

理论力学教程题解

Koit Newton

2023 年 1 月 3 日

前言

本文档对应的教科书是《理论力学教程》（第四版）周衍柏著。所有的答案完全由 Koit Newton 个人所写，对答案的正确性与简洁性不做保证，要求读者具有一定的思考能力。如有疑问，欢迎邮件与我讨论。感谢各位的阅读！本人邮件地址：musikundpku@qq.com

Koit Newton
2023 年冬季于合肥

目录

第一章 质点力学	1
1.1	1
1.2	1
1.3	3

第一章 质点力学

1.1

Solution:

我们可以简单的假设第一段初始 450 速度为 V_0 , 那么第一段的末尾的瞬间速度 (也是第二段初速度) 是 $V_0 + at_1$, 第二段结束的末尾速度是 $V_0 + a(t_1 + t_2)$ 。那么我们可以计算速度和时间的关系:

$$\begin{cases} \frac{s}{\frac{1}{2}(V_0 + (V_0 + at_1))} = t_1 \\ \frac{s}{\frac{1}{2}((V_0 + at_1) + (V_0 + at_1 + at_2))} = t_2 \end{cases} \quad (1.1)$$

很容易通过解这个方程得到题目给的加速度 a 的值。

1.2

Solution:

这题目不完美, 都没说啥时候开始航行的。

不要紧, 我们来猜一猜它的意思。首先我们假设是同时出发的, 且假设速度为向东的船为 A 船, 向北的那个是 B 船, 也就是 $V_A = 15km/h, V_B = 15km/h$, 假设船 A 距离灯塔为 S_A , 那么船 B 距离灯塔为 S_B , 其中我们容易知道 $S_B = 22.5km + S_A$, 因为船 B 要多行驶 1.5 小时才能到达同样的灯塔。

在以灯塔为原点的平面直角坐标系中我们来导出坐标的表达式，注意我们假设的时间原点是正午 12 点，这样的时候坐标就确定了，这个时候，船 A 的坐标为 (0,0)，船 B 的坐标为 (0, -22.5)。t > 0 情况下船 A 坐标 x, 船 B 坐标 y 和两者的距离在下面：

$$\begin{cases} x = 15t \\ y = 15t - 22.5 \\ distance(A - B) = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases} \quad (1.2)$$

我们可以得到 distance(A-B) 的表达式为：

$$distance(A - B) = D = \sqrt{450t^2 - 675t + 506.25}$$

对其根号下的内容对 t 求导可以得到：

$$\frac{d(450t^2 - 675t + 506.25)}{dt} = 900t - 675$$

容易得到 t>0 时候的极小值为：

$$D_{min} = \sqrt{450\left(\frac{675}{900}\right)^2 - 675\frac{675}{900} + 506.25} = 15.9km$$

此时的 $t = \frac{675}{900} = \frac{3}{4}h$ ，也就是午后 45 分钟。但是我们还需要再讨论一下是否为上午某个时刻的距离最短：

假设是距离正午 12 时的左侧 t 小时距离最近，再假设时间反演，坐标轴正负方向更换，此时等效为这两船是远离灯塔的，那么我们很容易得到一个结论是 $x=15t, y=15t+22.5$ ，此时最短距离就是 $t=0, D=22.5$ 。

综上所述，午后 45 分钟距离最近，距离为 15.9km。

1.3

Solution:

观察到题目已经给出了坐标系，是要求在这个直角坐标系中写出以 x, y 为未知变量表示的轨迹方程，按道理也是类似这样表示的速度公式，不过答案的速度公式中包含着题目中提到的一些角度，就这样吧，我们给出求解过程。