Innleveringsoppgaver

$\boxed{1}$ Finn fikspunktene til rekursjonen

$$a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}.$$

Hva blir grenseverdien hvis $a_0 = 2$?

$\boxed{2}$ Regn ut a_2, a_3, a_4, ... a_7, når a_n er gitt ved

$$\begin{cases} a_0 = 1, \\ a_1 = 2, \\ a_{n+1} = a_n + 2 \cdot a_{n-1}, \quad n \geq 1. \end{cases}$$

Gjett på et uttrykk $a_n = f(n)$ og sett det inn formelen

$$a_{n+1} = a_n + 2 \cdot a_{n-1}$$

for å vise at det stemmer.

$\boxed{3}$ Husk at *Fibonacci-tallene* er gitt rekursivt ved

$$\begin{cases} F_0 = 1, \\ F_1 = 1, \\ F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, \quad n \geq 2. \end{cases}$$

a) Regn ut F_5 og F_{10} ved å bruke rekursjonsformelen over.

b) Som i Oppgave 2 går det ofte an å gjette seg frem til et uttrykk $F_n = g(n)$. Uttrykket for Fibonacci-tallene er kanskje ikke så lett å gjette seg frem til på stående fot, men det er faktisk slik at

$$F_n = \frac{\varphi^{n+1} - \psi^{n+1}}{\sqrt{5}}, \tag{1}$$

der $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ og $\psi = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ er de to løsningene på ligningen $x^2 = x - 1$. Tallet φ kalles det *gylne snitt*.
Regn ut F_5 og F_{10} ved å bruke formelen (1). Får du samme svar som i **a)**?

Anbefalte øvingsoppgaver

Fortsettelse av Oppgave 3 over:

- Vis at formelen for Fibonacci-tallene (1) er korrekt ved å først verifisere at $n = 0$ og $n = 1$ gir verdien 1. Sett deretter formelen (1) inn i formelen $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ (og forklar hvorfor venstre side blir lik høyre side). (Hint: her må du bruke at $\varphi^2 = \varphi + 1$ og at $\psi^2 = \psi + 1$.)

Fra Avsnitt 2.2 (side 78–79) i *Calculus for Biology and Medicine*, 3. utgave av Claudia Neuhauser.

- 83, 85, 87.
- 103, 105, 109.

Fra Kapittel 2 – Review (side 89–90).

- 1, 9.
- 11, 13.

OBS: Disse oppgaven skal *ikke* leveres inn!