MA1102 - LF Øving 2

T1.2.3) Punkta dannar eit kvadrat med sentrum i origo.

4)

$$\begin{aligned} d((-7,8),(6,-3)) &= \sqrt{13^2+11^2} \\ &= \sqrt{290} \end{aligned}$$

T1.2.6) $(-2,3)\cdot(4,1) = -2\cdot 4 + 3\cdot 1 = -5$. La θ vere vinkelen mellom vektorane. Vi har

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{(-2,3)\cdot(4,1)}{|(-2,3)||(4,1)|} \\ &= \frac{-5}{\sqrt{4+9}\cdot\sqrt{16+1}} \\ &= \frac{-5}{\sqrt{221}} \\ \implies \theta &\approx 1.91 \end{aligned}$$

T1.2.11) Vi tek først ein vektor som står normalt på $\mathbf{d} = (1,2)$, til dømes $(-2,1)$. Så ser vi etter x og y slik at

$$\begin{aligned} \mathbf{a} = (4,3) &= x(1,2) + y(-2,1) \\ \Leftrightarrow x - 2y = 4 &\text{ og } 2x + y = 3 \\ \Leftrightarrow x = 2 &\text{ og } y = -1. \end{aligned}$$

Vi har dermed $\mathbf{a} = (2,4) + (2,-1)$, der $(2,4)$ er parallell med $\mathbf{d}$ og $(2,-1)$ står normalt på $\mathbf{d}$.

T1.2.15) Trekantulikskapen seier at $|\mathbf{c}+\mathbf{b}| \leq |\mathbf{c}| + |\mathbf{b}|$ for vektorar $\mathbf{c}$ og $\mathbf{b}$. La $\mathbf{c} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$. Ifølge Kari får vi då $7 = |\mathbf{a}| = |\mathbf{c}+\mathbf{b}| \leq |\mathbf{c}| + |\mathbf{b}| = 4 + 2$, som ikkje stemmer.

T1.2.17) La $\mathbf{u} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$ og $\mathbf{v} = \mathbf{a} - \mathbf{c}$. Ulikskapen vi skal vise er ekvivalent med

$$\begin{aligned} & |\mathbf{u}| \leq |\text{-}\mathbf{v}| + |\mathbf{b} - \mathbf{c}| \\ \Leftrightarrow\ & |\mathbf{u}| \leq |\mathbf{v}| + |\mathbf{b} - \mathbf{a} + \mathbf{a} - \mathbf{c}| \\ \Leftrightarrow\ & |\mathbf{u}| \leq |\mathbf{v}| + |\mathbf{u} + \mathbf{v}| \end{aligned}$$

som er trekantulikskapen. Den geometriske tolkinga av dette er at det ikkje er lengre å gå direkte frå eit punkt til eit anna enn å gå via eit tredje punkt.

T1.2.22) Ei løysing er

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= (2, -1) + t((3, 8) - (2, -1)) \\ &= (2, -1) + t(1, 9). \end{aligned}$$

A1) $\mathbf{r}(t) = (2\sin t, 3\cos t), \quad t \in \mathbb{R}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(t) &= \mathbf{r}'(t) \\ &= (2\cos t, -3\sin t). \\ v(t) &= |\mathbf{v}(t)| \\ &= \sqrt{(2\cos t)^2 + (-3\sin t)^2} \\ &= \sqrt{4\cos^2 t + 9\sin^2 t} \\ [&= \sqrt{4 + 5\sin^2 t}]. \\ \mathbf{a}(t) &= \mathbf{v}'(t) \\ &= (-2\sin t, -3\cos t). \\ a(t) &= v'(t) \\ &= \left(\sqrt{4 + 5\sin^2 t}\right)'(t) \\ &= \frac{5\sin t\cos t}{\sqrt{4 + 5\sin^2 t}}. \end{aligned}$$

A2) La $x(t) = 2\sin t$ og $y(t) = 3\cos t$. Då er

$$1 = \sin^2 t + \cos^2 t = \frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2}.$$

Kurva er ei ellipse med halvakser $a = 3$ og $b = 2$.

B1) $\mathbf{r}(t) = (4\cosh t, 5\sinh t), \quad t \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}(t) &= \mathbf{r}'(t) \\
&= (4\sinh t, 5\cosh t). \\
v(t) &= |\mathbf{v}(t)| \\
&= \sqrt{(4\sinh t)^2 + (5\cosh t)^2} \\
&= \sqrt{16\sinh^2 t + 25\cosh^2 t} \\
[&= \sqrt{41\sinh^2 t + 25}]. \\
\mathbf{a}(t) &= \mathbf{v}'(t) \\
&= (4\cosh t, 5\sinh t). \\
a(t) &= v'(t) \\
&= \left(\sqrt{41\sinh^2 t + 25}\right)'(t) \\
&= \frac{41\sinh t\cosh t}{\sqrt{41\sinh^2 t + 25}}.
\end{aligned}$$

B2) La $x(t) = 4\cosh t$ og $y(t) = 5\sinh t$. Då er

$$1 = \cosh^2 t - \sinh^2 t = \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{5^2}.$$

Kurva er ein hyperbel med halvakser $a = 4$ og $b = 5$.