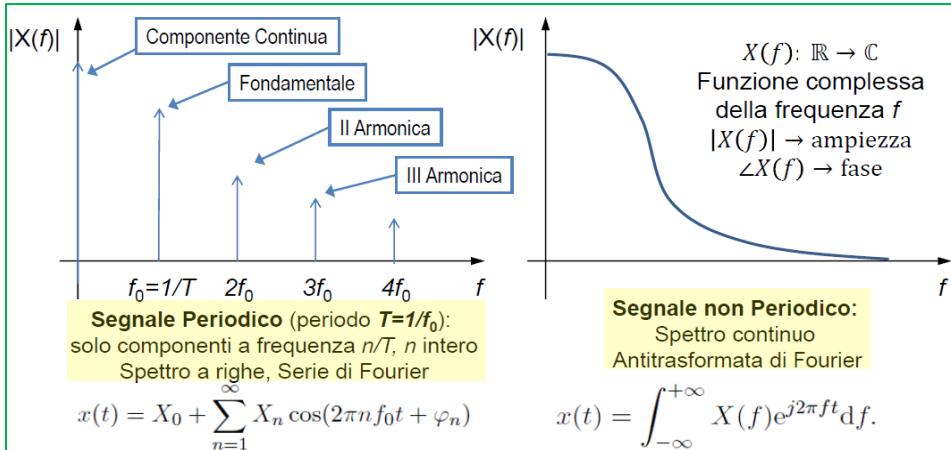


SISTEMI ELETTRONICI (teoria)

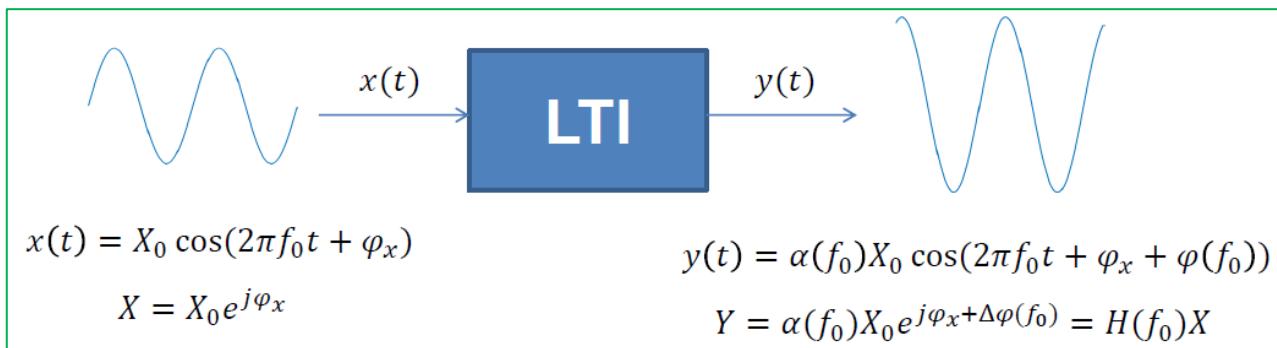
0) RIPASSO (da Elettrotecnica)

L'ANALISI NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA è importante perché la quantità di informazione trasportata dal segnale è legata alla rapidità con cui il segnale varia nel tempo:

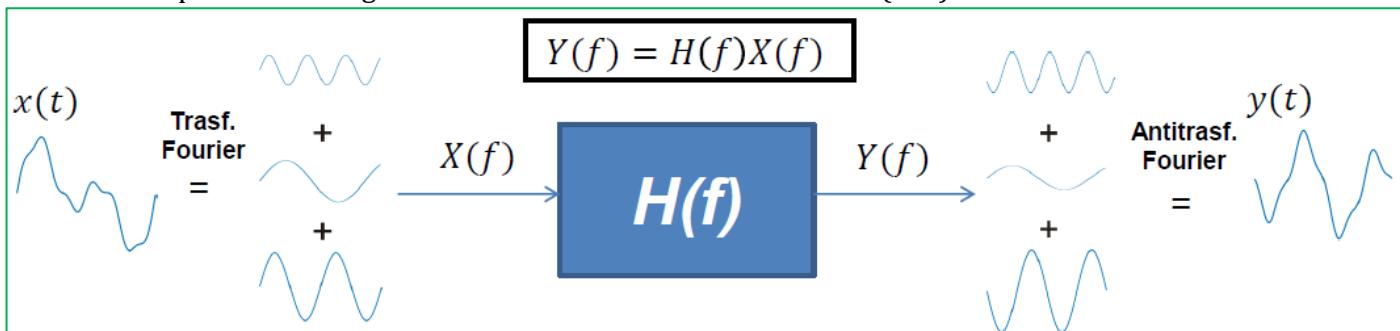


Con Fourier, un generico segnale viene scomposto nella **somma di sinusoidi** (con diversa frequenza, ampiezza e fase) perché in un sistema lineare tempo-invariante [LTI] se applichiamo in ingresso una sinusoide, otteniamo in uscita una sinusoide con la stessa frequenza.

La sinusoide può essere rappresentata anche come un numero complesso (**FASORE**):



con $|X| = X_0$ = ampiezza della sinusoide, e $\angle X = \varphi_x$ = fase della sinusoide. In questo modo possiamo descrivere l'uscita come prodotto tra ingresso e **FUNZIONE DI TRASFERIMENTO** (f.d.t):



L'analisi nel dominio della frequenza trasforma i complessi operatori integro-differenziali in algebrici [derivata e integrale sostituiti da $j\omega$]. Dato che ci interessa solo l'analisi a regime, la trasformata di Fourier e di Laplace si equivalgono:

$$X_F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{j2\pi f t} dt = \int_0^{+\infty} x(t) e^{st} dt \Big|_{s=j\omega=j2\pi f} = X_L(j\omega) = X_L(j2\pi f)$$

Sempre legata all'analisi in frequenza troviamo i **DIAGRAMMI DI BODE** (mettono in relazione il MODULO [unità logaritmiche → dB] o la FASE con la FREQUENZA [scala logaritmica]). Definendo la f.d.t come:

$$H(s) = k s^m \frac{\prod_i \left(1 - \frac{s}{s_{z,i}}\right)}{\prod_i \left(1 - \frac{s}{s_{p,i}}\right)}$$

Vediamo il calcolo di:

– **MODULO:**

Contributo della costante moltiplicativa:

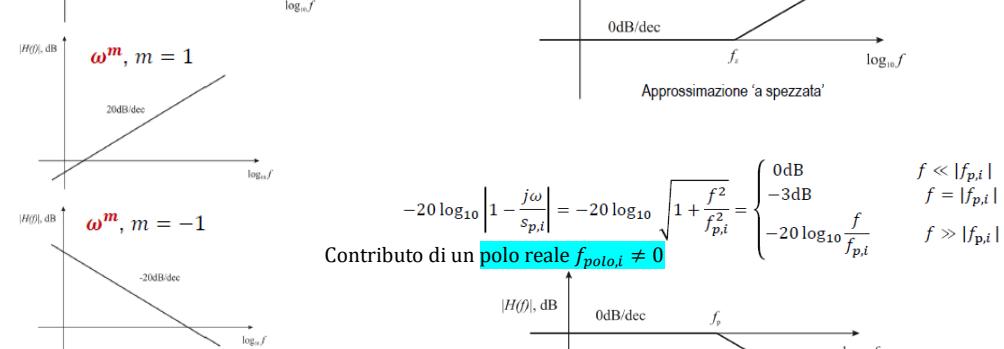
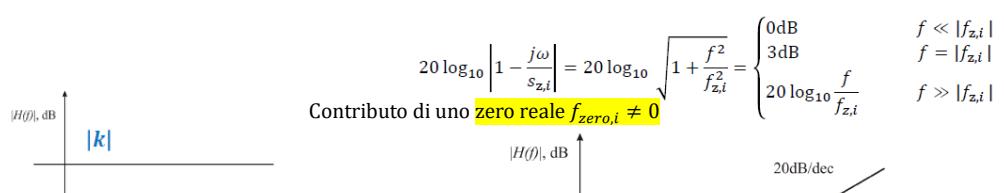
$$20 \log_{10} k \text{ (costante in frequenza)}$$

Contributo di uno zero semplice nell'origine (s^m con $m = 1$):

$$20 \log_{10} \frac{f}{1\text{Hz}}$$

Contributo di un polo semplice nell'origine (s^m con $m = -1$):

$$-20 \log_{10} \frac{f}{1\text{Hz}}$$



– **FASE:**

$$\angle X(j\omega) = \angle k + m 90^\circ + \sum_i \angle \left(1 - \frac{j\omega}{s_{z,i}}\right) - \sum_i \angle \left(1 - \frac{j\omega}{s_{p,i}}\right)$$

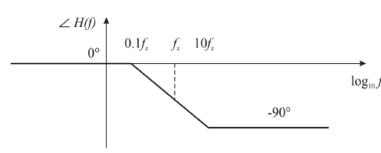
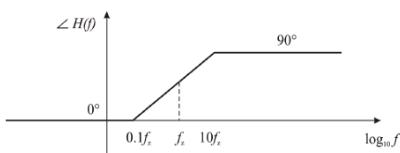
↓ ↓ ↓
contributi contributi contributi
zeri/poli degli zeri dei poli
nell'origine non nell'origine non nell'origine

$$\angle k = \begin{cases} 0 \text{ per } k > 0 \\ 180^\circ \text{ per } k < 0 \end{cases}$$

Contributo di uno zero reale $s_{zero,i} < 0$ in $f_{zero,i}$ Contributo di uno zero reale $s_{zero,i} > 0$ in $f_{zero,i}$

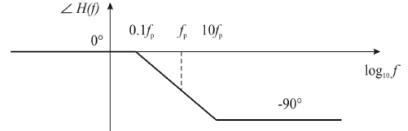
$$\angle \left(1 - \frac{j\omega}{s_{z,i}}\right) = \arctan \frac{f}{f_{z,i}} = \begin{cases} 0^\circ & f \ll |f_{z,i}| \\ 45^\circ & f = |f_{z,i}| \\ 90^\circ & f \gg |f_{z,i}| \end{cases}$$

$$\angle \left(1 - \frac{j\omega}{s_{z,i}}\right) = -\arctan \frac{f}{f_{z,i}} = \begin{cases} 0^\circ & f \ll |f_{z,i}| \\ -45^\circ & f = |f_{z,i}| \\ -90^\circ & f \gg |f_{z,i}| \end{cases}$$



Contributo di uno polo reale $s_{polo,i} < 0$ in $f_{polo,i}$

$$-\angle \left(1 - \frac{j\omega}{s_{p,i}}\right) = -\arctan \frac{f}{f_{p,i}} = \begin{cases} 0^\circ & f \ll |f_{p,i}| \\ -45^\circ & f = |f_{p,i}| \\ -90^\circ & f \gg |f_{p,i}| \end{cases}$$

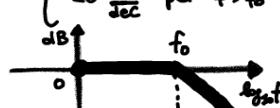


ESERCIZIO – Diagrammi di Bode

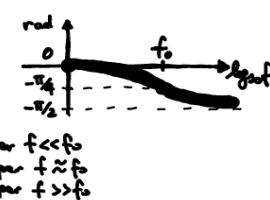
$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

→ AMPISSA: $|H|_{dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \begin{cases} 0 & f \leq f_0 \\ -20 \frac{dB}{dec} & f > f_0 \end{cases}$

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}$$



→ FASE: $\angle H = \angle \text{Num} - \angle \text{Den} =$
 $= \angle \left(1 - \left(1 + j\frac{f}{f_0}\right)\right) =$
 $= 0 - \arctan \left(\frac{f}{f_0}\right) =$
 $= -\arctan \left(\frac{f}{f_0}\right) = \begin{cases} 0 & f \ll f_0 \\ -\pi/4 & f \approx f_0 \\ -\pi/2 & f \gg f_0 \end{cases}$

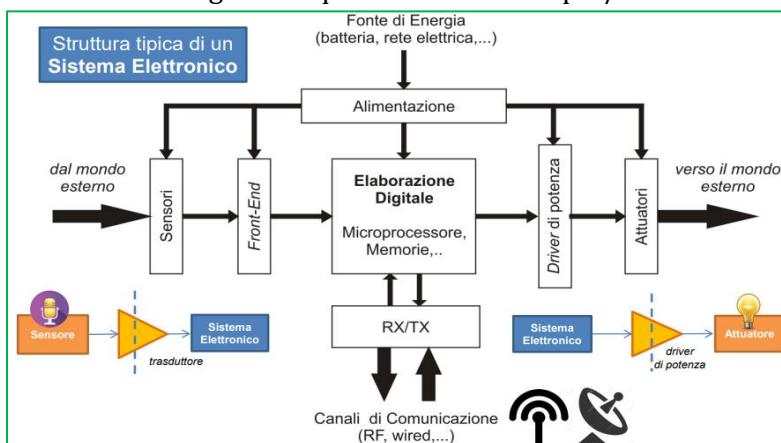


1) INTRODUZIONE

I sistemi elettrici si focalizzano sull'energia del segnale, mentre i **sistemi elettronici** sull'**INFORMAZIONE** (il significato attribuito ad una grandezza fisica variabile nel tempo, ovvero il **SEGNALE**, in questo caso elettrico [tensione e corrente]). I **SISTEMI ELETTRONICI** sono apparati in grado di eseguire operazioni sui segnali in ingresso fornendo segnali in uscita. Nei sistemi che comunicano con l'esterno (**ATTUATORI**), parte della potenza è convertita in forma non-elettrica (es. ascoltare musica = da elettrica ad acustica) ed infatti troviamo dei **DRIVER** che aumentano la potenza del segnale tra sistema elettronico e attuatore.

I segnali vengono classificati in:

- **SEGNALI ANALOGICI** → usati per convertire un segnale non-elettrico in elettrico (es. sensori di pressione, quindi più vicino al mondo **fisico**). Sono **continui nel tempo e in ampiezza**, cioè ci interessa il **valore preciso** che essi assumono in ogni istante di tempo (pertanto hanno **contenuto informativo teoricamente infinito**, ma il **rumore deteriora il valore preciso** del segnale e compromette l'informazione).
- **SEGNALI DIGITALI** → **discreti nel tempo** (ci interessa il valore **solo in alcuni istanti scelti**) e **in ampiezza** (non ci interessa il valore preciso, ma **solo se questo valore è > oppure < di una certa soglia [threshold]**, ovvero a **2 livelli**). Codificano una sequenza di numeri binari e, dato che sono discreti nel tempo, hanno un **contenuto informativo limitato**; sono preferiti perché il **rumore non degrada l'informazione** se non è tale da spostare il valore del segnale in quell'istante al di sopra/ sotto del threshold (effetto rigenerativo) [non HW specifico].

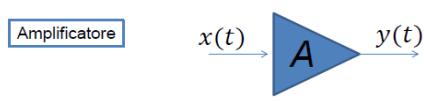


⚠ I segnali dall'esterno devono essere convertiti in digitale per essere elaborati e riconvertiti per il risultato!

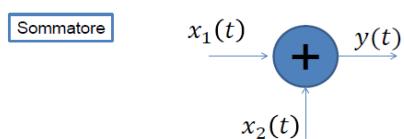
I sistemi elettronici possono essere visti come i moduli nella programmazione ad alto livello, ovvero non ci interessa la loro struttura interna ma ci serve usarli ("scatola nera"); le loro funzioni sono scomponibili in funzioni elementari (decomposizione funzionale). Ora vedremo le **funzioni analogiche**:

– **senza memoria:**

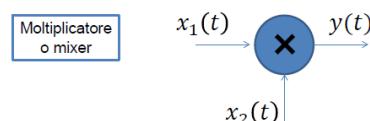
- Amplificazione (moltip. per una costante): $y(t) = Ax(t)$



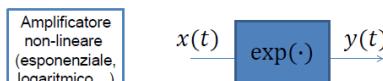
- Somma: $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$



- Prodotto: $y(t) = k_p x_1(t) * x_2(t)$

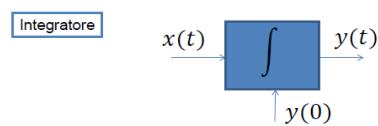


- Altre funzioni senza memoria (esponenziale, logaritmo,...):
 $y(t) = k_1 \exp[k_2 x(t)]$

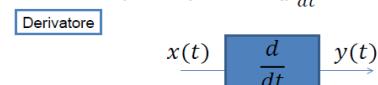


– **con memoria:**

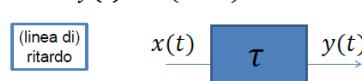
- Integrale definito nel tempo: $y(t) = \int_0^t k_i x(t') dt' + y(0)$



- Derivata temporale: $y(t) = k_d \frac{dx}{dt}$

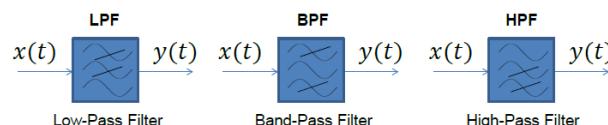


- Ritardo: $y(t) = x(t - \tau)$



- Filtraggio: $Y(f) = H(f)X(f)$

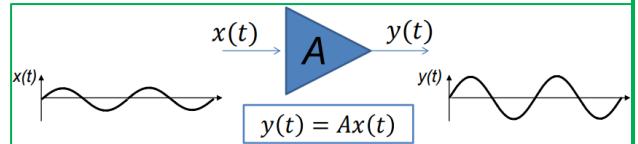
– La funzione di trasferimento $H(f)$ può essere di tipo passa-basso, passa-banda passa-alto



⚠ Un sistema elettronico rimane comunque un **circuito elettrico** (ingressi sono tensioni e correnti, valgono tutte le leggi studiate ad Elettrotecnica [LKV, LKC, Ohm etc...]) e le **uscite si possono vedere come generatori pilotati**, perciò è essenziale capire come il circuito interagisca elettricamente con l'esterno e saper analizzare i dispositivi a semiconduttore (principalmente i **TRANSISTOR**, creati proprio per **implementare i GENERATORI PILOTATI** [dove l'uscita dipende dall'ingresso]). IN QUESTO CORSO VEDREMO COME CREARE GLI AMPLI

2) AMPLIFICATORI

Abbiamo visto sopra che l'**AMPLIFICATORE** è un blocco funzionale che moltiplica il segnale di ingresso per una costante. Dal punto di vista circuitale, è un doppio bipolo lineare unidirezionale.



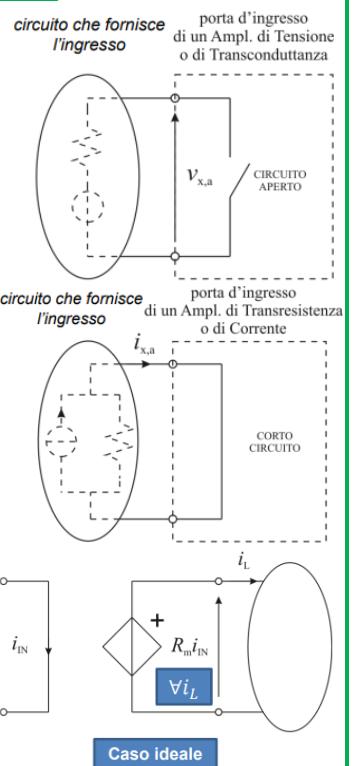
In ingresso/uscita abbiamo sia tensioni sia correnti; combinando abbiamo **4 tipi di amplificatore** che corrispondono ai 4 **GENERATORI CONTROLLATI** (A_v e A_i adimensionati, mentre $g_m = [\Omega^{-1}]$ e $R_m = [\Omega]$).

		uscita	
		Tensione	Corrente
Ingresso	Tensione	Amplificatore di Tensione 	Ampl. di Transconduttanza
	Corrente	Ampl. di Transresistenza 	Amplificatore di Corrente

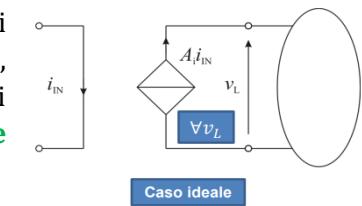
Per gli amplificatori con **ingresso in tensione** (quindi **tensione** e **transconduttanza**) [quindi ingresso = tensione a vuoto ai capi di un bipolo dato (nel caso lineare: circuito equivalente di Thevenin)], ci si aspetta che l'amplificatore non perturbi la tensione d'ingresso: perciò la porta d'ingresso dovrebbe comportarsi come un **circuito aperto** (ovvero resistenza d'ingresso = infinita) [ma non viviamo nell'idealità].

Analogamente, per gli amplificatori con **ingresso in corrente** (quindi **corrente** e **transresistenza**) [quindi ingresso = corrente erogata da un bipolo dato chiuso in cortocircuito (nel caso lineare: circuito equivalente di Norton)], ci si aspetta che l'amplificatore non perturbi la corrente d'ingresso: perciò la porta d'ingresso dovrebbe comportarsi come un **cortocircuito** (ovvero resistenza d'ingresso = nulla) [ma non viviamo nell'idealità].

Per gli amplificatori con **uscita in tensione** (quindi **tensione** e **transresistenza**), ci si aspetta che l'amplificatore fissi la tensione d'uscita, indipendentemente dal carico collegato in uscita (ovvero l'uscita deve comportarsi come un **generatore ideale di tensione**): la **resistenza di uscita dovrebbe essere nulla**. In realtà, tensione di uscita dipende dalla corrente erogata al carico ($R_{out} \neq 0$).



Per gli amplificatori con **uscita in corrente** (quindi **corrente e transconduttanza**), ci si aspetta che l'amplificatore fissi la corrente d'uscita al valore previsto, indipendentemente dal carico collegato in uscita (ovvero l'uscita deve comportarsi come un **generatore ideale di corrente**): la **resistenza di uscita dovrebbe essere infinita**. In realtà, corrente di uscita dipende dalla tensione sul carico ($R_{out} \neq \infty$).



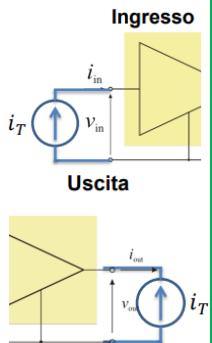
Quindi gli **AMPLIFICATORI REALI** (non ideali) sono caratterizzati da R_{in} , R_{out} e il **termine di amplificazione specifico** dell'amplificatore in questione (ovvero A_v , A_i , R_m o g_m).

⚠ Per valutare R_{in} applico all'ingresso un **generatore ideale di corrente i_T** (corrente di test) e faccio:

$$R_{in} = \frac{v_{in}}{i_T}$$

Analogamente, per valutare R_{out} applico all'uscita un **generatore ideale di corrente i_T** (corrente di test) e, dopo aver **spento tutti i generatori indipendenti**, faccio:

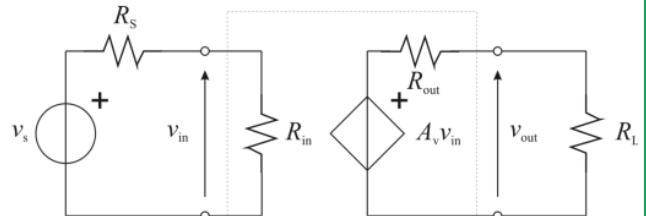
$$R_{in} = \frac{v_{in}}{i_T}$$



Considerando gli **amplificatori reali**, cambiano le relazioni ingresso/uscita (le **formule**) in quanto dobbiamo tener conto anche degli **EFFETTI DI CARICO** (non-idealità, con R_s = resistenza interna (SOURCE) del generatore e R_L = resistenza del carico (LOAD)):

- AMPLIFICATORE DI TENSIONE:

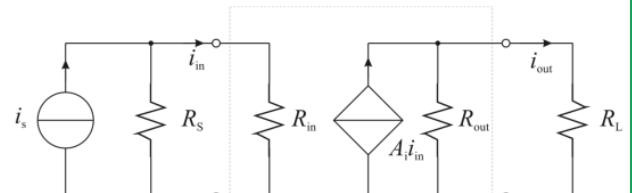
$$v_{out} = \frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} A_v v_s$$



- **Effetto di carico sull'ingresso:** si evita se $R_s \ll R_{in}$ (scompare del tutto se $R_{in} \rightarrow \infty$ o $R_s \rightarrow 0$);
- **Effetto di carico sull'uscita:** si evita se $R_{out} \ll R_L$ (scompare del tutto se $R_L \rightarrow \infty$ o $R_{out} \rightarrow 0$);
- Termine atteso.

- AMPLIFICATORE DI CORRENTE:

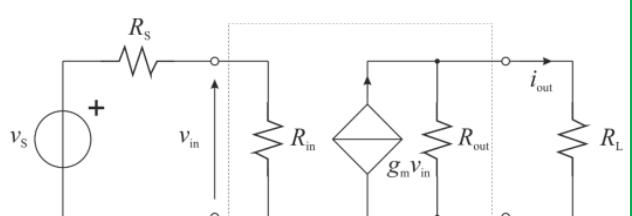
$$i_{out} = \frac{R_s}{R_{in} + R_s} \frac{R_{out}}{R_L + R_{out}} A_i i_s$$



- **Effetto di carico sull'ingresso:** si evita se $R_s \gg R_{in}$ (scompare del tutto se $R_{in} \rightarrow 0$ o $R_s \rightarrow \infty$);
- **Effetto di carico sull'uscita:** si evita se $R_{out} \gg R_L$ (scompare del tutto se $R_L \rightarrow 0$ o $R_{out} \rightarrow \infty$);
- Termine atteso.

- AMPLIFICATORE DI TRANSCONDUTTANZA:

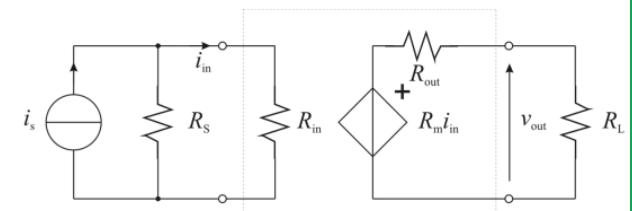
$$i_{out} = \frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} \frac{R_{out}}{R_L + R_{out}} g_m v_s$$



- **Effetto di carico sull'ingresso:** si evita se $R_s \ll R_{in}$ (scompare del tutto se $R_{in} \rightarrow \infty$ o $R_s \rightarrow 0$);
- **Effetto di carico sull'uscita:** si evita se $R_{out} \gg R_L$ (scompare del tutto se $R_L \rightarrow 0$ o $R_{out} \rightarrow \infty$);
- Termine atteso.

- AMPLIFICATORE DI TRANSRESISTENZA:

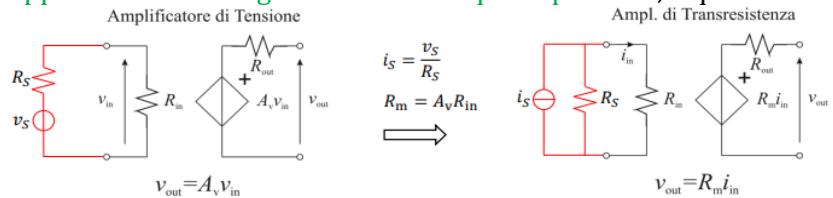
$$v_{out} = \frac{R_s}{R_{in} + R_s} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} R_m i_s$$



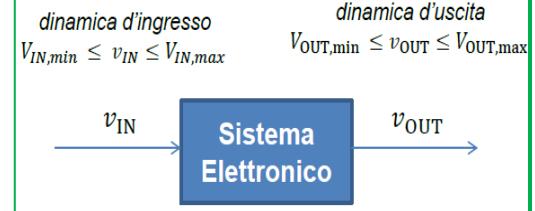
- **Effetto di carico sull'ingresso:** si evita se $R_s \gg R_{in}$ (scompare del tutto se $R_{in} \rightarrow 0$ o $R_s \rightarrow \infty$);

- **Effetto di carico sull'uscita:** si evita se $R_{out} \ll R_L$ (scompare del tutto se $R_L \rightarrow \infty$ o $R_{out} \rightarrow 0$);
- Termine atteso.

⚠ Dato che queste rappresentazioni sono simili (legate tra loro), posso sempre passare da una rappresentazione di amplificatore ad un'altra (di solito però la rappresentazione migliore è solo 1 di quelle possibili, e questo ce lo dicono R_{in} e R_{out}); esempio:



Ci sono altri effetti di non-idealità da considerare quando descriviamo l'amplificatore? Uno degli aspetti più importanti è la **DINAMICA** (intervallo di valori che un segnale può assumere, cioè "swing" $S = [V_{min}, V_{max}]$), in quanto un sistema elettronico riceve segnali in ingresso entro una certa **DINAMICA DI INGRESSO** e fornisce segnali in uscita entro una certa **DINAMICA DI USCITA**.



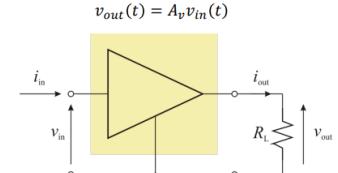
La **dinamica** della tensione e della corrente in uscita da un amplificatore è **LIMITATA**; quindi superando i limiti della dinamica, l'uscita diventa **non fedele** al segnale di ingresso. Inoltre gli amplificatori avranno anche la grandezza di uscita che non porta l'informazione con una dinamica limitata (cioè se voglio V_{out} molto amplificata ma ho una resistenza piccola, dovrei avere una i_{out} enorme, cosa che non può accadere); quindi la **dinamica della grandezza di uscita che non porta l'informazione limita il carico che può essere pilotato dall'amplificatore e quindi la potenza/dinamica che esso può erogare**. Quindi, con un amplificatore di tensione, la dinamica di uscita è:

$$V_{out,min} < v_{out}(t) < V_{out,max}$$

Mentre l'uscita può essere pilotata a piena dinamica solo se:

$$R_L > \max \left\{ \frac{V_{out,max}}{I_{out,max}}, \frac{V_{out,min}}{I_{out,min}} \right\}$$

Altrimenti, l'estremo superiore della dinamica d'uscita in tensione è ridotto a $R_L I_{out,max}$ (o $R_L I_{out,min}$ a seconda di quale è maggiore). Dunque riassumendo, la **dinamica d'ingresso e uscita degli amplificatori** sono limitate:



Amplificatore di Tensione	Amplificatore di Transconduttanza
$V_{out,min} < v_{out}(t) < V_{out,max}$, $v_{out}(t) = A_v v_{in}(t)$	$I_{out,min} < i_{out}(t) < I_{out,max}$, $i_{out}(t) = g_m v_{in}(t)$
$\frac{V_{out,min}}{A_v} < v_{in}(t) < \frac{V_{out,max}}{A_v}$	$\frac{I_{out,min}}{g_m} < v_{in}(t) < \frac{I_{out,max}}{g_m}$
Amplificatore di Transresistenza	Amplificatore di Corrente
$V_{out,min} < v_{out}(t) < V_{out,max}$, $v_{out}(t) = R_m i_{in}(t)$	$I_{out,min} < i_{out}(t) < I_{out,max}$, $i_{out}(t) = A_i i_{in}(t)$
$\frac{V_{out,min}}{R_m} < i_{in}(t) < \frac{V_{out,max}}{R_m}$	$\frac{I_{out,min}}{A_i} < i_{in}(t) < \frac{I_{out,max}}{A_i}$

⚠ Ai sistemi elettronici interessa l'informazione, perciò bisogna minimizzare la potenza elettrica (altrimenti dissipata) e con lei la dinamica!

Oltre alla dinamica, gli amplificatori hanno anche una **limitazione di SLEW RATE** (ovvero la **derivata temporale della tensione di uscita**), cioè la **tensione di uscita non può variare troppo rapidamente** (se si supera il limite il segnale viene **distorto**). Questa è una limitazione non-lineare che **riduce la dinamica utile ad alte frequenze**.

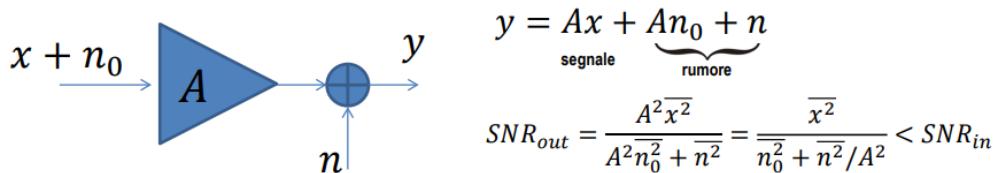
$$SR^- < \frac{dv_{out}}{dt} < SR^+$$

⚠ Una soluzione per ridurre questo limite è **ridurre la frequenza o l'ampiezza** del segnale in ingresso!

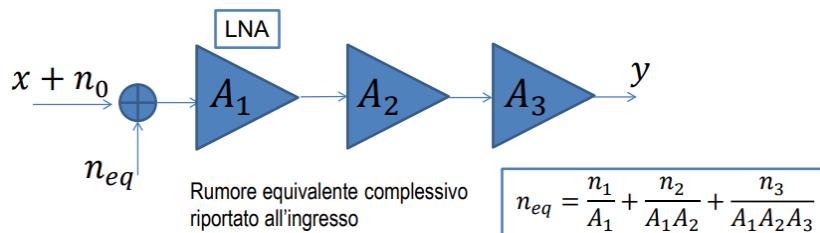
Ai segnali elettrici è però sempre sovrapposto un **RUMORE** (variazione non volute senza informazione), perciò la dinamica di un segnale deve essere sufficiente per distinguere l'informazione utile dal rumore. L'effetto del rumore sul segnale viene misurato con il **RAPPORTO SEGNALE/RUMORE** (Signal-to-Noise Ratio) [SNR]:

$$SNR = \frac{P_{SIGNAL}}{P_{NOISE}} = \frac{\overline{v^2}}{\overline{n^2}} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{v_{SIGNAL}^2(t)}{R} dt}{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{v_{NOISE}^2(t)}{R} dt}$$

Negli amplificatori ideali, $SNR_{out} = SNR_{in}$, ovvero non viene aggiunto rumore dall'amplificatore. Negli amplificatori reali invece capita però a volte che anche l'amplificatore aggiunga un contributo al rumore, perciò SNR all'uscita diventa peggio che all'ingresso ($SNR_{out} < SNR_{in}$).

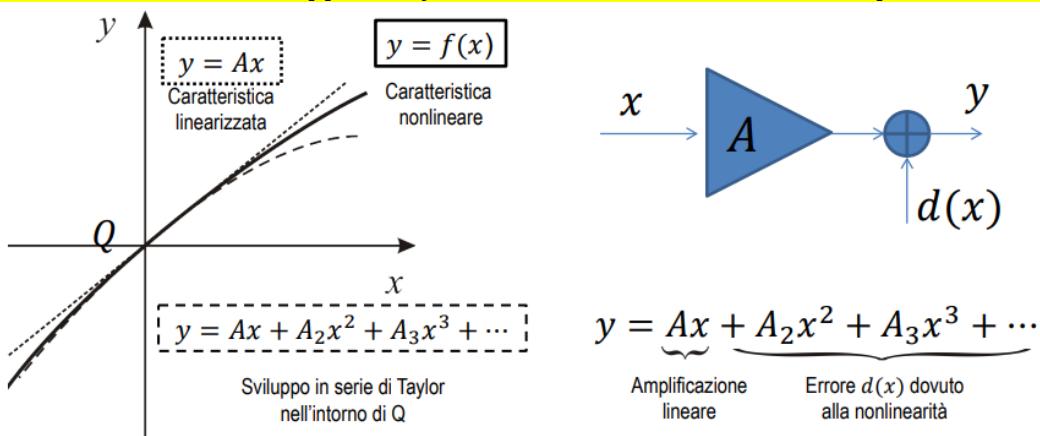


Se ho una catena di amplificatori, il **contributo del 1° stadio è critico** (in quanto anche il rumore viene amplificato di volta in volta), perciò per ridurre il rumore totale è necessario che il **rumore del 1° stadio sia il minore possibile** (e l'amplificazione sia sufficiente) [1° stadio della catena infatti viene detto **LNA** (Amplificatore a basso rumore)].



Oltre al rumore, gli amplificatori presentano anche un **errore (offset)** dovuto alle tolleranze di fabbricazione, che inducono variazioni del punto di funzionamento a riposo (la media è ok, ma il singolo amplificatore può variare), ovvero, anche se ingresso viene messo a zero, c'è un offset (ΔX) che fa in modo che l'uscita $\neq 0$, cioè $y = A\Delta X$ (questo offset si studia a frequenza $f = 0$, ovvero in continua perché non dipende dal tempo).

Anche quando le limitazioni di dinamica sono rispettate, la caratteristica ingresso-uscita di un amplificatore reale non è esattamente lineare e questo comporta un **errore deterministico** detto **DISTORSIONE NON-LINEARE**. Per studiare la distorsione (in condizioni adinamiche e per segnali di ampiezza piccola), si può approssimare la relazione ingresso-uscita con uno sviluppo di Taylor di ordine $n > 1$ nell'intorno del punto di lavoro:



Avremo quindi, con ingresso sinusoidale $x(t) = X_0 \sin(\omega_0 t)$, tutti i **termini dello sviluppo di Taylor**:

- Termine **lineare** $\rightarrow y_1 = Ax = AX_0 \sin(\omega_0 t)$
- Termine **quadratico** $\rightarrow y_2 = A_2 x^2 = A_2 X_0^2 \sin^2(\omega_0 t) = \frac{A_2 X_0^2}{2} [1 - \cos(2 \omega_0 t)]$
- Termine **cubico** $\rightarrow y_3 = A_3 x^3 = A_3 X_0^3 \sin^3(\omega_0 t) = \frac{A_3 X_0^3}{4} [3 \sin(\omega_0 t) - \sin(3 \omega_0 t)]$

Dunque il termine quadratico genera una **componente continua** e una nuova armonica (**componente con frequenze doppia**), mentre il termine cubico genera una **distorsione alla stessa frequenza del segnale** (**molti problematico**) e una **componente a frequenza tripla**. Perciò, la non-linearietà polinomiale di ordine n dà origine ad una distorsione a frequenza $n\omega_0$ e compaiono delle componenti spettrali alle armoniche nf_0 . Definiamo anche:

Distorsione armonica di ordine n

$$HD_n = \left| \frac{Y_n}{Y_1} \right|_{dB}$$

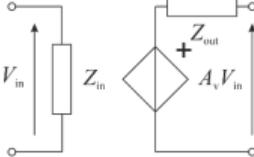
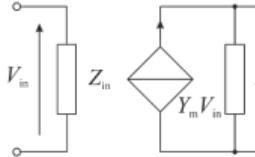
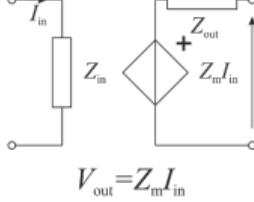
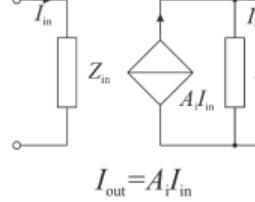
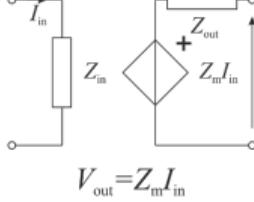
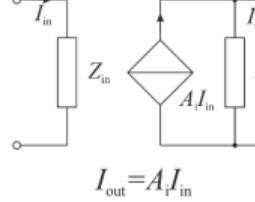
Distorsione armonica totale

$$THD = \left| \frac{\sum_{n=2}^{+\infty} Y_n^2}{Y_1^2} \right|_{dB}$$

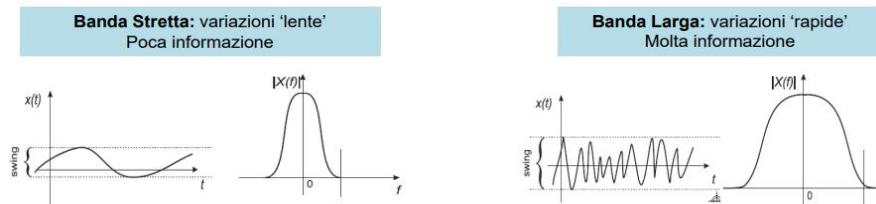
In linearità (o "piccolo segnale") i **parametri di un amplificatore** sono funzioni della frequenza, ovvero **FUNZIONI DI TRASFERIMENTO**:

$R_{in} \rightarrow Z_{in}(\omega)$ impedenza d'ingresso	$A_v \rightarrow A_v(\omega)$ ampl. di tensione
$R_{out} \rightarrow Z_{out}(\omega)$ impedenza d'uscita	$A_i \rightarrow A_i(\omega)$ ampl. di corrente
	$g_m \rightarrow Y_m(\omega)$ transammettenza
	$R_m \rightarrow Z_m(\omega)$ transimpedenza

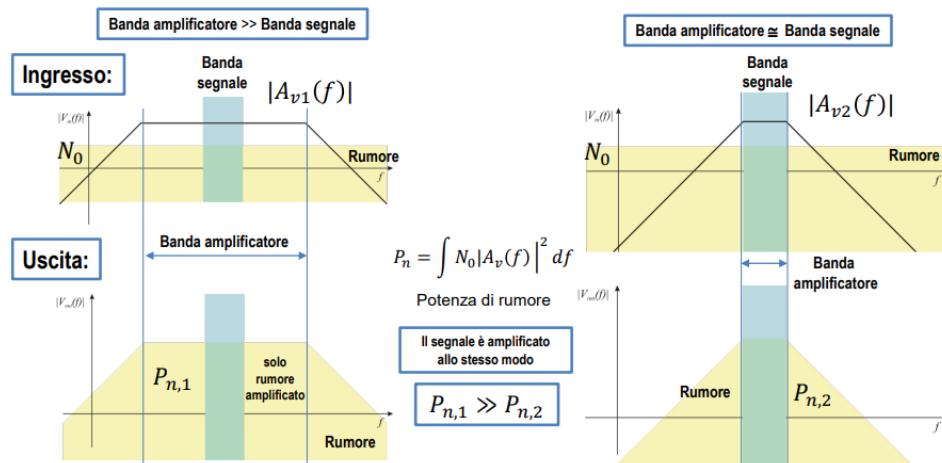
Ingresso

		Tensione	Corrente
		Amplificatore di Tensione	Amplificatore di Transammettenza
Tensione	Tensione		
	Corrente		
Corrente	Tensione		
	Corrente	$V_{out} = A_v V_{in}$	$I_{out} = Y_m V_{in}$
Corrente	Tensione	$V_{out} = Z_m I_{in}$	$I_{out} = A_i I_{in}$
	Corrente		

Definiamo **BANDA** = intervallo di frequenze in cui lo spettro del segnale è significativo [dove troviamo il 99% dell'energia del segnale], ovvero dove troviamo l'informazione (banda per i segnali fisici è sempre limitata).



In un intervallo di frequenze (detto **BANDA DELL'AMPLIFICATORE**), l'amplificazione e le impedenze sono reali e costanti in frequenza. A questo punto verrebbe da dire che basta prendere la banda dell'amplificatore >> della banda del segnale, ma questo **spreca solo più energia** e **amplifica più rumore** (che per gli errori di non-linearità può corrompere il segnale utile); perciò, per evitare di amplificare rumore fuori banda, è opportuno **limitare la banda di un amplificatore per averla appena più grande della banda del segnale in ingresso**.



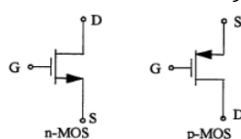
3) TRANSISTORI MOS

Il **TRANSISTOR** (Transfer Resistor) è un doppio bipolo nonlineare unidirezionale, basato su una **porta di controllo** e una **porta controllata**; è l'elemento fondamentale di qualsiasi sistema elettronico, perchè si avvicina al blocco funzionale.

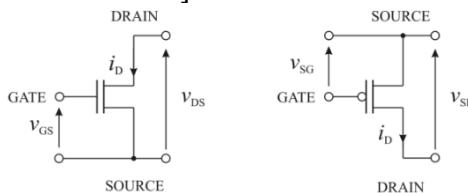
Oggi si usano principalmente **TRANSISTOR MOSFET**, dove si hanno 3 terminali:

- **GATE [G]**;
- **DRAIN [D]**;
- **SOURCE [S]**.

Negli **nMOS**, la corrente scorre **dal Drain al Source** (source potenziale < del drain); nei **pMOS**, la corrente scorre **dal Source al Drain** (source potenziale > del drain):



⚠ I pMOS possiamo trovarli anche rappresentati al contrario (con D sopra e S sotto, ma l'importante è mantenere il verso della corrente); inoltre, nell'elettronica digitale (es. le porte che abbiamo visto a Calcolatori), la rappresentazione non è effettuata con le frecce, ma con gli operatori logici [ovvero i pMOS a differenza degli nMOS hanno un pallino che indica il NOT davanti al Gate]:



Gli **nMOS** hanno relazione costitutiva $i_D(v_{GS}, v_{DS})$ [ovvero la corrente di uscita è controllata dalle 2 tensioni (dispositivo a 2 porte)], mentre i **pMOS** hanno relazione costitutiva $i_D(v_{SG}, v_{SD})$ [ovvero la corrente di uscita è controllata dalle 2 tensioni (dispositivo a 2 porte)]. Sia nei pMOS che negli nMOS la **corrente di gate** $i_G = 0$; vediamo ora le **correnti di uscita**:

- nMOS:

- Se $v_{GS} < V_{TH}$ (ovvero $V_{THRESHOLD}$, dipende dal dispositivo), la porta Drain-Source (DS) si comporta come un circuito aperto, quindi $i_D = 0$ [REGIONE DI INTERDIZIONE o OFF];
- Se $v_{GS} > V_{TH} \wedge v_{DS} < v_{GS} - V_{TH}$ [REGIONE TRIODO o ON], allora:

$$i_D = \beta v_{DS} \left(v_{GS} - V_{TH} - \frac{v_{DS}}{2} \right)$$

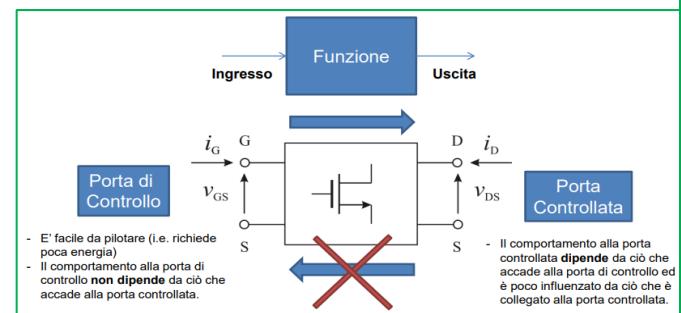
Con β = parametro tecnologico (del dispositivo). Qui la corrente dipende **quadraticamente da v_{DS}** ; se $v_{GS} - V_{TH} \gg v_{DS}$, allora il **transistor si comporta come un resistore controllato in tensione con resistenza**:

$$R_{ON} = \frac{1}{\beta(v_{GS} - V_{TH})}$$

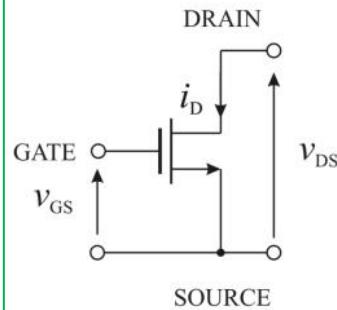
- Se $v_{GS} > V_{TH} \wedge v_{DS} > v_{GS} - V_{TH}$ [REGIONE DI SATURAZIONE, perché la corrente non cresce più con la tensione v_{DS} , ma dipende solo **quadraticamente da v_{GS}**], il **transistor si comporta come un generatore di corrente (i_D) controllato in tensione** (quadraticamente da v_{GS}) [quindi **come un AMPLIFICATORE DI TRANSCONDUTTANZA, ma quadratico**]:

$$i_D = \frac{\beta}{2} (v_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \lambda v_{DS})$$

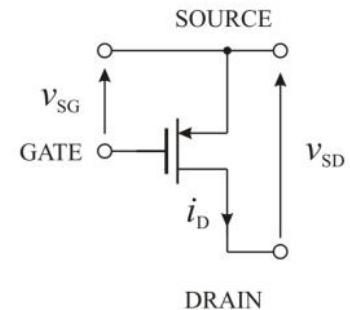
Il termine $(1 + \lambda v_{DS})$ funziona come una "correzione", infatti λ è il coefficiente angolare della relazione (dipende dal dispositivo); questo dovrebbe tendere a 0 per la continuità tra le 2 regioni. Quindi riassumendo:



**MOSFET a canale n
(nMOS)**

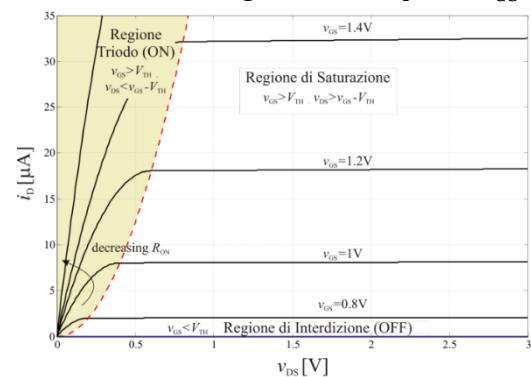
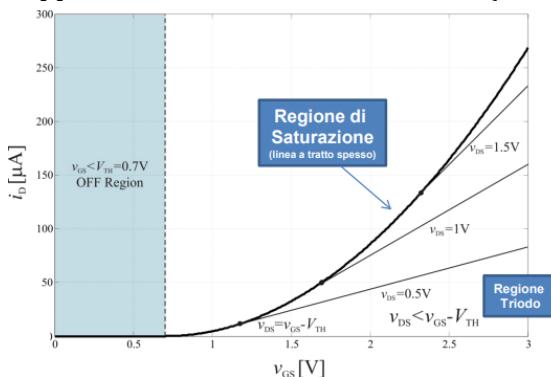


**MOSFET a canale p
(pMOS)**



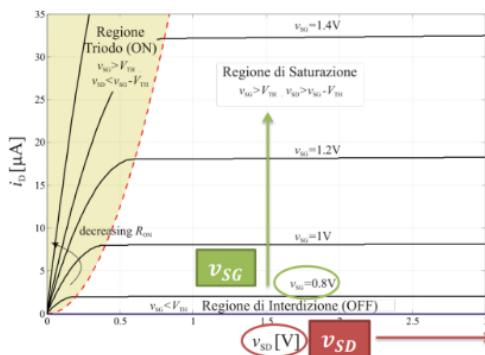
$$i_D = \begin{cases} 0 & \text{per } v_{GS} < V_{TH} \text{ [REGIONE DI INTERDIZIONE, OFF]} \\ \beta v_{DS} \left(v_{GS} - V_{TH} - \frac{v_{DS}}{2} \right) (1 + \lambda v_{DS}) & \text{per } v_{GS} > V_{TH} \wedge v_{DS} < v_{GS} - V_{TH} \text{ [REGIONE DI TRIODO, ON]} \\ \frac{\beta}{2} (v_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \lambda v_{DS}) & \text{per } v_{GS} > V_{TH} \wedge v_{DS} > v_{GS} - V_{TH} \text{ [REGIONE DI SATURAZIONE]} \end{cases}$$

Rappresentando la **transcaratteristica** (a sinistra), ovvero mostrando gli nMOS sul piano $v_{GS} - i_D$:



- **pMOS** (analogo a nMOS, ma si usano v_{SD} e v_{SG} al posto di v_{DS} e v_{GS} , perché $v_{SD} = -v_{DS}$ e $v_{SG} = -v_{GS}$):

$$i_D = \begin{cases} 0 & \text{per } v_{SG} < V_{TH} \text{ [REGIONE DI INTERDIZIONE, OFF]} \\ \beta v_{SD} \left(v_{SG} - V_{TH} - \frac{v_{SD}}{2} \right) (1 + \lambda v_{SD}) & \text{per } v_{SG} > V_{TH} \wedge v_{SD} < v_{SG} - V_{TH} \text{ [REGIONE DI TRIODO, ON]} \\ \frac{\beta}{2} (v_{SG} - V_{TH})^2 (1 + \lambda v_{SD}) & \text{per } v_{SG} > V_{TH} \wedge v_{SD} > v_{SG} - V_{TH} \text{ [REGIONE DI SATURAZIONE]} \end{cases}$$

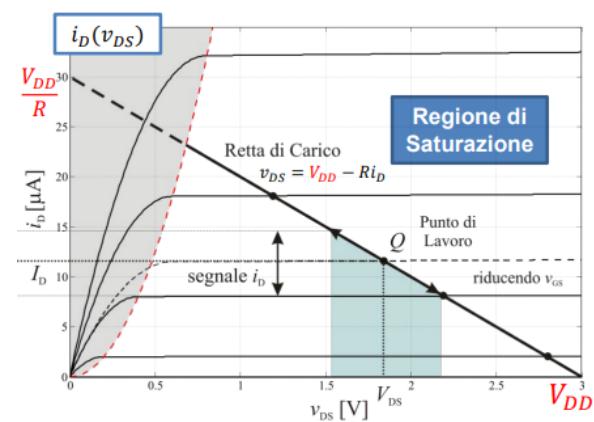
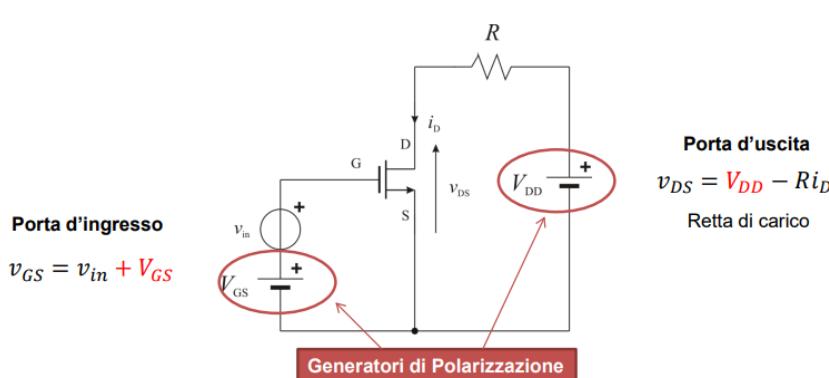


⚠ I transistor possono **danneggiarsi** se $v_{DS} > V_{DS,max}$, $v_{GS} > V_{GS,max}$, $i_D > I_{D,max}$ oppure $P = i_D v_{DS} > P_{max}$; quindi è possibile usare i transistor solo in una porzione del piano $i_D - v_{DS}$ (detta **SOA, Safe Operating Area**). Nei datasheet (manuali) dei transistor, vengono dati $V_{DS,max}$, $V_{GS,max}$, $I_{D,max}$, P_{max} , i range accettabili di incertezza e la temperatura di funzionamento!

⚠ Data per esempio la formula $v_{GS} = v_{in} + V_{GS}$, la **notazione** che uso sarà v_{GS} = tensione **TOTALE** [minuscolo con pedice maiuscolo], v_{in} = componente **VARIANTE NEL TEMPO** [minuscolo con pedice minuscolo] e V_{GS} = componente **CONTINUA (di POLARIZZAZIONE)** [maiuscolo con pedice maiuscolo]!

Inoltre:

- per le applicazioni **digitali**, si userà **solo la regione OFF e ON** per emulare il comportamento bit = 0 e bit = 1;
- per quella **analogiche** invece, il MOS si comporta da blocco funzionale analogico **solo in regione di saturazione** (in quanto si polarizza il transistor con dei generatori):



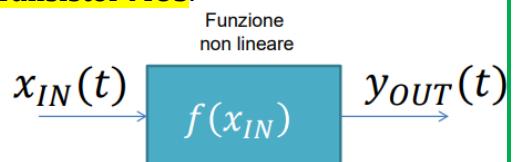
Definiamo con **Q** il **PUNTO DI LAVORO** (stazionario, o punto di quiescenza, o di funzionamento a riposo), ovvero il punto "soluzione" del circuito, che descrive il suo comportamento; nelle applicazioni analogiche, il punto di lavoro deve trovarsi nella regione di saturazione e quindi devo soddisfare 2 condizioni:

$$\begin{cases} V_{GS} > V_{TH} \\ V_{DS} > V_{GS} - V_{TH} \end{cases}$$

Se aggiungo alla V_{GS} una componente variante nel tempo, la corrente di drain i_D segue questa variazione, mentre la tensione di drain v_{DS} sarà massima quando v_{GS} minima, e sarà minima quando v_{GS} massima (quindi varia in controfase).

La dipendenza quadratica $i_D \sim v_{GS}^2$ è il problema per cui il transistor MOS nella regione di saturazione non è un vero e proprio amplificatore (in quanto vengono create delle armoniche in più) per la non-linearità. Come risolvo? Faccio una **linearizzazione con lo sviluppo di Taylor fermato al 1° ordine** (ovvero prendo la tangente alla parabola in quel punto) che è una buona approssimazione nell'intorno del punto che sto approssimando, ovvero, linearizzando, trovo l'**EQUIVALENTE DI PICCOLO SEGNALE del transistor MOS**.

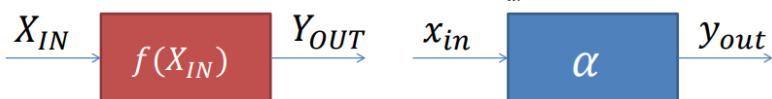
$$x_{IN}(t) = X_{IN} + x_{in}(t) \rightarrow y_{OUT}(t) = f(x_{IN}(t)) = f(X_{IN} + x_{in}(t)) = f(X_{IN}) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=X_{IN}} x_{in}(t) + o(|x_{in}|) = Y_{OUT} + y_{out}(t)$$



Da cui: per determinare il punto di lavoro:

$$Y_{OUT} = f(X_{IN})$$

sistema non-lineare statico



per studiare le variazioni:

$$y_{out}(t) = \alpha x_{in}$$

sistema linearizzato
 $\alpha = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=X_{IN}}$ dipende dal punto di lavoro

Facendo questa linearizzazione per il nostro MOS nella regione di saturazione, considerando solo le componenti di segnale (ovvero quelle varianti nel tempo), otteniamo:

$$i_D = \frac{\beta}{2} (v_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \lambda v_{DS}) \rightarrow i_d = i_D - I_D = \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \Big|_Q v_{gs} + \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \Big|_Q v_{ds} = g_m v_{gs} + g_o v_{ds}$$

Con:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{TRANSCONDUTTANZA: } g_m = \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \Big|_Q = \beta(v_{GS} - V_{TH})(1 + \lambda v_{DS})|_Q = \beta(V_{GS} - V_{TH})(1 + \lambda V_{DS}) = \frac{2I_D}{V_{GS} - V_{TH}} = \sqrt{2I_D \beta} \\ \text{CONDUTTANZA DI USCITA: } g_o = \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \Big|_Q = \lambda \frac{\beta}{2} (v_{GS} - V_{TH})^2 |_Q = \lambda \frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2 = \lambda I_D \text{ (idealmente } \cong 0) \end{array} \right.$$

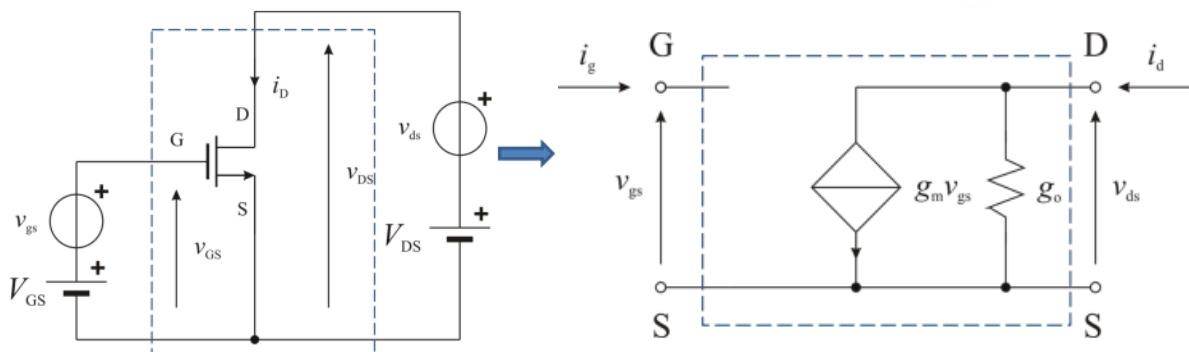
Quindi:

$$i_D = I_D + \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \Big|_Q v_{gs} + \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \Big|_Q v_{ds} = I_D + g_m v_{gs} + g_o v_{ds} \text{ con } I_D = i_D(v_{GS} = V_{GS}, v_{DS} = V_{DS}) \rightarrow i_d = g_m v_{gs} + g_o v_{ds}$$

Dal punto vista matriciale:

$$\begin{cases} i_g = 0 \\ i_d = g_m v_{gs} + g_o v_{ds} \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} i_g \\ i_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g_m & g_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{gs} \\ v_{ds} \end{pmatrix} \text{ con } \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g_m & g_o \end{pmatrix} = \mathbf{G}$$

Perciò il **circuito equivalente di piccolo segnale del nMOS** è:

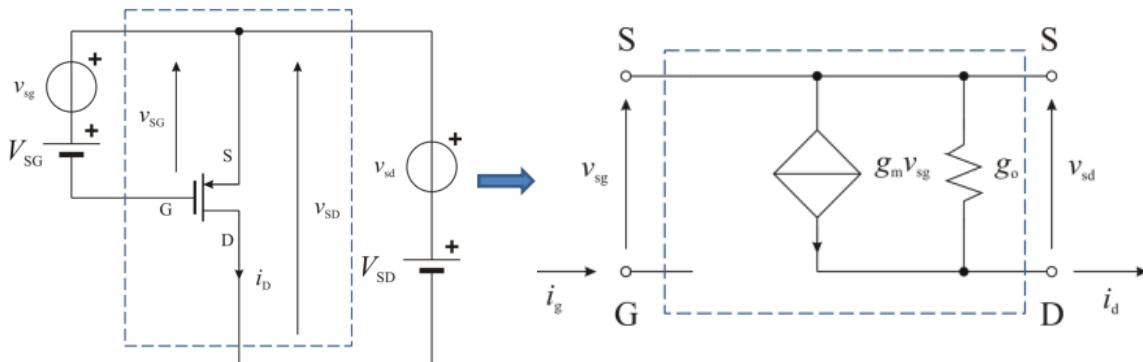


⚠ Se $\lambda \cong 0 \rightarrow g_o \cong 0$ (cioè $R_o = \infty$), siamo nel caso ideale, dove ho un amplificatore di transconduttanza!

Analogamente, per il pMOS otteniamo:

$$\begin{cases} i_g = 0 \\ i_d = g_m v_{sg} + g_o v_{sd} \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} i_g \\ i_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g_m & g_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{sg} \\ v_{sd} \end{pmatrix} \quad \text{con} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g_m & g_o \end{pmatrix} = \mathbf{G}$$

Da cui, il [circuito equivalente di piccolo segnale del pMOS](#) è:



⚠ Ma questa linearizzazione quanto è affidabile? È considerabile accettabile se il MOS rimane nella regione di saturazione (ovvero se ho meno variazioni, l'approssimazione è migliore). Quindi ci sono **LIMITI DI VALIDITÀ**: seguendo la tangente (al posto della parabola) fuori dall'intorno del punto di lavoro, avremo una **DISTORSIONE** (errore di non-linearità) [quindi maggiore è l'escursione (cioè più è grande l'ampiezza del segnale), maggiore sarà la distorsione (proprio per questo si parla di "piccolo segnale")]. Altro problema sono gli **EFFETTI REATTIVI** (a causa di segnali che variano rapidamente), descrivibili con capacità parassite che dipendono dal punto di lavoro Q. Noi però trascureremo sempre la distorsione e gli effetti reattivi!

→ MA COME SI FA L'ANALISI DI PICCOLO SEGNALE PER I MOS NELLA PRATICA? Si fanno 3 passi:

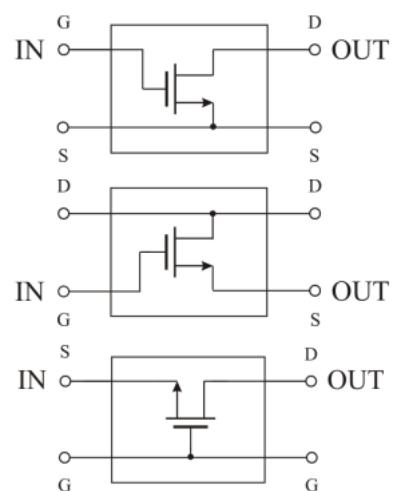
1. Si determina il **punto di lavoro Q**, considerando solo le grandezze costanti nel tempo (cioè spengo i generatori variabili nel tempo, sostituisco i condensatori con circuiti aperti e gli induttori con dei cortocircuiti). Noi però questo calcolo lo skipperemo, perché negli esercizi d'esame ci sarà preassegnato o ricavabile senza troppi calcoli; quindi formuleremo le **H_p sulla saturazione**, analizzeremo il circuito di queste H_p e verificheremo il funzionamento dei MOS nella saturazione:

$$\text{nMOS} \rightarrow \begin{cases} v_{gs} > V_{TH} \\ v_{ds} > v_{gs} - V_{TH} \end{cases} \quad \text{pMOS} \rightarrow \begin{cases} v_{sg} > V_{TH} \\ v_{sd} > v_{sg} - V_{TH} \end{cases}$$

2. Si costruisce il **circuito equivalente di piccolo segnale**, ovvero considero solo le grandezze variabili nel tempo (elimino le componenti costanti) e gli elementi reattivi (condensatori e induttori, se presenti); per gli elementi non-lineari (es. transistor MOS) si usano i parametri di piccolo segnale e si sostituiscono con i relativi circuiti di piccolo segnale.
3. Si risolve il circuito di piccolo segnale (valutando quello che ci viene richiesto dal problema), solitamente ricavando H(f) e il suo Bode (Ampiezza e Fase) + le uscite del circuito in piccolo segnale.

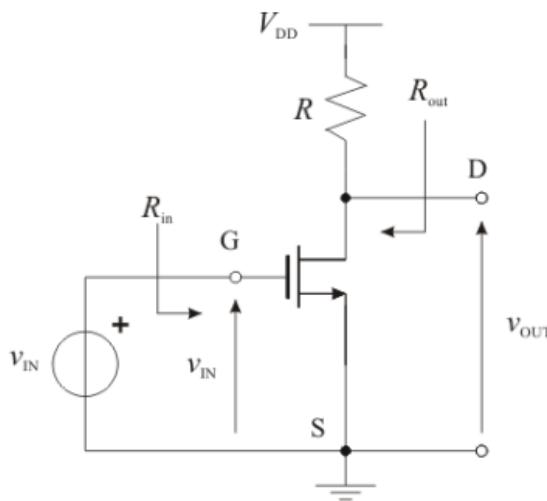
Si possono ottenere **amplificatori a partire dai transistor MOS**; con 1 solo transistor, a seconda di come si applica l'ingresso e di come si prende l'uscita, si possono ottenere **3 stadi elementari** (analizzati adinamicamente):

- **Source comune (CS, Common Source):**
 - Ingresso = GATE;
 - Uscita = DRAIN;
 - Terminale Comune = SOURCE.
- **Drain comune (CD, Common Drain):**
 - Ingresso = GATE;
 - Uscita = SOURCE;
 - Terminale Comune = DRAIN.
- **Gate comune (CG, Common Gate):**
 - Ingresso = SOURCE;
 - Uscita = DRAIN;
 - Terminale Comune = GATE.



A seconda dello stadio, l'analisi di piccolo segnale ha delle caratteristiche comuni (definendo $R' = R \parallel r_o$ e ricordando che $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$):

- **CS** (ricorda che per ricavare R_{in} e R_{out} uso dei generatori di test per valutarle; in questo caso per esempio $R_{in} = \frac{v_{gs}}{i_{in}} = \frac{v_{gs}}{0} = +\infty$, mentre $R_{out} = R \parallel r_o = -\frac{v_{out}}{g_m v_{gs}} = -\frac{v_{out}}{g_m v_{in}} = -\frac{A_v}{g_m}$) [buon ampl. transconduttanza]:



$$A_v = -g_m (R \parallel r_o)$$

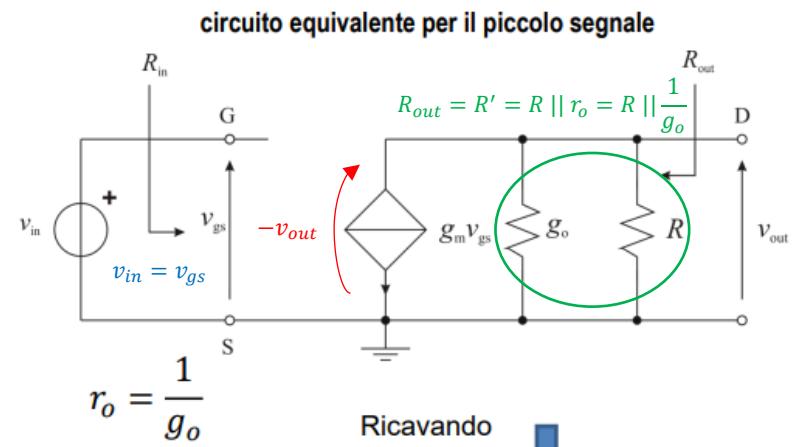
amplificazione di tensione invertente, anche elevata in modulo (max: $g_m r_o$)

$$R_{in} \rightarrow \infty$$

gate del transistore MOS

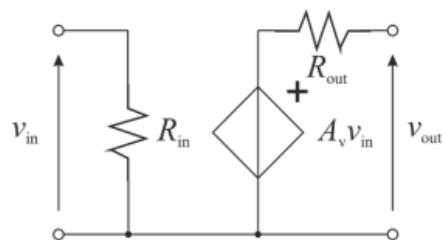
$$R_{out} = R \parallel r_o$$

a parità di g_m , A_v elevata $\rightarrow R_{out}$ elevata; più simile ad un ampl. di g_m che ad un ampl. di tensione.

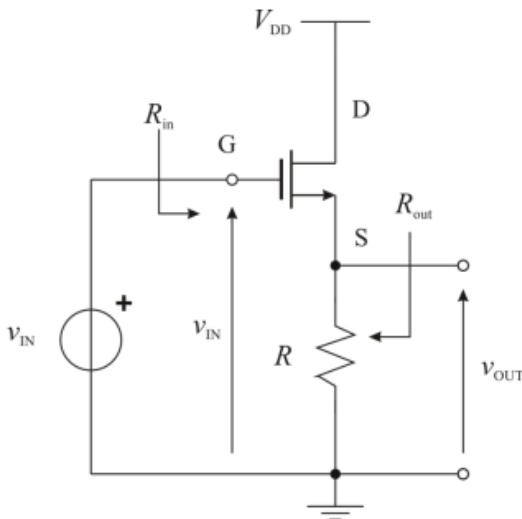


$$r_o = \frac{1}{g_o}$$

Ricavando
 A_v, R_{in}, R_{out}



- **CD** ($R_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_{in}}{0} = +\infty$ e $R_{out} = \frac{1}{g_m} \parallel R' \approx \frac{1}{g_m}$) [voltage follower (R_{out} piccola), ovvero $v_{out} \cong v_{in}$]:



$$r_o = \frac{1}{g_o}, R' = R \parallel r_o$$

$$A_v = \frac{g_m R'}{1 + g_m R'} < 1$$

amplificazione di tensione sempre positiva (stadio non invertente) e < 1 .

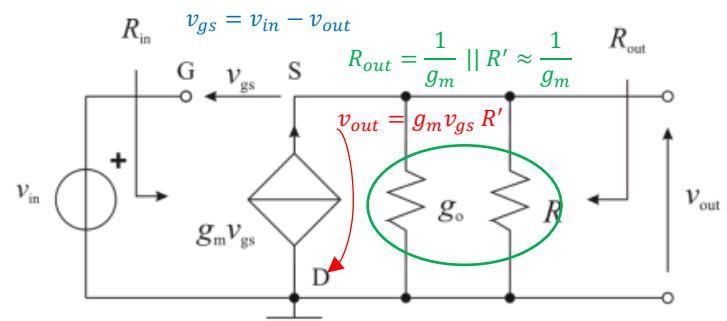
$$R_{in} \rightarrow \infty$$

gate del transistore MOS

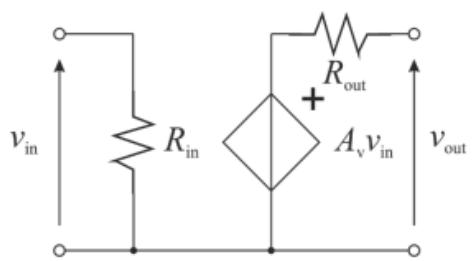
$$R_{out} = \frac{1}{g_m} \parallel R' \approx \frac{1}{g_m}$$

se $g_m \uparrow$, $R_{out} \downarrow$
 \rightarrow buona uscita in tensione

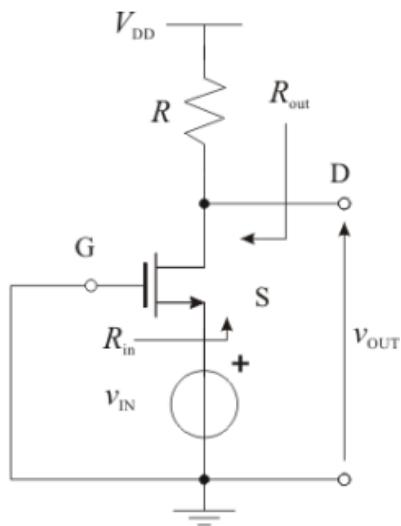
circuito equivalente per il piccolo segnale



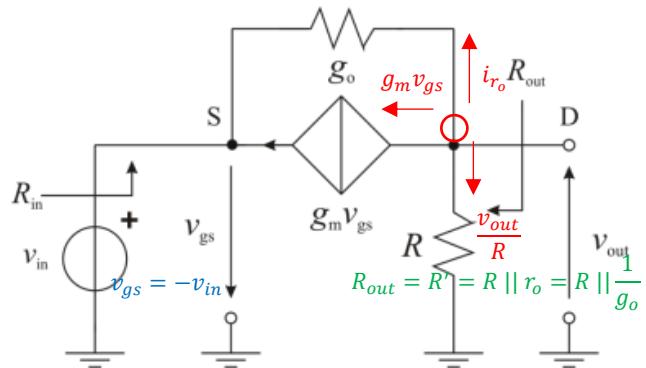
Ricavando
 A_v, R_{in}, R_{out}



- **CG** ($R_{out} = R' = R \parallel \frac{1}{g_o}$ ovvero come CS, mentre $R_{in} = \frac{r_o + R}{g_m r_o + 1} \approx \frac{1}{g_m}$) [buon ampl. corrente]:



circuito equivalente per il piccolo segnale



$$r_o = \frac{1}{g_o}, R' = R \parallel r_o$$

Ricavando
A_v, R_in, R_out

$$A_v = g_m R' + \frac{R'}{r_o} \approx g_m R'$$

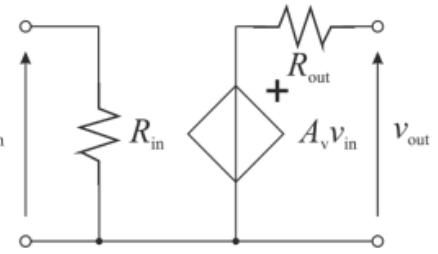
$$R_{in} = \frac{r_o + R}{g_m r_o + 1} \approx \frac{1}{g_m}$$

$$R_{out} = R'$$

Amplificazione di tensione non invertente, anche elevata (max: $g_m r_o$)

se $g_m \uparrow, R_{in} \downarrow$
→ buon ingresso in corrente
→ cattivo ingresso in tensione

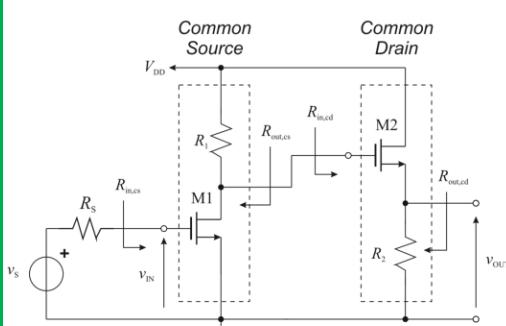
a parità di g_m ,
 A_v elevata → R_{out} elevata



In quest'ultimo caso posso ricavarne $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$ con Kirchoff-correnti (nel nodo in rosso):

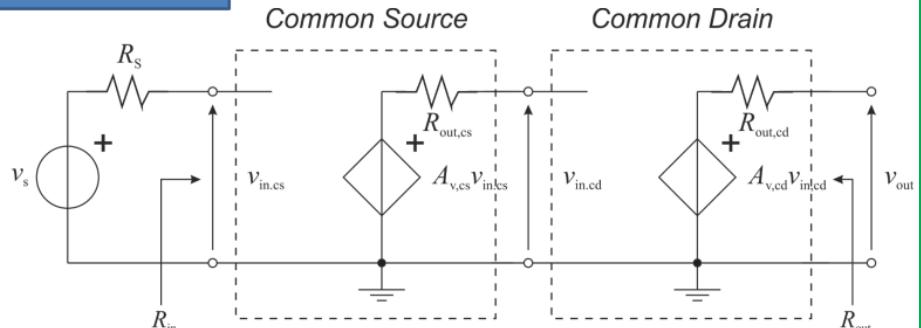
$$\begin{aligned} \frac{v_{out}}{R} + g_m v_{gs} + i_{r_o} = 0 &\rightarrow \frac{v_{out}}{R} - g_m v_{in} + \frac{v_{out}}{r_o} - \frac{v_{in}}{r_o} = 0 \rightarrow v_{out} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_o} \right) = v_{in} \left(g_m + \frac{1}{r_o} \right) \rightarrow \\ \rightarrow A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} &= \frac{g_m + \frac{1}{r_o}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_o}} = \frac{g_m + \frac{1}{r_o}}{\frac{1}{R'}} = g_m R' + \frac{R'}{r_o} \approx g_m R' \end{aligned}$$

Questi **stadi elementari** però non coprono tutte le esigenze (infatti nessuno stadio è un buon amplificatore di tensione con $A_v > 1$); l'idea è quella di **metterli in cascata** [**AMPLIFICATORI A PIU' STADI**]. Un **buon amplificatore di tensione** infatti si ottiene dal circuito **CS-CD in cascata** (dove si elimina la bassa R_{in} del CD e l'alta R_{out} del CS, ovvero si tengono solo le migliori caratteristiche di entrambi):



Esempio:
CS-CD in cascata

Circuito equivalente (a blocchi) per il piccolo segnale



$$A_{v,cs} = -g_{m1} (R_1 \parallel r_o)$$

$$A_{v,cd} = \frac{g_{m2}(R_2 \parallel r_o)}{1 + g_m(R_2 \parallel r_o)}$$

$$R_{in,cs} \rightarrow \infty$$

$$R_{in,cd} \rightarrow \infty$$

$$R_{out,cs} = R_1 \parallel r_o$$

$$R_{out,cd} = \frac{1}{g_m} \parallel R_2 \parallel r_o$$

$$A_v = A_{v,cs} A_{v,cd} = -g_{m1} (R_1 \parallel r_o) \frac{g_{m2}(R_2 \parallel r_o)}{1 + g_m(R_2 \parallel r_o)} \approx -39$$

A_v invertente $\gg 1$ in modulo (come CS)

elevata come CS

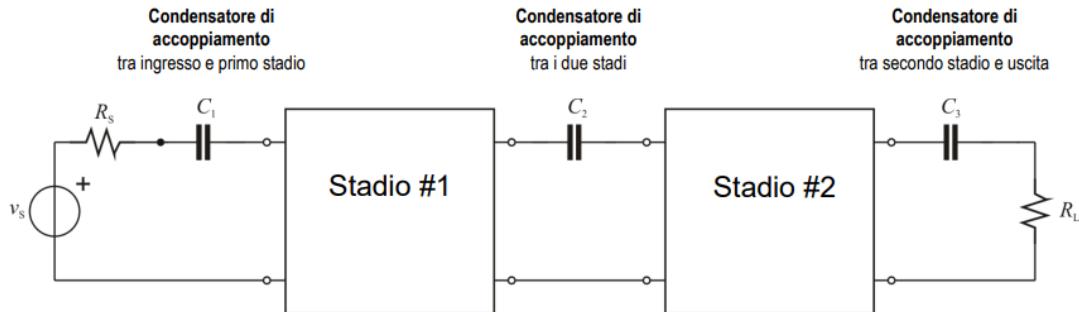
bassa come CD

$$R_{in} = R_{in,cs} \rightarrow \infty$$

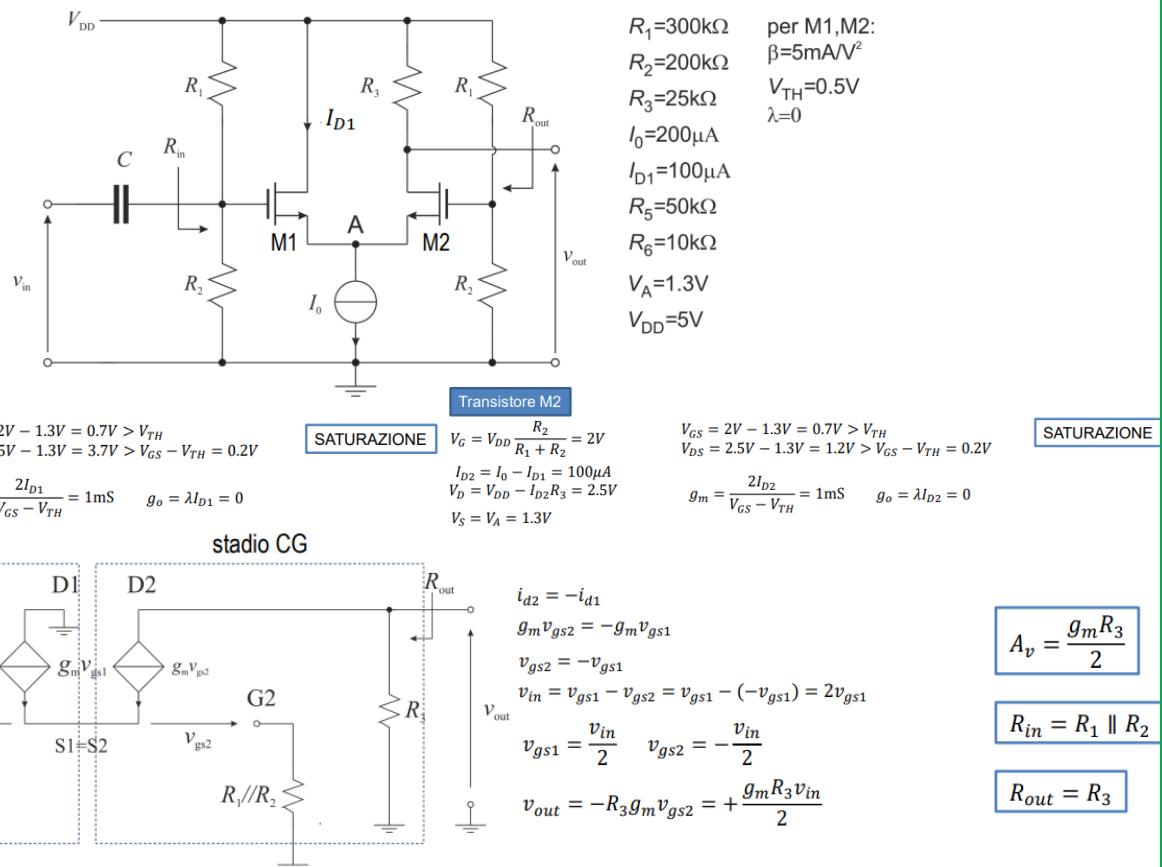
$$R_{out} = R_{in,cd} = \frac{1}{g_m} \parallel R_2 \parallel r_o = 975\Omega$$

⚠ Quando si analizzano questi circuiti in cascata possiamo farlo usando le formule degli stadi elementari oppure analizzarli come dei normali circuiti (senza riconoscere che sono degli stadi in cascata, quindi con la classica analisi di piccolo segnale)!

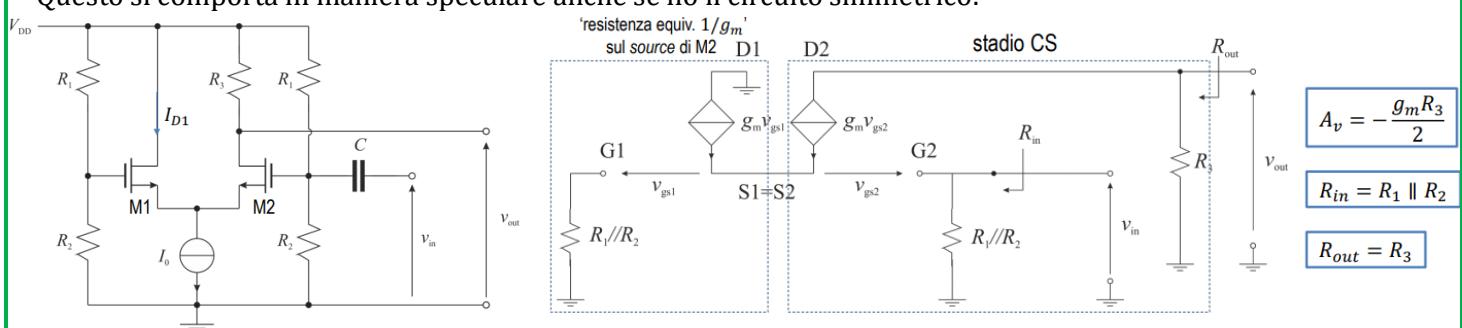
Quando si collegano gli stadi in cascata si possono verificare problemi tra le polarizzazioni dei 2 stadi (DC): per risolvere, si vuole **separare il comportamento tra DC e segnale** usando dei **condensatori di accoppiamento** (o di blocco). Questi infatti hanno una capacità talmente elevata che si comportano come cortocircuiti per il segnale (ovvero per quello che interessa misurare a noi) e come **circuiti aperti in DC**:



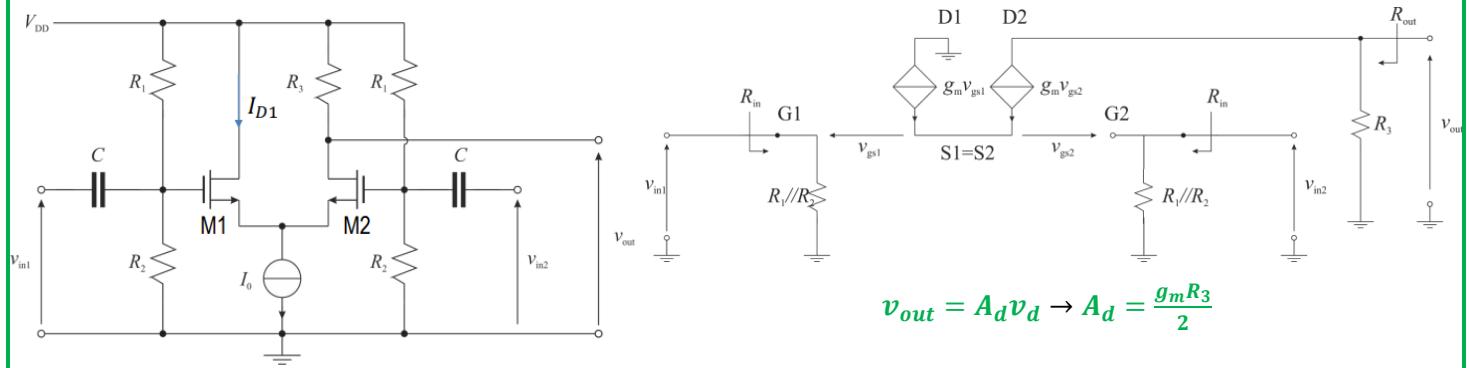
Oltre allo stadio CS-CD in cascata, analizziamo anche la **COPPIA DIFFERENZIALE (CD-CG in cascata)**:



Questo si comporta in maniera speculare anche se ho il circuito simmetrico:



Quindi mi avvicino al concetto di coppia "differenziale", un circuito che **prende i 2 segnali in ingresso e da 1'uscita amplificata**, ma **non amplifica i 2 segnali in input, bensì la loro differenza!** Ovvero:



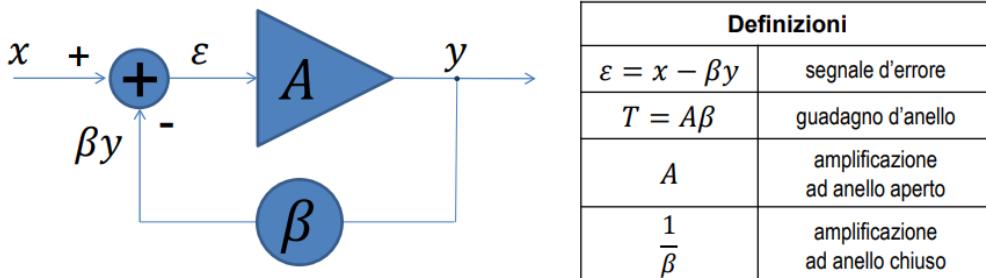
⚠ Questo circuito è alla base dell'amplificatore operazionale (in quanto è il 1° stadio all'interno dell'amplificatore e ne parleremo più avanti)!

4) AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

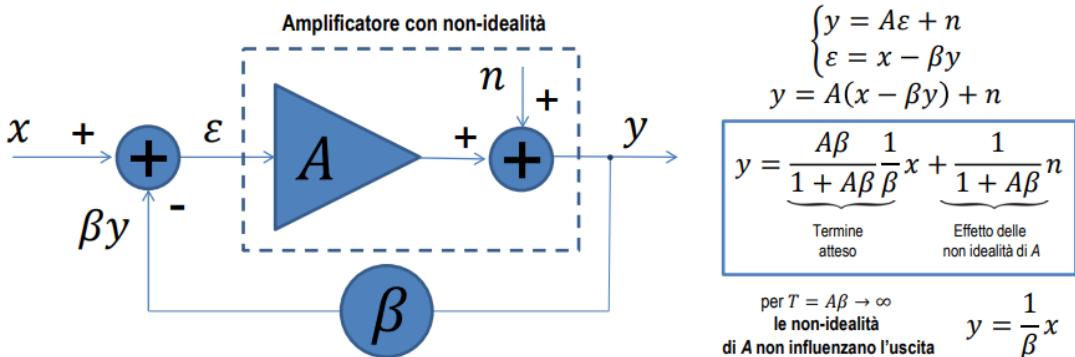
Gli amplificatori visti finora hanno delle **limitazioni** dovute agli effetti di carico e alle scarse accuratezze dei parametri degli amplificatori (forti tolleranze di fabbricazione); per migliorare queste limitazioni, introduciamo la **RETROAZIONE NEGATIVA**.

Abbiamo sempre considerato che l'ingresso fosse senza difetti, ma in realtà ci sono e questo si riflette anche sull'uscita, ovvero $y(t) = (A + \delta A)x(t) \neq Ax(t)$; in un **AMPLIFICATORE D'ERRORE**, ovvero con retroazione negativa ("negative feedback") invece il **segnale voluto in uscita è visto come il segnale che, se attenuato di un fattore β , è uguale all'ingresso esterno**; questo amplificatore ha in ingresso l'errore $\varepsilon = x - \beta y$ e varia l'uscita così da ridurre l'errore, ovvero:

- Se $\varepsilon > 0 \rightarrow y$ aumenta e l'errore ε decresce;
- Se $\varepsilon < 0 \rightarrow y$ diminuisce e l'errore ε decresce in modulo;
- Se $x = \beta y \rightarrow$ uscita y è quella voluta ($1/\beta$).



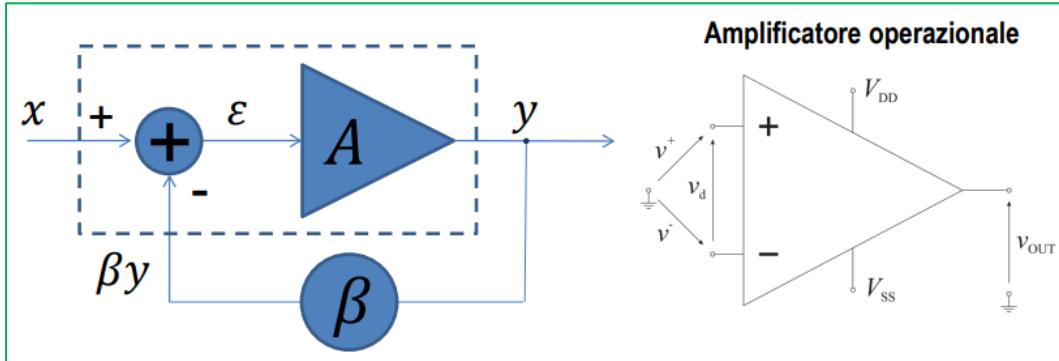
Da cui, per $T \rightarrow \infty$ [molto elevato] (ovvero per $A \rightarrow \infty$), l'uscita $y \rightarrow \frac{1}{\beta}x$ e l'errore $\varepsilon \rightarrow 0$; inoltre l'amplificazione ad anello chiuso ($1/\beta$) dipende solo da β , perciò è **insensibile ad effetti di carico e tolleranze di fabbrica**! Se a questo amplificatore ideale aggiungessimo le non-idealità che influenzano A , avremmo un termine additivo n :



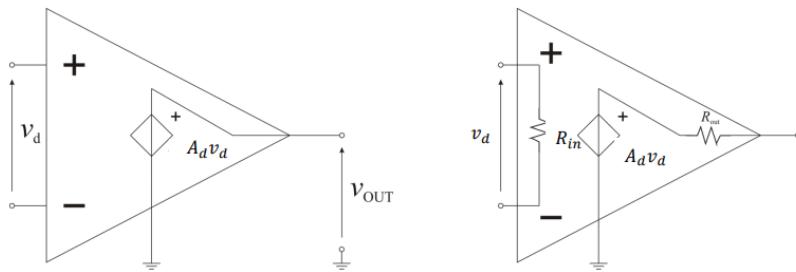
Ma cosa serve per implementare la retroazione negativa? Serve un **amplificatore con elevata amplificazione A** (idealmente infinita) **di tipo differenziale**; un amplificatore con amplificazione differenziale **tra 80 e 120 dB**, cioè:

$$10^4 \leq A_d = \frac{v_{out}}{v^+ - v^-} \leq 10^6$$

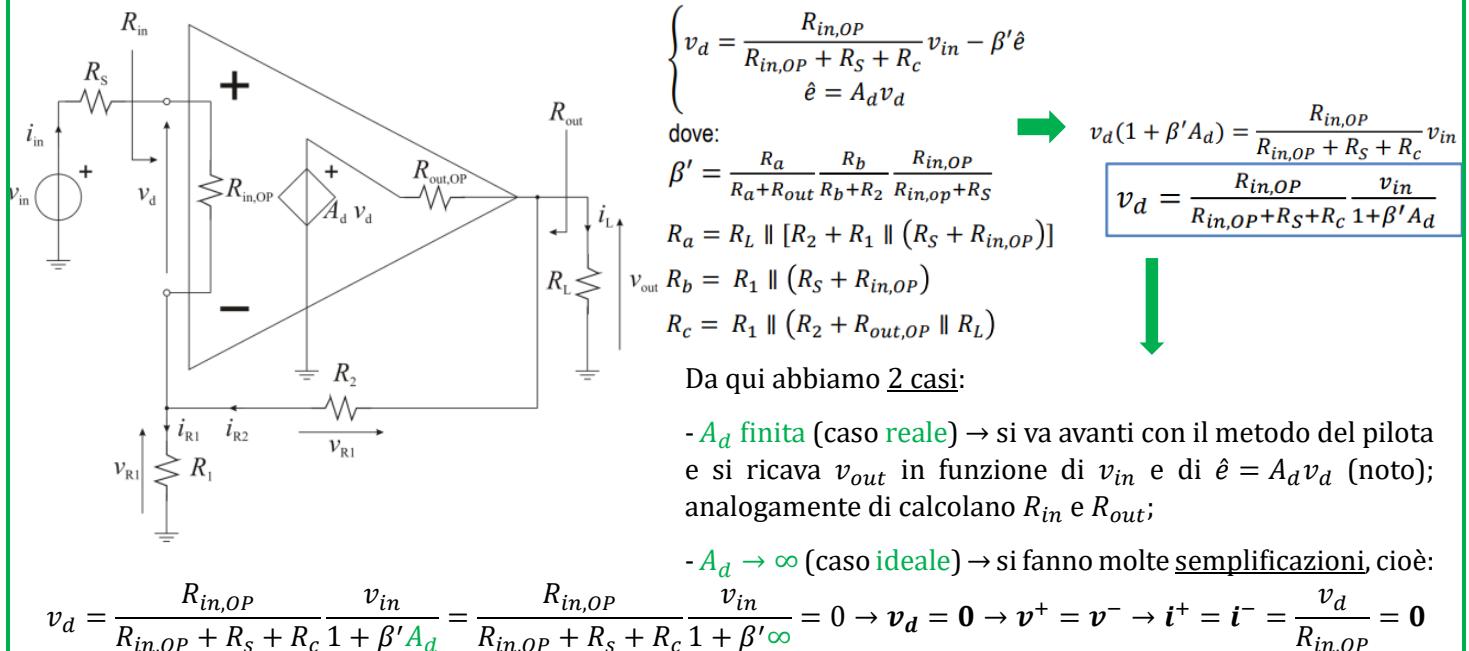
È detto **AMPLIFICATORE OPERAZIONALE**:



Da cui definiamo **tensione differenziale di ingresso** $v_d = v^+ - v^-$ (con v^+ tensione del morsetto non-invertente e v^- tensione del morsetto invertente), **tensione di modo comune di ingresso** $v_{cm} = \frac{v^+ + v^-}{2}$ e **tensione di uscita** $v_{out} = A_d v_d$ (ovvero dipende solo dalla differenza tra le 2 tensioni) [$A_d \rightarrow \infty$ per amp. op. ideale, perché ci permette di trascurare gli effetti di carico (ovvero R_{in} e R_{out})]. Studiandolo come doppio bipolo vediamo:



Per analizzare il circuito con un amplificatore operazionale reale si fa con il metodo del pilota:



Perciò dopo opportuni passaggi si arriva a:

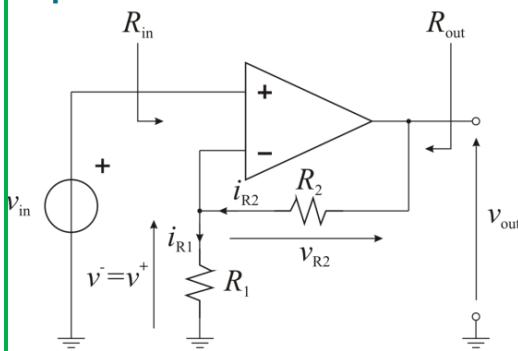
$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Vediamo che per $A_d \rightarrow \infty$ il circuito si comporta come un **AMPLIFICATORE DI TENSIONE IDEALE**, ovvero:

$$i^+ = 0 \rightarrow R_{in} = \frac{v_{in}}{i^+} = \infty$$

$$R_{out} = \frac{v_{out}}{i_{test}} = 0$$

Così come abbiamo visto come ottenere un amplificatore di tensione ideale, vedremo anche gli altri amplificatori:
Amplificatore di Tensione

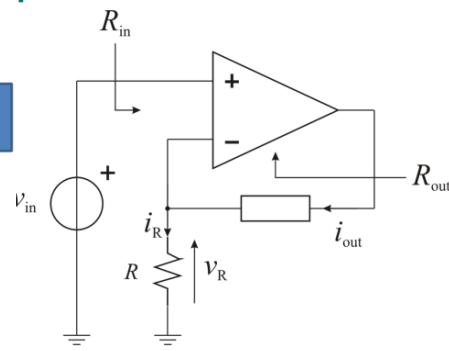


$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$R_{in} \rightarrow \infty$$

$$R_{out} = 0$$

Amplificatore di Transconduttanza

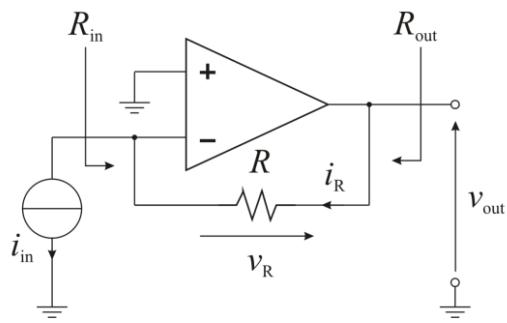


$$G_m = \frac{i_{out}}{v_{in}} = \frac{1}{R}$$

$$R_{in} \rightarrow \infty$$

$$R_{out} \rightarrow \infty$$

Amplificatore di Transresistenza

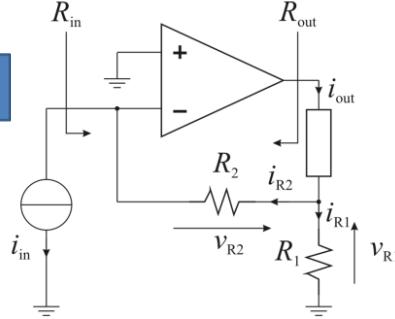


$$R_m = \frac{v_{out}}{i_{in}} = R$$

$$R_{in} = 0$$

$$R_{out} = 0$$

Amplificatore di Corrente



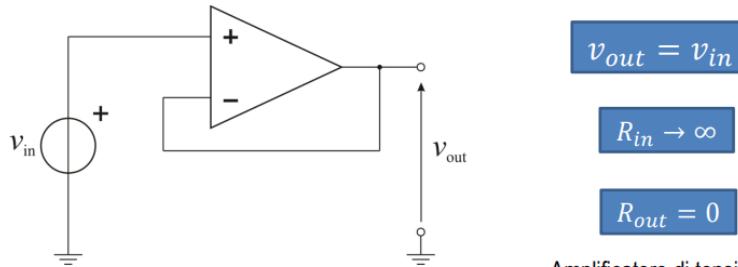
$$A_i = \frac{i_{out}}{i_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$R_{in} = 0$$

$$R_{out} \rightarrow \infty$$

Usando amplificatori operazioni con retroazione negativa possiamo anche implementare direttamente altri blocchi funzionali analogici come:

- **VOLTAGE FOLLOWER** (Inseguitore di tensione) → amplificatore di tensione con amplificazione unitaria, importante per la riduzione degli effetti di carico:



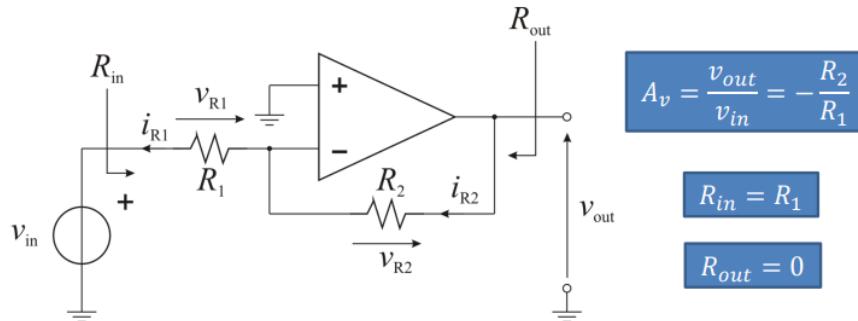
$$v_{out} = v_{in}$$

$$R_{in} \rightarrow \infty$$

$$R_{out} = 0$$

Amplificatore di tensione
con amplificazione unitaria

- **AMPLIFICATORE INVERTENTE** → deriva dall'amplificatore di transresistenza (sostituendo Norton della sorgente con Thevenin); su R_1 è applicata v_{in} perché l'ingresso invertente è a 0V; la corrente in R_1 non va verso massa ma verso R_2 (la caduta su R_2 è la tensione in uscita):

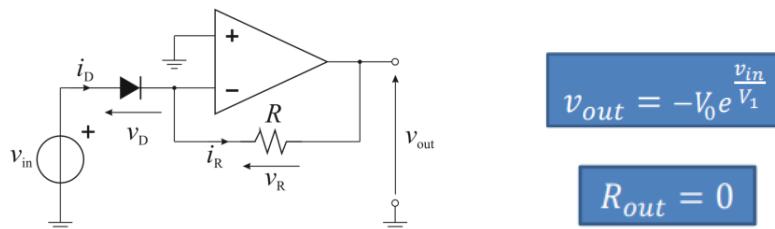


$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$R_{in} = R_1$$

$$R_{out} = 0$$

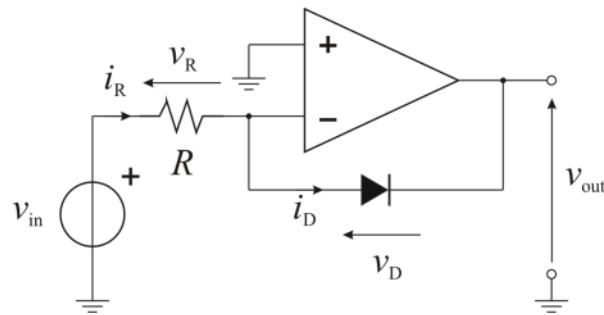
- **AMPLIFICATORE ESPONENZIALE:**



$$v_{out} = -V_0 e^{\frac{v_{in}}{V_1}}$$

$$R_{out} = 0$$

- AMPLIFICATORE LOGARITMICO:

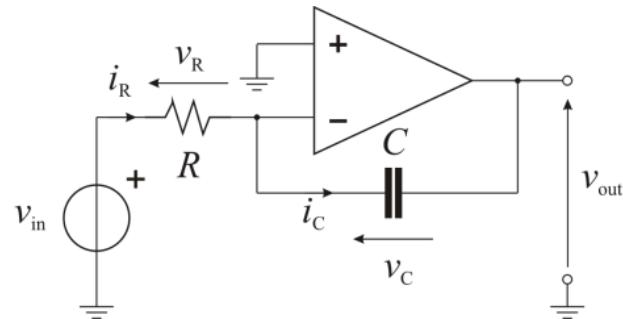


$$v_{out} = -V_1 \log \frac{v_{in}}{V_0}$$

$$R_{in} = R$$

$$R_{out} = 0$$

- INTEGRATORE:

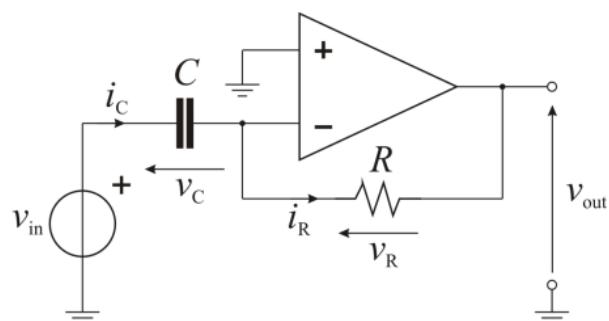


$$v_{out} = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_{in}(t') dt'$$

$$R_{in} = R$$

$$R_{out} = 0$$

- DERIVATORE:

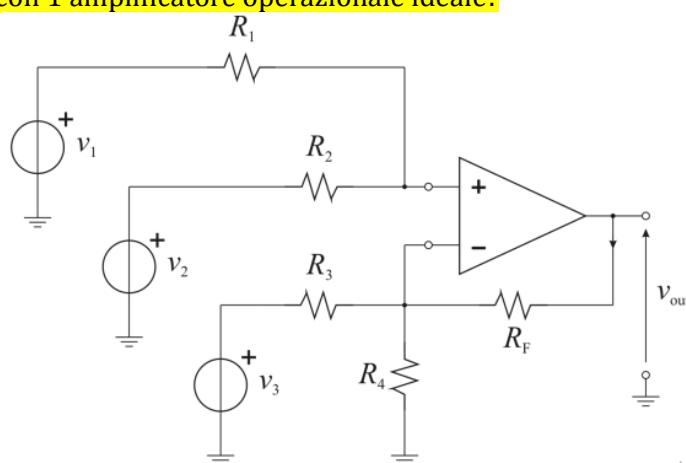


$$v_{out} = -RC \frac{dv_{in}}{dt}$$

$$R_{in} \rightarrow \infty \text{ (in DC)} \\ Z_{in}(\omega) = \frac{1}{j\omega C} \text{ (nel dominio della frequenza)}$$

$$R_{out} = 0$$

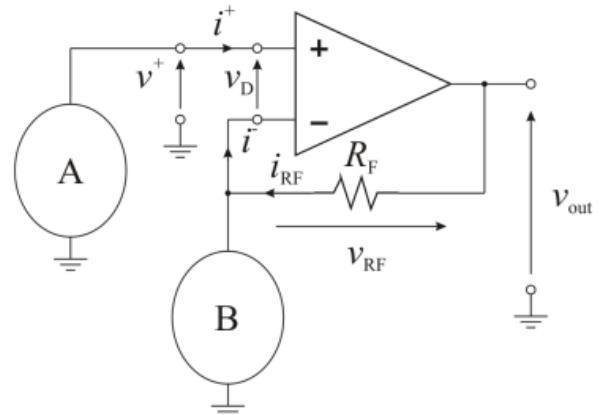
Come si analizzano circuiti con 1 amplificatore operazionale ideale?



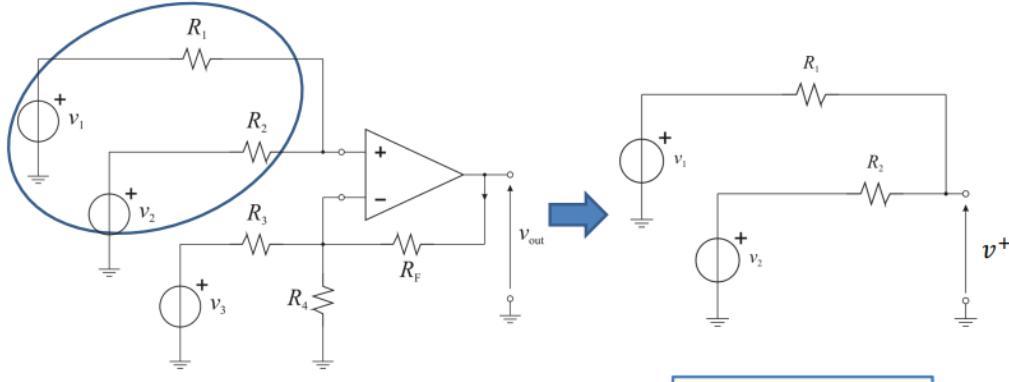
Ci sono 2 metodi:

• METODO SENZA RICONOSCERE GLI STADI [DIFFICILE]:

- Tutto quello collegato a v^+ lo vedo come un **blocco A**, tutto quello collegato a v^- lo vedo come un **blocco B** e li analizzo;

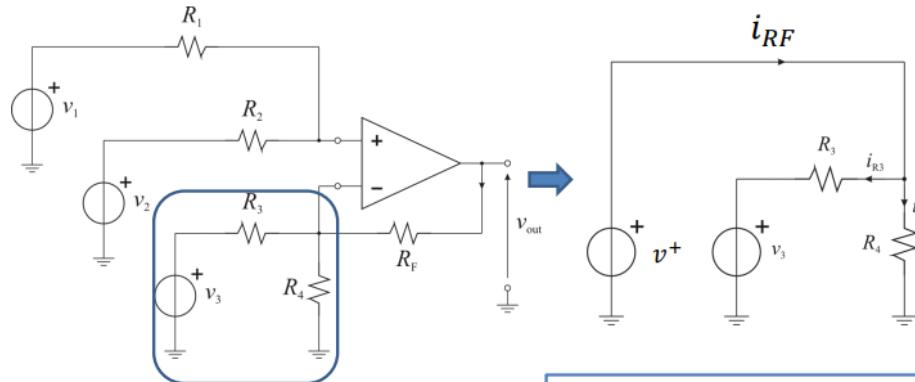


- Trovo v^+ analizzando il blocco A e quindi trovo anche v^- (perché Amp. Op. Ideale $v^+ = v^-$):



$$v^+ = \frac{R_2 v_1 + R_1 v_2}{R_1 + R_2}$$

- Determino poi v_{RF} valutando la corrente i_{RF} che scorre nel bipolo B, dove ora conosco v^- (i_{RF} scorre anche in R_F) e applicando Ohm:



$$i_{RF} = i_{R3} + i_{R4} = \frac{v^+ - v_3}{R_3} + \frac{v^+ - v_3}{R_4}$$

- Dopo aver trovato v^+ e v_{RF} , li sostituisco nella relazione $v_{out} = v^+ + v_{RF}$ e ottengo:

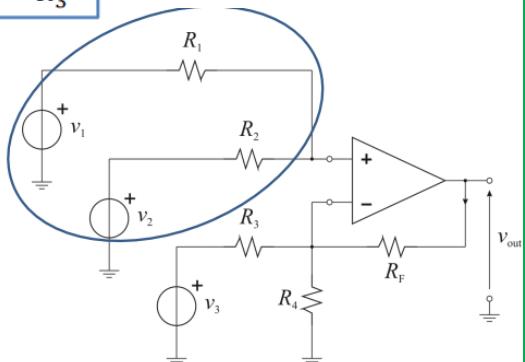
$$v_{out} = \frac{R_2 v_1 + R_1 v_2}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_F}{R_3 \parallel R_4} \right) - v_3 \frac{R_F}{R_3}$$

- METODO SOVRAPPOSIZIONE EFFETTI + STADI [CONSIGLIATO]:**

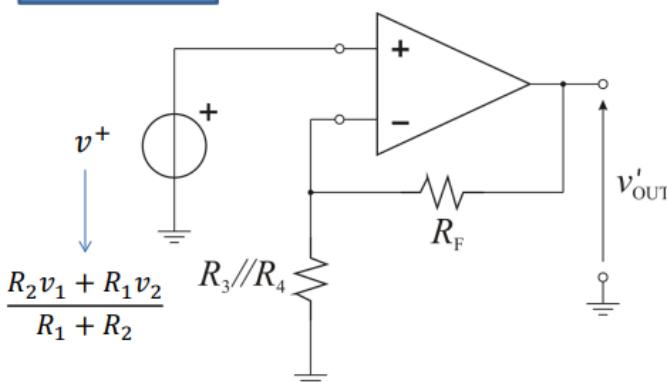
$$v_{out} = v'_{out} + v''_{out}$$

contributo di v^+
(comprende v_1 e v_2)

contributo di v_3



contributo di v^+

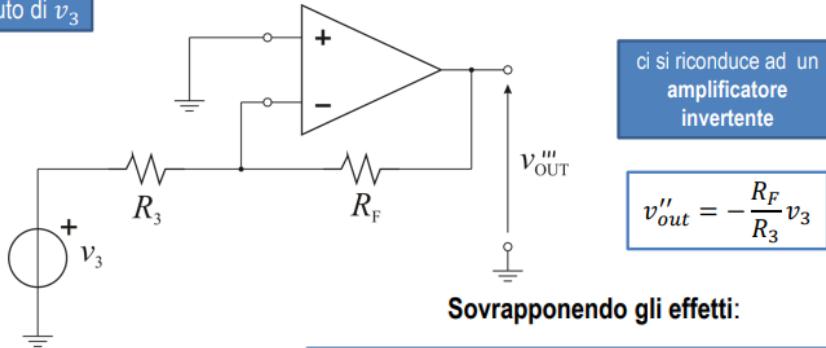


ci si riconduce ad un amplificatore di tensione non invertente

$$v'_{out} = v^+ \left(1 + \frac{R_F}{R_3 \parallel R_4} \right)$$

$$v^+ = \frac{R_2 v_1 + R_1 v_2}{R_1 + R_2}$$

contributo di v_3

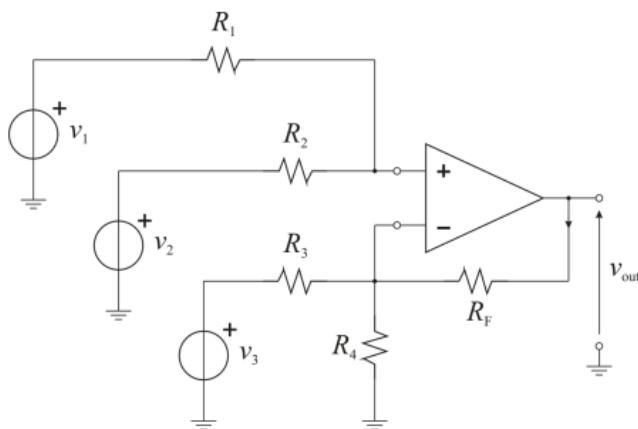


⚠ Questo perché se spengo v_1 e v_2 , avrò che $v^+ = 0$ perciò sostituisco tutto il blocco con un cortocircuito; inoltre scompare anche R_4 perché $v^- = v^+ = 0$ e quindi non passa corrente!

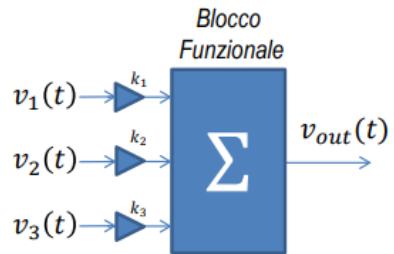
Sovrapponendo gli effetti:

$$v_{out} = \frac{R_2 v_1 + R_1 v_2}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_F}{R_3 \parallel R_4} \right) - v_3 \frac{R_F}{R_3}$$

⚠ Il circuito analizzato nell'esempio è un **SOMMATORE**:



$$v_{out}(t) = \sum_i k_i v_i(t)$$



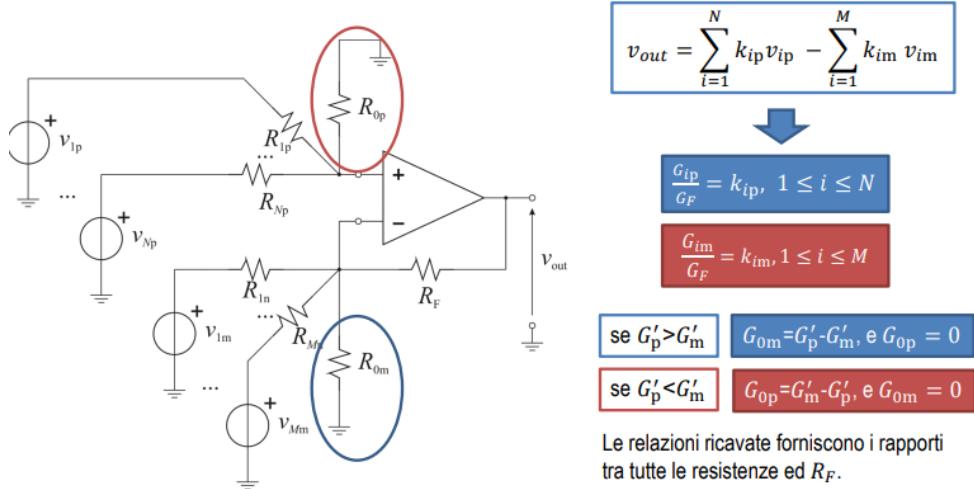
Il circuito analizzato esegue la somma algebrica pesata delle tensioni in ingresso

$$v_{out} = \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_F}{R_3 \parallel R_4} \right) v_1}_{k_1 > 0} + \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_F}{R_3 \parallel R_4} \right) v_2}_{k_2 > 0} - \underbrace{\frac{R_F}{R_3} v_3}_{k_3 < 0}$$

Generalizzando si ottiene il **SOMMATORE GENERALIZZATO** (ovvero N pesi positivi [che sarebbero nell'esempio k_1 e k_2] e M pesi negativi [nell'esempio k_3]) con formula:

$$v_{out} = \frac{\sum_{i=0}^M G_{im}}{\sum_{i=0}^N G_{ip}} \sum_{i=1}^N \frac{G_{ip}}{G_F} v_{ip} - \sum_{i=1}^M \frac{G_{im}}{G_F} v_{im}$$

Ma noi vogliamo avere modo di generare sommatori con specifiche che vogliamo (es. avere in uscita un certo valore e non doverci adattare ai pesi positivi e negativi); per farlo:



$$v_{out} = \sum_{i=1}^N k_{ip} v_{ip} - \sum_{i=1}^M k_{im} v_{im}$$

$$\frac{G_{ip}}{G_F} = k_{ip}, \quad 1 \leq i \leq N$$

$$\frac{G_{im}}{G_F} = k_{im}, \quad 1 \leq i \leq M$$

se $G'_p > G'_m$

$G_{0m} = G'_p - G'_m$, e $G_{0p} = 0$

se $G'_p < G'_m$

$G_{0p} = G'_m - G'_p$, e $G_{0m} = 0$

Le relazioni ricavate forniscono i rapporti tra tutte le resistenze ed R_F .

ESEMPIO:

Utilizzando una resistenza di retroazione $R_F = 100\text{k}\Omega$ progettare un circuito che generi una tensione $v_{out} = 3v_1 + 4v_2 - v_3$ a partire da v_1, v_2 e v_3 forniti da generatori ideali di tensione.

Utilizzando le formule, per i coefficienti positivi

$$G_1 = 3G_F \quad G_2 = 4G_F$$

Per il coefficiente negativo:

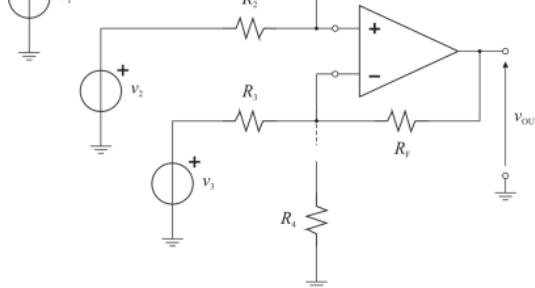
$$G_3 = G_F$$

Somma delle conduttanze al morsetto invertente:

$$G'_m = G_F + G_F = 2G_F$$

Somma delle conduttanze al morsetto non-invertente:

$$G'_p = 3G_F + 4G_F = 7G_F$$



Essendo $G'_p > G'_m$ è necessario aggiungere una conduttanza G_4 verso 0V all'ingresso invertente

$$G_4 = G'_p - G'_m = 5G_F$$

Si ottiene quindi:

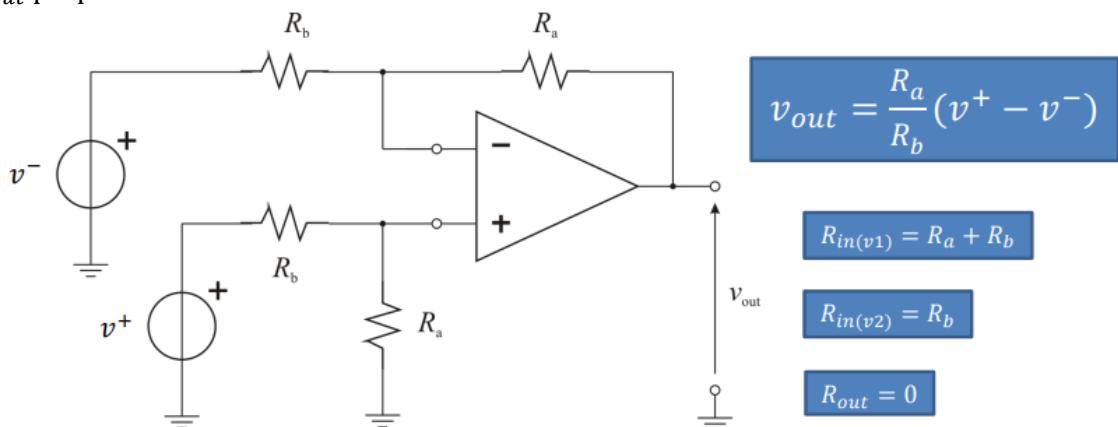
$$G_1 = 3G_F \quad R_1 = \frac{R_F}{3} = 33\text{k}\Omega$$

$$G_2 = 4G_F \quad R_2 = \frac{R_F}{4} = 25\text{k}\Omega$$

$$G_3 = G_F \quad R_3 = R_F = 100\text{k}\Omega$$

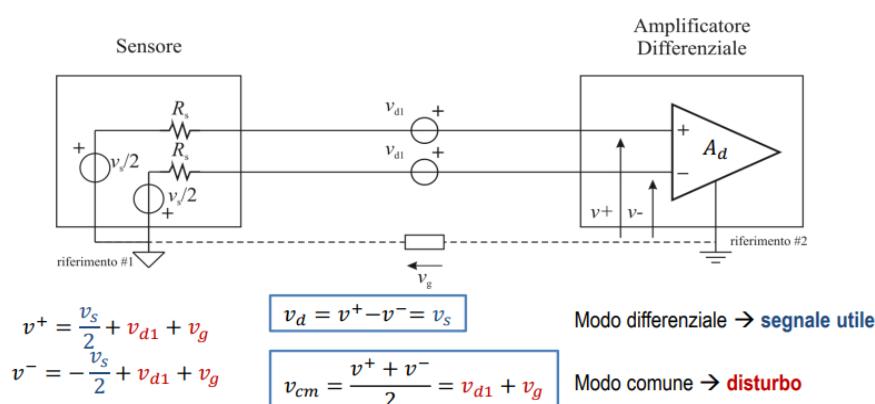
$$G_4 = 5G_F \quad R_4 = \frac{R_F}{5} = 20\text{k}\Omega$$

Tra i circuiti riconducibili al sommatore generalizzato, è importante l'**AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE**, che fornisce v_{out} proporzionale alla differenza tra v^+ e v^- :



$$v_{out} = v'_{out} + v''_{out} = v^+ \frac{R_a}{R_a + R_b} \left(1 + \frac{R_a}{R_b} \right) - v^- \frac{R_a}{R_b} = \frac{R_a}{R_b} (v^+ - v^-)$$

Ricorda che spesso possiamo trovare i dati degli amplificatori differenziali scritti come **componente differenziale** ($v_d = v^+ - v^-$) e **componente di modo comune** ($v_{cm} = \frac{v^+ + v^-}{2}$); questo perché, se la sorgente di ingresso è lontana dall'amplificatore, la v_{in} è corrotta da **DISTURBI** elettromagnetici, ovvero $v_{in} = v_{sorgente} + v_{dl} + v_g$ (v_{dl} = disturbo sul conduttore, v_g = fluttuazioni tra riferimenti di potenziale del sensore e dell'amplificatore). Dunque, per rendere il sistema immune più ai disturbi, la sorgente codifica l'informazione nella tensione differenziale, con polarità opposte rispetto al riferimento; se i conduttori sono vicini (intrecciati) v^+ e v^- sono corrotti nello stesso modo. Perciò la **componente (modo) differenziale** ci indica solo la tensione della sorgente, mentre la **componente (modo) comune** ci indica solo il disturbo:



L'uscita dell'ampl. differenziale non è affetta dai disturbi

$$v_{out} = \frac{R_a}{R_b} v_s$$

Inoltre altra caratteristica di questo amplificatore è il **CMRR**:

Amplificazione Differenziale

$$A_{diff} = \frac{R_a}{R_b} + \underbrace{\frac{R_a}{R_a + R_b} \frac{\varepsilon}{2}}_{\text{Errore su } A_{diff} \text{ (trascutibile)}} \approx \frac{R_a}{R_b}$$

Amplificazione di Modo Comune

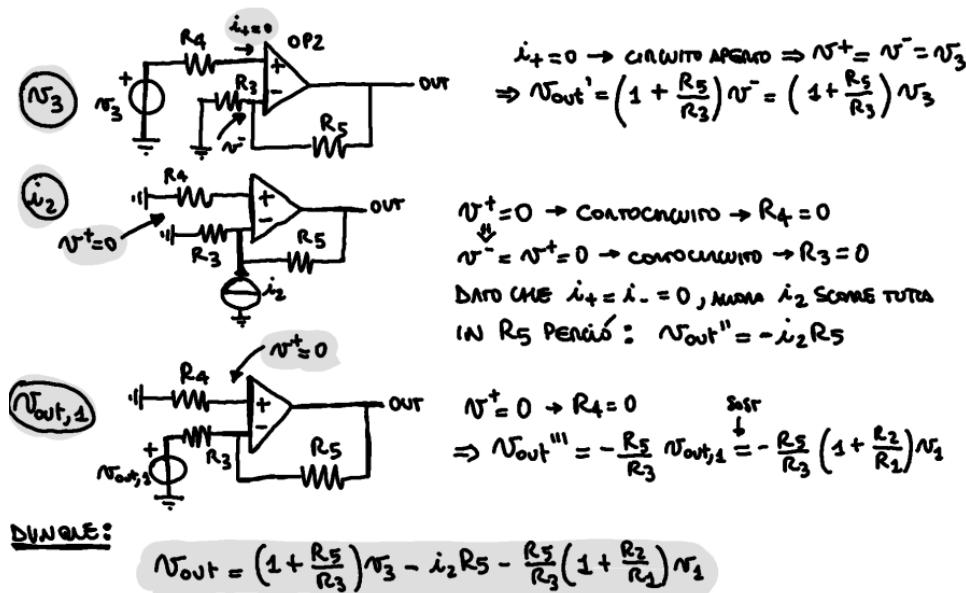
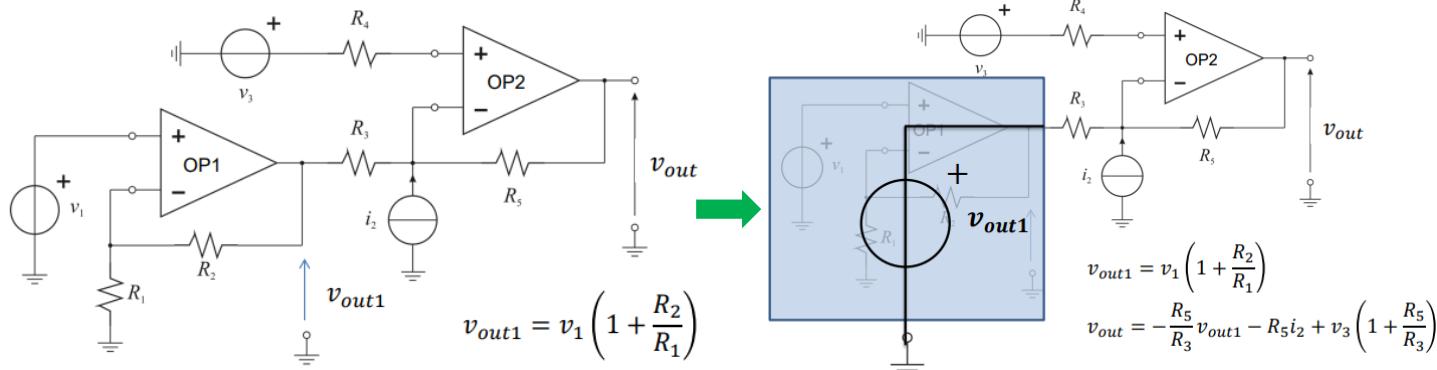
$$A_{cm} = -\frac{R_a}{R_a + R_b} \varepsilon$$

Errore su
 A_{diff} (trascutibile)

$$CMRR = \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right|$$

Common-Mode Rejection Ratio
 (rapporto di reiezione del modo comune)
 Rapporto tra amplificazione differenziale
 e di modo comune

Come si analizzano invece circuiti con più amplificatori operazionali in cascata? Si calcola prima la v_{out} degli operazionali direttamente collegati solo ad ingressi esterni (nel caso sotto OP1) e si sostituisce tutto il blocco dell'operazionale con un generatore di tensione; quindi mi riconduco nuovamente al caso di un solo operazionale:

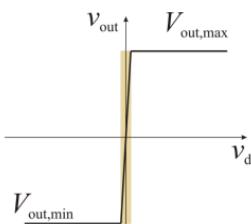


→ **LIMITAZIONI AMPLIFICATORI OPERAZIONALI:** come tutti gli amplificatori, anche gli operazionali hanno limitazioni sulla dinamica della tensione e della corrente alla porta di uscita (che limitano quindi l'ampiezza dei segnali elaborabili): $V_{out,min} < v_{out}(t) < V_{out,max}$ e $I_{out,min} < i_{out}(t) < I_{out,max}$.

Qui però sappiamo che il segnale in ingresso è la tensione differenziale $v_d = v^+ - v^-$, quindi essendo A_d molto alta [$10^4 - 10^6$], la **DINAMICA DI INGRESSO DI MODO DIFFERENZIALE** è molto ridotta (e anche di scarso interesse, in quanto idealmente $v_d = 0$), ovvero:

$$\frac{V_{out,min}}{A_d} < v_d(t) < \frac{V_{out,max}}{A_d}$$

L'operazionale può funzionare solo se anche la tensione di modo comune è inclusa nella **DINAMICA DI INGRESSO DI MODO COMUNE [CMR]**, ovvero:

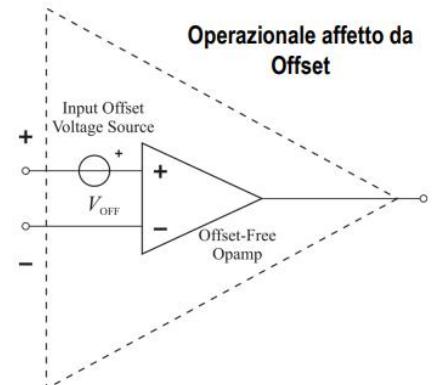
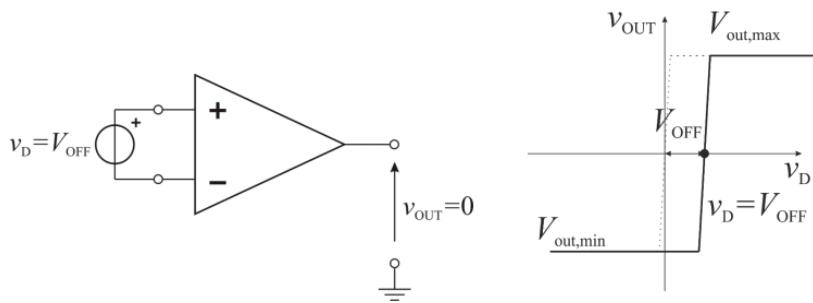


$$V_{CM,min} < v_{cm} < V_{CM,max}$$

⚠ Dal momento che $v^- \cong v^+$, allora il CMR implica una limitazione sulla dinamica di v^+ !

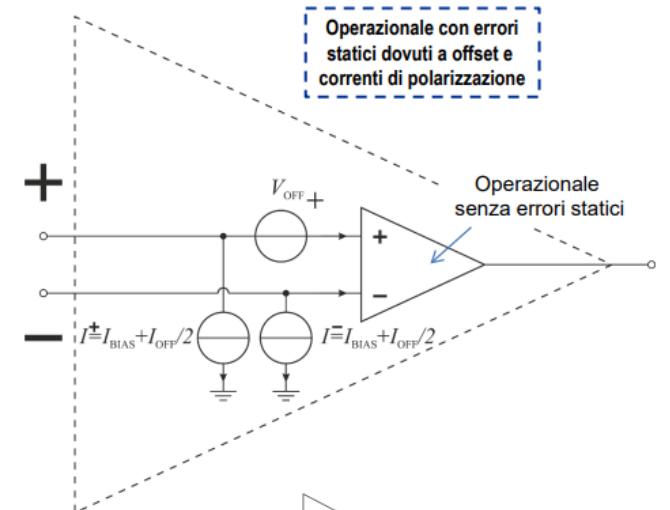
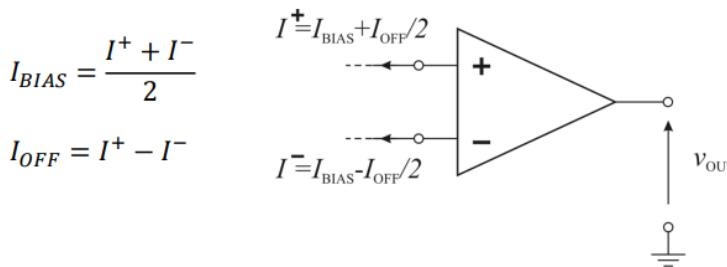
ESERCIZIO FOTO CON LIMITAZIONI

Altra non-idealità è l'**OFFSET**, dove il punto di funzionamento a riposo di un operazionale varia rispetto a quanto previsto (applicando $v_D = 0$, normalmente $v_{out} \neq 0$; essendo A_d elevata, v_{out} satura quasi certamente a $V_{out,max}$ o a $V_{out,min}$). Per risolvere questo problema, è necessario applicare una tensione continua in ingresso non nulla ($v_d = V_{OFF}$); **un operazionale soggetto ad offset equivale ad un operazionale senza offset con un generatore di tensione V_{OFF} collegato in serie all'ingresso non invertente (+):**



Per studiare l'impatto degli offset su un circuito con operazionali, si spengono i generatori indipendenti e si sostituiscono gli AO con AO senza offset; dunque si determinano i contributi dei generatori di offset sull'uscita e si valuta l'offset sull'uscita nel caso peggiore.

Altra non-idealità sono le **CORRENTI DI POLARIZZAZIONE IN INGRESSO** (I_{BIAS} [variabile deterministica], erogate o assorbite dall'AO reale). Quindi, le 2 correnti I^+ e I^- possono differire di una quantità detta I_{OFF} [variabile non-deterministica], ovvero:

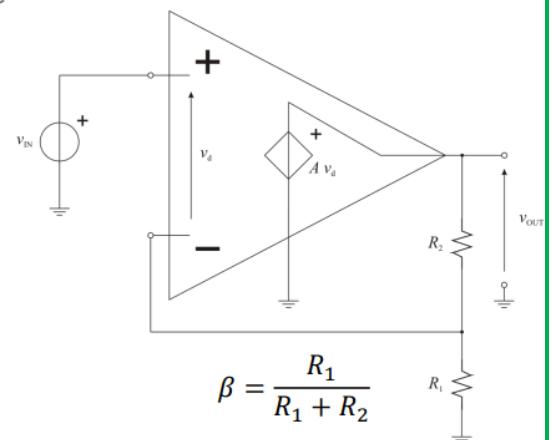


Altra non-idealità è quando abbiamo $A_d \neq \infty$ (ovvero **A_d finita**), dove appunto $R_{in,d}$ e R_{out} non sono più trascurabili; vediamo infatti **AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE CON A_d FINITO** (comparato con **A_d INFINTO**):

$$\begin{cases} A_v(\text{finito, reale}) = \frac{\beta A_d}{1 + \beta A_d} \frac{1}{\beta} \\ A_v(\text{infinito, ideale}) = \frac{1}{\beta} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) [\text{preso da non invertente}] \end{cases}$$

Al tempo stesso:

$$\begin{cases} R_{in}(\text{finito, reale}) = R_{in,A_d=0}(1 + A_d \beta') \\ R_{in}(\text{infinito, ideale}) \rightarrow \infty \end{cases} \quad \text{con } \beta' = \frac{R_1 || R_{in,d}}{R_1 || R_{in,d} + R_2}$$



$$\begin{cases} R_{out}(finito, reale) = \frac{R_{out, operazionale}}{(1 + A_d \beta)} \\ R_{in}(infinito, ideale) = 0 \end{cases}$$

La resistenza di **retroazione** in parallelo è **trascurabile**!

Questo amplificatore reale diventa importante quando parliamo di risposta (guadagno) in frequenza, dove **dopo una certa frequenza** (f_p , ovvero frequenza del **polo**), il **guadagno diminuisce in modulo** (fino ad arrivare alla **frequenza di taglio** [anche detto **GBW**, ovvero prodotto banda-guadagno] $f_t = A_{d,0} f_p$ dove il guadagno diventa zero) **con impatto sulle prestazioni in frequenza (LIMITAZIONE DI BANDA)**; dato che solitamente però questo polo si trova già a frequenze basse (1-100Hz), questo è un problema...**cosa faccio?** Mi metto in mezzo alle frequenze tra f_p e f_t e sostituisco il polo nell'espressione del guadagno reale, ovvero:

$$A_v(s) = \frac{1}{1 - \frac{s}{s_p(1 + \beta A_{d0})}} \frac{\beta A_{d0}}{1 + \beta A_{d0}} \frac{1}{\beta}$$

Ovvero ottengo che il **polo effettivo dell'amplificatore non è s_p** , bensì **viene traslato in avanti dal coefficiente $(1 + \beta A_{d0})$** ottenendo come polo effettivo $s_p(1 + \beta A_{d0})$; perciò la banda dell'amplificatore diventa:

$$B = f_{p,A_v} = f_p A_{d0} \beta = \beta f_T$$

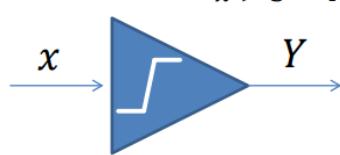
⚠ Da cui vediamo che, **minore è il guadagno che voglio ottenere, maggiore sarà la banda** (caso limite con banda massima quando voglio un **guadagno unitario**) [**banda inversamente proporzionale al guadagno**]!

⚠ Per l'**amplificatore invertente**, β è come quello del non invertente, ovvero $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$, ma cambia il guadagno $A_v = -\frac{R_2}{R_1}$, quindi devo fare dei passaggi per ricavarmi R_1 e R_2 e metterli nella formula di β !

5) COMPARATORE DI SOGLIA

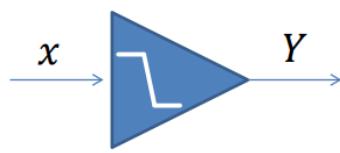
Il **COMPARATORE DI SOGLIA** è un blocco con **ingresso analogico** e **uscita digitale** (basato sulla "soglia" o "threshold"): **comparatore non invertente**

$$Y(x): \mathbb{R} \rightarrow \{0,1\} \quad \begin{array}{ll} x < S : Y = 0 \\ x > S : Y = 1 \end{array}$$

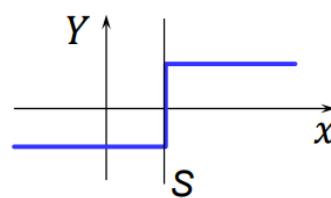


comparatore invertente

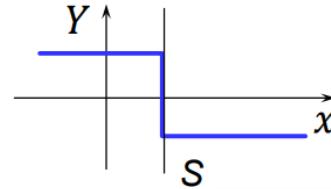
$$Y(x): \mathbb{R} \rightarrow \{0,1\} \quad \begin{array}{ll} x < S : Y = 1 \\ x > S : Y = 0 \end{array}$$



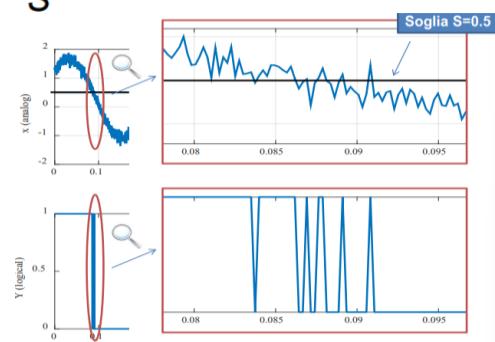
L'uscita Y è alta se e solo se l'ingresso analogico è **maggior**e di una soglia S .



L'uscita Y è alta se e solo se l'ingresso analogico è **minore** di una soglia S .



Dato che idealmente il comparatore dovrebbe commutare ("rilevare") ogni volta che la soglia viene attraversata (sopra e sotto), questo potrebbe provocare dei problemi a causa degli attraversamenti "multipli" non voluti, dovuti al **rumore (COMMUTAZIONE SPURIE, non volute)**.



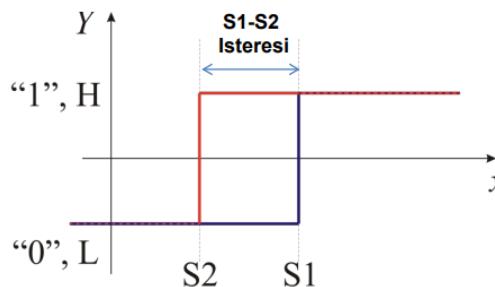
Per questo motivo nasce il **COMPARATORE CON ISTERESI**, ovvero con **2 soglie S_1 e S_2** , la cui differenza è detta **"isteresi del comparatore"**. Il comportamento delle 2 soglie dipende dallo **stato** del comparatore (ovvero dal valore logico dell'uscita, quindi ha memoria), ovvero, vedendo il **COMPARATORE NON-INVERTENTE** (quello **INVERTENTE** funziona all'opposto rispetto alle soglie):

- Allo **stato basso** ($Y = 0$): si comporta come un comparatore non-invertente con soglia S_1 (ovvero per commutare da $0 \rightarrow 1$, l'ingresso deve salire sopra S_1);
- Allo **stato alto** ($Y = 1$): si comporta come un comparatore non-invertente con soglia S_2 (ovvero per commutare da $1 \rightarrow 0$, l'ingresso deve scendere sotto S_2).

Comparatore con isteresi non invertente



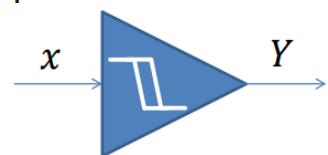
La differenza $S_1 - S_2$ è detta
(ampiezza del ciclo di) **isteresi del comparatore**



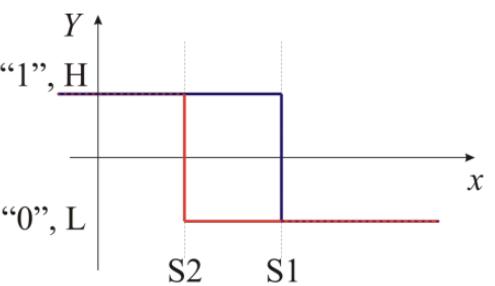
$$Y = 0: \begin{cases} x < S_1 : Y = 0 \\ x > S_1 : Y = 1 \end{cases}$$

$$Y = 1: \begin{cases} x < S_2 : Y = 0 \\ x > S_2 : Y = 1 \end{cases}$$

Comparatore con isteresi invertente



La differenza $S_1 - S_2$ è detta
(ampiezza del ciclo di) **isteresi del comparatore**

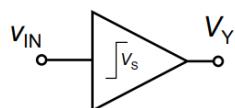


$$Y = 0: \begin{cases} x > S_2 : Y = 0 \\ x < S_2 : Y = 1 \end{cases}$$

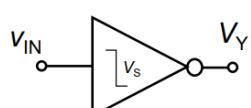
$$Y = 1: \begin{cases} x > S_1 : Y = 0 \\ x < S_1 : Y = 1 \end{cases}$$

I simboli circuituali sono:

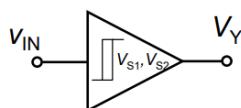
Comparatore di tensione non-invertente senza isteresi



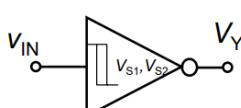
Comparatore di tensione invertente senza isteresi



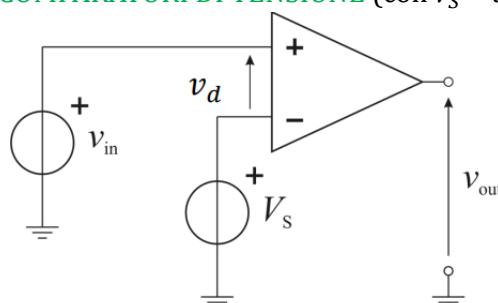
Comparatore di tensione non-invertente con isteresi (Trigger di Schmitt)



Comparatore di tensione invertente con isteresi (Trigger di Schmitt invertente)



Dal punto di vista dell'implementazione, vediamo che si possono usare gli **AMPLIFICATORI OPERAZIONALI** per implementare i **COMPARATORI DI TENSIONE** (con V_S = tensione di soglia, costante) [prima **SENZA ISTERESI**]:



$$\text{Essendo } v_d = v_{in} - V_s$$

$$v_d < 0 \rightarrow v_{in} < V_s$$

$$v_d > 0 \rightarrow v_{in} > V_s$$

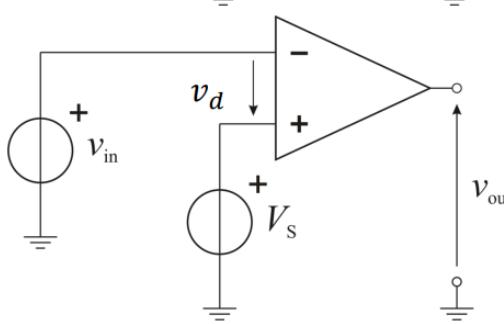
Comparatore di V non-invertente

$$\text{Essendo } v_d = V_s - v_{in}$$

$$v_d < 0 \rightarrow v_{in} > V_s$$

$$v_d > 0 \rightarrow v_{in} < V_s$$

Comparatore di V invertente



$$v_{out} = \begin{cases} V_{OL} \rightarrow "0" \text{ per } v_{in} < V_s \\ V_{OH} \rightarrow "1" \text{ per } v_{in} > V_s \end{cases}$$

Comparatore di V invertente

Introducendo invece anche RETROAZIONE POSITIVA (per fare in modo che v_d dipenda anche dalla tensione di uscita), si ottiene il **COMPARATORE CON ISTERESI**:

Allo **stato alto** $v_{out} = V_{OH}$:

$$v^+ = V_S \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}_{V_{S1}} + V_{OH} \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

$$v_d = V_{S1} - v_{in}$$

$$\begin{aligned} v_d > 0 &\rightarrow v_{in} < V_{S1} \\ v_d < 0 &\rightarrow v_{in} > V_{S1} \end{aligned}$$

Essendo poi:

$$v_{out} = \begin{cases} V_{OL} & \rightarrow "0" \text{ per } v_D < 0 \\ V_{OH} & \rightarrow "1" \text{ per } v_D > 0 \end{cases}$$

Se $v_{in} < V_{S1}$, $v_d > 0$ e lo stato alto del comparatore $v_{out} = V_{OH}$ è confermato

Se $v_{in} > V_{S1}$, $v_d < 0$ il comparatore commuta allo stato basso $v_{out} = V_{OL}$

Allo stato basso, l'ipotesi iniziale non è più verificata → la soglia cambia

Allo **stato basso** $v_{out} = V_{OL}$:

$$v^+ = v_{in} \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}_{V_{S1}} + V_{OL} \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

$$v_d = v^+ - V_S$$

$$v_d > 0 \rightarrow v^+ > V_S \quad \text{cioè:}$$

$$v_{in} \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}_{V_{S1}} + V_{OL} \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}_{V_{S2}} > V_S$$

$$v_{in} > V_S \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) - V_{OL} \frac{R_1}{R_2}$$

$$v_{out} = \begin{cases} V_{OL} & \rightarrow "0" \text{ per } v_d < 0 \\ V_{OH} & \rightarrow "1" \text{ per } v_d > 0 \end{cases}$$

Se $v_{in} < V_{S1}$, $v_d < 0$ e lo stato basso del comparatore $v_{out} = V_{OL}$ è confermato

Se $v_{in} > V_{S1}$, $v_d > 0$ il comparatore commuta allo stato alto $v_{out} = V_{OH}$

Allo **stato basso** $v_{out} = V_{OL}$:

$$v^+ = V_S \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}_{V_{S2}} + V_{OL} \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

$$v_d = V_{S2} - v_{in}$$

$$\begin{aligned} v_d > 0 &\rightarrow v_{in} < V_{S2} \\ v_d < 0 &\rightarrow v_{in} > V_{S2} \end{aligned}$$

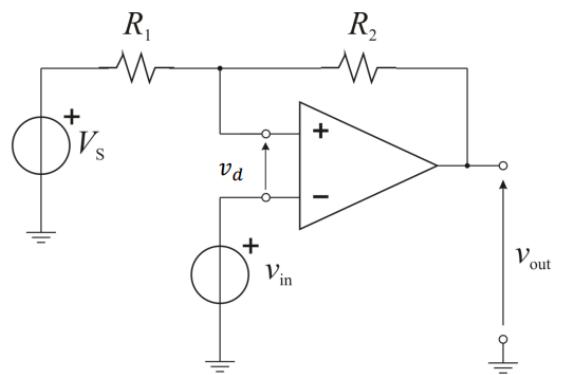
Essendo poi:

$$v_{out} = \begin{cases} V_{OL} & \rightarrow "0" \text{ per } v_D < 0 \\ V_{OH} & \rightarrow "1" \text{ per } v_D > 0 \end{cases}$$

Se $v_{in} < V_{S2}$, $v_d > 0$ e il comparatore commuta allo stato alto $v_{out} = V_{OH}$

Se $v_{in} > V_{S2}$, $v_d < 0$ e lo stato basso $v_{out} = V_{OL}$ è confermato

Comparatore di tensione invertente con isteresi



Allo **stato alto** $v_{out} = V_{OH}$:

$$v^+ = v_{in} \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}_{V_{S1}} + V_{OH} \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

$$v_d = v^+ - V_S$$

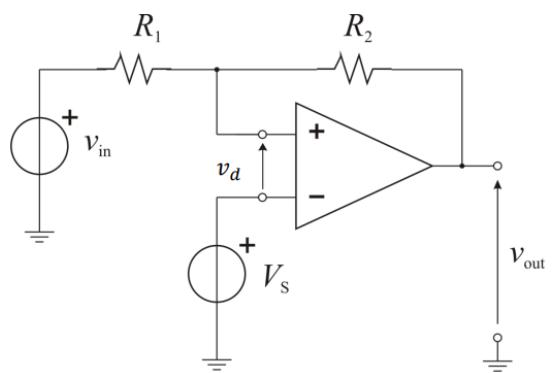
$$v_d > 0 \rightarrow v^+ > V_S \quad \text{cioè:}$$

$$v_{in} \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}_{V_{S1}} + V_{OH} \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}_{V_{S2}} > V_S$$

$$v_{in} > V_S \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) - V_{OH} \frac{R_1}{R_2}$$

$$v_{out} = \begin{cases} V_{OL} & \rightarrow "0" \text{ per } v_d < 0 \\ V_{OH} & \rightarrow "1" \text{ per } v_d > 0 \end{cases}$$

Comparatore di tensione non-invertente con isteresi



⚠ Quindi riassumendo, **AMPLIFICATORI** basati sugli operazionali hanno sempre RETROAZIONE NEGATIVA (ovvero v^- dipende da v_{out}) e $v_d \approx 0$; mentre i **COMPARATORI** basati sugli operazionali hanno ANELLO APERTO (comparatori senza isteresi) o RETROAZIONE POSITIVA (comparatori con isteresi) e $v_d \neq 0$ ($v_d = 0$ solo quando comparatore commuta) [e non sono lineari].

Per quanto riguarda i **COMPARATORI REALI**, questi presentano delle **LIMITAZIONI**:

- **DINAMICA**: importante è la DINAMICA D'INGRESSO PER IL MODO COMUNE ($V_{CM,min} < v_{cm} < V_{CM,max}$), ma la dinamica dell'uscita è invece semplicemente definita dai 2 livelli logici alto V_{OH} e basso V_{OL} ;
- **OFFSET**: è critico per il comparatore perché dà errori sulle soglie di commutazione, infatti:

Condizione di commutazione (caso ideale)

$$v_{in} = V_S \frac{R_2}{R_1 + R_2} + v_{out} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Condizione di commutazione (con offset)

$$v_{in} = V_S \frac{R_2}{R_1 + R_2} + v_{out} \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_{OFF}$$

Soglie di commutazione (caso ideale)

$$V_{S1} = V_S \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{OH} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

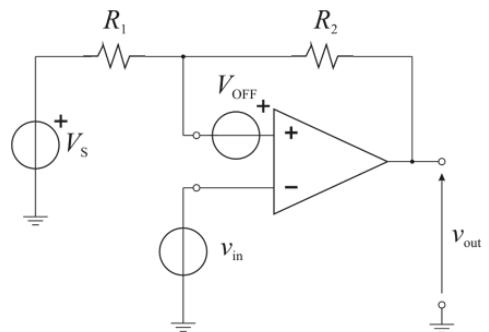
$$V_{S2} = V_S \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{OL} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Soglie di commutazione (con offset)

$$V_{S1} = V_S \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{OH} \frac{R_1}{R_1 + R_2} - V_{OFF}$$

$$V_{S2} = V_S \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{OL} \frac{R_1}{R_1 + R_2} - V_{OFF}$$

comparatore affetto da errore di offset

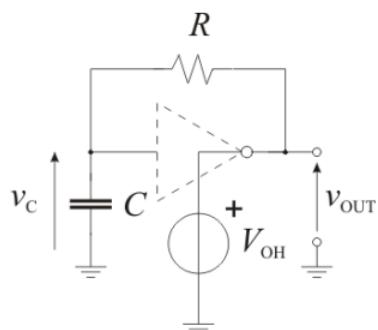


- RITARDI** (Banda-Slew Rate): lo SL deve essere enorme, per fare in modo che il comparatore commuti molto velocemente (altrimenti ritardi enormi nella commutazione, quindi un pessimo comparatore). Definiamo **"DELAY"** (o TEMPO DI RITARDO) come il Δt che intercorre tra quando l'ingresso arriva al comparatore e quando avviene la commutazione sull'uscita. Di questo definiamo t_R (**TEMPO DI SALITA** o "rise") = tempo in cui l'uscita passa dal 10% al 90% della dinamica durante una commutazione basso-alto, e t_F (**TEMPO DI DISCESA** o "fall") = tempo in cui l'uscita passa dal 90% al 10% della dinamica durante una commutazione alto-basso.

6) OSCILLATORE

L'**OSCILLATORE** non presenta un punto di lavoro stabile e, in assenza di ingressi esterni, fornisce un'uscita variabile nel tempo; è composto da un **comparatore + retroazione negativa** (ovvero aggiungo un condensatore e una resistenza). Nell'**OSCILLATORE A RILASSAMENTO** vediamo che, inserendo retroazione negativa in un comparatore invertente con isteresi (che presenta retroazione positiva), si ottiene un **CIRCUITO INSTABILE**, in grado di generare un'onda quadra. Nella pratica, questo comportamento si analizza con un transitorio in circuito RC del 1° ordine, ovvero (con V_{S1} e V_{S2} soglie del comparatore con isteresi):

$$\text{stato alto: } v_{out} = V_{OH}$$

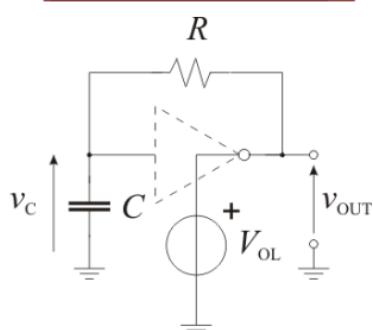


$$v_C(t) = V_{OH} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ per } 0 < t < T_1$$

quando la tensione d'ingresso
raggiunge V_{S1} l'uscita del
comparatore commuta a V_{OL}

Il condensatore resta carico a V_{S1}

$$\text{stato basso: } v_{out} = V_{OL}$$



$$v_C(t) = (V_{S1} - V_{OL}) e^{-\frac{t-T_1}{\tau}} + V_{OL}, T_1 < t < T_2$$

quando la tensione d'ingresso
raggiunge V_{S2} l'uscita del
comparatore commuta a V_{OH}

Il condensatore resta carico a V_{S2}

$$v_C(t) = (V_{S2} - V_{OH}) e^{-\frac{t-T_2}{\tau}} + V_{OH} \quad \text{per } t > T_2$$

Quindi vediamo che si alternano periodicamente 2 fasi:

- $T_H \rightarrow$ comparatore allo stato alto e condensatore C si carica;
- $T_L \rightarrow$ comparatore allo stato basso e condensatore C si scarica.

L'uscita del comparatore (V_{OUT}) è un'**onda quadra**; la **frequenza** è data da:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_H + T_L}$$

e il **DC (Duty Cycle)** da:

$$D = \frac{T_H}{T}$$

