Flerdimensjonal analyse (MA1103)

Øving 11

Oppgave 1 (6.7: 5)

Regn ut dobbeltintegralene

a) $\iint_A \frac{e^{x-y}}{x+y}\, d(x,y)$ der A er området avgrenset av linjene $y = x, y = x+5, y = -x+2$ og $y = -x+4$

b) $\iint_A xy\, d(x,y)$ der A er området avgrenset av linjene $y = x, y = 2x$ og kurvene $y = \frac{1}{x}, y = \frac{3}{x}$.

Oppgave 2 (6.3: 1)

Løs integralene ved å bruke polarkoordinater:

i) $\iint_R xy^2\, d(x,y)$ der R er området i første kvadrant som ligger innenfor sirkelen $x^2 + y^2 = 9$.

ii) $\iint_R e^{x^2+y^2}\, d(x,y)$ der R er området mellom sirklene om origo med radier lik 1 og 4.

Oppgave 3 (6.3: 4)

Vi har en positiv kontinuerlig funksjon $r : [\alpha, \beta] \to \mathbb{R}$. Et område A består av de punktene i planet som har polarkoordinater (r, θ) slik at $\alpha \le \theta \le \beta$, $0 \le r \le r(\theta)$. Vis at arealet til A er

$$|A| = \frac{1}{2} \int_\alpha^\beta r(\theta)^2\, d\theta.$$

Bruk denne formelen til å finne arealet til området avgrenset av kurven

$$r(\theta) = \sin(2\theta), \qquad \theta \in [0, \pi/2].$$

Lag en skisse av området.

Oppgave 4 (6.4: 1)

Beregn volumet til området E når

i) E er området over xy-planet og under grafen $z = \sqrt{32 - 2x^2 - 2y^2}$.

ii) E er området som ligger under grafen $z = x^2 - y^2$ og over sirkelskiven $x^2 + y^2 \le 1$.

Oppgave 5 (6.4: 2)

En trekant plate har hjørner i $(0,0), (1,0)$ og $(1,1)$ og tetthet $f(x,y) = x$. Finn massemiddelpunktet.

Oppgave 6 (6.4: 5)

Finn arealet til flaten $z = x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 \le 4$.

Oppgave 7 (6.4: 16)

La T være området som ligger inni både sylinderen $x^2 - 2x + y^2 = 0$ og kulen $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

a) Finn volumet til T.

b) Finn arealet av den delen av overflaten til T som ligger på kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Oppgave 8 (6.5: 1)

Bruk Greens teorem til å regne ut linjeintegral

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

der $\mathbf{F}(x, y) = (x^2 + y, x^2 y)$ og C er omkretsen til kvadratet med hjørner $(0, 0), (2, 0), (2, 2)$ og $(0, 2)$ (positivt orientert).

Oppgavene finnes i boka *Flervariabel analyse med lineær algebra* av T.Lindstrøm og K.Hveberg. Se henvisningen i parentes.