

TMA4245 Statistikk Vår 2017

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Institutt for matematiske fag

Anbefalt øving 10 Løsningsskisse

Oppgave 1

a) Estimatoren for avstanden a er gjennomsnittet av uavhengige identisk fordelte målinger, $n(x; a, \sigma_G)$.

$$E(\widehat{a}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} E(X_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a = a.$$

$$Var(\widehat{a}) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} Var(X_i) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sigma_G^2 = \frac{\sigma_G^2}{n}.$$

Estimatoren er en lineærkombinasjon av Gaussiske (Normalfordelte) tilfeldige variable, og er derfor Gaussisk; $n(\widehat{a}; a, \frac{\sigma_G}{\sqrt{n}})$.

b) Siden standardavviket σ_G er ukjent, er $T = \frac{\widehat{a} - a}{S_G/\sqrt{n}}$ t-fordelt med n-1 frihetsgrader. Dermed er

$$\Pr(-t_{n-1,0.025} < T < t_{n-1,0.025}) = 0.95$$

$$\Pr(-t_{n-1,0.025} < \frac{\widehat{a} - a}{S_G/\sqrt{n}} < t_{n-1,0.025}) = 0.95$$

$$\Pr(\widehat{a} - t_{n-1,0.025} \frac{S_G}{\sqrt{n}} < a < \widehat{a} + t_{n-1,0.025} \frac{S_G}{\sqrt{n}}) = 0.95.$$

Da er et 95% konfidensintervall for a gitt ved $\left[\widehat{a} - t_{n-1,0.025} \frac{S_G}{\sqrt{n}}, \widehat{a} + t_{n-1,0.025} \frac{S_G}{\sqrt{n}}\right]$.

Oppgave 2 Det er oppgitt i oppgaveteksten at estimatoren er forventningsrett, så vi vet allerede at $E(\hat{\mu}) = \mu$. Variansen til $\hat{\mu}$ er

$$\begin{split} \operatorname{Var}(\hat{\mu}) &= \left(\frac{\tau_0^2}{\tau_0^2 + \sigma_0^2}\right)^2 \operatorname{Var}(X) + \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_0^2 + \sigma_0^2}\right)^2 \operatorname{Var}(Y) \\ &= \frac{\tau_0^4 \sigma_0^2 + \sigma_0^4 \tau_0^2}{(\tau_0^2 + \sigma_0^2)^2} = \frac{(\tau_0^2 + \sigma_0^2) \tau_0^2 \sigma_0^2}{(\tau_0^2 + \sigma_0^2)^2} \\ &= \frac{\tau_0^2 \sigma_0^2}{\tau_0^2 + \sigma_0^2}, \end{split}$$

og fordi $\hat{\mu}$ er en lineærkombinasjon av normalfordelte variable, er den normalfordelt. Altså har vi

$$Z = \frac{\hat{\mu} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma_0^2 \tau_0^2}{\tau_0^2 + \sigma_0^2}}} \sim N(0, 1),$$

slik at vi får et $(1-\alpha)\cdot 100\%$ konfidensintervall fra

$$P(-z_{\alpha/2} \le Z \le z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\hat{\mu} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_0^2 \tau_0^2}{\tau_0^2 + \sigma_0^2}} \le \mu \le \hat{\mu} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_0^2 \tau_0^2}{\tau_0^2 + \sigma_0^2}}\right) = 1 - \alpha.$$

Intervallet er altså

$$\left[\hat{\mu} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_0^2 \tau_0^2}{\tau_0^2 + \sigma_0^2}}, \hat{\mu} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_0^2 \tau_0^2}{\tau_0^2 + \sigma_0^2}} \right].$$

Oppgave 3

a) For å finne sannsynlighetstettheten til Z kan vi bruke transformasjonsformelen fra teorem 7.3 i læreboka (Walpole, Myers, Myers og Ye). La $Z=2\lambda T=u(T)$, som er en strengt monoton og deriverbar funksjon for alle T. Vi har $T=Z/(2\lambda)=w(Z)$ og $w'(Z)=1/(2\lambda)$. Dette gir

$$g_Z(z) = f(w(z))|w'(z)| = \lambda e^{-\lambda(z/(2\lambda))}(1/(2\lambda)) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-z/2} & , z > 0\\ 0 & , \text{ ellers} \end{cases}$$

b) Vi har $2\lambda T \sim \chi_2^2$. Dersom levetiden til kompononentene T_i er uavhengig, kan vi bruke følgende resultat

$$\sum_{i=1}^{n} 2\lambda T_i \sim \chi_{\sum_{i=1}^{n} 2}^2 = 2\lambda \sum_{i=1}^{n} T_i \sim \chi_{2n}^2$$

Vi finner et $1-\alpha$ konfidensintervall fra

$$P\left(\chi_{1-\alpha/2,2n}^{2} < 2\lambda \sum_{i=1}^{n} t_{i} < \chi_{\alpha/2,2n}^{2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{\chi_{1-\alpha/2,2n}^{2}}{2\sum_{i=1}^{n} t_{i}} < \lambda < \frac{\chi_{\alpha/2,2n}^{2}}{2\sum_{i=1}^{n} t_{i}}\right) = 1 - \alpha$$

c) Vi kan evaluere sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren som oppgitt i oppgaven, $\hat{\lambda} = 500/\sum_{i=1}^{500} T_i$, på følgende måte i Matlab:

t = load('levetider.txt'); % laste inn data

n = length(t); % antall observasjoner

```
lambdahat = n / sum(t); % regne ut SME
fprintf('SME = %.4f\n',lambdahat) % skrive SME til konsoll
```

Vi får at $\hat{\lambda} = 0.0097$. Alternativt kunne vi ha brukt den innebygde Matlab-funksjonen expfit(t) - merk at denne finner SME til forventningsverdien $1/\lambda$, ikke raten λ som vi bruker her.

Fra oppgave **b)** har vi at $2\lambda \sum_{i=1}^{500} T_i \sim \chi_{1000}^2$. Vi kan derfor regne ut konfidensintervallet som følger:

```
alpha = .1; %
df = 2*n; % antall frihetsgrader
sum_t = sum(t);

% Beregne grenser
nedre_grense = chi2inv(alpha/2, df) / (2 * sum_t);
ovre_grense = chi2inv(1-alpha/2, df) / (2 * sum_t);
konf_int = [nedre_grense, ovre_grense];
konf_int=sprintf('%d ', konf_int);
fprintf('Konfidensintervall: %s\n', konf_int)
```

Vi får følgende 90% konfidensintervall for λ : [0.0090, 0.0104].

Oppgave 4

a) Kumulativ fordeling:

Bruk substitusjonen $u = s^2 \mod du = 2sds$:

$$P(X \le x) = \int_0^x f(s)ds = \int_0^x \frac{2s}{\theta} e^{-\frac{s^2}{\theta}} ds$$
$$= \int_0^x \frac{1}{\theta} e^{-\frac{u}{\theta}} du = \left[-e^{-\frac{u}{\theta}} \right]_0^{x^2}$$
$$= \underline{1 - e^{-\frac{x^2}{\theta}}}$$

Betinget fordeling:

Vi har at
$$P(X > x) = 1 - P(X \le x) = e^{-\frac{x^2}{\theta}}$$
.

$$P(X > 15|X > 10) = \frac{P(X > 15 \cap X > 10)}{P(X > 10)} = \frac{P(X > 15)}{P(X > 10)}$$

$$= \frac{e^{-\frac{15^2}{25}}}{e^{-\frac{10^2}{25}}}$$

$$= \frac{0.000123}{0.0183} \approx \underline{0.0067}.$$

b) Rimelighetsfunksjonen er gitt ved:

$$L(\theta; x_1, ..., x_n) = f(x_1, ..., x_n; \theta)$$

$$= f(x_1; \theta) \cdots f(x_n; \theta)$$

$$= \frac{2x_1}{\theta} e^{-\frac{x_1^2}{\theta}} \cdots \frac{2x_n}{\theta} e^{-\frac{x_n^2}{\theta}}$$

$$= \left(\frac{2}{\theta}\right)^n \cdot (x_1 \cdots x_n) \cdot e^{-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i^2}.$$

Tar logaritmen:

$$\begin{split} l(\theta; x_1, ..., x_n) &= \ln \left[L(\theta) \right] \\ &= n \ln \left(\frac{2}{\theta} \right) + \ln(x_1 \cdots x_n) - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ &= n \ln(2) - n \ln(\theta) + \ln(x_1 \cdots x_n) - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i^2. \end{split}$$

Finn maksimumspunkt ved å derivere ln-rimelighetsfunksjonen og sette lik 0.

$$\frac{\partial l}{\partial \theta}|_{\theta=\widehat{\theta}} = 0 - n\frac{1}{\theta} + 0 + \frac{1}{\theta^2} \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2.$$

SME for θ blir da $\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2$.

Viser at $\hat{\theta}$ er forventningsrett:

$$E[\hat{\theta}] = E[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} E[X_i^2] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \theta = \underline{\underline{\theta}}.$$

For å regne ut variansen til $\hat{\theta}$ trenger vi først variansen til X^2 . La $Y=X^2$. Bruker at ${\rm Var}[Y]={\rm E}[Y^2]-{\rm E}[Y]^2$. Dermed er

$$Var[X^{2}] = Var[Y]$$

$$= E[Y^{2}] - E[Y]^{2}$$

$$= E[X^{4}] - E[X^{2}]^{2}$$

$$= 2\theta^{2} - \theta^{2}$$

$$= \underline{\theta^{2}}.$$

Da får vi:

$$\operatorname{Var}[\hat{\theta}] = \operatorname{Var}[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \operatorname{Var}[X_i^2] = \frac{\theta^2}{n}.$$

c) Sentralgrenseteoremet sier at hvis $Y_1, ..., Y_n$ er uavhengige og identisk fordelte, så er gjennomsnittet tilnærmet normalfordelt. Mer presist er

$$Z = \frac{\bar{Y} - \mathrm{E}[\bar{Y}]}{\sqrt{\mathrm{Var}[\bar{Y}]}}$$

tilnærmet standard normalfordelt når n er stor (¿30). I vårt tilfelle er $Y_i = X_i^2$ uavhengige og $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 = \hat{\theta}$. Videre er som funnet i forrige punkt (3b), $E(\bar{Y}) = \theta$ og $Var(\bar{Y}) = \frac{\theta^2}{n}$. Dermed blir

$$Z = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \theta}{\sqrt{\frac{\theta^2}{n}}}$$

tilnærmet normalfordelt når n er stor.

Vi finner så et 95% konfidensintervall med $\alpha = 0.05$. Sett $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2$. Bruker at

$$\begin{aligned} 1 - \alpha &\approx \Pr\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) \\ &= \Pr\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{Y} - \theta}{\sqrt{\frac{\theta^2}{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) \\ &= \Pr\left(-\frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{\theta} \bar{Y} - 1 \leq \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}\right) \\ &= \Pr\left(1 - \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{\theta} \bar{Y} \leq 1 + \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}\right) \\ &= \Pr\left(\frac{1}{1 + \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}} \leq \frac{\theta}{\bar{Y}} \leq \frac{1}{1 - \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}}\right) \\ &= \Pr\left(\frac{\bar{Y}}{1 + \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}} \leq \theta \leq \frac{\bar{Y}}{1 - \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}}\right) \end{aligned}$$

Et tilnærmet 95% konfidensintervall for θ blir da

$$\left[\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{i}^{2}}{1+\frac{z_{0.025}}{\sqrt{n}}}, \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{i}^{2}}{1-\frac{z_{0.025}}{\sqrt{n}}}\right]$$

Siden $p = e^{-\frac{100}{\theta}}$ er en monotont stigende funksjon av θ , har vi at

$$\Pr\left(\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{i}^{2}}{1+\frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}} \le \theta \le \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{i}^{2}}{1-\frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}}\right) \approx 1-\alpha$$

$$\Pr\left(e^{-\frac{100}{\hat{\theta}_{L}}} \le e^{-\frac{100}{\hat{\theta}}} \le e^{-\frac{100}{\hat{\theta}_{U}}}\right) \approx 1-\alpha$$

Et tilnærmet 95% konfidensintervall for $e^{-\frac{100}{\hat{\theta}}}$ blir da $\left[e^{-\frac{100}{\hat{\theta}L}}, e^{-\frac{100}{\hat{\theta}U}}\right]$

Oppgave 5

a) Den kumulative fordelingsfunksjonen $F(x) = P(X \le x)$ beregner vi ved å integrere sannsynlighetstettheten f(x). Dvs.

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{1}^{x} \beta t^{-\beta - 1} dt = \beta \frac{1}{-\beta} \left[t^{-\beta} \right]_{1}^{x} = (-1) \left[x^{-\beta} - 1 \right] = 1 - x^{-\beta}.$$

Sannsynligheten for at det går mer enn 2 uker mellom to påfølgende feil, når $\beta=3$, er

$$P(X > 2) = 1 - P(X \le 2) = 1 - F(2) = 1 - (1 - 2^{-\beta}) = 2^{-3} = 0.125$$

Sannsynligheten for at nettet svikter før det er gått 3.5 uker, gitt at det har gått minst 2 uker siden siste feil, er (med $\beta = 3$)

$$P(X \le 3.5 \mid X > 2) = \frac{P(X \le 3.5 \cap X > 2)}{P(X > 2)} = \frac{P(X \le 3.5) - P(X \le 2)}{P(X > 2)}$$
$$= \frac{F(3.5) - F(2)}{1 - F(2)} = \frac{(1 - 3.5^{-3}) - (1 - 2^{-3})}{0.125} = 0.813$$

b) Sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren, SME for β :

Simultantettheten for X_1, \ldots, X_n er $f(x_1, \ldots, x_n; \beta) \stackrel{\text{uavh.}}{=} \prod_{i=1}^n f(x_i; \beta) = \prod_{i=1}^n \beta x_i^{-\beta-1}$. Rimelighetsfunksjonen er simultanfordelingen sett på som funksjon av β , og kan skrives som

$$L(x_1,\ldots,x_n;\beta) = \beta^n \prod_{i=1}^n x_i^{-\beta-1}.$$

SME er den verdien for β som maksimerer $L(x_1, \ldots, x_n; \beta)$. Denne verdien finner vi ved først å ta logaritmen, så derivere og sette lik 0:

$$l(x_1, \dots, x_n; \beta) = \ln(L(x_1, \dots, x_n; \beta)) = \ln\left(\beta^n \prod_{i=1}^n x_i^{-\beta - 1}\right)$$

$$= \ln(\beta^n) + \ln\left(\prod_{i=1}^n x_i^{-\beta - 1}\right)$$

$$= n\ln(\beta) + \sum_{i=1}^n (-(\beta + 1)\ln(x_i)) = n\ln(\beta) - (\beta + 1)\sum_{i=1}^n \ln(x_i)$$

$$\frac{dl(x_1, \dots, x_n; \beta)}{d\beta} = \frac{n}{\beta} - \sum_{i=1}^n \ln(x_i) = 0$$

$$\beta = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln(x_i)}$$

Dette gir at SME for β er

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_1 = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i}.$$

Når vi setter inn de observerte verdiene får vi følgende estimat for β :

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_1 = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i} = \frac{10}{3.39} = 2.95.$$

c) Vi skal først vise at $2\beta \ln(X_i)$ er kjikvadratfordelt med 2 frihetsgrader (som er det samme som en eksponensialfordeling).

La $Y_i = 2\beta \ln(X_i)$. Vi kan finne sannsynlighetsfordelingen til Y_i ved å bruke transformasjonsformelen (vi ser her bort fra indeksen i i utledningen). La

$$y = u(x) = 2\beta \ln(x)$$
, slik at $x = w(y) = \exp(\frac{y}{2\beta})$.

La $f_Y(y)$ være sannsynlighetstettheten til Y. Transformasjonsformelen sier da at

$$f_Y(y) = f_X(w(y))|w'(y)|.$$

Vi deriverer w(y) og får $w'(y) = \frac{1}{2\beta} \exp(\frac{y}{2\beta})$. Sannsynlighetstettheten til Y blir da

$$f_Y(y) = f_X(w(y))|w'(y)| = \beta(\exp(\frac{y}{2\beta}))^{-\beta-1} \frac{1}{2\beta} \exp(\frac{y}{2\beta})$$

$$= \frac{1}{2} \exp((-\beta - 1) \frac{y}{2\beta}) \exp(\frac{y}{2\beta}) = \frac{1}{2} \exp(-\beta \frac{y}{2\beta} - \frac{y}{2\beta} + \frac{y}{2\beta})$$

$$= \frac{1}{2} \exp(-\frac{y}{2}).$$

Uttrykket for $f_Y(y)$ kan skrives

$$f_Y(y) = \frac{1}{2^{2/2}\Gamma(2/2)} y^{2/2-1} \exp(-\frac{y}{2}),$$

siden $\Gamma(2/2) = \Gamma(1) = 1$. Dette er sannsynlighetstettheten for en kjikvadratfordelt stokastisk variabel med 2 frihetsgrader. Dermed har vi vist at $Y_i = 2\beta \ln(X_i)$ er kjikvadratfordelt med 2 frihetsgrader, dvs. $Y_i \sim \chi_2^2$.

La $Z = 2\beta \sum_{i=1}^{n} \ln(X_i)$. Med $Y_i = 2\beta \ln(X_i)$ har vi at

$$Z = 2\beta \sum_{i=1}^{n} \ln(X_i) = \sum_{i=1}^{n} 2\beta \ln(X_i) = \sum_{i=1}^{n} Y_i.$$

Vi har vist at $Y_i \sim \chi_2^2$, og siden en sum av uavhengige kjikvadratfordelte stokastiske variabler er kjikvadratfordelt, med summen av frihetsgradene, er $Z = 2\beta \sum_{i=1}^{n} \ln(X_i)$ kjikvadratfordelt med $\sum_{i=1}^{n} 2 = 2n$ frihetsgrader.

Konfidensintervall for β :

Vi bruker at $Z=2\beta\sum_{i=1}^n\ln(X_i)\sim\chi_{2n}^2$. La $\alpha=0.05$. Vi får da at

$$P(\chi_{1-\alpha/2,2n}^2 < Z < \chi_{\alpha/2,2n}^2) = 1 - \alpha$$

$$P(\chi_{1-\alpha/2,2n}^2 < 2\beta \sum_{i=1}^n \ln(X_i) < \chi_{\alpha/2,2n}^2) = 1 - \alpha$$

$$P(\frac{\chi_{1-\alpha/2,2n}^2}{2\sum_{i=1}^n \ln(X_i)} < \beta < \frac{\chi_{\alpha/2,2n}^2}{2\sum_{i=1}^n \ln(X_i)}) = 1 - \alpha$$

Et 95% konfidensintervall for β blir da

$$\left[\frac{\chi_{1-0.025,2n}^2}{2\sum_{i=1}^n \ln(x_i)} < \beta < \frac{\chi_{0.025,2n}^2}{2\sum_{i=1}^n \ln(x_i)} \right]$$

Insatt observerte verdier får vi

$$\left[\frac{9.591}{2 \cdot 3.39} < \beta < \frac{34.170}{2 \cdot 3.39}\right] = [1.41, 5.04].$$

Oppgave 6 Dekningssannsynlighet for konfidensintervall

a) Utvalgsgjennomsnittet \overline{X} er normalfordelt,

$$\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right).$$

Videre er $(n-1)S^2$ kjikvadratfordelt,

$$(n-1)S^{2} = \sum_{i=1}^{n} (X_{i} - \overline{X})^{2} \sim \chi_{n-1}^{2}.$$

Vi får dermed en t-fordelt tilfeldig variabel ved å ta

$$T = \frac{\overline{X} - E(\overline{X})}{\sqrt{\operatorname{Var}(\overline{X})}} = \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim t_{n-1}.$$

Vi kan da skrive

$$P(-t_{n-1,0.05} \le T \le t_{n-1,0.05}) = 0.9$$

$$P\left(-t_{n-1,0.05} \le \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}} \le t_{n-1,0.05}\right) = 0.9$$

$$P\left(\overline{X} - t_{n-1,0.05} \cdot \sqrt{\frac{S^2}{n}} \le \mu \le \overline{X} + t_{n-1,0.05} \cdot \sqrt{\frac{S^2}{n}}\right) = 0.9.$$

b) Trekker en vektor med n uavhengige, normalfordelte elementer x_1, \ldots, x_n ved hjelp av normrnd. Regner så ut \overline{x} og s^2 . Regner til slutt ut L og U.

```
mu = 3;
sig = 2;
n = 10;

x = normrnd(mu,sig,[n,1]);

xbar = sum(x)/n;
ssq = sum((x-xbar).^2)/(n-1);
qt = icdf('t',0.95,n-1);
L = xbar - qt*sqrt(ssq/n);
U = xbar + qt*sqrt(ssq/n);
```

Sjekker om μ er inneholdt i intervallet ved å evaluere følgende uttrykk.

```
(L <= mu) & (mu <= U)
```

c) Setter koden fra punkt a) inn i en for-løkke som går fra 1 til 10 000, og inkrementerer tellevariabelen inCount når et konfidensintervall inneholder μ .

```
B = 10000;
inCount = 0;

for b = 1:B
    x = normrnd(mu,sig,[n,1]);
    xbar = sum(x)/n;
    ssq = sum((x-xbar).^2)/(n-1);
    qt = icdf('t',0.95,n-1);
    L = xbar - qt*sqrt(ssq/n);
    U = xbar + qt*sqrt(ssq/n);
    if (L <= mu) & (mu <= U)
        inCount = inCount + 1;
    end
end</pre>
```

Skriver ut den empiriske dekningssannsynligheten med følgende kommando.

fprintf('Empirisk dekningssannsynlighet: %.4f\n\n',inCount/B)
Denne blir nær 0.9.