

TMA4150

Vår 2016

Norges teknisk—naturvitenskapelige universitet Institutt for matematiske fag Øving 4

Fra boka:

Seksjon 10: 1, 3, 6, 15, 28, 29, 37, 40 Seksjon 11: 3, 6, 9, 26, 27, 39, 42

Eksamensoppgaver

Vår 2010, oppgave 2

Sommer 2010, oppgave 2 (merk at (d) bruker konseptet "gruppehomomorfi", se seksjon 13)

I Se på $\mathbb{Z}_n^* = \mathbb{Z}_n \setminus \{0\} = \{1, 2, \dots, n-1\}$ og operasjonen \cdot_n (multiplikasjon modulo n).

$$G = \{ a \in \mathbb{Z}_n^* \mid \gcd(\mathbf{a}, \mathbf{n}) = 1 \}.$$

- a) Vis at (G, \cdot_n) er en gruppe av orden $\phi(n)$, hvor ϕ er Eulers phi-funksjon.
- b) Vis at $(\mathbb{Z}_n^*, \cdot_n)$ er en gruppe hvis og bare hvis n er et primtall.