

## Flerdimensjonal analyse (MA1103)

## Øving 13 - Ekstra øving

**Oppgave 1** (6.12: 2)

Regn ut flateintegralet  $\iint_T \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$  når  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, 0)$ , og  $T$  er den delen av flaten  $z = 2 - x^2 - 2y^2$  som ligger over  $xy$ -planet. Bruk enhetsnormalen med negativ  $z$ -komponent.

**Oppgave 2** (6.12: 8)

Regn ut flateintegralet  $\iint_T \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$  når  $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, yz, z^2)$ , og  $T$  er den delen av sylindren  $y^2 + z^2 = 1$ ,  $0 \leq x \leq 1$  som ligger over  $xy$ -planet. Bruk enhetsnormalen med positiv  $z$ -komponent.

**Oppgave 3** (6.12: 13)

En torus  $T$  er parametrisert ved

$$\mathbf{s}(u, v) = ((R + r \cos(u)) \cos(v), (R + r \cos(u)) \sin(v), r \sin(u)), \quad 0 \leq u, v \leq 2\pi, 0 < r < R.$$

a) Vis at det fundamentale vektorproduktet er

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v} = -r(R + r \cos(u))(\cos(u) \cos(v), \cos(u) \sin(v), \sin(u))$$

b) Regn ut  $\iint_T \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$  når  $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, 0, z)$  og  $\mathbf{n}$  er enhetsnormalen som peker ut av torusen.

**Oppgave 4** (6.13: 1)

Regn ut divergensen og curlen til vektorfeltene:

a)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (y + z, x + z, x + y + z)$

b)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, 4xy^3, xy^2)$

**Oppgave 5** (6.13: 2)

Vis at  $\operatorname{div} \mathbf{F} = 0$  og finn et vektorfelt  $\mathbf{G}$  slik at  $\mathbf{F} = \operatorname{curl} \mathbf{G}$

a)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (y - z, z - x, x - y)$

b)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 + yz, -2xy - 2yz, xy + z^2)$

**Oppgave 6** (6.14: 2)

Bruk divergensteoremet til å regne ut flateintegralet  $\iint_T \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$  når

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^3, y^3, z^2)$$

og  $T$  er overflaten til halvkulen  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ ,  $z \geq 0$ . Enhetsnormalen skal peke ut av halvkulen.

---

**Oppgave 7** (6.14: 7)

I denne oppgaven er  $T$  den delen av paraboloiden  $z = 4 - x^2 - y^2$  som ligger over  $xy$ -planet.

- a) Finn arealet til  $T$ .
- b) Finn volumet til området  $V$  avgrenset av  $T$  og  $xy$ -planet.
- c) Finn  $\iint_T \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$  når

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (4xz, -2yz, -z^2 + 8z)$$

og  $\mathbf{n}$  er enhetsnormalen med positiv tredjekomponent.

**Oppgave 8** (6.15: 10)

Vektorfeltet  $F$  er definert ved  $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, xz^2, z^2)$ .

- a) Beregn  $\text{curl } \mathbf{F}$ . Er  $\mathbf{F}$  et konservativt felt?
- b) La  $T$  være den delen av paraboloiden  $z = 2 - x^2 - y^2$  som ligger inni kjeglen  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Finn arealet til  $T$ .
- c) Finn  $\iint_T \text{curl } \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$  når  $\mathbf{n}$  har positiv tredjekomponent.

**Merknad:** De som etter Øving 12 har bare 7 godkjente øvinger, kan bruke denne ekstra øving for å få 8 godkjente øvinger. Øvingen leveres ikke, men veiledning og registrering skjer på øvingstimer i uka 19.04.17-25.04.17.

Oppgavene finnes i boka *Flervariabel analyse med lineær algebra* av T.Lindstrøm og K.Hveberg. Se henvisningen i parentes.