TMA4245 Statistikk
Vår 2017

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Anbefalt øving 6

Denne anbefalte øvinga tar utgangspunkt i pensum i sjette uke med forelesninger. Oppgavene handler om kontinuerlige sannsynlighetsfordelinger, særlig normal- og eksponentialfordelingene.

Oppgave 1

En bestemt målemetode for bestemmelse av pH-verdien i en løsning gir måleresultater som antas å være uavhengige og normalfordelte, med forventningsverdi μ lik virkelig pH og varians $\sigma^2 = 0.060^2$. La $X_1, \ldots, X_n$ være uavhengige målinger av pH i en bestemt løsning.

Anta at den virkelige pH-verdien i en løsning er 6.8.

Hva er sannsynligheten for at en bestemt måling gir et resultat som er under 6.74?

Hva er sannsynligheten for at en bestemt måling gir et resultat som er mellom 6.74 og 6.86?

Hva er sannsynligheten for at en bestemt måling, X, gir et resultat som avviker mer enn 0.06 fra μ, dvs bestem $P(|X - \mu| > 0.06)$?

Oppgave 2 Anta at levetiden til en bestemt type elektroniske komponenter er eksponensialfordelt med forventningsverdi lik $1/\lambda$. Det finnes mange produsenter av denne typen elektroniske komponenter og kvaliteten på produktet varierer fra produsent til produsent. Dvs. de forskjellige produsentene har forskjellig parameterverdi λ og verdien på λ beskriver dermed gjennomgående kvalitet på komponenter fra den enkelte produsent. Anta videre at dersom en tilfeldig velger en produsent så kan en betrakte tilhørende λ som en kontinuerlig fordelt stokastisk variabel som er eksponensialfordelt med forventningsverdi $1/\theta$.

Anta at en kunde, som skal kjøpe en elektronisk komponent, går frem på følgende måte: Først velger han tilfeldig en produsent og deretter går han og kjøper en komponent produsert av denne produsenten. La T betegne levetiden for den komponenten kunden kjøper.

a) Finn sannsynlighetsfordelingen for T.

Sannsynlighetsfordelingen du fant i **a)** kan verifiseres ved hjelp av simulering i Matlab. La $\theta = 8$ i resten av oppgaven.

b) Anta at en kunde skal kjøpe 100 komponenter. Lag et program som simulerer levetiden til hver av de 100 komponentene kunden kjøper. Det vil si:
1) La kunden kjøpe en komponent fra en tilfeldig produsent. Siden parameterverdien λ er eksponensialfordelt må den simuleres fra en eksponensialfordeling.

2) Simuler levetiden til denne spesifikke komponenten gitt parameterverdien λ som ble funnet i steg 1).
3) Gjenta dette 100 ganger og ta vare på levetiden som oppnås for hver iterasjon.
For å generere en tilfeldig verdi fra en eksponensialfordeling kan du bruke funksjonen `exprnd()` i Matlab.

c) Lag et histogram av de simulerte levetidene fra oppgave **b)**. Plott den teoretiske sannsynlighetsfordelingen T funnet i **a)** i samme figur og kommenter svaret.

Oppgave 3

Vis at eksponensialfordelingen er "glemsk" (har ingen hukommelse), dvs. vis at

$$P(X \geq t + s | X > s) = P(X \geq t) \quad \forall\ s, t > 0.$$

Vis tilsvarende for geometrisk fordeling, dvs. vis at

$$P(X \geq t + s | X > s) = P(X \geq t) \quad \forall\ s, t > 0.$$

Fasit

1. $0.159, 0.682, 0.318$

2. $f(t) = \theta/(t + \theta)^2$