TMA4245 Statistikk
Vår 2017

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Innlevering 1

Dette er den første av to innleveringer i blokk 1. Denne øvingen skal oppsummere pensum forelest andre til fjerde uke av semesteret.

Oppgave 1

Vis ved hjelp av venndiagram at

$$\left.\begin{aligned}(A \cup B)' &= A' \cap B' \\ (A \cap B)' &= A' \cup B'\end{aligned}\right\} \text{de Morgans lov(er)}$$

og at

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Oppgave 2

Av 2 mynter har den ene "krone" på begge sider, mens den andre er ordinær. En av myntene velges tilfeldig ut og kastes (uten at en er oppmerksom på hvilken mynt det er) to ganger. La A betegne at 1. kast resulterer i "krone" og B betegne at 2. kast resulterer i "krone". Er hendelsene A og B uavhengige? Begrunn svaret.

Oppgave 3

Et politisk spørsmål blir tatt opp i en TV-debatt. Et stykke ut i debatten blir det samme spørsmålet stilt til seerne. Vi ser heretter bare på de seerne som har en oppfatning av spørsmålet. De som mener *ja*, oppfordres til å ringe et bestemt telefonnummer og de som mener *nei*, blir bedt om å ringe et annet nummer. Vi antar i denne oppgaven at 80% av seerne mener *ja*, og 20% mener *nei*. Vi antar videre at sannsynligheten for at en tilfeldig "*ja*-seer" ringer inn er 0.02. Tilsvarende sannsynlighet for en "*nei*-seer" er 0.05. Vi lar J være hendelsen at en seer mener *ja*, og R være hendelsen at seeren ringer.

Uttrykk de fire opplysningene i oppgaven som sannsynligheter (betingede eller ubetingede) for J og R (eller de komplementære hendelsene).

Hvor stor andel av innringerene mener *ja*? Gir resultatet av innringingen et riktig bilde av seernes oppfatning?

Oppgave 4

Nokre moglege hendingar ved bygningane til NTNU ved årsskiftet 1999/2000 er følgjande:

E=Tap av elektrisitetsforsyning
V=Tap av forsyning av vatn
F=Tap av fjernvarme

Ei ekspertgruppe har kome fram til følgjande sannsyn for hendingane E og F: $P(E) = 0.05$, $P(F) = 0.05$ og $P(E \cap F) = 0.02$.

a) Romtemperaturen i bygningane vil gå ned ved tap av elektrisitetsforsyning eller tap av fjernvarme. Uttrykk denne hendinga, R, ved hjelp av E og F. Kva blir sannsynet for R. Er hendingane E og F uavhengige? Er dei disjunkte? Grunngje svara.

b) Gitt at ingen av hendingane E og F skjer, er sannsynet for V lik 0.07. Gitt at minst ei av hendingane E og F skulle skje, er sannsynet for V lik 0.50. Finn sannsynet for hendinga V.

Eventuelle iverksette laboratorieforsøk blir brotne av dersom minst ei av hendingane E, V og F skjer. Kva er sannsynet for at dette skjer?

Oppgave 5

La den tilfeldige variabelen X beskrive i hvor lang tid en komponent har fungert i det den blir ødelagt. Vi kaller X for *levetiden* til komponenten.

Levetiden (målt i år), X, til en bestemt type mekaniske komponenter har vist seg å følge en fordeling med kumulativ fordelingsfunksjon gitt ved

$$F(x) = 1 - \exp\left\{-\frac{x^2}{2\alpha}\right\} \quad ; \quad x > 0$$

der α er en parameter som beskriver kvaliteten til komponentene.

a) Anta at $\alpha = 5$ i dette punktet.

Hva er sannsynligheten for at en komponent varer høyst 3 år? Gitt at en komponent varer minst 3 år, hva er sannsynligheten for at den varer mer enn 5 år?

b) Bestem sannsynlighetstettheten til X.

Bestem for hvilken verdi av x sannsynlighetstettheten $f(x)$ tar sitt maksimum.

Filen `levetider.txt`, som er tilgjengelig på kursets hjemmeside, inneholder 100 observasjoner av levetiden X. Last ned filen og last den inn i Matlab, for eksempel ved

```
levetider = load('levetider.txt');
```

c) Benytt funksjonene

```
gjennomsnitt = mean(levetider);
median = median(levetider);
standardavvik = std(levetider);
```

i Matlab til å finne verdier for gjennomsnitt, median og standardavvik til observasjonene.

På grunn av en målefeil har en av observasjonene i datasettet feil verdi. Du kan fjerne denne verdien ved kommandoen

```
korrigerte_levetider = levetider(levetider < 10);
```

Beregn gjennomsnitt, median og standardavvik på nytt. Sammenlign med de opprinnelige verdiene og kommenter.

Lag et boksplott av de korrigerte dataene i Matlab:

```
boxplot(korrigerte_levetider);
```

Forklar hva et boksplott viser.

d) Lag et histogram av de korrigerte dataene intervallet $[0, 6]$ med 10 søyler ved å benytte kommandoene:

```
figure; hold on; box on;
histogram(korrigerte_levetider, 10, 'Normalization', 'pdf');
xlim([0 6]);
```

Plott sannsynlighetstettheten $f(x)$ i den samme figuren for $\alpha = 0.1$:

```
xverdier = 0:.01:6;
alpha = 0.1;
f = @(x, alpha) x.* exp(-x.^2 ./ (2*alpha)) ./ alpha;
fverdier = f(xverdier, alpha);
plot(xverdier, fverdier, 'k-');
```

Gjør dette også for $\alpha = 1$ og $\alpha = 10$, og plott disse i den samme figuren.

Anslå den sanne verdien til α. Begrunn svaret ditt.

Oppgave 6

Simultanfordelingen, $f(x, y)$, til de to diskrete stokastiske variablene X og Y er gitt i følgende tabell:

	y=0	y=1	y=2
x=-1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$
x=0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
x=1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

Finn marginalfordelingen $g(x)$ til X og marginalfordelingen $h(y)$ til Y.

Fasit

2. Nei

3. 0.62

4. **a**) 0.08, E og F er ikke uavhengige, E og F er ikke disjunkte **b**) $0.104, 0.144$

5. **a**) 0.593, 0.202 **b**) $\alpha^{1/2}$