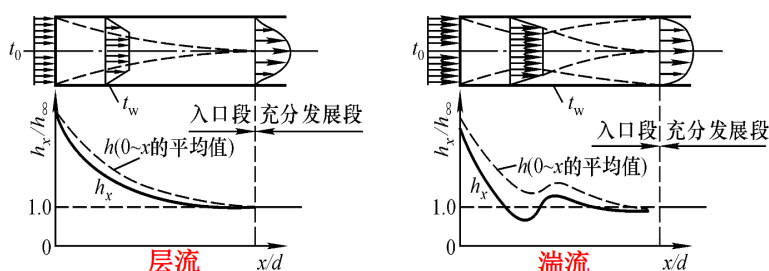


图 9.2: 管内强迫对流的局部表面传热系数的变化

进口处边界层很薄, 局部表面传热系数  $h_x$  很大, 对流换热较强。随着边界层的加厚,  $h_x$  将沿  $x$  方向逐渐减小, 对流换热逐渐减弱, 直到进入热充分发展阶段后保持不变。因此在计算管内对流换热时要考虑进口段的影响, 尤其是短管的对流换热。通常在特征数关联式的右端乘以一个修正系数  $c_l$  来考虑进口段的影响。对于工业上常见管子的管内湍流换热,  $c_l$  可以用下面的式子来计算:

$$c_l = 1 + \left( \frac{d}{l} \right)^{0.7}$$

研究表明, 对于管内层流, 流动进口段的长度可以用下式计算:

$$\frac{l}{d} \approx 0.05 \text{Re}$$

而热进口段的长度可以用下式计算:

$$\left( \frac{l}{d} \right)_t \approx 0.05 \text{RePr}$$

比较可以发现, 当  $\text{Pr} > 1$  时, 流动边界层的发展比热边界层快, 即流动进口段的长度比热进口段小; 当  $\text{Pr} < 1$  时, 热边界层的发展比流动边界层快, 即热进口段的长度比流动进口段小。

当运用牛顿冷却公式计算管内强迫对流换热时, 除了需要确定平均表面传热系数  $h$ , 还需要知道管壁与流体之间的平均温度  $\Delta t$ 。一般情况下, 管壁温度 (等壁温边界条件除外) 和流体温度都沿管轴向发生变化, 变化规律与边界条件有关。

对于**常热流边界条件**下常物性流体在等截面直管内的强迫对流换热, 流体的截面平均温度  $t_m$  和管壁温度  $t_w$  沿流动方向  $x$  的变化如图9.3所示。由于**单位管长的换热量相等**, 所以流体截面平均温度  $t_m$  沿流动方向  $x$  线性变化, 整个流体的平均温度为管子进、出口流体截面平均温度的算数平均值, 即<sup>2</sup>

$$t_f = \frac{1}{2} (t'_m + t''_m)$$

在常热流边界条件下, 当管内对流换热进入热充分发展阶段以后, 由于  $h_x$  沿流向保持不变, 所以由牛顿冷却公式  $q_x = h_x \Delta t_x$  可知, 温差  $\Delta t_x$  也沿流向不变, 这说明壁面温度变化曲线  $t_w(x)$  和流体截面平均温度变化曲线  $t_m(x)$  是两条平行曲线。<sup>3</sup>如果管子较长, 进口段的影响可以忽略, 则可以取充分发展段的温差作为整个管子的平均温

<sup>2</sup>流体的截面平均温度可以通过实验进行测量, 方法是在管道的待测截面处加装混合段, 使流体均匀混合后测得的温度即是该截面的流体平均温度。

<sup>3</sup>在管子进口处, 由于边界层最薄, 局部表面传热系数  $h_x$  最大, 所以温差  $\Delta t_x$  最小。随着  $h_x$  沿  $x$  方向逐渐减小,  $\Delta t_x$  逐渐增大, 直到进入



差, 即

$$\Delta t = \Delta t'' = t_w'' - t_m''$$

而如果管子较短, 进口段的影响不能忽略, 则管子的平均温差可以近似地取管子进口温差  $\Delta t'$  和出口温差  $\Delta t''$  的算数平均值, 即

$$\Delta t = \frac{1}{2}(\Delta t' + \Delta t'')$$

对于**等壁温边界**, 分析结果表明温差  $\Delta t_x$  沿  $x$  方向按指数函数规律变化, 由于  $t_w$  为常数, 所以流体截面平均温度  $t_m$  也按同样的指数函数规律变化, 如图9.3所示。此时, 整个管子的平均温差可以按对数平均温差计算, 即<sup>4</sup>

$$\Delta t = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln(\Delta t' / \Delta t'')}$$

在等壁温的边界条件下, 流体的平均温度可以用下式计算:

$$t_f = t_w \pm \Delta t$$

其中加号用于  $t_w < t_f$ , 减号用于  $t_w > t_f$ 。

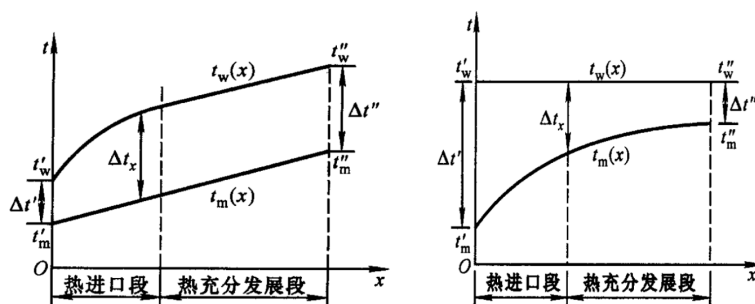


图 9.3: 管内强迫对流换热不同边界条件下截面平均温度的变化

几乎流体的所有物性参数都是温度的函数。当流体在管内强迫对流换热时, 由于流体温度场的不均匀, 会引起**物性场的不均匀**, 对管内对流换热产生影响。与流体的其他物性相比, 粘度随温度的变化最大。粘度场的不均匀直接影响到流体的速度分布, 因此对对流换热的影响最为显著。对于流体在管内充分发展的等温层流流动, 速度分布为抛物线。由于气体的粘度随温度的升高而加大, 液体的粘度随温度的升高而减小, 所以当气体被加热或液体被冷却时, 越靠近壁面粘度越大, 越不容易流动, 在质量流量不变的情况下, 与等温流动相比, 靠近壁面处的流速会降低, 管中心处的流速会升高。

前人对常物性流体在光滑管道内充分发展的**层流换热**进行了大量的理论分析工作, 得到了几种截面形状的管道在不同边界情况下的分析结果, 使我们可以查表进行分析。由表中数据可知, 常物性流体管内充分发展的层流换热具有以下特点:

- Nu 的数值为常数, 大小与 Re 无关;
- 对于同一种截面的管道, 常热流边界条件下的 Nu 比等壁温边界条件高 20% 左右。

在这里, 雷诺数  $Re = \frac{u_m d_e}{\nu}$  中的速度  $u_m$  为管内流体平均流速。对于非圆形截面管道, 采用**当量直径**  $d_e$  作为特征长度, 并用下式进行计算:

$$d_e = \frac{4A_e}{P}$$

其中  $A_e$  为管道流通截面面积,  $P$  为管道流通截面的润湿周边的长度。

**例题 9.2** 水在换热器管内被加热, 管内径为 14 mm, 管长为 2.5 m, 管壁温度保持为 110 °C, 水的进口温度为 50 °C, 流速为 1.3 m/s, 试求水通过换热器后的温度。

热充分发展段后保持不变。

<sup>4</sup>如果进口温差与出口温差相差不大, 即  $0.5 < \Delta t' / \Delta t'' < 2$  时, 则  $\Delta t$  可以近似地取管子进口温差与出口温差的算数平均值, 计算结果与对数平均温差的偏差小于 4%。

**解** 假设水的出口温度为  $t_f'' = 95^\circ\text{C}$ ，则  $\Delta t' = t_w - t_f' = 60^\circ\text{C}$ ， $\Delta t'' = t_w - t_f'' = 15^\circ\text{C}$ ，则对于恒温壁面管道，有

$$\Delta t = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \frac{\Delta t'}{\Delta t''}} = \frac{60 - 15}{\ln \frac{60}{15}} = 32.46^\circ\text{C}$$

于是流体的平均温度为  $t_f = 77.54^\circ\text{C}$ ，查表得到此时  $\nu = 0.365 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 2.21$ ， $\lambda = 0.674 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $\eta_f = 355.1 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ， $\eta_w = 259.0 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ， $\rho = 971.8 \text{ kg}/\text{m}^3$ ， $c_p = 4195 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。管内流动的雷诺数为

$$\text{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{1.3 \times 14 \times 10^{-3}}{0.365 \times 10^{-6}} = 49863.014$$

因此管内为湍流换热，则

$$\begin{aligned} \text{Nu} &= 0.027 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{1/3} \left( \frac{\eta_f}{\eta_w} \right)^{0.14} \\ &= 0.027 \times 49863.014^{0.8} \times 2.21^{1/3} \times \left( \frac{355.1 \times 10^{-6}}{259.0 \times 10^{-6}} \right)^{0.14} \\ &= 210.65 \end{aligned}$$

从而得到

$$h = \frac{\lambda}{d} \text{Nu} = \frac{0.674}{14 \times 10^{-3}} \times 210.65 = 10141.52 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

此时

$$\Phi_1 = Ah\Delta t = \pi dL \cdot h\Delta t = \pi \times 14 \times 10^{-3} \times 2.5 \times 10141.52 \times 32.46 = 36197.45 \text{ W}$$

$$\Phi_2 = \rho \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2 u \cdot c_p (t_f'' - t_f') = 971.8 \times \pi \times \left( \frac{14 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 \times 1.3 \times 4195 \times (95 - 50) = 36712.22 \text{ W}$$

可以看到  $\Phi_1 \approx \Phi_2$ ，假设成立，因此水的出口温度为  $t_f'' = 95^\circ\text{C}$ 。

**例题 9.3** 空气以  $1.3 \text{ m/s}$  速度在内径为  $22 \text{ mm}$ 、长为  $2.25 \text{ m}$  的管内流动，空气的平均温度为  $38.5^\circ\text{C}$ ，管壁温度为  $58^\circ\text{C}$ ，试求管内对流换热的表面传热系数。

**解** 根据  $t_f = 38.5^\circ\text{C}$ ，查表得到  $\nu = 16.96 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\lambda = 2.76 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $\text{Pr} = 0.699$ 。流动的雷诺数为

$$\text{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{1.3 \times 22 \times 10^{-3}}{16.96 \times 10^{-6}} = 1686.32$$

因此管内为层流换热，此时  $\text{Nu} = 3.66$ ，于是表面传热系数为

$$h = \frac{\lambda}{d} \text{Nu} = \frac{2.76 \times 10^{-2}}{22 \times 10^{-3}} \times 3.66 = 4.592 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

**例题 9.4** 用内径为  $0.016 \text{ m}$ 、长为  $2.5 \text{ m}$  的不锈钢管进行管内对流换热实验，实验时直接对不锈钢管通以直流电加热，电压为  $5 \text{ V}$ ，电流为  $900 \text{ A}$ ，水的进口温度为  $20^\circ\text{C}$ ，流速为  $0.5 \text{ m/s}$ ，管外用保温材料保温，忽略热损失。试求管内对流换热的表面传热系数及换热温差。

**解** 管壁输入的热流量为  $\Phi = 5 \times 900 = 4500 \text{ W}$ ，那么根据

$$\Phi = \rho \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2 u \cdot c_p (t_f'' - t_f')$$

可以解得

$$t_f'' = \frac{\Phi}{\rho \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2 u c_p} + t_f' = \frac{4500 \text{ W}}{998.2 \text{ kg}/\text{m}^3 \times \pi \left( \frac{0.016 \text{ m}}{2} \right)^2 \times 0.5 \text{ m/s} \times 4183 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})} + 20^\circ\text{C} = 30.72^\circ\text{C}$$

对于壁面恒热流的管道，流体的平均温度为

$$t_f = 0.5(t_f' + t_f'') = 25.36^\circ\text{C}$$

查表得到  $\nu = 0.9055 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 6.22$ ， $\lambda = 0.6085 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。流动的雷诺数为

$$\text{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{0.5 \times 0.016}{0.9055 \times 10^{-6}} = 8834.9$$

因此管内为湍流换热，则

$$\text{Nu} = 0.023\text{Re}^{0.8}\text{Pr}^{0.4} = 0.023 \times 8834.9^{0.8} \times 6.22^{0.4} = 68.58$$

进而得到表面传热系数为

$$h = \frac{\lambda}{d}\text{Nu} = \frac{0.6085}{0.016} \times 68.58 = 2608 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

**例题 9.5** 一套管式换热器，内管外径  $d_1 = 12 \text{ mm}$ ，外管内径  $d_2 = 16 \text{ mm}$ ，管长为  $400 \text{ mm}$ ，在内外管之间的环形通道内水的流速  $u = 2.4 \text{ m/s}$ 、平均温度  $t_f = 73^\circ\text{C}$ ，内管壁温  $t_w = 96^\circ\text{C}$ ，试求内管外表面处对流换热的表面传热系数。

**解** 换热器的特征长度为

$$d_e = \frac{4A_c}{P} = \frac{4(\frac{\pi d_2^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4})}{\pi d_1 + \pi d_2} = \frac{\pi(16 \times 10^{-3})^2 - \pi(12 \times 10^{-3})^2}{\pi(12 + 16) \times 10^{-3}} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

根据  $t_f = 73^\circ\text{C}$  查表得到  $\nu = 0.415 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 2.55$ ， $\lambda = 66.8 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。流动的雷诺数为

$$\text{Re} = \frac{ud_e}{\nu} = \frac{2.4 \times 4 \times 10^{-3}}{0.415 \times 10^{-6}} = 23132.53$$

因此管内为湍流换热，且壁面温度与流体平均温度相差不大，有

$$\text{Nu} = 0.023\text{Re}^{0.8}\text{Pr}^{0.4} = 0.023 \times 23132.53^{0.8} \times 2.55^{0.4} = 103.687$$

于是表面传热系数为

$$h = \frac{\lambda}{d_e}\text{Nu} = \frac{0.668}{4 \times 10^{-3}} \times 103.687 = 17315.729 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

**例题 9.6** 一常物性流体同时在温度与之不同的两根直管内流动，且两管内直径间的关系为  $d_1 = 2d_2$ ，如果流动与换热均已处于湍流充分发展区域，试确定下列两种情况下两管内平均对流换热系数的比值：(1) 两管内流体的平均流速相等；(2) 两管内流体的质量流量相等。

**解** 对于管内强迫对流的湍流换热，有

$$\text{Nu} = C_1\text{Re}^{0.8}\text{Pr}^n$$

于是

$$h = C_1 \frac{\lambda}{d} \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^n = C_1 \frac{\lambda}{d} \left( \frac{ud}{\nu} \right)^{0.8} \text{Pr}^n$$

对于常物性流体， $\lambda, \text{Pr}$  均为常数，所以：

(1) 当  $u_1 = u_2$  时，就有

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{u_1^{0.8} d_2^{0.2}}{d_1^{0.2} u_2^{0.8}} = \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{0.2} = 0.5^{0.2} = 0.87$$

(2) 当  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$  时，根据

$$u_1 = \frac{\dot{m}}{\frac{\pi}{4} d_1^2 \rho}, \quad u_2 = \frac{\dot{m}}{\frac{\pi}{4} d_2^2 \rho}$$

可以得到

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{1}{d_1^2} \bigg/ \frac{1}{d_2^2} = \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 = 0.25$$

进而有

$$\frac{h_1}{h_2} = \left( \frac{u_1}{u_2} \right)^{0.8} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{0.2} = \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{1.6} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{0.2} = \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{1.8} = 0.287$$

### 9.4.2 外掠壁面强迫对流换热

对于  $x = 0$  处流动边界层、热边界层同时开始发展,  $Re_x \leq 5 \times 10^5$ ,  $0.5 \leq Pr \leq 1000$  条件下的层流换热, 如果是掠过等壁温平板:

$$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3}$$

如果是掠过常热流平板:

$$Nu_x = 0.453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$Nu = 0.680 Re^{1/2} Pr^{1/3}$$

对于  $5 \times 10^5 < Re_x < 10^7$ ,  $0.6 < Pr < 60$  的湍流换热情况, 如果是掠过等壁温平板:

$$Nu_x = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$$

$$Nu = (0.037 Re^{0.8} - 871) Pr^{1/3}$$

而如果是掠过常热流平板:

$$Nu_x = 0.0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$$

**注** 对于流体外掠平板强迫对流换热, 牛顿冷却公式  $q = h(t_w - t_\infty)$  中,  $t_\infty$  为边界层之外的流体温度, 而关联式的定性温度为  $t_m = \frac{1}{2}(t_w + t_\infty)$ 。

工业上许多换热设备都是由多根管子组成的管束构成, 一种流体在管内流过, 另一种流体在管外横向掠过管束。当流体外掠管束时, 除了  $Re$ 、 $Pr$  之外, 管束的排列方式、管间距以及管排数对流体和管外壁面之间的对流换热都会产生影响。管束的排列方式通常有顺排和叉排两种。这两种排列方式各有优缺点: 叉排管束对流体扰动比顺排剧烈, 因此对流换热更强; 但顺排管束的流动阻力比叉排小, 管外表面的污垢比较容易清洗。由于管束中后排管的对流换热受到前面管尾流的影响, 所以后排管的平均表面传热系数要大于前排, 这种影响一般要延伸到 10 排以上。

**例题 9.7** 试求水平平行流过长度为 0.4 m 的平板时沿程  $x = 0.1$  m、0.2 m、0.3 m、0.4 m 处的局部表面传热系数。已知水的来流温度  $t_\infty = 20^\circ\text{C}$ , 速度  $u_\infty = 1$  m/s, 平板的壁面温度  $t_w = 60^\circ\text{C}$ 。

**解** 边界层的平均温度  $t_m = \frac{1}{2}(t_\infty + t_w) = 40^\circ\text{C}$ , 水的物性参数为  $\nu = 0.659 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s,  $\lambda = 0.635$  W/(m·K),  $Pr = 4.31$ 。则

$$Re_{x_1} = \frac{u_\infty x_1}{\nu} = \frac{1 \text{ m/s} \times 0.1 \text{ m}}{0.659 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 151745.0683$$

$$Re_{x_2} = \frac{u_\infty x_2}{\nu} = \frac{1 \text{ m/s} \times 0.2 \text{ m}}{0.659 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 303490.1366$$

$$Re_{x_3} = \frac{u_\infty x_3}{\nu} = \frac{1 \text{ m/s} \times 0.3 \text{ m}}{0.659 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 455235.2049$$

$$Re_{x_4} = \frac{u_\infty x_4}{\nu} = \frac{1 \text{ m/s} \times 0.4 \text{ m}}{0.659 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 606980.2731$$

可以判断  $x_1, x_2, x_3$  处是层流换热, 而  $x_4$  处为湍流换热, 于是局部努塞尔数为

$$Nu_{x_1} = 0.332 Re_{x_1}^{1/2} Pr^{1/3} = 0.332 \times \sqrt{151745.0683} \times 4.31^{1/3} = 210.469$$

$$Nu_{x_2} = 0.332 Re_{x_2}^{1/2} Pr^{1/3} = 0.332 \times \sqrt{303490.1366} \times 4.31^{1/3} = 297.648$$

$$Nu_{x_3} = 0.332 Re_{x_3}^{1/2} Pr^{1/3} = 0.332 \times \sqrt{455235.2049} \times 4.31^{1/3} = 364.543$$

$$Nu_{x_4} = 0.0296 Re_{x_4}^{4/5} Pr^{1/3} = 0.0296 \times 606980.2731^{4/5} \times 4.31^{1/3} = 2038.561$$

从而得到局部表面传热系数为

$$\begin{aligned}h_{x_1} &= \frac{\lambda}{x_1} \text{Nu}_{x_1} = \frac{0.635 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{0.1 \text{ m}} \times 210.469 = 1336.478 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \\h_{x_2} &= \frac{\lambda}{x_2} \text{Nu}_{x_2} = \frac{0.635 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{0.2 \text{ m}} \times 297.648 = 945.0324 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \\h_{x_3} &= \frac{\lambda}{x_3} \text{Nu}_{x_2} = \frac{0.635 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{0.3 \text{ m}} \times 364.543 = 771.616 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \\h_{x_4} &= \frac{\lambda}{x_4} \text{Nu}_{x_2} = \frac{0.635 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{0.4 \text{ m}} \times 2038.561 = 3236.216 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})\end{aligned}$$

**例题 9.8** 如果将上题中的水改为空气，其他参数保持不变，试计算整个平板的平均表面传热系数以及单位宽度平板的换热量，并对比这两种情况的计算结果。

**解** 边界层的平均温度  $t_m = \frac{1}{2}(t_\infty + t_w) = 40^\circ\text{C}$ ，空气的物性参数为  $\nu = 16.96 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\lambda = 2.76 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $\text{Pr} = 0.699$ 。则雷诺数为

$$\text{Re} = \frac{u_\infty l}{\nu} = \frac{1 \text{ m/s} \times 0.4 \text{ m}}{16.96 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 23584.906$$

则平均努塞尔数为

$$\text{Nu} = 0.664 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3} = 0.664 \times \sqrt{23584.906} \times 0.699^{1/3} = 90.499$$

于是平均表面传热系数为

$$h = \frac{\lambda}{l} \text{Nu} = \frac{2.76 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{0.4 \text{ m}} \times 90.499 = 6.2444 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

进而得到单位宽度平板的换热量为

$$\begin{aligned}\Phi &= Ah(t_w - t_\infty) \\&= (1 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}) \times 6.2444 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times (60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) \\&= 99.9104 \text{ W}\end{aligned}$$

与水平平行流过平板的情况相比，显然空气的换热效果要比水差得多。

**例题 9.9** 有一外径为 25 mm、长为 200 mm 的水平圆管横置在风洞之中进行空气横掠的对流换热实验，管内用电加热器加热。已测得圆管外壁面的平均温度为  $100^\circ\text{C}$ ，来流空气温度为  $20^\circ\text{C}$ 、流速为  $5 \text{ m/s}$ ，试计算圆管外壁面对流换热的表面传热系数和电加热器的功率。

**解** 根据  $t_f = 20^\circ\text{C}$  查表得到  $\nu = 15.06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 0.703$ ， $\lambda = 2.59 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。流动的雷诺数为

$$\text{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{5 \times 25 \times 10^{-3}}{15.06 \times 10^{-6}} = 8300.133$$

根据  $t_w = 100^\circ\text{C}$  查表得到  $\text{Pr}_w = 0.688$ ，于是由 Zhukauskas 公式得到

$$\text{Nu} = 0.26 \text{Re}^{0.6} \text{Pr}^{0.37} (\text{Pr}/\text{Pr}_w)^{1/4} = 0.26 \times 8300.133^{0.6} \times 0.703^{0.37} \times (0.703/0.688)^{1/4} = 51.539$$

进而得到表面传热系数为

$$h = \frac{\lambda}{d} \text{Nu} = \frac{2.59 \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-3}} \times 51.539 = 53.394 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

电加热器的功率为

$$\Phi = Ah(t_w - t_f) = \pi dL \cdot h(t_w - t_f) = \pi \times (25 \times 10^{-3}) \times (200 \times 10^{-3}) \times 53.394 \times (100 - 20) = 69.097 \text{ W}$$

## 9.5 自然对流换热

这里只讨论最常见的在重力场中的自然对流换热，其产生原因是由于固体壁面与流体间存在温差，使流体内部温度场不均匀，导致密度场不均匀，于是在重力场作用下产生浮升力而促使流体发生流动，引起热量交换。

在大多数情况下，只要固体表面和所接触的流体之间存在温差，就会发生自然对流。<sup>5</sup>

下面以大空间内沿竖直壁面的自然对流换热为例进行说明。一个具有均匀温度  $t_w$  的竖直壁面位于一大空间内，远离壁面处的流体处于静止状态，没有强迫对流。假设流体的温度  $t_\infty$  低于壁面温度，即  $t_w > t_\infty$ ，于是壁面与流体之间发生自然对流换热，并在紧贴壁面处形成自下而上的自然对流边界层。与流体外掠平板的强迫对流换热类似，自然对流边界层也有层流和湍流之分，从壁面的下边开始向上，由层流边界层逐渐过渡到湍流边界层。

如果选取竖直方向为  $x$  方向，则对于常物性、无内热源、不可压缩牛顿流体沿竖直壁面的二维稳态对流换热，有

$$\begin{aligned} h_x &= -\frac{\lambda}{(t_w - t_\infty)_x} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0, x} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= F_x - \frac{dp}{dx} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} &= a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \end{aligned}$$

在重力场中，体积力项可以表示为

$$F_x = -\rho g$$

因为在利用边界层理论对微分方程组进行数量级分析时忽略了  $y$  方向的动量微分方程， $y$  方向的压力变化  $\frac{\partial p}{\partial y}$  也随之忽略，所以边界层内  $x$  方向的压力梯度  $\frac{dp}{dx}$  就等于边界层外主流区的压力梯度。根据伯努利方程

$$p + \rho_\infty g x + \frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 = \text{const}$$

考虑沿平板的流动， $\frac{du_\infty}{dx} = 0$ ，所以由上式可以得到

$$\frac{dp}{dx} = -\rho_\infty g$$

可以看到， $x$  方向的压力梯度就等于流体的静压力梯度。于是，重力项与压力梯度项之和为

$$F_x - \frac{dp}{dx} = -\rho g + \rho_\infty g = (\rho_\infty - \rho)g$$

这也就是重力场中由于密度差而产生的浮升力项。

对于不可压缩牛顿流体，密度只是温度的函数，密度差  $(\rho_\infty - \rho)$  主要由温度差  $(t_\infty - t)$  引起。按照 J. Boussinesq 假设，微分方程中除了浮升力项中的密度随温度线性变化外，其他各项中的密度及别的物性都可以近似按常物性处理。再根据体膨胀系数  $\alpha$  的定义，有<sup>6</sup>

$$\alpha = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\rho_\infty - \rho}{t_\infty - t} \Rightarrow \rho_\infty - \rho \approx \alpha \rho (t - t_\infty) = \alpha \rho \theta$$

于是

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \rho g \alpha \theta + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

上式即为体积力项和压力梯度项不能忽略情况下的二维稳态对流换热动量微分方程式，式中左边为惯性力项，右边分别为浮升力项和粘性力项。

引入下列无量纲变量：

$$X = \frac{x}{l}; \quad Y = \frac{y}{l}; \quad U = \frac{u}{u_0}; \quad V = \frac{v}{u_0}; \quad \Theta = \frac{t - t_\infty}{t_w - t_\infty}$$

其中  $u_0$  为任意选择的一个参考速度。<sup>7</sup>

<sup>5</sup> 但是有温差也并非一定会引起自然对流，因为被固体加热的空气会由于重力上升，但是如果固体本身就位于上方阻止了该上升流动，就不会产生自然对流（边缘附近除外），只会通过导热传递热量。

<sup>6</sup> 对于气体，如果采用理想气体状态方程，则有  $\alpha = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)_p = \frac{p}{RT} \left( \frac{\partial (RT/p)}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{T}$ 。

<sup>7</sup> 对于有强迫对流存在的情况，可以取为远离壁面的主流速度  $u_\infty$ ；对于没有强迫对流存在的情况，可以取为自然对流边界层内的某一速度。



**定义 9.9 (格拉晓夫数)**

将上述无量纲数代入动量微分方程，则

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{g\alpha(t_w - t_\infty)l}{u_0^2} \Theta + \frac{\nu}{u_0 l} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$

其中

$$\frac{g\alpha(t_w - t_\infty)l}{u_0^2} = \frac{\frac{g\alpha\Delta t l^3}{\nu^2}}{\left(\frac{u_0 l}{\nu}\right)^2} = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2}$$

这里引入的一个无量纲数

$$\text{Gr} = \frac{g\alpha\Delta t l^3}{\nu^2} = \frac{g\alpha(t_w - t_\infty)l^3}{\nu^2}$$

称为格拉晓夫数 (Grashof number)，表征浮升力与粘性力的相对大小，反映自然对流的强弱。Gr 越大，浮升力的相对作用越大，自然对流越强。



如果  $\text{Gr}/\text{Re}^2 \approx 1$ ，即浮升力与惯性力数量级相同，则为**混合对流换热**，特征数关联式为  $\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Gr}, \text{Pr})$ ；如果  $\text{Gr}/\text{Re}^2 \ll 1$ ，即浮升力与惯性力相比很小，则为**纯强迫对流换热**，特征数关联式为  $\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr})$ ；如果  $\text{Gr}/\text{Re}^2 \gg 1$ ，即惯性力与浮升力相比很小，则为**纯自然对流换热**，特征数关联式为  $\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr})$ 。

理论分析和实验研究表明，大空间内竖直壁面的自然对流换热具有以下特点：

- 浮升力是自然对流的动力，反映浮升力与粘性力相对大小的格拉晓夫数 Gr 对自然对流换热起决定作用。
- 自然对流最大速度在边界层内部，其数值随 Pr 增大而减小，位置向壁面移动。
- 对于除了液态金属以外的所有流体， $\delta > \delta_t$ 。随着 Pr 增大，流动边界层厚度变化不大，但是热边界层厚度迅速减小，壁面处温度梯度增大，换热增强。
- $\text{Ra} = \text{GrPr}$  的大小决定着自然对流的流态。
- 随着流动边界层加厚， $h_x$  逐渐减小，当边界层从层流向湍流过渡时又增大。实验研究表明，在旺盛湍流阶段， $h_x$  基本上不随壁面高度变化。

对于等壁温边界条件的自然对流换热，其特征数关联式满足下面的幂函数形式：

$$\text{Nu} = C(\text{GrPr})^n$$

该式的定性温度为边界层的算数平均温度  $t_m = \frac{1}{2}(t_w + t_\infty)$ ，其中的常数 C 和 n 可以查表获取。

对于竖直圆柱，当满足

$$\frac{d}{H} \geq \frac{35}{\text{Gr}^{1/4}}$$

时，可以按照竖直壁面处理；否则，直径 d 将影响边界层的厚度，进而影响换热强度。此时，无论对层流还是湍流，常数 C 的值都取为 0.686，而 n 的值则与竖直壁面的情况相同。

而对于**常热流**边界条件下的自然对流换热，一般壁面热流密度 q 是给定的，但是壁面温度未知，且沿壁面分布不均匀，计算的目的是确定局部壁面温度  $t_{w,x}$ 。对于竖直壁面，通常引入一个修正的局部格拉晓夫数  $\text{Gr}_x^*$ ，定义为

$$\text{Gr}_x^* = \text{Gr}_x \text{Nu}_x = \frac{g\alpha\Delta t x^3}{\nu^2} \frac{h_{x,x}}{\lambda} = \frac{g\alpha q_w x^4}{\nu^2 \lambda}$$

然后采用下面的关联式计算常热流边界条件下竖直壁面自然对流换热的局部表面传热系数：

$$\text{Nu}_x = \begin{cases} 0.60(\text{Gr}_x^* \text{Pr})^{1/5}, & \text{if } 10^5 < \text{Gr}_x^* \text{Pr} < 10^{11}, \text{ 层流} \\ 0.17(\text{Gr}_x^* \text{Pr})^{1/4}, & \text{if } 2 \times 10^{13} < \text{Gr}_x^* \text{Pr} < 10^{16}, \text{ 湍流} \end{cases}$$

上式中的定性温度为局部边界层平均温度  $t_{m,x} = \frac{1}{2}(t_{w,x} + t_\infty)$ ，但是由于  $t_{w,x}$  不能确定，定性温度  $t_{m,x}$  也就不能确定，对于这种情况，可以采用试算法假设  $t_{w,x}$  值进行迭代计算直到获得满意的计算结果。

**例题 9.10** 室内有一外径为 76 mm 的水平暖气管道，壁面温度为 80 °C，室内空气温度为 20 °C，试求暖气管外壁面处自然对流换热的表面传热系数及单位管长的散热量。

**解** 该自然对流的特征温度为

$$t_m = \frac{1}{2}(t_w + t_\infty) = \frac{1}{2} \times (80 + 20) = 50 \text{ }^\circ\text{C}$$

由此查表得到  $\nu = 17.95 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\lambda = 2.83 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $\text{Pr} = 0.698$ ,  $\alpha = \frac{1}{T_m} = \frac{1}{(273+50) \text{ K}} = 3.096 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ 。则

$$\begin{aligned}\text{GrPr} &= \frac{g\alpha\Delta t d^3}{\nu^2} \text{Pr} \\ &= \frac{9.8 \text{ m/s}^2 \times 3.096 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \times (80 - 20) \text{ K} \times (76 \text{ mm})^3}{(17.95 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})^2} \times 0.698 \\ &= 1.73 \times 10^6\end{aligned}$$

于是

$$\text{Nu} = 0.48(\text{GrPr})^{1/4} = 0.48 \times (1.73 \times 10^6)^{1/4} = 17.41$$

进而得到表面传热系数为

$$h = \frac{\lambda}{d} \text{Nu} = \frac{2.83 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{76 \text{ mm}} \times 17.41 = 6.483 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

单位管长的散热量为

$$\Phi_l = \pi d h (t_w - t_\infty) = \pi \times 76 \text{ mm} \times 6.483 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times (80 - 20) \text{ K} = 92.873 \text{ W/m}$$

**例题 9.11** 室内火炉上烟囱的外径为 15 cm，竖直段高度为 1.6 m，壁面平均温度为 150 °C，水平段长度为 5 m，壁面平均温度为 100 °C。室内空气温度为 18 °C。试求每小时烟囱与室内空气间的对流换热量。

**解** 对于该自然对流，竖直段和水平段的特征温度分别为

$$\begin{aligned}t_{m1} &= \frac{1}{2}(t_{w1} + t_\infty) = \frac{1}{2} \times (150 \text{ }^\circ\text{C} + 18 \text{ }^\circ\text{C}) = 84 \text{ }^\circ\text{C} \\ t_{m2} &= \frac{1}{2}(t_{w2} + t_\infty) = \frac{1}{2} \times (100 \text{ }^\circ\text{C} + 18 \text{ }^\circ\text{C}) = 59 \text{ }^\circ\text{C}\end{aligned}$$

由两个特征温度分别查表得到物性参数为

$$\begin{aligned}\nu_1 &= 21.595 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \nu_2 = 18.97 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \\ \lambda_1 &= 3.09 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \quad \lambda_2 = 2.90 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}) \\ \text{Pr}_1 &= 0.691, \quad \text{Pr}_2 = 0.696 \\ \alpha_1 &= \frac{1}{(273 + 84) \text{ K}} = 2.801 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{(273 + 59) \text{ K}} = 3.012 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}\end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned}\text{Ra}_1 &= \frac{g\alpha_1(t_{w1} - t_\infty)d^3}{\nu_1^2} \text{Pr}_1 = \frac{9.8 \text{ m/s}^2 \times 2.801 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \times (150 - 18) \text{ K} \times (15 \text{ cm})^3}{(21.595 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})^2} \times 0.691 = 1.812 \times 10^7 \\ \text{Ra}_2 &= \frac{g\alpha_2(t_{w2} - t_\infty)d^3}{\nu_2^2} \text{Pr}_2 = \frac{9.8 \text{ m/s}^2 \times 3.012 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \times (100 - 18) \text{ K} \times (15 \text{ cm})^3}{(18.97 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})^2} \times 0.696 = 1.58 \times 10^7\end{aligned}$$

对于竖直段，由于  $\frac{d}{H} < \frac{35}{\text{Gr}_1^{1/4}}$ ，因此有

$$\text{Nu}_1 = 0.686 \text{Ra}_1^{1/4} = 0.686 \times (1.812 \times 10^7)^{1/4} = 44.757$$

对于水平段，有

$$\text{Nu}_2 = 0.48 \text{Ra}_2^{1/4} = 0.48 \times (1.58 \times 10^7)^{1/4} = 30.263$$

进而得到竖直段和水平段的表面传热系数分别为

$$\begin{aligned}h_1 &= \frac{\lambda_1}{d} \text{Nu}_1 = \frac{3.09 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{15 \text{ cm}} \times 44.757 = 9.22 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \\ h_2 &= \frac{\lambda_2}{d} \text{Nu}_2 = \frac{2.90 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{15 \text{ cm}} \times 30.263 = 5.85 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})\end{aligned}$$

于是竖直段和水平段的换热量分别为

$$\Phi_1 = \pi d H h_1 (t_{w1} - t_\infty) = \pi \times 15 \text{ cm} \times 1.6 \text{ m} \times 9.22 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times (150 - 18) \text{ K} = 917.627 \text{ W}$$

$$\Phi_2 = \pi d L h_2 (t_{w2} - t_\infty) = \pi \times 15 \text{ cm} \times 5 \text{ m} \times 5.85 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times (100 - 18) \text{ K} = 1130.266 \text{ W}$$

进而得到每小时烟囱与室内空气内的对流换热量为  $(917.627 + 1130.266) \times 3600 = 7372414.8 \text{ J}$ 。

## 9.6 凝结与沸腾换热

蒸气被冷却凝结成液体的换热过程称为**凝结换热**；液体被加热沸腾变成蒸气的换热过程称为**沸腾换热**。这两种换热同属于有相变的对流换热。在这两种相变换热过程中，流体都是在饱和温度下放出或者吸收汽化潜热，所以换热过程的性质以及换热强度都与单相流体的对流换热有明显的区别。

### 9.6.1 凝结换热

当蒸气与低于其饱和温度的壁面接触时就会发生凝结换热。有两种凝结现象：

#### 定义 9.10 (膜状凝结)

如果凝结液能很好地润湿壁面，凝结液与壁面之间的附着力大于凝结液的表面张力，凝结液就会在壁面形成一层液膜，这种凝结现象称为膜状凝结。此时，在壁面形成的凝结液阻碍蒸气与壁面直接接触，蒸气只能在液膜表面凝结，所放出的汽化潜热必须通过液膜才能传到壁面，液膜成为膜状凝结换热的主要阻力。

#### 定义 9.11 (珠状凝结)

如果凝结液不能很好地润湿壁面，凝结液的表面张力大于它与壁面之间的附着力，则凝结液就会在壁面形成大大小小的液珠，这种凝结现象称为珠状凝结。此时，大部分的蒸气可以与壁面直接接触凝结，所放出的汽化潜热直接传给壁面，因此珠状凝结换热与相同条件下的膜状凝结换热相比，表面传热系数要大几倍甚至一个数量级，但形成珠状凝结的条件难以长久维持。

Nusselt 根据层流膜状凝结换热的特点，做了以下合理假定：

1. 蒸气为纯饱和蒸气，温度均匀，忽略蒸气的过热度。
2. 蒸气是静止的，对液膜表面无粘性力作用， $\left. \frac{du}{dy} \right|_\delta = 0$ 。
3. 凝结液的物性参数为常数。
4. 忽略液膜内的热对流，液膜内部的热量传递只靠导热。在常物性条件下，液膜内的温度分布为线性，液膜表面温度等于饱和温度，即  $t_\delta = t_s$ 。
5. 忽略液膜的过冷度，凝结液的焓近似为饱和液的焓，这意味着传给壁面的换热量就等于蒸气在液膜表面凝结时放出的汽化潜热量。

对于竖直壁面上的层流膜状凝结，如果忽略  $y$  方向的压力梯度，则液膜内  $x$  方向的压力梯度与蒸气内  $x$  方向的压力梯度相等。因为蒸气是静止的，所以  $x$  方向的压力梯度为蒸气内的静压力梯度，即

$$\frac{dp}{dx} = \rho_s g$$

忽略惯性力项，考虑体积力项  $F_x = \rho g$ ，于是液膜的动量微分方程可以简化为<sup>8</sup>

$$\eta \frac{d^2 u}{dy^2} + (\rho - \rho_s)g \approx \eta \frac{d^2 u}{dy^2} + \rho g = 0$$

凝结液膜的能量微分方程可以简化为液膜在  $y$  方向的一维导热微分方程

$$\frac{d^2 t}{dy^2} = 0$$

<sup>8</sup> 蒸气的密度  $\rho_s$  和凝结液的密度  $\rho$  相比很小，可以忽略。

边界条件为  $y = 0, t = t_w, u = 0$ ;  $y = \delta, t = t_s, \frac{du}{dy} \Big|_{\delta} = 0$ 。可以解得

$$\delta_x = \left[ \frac{4\eta\lambda(t_s - t_w)x}{g\rho^2 r} \right]^{1/4}$$

根据 Nusselt 的假设, 单位时间内微元段液膜的凝结换热量就是通过微元段液膜的导热热流量, 即

$$d\Phi_x = h_x(t_s - t_w)dx = \lambda \frac{t_s - t_w}{\delta} dx \Rightarrow h_x = \frac{\lambda}{\delta_x}$$

从而可以求得层流膜状凝结换热的局部表面传热系数为

$$h_x = \left[ \frac{gr\rho^2\lambda^3}{4\eta(t_s - t_w)x} \right]^{1/4}$$

由于在高度为  $H$  的整个竖直壁面上温差  $(t_s - t_w)$  为常数, 所以整个竖直壁面的平均表面传热系数  $h$  可以用下式计算:

$$h = \frac{1}{H} \int_0^H h_x dx = \frac{4}{3} h_{x=H} = 0.943 \left[ \frac{gr\rho^2\lambda^3}{4\eta H(t_s - t_w)} \right]^{1/4}$$

如果定义膜层雷诺数为

$$\text{Re} = \frac{u_H d_e}{\nu} = \frac{\rho u_H d_e}{\eta}$$

其中  $u_H$  为  $x = H$  处液膜的平均流速;  $d_e$  为该处液膜截面的当量直径;  $b$  为液膜宽度, 也为液膜截面的润湿周边长度, 于是

$$d_e = \frac{4\delta b}{b} = 4\delta, \quad \text{Re} = \frac{4\rho u_H \delta}{\eta} = \frac{4q_{m,H}}{\eta}$$

其中  $q_{m,H}$  为  $x = H$  处单位宽度液膜的质量流量。根据液膜的热平衡, 有

$$rq_{m,H} = h(t_s - t_w)H$$

由上式解出  $q_{m,H}$  可以将膜层雷诺数表示为

$$\text{Re} = \frac{4hl(t_s - t_w)}{\eta r}$$

实验观察结果表明, 当  $\text{Re} < 1800$  时, 液膜为层流; 当  $\text{Re} > 1800$  时, 液膜为湍流。

实验证实, 当  $\text{Re} < 30$  时, 实验结果与上面的理论解相吻合; 但是当  $\text{Re} > 30$  时, 由于液膜表面的波动增强了液膜的传热, 实际平均表面传热系数的数值要比上面的理论计算结果大 20% 左右, 所以在工程计算时将该式的系数加大 20%, 改为

$$h = 1.13 \left[ \frac{gr\rho^2\lambda^3}{4\eta H(t_s - t_w)} \right]^{1/4}$$

Nusselt 的理论分析方法可以推广应用到水平圆管外壁面上的层流膜状凝结换热。对于单根水平圆管, 所得的平均表面传热系数计算公式为

$$h = 0.729 \left[ \frac{gr\rho^2\lambda^3}{4\eta d(t_s - t_w)} \right]^{1/4}$$

如果管子竖直放置, 则需按竖直壁面层流膜状凝结换热的计算公式计算。

**注** 需要指出, 在上述计算公式中, 除了汽化潜热  $r$  按饱和温度  $t_s$  确定外, 其他物性参数皆为凝结液在液膜平均温度  $t_m = \frac{1}{2}(t_s + t_w)$  下的物性参数。

影响凝结换热的主要因素:

- **不凝结气体:** 不凝结气体在换热面附近的汇集, 阻碍蒸气靠近; 换热面附近的蒸气分压力会逐渐下降, 饱和温度降低, 凝结换热温差减小。上述两方面原因使凝结换热大大削弱。<sup>9</sup>
- **蒸气流速:** 当蒸气与液膜的流动方向相同时, 液膜会被拉薄, 热阻减小; 当蒸气与液膜的流动方向相反时, 液膜会被带厚, 热阻增加; 蒸气流速较高时, 使凝结液膜产生波动, 甚至会吹落液膜, 强化凝结换热。
- **蒸气过热:** 如果蒸气过热, 在它凝结换热的过程中会首先放出显热, 冷却到饱和温度, 然后再凝结, 放出汽化潜热。

<sup>9</sup>工程实际证实, 如果水蒸气中含有 1% 的空气, 就会使凝结表面传热系数降低 60%。

- 凝结表面的状况、凝结液的物性等。

从这些影响因素也不难得知，凝结换热的强化方法主要有两个方面：(1) 减薄凝结液膜的厚度，促进凝结液的排除；(2) 改变表面特性，实现珠状凝结。

## 9.6.2 沸腾换热

当液体与高于其饱和温度的壁面接触时，液体被加热汽化并产生大量汽泡的现象称为**沸腾**。沸腾的形式有多种：

- 如果液体的主体温度低于饱和温度，汽泡在固体壁面上生成、长大，脱离壁面后又会在液体中凝结消失，这样的沸腾称为**过冷沸腾**。
- 如果液体的主体温度达到或超过饱和温度，汽泡脱离壁面后会在液体中继续长大，直至冲出液体表面，这样的沸腾称为**饱和沸腾**。
- 如果液体具有自由表面，不存在外力作用下的整体运动，这样的沸腾又称为**大容器沸腾** (或池沸腾)。
- 如果液体沸腾时处于强迫对流运动状态，则称之为**强迫对流沸腾**，如大型锅炉和制冷机蒸发器的管内沸腾。

下面讨论大容器沸腾换热的特点。通过对水在一个大气压下的大容器饱和沸腾换热过程的实验观察，可以画出**饱和沸腾曲线**，如图9.4所示。曲线的横坐标为**沸腾温差**  $\Delta t = t_w - t_s$ ，或称为加热面的**过热度**；纵坐标为热流密度  $q$ 。

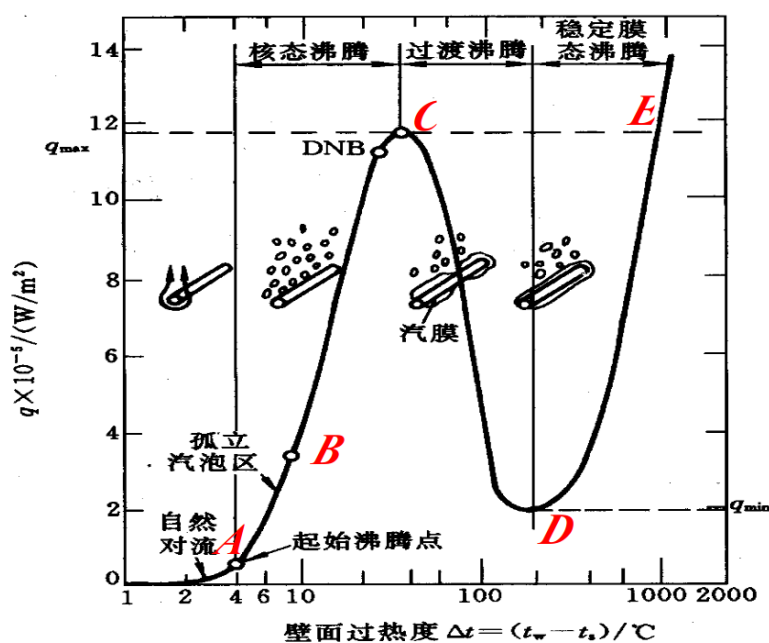


图9.4: 饱和水在水平加热面上沸腾的典型曲线

如果控制加热面的温度，使  $\Delta t$  缓慢增加，可以观察到以下四种不同的换热状态：

1. **自然对流**：当沸腾温差  $\Delta t$  比较小时，加热面上只有少量汽泡产生，并且不脱离壁面，看不到明显的沸腾现象，热量传递主要靠液体的自然对流，因此可以近似地按自然对流规律计算。
2. **核态沸腾**<sup>10</sup>：如果沸腾温差  $\Delta t$  继续增加，加热面上产生的汽泡将迅速增多，并逐渐长大，直到在浮升力的作用下脱离加热面，进入液体。这时的液体已经达到饱和，并具有一定的过热度，因此汽泡在穿过液体时会继续被加热而长大，直至冲出液体表面，进入气相空间。由于加热面处液体的大量汽化以及液体被汽泡剧烈地扰动，换热非常强烈，热流密度随  $q$  随  $\Delta t$  迅速增加，直至峰值  $q_{\max}$ 。

<sup>10</sup> 因为在这一阶段中，汽泡的生成、长大及运动对换热起决定作用，所以这一阶段的换热状态被称为核态沸腾或泡态沸腾。由于核态沸腾温差小、换热强，因此在工业上被广泛应用。



3. **过渡沸腾<sup>11</sup>**：如果继续提高沸腾温差  $\Delta t$ ，热流密度  $q$  不仅不增加，反而迅速降低至一极小值  $q_{\min}$ 。这是由于产生的汽泡过多而连在一起形成汽膜，覆盖在加热面上不易脱离，使换热条件恶化。
4. **膜态沸腾**：随着沸腾温差  $\Delta t$  的继续提高，加热面上开始形成一层稳定的汽膜，汽化在汽液界面上进行，热量除了以导热和对流的方式从加热面通过汽膜传到汽液界面外，热辐射传热方式的作用也随着  $\Delta t$  的增加而加大，因此热流密度也随之增大。

#### 定义 9.12 (临界热流密度)

包含上述四个换热状态的饱和沸腾曲线是在实验中通过调节加热功率、控制加热面温度得到的。如果加热功率不变，例如用电加热器加热，则一旦热流密度达到并超过峰值  $q_{\max}$ ，工况将非常迅速地沿着水平虚线跳到膜态沸腾线上，壁面温度会急剧升高到  $1000^{\circ}\text{C}$  以上，导致加热面因温度过高而烧毁。因此，热流密度峰值  $q_{\max}$  是非常危险的数值，也称为临界热流密度。为了保证安全的核态沸腾换热，必须控制热流密度低于临界热流密度。



影响沸腾换热的主要因素：

- 液体的物性。
- 加热表面状况：其决定汽化核心数目的多少。比如壁面材料的种类、热物理性质以及壁面的厚度等，加热壁面的粗糙度，加热壁面的氧化、老化和污垢沉积情况等。
- 液体的压力：液体核态沸腾的表面传热系数随系统压力的增加而增加。
- 不凝气体的含量、加热表面的大小与方向以及液体自由表面的高度（即液位）等因素的影响。

强化沸腾换热的主要措施有：(1) 提高壁面过热度  $\Delta t$ ；(2) 采用强迫对流沸腾；(3) 改变加热壁面状况等。

### 9.6.3 热管的工作原理

热管将沸腾和凝结两种相变换热过程结合在一起，具有较高传热性能。其特点包括：

- 传热能力强：一根钢-水热管的传热能力大致相当于同样尺寸紫铜棒导热能力的 1500 倍；
- 传热温差小；
- 结构简单、工作可靠、传输距离长；
- 热流密度可调 (通过改变加热段和放热段的长度或加装肋片)；
- 采用不同的工质可以适用于不同的温度范围。

热管应用中存在的主要问题：密封性、热管管材与工质的相容性。

<sup>11</sup>这时的汽膜时而破裂成大汽泡脱离壁面，所以这一阶段的换热状态是不稳定的，称为过渡沸腾。



## 第 10 章 辐射换热

### 定义 10.1 (热辐射)

辐射是指物体受某种因素的激发而向外发射辐射能的现象。有多种原因可以诱使物体向外发射辐射能。由于物体内部微观粒子的热运动(或者说由于物体自身的温度)而使物体向外发射辐射能的现象称为热辐射。

热辐射具有以下特点:

- 所有温度大于 0 K 的实际物体都具有发射热辐射的能力, 并且温度越高, 发射热辐射的能力越强。物体发射热辐射时, 其热能转化为辐射能。
- 所有实际物体也都具有热辐射的能力, 在物体吸收热辐射时, 辐射能又转化为物体的热能。
- 热辐射总是伴随着热能与辐射能这两种能量形式之间的相互转化。
- 热辐射不依靠中间媒介, 可以在真空中传播。
- 物体间以热辐射的方式进行的能量传递是双向的。当两个物体温度不同时, 高温物体向低温物体发射热辐射, 低温物体也向高温物体发射热辐射, 即使两个物体温度相等, 辐射换热量等于零, 但它们之间的热辐射交换仍在进行, 只不过处于动态平衡而已。
- 在红外范围内, 绝大多数固体和液体的发射和吸收均只发生在表面以下很浅的距离内, 即仅取决于材料表面的性质、特征和温度, 与其内部状况无关。

当物体之间存在温差时, 以热辐射的方式进行能量交换的结果使高温物体失去热量, 低温物体获得热量, 这种热量传递现象称为**辐射换热**。任何实际物体都在不断地发射热辐射和吸收热辐射, 物体之间的辐射换热量既与物体本身的温度、辐射特性有关, 也与物体的大小、几何形状及相对位置有关。

### 10.1 热辐射的基本概念

与可见光的情况一样, 当热辐射能投射到实际物体表面上时, 将有一部分被物体表面反射, 有一部分被物体吸收, 其余部分透过物体。单位时间内投射到单位面积物体表面上的全波长范围内的辐射能称为**投入辐射**, 用  $G$  表示, 单位为  $\text{W}/\text{m}^2$ 。其中被物体吸收、反射和投射的部分分别为  $G_\alpha$ 、 $G_\rho$  和  $G_\tau$ , 则  $G_\alpha$ 、 $G_\rho$ 、 $G_\tau$  在投入辐射  $G$  中所占的份额分别为

$$\alpha = \frac{G_\alpha}{G}, \quad \rho = \frac{G_\rho}{G}, \quad \tau = \frac{G_\tau}{G}$$

其中  $\alpha, \rho, \tau$  分别称为物体对投射辐射能的**吸收比**、**反射比**、**透射比**。根据能量守恒,  $G_\alpha + G_\rho + G_\tau = G$ , 于是有


$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

如果投入辐射是某一波长  $\lambda$  的辐射能  $G_\lambda$ , 其中被物体吸收、反射和透射的部分分别为  $G_{\alpha\lambda}$ 、 $G_{\rho\lambda}$  和  $G_{\tau\lambda}$ , 则其所占的份额分别为

$$\alpha_\lambda = \frac{G_{\alpha\lambda}}{G_\lambda}, \quad \rho_\lambda = \frac{G_{\rho\lambda}}{G_\lambda}, \quad \tau_\lambda = \frac{G_{\tau\lambda}}{G_\lambda}$$

其中  $\alpha_\lambda, \rho_\lambda, \tau_\lambda$  分别称为物体对该波长辐射能的**光谱吸收比**、**光谱反射比**、**光谱透射比**, 有

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

 **笔记**  $\alpha_\lambda, \rho_\lambda, \tau_\lambda$  属于物体的光谱辐射特性, 取决于物体的种类、温度和表面状况, 一般是波长  $\lambda$  的函数。但是  $\alpha, \rho, \tau$  不仅取决于物体的性质, 还与投射辐射能的波长分布有关, 这从以下关系式可以看出:

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda}, \quad \rho = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda}, \quad \tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda},$$

实际上, 当热辐射投射到固体或液体表面时, 一部分被反射, 其余部分在很薄的表面层内就被完全吸收了。

对于金属,这一表面层的厚度只有  $1\ \mu\text{m}$  的量级;对于绝大多数非金属材料,这一表面层的厚度也小于  $1\ \text{mm}$ 。因此,对于固体和液体,可以认为对热辐射的投射比  $\tau = 0$ , 于是

$$\alpha + \rho = 1$$

### 定义 10.2 (镜反射与漫反射)

物体表面对热辐射的反射有两种现象:镜反射与漫反射。镜反射的特点是反射角等于入射角。漫反射时被反射的辐射能在物体表面上方空间各个方向上均匀分布。物体表面对热辐射的反射情况取决于物体表面的粗糙程度和投射辐射能的波长。当物体粗糙尺度小于投射辐射能的波长时,就会产生镜反射。当物体表面的粗糙尺度大于投射辐射能的波长时,就会产生漫反射。<sup>a</sup>

<sup>a</sup>对全波长范围的热辐射能完全镜反射或完全漫反射的实际物体是不存在的,绝大多数工程材料对热辐射的反射都近似于漫反射。

### 定义 10.3 (灰体)

物体的光谱辐射特性随波长的变化给辐射换热分析带来很大的困难。为了工程上分析计算简便,引进灰体的概念。所谓灰体,是指光谱辐射特性不随波长而变化的假想物体,即  $\alpha_\lambda$ 、 $\rho_\lambda$ 、 $\tau_\lambda$  分别等于常数。对于灰体,有  $\alpha = \alpha_\lambda$ ,  $\rho = \rho_\lambda$ ,  $\tau = \tau_\lambda$ , 也即灰体的吸收比、反射比、透射比分别等于光谱吸收比、光谱反射比、光谱透射比,大小与波长无关,只取决于灰体本身的性质。<sup>a</sup>

<sup>a</sup>在热辐射的波长范围内,绝大多数工程材料都可以近似地作为灰体处理。

### 定义 10.4 (黑体)

吸收比  $\alpha = 1$  的物体称为绝对黑体,简称黑体。黑体将所有投射在它上面的辐射能全部吸收,在所有物体之中,它吸收热辐射的能力最强。后面将证明,在温度相同的物体之中,黑体发射辐射能的能力也最强。

黑体和灰体一样,是一种理想物体,在自然界是不存在的,但是可以人工制造出接近于黑体的模型:一个内表面吸收比较高的空腔,空腔的壁面上有一个小孔。只要小孔的尺寸与空腔相比足够小,则从小孔进入空腔的辐射能经过空腔壁面的多次吸收和反射后,几乎全部被吸收,相当于小孔的吸收比接近于 1,即接近于黑体。

反射比  $\rho = 1$  的物体称为**镜体**,漫反射时称为**白体**。透射比  $\tau = 1$  的物体称为**绝对透明体**。

### 定义 10.5 (立体角)

在半径为  $r$  的球面上,面积  $A$  与球心所对应的是一个空间角度,用  $\Omega$  表示,称为立体角,其大小定义为

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

立体角的单位叫做球面度,用  $\text{sr}$  表示。由上式可知,半个球面所对应的立体角为  $2\pi\ \text{sr}$ 。在微元面积  $dA_1$  上方半径为  $r$  的球面上,在  $(\theta, \varphi)$  方向上有一个由经、纬线切割的微元面积  $dA_2$ , 面积为

$$dA_2 = r d\theta \cdot r \sin\theta d\varphi = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

那么  $dA_2$  对球心所张的微元立体角为

$$d\Omega = \frac{dA_2}{r^2} = \sin\theta d\theta d\varphi$$

### 定义 10.6 (辐射强度)

如果单位时间内微元面  $dA_1$  向  $dA_2$  所发射的辐射能为  $d\Phi$ ,  $dA_1$  在  $\theta$  方向的投影面积为  $dA_1 \cos\theta$ , 则单位投影面积所发出的包含在单位立体角内的所有波长的辐射能可以表示为

$$L(\theta, \varphi) = \frac{d\Phi}{dA_1 \cos\theta d\Omega}$$

上式称为  $dA_1$  在  $(\theta, \varphi)$  方向的辐射强度,或称为定向辐射强度,单位为  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{sr})$ 。

因为  $dA_1 \cos \theta$  就是从  $\theta$  方向看起来  $dA_1$  可见面积的大小, 所以辐射强度也可以说是单位时间内从单位可见面积上发出的包含在单位立体角所有波长的辐射能。辐射强度的大小不仅取决于物体种类、表面性质、温度, 还与方向有关, 对于各向同性的物体表面, 辐射强度与  $\varphi$  角无关,  $L(\theta, \varphi) = L(\theta)$ 。以下的讨论仅限于各向同性物体表面。

### 定义 10.7 (光谱辐射强度)

针对某一波长辐射能引进光谱辐射强度的概念, 用符号  $L_\lambda(\theta)$  表示。辐射强度与光谱辐射强度之间的关系可以表示为

$$L(\theta) = \int_0^\infty L_\lambda(\theta) d\lambda$$

如果波长的单位用  $m$ , 则光谱辐射强度的单位是  $W/(m^3 \cdot sr)$ , 如果波长的单位用  $\mu m$ , 则光谱辐射强度单位为  $W/(m^2 \cdot \mu m \cdot sr)$ 。



### 定义 10.8 (辐射力)

单位时间内, 单位面积的物体表面向半球空间发射的全部波长的辐射能的总和称为该物体表面的辐射力, 用符号  $E$  表示, 单位为  $W/m^2$ 。辐射力与辐射强度之间的关系可以表示为

$$E = \int_{\Omega=2\pi} L(\theta) \cos \theta d\Omega = \int_{\Omega=2\pi} \frac{d\Phi}{dA_1}$$



### 定义 10.9 (光谱辐射力)

针对某一波长的辐射可以引进光谱辐射力的概念, 用符号  $E_\lambda$  表示, 单位为  $W/m^3$ 。辐射力与光谱辐射力之间的关系可以表示为

$$E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda$$



### 定义 10.10 (定向辐射力)

单位时间内、单位面积物体表面向某个方向发射的单位立体角内的辐射能, 称为该物体在该方向上的定向辐射力, 用符号  $E_\theta$  表示, 单位是  $W/(m^2 \cdot sr)$ 。定向辐射力与辐射强度之间的关系为

$$E_\theta = L(\theta) \cos \theta = \frac{d\Phi}{dA_1 d\Omega}$$

同时也可以得到定向辐射力与辐射力之间的关系为

$$E = \int_{\Omega=2\pi} E_\theta d\Omega$$



## 10.2 黑体辐射的基本定律

### 定理 10.1 (普朗克定律)

M. Planck 在量子假设的基础上, 从理论上确定了黑体辐射的光谱分布规律, 给出了黑体的光谱辐射力  $E_{b\lambda}$  与热力学温度  $T$ 、波长  $\lambda$  之间的函数关系, 称之为普朗克定律:

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/(\lambda T)} - 1}$$

其中  $\lambda$  为波长, 单位为  $m$ ;  $T$  为热力学温度, 单位为  $K$ ;  $C_1$  为普朗克第一常数,  $C_1 = 3.742 \times 10^{-16} W \cdot m^2$ ;  $C_2$  为普朗克第二常数,  $C_2 = 1.439 \times 10^{-2} m \cdot K$ 。



黑体的光谱辐射力随波长和温度的变化具有以下特点:

1. 温度越高, 同一波长下的光谱辐射力越大;

2. 在一定温度下，黑体的光谱辐射力随波长连续变化，并在某一波长下具有最大值；
3. 随着温度的升高，光谱辐射力取得最大值的波长  $\lambda_{\max}$  越来越小，即在  $\lambda$  坐标中的位置向短波方向移动。

**定理 10.2 (维恩位移定律)**

在温度不变的情况下，由普朗克定律表达式求极值，可以确定黑体的光谱辐射力取得最大值的波长  $\lambda_{\max}$  与热力学温度  $T$  之间的关系为

$$\lambda_{\max} T = 2.8976 \times 10^{-3} \approx 2.9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

此关系式称为维恩 (Wien) 位移定律。

**定理 10.3 (斯忒藩-玻耳兹曼定律)**

Stefan-Boltzmann 定律确定了黑体的辐射力  $E_b$  与热力学温度  $T$  之间的关系，它首先由 Stefan 从实验中得到，后来 Boltzmann 运用热力学理论进行了证明。其表达式为

$$E_b = \sigma T^4$$

其中  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ，称为 Stefan-Boltzmann 常数，又称为黑体辐射常数。

**例题 10.1** 一炉膛内的火焰的平均温度为 1400 K。炉墙上有一看火孔。试计算当看火孔打开时由看火孔向外的辐射力及光谱辐射力取最大值的波长。

**解** 根据 Stefan-Boltzmann 定律可以得到向外的辐射力为

$$E_b = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4) \times (1400 \text{ K})^4 = 217818.72 \text{ W}/\text{m}^2$$

根据 Wien 位移定律可以得到光谱辐射力取最大值的波长为

$$\lambda_{\max} = \frac{\lambda_{\max} T}{T} = \frac{2.8976 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{1400 \text{ K}} = 2.0697 \times 10^{-6} \text{ m} = 2.0697 \mu\text{m}$$

在工程上或其他实际问题中，常常需要计算黑体在一定温度下发射的某一波长范围 (或称波段)  $\lambda_1 \sim \lambda_2$  内的辐射能  $E_{b(\lambda_1-\lambda_2)}$ ，称为**波段辐射力**。根据积分运算得到

$$E_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda = \int_0^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda} d\lambda$$

这一波段的辐射能占黑体辐射力  $E_b$  的百分数为

$$F_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = \frac{E_{b(\lambda_1-\lambda_2)}}{E_b} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = F_{b(0-\lambda_2)} - F_{b(0-\lambda_1)}$$

其中  $F_{b(0-\lambda_1)}$ 、 $F_{b(0-\lambda_2)}$  分别是波段  $0 \sim \lambda_1$ 、 $0 \sim \lambda_2$  的辐射能所占同温度下黑体辐射力的百分数。根据普朗克定律表达式有

$$F_{b(0-\lambda)} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\lambda} \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/(\lambda T)} - 1} d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{1}{\sigma} \int_0^{\lambda T} \frac{C_1 (\lambda T)^{-5}}{e^{C_2/(\lambda T)} - 1} d(\lambda T) = f(\lambda T)$$

其中  $F_{b(0-\lambda)} = f(\lambda T)$  称为**黑体辐射函数**，表示温度为  $T$  的黑体所发射的在波段  $0 \sim \lambda$  内的辐射能占同温度下黑体辐射力的百分数。

利用黑体辐射函数，可以很容易地用下式计算黑体在某一温度下发射的任意波段的波段辐射力：

$$E_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = [F_{b(0-\lambda_2)} - F_{b(0-\lambda_1)}] E_b$$

**例题 10.2** 碘钨灯的灯丝温度约为 2000 °C，灯丝可以看做黑体，试计算它所发射的可见光占其总辐射能的份额。

**解** 可见光的波长范围是  $0.38 \sim 0.76 \mu\text{m}$ ，即  $\lambda_1 = 0.38 \mu\text{m}$ ， $\lambda_2 = 0.76 \mu\text{m}$ ，灯丝的热力学温度为  $T = 2000 + 273.15 = 2273.15 \text{ K}$ ，于是

$$\lambda_1 T = 863.797 \mu\text{m} \cdot \text{K}, \quad \lambda_2 T = 1727.594 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

由黑体辐射函数表查得

$$F_{b(0-\lambda_1)} = 0.0016\%, \quad F_{b(0-\lambda_2)} = 3.1611\%$$

于是可见光所占的比例为

$$F_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = F_{b(0-\lambda_2)} - F_{b(0-\lambda_1)} = 3.1595\%$$

#### 定理 10.4 (兰贝特定律)

理论上可以证明，黑体的辐射强度与方向无关，即半球空间各方向上的辐射强度都相等。这种黑体辐射强度所遵循的空间均匀分布规律称为 Lambert 定律。辐射强度在空间各个方向上都相等的物体也称为漫反射体。对于漫反射体有

$$L(\theta) = L = \text{const}$$

根据定向辐射力  $E_\theta$  与辐射强度的关系式，有

$$E_\theta = L \cos \theta = E_n \cos \theta$$

其中  $E_n$  为表面法线方向的定向辐射力。因为定向辐射力  $E_\theta$  随方向角  $\theta$  按余弦规律变化，所以 Lambert 定律也成为余弦定律。

对于漫反射体，根据辐射力与辐射强度之间的关系式有

$$E = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} L \sin \theta \cos \theta d\theta = L \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \pi L$$

即漫反射体的辐射力是辐射强度的  $\pi$  倍。

## 10.3 实际物体的辐射特性

#### 定义 10.11 (发射率)

实际物体的辐射力与同温度下黑体的辐射力之比称为该物体的发射率，习惯上称为黑度，用符号  $\varepsilon$  表示，即

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b}$$

发射率的大小反映了物体发射辐射能的能力的大小。

#### 定义 10.12 (光谱发射率)

实际物体的光谱辐射力与同温度下黑体的光谱辐射力之比称为该物体的光谱发射率，或称为光谱黑度，用符号  $\varepsilon_\lambda$  表示：

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}}$$

发射率与光谱发射率之间的关系为

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b\lambda} d\lambda}{E_b}$$

对于灰体，光谱辐射特性不随波长而变化， $\varepsilon_\lambda$  为常数，由上式可以得到

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_\lambda \int_0^\infty E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = \varepsilon_\lambda$$

因此，灰体的光谱辐射力随波长的变化趋势与黑体相同。

实际物体光谱辐射力随波长的变化较大。在工程计算中，实际物体的辐射力  $E$  可以根据发射率的定义式由下式计算：

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4$$

应该指出，实际物体的辐射力并不严格与热力学温度的四次方成正比，所存在的偏差在由实验确定的发射率  $\varepsilon$

数值之中。

**例题 10.3** 有一漫射物体，表面温度为  $1200\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，其光谱发射率  $\varepsilon_{\lambda}$  随波长的变化关系为

$$\varepsilon_{\lambda} = \begin{cases} 0.1, & 0\text{ }\mu\text{m} < \lambda < 1\text{ }\mu\text{m} \\ 0.4, & 1\text{ }\mu\text{m} < \lambda < 3\text{ }\mu\text{m} \\ 0.2, & 3\text{ }\mu\text{m} < \lambda < 5\text{ }\mu\text{m} \end{cases}$$

试计算该物体表面在全波长范围的发射率  $\varepsilon$  和辐射力  $E$ 。

**解** 发射率满足

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{\lambda_3} \varepsilon_{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = \varepsilon_{\lambda 1} F_{b(0-\lambda_1)} + \varepsilon_{\lambda 2} F_{b(\lambda_1-\lambda_2)} + \varepsilon_{\lambda 3} F_{b(\lambda_2-\lambda_3)}$$

其中  $\varepsilon_{\lambda 1} = 0.1$ ， $\varepsilon_{\lambda 2} = 0.4$ ， $\varepsilon_{\lambda 3} = 0.2$ ， $\lambda_1 = 1\text{ }\mu\text{m}$ ， $\lambda_2 = 3\text{ }\mu\text{m}$ ， $\lambda_3 = 5\text{ }\mu\text{m}$ 。物体表面的热力学温度为  $T = 1200 + 273.15 = 1473.15\text{ K}$ ，于是

$$\lambda_1 T = 1473.15\text{ }\mu\text{m} \cdot \text{K}, \quad \lambda_2 T = 4419.45\text{ }\mu\text{m} \cdot \text{K}, \quad \lambda_3 T = 7365.75\text{ }\mu\text{m} \cdot \text{K}$$

查表得到

$$F_{b(0-\lambda_1)} = 1.15\%, \quad F_{b(0-\lambda_2)} = 55.22\%, \quad F_{b(0-\lambda_3)} = 82.75\%$$

从而得到

$$\varepsilon = 0.1 \times 1.15\% + 0.4 \times (55.22\% - 1.15\%) + 0.2 \times (82.75\% - 55.22\%) = 0.2725$$

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4 = 0.2725 \times 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4) \times [(1200 + 273.15)\text{ K}]^4 = 72767.5 \text{ W}/\text{m}^2$$

**例题 10.4** 直径为  $0.8\text{ mm}$ 、长  $20\text{ mm}$  的圆柱形钨丝封闭在真空灯泡内，靠电流加热至稳定的温度  $T_i = 2900\text{ K}$ 。钨丝的光谱发射率满足

$$\varepsilon_{\lambda} = \begin{cases} 0.45, & 0 < \lambda < 2\text{ }\mu\text{m} \\ 0.1, & \lambda > 2\text{ }\mu\text{m} \end{cases}$$

假定在任何时刻钨丝温度均匀，冷却过程中发射率为常数， $\rho = 19300\text{ kg}/\text{m}^3$ ， $c = 185\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，试确定：(1) 电流中断后，钨丝的起始冷却率；(2) 灯丝冷却至  $1000\text{ K}$  所需要的时间。

**解** (1) 电流中断瞬间，灯丝向外辐射的能量与其内能的减少成正比，即

$$\varepsilon \sigma A T^4 = -mc \frac{dT}{d\tau} \Rightarrow \frac{dT}{d\tau} = -\frac{\varepsilon \sigma (\pi dl) T^4}{\rho (\frac{\pi d^2}{4} l) c} = -\frac{4\varepsilon \sigma T^4}{\rho dc}$$

其中钨丝的发射率为

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = \frac{\int_0^2 \varepsilon_{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda + \int_2^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = 0.352$$

于是可以计算得到

$$\left. \frac{dT}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_0} = -1977\text{ K/s}$$

(2) 通过分离变量积分可以得到

$$\frac{4\varepsilon \sigma}{\rho dc} \int_0^{\tau} d\tau = - \int_{T_i}^T \frac{dT}{T^4} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{T^3} - \frac{1}{T_i^3} \right)$$

当  $T = 1000\text{ K}$  时有

$$\tau = \frac{\rho dc}{12\varepsilon \sigma} \left( \frac{1}{T^3} - \frac{1}{T_i^3} \right) = 11.44\text{ s}$$

### 定义 10.13 (定向发射率)

实际物体也不是漫发射体，即辐射强度在空间各个方向的分布不遵循兰贝特定律，是方向角  $\theta$  的函数。为了说明实际物体辐射强度的方向性，引入定向发射率的定义：实际物体在  $\theta$  方向上的定向辐射力  $E_{\theta}$  与同温度下黑体在该方向的定向辐射力  $E_{b\theta}$  之比称为该物体在  $\theta$  方向的定向发射率（或称为定向黑度），用  $\varepsilon_{\theta}$



表示, 即

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{E_{\theta}}{E_{b\theta}} = \frac{L(\theta)}{L_b}$$



金属和非金属材料表面的定向发射率随方向角的变化关系存在不同:

- 金属材料的  $\varepsilon_{\theta}$  在  $\theta \leq 40^\circ$  的范围内几乎不变; 当  $\theta > 40^\circ$  时,  $\varepsilon_{\theta}$  随着  $\theta$  的增大迅速增大, 直到  $\theta$  接近  $90^\circ$  时  $\varepsilon_{\theta}$  又迅速减小趋近于零。
- 非金属材料的  $\varepsilon_{\theta}$  在  $\theta \leq 60^\circ$  的范围内约为常数; 当  $\theta > 60^\circ$  时,  $\varepsilon_{\theta}$  随着  $\theta$  的增大迅速减小, 逐渐趋近于零。
- 实测表明, 半球总发射率  $\varepsilon$  与  $\theta = 0^\circ$  时的法向发射率  $\varepsilon_n$  相比变化不大, 对于金属  $\varepsilon/\varepsilon_n = 1.0 \sim 1.2$ ; 对于非金属  $\varepsilon/\varepsilon_n = 0.95 \sim 1.0$ 。

实际物体发射率的特点:

- 金属表面发射率偏小, 且随波长的增大而减小, 一般随温度升高而增大。
- 非金属表面发射率较高, 且随着波长的增大而增大, 一般还随温度升高而减小。
- 法向发射率随温度的变化规律与光谱法向发射率随波长的变化规律有关, 因为温度越高, 短波辐射的比例越大。
- 材料的表面状况 (粗糙度、氧化程度等) 是影响发射率大小的重要因素。

实际物体的光谱吸收比  $\alpha_{\lambda}$  也与黑体、灰体不同, 是波长的函数。实际物体的光谱吸收比对波长具有选择性, 使实际物体的吸收比  $\alpha$  不仅取决于物体本身的材料、温度及表面性质, 还和投入辐射的波长分布有关, 因此和投入辐射能的发射体温度有关。

#### 定理 10.5 (基尔霍夫定律)

Kirchhoff 揭示了物体吸收辐射能的能力与发射辐射能的能力之间的关系, 称为基尔霍夫定律, 其表达式如下:

$$\alpha_{\lambda}(\theta, \varphi, T) = \varepsilon_{\lambda}(\theta, \varphi, T)$$

即任何一个温度为  $T$  的物体在  $(\theta, \varphi)$  方向上的光谱吸收比, 等于该物体在相同温度、相同方向、相同波长的光谱发射率。这说明, 吸收辐射能的能力越强的物体, 发射辐射能的能力也越强。在温度相同的物体中, 黑体吸收辐射能的能力最强, 发射辐射能的能力也最强。



对于漫射体, 辐射特性与方向无关, 基尔霍夫定律表达式为

$$\alpha_{\lambda}(T) = \varepsilon_{\lambda}(T)$$

对于漫射、灰体, 辐射特性既与方向无关也与波长无关,  $\varepsilon = \varepsilon_{\lambda}$ 、 $\alpha = \alpha_{\lambda}$ , 则

$$\alpha(T) = \varepsilon(T)$$

对于工程上常见的温度范围 ( $T \leq 2000 \text{ K}$ ), 大部分辐射能都处于红外波长范围内, 绝大多数工程材料都可以近似为漫射、灰体, 已知发射率的数值就可以由上式确定吸收比的数值, 不会引起较大的误差。<sup>1</sup>

## 10.4 辐射换热的计算方法

为了使辐射换热的计算简化, 采用下列假设:

1. 进行辐射换热的物体表面之间是不参与辐射的介质 (单原子或结构对称的双原子气体、空气) 或真空;
2. 参与辐射换热的物体表面都是漫射 (漫发射、漫反射) 灰体或黑体表面;
3. 每个表面的温度、辐射特性及投入辐射分布均匀。

<sup>1</sup>但是在太阳能利用中研究物体表面对太阳能的吸收和本身的热辐射时, 就不能简单地认为物体对太阳能的吸收比等于自身辐射的发射率, 因为大部分太阳能位于可见光范围内, 而物体自身热辐射位于红外波长范围内。

## 10.4.1 角系数

## 定义 10.14 (角系数)

物体间的辐射换热必然与物体表面的几何形状、大小及相对位置有关，角系数是反映这些几何因素对辐射换热影响的重要参数。对于两个任意位置的表面 1、2，从表面 1 离开 (自身发射与反射) 的总辐射能中直接投射到表面 2 上的辐射能所占的百分数称为表面 1 对表面 2 的角系数，用符号  $X_{1,2}$  表示。同样，表面 2 对表面 1 的角系数用  $X_{2,1}$  表示。



假设表面 1、2 都是黑体表面，面积分别为  $A_1$ 、 $A_2$ ， $dA_1$ 、 $dA_2$  分别为表面 1、2 上的微元面积，距离为  $r$ ，两个微元表面的方向角分别为  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 。根据辐射强度的定义，单位时间内从  $dA_1$  发射到  $dA_2$  上的辐射能为

$$d\Phi_{1 \rightarrow 2} = L_{b1} dA_1 \cos \theta_1 \frac{dA_2 \cos \theta_2}{r^2}$$

其中  $L_{b1}$  为表面 1 的辐射强度， $\frac{dA_2 \cos \theta_2}{r^2}$  为  $dA_2$  所对应的立体角。根据辐射强度与辐射力之间的关系  $L_b = E_b / \pi$ ，代入上式可以得到

$$d\Phi_{1 \rightarrow 2} = E_{b1} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

将上式对这两个表面积分，可以得到从整个表面 1 到表面 2 的辐射能为

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = E_{b1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

在上述假设条件下，每个表面的辐射力都均匀分布，于是从表面 1 向半球空间发射的总辐射能为  $A_1 E_{b1}$ 。根据角系数的定义，表面 1 对表面 2 的角系数为

$$X_{1,2} = \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{A_1 E_{b1}} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

同理，表面 2 对表面 1 的角系数为

$$X_{2,1} = \frac{\Phi_{2 \rightarrow 1}}{A_2 E_{b2}} = \frac{1}{A_2} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

从上面两个式子可以看出，在上述假设条件下，角系数是几何量，只取决于两个物体表面的几何形状、大小和相对位置。

角系数具有下列性质：

- **相对性**：对比两个表面的角系数定义式可以发现

$$A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$$

该式描述了两个任意位置的漫射表面之间角系数的相互关系，称为角系数的相对性或互换性。只要知道其中一个角系数，就可以根据相对性求出另一个角系数。

- **完整性**：从辐射换热的角度看，任何物体都处于其他物体 (实际物体或假想物体) 的包围之中，换句话说，任何物体都与其他所有参与辐射换热的物体构成一个封闭空腔。它所发出的辐射能一定落在封闭空腔的各个表面之上，也就是说，它对构成封闭空腔的所有表面的角系数之和等于 1，即

$$\sum_{j=1}^n X_{i,j} = X_{i,1} + X_{i,2} + \cdots + X_{i,n} = 1$$

该式称为角系数的完整性。对于非凹表面， $X_{i,i} = 0$ 。

- **可加性**：角系数的可加性实质上是辐射能的可加性，体现能量守恒。对于表面 2 分割出来的子表面 a,b，有

$$A_1 X_{1,2} = A_1 X_{1,a} + A_1 X_{1,b} \Rightarrow X_{1,2} = X_{1,a} + X_{1,b}$$

**例题 10.5** 试确定下列各情形中的角系数  $X_{1,2}$ ：(a) 半球内表面 1 与底面 2；(a) 半球内表面 1 与 1/2 底面 2；(c) 球 1 与无限大平面 2；(d) 正方盒内表面 1 与内切球面 2。

解 (a) 根据角系数的相对性, 有  $A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$ , 显然  $X_{2,1} = 1$ , 于是得到

$$X_{1,2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi r^2}{2\pi r^2} = 0.5$$

(b) 根据角系数的相对性, 有  $A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$ , 显然  $X_{2,1} = 1$ , 于是得到

$$X_{1,2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \pi r^2}{2\pi r^2} = 0.25$$

(c) 假想一个同样的无限大平面 3 位于球的上方, 此时  $X_{1,2} + X_{1,3} = 1$ , 根据对称性可以得到  $X_{1,2} = 0.5$ 。

(d) 根据角系数的相对性, 有  $A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$ , 显然  $X_{2,1} = 1$ , 于是得到

$$X_{1,2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{4\pi(a/2)^2}{6a^2} = \frac{\pi}{6}$$

### 10.4.2 黑体表面之间的辐射换热

对于任意位置的两个黑体表面 1、2, 根据角系数的定义, 从表面 1 发出并直接投射到表面 2 上的辐射能为

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = A_1 X_{1,2} E_{b1}$$

同时从表面 2 发出并直接投射到表面 1 上的辐射能为

$$\Phi_{2 \rightarrow 1} = A_2 X_{2,1} E_{b2}$$

由于两个表面都是黑体表面, 落在它们上面的辐射能会被各自全部吸收, 所以两个表面之间的直接辐射换热量为<sup>2</sup>

$$\Phi_{1,2} = \Phi_{1 \rightarrow 2} - \Phi_{2 \rightarrow 1} = A_1 X_{1,2} E_{b1} - A_2 X_{2,1} E_{b2}$$

根据角系数的相对性有  $A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$ , 上式可以改写为

$$\Phi_{1,2} = A_1 X_{1,2} (E_{b1} - E_{b2}) = A_2 X_{2,1} (E_{b1} - E_{b2}) = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1}{A_1 X_{1,2}}}$$

其中  $\frac{1}{A_1 X_{1,2}}$  称为空间辐射热阻, 单位为  $m^{-2}$ , 可以理解为由于两个表面的几何形状、大小及相对位置产生它们之间辐射换热的阻力。

如果由  $n$  个黑体表面构成封闭空腔, 那么每个表面的净辐射换热热量应该是该表面与封闭空腔的所有表面之间的辐射换热量的代数和, 即

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^n \Phi_{i,j} = \sum_{j=1}^n A_i X_{i,j} (E_{bi} - E_{bj})$$

### 10.4.3 漫灰表面之间的辐射换热

漫射灰体表面之间的辐射换热要比黑体表面复杂, 因为投射到漫灰表面上的辐射能只有一部分被吸收, 其余部分则被反射出去, 结果形成辐射能在表面之间多次吸收和反射的现象。

#### 定义 10.15 (有效辐射)

对于漫灰表面, 它自身发射和反射的辐射能都是漫分布的, 所以在计算辐射换热时没有必要分别考虑, 引进有效辐射的概念可以使计算大为简化。所谓有效辐射, 是指单位时间内离开单位面积表面的总辐射能, 用符号  $J$  表示, 单位为  $W/m^2$ 。有效辐射是单位面积表面自身的辐射力  $E = \varepsilon E_b$  与反射的投入辐射  $\rho G$  之和, 即

$$J = E + \rho G = \varepsilon E_b + (1 - \alpha)G$$



<sup>2</sup>两个表面之间的直接辐射换热热量并不一定等于表面 1 净损失的辐射能量或表面 2 净获得的辐射能量, 因为它们还要和周围其他表面之间进行辐射交换。除非这两个黑体表面构成了封闭空腔。

根据表面的辐射平衡，单位面积的辐射换热量应该等于有效辐射与投入辐射之差，同时也等于自身辐射力与吸收的投入辐射能之差，即

$$\frac{\Phi}{A} = J - G = \varepsilon E_b - \alpha G$$

考虑到漫灰表面  $\alpha = \varepsilon$ ，综上可以得到

$$\Phi = \frac{A\varepsilon}{1-\varepsilon}(E_b - J) = \frac{E_b - J}{\frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}}$$

分母  $\frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}$  称为**表面辐射热阻**。<sup>3</sup>

如果两个漫灰表面 1、2 构成一个封闭空腔，并假设  $T_1 > T_2$ ，则表面 1 净损失的热量为

$$\Phi_1 = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}}$$

表面 2 净获得的热量为

$$\Phi_2 = \frac{J_2 - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

根据有效辐射的定义及角系数的相对性，表面 1、2 之间净辐射换热量为

$$\Phi_{1,2} = A_1 X_{1,2} J_1 - A_2 X_{2,1} J_2 = A_1 X_{1,2} (J_1 - J_2) = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 X_{1,2}}}$$

由于表面 1、2 构成一个封闭空腔，所以  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_{1,2}$ ，于是可以得到

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

上式是**构成封闭空腔的两个漫灰表面 1、2 之间辐射换热的一般计算公式**。可见，两个漫灰表面之间的辐射换热热阻由三个串联的辐射热阻组成：两个表面辐射热阻  $\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}$  和  $\frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}$ ，一个空间辐射热阻  $\frac{1}{A_1 X_{1,2}}$ 。

**例题 10.6** 某一天夜晚室外的空气温度为  $2^\circ\text{C}$ ，太空背景辐射温度约为  $3\text{ K}$ 。有一块钢板面向太空，下面绝热。如果板面和空气之间对流换热的表面传热系数为  $10\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，板面黑度为  $0.9$ ，试计算钢板的温度。

**解** 对流换热产生的换热量为

$$\frac{\Phi}{A} = h(T_f - T_1)$$

其中  $T_f = 273.15 + 2 = 275.15\text{ K}$ ， $h = 10\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。而钢板与太空之间相当于两个表面间的辐射换热，满足

$$\frac{\Phi}{A} = \frac{1}{A} \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{1}{A}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} + 1}$$

其中  $T_2 = 3\text{ K}$ ， $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ， $\varepsilon = 0.9$ 。联立上面两个式子得到

$$T_1^4 + 1.9 \times 10^8 T_1 - 5 \times 10^{10} = 0$$

可以解得钢板的温度为  $T_1 = 253.93\text{ K}$ 。

对于两块漫灰平行壁面组成的封闭空腔，由于  $A_1 = A_2 = A$ ， $X_{1,2} = X_{2,1} = 1$ ，上式可以简化为

$$\Phi_{1,2} = \frac{A(E_{b1} - E_{b2})}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = A\varepsilon_{1,2}(E_{b1} - E_{b2})$$

其中  $\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$  称为**系统黑度**。

对于凸型小物体 1 和包壳 2 之间的辐射换热， $X_{1,2} = 1$ ，则有

$$\Phi_{1,2} = \frac{A_1(E_{b1} - E_{b2})}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

当  $A_1 \ll A_2$  时，上式又可以进一步简化为

$$\Phi_{1,2} = A_1\varepsilon_1(E_{b1} - E_{b2})$$

运用有效辐射的概念，可以计算多个漫灰表面构成的封闭空腔内的辐射换热。封闭空腔内的任意一个表面  $i$

<sup>3</sup>对于黑体表面， $\varepsilon = 1$ ，表面辐射热阻为零， $J = E_b$ 。

净损失的辐射热流量为

$$\Phi_i = \frac{E_{bi} - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}}$$

它应该等于表面  $i$  与封闭空腔中所有其他表面间分别交换的辐射热流量的代数和, 即

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^n A_i X_{i,j} (J_i - J_j) = \sum_{i=1}^n \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{A_i X_{i,j}}}$$

于是可以得到

$$\frac{E_{bi} - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}} = \sum_{i=1}^n \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{A_i X_{i,j}}}$$

根据上式列出所有节点方程, 解出各节点的有效辐射  $J_i$ , 就可以求出各表面的净辐射换热量  $\Phi_i$ 。

#### 定义 10.16 (重辐射面)

如果封闭空腔中某个表面  $i$  的净辐射换热量等于零, 有效辐射等于投入辐射, 即  $J_i = G_i$ , 则称该表面为辐射绝热面。它相当于从各方向投入的辐射能又被如数发射出去, 所以这种表面也称为重辐射面。重辐射面的存在改变了封闭空腔中辐射能的光谱分布, 因为重辐射面的温度与其他表面的温度不同, 所以其有效辐射的光谱与投入辐射的光谱不一样。但对于由漫灰表面构成的封闭空腔来说, 光谱的变化对系统的辐射换热没有影响, 因为各表面的辐射特性都与波长无关。重辐射面的存在也改变了辐射能的方向分布, 所以重辐射面的几何形状、尺寸及相对位置将影响整个系统的辐射换热。

根据有效辐射的定义, 有

$$J_i = E_i + \rho_i G_i = \varepsilon_i E_{bi} + (1 - \alpha_i) G_i$$

对于灰体重辐射面,  $\varepsilon_i = \alpha_i$ 、 $J_i = G_i$ , 代入上式可以得到

$$J_i = E_{bi}$$

即重辐射面的有效辐射等于温度与其相同的黑体表面的辐射力。

**例题 10.7** 有一黑体炉, 圆柱形炉腔的直径  $d = 10 \text{ cm}$ 、深度  $l = 40 \text{ cm}$ , 炉腔内壁面黑度  $\varepsilon = 0.9$ , 炉内温度为  $1000^\circ\text{C}$ 。试问: (1) 如果室内壁面温度为  $27^\circ\text{C}$ , 炉门打开时, 单位时间内从炉门的净辐射散热损失为多少? (2) 单位时间内从炉门发射出多少辐射能?

**解** (1) 因为从炉内发射出的辐射能几乎全部被室内的物体吸收, 所以可以将炉门开口假想为一黑体表面  $A_2$ , 温度为  $27^\circ\text{C}$ 。因此, 从炉门的净辐射散热损失就等于炉腔内壁面  $A_1$  与  $A_2$  间的辐射换热量。于是

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}$$

因为  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $X_{1,2} = \frac{A_2}{A_1} X_{2,1} = \frac{A_2}{A_1}$ , 所以上式可以化简为

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_2}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_2}}$$

根据题意, 有  $T_1 = 273 + 1000 = 1273 \text{ K}$ ,  $T_2 = 273 + 27 = 300 \text{ K}$ ,  $A_1 = \pi dl + \frac{\pi d^2}{4} = 13.36 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ ,  $A_2 = 0.79 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ ,  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ , 代入上式可以得到

$$\Phi_{1,2} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \times (1273^4 - 300^4)}{\frac{1-0.9}{13.36 \times 10^{-2} \times 0.9} + \frac{1}{0.79 \times 10^{-2}}} = 536 \text{ W}$$

(2) 如果假想黑体表面  $A_2$  的热力学温度为  $0 \text{ K}$ , 则  $A_1$  与  $A_2$  之间的辐射换热量就等于从炉门发射出的辐射能量, 即

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_2}} = \frac{\sigma T_1^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_2}} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \times 1273^4}{\frac{1-0.9}{13.36 \times 10^{-2} \times 0.9} + \frac{1}{0.79 \times 10^{-2}}} = 538 \text{ W}$$

**例题 10.8** 一圆柱空腔的直径为  $a = 10 \text{ cm}$ 、深度为  $l = 40 \text{ cm}$ , 炉腔内壁面发射率为  $\varepsilon = 0.2$ , 空腔内壁面温度为  $727^\circ\text{C}$ 。试问: (1) 单位时间内从空腔发射出多少辐射能? (2) 如果空腔所在的室内周围壁面温度为  $27^\circ\text{C}$

，单位时间内空腔的净辐射散热损失为多少？(3) 如果保持空腔的几何尺寸不变，将空腔设计成发射率大于 0.99 的人工黑体，空腔内壁面的发射率至少多大？

**解** (1) 假设空腔开口为一温度为 0 K 的黑体表面 2，则空腔内壁面 1 与该黑体表面 2 之间的辐射换热量就是从空腔发射出去的辐射能：

$$\Phi = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{E_{b1}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}}}$$

而两个表面的面积分别为

$$A_1 = \pi dl + \frac{\pi d^2}{4} = 0.1335 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi d^2}{4} = 0.00785 \text{ m}^2$$

根据角系数的相对性有  $A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$ ，而其中  $X_{2,1} = 1$ ，从而  $X_{1,2} = A_2/A_1$ ，进而得到

$$\Phi = \frac{\sigma T_1^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}}} = 360.3 \text{ W}$$

(2) 单位时间内空腔的净辐射散热损失为

$$\Phi' = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}}} = 357.3 \text{ W}$$

(3) 根据题意，假设空腔内壁面的发射率至少为  $\varepsilon'$ ，则从空腔口发射的辐射能满足

$$\frac{E_{b1}}{\frac{1-\varepsilon'}{\varepsilon' A_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}}} = A_2 \varepsilon_2 E_{b1}$$

其中  $\varepsilon_2 = 0.99$ ，由此解得  $\varepsilon' = 0.854$ 。

**例题 10.9** 设计一个开口半径  $r = 1 \text{ cm}$ 、开口发射率  $\varepsilon_2 = 0.999$  的球型人工黑体腔，已知空腔内壁材料表面黑度为 0.9，试确定黑体腔半径  $R$  的大小。

**解** 根据发射率的定义

$$\varepsilon_b = \frac{E}{E_b}$$

其中  $E$  为人工黑体腔开口的辐射力， $E_b$  为温度等于人工黑体腔温度的黑体的辐射力。从人工黑体腔开口发射出来的辐射能为

$$A_2 E = A_2 \varepsilon_2 E_b = \frac{E_b}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_2}}$$

由此可以得到

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{\frac{A_2}{A_1} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) + 1}$$

由上式可以看出，空腔的开口相对于空腔内表面积越小，内壁面发射率越大，人工黑体越接近于绝对黑体。由上式可以得到

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{r^2}{4R^2} = \frac{\frac{1}{\varepsilon_2} - 1}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1} = \frac{\varepsilon_1(1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_2(1 - \varepsilon_1)} = \frac{0.9 \times (1 - 0.999)}{0.999 \times (1 - 0.9)} = \frac{1}{111}$$

进而可以解得  $R = 5.27 \text{ cm}$ 。

**例题 10.10** 某一六面体房间，表面 1 为顶面，表面 2 为东面，表面 4 为底面，表面 3 为除了 1、2、4 以外的三个墙面，房间长 5 m、宽 4 m、高 3 m。在楼板中布置加热盘管，测得的参数如下： $t_1 = 25^\circ\text{C}$ ， $\varepsilon_1 = 0.9$ ； $t_2 = 10^\circ\text{C}$ ， $\varepsilon_2 = 0.8$ ； $t_3 = 13^\circ\text{C}$ ， $\varepsilon_3 = 0.8$ ； $t_4 = 11^\circ\text{C}$ ， $\varepsilon_4 = 0.6$ 。求各表面的净损失热流量  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$ 。



解 首先求出各表面的角系数:

$$\begin{aligned} X_{1,1} &= 0, & X_{1,2} &= 0.15, & X_{1,3} &= 0.54, & X_{1,4} &= 0.31 \\ X_{2,1} &= 0.25, & X_{2,2} &= 0, & X_{2,3} &= 0.50, & X_{2,4} &= 0.25 \\ X_{3,1} &= 0.27, & X_{3,2} &= 0.14, & X_{3,3} &= 0.32, & X_{3,4} &= 0.27 \\ X_{4,1} &= 0.31, & X_{4,2} &= 0.15, & X_{4,3} &= 0.54, & X_{4,4} &= 0 \end{aligned}$$

根据基尔霍夫定律写出 4 个节点方程:

$$\begin{aligned} \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}} + \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_1 X_{1,2}}} + \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{A_1 X_{1,3}}} + \frac{J_4 - J_1}{\frac{1}{A_1 X_{1,4}}} &= 0 \\ \frac{E_{b2} - J_2}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} + \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 X_{2,1}}} + \frac{J_3 - J_2}{\frac{1}{A_2 X_{2,3}}} + \frac{J_4 - J_2}{\frac{1}{A_2 X_{2,4}}} &= 0 \\ \frac{E_{b3} - J_3}{\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{A_3 X_{3,1}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{A_3 X_{3,2}}} + \frac{J_4 - J_3}{\frac{1}{A_3 X_{3,4}}} &= 0 \\ \frac{E_{b4} - J_4}{\frac{1-\varepsilon_4}{\varepsilon_4 A_4}} + \frac{J_1 - J_4}{\frac{1}{A_4 X_{4,1}}} + \frac{J_2 - J_4}{\frac{1}{A_4 X_{4,2}}} + \frac{J_3 - J_4}{\frac{1}{A_4 X_{4,3}}} &= 0 \end{aligned}$$

将上述节点方程整理成关于  $J_1 \sim J_4$  的代数方程, 有

$$J_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 - (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^4 J_j X_{i,j}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

可以求解出  $\Phi_1 = 1204.5 \text{ W}$ ,  $\Phi_2 = -395.5 \text{ W}$ ,  $\Phi_3 = -450.5 \text{ W}$ ,  $\Phi_4 = -385.5 \text{ W}$ 。

## 10.5 遮热板原理

在现代隔热保温技术中, 遮热板的应用比较广泛, 例如炼钢工人的遮热面罩、航天器的多层真空舱壁、低温技术中的多层隔热容器以及测温技术中测温元件的辐射屏蔽等, 遮热板的主要作用是削弱辐射换热。下面以两块靠得很近的大平壁间的辐射换热为例来说明遮热板的工作原理。

设大平壁 1、2 的温度分别为  $T_1$ 、 $T_2$ , 表面发射率都为  $\varepsilon$ , 面积为  $A$ 。当没有遮热板时, 两块平壁间的辐射换热量为

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon} + \frac{1}{A} + \frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\varepsilon} - 1}$$

在两块平壁之间加一块大小相同、表面发射率相同的遮热板 3, 因为通常遮热板为金属薄片, 导热热阻很小, 可以忽略, 遮热板两面的温度基本相同, 所以加一块遮热板相当于给两块平壁之间的辐射换热增加了两个表面辐射热阻、一个空间辐射热阻。此时

$$\Phi_{1,2}^{(1)} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon} + \frac{1}{A} + \frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon} + \frac{1}{A} + \frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}} = \frac{1}{2} \Phi_{1,2}$$

依此类推, 如果加  $n$  层同样的遮热板, 则辐射热阻将增大  $n$  倍, 辐射换热量将减少为

$$\Phi_{1,2}^n = \frac{1}{n+1} \Phi_{1,2}$$

实际上, 遮热板通常采用表面反射率高、发射率小的材料, 比如表面高度抛光的薄铝板, 使表面辐射热阻很大, 削弱辐射热阻的效果要比上式的计算结果好得多。如上所述, 遮热板的作用是增加辐射换热热阻, 削弱辐射换热。由于在辐射换热的时候, 还往往存在导热和对流换热, 所以在工程中, 为了增加隔热保温的效果, 通常在多层遮热板中间抽真空, 将导热和对流换热减少到最低限度。这种隔热保温技术在航天、低温工程中应用广泛。

**例题 10.11** 有两块平行放置的大平板, 板间距远小于板的长度和宽度, 温度分别为  $400^\circ\text{C}$  和  $50^\circ\text{C}$ , 表面发射率均为 0.8。如果在两块平板之间放一块表面发射率为 0.1 的遮热板, 而两块平板的温度维持不变, 试计算加遮热板之后这两块平面之间的辐射换热量。

**解** 加上遮热板后，两块平板的辐射换热量满足

$$\Phi_{1,2}/A = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{X_{1,2}} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{1}{X_{1,2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}}$$

其中  $E_{b1} = \sigma T_1^4$ ,  $E_{b2} = \sigma T_2^4$ ,  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ,  $T_1 = 400 + 273.15 = 673.15 \text{ K}$ ,  $T_2 = 50 + 273.15 = 323.15 \text{ K}$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.8$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $X_{1,2} = 1$ , 于是

$$\frac{\Phi_{1,2}}{A} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4) \times [(673.15 \text{ K})^4 - (323.15 \text{ K})^4]}{\frac{1-0.8}{0.8} + 1 + \frac{1-0.1}{0.1} + \frac{1-0.1}{0.1} + 1 + \frac{1-0.8}{0.8}} = 567.745 \text{ W}/\text{m}^2$$

**例题 10.12** 板 1 和板 2 平行且距离很近，两板的黑度  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.8$ ，如果中间插入一黑度为  $\varepsilon_3 = 0.05$  的磨光镍板 3，求此时 1、2 表面间辐射换热量与未插入板 3 时 1、2 表面间辐射换热量的比值。

**解** 在插入板 3 之前，有

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A\varepsilon_1} + \frac{1}{AX_{1,2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A\varepsilon_2}} = \frac{A(E_{b1} - E_{b2})}{\frac{2}{\varepsilon_1} - 1}$$

而加入遮热板后，有

$$\Phi'_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A\varepsilon_1} + \frac{1}{AX_{1,3}} + \frac{1-\varepsilon_3}{A\varepsilon_3} + \frac{1-\varepsilon_3}{A\varepsilon_3} + \frac{1}{AX_{3,2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A\varepsilon_2}} = \frac{1}{2} \frac{A(E_{b1} - E_{b2})}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1}$$

从而得到

$$\frac{\Phi'_{1,2}}{\Phi_{1,2}} = \frac{1}{2} \frac{\frac{2}{\varepsilon_1} - 1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1} = 1/27$$

遮热板在测温技术中也得到了应用。在用热电偶测量高温气体的温度时，为了减少辐射换热产生的测温误差，需要给热电偶加装辐射屏蔽（遮热罩）。如果用裸露的热电偶进行测量，当忽略热电偶连线的导热时，根据稳态情况下热电偶端点的热平衡，燃气与热电偶端点之间的对流换热量应等于热电偶端点与周围管壁之间的辐射换热量，即

$$Ah(T_f - T_1) = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A\varepsilon_1} + \frac{1}{A} + \frac{1-\varepsilon'}{A\varepsilon'}} \approx A\varepsilon_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

其中  $h$  为热电偶端点与燃气之间对流换热的表面传热系数； $\varepsilon_1$  为热电偶端点的表面发射率； $T_f$  为燃气的热力学温度； $T_1$  为热电偶端点的热力学温度，即热电偶的测量结果； $T_2$  为燃气通道内壁面的热力学温度。由上式可以得出热电偶的测温误差为

$$T_f - T_1 = \frac{\varepsilon_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{h}$$

可以看到，热电偶的测温误差与热电偶端点和燃气通道壁面之间的辐射换热量成正比，与表面传热系数  $h$  成反比。当  $T_f = 1000 \text{ K}$ 、 $T_2 = 800 \text{ K}$ 、 $\varepsilon_1 = 0.8$ 、 $h = 40 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  时，测温误差可以达到  $144 \text{ K}$ 。

如果给热电偶加一个表面发射率为  $\varepsilon_2 = 0.2$  的遮热罩，假设热电偶端点与燃气和遮热罩间对流换热的表面传热系数都为  $h = 40 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，则热电偶端点的热平衡表达式为

$$h(T_f - T_1) = \varepsilon_1\sigma(T_1^4 - T_3^4)$$

上式含有两个未知数，即热电偶温度  $T_1$  和遮热罩温度  $T_3$ ，所以还必须考虑遮热罩的热平衡。由于热电偶端点与遮热罩之间的辐射换热量和遮热罩与燃气之间的对流换热量及遮热罩与管道壁面之间的辐射换热量相比非常小，可以忽略，所以遮热罩内、外壁面与燃气的对流换热量应该等于遮热罩外壁面与燃气管道壁面之间的辐射换热量，即

$$2h(T_f - T_3) = \varepsilon_3\sigma(T_3^4 - T_2^4)$$

由此可以求得遮热罩壁温  $T_3$ ，进而可以求出测温误差  $T_f - T_1$ ，结果为  $44 \text{ K}$ 。可以看到，加遮热罩之后，相对测温误差由未加遮热罩时的  $14.4\%$  降低到  $4.4\%$ 。通常遮热罩做成抽气式的，以便强化燃气与热电偶端点之间的对流换热，提高表面传热系数  $h$ ，进一步减少测温误差。

**例题 10.13** 用裸露热电偶测量管道内高温烟气的温度，热电偶的指示温度  $t_1 = 700^\circ\text{C}$ ，烟道内壁面温度  $t_2 = 550^\circ\text{C}$ ，热电偶端点和烟道壁面的发射率均为  $0.8$ ，烟气和热电偶端点之间的对流换热的表面传热系数  $h =$

40 W/(m<sup>2</sup>·K)。忽略热电偶线的导热，试确定由于热电偶端点和烟道壁面之间的辐射换热所引起的测温误差及烟气的真实温度。

**解** 烟气与热电偶端点的对流换热跟热电偶端点与烟道内壁面的辐射换热相平衡，即

$$A_1 h(T_f - T_1) = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}$$

其中  $A_2 \gg A_1$ ， $X_{1,2} = 1$ ，因此上式可以化简为

$$T_f - T_1 = \frac{1}{h} \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4) \times [(973.15 \text{ K})^4 - (823.15 \text{ K})^4]}{40 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times \left(\frac{1-0.8}{0.8} + 1\right)} = 496.397 \text{ K}$$

上式给出了测温误差，因此烟气的真实温度  $T_f = 973.15 + 496.397 = 1469.547 \text{ K}$ 。

**例题 10.14** 为了减小上题中的测温误差，给热电偶加装遮热罩，同时安装抽气装置，以强化烟气和热电偶端点之间的对流换热。如果遮热罩内外壁面的发射率均为 0.2，烟气和热电偶端点间对流换热的表面传热系数加大为 80 W/(m<sup>2</sup>·K)，其他参数如上题，试确定测温误差。

**解** 烟气与热电偶端点的对流换热跟热电偶端点与遮热罩的辐射换热相平衡，有

$$A_1 h'(T_f - T_1) = \frac{E_{b1} - E_{b3}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}} + \frac{1-\varepsilon_3}{A_3 \varepsilon_3}} \approx \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1}} \Rightarrow T_f - T_1 = \frac{\varepsilon_1 \sigma(T_1^4 - T_3^4)}{h'}$$

遮热罩内外两面的对流换热跟其与烟道壁面的辐射换热相平衡，有

$$2A_3 h'(T_f - T_3) = \frac{E_{b3} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_3}{A_3 \varepsilon_3} + \frac{1}{A_3 X_{3,2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}} \approx \frac{\sigma(T_3^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_3}{A_3 \varepsilon_3} + \frac{1}{A_3}} \Rightarrow T_f - T_3 = \frac{\varepsilon_3 \sigma(T_3^4 - T_2^4)}{2h'}$$

由上式得到

$$7.0875 \times 10^{-11} T_3^4 + T_3 - 1502.08636 = 0$$

可以解得  $T_3 = 1299.79 \text{ K}$ ，进而可以得到

$$5.67 \times 10^{-10} T_1^4 + T_1 - 3087.909566 = 0$$

可以解得  $T_1 = 1327.43 \text{ K}$ ，此时测温误差为  $T_f - T_1 = 1469.547 - 1327.43 = 142.117 \text{ K}$ 。

## 第 11 章 传热过程与换热器

### 11.1 传热过程

#### 定义 11.1 (传热过程)

工程上经常遇到固体壁面两侧流体之间的热量交换。在传热学中这种热量从固体壁面一侧的流体通过固体壁面传递到另一侧流体的过程称为传热过程。这里定义的传热过程有其特定的含义，并非泛指热量传递。

一般来说，传热过程由三个相互串联的热量传递环节组成：

1. 热量以对流换热的方式从高温流体传给壁面，有时还存在高温流体与壁面之间的辐射换热。
2. 热量以导热的方式从高温流体侧壁面传递到低温流体侧壁面。
3. 热量以对流换热的方式从低温流体侧壁面传给低温流体，有时还需要考虑壁面与低温流体及周围环境之间的辐射换热。

#### 11.1.1 通过平壁的传热过程

这里考虑最简单的通过平壁的稳态传热过程。考虑一个热导率  $\lambda$  为常数、厚度为  $\delta$  的大平壁，平壁左侧远离壁面处的流体温度为  $t_{f1}$ ，表面传热系数为  $h_1$ ，平壁右侧远离壁面处的流体温度  $t_{f2}$ ，表面传热系数为  $h_2$ ，且  $t_{f1} > t_{f2}$ 。假设平壁两侧的流体温度及表面传热系数都不随时间变化。显然，这是一个稳态的传热过程，由平壁左侧的对流换热、平壁的导热以及平壁右侧的对流换热三个相互串联的热量传递环节组成。

对于平壁左侧流体与左侧壁面之间的对流换热，根据牛顿冷却公式有

$$\Phi = Ah_1(t_{f1} - t_{w1}) = \frac{t_{f1} - t_{w1}}{\frac{1}{Ah_1}} = \frac{t_{f1} - t_{w1}}{R_{h1}}$$

对于平壁的导热，则有

$$\Phi = A\lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{\delta}{A\lambda}} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{R_{\lambda}}$$

对于平壁右侧流体与右侧壁面之间的对流换热，同样可以得到

$$\Phi = Ah_2(t_{w2} - t_{f2}) = \frac{t_{w2} - t_{f2}}{\frac{1}{Ah_2}} = \frac{t_{w2} - t_{f2}}{R_{h2}}$$

其中  $R_{h1}, R_{\lambda}, R_{h2}$  分别为平壁左侧对流换热热阻、平壁导热热阻和平壁右侧对流换热热阻。在稳态情况下，上面三个式子计算得到的热流量  $\Phi$  是相同的，由此可得

$$\Phi = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{Ah_1} + \frac{\delta}{A\lambda} + \frac{1}{Ah_2}} = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{R_{h1} + R_{\lambda} + R_{h2}} = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{R_k}$$

其中总热阻  $R_k$  称为**传热热阻**，单位为 K/W，它由三个热阻串联而成。上式还可以写成

$$\Phi = Ak(t_{f1} - t_{f2}) = Ak\Delta t$$

其中

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}}$$

称为**总传热系数**，单位为 W/(m<sup>2</sup>·K)， $\Delta t$  为传热温差。通过单位面积平壁的热流密度为

$$q = k(t_{f1} - t_{f2}) = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}}$$

利用上述公式，可以很容易求得通过平壁的热流量  $\Phi$ 、热流密度  $q$  及壁面温度  $t_{w1}$ 、 $t_{w2}$ 。

**例题 11.1** 一单层玻璃窗，高 1.2 m，宽 1 m，玻璃厚 0.3 mm，玻璃的导热系数  $\lambda = 1.05$  W/(m·K)，室内、外的

空气温度分别为  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  和  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，室内、外空气与窗玻璃之间对流换热的表面传热系数分别为  $h_1 = 5\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  和  $h_2 = 20\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，试求玻璃窗的散热损失及玻璃窗的导热热阻、两侧的对流换热热阻。

**解** 根据一维稳态传热，室内空气与玻璃的对流换热、玻璃的热传导、室外空气与玻璃的对流换热的过程的热流量分别满足

$$q = h_1(t_{f1} - t_{w1})$$

$$q = \lambda_1 \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta}$$

$$q = h_2(t_{w2} - t_{f2})$$

根据上面的式子，可以解得

$$t_{w1} = 8.0137\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad t_{w2} = 7.996575\text{ }^{\circ}\text{C}$$

于是玻璃窗的散热损失，即热流量为

$$\Phi = qA = Ah_1(t_{f1} - t_{w1}) = (1.2\text{ m} \times 1\text{ m}) \times 5\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times (20\text{ }^{\circ}\text{C} - 8.0137\text{ }^{\circ}\text{C}) = 71.9178\text{ W}$$

玻璃的导热热阻为

$$R_{\lambda} = \frac{\delta}{A\lambda} = \frac{0.3 \times 10^{-3}\text{ m}}{1.2\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1.05\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})} = 2.38095 \times 10^{-4}\text{ K/W}$$

室内空气与玻璃的对流换热热阻为

$$R_{h_1} = \frac{1}{Ah_1} = \frac{1}{1.2\text{ m} \times 1\text{ m} \times 5\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} = 0.16667\text{ K/W}$$

室外空气与玻璃的对流换热热阻为

$$R_{h_2} = \frac{1}{Ah_2} = \frac{1}{1.2\text{ m} \times 1\text{ m} \times 20\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} = 0.0416667\text{ K/W}$$

**例题 11.2** 有一厚度为  $\delta = 400\text{ mm}$  的房屋外墙，热导率  $\lambda = 0.5\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。冬季，室内空气温度  $t_1 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，与墙内壁面之间对流换热的表面传热系数  $h_1 = 4\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ；室外空气温度  $t_2 = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，与外墙之间对流换热的表面传热系数  $h_2 = 6\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。如果不考虑热辐射，试求通过墙壁的传热系数、单位面积的传热量和内外壁面温度。

**解** 根据一维稳态传热，室内空气与玻璃的对流换热、玻璃的热传导、室外空气与玻璃的对流换热的过程的热流量相同，该过程的传热系数为

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} = \frac{1}{\frac{1}{4\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} + \frac{400\text{ mm}}{0.5\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})} + \frac{1}{6\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}} = 0.8219\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

单位面积的传热量为

$$q = k(t_1 - t_2) = 0.8219\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times (20\text{ }^{\circ}\text{C} + 10\text{ }^{\circ}\text{C}) = 24.657\text{ W}/\text{m}^2$$

根据室内空气与墙面的对流换热过程，有

$$q = h_1(t_1 - t_{w1})$$

从而得到内壁面温度为

$$t_{w1} = t_1 - \frac{q}{h_1} = 20\text{ }^{\circ}\text{C} - \frac{24.657\text{ W}/\text{m}^2}{4\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} = 13.83575\text{ }^{\circ}\text{C}$$

根据室外空气与墙面的对流换热过程，有

$$q = h_2(t_{w2} - t_2)$$

从而得到外壁面温度为

$$t_{w2} = \frac{q}{h_2} + t_2 = \frac{24.657\text{ W}/\text{m}^2}{6\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} - 10\text{ }^{\circ}\text{C} = -5.8905\text{ }^{\circ}\text{C}$$

### 11.1.2 通过圆管壁的传热过程

考虑一单层圆管，内、外半径分别为  $r_1, r_2$ ，长度为  $l$ 、热导率  $\lambda$  为常数，无内热源，圆管内、外两侧的表面传热系数分别为  $h_1, h_2$ 。显然，这是一个由圆管内侧的对流换热、圆管壁面的导热及圆管外侧的对流换热三个热量传递环节组成的传热过程。在稳态条件下，根据牛顿冷却公式以及圆管壁的稳态导热计算公式，通过圆管的热流量可以分别表示为

$$\Phi = \pi d_1 h_1 (t_{f1} - t_{w1}) = \frac{t_{f1} - t_{w1}}{\frac{1}{\pi d_1 h_1}} = \frac{t_{f1} - t_{w1}}{R_{h1}}$$

$$\Phi = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{d_2}{d_1}} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{R_\lambda}$$

$$\Phi = \pi d_2 h_2 (t_{w2} - t_{f2}) = \frac{t_{w2} - t_{f2}}{R_{h2}}$$

其中  $R_{h1}, R_\lambda, R_{h2}$  分别为圆管内侧的对流换热热阻、管壁的导热热阻和圆管外侧的对流换热热阻。在稳态条件下，上面三个式子的  $\Phi$  是相等的，于是可以得到

$$\Phi = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\pi d_1 h_1} + \frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 h_2}} = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{R_{h1} + R_\lambda + R_{h2}} = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{R_k}$$

其中  $R_k$  为传热热阻，单位为  $\text{K/W}$ ，是三个串联的热阻之和。上式还可以写成

$$\Phi = \pi d_2 l k_0 (t_{f1} - t_{f2}) = \pi d_2 l k_0 \Delta t$$

其中  $k_0$  为以圆管外壁面面积为基准计算的总传热系数。对比可以得到

$$k_0 = \frac{1}{\frac{d_2}{d_1} \frac{1}{h_1} + \frac{d_2}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{h_2}}$$

对于通过  $n$  层不同材料组成的无内热源的多层圆管的稳态传热过程，如果圆管内、外直径分别为  $d_1, d_{n+1}$ ，各层材料的热导率均为常数，层与层之间无接触热阻，则总传热热阻为相互串联的各热阻之和，于是可以直接写出热流量的表达式：

$$\Phi = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{R_{h1} + \sum_{i=1}^n R_{\lambda i} + R_{h2}} = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\pi d_1 h_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\lambda_i l} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\pi d_{n+1} h_2}}$$

**例题 11.3** 平均温度为  $80^\circ\text{C}$  的热水以  $5 \text{ m/s}$  的速度流过一内径为  $80 \text{ mm}$ 、壁厚为  $10 \text{ mm}$  的水平钢管。管壁材料的热导率为  $45 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ，管子周围空气温度为  $20^\circ\text{C}$ 。如果不考虑管壁与周围环境间的辐射换热，试计算单位管长的散热损失和外壁面温度。

**解** 该管子的内壁对流换热、壁面导热以及外壁对流换热的单位长度热流量分别满足

$$\Phi_l = \pi d_1 h_1 (t_{f1} - t_{w1})$$

$$\Phi_l = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}}$$

$$\Phi_l = \pi d_2 h_2 (t_{w2} - t_{f2})$$

对于内壁的强迫对流换热，定性温度  $t_{m1} = t_{f1} = 80^\circ\text{C}$ ，查表可以得到  $\lambda_1 = 67.4 \times 10^{-2} \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ， $\nu_1 = 0.365 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr}_1 = 2.21$ ，于是

$$\text{Re}_1 = \frac{ud_1}{\nu_1} = \frac{5 \text{ m/s} \times 80 \text{ mm}}{0.365 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 1.096 \times 10^6$$

从而得到

$$\text{Nu}_1 = 0.023 \text{Re}_1^{0.8} \text{Pr}_1^{0.3} = 0.023 \times (1.096 \times 10^6)^{0.8} \times 2.21^{0.3} = 1981.04$$

由此得到管内强迫对流的传热系数为

$$h_1 = \frac{\lambda_1}{d_1} \text{Nu}_1 = \frac{67.4 \times 10^{-2} \text{ W/(m}\cdot\text{K)}}{80 \text{ mm}} \times 1981.04 = 16690.262 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

对于外壁的自然对流换热，定性温度  $t_{m2} = \frac{1}{2}(t_{w2} + t_{f2})$ ，这里首先假设  $t_{w2} = 79.883^\circ\text{C}$ ，则  $t_{m2} = 49.9415^\circ\text{C}$ ，查表可以得到  $\lambda_2 = 0.0283 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ， $\nu_2 = 17.9442 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr}_2 = 0.698$ ， $\alpha_2 = 1/T_{m2} = 3.095 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$



, 于是

$$\begin{aligned}\text{Gr}_2\text{Pr}_2 &= \frac{g\alpha_2(t_{w2} - t_{f2})d_2^3}{\nu_2^2}\text{Pr}_2 \\ &= \frac{9.8 \text{ m}^2/\text{s} \times 3.095 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \times (79.883 - 20) \text{ K} \times (100 \text{ mm})^3}{(17.9442 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})^2} \times 0.698 \\ &= 3.937 \times 10^6\end{aligned}$$

从而得到

$$\text{Nu}_2 = 0.48(\text{Gr}_2\text{Pr}_2)^{1/4} = 0.48 \times (3.937 \times 10^6)^{1/4} = 21.3818$$

由此可以得到管外自然对流的传热系数为

$$h_2 = \frac{\lambda_2}{d_2}\text{Nu}_2 = \frac{0.0283 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{100 \text{ mm}} \times 21.3818 = 6.05 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

此时

$$\Phi_{l1} = \frac{t_{f1} - t_{w2}}{\frac{1}{\pi d_1 h_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} = \frac{(80 - 79.883) \text{ K}}{\frac{1}{\pi \times 80 \text{ mm} \times 16690.262 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} + \frac{1}{2\pi \times 45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})} \ln \frac{100}{80}} = 113.857 \text{ W}/\text{m}$$

$$\Phi_{l2} = \pi d_2 h_2 (t_{w2} - t_{f2}) = \pi \times 100 \text{ mm} \times 6.05 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times (79.883 - 20) \text{ K} = 113.821 \text{ W}/\text{m}$$

可以看到  $\Phi_{l1} \approx \Phi_{l2}$ , 因此假设成立, 所以单位管长的散热损失为  $113.839 \text{ W}/\text{m}$ , 外壁面温度为  $79.883^\circ\text{C}$ 。

**例题 11.4** 如果上题中的钢管置于一大房间中, 房内空气和周围壁面的温度均为  $20^\circ\text{C}$ , 钢管管壁的发射率为  $0.9$ , 其他条件与上题相同, 试计算单位管长的散热损失和外壁面温度。

**解** 钢管外壁面的辐射热流量满足

$$\Phi_r = \frac{\sigma(T_{w2}^4 - T_b^4)}{\frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon} + \frac{1}{A}} = \frac{\sigma(T_{w2}^4 - T_b^4)}{\frac{1-\varepsilon}{\pi d_2 l \varepsilon} + \frac{1}{\pi d_2 l}}$$

假设  $t_{w2} = 79.765^\circ\text{C}$ , 则

$$\begin{aligned}\Phi_{r,l} &= \frac{\sigma(T_{w2}^4 - T_b^4)}{\frac{1-\varepsilon}{\pi d_2 \varepsilon} + \frac{1}{\pi d_2}} \\ &= \frac{5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4) \times [(352.915 \text{ K})^4 - (293.15 \text{ K})^4]}{\frac{1-0.9}{\pi \times 100 \text{ mm} \times 0.9} + \frac{1}{\pi \times 100 \text{ mm}}} \\ &= 115.07 \text{ W}/\text{m}\end{aligned}$$

此时对于外壁面的自然对流换热, 定性温度  $t_m = 49.8825^\circ\text{C}$ , 查表可知  $\lambda_2 = 0.02829 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $\nu_2 = 17.938 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\text{Pr}_2 = 0.698$ ,  $\alpha_2 = 1/T_{m2} = 3.0957 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , 于是

$$\begin{aligned}\text{Gr}_2\text{Pr}_2 &= \frac{g\alpha_2(t_{w2} - t_{f2})d_2^3}{\nu_2^2}\text{Pr}_2 \\ &= \frac{9.8 \text{ m}^2/\text{s} \times 3.0957 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \times (79.765 - 20) \text{ K} \times (100 \text{ mm})^3}{(17.938 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})^2} \times 0.698 \\ &= 3.933 \times 10^6\end{aligned}$$

从而得到

$$\text{Nu}_2 = 0.48(\text{Gr}_2\text{Pr}_2)^{1/4} = 0.48 \times (3.933 \times 10^6)^{1/4} = 21.3758$$

由此可以得到管外自然对流的传热系数为

$$h_2 = \frac{\lambda_2}{d_2}\text{Nu}_2 = \frac{0.02829 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{100 \text{ mm}} \times 21.3758 = 6.04759 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

以及管外自然对流的热流量为

$$\Phi_{e,l} = \pi d_2 h_2 (t_{w2} - t_{f2}) = \pi \times 100 \text{ mm} \times 6.04759 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times (79.765 - 20) \text{ K} = 113.5479 \text{ W}/\text{m}$$

此时仍然有

$$\Phi_{l1} = \frac{t_{f1} - t_{w2}}{\frac{1}{\pi d_1 h_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} = \frac{(80 - 79.765) \text{ K}}{\frac{1}{\pi \times 80 \text{ mm} \times 16690.262 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} + \frac{1}{2\pi \times 45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})} \ln \frac{100}{80}} = 228.687 \text{ W/m}$$

而

$$\Phi_{l2} = \Phi_{c,l} + \Phi_{r,l} = 228.618 \text{ W/m}$$

可以看到  $\Phi_{l1} \approx \Phi_{l2}$ ，因此假设成立，所以单位管长的散热损失为 228.653 W/m，外壁面温度为 79.765 °C。

工程上，为了减少热流体输送管道的散热损失，通常用保温材料在管道外面加一层或多层保温层。由上述对圆管壁的稳态传热过程分析可知，在热流体和周围环境不变、不考虑辐射环绕的情况下，加一层保温层的管道散热过程是一个通过两层圆管壁的稳态传热过程。假设管壁材料的热导率为  $\lambda_1$ ，保温材料的热导率为  $\lambda_x$ ，则此时

$$\begin{aligned} R_k &= R_{h1} + R_{\lambda1} + R_{\lambda x} + R_{h2} \\ &= \frac{1}{\pi d_1 h_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_1 l} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_x l} \ln \frac{d_x}{d_2} + \frac{1}{\pi d_x h_2} \end{aligned}$$

由上式可知，随着保温层厚度的增加，即  $d_x$  的增大，管内对流换热热阻与管壁导热热阻之和 ( $R_{h1} + R_{\lambda1}$ ) 保持不变，保温层的导热热阻  $R_{\lambda x}$  随之增大，但是保温层外侧的对流换热热阻  $R_{h2}$  却随之减小。

### 定义 11.2 (临界绝缘直径)

当  $d_2$  较小时，有可能总热阻  $R_k$  先随着  $d_x$  的增大而减小，然后再随着  $d_x$  的增大而增大，中间出现极小值，相应热流量  $\Phi$  出现极大值。总热阻  $R_k$  取得极小值的保温层外径称为临界绝缘直径，用  $d_c$  表示，可以由下式求出：

$$\frac{dR_k}{dd_x} = 0 \quad \Rightarrow \quad d_x = \frac{2\lambda_x}{h_2} = d_c$$



可以看到，当管道外径  $d_2 > d_c$  时，加保温层总会起到隔热保温的作用，但是管道外径  $d_2 < d_c$  时，必须考虑临界绝缘直径的问题。在这种情况下，只有当保温层外径大于  $d_3$  时，保温层才起到减少散热损失的作用。<sup>1</sup>

### 11.1.3 通过肋壁的传热过程

工程上常常会遇到壁面两侧对流换热的表面传热系数相差较大的传热过程，这种情况下，在表面传热系数较小的一侧壁面上加肋扩大换热面积是强化传热的有效措施。下面以通过平壁的传热过程为例进行分析。

考虑通过单层平壁的稳态传热过程，假设  $h_1 \gg h_2$ ，为了强化传热，可以在对流换热较弱的右侧加肋。未加肋的左侧面积为  $A_1$ ，加肋侧的肋基面积为  $A'_2$ ，肋基温度为  $t'_{w2}$ ，肋片面积为  $A''_2$ ，肋片平均温度为  $t''_{w2}$ ，肋侧总面积为  $A_2 = A'_2 + A''_2$ 。假设肋壁材料的热导率  $\lambda$  为常数，肋侧表面传热系数  $h_2$  为常数。在稳态情况下，分别对左侧对流换热、壁的导热以及肋侧的对流换热写出对应的热流量：

$$\begin{aligned} \Phi &= A_1 h_1 (t_{f1} - t_{w1}) = \frac{t_{f1} - t_{w1}}{\frac{1}{A_1 h_1}} \\ \Phi &= A_1 \lambda \frac{t_{w1} - t'_{w2}}{\delta} = \frac{t_{w1} - t'_{w2}}{\frac{\delta}{A_1 \lambda}} \\ \Phi &= A'_2 h_2 (t'_{w2} - t_{f2}) + A''_2 h_2 (t''_{w2} - t_{f2}) \end{aligned}$$

根据肋片效率的定义式

$$\eta_f = \frac{A''_2 h_2 (t''_{w2} - t_{f2})}{A'_2 h_2 (t'_{w2} - t_{f2})} = \frac{t''_{w2} - t_{f2}}{t'_{w2} - t_{f2}}$$

<sup>1</sup>工程上，绝大多数需要加保温层的管道外径都大于临界绝缘直径，只有当管径很小，保温材料的热导率又较大时，才会考虑临界绝缘直径的问题。

可以将肋侧的对流换热对应的热流量改写为

$$\Phi = (A_2' + A_2''\eta_f)h_2(t_{w2}' - t_{f2}) = A_2\eta h_2(t_{w2}' - t_{f2}) = \frac{t_{w2}' - t_{f2}}{\frac{1}{A_2\eta h_2}}$$

其中  $\eta = \frac{A_2' + A_2''\eta_f}{A_2}$  称为**肋面总效率**。<sup>2</sup>联立上面的式子，可以得到通过肋壁的传热热流量计算公式：

$$\Phi = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{A_1 h_1} + \frac{\delta}{A_1 \lambda} + \frac{1}{A_2 \eta h_2}}$$

上式还可以改写成

$$\Phi = A_1 \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{A_1}{A_2} \frac{1}{\eta h_2}} = A_1 k_1 \Delta t$$

其中  $k_1$  称为以光壁表面积为基准的总传热系数，其表达式为

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\beta \eta h_2}}$$

其中  $\beta = A_2/A_1$  称为**肋化系数**。

可以看到，加肋之后，肋侧的对流换热热阻为  $\frac{1}{\beta \eta h_2}$ ，而未加肋时为  $\frac{1}{h_2}$ ，加肋后热阻减小的程度与  $\beta \eta$  有关。从肋化系数的定义可知  $\beta > 1$ ，其大小取决于肋高与肋间距。增大肋高可以加大  $\beta$ ，但是增加肋高会使肋片效率  $\eta_f$  降低，从而使肋面总效率  $\eta$  降低。减小肋间距，使肋片加密也可以加大  $\beta$ ，但是肋间距过小会增大流体的流动阻力，使肋间流体的温度升高，降低传热温差，不利于传热。一般肋间距应大于 2 倍边界层最大厚度。

应该合理地选择肋高和肋间距，使  $\frac{1}{\beta \eta h_2}$  以及总传热系数  $k_1$  具有最佳值。工程上，当  $h_1/h_2 = 3 \sim 5$  时，一般选择  $\beta$  较小的低肋；当  $h_1/h_2 > 10$  时，一般选择  $\beta$  较大的高肋。为了有效地强化传热，肋片应该加在总表面传热系数较小的一侧。

### 11.1.4 复合换热

#### 定义 11.3 (复合换热)

以上对通过平壁、圆管壁以及肋壁传热的讨论并没有涉及辐射换热。有些情况下壁面与流体或周围环境之间存在较强的辐射换热，不可以忽略，这种对流换热与辐射换热同时存在的换热过程称为复合换热。

#### 定义 11.4 (辐射换热表面传热系数)

对于复合换热，工程上为了计算方便，通常将辐射换热折合成对流换热量，引进辐射换热表面传热系数  $h_r$ ，定义为

$$h_r = \frac{\Phi_r}{A(t_w - t_f)}$$

其中  $\Phi_r$  为辐射换热量。

于是，复合换热表面传热系数  $h$  为对流换热表面传热系数  $h_c$  与辐射换热表面传热系数  $h_r$  之和，即

$$h = h_c + h_r$$

总换热量为对流换热量  $\Phi_c$  与辐射换热量  $\Phi_r$  之和，即

$$\Phi = \Phi_c + \Phi_r = (h_c + h_r)A(t_w - t_f) = hA(t_w - t_f)$$

**注** 即使在一般常温下，如果对流换热的表面传热系数较小，辐射换热的损失所占比例就不可忽略。因此，不能认为温度不高，就可以忽略辐射换热影响

**例题 11.5** 冬季一车间外墙内壁温度为  $t_w = 10^\circ\text{C}$ ，内墙内壁温度为  $t_{am} = 16.7^\circ\text{C}$ ，车间内气温  $t_f = 20^\circ\text{C}$ 。已知外墙内壁与内墙内壁的系统发射率为  $\varepsilon = 0.9$ ，外墙内壁对流换热表面传热系数  $h_c = 3.21 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。求：(1) 外墙内壁复合换热表面传热系数；(2) 外墙热流密度；(3) 热损失中辐射散热所占比例。

<sup>2</sup>一般情况下，有  $A_2'' \gg A_2'$ ， $A_2 \approx A_2''$ ，所以  $\eta \approx \eta_f$ 。

解 (1) 辐射换热满足

$$\Phi_r = \frac{\sigma(T_{am}^4 - T_w^4)}{\frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon} + \frac{1}{A} + \frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}} = Ah_r(t_f - t_w)$$

于是辐射换热表面传热系数为

$$h_r = \frac{\sigma(T_{am}^4 - T_w^4)}{(\frac{2}{\varepsilon} - 1)(t_f - t_w)} = 2.924 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

于是外墙内壁复合换热表面传热系数为

$$h = h_r + h_c = 6.134 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

(2) 外墙热流密度为

$$q = h(t_f - t_w) = 61.34 \text{ W}/\text{m}^2$$

(3) 热损失中辐射散热所占比例为

$$h_r/h = 2.924/6.134 = 0.477$$

**例题 11.6** 一边长为 30 cm 的正方形薄平板，内部有电加热装置，垂直放置于静止空气中，板一侧绝热。空气温度为 35 °C。为了防止内部电热丝过热，板表面温度不允许超过 150 °C。平板表面辐射换热的表面传热系数为 9 W/(m<sup>2</sup> · K)。试确定电热器所允许的最大功率。

解 这是大空间自然对流与辐射组成的复合换热问题。定性温度为  $t_m = \frac{1}{2}(t_w + t_f) = 92.5 \text{ °C}$ ，查表得到空气物性为  $\lambda = 0.0315 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $\nu = 22.36 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 0.6895$ ，于是

$$\text{Gr} = \frac{g\alpha(t_w - t_f)l^3}{\nu^2} = \frac{9.807 \times (150 - 35) \times 0.3^3}{(22.36 \times 10^{-6})^2} = 1.665 \times 10^8$$

进而得到

$$\text{Nu} = 0.59(\text{GrPr})^{1/4} = 0.59 \times (1.665 \times 10^8 \times 0.6895)^{1/4} = 61.07$$

以及

$$h = \frac{\lambda}{l}\text{Nu} = \frac{0.0315}{0.3} \times 61.07 = 6.41 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

平板散热量，也即电热器所允许的最大功率则为

$$\Phi = (h + h_r)A(t_w - t_f) = (6.41 + 9) \times 0.3^2 \times (150 - 35) = 159.5 \text{ W}$$

## 11.2 换热器

用来实现热量从热流体传递到冷流体的装置称为**换热器**，其种类繁多，按照其工作原理，可以分为**混合式**、**蓄热式**以及**间壁式**三大类。

- **混合式**：冷、热流体通过直接接触、互相混合实现热量交换。一般冷、热流体是同一种物质（比如冷水和热水、水和水蒸气等），或者冷、热流体虽然不是同一种物质，但混合换热后非常容易分离（比如水和空气）。
- **蓄热式**：冷、热两种流体依次交替地流过同一换热面（蓄热体）。当热流体流过时，换热面吸收并积蓄热流体放出的热量；当冷流体流过时，换热面将热量释放给冷流体。通过交替式地吸、放热过程实现冷、热流体间的热量交换。
- **间壁式**：冷、热流体由壁面隔开，热量传递过程是前面所讨论的传热过程，应用最为广泛且型式多样，按照其结构可以分为管壳式换热器、肋片管式换热器、板式换热器、板翅式换热器、螺旋板式换热器和热管式换热器。

### 11.2.1 换热器的传热计算

间壁式换热器中冷、热流体的相对流动方向有多种,比如顺流、逆流、交叉流和混合流。流动形式的不同将会影响冷、热流体的出口温度、换热温差、换热量以及换热器内的温度分布。工程上,换热器的传热计算公式为

$$\Phi = kA(t_{f1} - t_{f2}) = kA\Delta t_m$$

其中  $\Delta t_m$  为换热器的传热平均温差。如何确定换热器的传热平均温差是平均温差法的首要任务。这里我们引入如下假设:

1. 两侧流体的质量流量  $q_{m1}, q_{m2}$  与比热容  $c_1, c_2$  沿换热面保持常数;
2. 传热系数沿换热面为常数;
3. 换热器没有散热损失;
4. 换热面中沿管子轴向的导热可以忽略,一般也不考虑进出口动能和位能的变化。

对于**顺流**换热器,  $A_x$  处经过微元传热面  $dA$  的换热量满足

$$d\Phi = -q_{m1}c_1 dt_1$$

$$d\Phi = q_{m2}c_2 dt_2$$

$$d\Phi = k dA \Delta t_x$$

进而可以得到温差的微元量满足

$$d(\Delta t_x) = d(t_1 - t_2)_{A_x} = -\left(\frac{1}{q_{m1}c_1} + \frac{1}{q_{m2}c_2}\right)d\Phi = -\mu d\Phi = -\mu k dA \Delta t_x$$

对上式进行分离变量处理得到

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t_x} \frac{d(\Delta t_x)}{\Delta t_x} = -\mu k \int_0^{A_x} dA \Rightarrow \Delta t_x = \Delta t' \exp(-\mu k A_x)$$

由上式可以得到  $\Delta t'' = \Delta t' \exp(-\mu k A)$ , 进而得到

$$-\mu k A = \ln(\Delta t'' / \Delta t')$$

这样就可以得到整个换热面的积分平均温差为

$$\begin{aligned} \Delta t_m &= \frac{1}{A} \int_0^A \Delta t_x dA = \frac{1}{A} \int_0^A \Delta t' \exp(-\mu k A_x) dA = -\frac{\Delta t'}{\mu k A} (e^{-\mu k A} - 1) \\ &= \frac{\Delta t'(\Delta t'' / \Delta t' - 1)}{\ln(\Delta t'' / \Delta t')} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln(\Delta t' / \Delta t'')} \end{aligned}$$

上式为顺流换热器的平均温差表达式,称为**对数平均温差 (log mean temperature difference, LMTD)**。

对于逆流换热器,可以得出形式相同的对数平均温差表达式。如果用  $\Delta t_{\max}$ 、 $\Delta t_{\min}$  分别表示  $\Delta t'$ 、 $\Delta t''$  中的最大和最小者,分析表明,无论是顺流还是逆流,都可以统一用如下的公式计算换热器的平均温差:

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln(\Delta t_{\max} / \Delta t_{\min})}$$

并且,当  $\Delta t_{\max} / \Delta t_{\min} \leq 2$  时,有  $\Delta t_m \approx \frac{\Delta t_{\max} + \Delta t_{\min}}{2}$ 。

对顺流和逆流两种流动形式的换热器进行比较可以发现:

- 顺流时冷流体的终温永远低于热流体的终温,然而逆流时冷流体的终温可以超过热流体的终温。
- 计算证明,当冷、热流体进出口温度相同时,逆流的平均温差大于顺流。
- 逆流时换热面温度变化大,容易造成热应力破坏。

**例题 11.7** 已知热-冷流体的进、出口温度分别为  $t_1' = 300^\circ\text{C}$ 、 $t_1'' = 200^\circ\text{C}$  和  $t_2' = 30^\circ\text{C}$ 、 $t_2'' = 120^\circ\text{C}$ , 试计算下列流动布置时换热器的对数平均温差: (1) 顺流; (2) 逆流; (3) 一次交叉流 (两种流体各自不混合); (4) 一次交叉流 (一种流体混合, 另一种流体不混合)。

**解** (1) 对于顺流的情况, 入口温度差  $\Delta t' = t_1' - t_2' = 300 - 30 = 270^\circ\text{C}$ , 出口温度差  $\Delta t'' = t_1'' - t_2'' = 200 - 120 =$

80 °C，于是对数平均温度差为

$$\Delta t_{m1} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln(\Delta t' / \Delta t'')} = \frac{270 - 80}{\ln(270/80)} = 156.20 \text{ °C}$$

(2) 对于逆流的情况，则  $\Delta t_{\max} = 300 - 120 = 180 \text{ °C}$ ， $\Delta t_{\min} = 200 - 30 = 170 \text{ °C}$ ，于是对数平均温度差为

$$\Delta t_{m2} = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln(\Delta t_{\max} / \Delta t_{\min})} = \frac{180 - 170}{\ln(180/170)} = 174.95 \text{ °C}$$

(3) 对于两种流体各自不混合的一次交叉流，则  $P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1'' - t_2'} = \frac{120 - 30}{300 - 30} = 0.33$ ，查表可以得到  $\Psi = 2.6$ ，从而可以得到对数平均温度差为

$$\Delta t_{m3} = \Psi \Delta t_{m2} = 2.6 \times 174.95 = 454.87 \text{ °C}$$

(4) 对于一种流体混合、另一种流体不混合的一次交叉流，则  $P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1'' - t_2'} = \frac{120 - 30}{300 - 30} = 0.33$ ，查表可以得到  $\Psi = 3.0$ ，从而可以得到对数平均温度差为

$$\Delta t_{m4} = \Psi \Delta t_{m2} = 3.0 \times 174.95 = 524.85 \text{ °C}$$

### 11.2.2 传热的强化与削弱

强化传热的主要目的是增大传热量；减少传热面积、缩小设备尺寸、降低材料消耗；降低高温部件的温度，保证设备安全运行；降低载热流体的输送功率。削弱传热的主要目的是减少设备、载冷/热流体的冷/热损失，节约能源；保护工程技术人员的人身安全，壁面遭受热或冷的伤害，创造温度适宜的工作和生活环境。

强化换热的方式的原则是减少其中最大的热阻，已有的方式包括：

- **拓展换热面：**是容易实施、采用最为广泛的强化传热措施。
- **改变换热面的形状、大小和位置：**(1) 管内湍流对流换热，表面传热系数  $h$  与  $d^{-0.2}$  成正比，可以采用小管径或流通截面面积相同的情况下用椭圆管代替圆管。(2) 管外自然对流或凝换热，管子水平放置时的表面传热系数一般要高于竖直放置。
- **改变表面状况：**(1) 增加换热面的表面粗糙度，强化单相流体的湍流换热，有利于沸腾换热和高雷诺数的凝换热。(2) 用烧结、钎焊、火焰喷涂、机加工等工艺在换热表面形成一层多孔层可以强化沸腾换热。(3) 用切削、轧制等机加工工艺在换热面上形成沟槽或螺纹是强化凝结换热的实用技术。(4) 对换热表面进行处理，造成珠状凝结。(5) 改变表面黑度以强化辐射换热。
- **改变流体的流动状况：**(1) 湍流换热强度要大于层流，对流换热热阻主要集中在边界层，湍流换热的主要热阻在层流底层。(2) 增加流速、改变换热面几何形状、在流道中加扰流装置。(3) 利用机械、声波等使换热面发生振动或使流体振荡等方法，增强流体扰动、破坏边界层，以达到强化对流换热的目的。(4) 在有些应用场合，用射流直接冲击换热面来获得较高的局部表面传热系数。
- **防结垢与除垢：**大多数换热面都由导热系数较高的金属材料制造，且较薄，无污垢时其导热热阻一般可以忽略。但是，污垢(比如水垢、油垢或灰垢)的导热热阻不可忽视。防止和及时清除污垢是保证换热设备正常高效运行的重要技术措施。