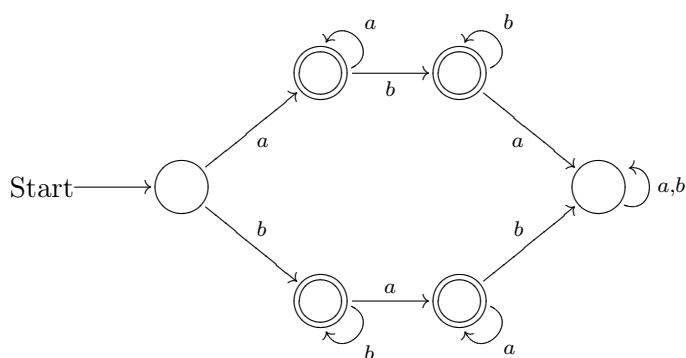


Norges teknisk-naturvitenskapelige  
universitet  
Institutt for matematiske fag

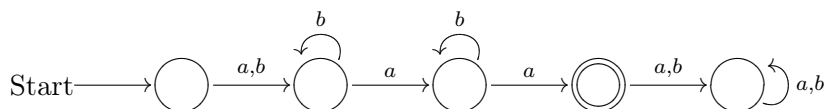
Eksamen MA217  
Onsdag 9. Januar 2002

Løsningsforslag

- 1 a) Et mulig regulært uttrykk er  $aa^*b^* \cup bb^*a^*$ .  
b) Grafen til  $N_0$  kan f. eks være som på figuren under.



- 2 a) Grafen til  $M_0$  er som i figuren under.



- b) Et mulig regulært uttrykk er  $(a \cup b)b^*ab^*a$ .
- 3 a) Det er bare en derivasjon som gir et ord med bare en terminal nemlig  
 $S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow x$ .

b)

```
graph TD; S1[S] --- S2[S]; S1 --- V1[∨]; S1 --- A1[A]; S2 --- S3[S]; S2 --- V2[∨]; S2 --- A2[A]; S3 --- A3[A]; S3 --- L1[∧]; S3 --- B1[B]; A3 --- B2[B]; B2 --- x1[x]; B1 --- x2[x]; A2 --- A4[A]; A2 --- L2[∧]; A2 --- B2_2[B]; A4 --- B3[B]; B3 --- x3[x]; L2 --- S4[S]; S4 --- S5[S]; S4 --- V3[∨]; S4 --- A5[A]; S5 --- A6[A]; A6 --- B4[B]; B4 --- x4[x]; V3 --- V4[∨]; V4 --- S6[S]; S6 --- A7[A]; A7 --- B5[B]; B5 --- x5[x]; A5 --- B6[B]; B6 --- x6[x]
```

c) Grammatikken blir

$$\begin{array}{lcl}
 S & \rightarrow & SS_1 \mid AS_1 \mid BS_1 \mid xS_1 \mid AA_1 \mid BA_1 \mid xA_1 \mid (B_1 \\
 S_1 & \rightarrow & \vee A \mid \vee B \mid \vee x \\
 A & \rightarrow & AA_1 \mid BA_1 \mid xA_1 \mid (B_1 \\
 A_1 & \rightarrow & \wedge B \mid \wedge x \\
 B & \rightarrow & (B_1 \\
 B_1 & \rightarrow & S) \mid A) \mid B) \mid x)
 \end{array}$$

Tilsammen 22 regler

d) Den dynamiske algoritmen gir følgende resultat.

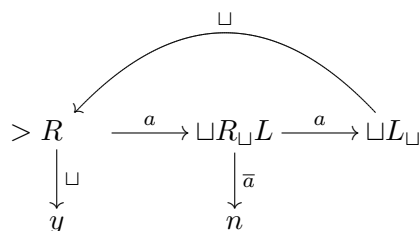
$S, A$					$A_1$	$x$
					$\wedge$	
$S, A, B$	$B_1$		$B_1$	)		
	$S$	$S_1$	$x$			
		$\vee$				
	$x$					
(						

Siden  $S$  er med i den øverste boksen til venstre, så er ordet med i språket.

- 4 a) Her en mulig grammatikk.  $\Sigma = \{a\}$ ,  $V = \{S, R, L, H, [, ]\}$  og produksjoner

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow [Ra] & | \quad a \\ Ra \rightarrow aaR & \\ R] \rightarrow L] & | \quad H \\ [L \rightarrow [R & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} aL \rightarrow La \\ aH \rightarrow Ha \\ [H \rightarrow \Lambda \end{array}$$

- b) Maskinen på figuren under



avgjør språket  $ww^R$ .

- c) Vi setter  $g(m, n) = f(n, m)$ . Da er  $f = g \circ (\text{id}_{2,2}, \text{id}_{2,1})$  og  $g = f \circ (\text{id}_{2,2}, \text{id}_{2,1})$ , så  $f$  er primitivt rekursiv hvis og bare hvis  $g$  er primitivt rekursiv. Dersom vi setter  $h = \sigma \circ \text{id}_{3,3}$ , har vi

$$\begin{aligned} g(m, 0) &= \text{id}_{1,1} \\ g(m, n+1) &= h(m, n, g(m, n)) \end{aligned}$$

Dette viser at  $g$  er primitivt rekursiv.

Induksjon m.h.p.  $n$  viser at  $F(n, m) = \psi(\sigma^n(m))$ , følgelig er  $F = \psi \circ f$ . Dette viser at  $F$  er primitivt rekursiv.