



Norges teknisk-naturvitenskapelige
universitet
Institutt for matematiske fag

MA0001 Brukerkurs i
matematikk A
Høst 2017

Løsningsforslag — Øving 6

Innleveringsoppgaver

1 Finn den deriverte av

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}}, \quad x > 0.$$

Løsning:

Vi bruker derivasjonsregelen

$$\frac{d}{dx} x^r = r x^{r-1}.$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{d}{dx} f(x) \\ &= \frac{d}{dx} \frac{1}{\sqrt{2x}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d}{dx} \frac{1}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d}{dx} x^{-1/2} \\ &= \frac{-1/2}{\sqrt{2}} x^{-3/2} \\ &= -\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{1}{x^{3/2}}. \end{aligned}$$

2 Vis at funksjonen

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x^2-1}, & x \neq 1 \\ \frac{1}{2}, & x = 1, \end{cases}$$

er kontinuert i $x = 1$.

Løsning:

For å vise at $g(x)$ er kontinuert, må vi sjekke at $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = g(1)$.

For $x \neq 1$ er

$$\begin{aligned}g(x) &= \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} \\&= \frac{x(x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} \\&= \frac{x}{x + 1},\end{aligned}$$

så

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x + 1} = \frac{1}{2} = g(1)$$

og g er kontinuert i $x = 1$.

3 Finn den deriverte av funksjonen

$$h(x) = (1 + x)(1 + \sqrt{x})(1 + x^2).$$

Løsning:

Vi bruker produktregelen to ganger:

$$\begin{aligned}h'(x) &= (1 + x) \frac{d}{dx} [(1 + \sqrt{x})(1 + x^2)] + (1 + \sqrt{x})(1 + x^2) \frac{d}{dx} (1 + x) \\&= (1 + x) \left[(1 + \sqrt{x}) \frac{d}{dx} (1 + x^2) + (1 + x^2) \frac{d}{dx} (1 + \sqrt{x}) \right] + (1 + \sqrt{x})(1 + x^2) \cdot 1 \\&= (1 + x) \left[(1 + \sqrt{x}) \cdot 2x + (1 + x^2) \frac{1}{2\sqrt{x}} \right] + (1 + \sqrt{x})(1 + x^2).\end{aligned}$$

Man kan forsøke å rydde litt:

$$\begin{aligned}h'(x) &= (1 + x) \left[2x + 2x^{3/2} + \frac{1}{2}x^{-1/2} + \frac{1}{2}x^{3/2} \right] + (1 + \sqrt{x})(1 + x^2) \\&= 2x + 2x^{3/2} + \frac{1}{2}x^{-1/2} + \frac{1}{2}x^{3/2} \\&\quad + 2x^2 + 2x^{5/2} + \frac{1}{2}x^{1/2} + \frac{1}{2}x^{5/2} \\&\quad + 1 + x^2 + x^{1/2} + x^{5/2} \\&= \frac{7}{2}x^{5/2} + 3x^2 + \frac{5}{2}x^{3/2} + 2x + \frac{3}{2}x^{1/2} + 1 + \frac{1}{2}x^{-1/2},\end{aligned}$$

men det er sikkert delte meninger om dette svaret er på en bedre form enn svaret over.

Anbefalte øvingsoppgaver

Fra Avsnitt 3.2 (side 108–109) i *Calculus for Biology and Medicine*, 3. utgave av Claudia Neuhauser.

- 15, 17, 19, 29, 33, 47.

Fra Avsnitt 4.2 (side 149–151).

- 1, 3, 5, 9, 43, 45, 47.

Fra Avsnitt 4.3 (side 158–159).

- 1, 3, 5, 25, 49, 51, 53.

OBS: Disse oppgaven skal *ikke* leveres inn!