

Działania na wielomianach

Paweł Waclawik

February 2023

1 Problem

Zadanie polegało na zaimplementowaniu czterech działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i obliczanie wartości wielomianu w punkcie za pomocą algorytmu Hornera. Wielomiany przetrzymuje w tablicy jako kolejne współczynniki stojące przy potęgach.

2 Dodawanie wielomianów

Dodawanie wielomianów realizuje jako dodanie mniejszego wielomianu (niższego stopniem) do większego i zwrócenie go:

```
addingPolynomials(first, second) {
    if (first.length >= second.length) {
        return add(first, second);
    } else {
        return add(second, first);
    }

    add(longer, smaller) {
        for (x = 0; x < smaller.length; x++) {
            longer.getPolynomial()[x + longer.getLength - smaller.length] += smaller
        }
        return longer;
    }
}
```

Dodawanie wielomianów realizuje jako dodawanie mniejszego wielomianu do większego. Złożoność tej operacji wynosi $O(n)$, gdzie n jest stopniem mniejszego wielomianu. Złożoność tyle wynosi, ponieważ muszę przejść przez całą tablicę współczynników wielomianu. Złożoność pamięciowa wynosi $O(n)$, gdzie n to wielkość większego z wielomianów.

3 Odejmowanie wielomianów

```
subtractingPolynomials(first, second) {
    longer = 0;
    temp = 0;
    if (first.length >= second.length) {
        longer = first.length;
        temp = first.length - second.length;
        if (temp < 0) {
            temp *= -1;
        }
    } else {
        longer = second.length;
        temp = second.length - first.length;
        if (temp < 0) {
            temp *= -1;
        }
    }
    result = new Polynomial(new double[longer]);
    for (x = 0; x < longer; x++) {
        if (first.length >= second.length) {
            result.getPolynomial()[x] += first.getPolynomial()[x];
            if (x + temp < longer) {
                result.getPolynomial()[x + temp] -= second.getPolynomial()[x];
            }
        } else {
            result.getPolynomial()[x] -= second.getPolynomial()[x];
            if (x + temp < longer) {
                result.getPolynomial()[x + temp] += first.getPolynomial()[x];
            }
        }
    }
    return result;
}
```

Odejmowanie realizuje w następujący sposób: Najpierw sprawdzam, który z wielomianów jest większy tak aby określić rozmiar tablicy dla nowego wielomianu. Następnie tworzę nowy wielomian, który posiada tablicę współczynników o długości równej stopniu większego wielomianu. Następnie wykorzystując to, że nowa tablica współczynników typu double w javie jest wypełniona zerami to: 1. Jeśli wielomian od, którego odejmujemy jest większy niż ten drugi to jego wartości dodajemy do końcowego rezultatu, a wartości drugiego wielomianu odejmujemy od końcowego wielomianu tylko, że od odpowiedniego miejsca w tablicy czyli $x + (\text{longer.length} - \text{smaller.length})$ tak aby dodawać współczynni-

ki przy tych samych potęgach. Złożoność pamięciowa wynosi $O(n)$, gdzie n to wielkość większego z wielomianów.

4 Mnożenie wielomianów

```
multiplicationPolynomials(first, second) {
    result = new Polynomial(new double[first.length + second.length - 1]);
    for (x = 0; x < first.length; x++) {
        for (y = 0; y < second.length; y++) {
            result.getPolynomial()[x + y] += first.getPolynomial()[x] * second.getPolynomial()[y];
        }
    }
    return result;
}
```

Mnożenie realizuje następująco: Tworze nowy wielomian z tablicą wielomianów o rozmiarze pierwszego + drugiego wielomianu - 1. Następnie do następnych komórek wstawiam iloczyn kolejnych współczynników do odpowiednich komórek czyli czyli index pierwszego wielomianu plus index drugiego wielomianu. Złożoność tej operacji wynosi $O(n^2)$, ponieważ każdy współczynnik pierwszego wielomianu musi być przemnożony przez każdy współczynnik drugiego wielomianu. Złożoność pamięciowa wynosi $O(n + m)$, gdzie n to wielkość większego z wielomianów i m mniejszego z wielomianów.

5 Wartość wielomianu w punkcie (Schemat Hornera)

```
polynomialValueHorner(polynomial, argument) {
    result = polynomial.getPolynomial()[0];
    for (x = 1; x < polynomial.length; x++) {
        result = result * argument + polynomial.getPolynomial()[x];
    }
    return result;
}
```

Algorytm Hornera jest wykorzystywany do obliczania wartości funkcji w punkcie. Algorytm Hornera działa w następujący sposób:

1. Bierzemy pierwszy współczynnik wielomianu (największa potęga x) i przypisz jego wartość do zmiennej `result`.
2. Dla każdego kolejnego współczynnika (od mniejszej do mniejszej potęgi x), mnożymy `result` razy `argument` i dodaj wartość współczynnika - tak zapisane działanie przypisujemy do `result`.
3. Zwracam wartość `result` jako wartość wielomianu dla określonego x .

Złożoność czasowa algorytmu Hornera jest w $O(n)$, gdzie n jest stopniem wielomianu, co oznacza, że jest on dużo szybszy niż tradycyjne obliczanie wielomianu. Złożoność pamięciowa wynosi $O(n)$, gdzie n to wielkość wielomianu, w którym liczymy wartość.

6 Dokumentacja użytkowa

Aby uruchomić program należy w terminalu wpisać `java -jar program1.jar`
Dane wprowadza się w klasie (brak interakcji z użytkownikiem)