MA0001 Brukerkurs i matematikk A
Høst 2017

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Løsningsforslag — Øving 2

Innleveringsoppgaver

$\boxed{1}$ La a og b være forskjellige reelle tall. Finn ligningen for den rette linjen som går gjennom punktene (a, b) og (b, a).

Løsning:
Ligningen for en (ikke-vertikal) linje i planet er på formen

$$y = mx + c$$

der m er stigningstallet: "rise/run":

$$m = \frac{b-a}{a-b} = -1, \qquad a \neq b.$$

Når $x = a$ så er $y = b$, så

$$b = -1 \cdot a + c.$$

Dvs. $c = a + b$ og ligningen er

$$y = -x + a + b.$$

$\boxed{2}$ **a)** Finn sentrum og radius til sirkelen

$$x^2 - 6x + y^2 + 2y + 7 = 0.$$

b) Forklar hvorfor

$$x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7 = 0$$

ikke er ligningen til en sirkel.

Løsning: a)

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 6x + y^2 + 2y + 7 \\ &= (x-3)^2 - 9 + (y+1)^2 - 1 + 7 \\ &= (x-3)^2 + (y+1)^2 - 3. \end{aligned}$$

Dvs. sentrum i $(3, -1)$ og radius $\sqrt{3}$.

Løsning: b)
En ligning er ligningen til en sirkel hvis og bare hvis den er på formen $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2 = r^2$:

$$\begin{aligned}
0 &= x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7 \\
&= (x-3)^2 - 9 + 2(y+1)^2 - 2 + 7 \\
&= (x-3)^2 + 2(y+1)^2 - 4
\end{aligned}$$

så dette er ikke en sirkel. (Det er ligningen til en ellipse).

$\boxed{3}$ Bruk addisjonsformelene

$$\begin{aligned}
\cos(\alpha+\beta) &= \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta), \\
\sin(\alpha+\beta) &= \cos(\alpha)\sin(\beta) + \sin(\alpha)\cos(\beta).
\end{aligned}$$

til å vise at

$$\tan(\theta+\pi) = \tan(\theta).$$

Løsning:

$$\begin{aligned}
\tan(\theta+\pi) &= \frac{\sin(\theta+\pi)}{\cos(\theta+\pi)} \\
&= \frac{\cos(\theta)\sin(\pi) + \sin(\theta)\cos(\pi)}{\cos(\theta)\cos(\pi) - \sin(\theta)\sin(\pi)} \\
&= \frac{\cos(\theta)\cdot 0 + \sin(\theta)(-1)}{\cos(\theta)(-1) - \sin(\theta)\cdot 0} \\
&= \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} \\
&= \tan(\theta).
\end{aligned}$$

$\boxed{4}$ **a)** Bestem (den største) definisjonsmengden til funksjonen gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{x^2-4}.$$

b) Bestem (den største) definisjonsmengden til funksjonen gitt ved

$$g(x) = \sqrt{4 - |x-1|}.$$

Hva blir verdimengden?

Løsning: a
For at funksjonen skal være definert, kan ikke tellern være lik 0. Dermed

$$x^2 - 4 \neq 0 \implies x^2 \neq 4 \implies x \neq \pm 2.$$

Derfor vil den største definisjonsmengden til funksjonen være:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} \text{ slik at } x \in \mathbb{R}; x \neq \pm 2.$$

Løsning: b
Funksjonen skal være definert innen reelle tall hvis nummer under kvadratrot er positiv. Dermed

$$|x - 1| \leq 4.$$

$$x - 1 \leq 4 \leq -x + 1 \implies x - 1 \leq 4 \text{ og } -x + 1 \geq 4 \implies x \leq 5 \text{ og } x \geq -3.$$

Derfor vil den største definisjonsmengden til funksjonen være:

$$g(x) = \sqrt{4 - |x - 1|} \text{ slik at } x \in [-3, 5].$$

Den korresporende verdimengen vil da være,

$$g(x) \in [0, 2].$$