

Лабораторна робота №1

Тема: «Нейронна реалізація логічних функцій AND, OR, XOR».

Мета: Дослідити математичну модель нейрона.

Хід роботи:

Завдання №1: Реалізувати обчислювальний алгоритм для функції xor(x1, x2) через функції or(x1, x2) і and(x1, x2) в програмному середовищі (C++, Python, та ін.). Для реалізації обчислювальних алгоритмів рекомендується використання онлайн середовищ тестування (наприклад repl.it, trinket, і.т.д.).

Лістинг програми:

```
def AND(x1, x2):
    return 1 if x1 + x2 >= 2 else 0

def OR(x1, x2):
    return 1 if x1 + x2 >= 1 else 0

def XOR(x1, x2):
    y1 = OR(x1, x2)
    y2 = AND(x1, x2)
    return AND(y1, 1 - y2)

# Тестування
for x1 in [0, 1]:
    for x2 in [0, 1]:
        print(f"XOR({x1},{x2}) = {XOR(x1, x2)}")
```

Результат роботи:

```
C:\Users\Admin\AppData\Loca
XOR(0,0) = 0
XOR(0,1) = 1
XOR(1,0) = 1
XOR(1,1) = 0
main.py
```

Рис. 1.1 Тестування

					ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.25.121.15.000 – Лр.1			
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	Звіт з лабораторної роботи №1	Літ.	Арк.	Аркушів
Розроб.		Кохан Т.О.						
Перевір.		Маєвський О. В.					1	4
Реценз.						ФІКТ, гр. ІПЗ-22-3		
Н. Контр.								
Зав.каф.		Вакалюк Т.А.						

Завдання №2: Зобразити двохслойний персептрон для функції хог(x_1, x_2) та скласти відповідне рівняння розділюючої прямої, використовуючи теоретичний матеріал даної лабораторної роботи.

Функція XOR є не лінійно роздільною, тому неможливо провести одну пряму, яка б розділяла одиниці від нулів. Для її реалізації використовується двошаровий персептрон, де перший (прихований) шар складається з двох нейронів, а вихідний шар - з одного нейрона, який об'єднує результати прихованого шару.

Згідно з теоретичними матеріалами, нейрон можна представити як лінійний класифікатор з дискримінантною функцією:

$$g(x) = \sum_{i=1}^l W_i \cdot x_i + W_0.$$

де x_1, x_2, \dots, x_n — компоненти вектора ознак, W_1, W_2, \dots, W_n - синаптичні ваги, W_0 - поріг (bias), а вихід нейрона визначається пороговою функцією активації:

$$f(v) = \begin{cases} 0, & \text{при } v < 0; \\ 1, & \text{при } v > 0. \end{cases}$$

Для побудови двошарового персептрону XOR використані проміжні персептрони:

OR(x_1, x_2):

Розподільча пряма:

$$x_1 + x_2 = 0.5$$

Відповідний персептрон активується для всіх випадків, де хоча б один вхід = 1.

AND(x_1, x_2):

Розподільча пряма:

$$x_1 + x_2 = 1.5$$

Відповідний персептрон активується тільки тоді, коли обидва входи = 1.

Ці два персептрони утворюють прихований шар двошарового персептрону XOR.

Для побудови XOR використовується комбінація виходів прихованого шару:

$$y_1 = \text{OR}(x_1, x_2), y_2 = \text{AND}(x_1, x_2)$$

					ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.25.121.15.000 – Лр.1	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		2

Вихідний нейрон обчислює:

$$\text{XOR}(x_1, x_2) = y_1 \text{ AND NOT}(y_2)$$

Лістинг програми:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

X = np.array([[0,0],[0,1],[1,0],[1,1]])
y = np.array([0,1,1,0])

for i, color in zip(range(len(y)), ['red','blue','blue','red']):
    plt.scatter(X[i,0], X[i,1], color=color, s=100)

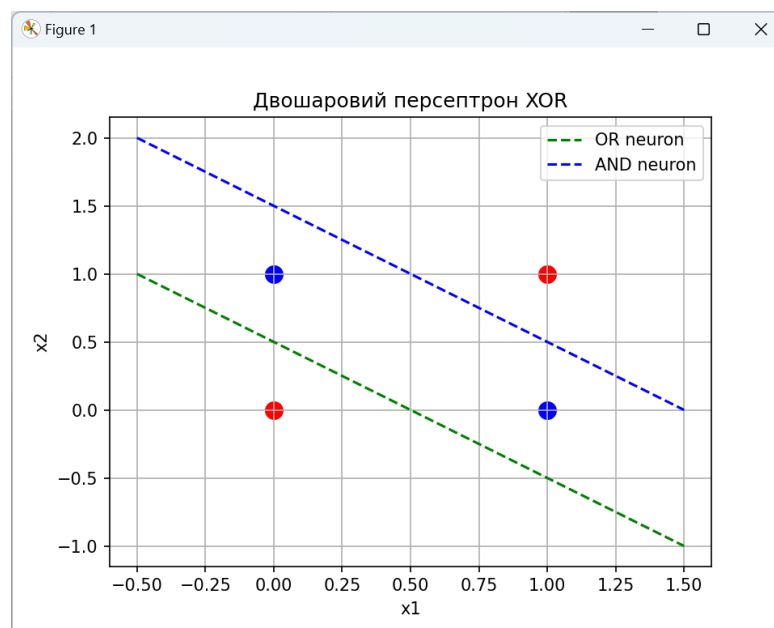
# Лінії для прихованого шару
x = np.linspace(-0.5, 1.5, 100)

# OR нейрон:  $x_1 + x_2 = 0.5 \Rightarrow x_2 = 0.5 - x_1$ 
plt.plot(x, 0.5 - x, 'g--', label='OR neuron')

# AND нейрон:  $x_1 + x_2 = 1.5 \Rightarrow x_2 = 1.5 - x_1$ 
plt.plot(x, 1.5 - x, 'b--', label='AND neuron')

plt.xlabel('x1')
plt.ylabel('x2')
plt.title('Двошаровий перцептрон XOR')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

Візуалізація графіку:



Червоні точки: значення 0 (XOR = 0)

Сині точки: значення 1 (XOR = 1)

Пунктирні лінії показують розділячі прямі перцептронів прихованого шару.

Висновок: під час виконання лабораторної роботи ми дослідили математичну модель нейрона та його здатність реалізовувати логічні функції. Було побудовано перцептрони для функцій AND та OR, визначено їхні розділяючі прямі та пороги активації. Для реалізації функції XOR, яка є нелінійно роздільною, було застосовано двошаровий перцептрон, що показало обмеження одношарового нейрона та ефективність багатошарових структур для складніших задач.

Посилання на git: <https://github.com/KokhanTetiana/AI-Systems>

					ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.25.121.15.000 – Лр.1	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		4