Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Første øving er en liten repetisjon av eksponensregning og ligningsløsning.

1 Heltallseksponenter

$\boxed{1}$ **Positive heltallseksponenter**
For alle reelle tall a og alle positive heltall n, defineres tallet a^n som

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ faktorer}}.$$

Skriv de følgende tallene uten eksponenter.

a) 4^3

b) $(-2)^4$

c) -2^4

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$\boxed{2}$ **Negative heltallseksponenter**
For alle reelle tall a forskjellig fra 0, defineres $a^0 = 1$. (Uttrykket 0^0 er ikke definert.)
For alle reelle tall a forskjellig fra 0 og alle positive heltall n, defineres tallet a^{-n} som

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Skriv de følgende tallene uten negative eksponenter.

a) 2^{-5}

b) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

c) e^{-k}

d) t^{-1}

Teorem 1. *For alle reelle tall a forskjellig fra 0 og alle heltall n og m, er*

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

og

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}.$$

Teorem 2. *For alle reelle tall a og b forskjellig fra 0 og alle heltall n og m, er*

$$(a^n)^m = a^{nm},$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

og

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

$\boxed{3}$ Forenkel uttrykkene.

a) $x^{-5}x^6$

b) $\frac{e^{-4}}{e^{-1}}$

c) $(2x^4y^{-5}z^3)^{-3}$

2 Ligningsløsning

Når vi løser ligninger, benyttes ofte disse to teoremene.

Teorem 3 (Addisjon- og multiplikasjonsprinsippet)**.** *For alle reelle tall a, b og c, så medfører $a = b$ at*

$$a + c = b + c$$

og

$$ac = bc.$$

Teorem 4. *Hvis a og b er to reelle tall, så er*

$$ab = 0 \qquad \iff \qquad a = 0 \quad \textit{eller} \quad b = 0.$$

Symbolet " $\iff$ " leses som "hvis og bare hvis". Dvs. påstanden på den ene siden medfører påstanden på den andre siden.

Husk at kvadratroten av et positivt tall a er definert som det positive tallet b som ganget med seg selv er a. Dvs.

$$\sqrt{a} = b \qquad \iff \qquad b \geq 0 \quad \text{og} \quad b^2 = a.$$

$\boxed{4}$ Løs ligningene for x. (Dvs. Finn alle tall x slik at påstandene er sanne.)

a) $-\frac{5}{6}x + 10 = \frac{1}{2}x + 2$

b) $3x(x-2)(5x+4) = 0$

c) $\frac{1-x}{x+1} = -2$

d) $\frac{2/5 - x}{12\sqrt{(1/8)^2 + (2/5-x)^2}} = \frac{1}{13}$