相对论时空和洛伦兹变换

1-1. 牛顿力学的困难需要狭义相对论解决

电磁波的真空波速由麦克斯韦的电磁场理论来计算. 则在真空中传播速度为恒定的 c. 与辐射源的速度为无关系的量.

这显然与伽利略变换相矛盾，真空中的光速不遵从经典力学的速度合成法则. 这呼唤相对论的新解

早期的以太理论，认为以太既在介质中存在又在真空中存在，是电磁波的荷载者. 麦克斯韦的理论仅对以太或对以太相对静止的参考系才成立

迈克耳逊-莫雷的实验证明以太理论是错误的，光在平行、垂直赤道方向上的波速相同，这明显排去了认为以太是绝对静止的参考系

那么以太的存在就是不必要的假设，所以要抛弃以太这个假设

以太理论不需要诞生相对论，但它是不对的。

赫特的实验可以证明狭义相对论可信，高速飞行的正电子在湮没时发出两个光子，实验发现两个光子能同时到达在距湮没发生的地点等距离的探测器，表明从高速飞行的辐射源向不同方向发射的光有恒定的速率

1-2 顺水而行的光束在水中相对于以太的速度 $\frac{c}{n}-kv$

逆水而行 ～～～～～～ $\frac{c}{n}+kv$

两束光从光源出发到达望远镜的光程差为

$$\left(\frac{2l}{\frac{c}{n}-kv}-\frac{2l}{\frac{c}{n}+kv}\right)c = t\cdot c = \Delta S$$

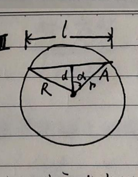
两束光由于光程差引起移动的干涉条纹数为

$$\delta=\left(\frac{2l}{\frac{c}{n}-kv}-\frac{2l}{\frac{c}{n}+kv}\right)\frac{c}{\lambda}\approx\frac{4lvn^2}{\lambda c}k$$

这里用了条件 $v\ll c$，由此解出

$$k=\frac{\delta\lambda c}{4lvn^2}=\frac{0.19\times5893\times10^{-10}\times3\times10^{8}}{4\times1.5\times7.0\times(1.33)^2}=0.45$$

1.3 菲佐实验 II



在图中A点处以太的速度在光的运行方向的分量为

$$\pm k\omega r\cos\alpha=\pm k\omega d=\pm k\omega\sqrt{R^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}=\pm\frac{1}{2}k\omega\sqrt{4R^2-l^2}$$

与 α 无关.

两束光的光程差为

$$\Delta L=\left(\frac{2l}{\frac{c}{n}-\frac{1}{2}k\omega\sqrt{4R^2-l^2}}-\frac{2l}{\frac{c}{n}+\frac{1}{2}k\omega\sqrt{4R^2-l^2}}\right)c$$

$$=\frac{8lk\omega n^2\sqrt{4R^2-l^2}}{4c^2-k^2\omega^2n^2(4R^2-l^2)}$$

1-4 使用洛伦兹变换公式，在动坐标系 $x'=0$，$t'=1h$ 时相应于地球坐标系中的位置和时间分别为

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ 使用 m，m/s，h

$$t_1=\frac{t'+v\frac{x'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ (h)$$

动钟为 $t'=1h$ 的信号传到地球上的朋友处（$x=0$），需地球上的时钟的示数：$t_2=\frac{x}{c}=\frac{v}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ (h)$

因此收到 $t'=1h$ 的信号时，地球上的时钟的读数为

$$t=t_1+t_2=\frac{1+\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}\ (h)$$

1-5 $\Delta t'=\frac{\Delta t-\frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

WAY 1.

因为过程发生在地球上的同一点，x 不变，$\Delta x=0$. 所以

$$\Delta t'=\frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

令 $v=1800\times10^3/3600=500m/s$，所以

$$\Delta t'=\frac{\Delta t}{\sqrt{1-\left(\frac{500}{3\times10^8}\right)^2}}$$

当 $\Delta t=1s$ 时，$\Delta t'=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{500}{3\times10^8}\right)^2}}$，飞机上的钟走快的时间为

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{500}{3\times10^8}\right)^2}}-1\ (s)$$

当飞机上的钟走快1h时，飞机上的钟的读数相同于地球上的.

地球上感受的需经历的时间为

$$\frac{24\times3600}{\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{500}{3\times10^8}\right)^2}}-1}s\approx\frac{24\times3600}{1+\frac{1}{2}\left(\frac{500}{3\times10^8}\right)^2-1}s$$

$$\approx6.22\times10^{16}s=1.97\times10^{9}年$$

WAY 2. 使用动钟延缓效应，在飞机上的观察者看，地球上的钟是动钟，变慢了. $\Delta t=\Delta t'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$

从而 $\Delta t'=\frac{\Delta t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{\Delta t}{\sqrt{1-\left(\frac{500}{3\times10^8}\right)^2}}$

但在于地球上观察时，认为飞机上的钟的动钟，也是变慢的.

但过程的起始和终结时处于 K' 系（固连于飞机）的不同位置

地球上的观察者看到的是位于 $x'=0$ 和 $x'=-v\Delta t$ 的两个钟

两个钟的读数差既要考虑动钟延缓后的时间又得加上拨快量

$$\Delta t'=\Delta t\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}+\frac{(-v)}{c^2}(-v\Delta t'-0)$$

后一项是 $x'=-v\Delta t$ 处的钟较之 $x'=0$ 处的钟拨快的时间

$$\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\Delta t'=\Delta t\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

从而 $\Delta t'=\frac{\Delta t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ （下续同 WAY 1）

所以推测洛伦兹变换会比较简单吧

1.6 用洛伦兹变化，取地球为 K 系，固连于 μ 子的坐标系为 K' 系

$$\Delta t=\frac{\Delta t'+\frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

令 $\Delta x'=0$，$\Delta t'=T_0$，$\Delta t=T$，其中 T_0 是静止 μ 子的平均寿命，T 是地球上的观察者看到高速 μ 子的平速均寿命

在地球上的观察者看来，高速 μ 子平均的运动距离为

$$l=vT=0.99\times3.0\times10^8\times\frac{2.197\times10^{-6}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.99c}{c}\right)^2}}=4.6\times10^3\ (m)$$

或者使用动钟延缓效应. 在 K' 系中，μ 子衰变发生在同一地点，K 系中的钟是动钟，

$$T_0=T\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

从而 $T=\frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$，以下解法步骤相同

1-7 将时钟B的读数停在 $t_B=\frac{l}{c}$ 上，在 $t_A=0$ 时从A钟处向B处发射一个光信号，在信号到达B钟时立即开动B钟，这样B钟就已经校准，与A钟一致

这他妈就是废话吧，直接一起从0开始不就得了

1.8 取 x，x' 轴沿相对运动的方向，正向一致，K' 系以 v 的速度沿 x 轴向正方向运动

$$t=\frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},\quad t=t'$$

两式中消去 t，得 $x'=\frac{c^2}{v}\left[\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}-1\right]t'$

在满足上述关系的 (x',t') （y'，z' 任意）处均有 $t=t'$

同样，由

$$t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},\quad t'=t$$

可得 $x=-\frac{c^2}{v}\left[\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}-1\right]t$

在满足上述关系的 (x,t) （y，z 任意）处，均有 $t=t'$

1.9 地球上观测者看来此旅行需时

$$\Delta t=8年$$

在飞船上的钟（动钟）经历的时间为

$$\Delta t'=\Delta t\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}=0.08年=29.2天$$

往返途中应储备30天的粮食和其他装备

1.10 (1) 地面上的人看列车由A到B经历的时间为

$$\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

A、B间的距离为

$$\Delta L=v\Delta t=0.6c\times\frac{40\times60}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}}=5.4\times10^{11}\ (m)$$

(2) 列车上的人测量A、B间距离为

$$\Delta L'=v\Delta t'=0.6\times3\times10^8\times40\times60=4.32\times10^{11}\ (m)$$

(3) 在 K 系中历时 Δt，而在 K' 系中的观察者看来，K 系的钟是动钟，由动钟延缓效应，应历时为 $\Delta t'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$. 故在他看来，B处的钟比A处的钟拨快的时间为

$$\delta=\Delta t-\Delta t'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}=\Delta t\left[\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}-\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\right]$$

$$=\frac{\Delta t'\left(\frac{v}{c}\right)^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=18\,min$$

或直接用拨快量公式

$$\delta=\frac{v}{c^2}\Delta x=\frac{v}{c^2}\Delta l=\frac{0.6c}{c^2}\times5.4\times10^{11}s=1.08\times10^{3}s=18min$$

1.11 设 K' 系以 v 的速度对 K 系沿 x 轴正向运动，在 K' 系中两事件发生在同一地点，$\Delta x'=0$. 两事件在 K 系经历的时间

$$\Delta t=\frac{\Delta t'+\frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

解出 $v=c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t'}{\Delta t}\right)^2}$

在K系中两事件发生地点相距

$$\Delta x=v\Delta t=c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t'}{\Delta t}\right)^2}\,\Delta t=c\sqrt{(\Delta t)^2-(\Delta t')^2}$$

$$=3\times10^8\sqrt{(500)^2-(300)^2}=1.2\times10^{11}\ (m)$$