Flerdimensjonal analyse (MA1103)

Øving 1

Oppgave 1 (1.2: 3)

Finn vinkelen mellom vektorene $(1, 2, 3)$ og $(-1, 0, 1)$.

Oppgave 2 (1.2: 11)

Vis at dersom $\mathbf{a}$ står normalt på både $\mathbf{b}$ og $\mathbf{c}$, så står $\mathbf{a}$ normalt på $\mathbf{b} + \mathbf{c}$.

Oppgave 3 (1.2: 18)

Finn en parameterfremstilling av linjen som går gjennom punktet $(-1, -1, 2)$ og er parallel med $(2, 3, 1)$.

Oppgave 4 (1.4: 1)

Regn ut $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ når

a) $\mathbf{a} = (-1, 3, 2)$, $\mathbf{b} = (-2, 1, 7)$,

b) $\mathbf{a} = (4, -3, 1)$, $\mathbf{b} = (-6, 1, 0)$.

Oppgave 5 (1.4: 3)

En trekant har hjørner i punktene $(0, -1, 2)$, $(2, -1, 4)$ og $(3, 0, 4)$. Finn arealet.

Oppgave 6 (1.4: 4)

Finn en vektor som står normalt på både $(2, 0, 3)$ og $(-1, 3, 4)$.

Oppgave 7 (1.4: 8)

Finn en ligning for planet som går gjennom punktene $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$, $\mathbf{b} = (2, 3, 0)$, $\mathbf{c} = (2, 1, -1)$.

Oppgave 8 (1.8: 10)

Regn ut determinantene:

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix} \qquad \text{b)} \begin{vmatrix} -2 & 4 & 0 \\ -2 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix} \qquad \text{c)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 4 \\ 3 & -3 & -1 \end{vmatrix}$$

Oppgave 9 (1.8: 11)

Finn volumet til parallellepipedet utspent av $(-1, 0, 2)$, $(3, -1, 3)$ og $(4, 0, -1)$.

Oppgave 10 (***A*** 1.8: 17)

I denne oppgaven er $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ og $\mathbf{d}$ tre-dimensjonale vektrorer.

a) Vis at dersom to av vektorene $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ er like, så er $\det(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = 0$.

b) Vis at for alle vektorer $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{d}$ og alle skalarer s, t gjelder

$$\det(s\mathbf{a} + t\mathbf{d}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = s \det(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) + t \det(\mathbf{d}, \mathbf{b}, \mathbf{c}).$$

c) Vi sier at en vektor $\mathbf{a}$ er en *linearkombinasjon* av vektorene $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ dersom det finnes skalarer s, t slik at $\mathbf{a} = s\mathbf{b} + t\mathbf{c}$. Bruk a) og b) til å vise at dersom $\mathbf{a}$ er en linearkombinasjon av $\mathbf{b}$ og $\mathbf{c}$, så er $\det(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = 0$.

d) Gi en geometrisk forklaring på resultatet i c).

A: Denne oppgave er en ekstra oppgave (frivillig), som er litt mer teoretisk eller omfangsrik.

Oppgavene finnes i boka *Flervariabel analyse med lineær algebra* av T.Lindstrøm og K.Hveberg. Se henvisningen i parentes.