MA1201 Lineær algebra og geometri
Høst 2017

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Øving 9

Oppgaver man skal gjøre merkes med superskript s, bør gjøre b, og kan gjøre k. Det er mulig å få godkjent øving ved å kun gjøre oppgavene merket s, men da må man ha valgt en gyldig fremgangsmåte i nesten hvert tilfelle og kun ha eventuelle regnefeil. Det er derfor en fordel å prøve på oppgavene merket b også.

Husk at utfordringene er ikke obligatoriske.

1 Gjør oppgave $1^s, 2^s, 7^b, 11^b$ og 18^b på **side 190-193.**

2 Anse denne oppgaven merket s.

Gitt matrisen $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 9 & -7 \\ 2 & 6 & -4 & -10 & 8 \\ 3 & 10 & -7 & 6 & -7 \end{pmatrix}$.

La $\mathbb{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$.

Er likningssystemet $A\mathbb{x} = \mathbb{b}$ løsbart for alle $\mathbb{b}$ i $\mathbb{R}^3$? For de $\mathbb{b}$ i $\mathbb{R}^3$ hvor $A\mathbb{x} = \mathbb{b}$ er løsbart, hvor mange løsninger fins det?

3 Gjør oppgave $1^s, 2^s, 15^s, 18^k$ og 23^b på **side 254-257.**

4 **Utfordring:** La A være en $n \times n$-matrise. La B være matrisen A hvor to rader har byttet plass. Vis at $\det(B) = -\det(A)$, bare ved å bruke definisjonen av determinant av en matrise.

Merk at definisjonen av determinanten gitt i forelesningene svarer til noe slik som følger:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} & \cdots & a_{kk} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k2} & a_{k3} & \cdots & a_{kk} \end{vmatrix}$$

$$-a_{21} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k2} & a_{k3} & \cdots & a_{kk} \end{vmatrix} + \cdots + (-1)^{k+1} a_{k1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{(k-1)2} & a_{(k-1)3} & \cdots & a_{(k-1)k} \end{vmatrix}.$$

Merk at i siste ledd på høyrehåndssiden er det kun siste rad som er fjernet. Andre rad er altså med, og er kun ikke notert.

$\boxed{5}$ **Utfordring:** La A være en $n \times n$-matrise slik at A^n er lik nullmatrisen. Vis at $\det(I_n - A) \neq 0$.