संबंध आणि फलने

स्रोताच्या क्रमातील स्वतंत्र PDF वाचन-मसुदा. मूळ शिकवणी, सोडवलेली उदाहरणे, सराव, स्रोत-उत्तरे, स्वमूल्यमापन आणि शब्दसूची येथे एकत्र केली आहेत. नव्याने जोडलेली उत्तरे व स्पष्टीकरणे स्वतंत्रपणे चिन्हांकित आहेत. ही आशय आणि मांडणी तपासण्यासाठीची PDF प्रत आहे; संपूर्ण पुस्तक किंवा पाच-पुस्तकांचा कार्यप्रवाह पूर्ण झाल्याचा दावा नाही.

मूळ इंग्रजी शीर्षक: Relations and Functions

इंडोनेशियन शीर्षक: Relasi dan Fungsi

स्रोत दस्तऐवज: m81373

स्रोत UUID: 59fe6dc4-6e09-4a88-aa1c-b5f72bd79a20

घटक 02–11 मधील अनुवाद वापरले आहेत. घटक 11 हा घटक 01 मधील चार संक्षिप्त स्रोतभागांचा पूर्ण पर्याय आहे; त्यांची दुहेरी मोजणी केलेली नाही आणि जुना घटक बदललेला नाही. उदाहरण व सरावप्रश्नांचे स्थानिक क्रमांक आधीच्या घटकांतील आहेत, पुस्तकाच्या सार्वत्रिक क्रमांकांचे दावे नाहीत; मूळ ओळखचिन्हे आणि स्रोतक्रम निश्चित आहेत.

या विभागाची उद्दिष्टे

या विभागाच्या शेवटी तुम्हाला पुढील गोष्टी करता येतील:

Source: A20:m81373#para-00001

संबंधाचा प्रांत आणि मूल्यसंच शोधणे.

संबंध फलन आहे का ते ठरवणे.

फलनाचे मूल्य काढणे.

Source: A20:m81373#list-00001

सुरुवात करण्यापूर्वी ही पूर्वतयारी चाचणी सोडवा.

पूर्वतयारी 1

$3x - 5$ चे मूल्य $x = -2$ असताना काढा. हा प्रश्न चुकला असेल, तर मूल्य काढण्याचे स्रोत-उदाहरण पुन्हा पाहा.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

-11.

जोडलेली पायरी: $3(-2) - 5 = -6 - 5 = -11$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836299681

पूर्वतयारी 2

$2x^2 - x - 3$ चे मूल्य $x = a$ असताना काढा. हा प्रश्न चुकला असेल, तर मूल्य काढण्याचे स्रोत-उदाहरण पुन्हा पाहा.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

$2a^2 - a - 3$.

येथे a हे अक्षरच दिले आहे; त्याच्या जागी मनाने संख्या निवडू नका.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-idm404421072

पूर्वतयारी 3

सोपे करा: $7x - 1 - 4x + 5$. हा प्रश्न चुकला असेल, तर पदे एकत्र करून सोपे करण्याचे स्रोत-उदाहरण पुन्हा पाहा.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

$3x + 4$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-idm387231616

पुनरावलोकनाचे वरील तीन स्रोत-दुवे m81422 या आधीच्या इंग्रजी विभागाकडे जातात; त्यासाठी इंटरनेट लागते. त्या लक्ष्यांचा मराठी अनुवाद या एकत्रित मसुद्यात नाही. येथे नसलेला मजकूर ऑफलाइन उपलब्ध असल्याचा दावा नाही.

संबंधाचा प्रांत आणि मूल्यसंच शोधा

दैनंदिन जीवनात माहितीचे अनेक घटक किंवा राशी आपल्या नावाशी जोडलेल्या असतात. आपला सामाजिक सुरक्षा क्रमांक, विद्यार्थी ओळख क्रमांक, ईमेल पत्ता, दूरध्वनी क्रमांक आणि जन्मदिनांक आपल्या नावाशी जोडलेले असतात. आपले नाव आणि यांपैकी प्रत्येक घटक यांच्यात संबंध असतो.

Source: A20:m81373#fs-id1167836538118

सामाजिक सुरक्षा क्रमांक हा मूळ स्रोताच्या अमेरिकी संदर्भातील उल्लेख आहे; त्याच्या जागी भारतीय ओळखपत्राचा क्रमांक घातलेला नाही. या गणिती सरावासाठी तुमची खरी वैयक्तिक माहिती लिहिण्याची गरज नाही.

प्राध्यापिकेला तिच्या वर्गातील विद्यार्थ्यांची यादी मिळते तेव्हा सर्व विद्यार्थ्यांची नावे एका स्तंभात असतात आणि पुढच्या स्तंभात बहुधा त्यांचे विद्यार्थी ओळख क्रमांक असतात. या जुळणीचा क्रमित जोड्यांचा संच म्हणून विचार करूया. प्रत्येक जोडीतील पहिला घटक विद्यार्थ्याचे नाव आणि दुसरा घटक त्या विद्यार्थ्याचा ओळख क्रमांक असेल, तर या जुळणीला **संबंध** म्हणतो.

Source: A20:m81373#fs-id1167829921677

(विद्यार्थ्याचे नाव, विद्यार्थी ओळख क्रमांक)

Source: A20:m81373#fs-id1167836418492

वर्गातील सर्व विद्यार्थ्यांच्या नावांच्या संचाला त्या संबंधाचा **प्रांत** म्हणतात. या विद्यार्थ्यांशी जोडलेल्या सर्व विद्यार्थी ओळख क्रमांकांचा संच म्हणजे त्या संबंधाचा मूल्यसंच.

Source: A20:m81373#fs-id1167836547061

एका चलाची दुसऱ्या चलाशी जोडी लावली जाते किंवा जुळणी केली जाते अशा अनेक परिस्थिती असतात. ही जुळणी नोंदवणाऱ्या क्रमित जोड्यांचा संच म्हणजे संबंध.

Source: A20:m81373#fs-id1167833059636

संबंध

संबंध म्हणजे (x, y) अशा क्रमित जोड्यांचा कोणताही संच. या जोड्यांतील सर्व x-मूल्ये मिळून **प्रांत** बनतो. सर्व y-मूल्ये मिळून **मूल्यसंच** बनतो.

Source: A20:m81373#fs-id1167836378970

सोडवलेले उदाहरण 1 · प्रांत आणि मूल्यसंच

{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25)} या संबंधासाठी:

(a) संबंधाचा प्रांत शोधा.

(b) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

उकल पाहा

स्रोतातील उकल

{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25)}

(a) संबंधातील सर्व x-मूल्यांचा संच म्हणजे प्रांत.
प्रांत: {1, 2, 3, 4, 5}.

(b) संबंधातील सर्व y-मूल्यांचा संच म्हणजे मूल्यसंच.
मूल्यसंच: {1, 4, 9, 16, 25}.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836692527

नव्याने जोडलेले स्पष्टीकरण: येथे दिलेल्या पाच क्रमित जोड्याच संबंधात आहेत. संख्यांमध्ये नमुना दिसतो म्हणून आणखी जोड्या किंवा सर्व वास्तविक x-मूल्ये या संबंधात आहेत असे गृहीत धरू नका.

खाली प्रत्येक संबंधात दिलेल्या जोड्याच घ्या; एखादा संख्यात्मक नमुना दिसतो म्हणून प्रांत सर्व वास्तविक संख्या आहे असे मानू नका.

स्वतः सोडवा 1

{(1, 1), (2, 8), (3, 27), (4, 64), (5, 125)} या संबंधासाठी:

(a) संबंधाचा प्रांत शोधा.

(b) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) {1, 2, 3, 4, 5}
(b) {1, 8, 27, 64, 125}

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836629801

स्वतः सोडवा 2

{(1, 3), (2, 6), (3, 9), (4, 12), (5, 15)} या संबंधासाठी:

(a) संबंधाचा प्रांत शोधा.

(b) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) {1, 2, 3, 4, 5}
(b) {3, 6, 9, 12, 15}

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833021555

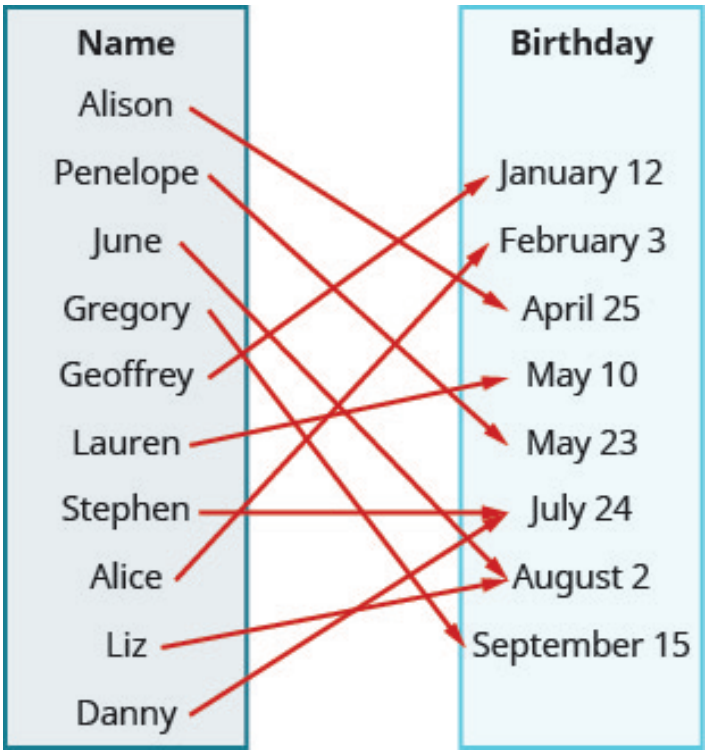
प्रतिचित्रण

संबंध दाखवण्यासाठी कधीकधी **प्रतिचित्रण** वापरतात. बाण प्रांतातील घटक आणि मूल्यसंचातील घटक यांची जुळणी दाखवतात.

Source: A20:m81373#fs-id1167836509402

सोडवलेले उदाहरण 1 · नाव आणि जन्मदिनांक

दाखवलेल्या संबंधाच्या प्रतिचित्रणावरून (a) संबंधातील क्रमित जोड्या लिहा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.



आकृतीचे वर्णन: नावांकडून जन्मदिनांकांकडे बाण: Alison ते 25 एप्रिल; Penelope ते 23 मे; June ते 2 ऑगस्ट; Gregory ते 15 सप्टेंबर; Geoffrey ते 12 जानेवारी; Lauren ते 10 मे; Stephen ते 24 जुलै; Alice ते 3 फेब्रुवारी; Liz ते 2 ऑगस्ट; Danny ते 24 जुलै.

मूळ लेबलांची किल्ली: Name = नाव; Birthday = जन्मदिनांक. मूळ इंग्रजी आकृतीतील नावे, दिनांक आणि बाण बदललेले नाहीत.

उकल पाहा

स्रोतातील उकल

(a) बाण व्यक्ती आणि तिचा जन्मदिनांक यांची जुळणी दाखवतो. व्यक्तीचे नाव हे x-मूल्य आणि तिचा जन्मदिनांक हे y-मूल्य घेऊन क्रमित जोड्या तयार करतो.

{(Alison, 25 एप्रिल), (Penelope, 23 मे), (June, 2 ऑगस्ट), (Gregory, 15 सप्टेंबर), (Geoffrey, 12 जानेवारी), (Lauren, 10 मे), (Stephen, 24 जुलै), (Alice, 3 फेब्रुवारी), (Liz, 2 ऑगस्ट), (Danny, 24 जुलै)}

(b) संबंधातील सर्व x-मूल्यांचा संच म्हणजे प्रांत.

{Alison, Penelope, June, Gregory, Geoffrey, Lauren, Stephen, Alice, Liz, Danny}

(c) संबंधातील सर्व y-मूल्यांचा संच म्हणजे मूल्यसंच.

{12 जानेवारी, 3 फेब्रुवारी, 25 एप्रिल, 10 मे, 23 मे, 24 जुलै, 2 ऑगस्ट, 15 सप्टेंबर}

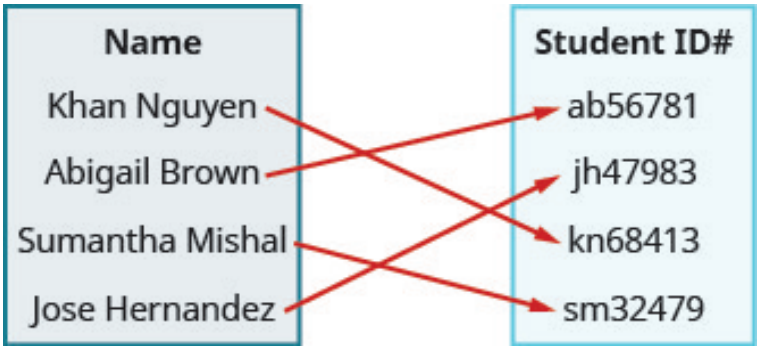
स्रोत-वाचनाची नोंद: इंग्रजी पर्यायी वर्णनात Liz चा बाण चुकीने 24 जुलैकडे असल्याचे म्हटले आहे. मूळ आकृती, स्रोतातील उत्तर आणि इंडोनेशियन आवृत्ती यांत तो 2 ऑगस्टकडे आहे. येथे आकृतीशी जुळणारे वाचन ठेवले आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829683746

स्वतः सोडवा 3

दाखवलेल्या संबंधाच्या प्रतिचित्रणावरून (a) संबंधातील क्रमित जोड्या लिहा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.



आकृतीचे वर्णन: नावे आणि विद्यार्थी ओळख क्रमांक यांची जुळणी: Khan Nguyen ते kn68413; Abigail Brown ते ab56781; Sumantha Mishal ते sm32479; Jose Hernandez ते jh47983.

मूळ लेबलांची किल्ली: Name = नाव; Student ID# = विद्यार्थी ओळख क्रमांक. अक्षरे आणि अंक मिळून बनलेले ओळख क्रमांक जसेच्या तसे ठेवले आहेत. मूळ इंग्रजी आकृतीत पहिल्या नावाचे स्पेलिंग Khan Nguyen आहे.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर · वाचनभेद नोंदवून

(a) (Khan Nguyen, kn68413), (Abigail Brown, ab56781), (Sumantha Mishal, sm32479), (Jose Hernandez, jh47983)
(b) {Khan Nguyen, Abigail Brown, Sumantha Mishal, Jose Hernandez}
(c) {kn68413, ab56781, sm32479, jh47983}

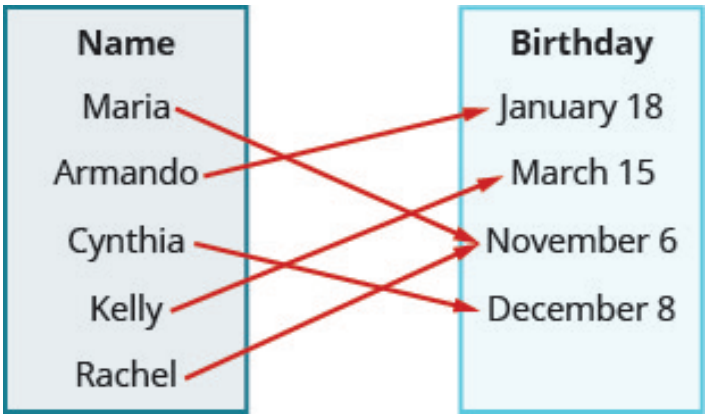
वाचनभेदाची नोंद: इंग्रजी उत्तर व पर्यायी वर्णन, तसेच इंडोनेशियन मजकूर व आकृती यांत Khanh Nguyen आहे; मूळ इंग्रजी आकृतीत Khan Nguyen आहे. येथे दाखवलेल्या मूळ आकृतीशी उत्तर जुळवले आहे. इंग्रजी उत्तरातील Jose Hern and ez हे तुटलेले स्पेलिंग आकृतीनुसार Jose Hernandez केले आहे. ओळख क्रमांक किंवा बाणांची जुळणी बदललेली नाही.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836340432

स्वतः सोडवा 4

दाखवलेल्या संबंधाच्या प्रतिचित्रणावरून (a) संबंधातील क्रमित जोड्या लिहा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.



आकृतीचे वर्णन: नावांकडून जन्मदिनांकांकडे बाण: Maria ते 6 नोव्हेंबर; Armando ते 18 जानेवारी; Cynthia ते 8 डिसेंबर; Kelly ते 15 मार्च; Rachel ते 6 नोव्हेंबर.

मूळ लेबलांची किल्ली: Name = नाव; Birthday = जन्मदिनांक. मूळ इंग्रजी आकृती बदललेली नाही.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर · स्पेलिंगची दुरुस्ती नोंदवून

(a) (Maria, 6 नोव्हेंबर), (Armando, 18 जानेवारी), (Cynthia, 8 डिसेंबर), (Kelly, 15 मार्च), (Rachel, 6 नोव्हेंबर)
(b) {Maria, Armando, Cynthia, Kelly, Rachel}
(c) {6 नोव्हेंबर, 18 जानेवारी, 8 डिसेंबर, 15 मार्च}

दुरुस्तीची नोंद: इंग्रजी मजकुरातील Arm and o ऐवजी मूळ आकृतीतील Armando हे सलग नाव वापरले आहे. इंडोनेशियन आवृत्तीतही Armando आहे. जन्मदिनांक बदललेले नाहीत.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167824754892

संबंध दाखवण्याचा आणखी एक मार्ग म्हणजे आलेख. आलेखावर दाखवलेल्या सर्व बिंदूंच्या क्रमित जोड्यांचा संच म्हणजे तो संबंध. सर्व x-नर्दिशांकांचा संच हा संबंधाचा प्रांत आणि सर्व y-नर्दिशांकांचा संच हा मूल्यसंच असतो. साधारणपणे प्रांत आणि मूल्यसंच या दोन्हींतील संख्या चढत्या क्रमाने लिहितात.

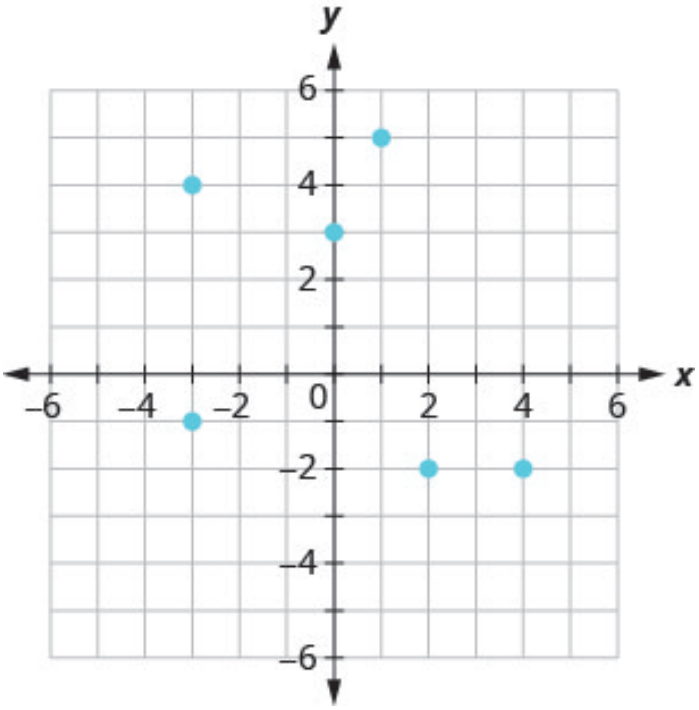
Source: A20:m81373#fs-id1167836532042

क्रमित जोडीतील पहिला निर्देशांक x आणि दुसरा y असतो. खाली फक्त दाखवलेले बिंदू घ्या; ते रेषांनी जोडून नवे बिंदू गृहीत धरू नका. जाळीच्या रेषा या संबंधाचा भाग नाहीत आणि अक्षांवर दिसणारी सर्व मूल्ये म्हणजे प्रांत किंवा मूल्यसंच नव्हेत.

काही स्रोत-उत्तरांतील संच वेगळ्या क्रमाने लिहिले आहेत; येथे तो क्रम जतन केला आहे. संचातील घटकांचा क्रम बदलला तरी संच बदलत नाही.

सोडवलेले उदाहरण 2 · आलेख

संबंधाच्या आलेखावरून (a) संबंधातील क्रमित जोड्या लिहा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.



आकृतीचे वर्णन: x-y प्रतलातील सहा बिंदू: (−3, 4), (−3, −1), (0, 3), (1, 5), (2, −2), (4, −2). दाखवलेल्या चौकटीत दोन्ही अक्षांवरील मूल्ये −6 ते 6 पर्यंत आहेत.

मूळ x आणि y ही अक्षांची नावे कायम आहेत; बिंदू जोडलेले नाहीत.

उकल पाहा

स्रोतातील उकल

(a) संबंधातील क्रमित जोड्या: {(1, 5), (−3, −1), (4, −2), (0, 3), (2, −2), (−3, 4)}.

(b) संबंधातील सर्व x-मूल्यांचा संच म्हणजे प्रांत: {−3, 0, 1, 2, 4}.

−3 पुन्हा येत असले, तरी संचात ते एकदाच लिहिले आहे, हे लक्षात घ्या.

(c) संबंधातील सर्व y-मूल्यांचा संच म्हणजे मूल्यसंच: {−2, −1, 3, 4, 5}.

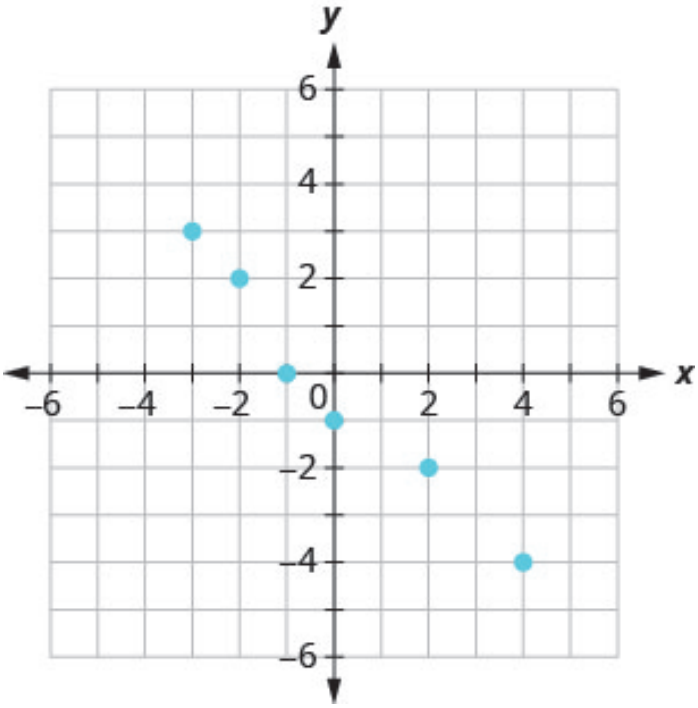
−2 पुन्हा येत असले, तरी संचात ते एकदाच लिहिले आहे, हे लक्षात घ्या.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833057329

स्वतः सोडवा 5

संबंधाच्या आलेखावरून (a) संबंधातील क्रमित जोड्या लिहा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.



आकृतीचे वर्णन: x-y प्रतलातील सहा बिंदू: (−3, 3), (−2, 2), (−1, 0), (0, −1), (2, −2), (4, −4). दाखवलेल्या चौकटीत दोन्ही अक्षांवरील मूल्ये −6 ते 6 पर्यंत आहेत.

मूळ x आणि y ही अक्षांची नावे कायम आहेत. अक्षावर असलेला बिंदूही संबंधात येतो.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) (−3, 3), (−2, 2), (−1, 0), (0, −1), (2, −2), (4, −4)

(b) {−3, −2, −1, 0, 2, 4}

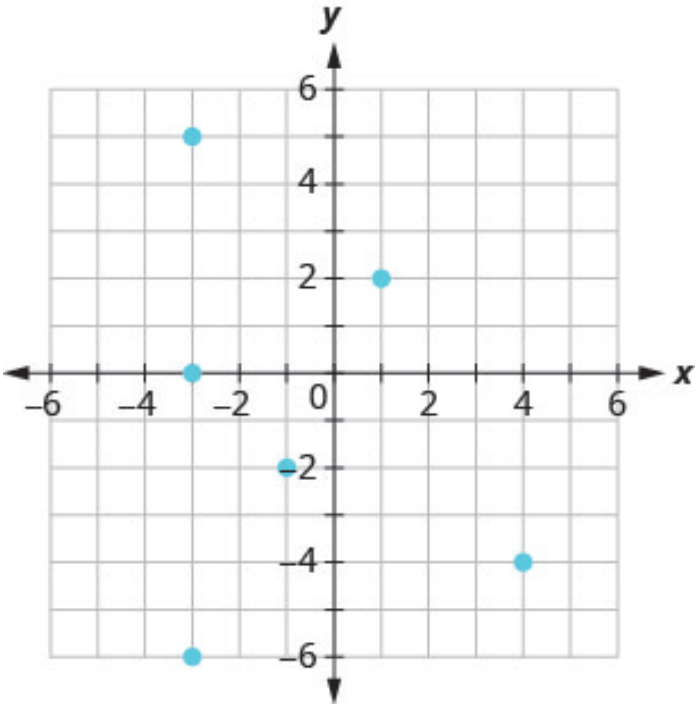
(c) {3, 2, 0, −1, −2, −4}

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829750323

स्वतः सोडवा 6

संबंधाच्या आलेखावरून (a) संबंधातील क्रमित जोड्या लिहा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.



आकृतीचे वर्णन: x-y प्रतलातील सहा बिंदू: (−3, 5), (−3, 0), (−3, −6), (−1, −2), (1, 2), (4, −4). दाखवलेल्या चौकटीत दोन्ही अक्षांवरील मूल्ये −6 ते 6 पर्यंत आहेत; खालच्या कडेवरील (−3, −6) हा बिंदूही दाखवलेला आहे.

मूळ x आणि y ही अक्षांची नावे कायम आहेत. एकच x-मूल्य असलेले वेगवेगळे बिंदू वगळू नका.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) (−3, 0), (−3, 5), (−3, −6), (−1, −2), (1, 2), (4, −4)

(b) {−3, −1, 1, 4}

(c) {−6, 0, 5, −2, 2, −4}

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829738598

संबंध फलन आहे का ते ठरवा

फलन हा संबंधाचा एक विशेष प्रकार गणितात मोठ्या प्रमाणावर आढळतो. आपल्या प्रांतातील प्रत्येक घटकाला मूल्यसंचातील नेमका एक घटक नेमून देणारा संबंध म्हणजे फलन. संबंधातील क्रमित जोड्यांमध्ये प्रत्येक x-मूल्याची केवळ एकाच y-मूल्याशी जुळणी होते.

Source: A20:m81373#fs-id1167826171759

फलन

आपल्या प्रांतातील प्रत्येक घटकाला मूल्यसंचातील नेमका एक घटक नेमून देणारा संबंध म्हणजे **फलन**.

Source: A20:m81373#fs-id1167836614987

याच मसुद्यातील नाव आणि जन्मदिनांकाचे उदाहरण ही व्याख्या समजून घेण्यास मदत करते. प्रत्येक व्यक्तीचा एक जन्मदिनांक असतो; कोणाचेही दोन जन्मदिनांक नसतात. दोन व्यक्तींचा जन्मदिनांक एकच असणे मात्र चालते. Danny आणि Stephen या दोघांचा जन्मदिनांक 24 जुलै, तर June आणि Liz या दोघींचा जन्मदिनांक 2 ऑगस्ट असणे चालते. प्रत्येक व्यक्तीचा नेमका एक जन्मदिनांक असल्याने याच मसुद्यातील त्या उदाहरणातील संबंध हे फलन आहे.

Source: A20:m81373#fs-id1167836532939

याच मसुद्यातील आलेखाच्या उदाहरणात दाखवलेल्या संबंधात (−3, −1) आणि (−3, 4) या क्रमित जोड्या आहेत. फलनात असे चालते का? नाही; हे एकाच व्यक्तीचे दोन वेगवेगळे जन्मदिनांक असण्यासारखे आहे.

Source: A20:m81373#fs-id1167836601426

वरील तीन संदर्भ आता याच एकत्रित मराठी मसुद्यातील मूळ ओळखचिन्हांच्या लक्ष्यांकडे जातात. आधीच्या घटकांतील इंग्रजी स्रोत-दुवेही मागोव्यासाठी स्वतंत्र गुणधर्मात जतन केले आहेत.

वरील संचांत दिलेल्या जोड्याच घ्या. एखादा संख्यात्मक नमुना दिसतो म्हणून आणखी जोड्या किंवा सर्व वास्तविक x-मूल्ये गृहीत धरू नका. वेगवेगळ्या आदानांना एकच प्रदान मिळणे चालते; एकाच आदानाला दोन वेगवेगळी प्रदाने मिळणे चालत नाही. संचातील घटकांचा क्रम बदलला तरी संच बदलत नाही.

सोडवलेले उदाहरण 1 · क्रमित जोड्या

क्रमित जोड्यांचा संच वापरून (i) संबंध फलन आहे का ते ठरवा, (ii) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (iii) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

(a) {(−3, 27), (−2, 8), (−1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 8), (3, 27)}

(b) {(9, −3), (4, −2), (1, −1), (0, 0), (1, 1), (4, 2), (9, 3)}

उकल पाहा

स्रोतातील उकल

(a) {(−3, 27), (−2, 8), (−1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 8), (3, 27)}

(i) प्रत्येक x-मूल्याची केवळ एकाच y-मूल्याशी जुळणी होते. म्हणून हा संबंध फलन आहे.

(ii) संबंधातील सर्व x-मूल्यांचा संच म्हणजे प्रांत.
प्रांत: {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}.

(iii) संबंधातील सर्व y-मूल्यांचा संच म्हणजे मूल्यसंच. एकच मूल्य दोनदा लिहीत नाही, हे लक्षात घ्या.
मूल्यसंच: {27, 8, 1, 0}.

(b) {(9, −3), (4, −2), (1, −1), (0, 0), (1, 1), (4, 2), (9, 3)}

(i) 9 या x-मूल्याची 3 आणि −3 या दोन y-मूल्यांशी जुळणी होते. म्हणून हा संबंध फलन नाही.

(ii) संबंधातील सर्व x-मूल्यांचा संच म्हणजे प्रांत. एकच मूल्य दोनदा लिहीत नाही, हे लक्षात घ्या.
प्रांत: {0, 1, 4, 9}.

(iii) संबंधातील सर्व y-मूल्यांचा संच म्हणजे मूल्यसंच.
मूल्यसंच: {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829719636

स्वतः सोडवा 1

क्रमित जोड्यांचा संच वापरून (i) संबंध फलन आहे का ते ठरवा, (ii) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (iii) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

(a) {(−3, −6), (−2, −4), (−1, −2), (0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6)}

(b) {(8, −4), (4, −2), (2, −1), (0, 0), (2, 1), (4, 2), (8, 4)}

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) होय, फलन आहे. प्रांत: {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}; मूल्यसंच: {−6, −4, −2, 0, 2, 4, 6}.
(b) नाही, फलन नाही. प्रांत: {0, 2, 4, 8}; मूल्यसंच: {−4, −2, −1, 0, 1, 2, 4}.

जोडलेले कारण: (a) मध्ये प्रत्येक पहिल्या घटकाला नेमका एक दुसरा घटक मिळतो. (b) मध्ये, उदाहरणार्थ, (2, −1), (2, 1) या दोन जोड्यांतील आदान एकच आहे.

स्रोत-दुरुस्ती: इंग्रजी आणि इंडोनेशियन प्रश्नात (iii) साठी “फलनाचा मूल्यसंच” म्हटले आहे. भाग (b) फलन नसल्यामुळे येथे “संबंधाचा मूल्यसंच” असा अचूक शब्दप्रयोग केला आहे; प्रश्नातील जोड्या बदललेल्या नाहीत.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829742590

स्वतः सोडवा 2

क्रमित जोड्यांचा संच वापरून (i) संबंध फलन आहे का ते ठरवा, (ii) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (iii) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

(a) {(27, −3), (8, −2), (1, −1), (0, 0), (1, 1), (8, 2), (27, 3)}

(b) {(7, −3), (−5, −4), (8, 0), (0, 0), (−6, 4), (−2, 2), (−1, 3)}

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर · मूल्यसंचाची नोंद दुरुस्त करून

(a) नाही, फलन नाही. प्रांत: {0, 1, 8, 27}; मूल्यसंच: {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}.
(b) होय, फलन आहे. प्रांत: {7, −5, 8, 0, −6, −2, −1}; मूल्यसंच: {−3, −4, 0, 4, 2, 3}.

स्रोत-दुरुस्ती: इंग्रजी उत्तरात भाग (a) च्या मूल्यसंचात 1 ऐवजी 2 पुन्हा छापले आहे. दिलेल्या जोड्यांत (1, −1), (1, 1) आहेत; म्हणून 1 हे y-मूल्य वगळता येत नाही. इंडोनेशियन उत्तरातील दुरुस्त मूल्यसंच येथे ठेवला आहे. याच दोन जोड्या संबंध फलन नसल्याचेही दाखवतात. भाग (b) मध्ये प्रत्येक x-मूल्य वेगळे आहे; 0 हे y-मूल्य दोनदा आल्याने फलनाची अट मोडत नाही.

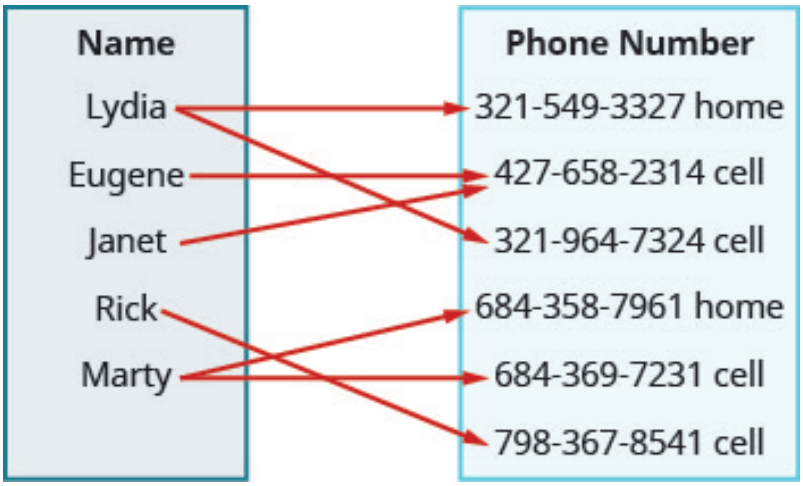
प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836362682

दूरध्वनी क्रमांकांतील आडव्या खुणा हे क्रमांकाच्या लेखनातील विभाजक आहेत; त्या वजाबाकीच्या खुणा नाहीत. खालील नावे, क्रमांक आणि दूरचित्रवाणी कार्यक्रम ही मूळ स्रोताने दिलेली उदाहरणातील माहिती आहे. तिचे सध्याचे वास्तव म्हणून वाचन करू नका; कोणालाही दूरध्वनी करण्याची किंवा स्वतःची वैयक्तिक माहिती देण्याची गरज नाही.

सोडवलेले उदाहरण 2 · नाव आणि दूरध्वनी क्रमांक

प्रतिचित्रण वापरून (a) संबंध फलन आहे का ते ठरवा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.



आकृतीचे वर्णन: नावांकडून दूरध्वनी क्रमांकांकडे बाण: Lydia ते 321-549-3327 घरचा आणि 321-964-7324 भ्रमणध्वनी; Eugene ते 427-658-2314 भ्रमणध्वनी; Janet ते 427-658-2314 भ्रमणध्वनी; Rick ते 798-367-8541 भ्रमणध्वनी; Marty ते 684-358-7961 घरचा आणि 684-369-7231 भ्रमणध्वनी.

मूळ लेबलांची किल्ली: Name = नाव; Phone Number = दूरध्वनी क्रमांक; home = घरचा; cell = भ्रमणध्वनी. नावे, क्रमांक आणि बाण मूळ इंग्रजी आकृतीप्रमाणे आहेत.

उकल पाहा

स्रोतातील उकल

(a) Lydia आणि Marty या दोघांचे प्रत्येकी दोन दूरध्वनी क्रमांक आहेत. त्यामुळे प्रत्येक x-मूल्याची केवळ एकाच y-मूल्याशी जुळणी होते ही अट पूर्ण होत नाही. म्हणून हा संबंध फलन नाही.

(b) संबंधातील सर्व x-मूल्यांचा संच म्हणजे प्रांत. प्रांत: {Lydia, Eugene, Janet, Rick, Marty}.

(c) संबंधातील सर्व y-मूल्यांचा संच म्हणजे मूल्यसंच. मूल्यसंच:

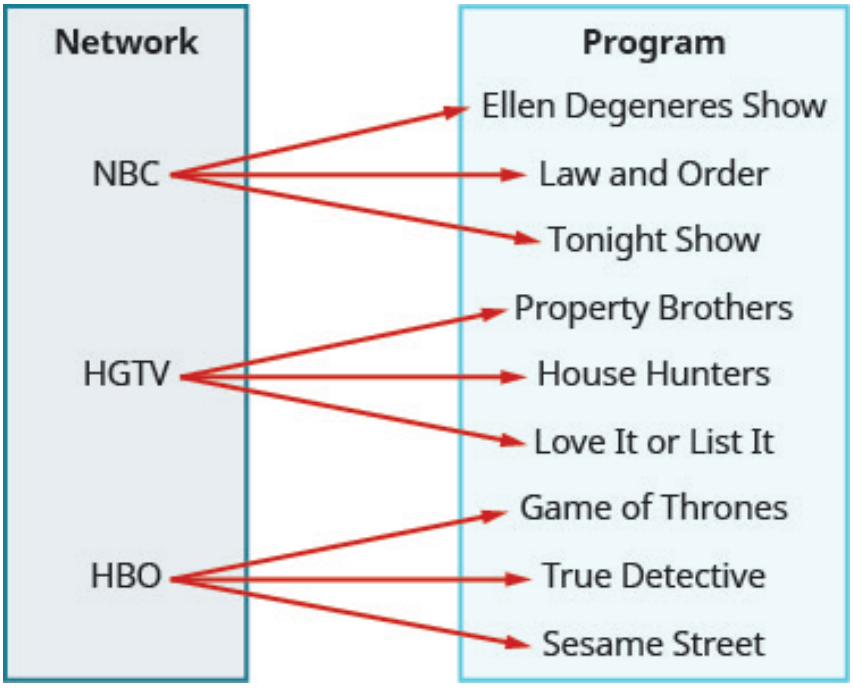
{321-549-3327, 427-658-2314, 321-964-7324, 684-358-7961, 684-369-7231, 798-367-8541}

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836539582

स्वतः सोडवा 3

प्रतिचित्रण वापरून (a) संबंध फलन आहे का ते ठरवा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.



आकृतीचे वर्णन: दूरचित्रवाणी वाहिन्यांकडून कार्यक्रमांकडे बाण: NBC ते Ellen Degeneres Show, Law and Order, Tonight Show; HGTV ते Property Brothers, House Hunters, Love It or List It; HBO ते Game of Thrones, True Detective, Sesame Street. प्रत्येक वाहिनीकडून तीन वेगवेगळ्या कार्यक्रमांकडे बाण आहेत.

मूळ लेबलांची किल्ली: Network = दूरचित्रवाणी वाहिनी; Program = कार्यक्रम. कार्यक्रमांची नावे भाषांतरित न करता मूळ आकृतीतील नावांशी जुळवली आहेत.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) नाही, फलन नाही.

(b) प्रांत: {NBC, HGTV, HBO}.

(c) मूल्यसंच: {Ellen Degeneres Show, Law and Order, Tonight Show, Property Brothers, House Hunters, Love It or List It, Game of Thrones, True Detective, Sesame Street}.

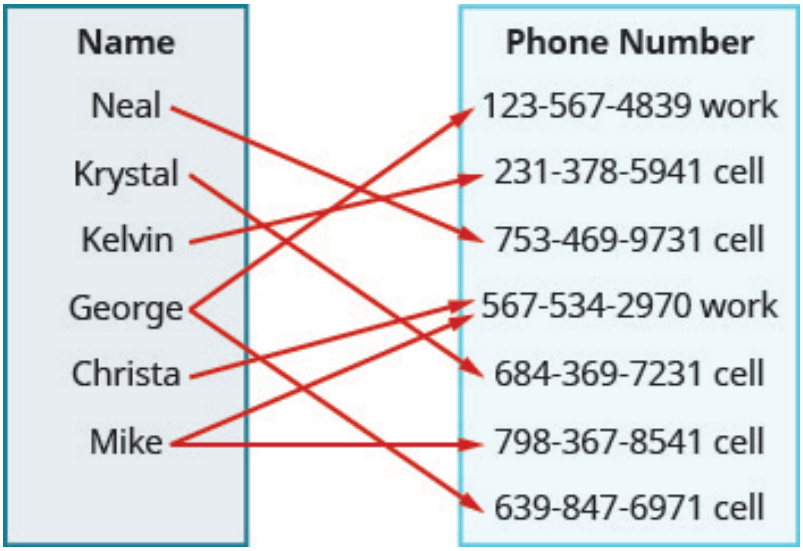
जोडलेले कारण: प्रत्येक वाहिनीशी एकाहून अधिक कार्यक्रम जोडले आहेत. नावाची नोंद: इंग्रजी उत्तरातील “Love it or List it” याऐवजी दोन्ही स्रोत-आकृत्यांत दिसणारे “Love It or List It” हे मोठ्या-लहान अक्षरांचे रूप ठेवले आहे; कार्यक्रम बदललेला नाही.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836378848

स्वतः सोडवा 4

प्रतिचित्रण वापरून (a) संबंध फलन आहे का ते ठरवा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.



आकृतीचे वर्णन: नावांकडून दूरध्वनी क्रमांकांकडे बाण: Neal ते 753-469-9731 भ्रमणध्वनी; Krystal ते 684-369-7231 भ्रमणध्वनी; Kelvin ते 231-378-5941 भ्रमणध्वनी; George ते 123-567-4839 कामाचा आणि 639-847-6971 भ्रमणध्वनी; Christa ते 567-534-2970 कामाचा; Mike ते 567-534-2970 कामाचा आणि 798-367-8541 भ्रमणध्वनी.

मूळ लेबलांची किल्ली: Name = नाव; Phone Number = दूरध्वनी क्रमांक; work = कामाचा; cell = भ्रमणध्वनी. सर्व बाण आणि क्रमांक मूळ इंग्रजी आकृतीतून वाचले आहेत; आकृती बदललेली नाही.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर · क्रमांकांची नोंद दुरुस्त करून

(a) नाही, फलन नाही.
(b) प्रांत: {Neal, Krystal, Kelvin, George, Christa, Mike}.
(c) मूल्यसंच: {123-567-4839 कामाचा, 231-378-5941 भ्रमणध्वनी, 753-469-9731 भ्रमणध्वनी, 567-534-2970 कामाचा, 684-369-7231 भ्रमणध्वनी, 798-367-8541 भ्रमणध्वनी, 639-847-6971 भ्रमणध्वनी}.

स्रोत-दुरुस्ती: इंग्रजी पर्यायी वर्णनात पहिला क्रमांक 123-567-4389 असा आहे, पण दोन्ही आकृत्यांत आणि स्रोत-उत्तरात 123-567-4839 आहे. इंग्रजी उत्तरात तिसरा क्रमांक 743-469-9731 असा छापला आहे, पण दोन्ही आकृत्यांत आणि इंडोनेशियन उत्तरात 753-469-9731 आहे. येथे आकृत्यांशी जुळणारे क्रमांक ठेवले आहेत.

जोडलेले कारण: George आणि Mike या दोघांकडून प्रत्येकी दोन वेगवेगळ्या क्रमांकांकडे बाण जातात. संबंध फलन नसल्याचे ठरवण्यासाठी यांपैकी एक उदाहरणही पुरेसे आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836511080

बीजगणितात फलने बहुतेकदा समीकरणांनी दर्शवली जातात. समीकरणातून y वेगळे काढल्यावर ते फलन ठरवते का हे पाहणे सोपे जाते. प्रत्येक x-मूल्यापासून केवळ एकच y-मूल्य मिळत असेल, तर ते समीकरण फलन ठरवते.

Source: A20:m81373#fs-id1167836568027

पुढील समीकरणांमध्ये x हा स्वतंत्र चल आणि y हा अवलंबित चल आहे; दोन्ही चलांची वास्तविक मूल्ये विचारात घेतली आहेत. फलन आहे असे ठरवण्यासाठी प्रत्येक अनुमत आदानाला नेमके एक प्रदान मिळते हे तपासा. फलन नाही हे दाखवण्यासाठी एकाच x ला दोन वेगवेगळी y-मूल्ये मिळणारे एक उदाहरण पुरेसे आहे.

सोडवलेले उदाहरण 3 · समीकरणे

प्रत्येक समीकरण फलन ठरवते का ते ठरवा. x हा स्वतंत्र चल आहे असे माना.

(a) $2x + y = 7$
(b) $y = x^2 + 1$
(c) $x + y^2 = 3$

उकल पाहा

स्रोतातील उकल

(a) $2x + y = 7$

प्रत्येक x-मूल्याला −2 ने गुणून त्यात 7 मिळवले की y-मूल्य मिळते.

$y = -2x + 7$

उदाहरणार्थ, $x = 3$ असताना:

$y = -2 \cdot 3 + 7$

$y = 1$

आपल्याला $x = 3 \Rightarrow y = 1$ असे मिळते. इतर कोणत्याही x-मूल्यासाठीही याच प्रकारे एकच y-मूल्य मिळते. म्हणून हे समीकरण फलन ठरवते.

(b) $y = x^2 + 1$

प्रत्येक x-मूल्याचा वर्ग करून त्यात 1 मिळवले की y-मूल्य मिळते.

$y = x^2 + 1$

उदाहरणार्थ, $x = 2$ असताना:

$y = 2^2 + 1$

$y = 5$

आपल्याला $x = 2 \Rightarrow y = 5$ असे मिळते. इतर कोणत्याही x-मूल्यासाठीही याच प्रकारे एकच y-मूल्य मिळते. म्हणून हे समीकरण फलन ठरवते.

(c)

$x + y^2 = 3$

y असलेले पद एका बाजूला वेगळे काढा.

$y^2 = -x + 3$

$x = 2$ ठेवू.

$y^2 = -2 + 3$

$y^2 = 1$

यामुळे y ची दोन मूल्ये मिळतात: $y = 1$ आणि $y = -1$.

आपण दाखवले की x चे मूल्य 2 असताना y ची 1 आणि -1 अशी दोन वेगवेगळी मूल्ये मिळतात. त्यामुळे प्रत्येक x-मूल्याशी केवळ एकच y-मूल्य संबंधित असण्याची अट पूर्ण होत नाही; हे समीकरण y हे x चे फलन ठरवत नाही.

स्रोत-दुरुस्ती: या शेवटच्या परिच्छेदात इंग्रजी व इंडोनेशियन मजकूर "प्रत्येक x-मूल्यासाठी असेच होईल" असे म्हणतो. ते अचूक नाही. वास्तविक संख्यांत या संबंधाचा प्रांत $x \le 3$ आहे. $x = 3 \Rightarrow y = 0$ येथे एकच मूल्य मिळते; $x > 3$ असताना वास्तविक y-मूल्य मिळत नाही. तरीही प्रांतातील x चे मूल्य 2 असताना दोन y-मूल्ये मिळतात, म्हणून संपूर्ण संबंध फलन नाही. एक योग्य सीमा-मूल्य मिळाल्याने ही अट पूर्ण झालेली ठरत नाही.

आकृती-वाचनाची नोंद: मूळ स्रोतांतील दहा लहान समीकरण-चित्रे प्रत्यक्ष वाचून त्यांच्या पायऱ्या वर मजकूररूपात दिल्या आहेत आणि प्रत्येक चित्राचा मूळ ओळखक्रमांक ठेवला आहे. लाल रंगाने दाखवलेले 3 किंवा 2 हे ठेवलेले मूल्य होते; ते आता समीकरणात स्पष्ट आहे. "$y = 1$" किंवा "$y = 5$" ही येथे विशिष्ट x साठी मिळालेली उत्तरे आहेत; मूळ पर्यायी वर्णनांतील स्थिर रेषा किंवा स्थिर फलनाचा अर्थ येथे अभिप्रेत नाही.

जोडलेले स्पष्टीकरण: y वेगळे काढताना समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंवर समान क्रिया करतो. उदाहरणार्थ पहिल्या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंतून $2x$ वजा केल्यावर y एकटे उरते; तिसऱ्या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंतून x वजा केल्यावर y^2 एकटे उरते.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836683566

स्वतः सोडवा 5

प्रत्येक समीकरण फलन ठरवते का ते ठरवा.

(a) $4x + y = -3$
(b) $x + y^2 = 1$
(c) $y - x^2 = 2$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) होय. (b) नाही. (c) होय.

जोडलेली कारणे: (a) $y = -4x - 3$ असल्याने प्रत्येक वास्तविक x ला एकच y मिळते. (b) $x = 0$ ठेवल्यास $y^2 = 1$, म्हणजे $y = 1$ किंवा $y = -1$; म्हणून फलन नाही. (c) $y = x^2 + 2$ असल्याने प्रत्येक वास्तविक x ला एकच y मिळते.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833379684

स्वतः सोडवा 6

प्रत्येक समीकरण फलन ठरवते का ते ठरवा.

(a) $x + y^2 = 4$
(b) $y = x^2 - 7$
(c) $y = 5x - 4$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) नाही. (b) होय. (c) होय.

जोडलेली कारणे: (a) $x = 0$ ठेवल्यास $y^2 = 4$, म्हणजे $y = 2$ किंवा $y = -2$; म्हणून फलन नाही. (b) मध्ये दिलेल्या x चा वर्ग करून त्यातून 7 वजा करतो. (c) मध्ये दिलेल्या x ला 5 ने गुणून त्यातून 4 वजा करतो. दोन्हींत प्रत्येक वास्तविक x ला एकच y मिळते.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833369174

फलनाचे मूल्य काढा

फलनाला नाव देणे सोयीचे असते. बहुधा f, g, h, F, G किंवा H अशी नावे वापरतो. कोणत्याही फलनात प्रांतातील प्रत्येक x-मूल्यासाठी मूल्यसंचातील अनुरूप y-मूल्य मिळते. f या फलनासाठी हे y-मूल्य f(x) असे लिहितो. याला फलनाचे संकेतलेखन म्हणतात. ते "एफ ऑफ एक्स" किंवा "x या आदानासाठी f चे मूल्य" असे वाचतो. येथे कंस गुणाकार दाखवत नाहीत.

Source: A20:m81373#fs-id1167836315013

फलनाचे संकेतलेखन

$y = f(x)$ या फलनासाठी:

f हे फलनाचे नाव आहे.

x हे प्रांतातील मूल्य आहे.

f(x) हे x या मूल्याला अनुरूप असे मूल्यसंचातील y-मूल्य आहे.

f(x) हे "एफ ऑफ एक्स" किंवा "x या आदानासाठी f चे मूल्य" असे वाचतो.

Source: A20:m81373#fs-id1167824735502

x हा प्रांतातील कोणतेही मूल्य घेऊ शकतो, म्हणून त्याला स्वतंत्र चल म्हणतो. y चे मूल्य x वर अवलंबून असते, म्हणून y ला अवलंबी चल म्हणतो.

Source: A20:m81373#fs-id1167833186483

स्वतंत्र चल आणि अवलंबी चल

y = f(x) या फलनासाठी:

x हा स्वतंत्र चल आहे, कारण तो प्रांतातील कोणतेही मूल्य घेऊ शकतो.

y हा अवलंबी चल आहे, कारण त्याचे मूल्य x वर अवलंबून असते.

Source: A20:m81373#fs-id1167829620795

'कोणतेही मूल्य' म्हणजे दिलेल्या प्रांतातील कोणतेही मूल्य. स्वतंत्र चल म्हटल्याने तो प्रत्यक्ष प्रयोगात आपल्या नियंत्रणात असतोच असे नाही. तसेच x बदलल्यावर y बदललाच पाहिजे, असा अवलंबी चल या शब्दाचा अर्थ नाही. मुख्य संकल्पनांनंतरच्या जोडस्पष्टीकरणात या भेदांची अधिक उजळणी आहे.

x हा चल पहिल्यांदा पाहिला तेव्हा वाटले असेल, तसेच फलनाचे संकेतलेखनही सुरुवातीला थोडे अनोळखी वाटू शकते. ते नवीन असल्यामुळे असे वाटते. जसजसा त्याचा वापर कराल, तसतसे ते परिचयाचे होईल.

Source: A20:m81373#fs-id1167836362234

y = 4x − 5 हे समीकरण पाहू. x = 2 असताना y चे मूल्य काढण्यासाठी समीकरणात x = 2 ठेवून सोपे करतो.

Source: A20:m81373#fs-id1167833051398

स्रोतातील पहिली तीन-पायरी गणना

	$y = 4x - 5$ आकृतीचे वर्णन: y = 4x − 5 हे समीकरण.
x = 2 ठेवा.	$y = 4 \cdot 2 - 5$ आकृतीचे वर्णन: y = 4 · 2 − 5. x च्या जागी ठेवलेला 2 लाल रंगात आहे; मधला बिंदू गुणाकाराचे चिन्ह आहे.
	$y = 3$ आकृतीचे वर्णन: या गणनेत y = 3 मिळते.

मूळ चित्रे बदललेली नाहीत. दुसऱ्या चित्राच्या इंग्रजी पर्यायी वर्णनातील बिघडलेली चिन्हे येथे प्रत्यक्ष चित्रावरून दुरुस्त वाचली आहेत. शेवटच्या चित्राच्या स्रोत-वर्णनातील आडव्या रेषेचा संदर्भ येथे लागू केलेला नाही: y = 3 हे x = 2 साठी मिळालेले मूल्य आहे; सर्व x साठी मूल्य 3 आहे असा त्याचा अर्थ नाही.

Source: A20:m81373#fs-id1167833202337

x = 2 असताना फलनाचे मूल्य 3 आहे.

Source: A20:m81373#fs-id1167829718470

फलनाचे संकेतलेखन वापरूनही हीच कृती करतो. y = 4x − 5 हे समीकरण f(x) = 4x − 5 असे लिहिता येते. x = 2 असताना मूल्य काढण्यासाठी पुढीलप्रमाणे लिहितो:

Source: A20:m81373#fs-id1167836560949

फलनाचे संकेतलेखन वापरून स्रोतातील तीन-पायरी गणना

	$f(x) = 4x - 5$ आकृतीचे वर्णन: f(x) = 4x − 5.
x = 2 ठेवा.	$f(2) = 4 \cdot 2 - 5$ आकृतीचे वर्णन: f(2) = 4 · 2 − 5. उजव्या बाजूला x च्या जागी ठेवलेला 2 लाल रंगात आहे.
	$f(2) = 3$ आकृतीचे वर्णन: f(2) = 3.

मूळ चित्रांतील f, x, y ही अक्षरे आणि गणिती चिन्हे कायम आहेत. f(2) मधील कंस आदान दाखवतात; 4 · 2 मधील बिंदू गुणाकार दाखवतो.

Source: A20:m81373#fs-id1167836326537

x = 2 असताना फलनाचे मूल्य 3 आहे.

Source: A20:m81373#fs-id1167836456485

x चे मूल्य दिले असताना f(x) चे मूल्य शोधण्याच्या या प्रक्रियेला फलनाचे मूल्य काढणे म्हणतात.

Source: A20:m81373#fs-id1167836629682

सोडवलेले उदाहरण 2 · संख्यात्मक आणि चलयुक्त आदाने

$f(x) = 2x^2 + 3x - 1$ या फलनासाठी पुढील मूल्ये काढा.

(a) f(3) · (b) f(−2) · (c) f(a)

उकल पाहा

स्रोतातील संपूर्ण उकल

(a)

f(3) काढण्याच्या स्रोत-पायऱ्या

स्पष्टीकरण	गणना
	$f(x) = 2x^2 + 3x - 1$
f(3) काढण्यासाठी x च्या जागी 3 ठेवा.	$f(3) = 2(3)^2 + 3 \cdot 3 - 1$
सोपी करा.	$f(3) = 2 \cdot 9 + 3 \cdot 3 - 1$
	$f(3) = 18 + 9 - 1$
	$f(3) = 26$

(b)

f(−2) काढण्याच्या स्रोत-पायऱ्या

स्पष्टीकरण	गणना
	$f(x) = 2x^2 + 3x - 1$
f(−2) काढण्यासाठी x च्या जागी −2 ठेवा.	$f(-2) = 2(-2)^2 + 3(-2) - 1$
सोपी करा.	$f(-2) = 2 \cdot 4 + (-6) - 1$
	$f(-2) = 8 + (-6) - 1$
	$f(-2) = 1$

(c)

f(a) काढण्याच्या स्रोत-पायऱ्या

स्पष्टीकरण	गणना
	$f(x) = 2x^2 + 3x - 1$
f(a) काढण्यासाठी x च्या जागी a ठेवा.	$f(a) = 2(a)^2 + 3 \cdot a - 1$
सोपी करा.	$f(a) = 2a^2 + 3a - 1$

प्रश्नाकडे परत

नव्याने जोडलेले स्पष्टीकरण: प्रतिस्थापन करताना ऋण आदान कंसात ठेवा; वर्गाचा घात संपूर्ण कंसातील संख्येला लागू होतो. फलनाचे मूल्य काढणे आणि समीकरणाची उकल शोधणे या वेगळ्या क्रिया आहेत. या प्रश्नात दिलेले आदान ठेवून मूल्य काढायचे आहे; अज्ञात आदान शोधायचे नाही.

स्रोत-आवृत्तीची नोंद: (c) मधील प्रतिस्थापनाच्या इंग्रजी चित्रात $2(a)^2 + 3 \cdot a - 1$ अशी मधली पायरी आहे. इंडोनेशियन पुनर्रेखाटनात ती आधीच $2a^2 + 3a - 1$ अशी सोपी केलेली दिसते. दोन्ही गणिती अर्थांनी समान आहेत; येथे इंग्रजी मूळ पायरी आणि त्यानंतरची सोपी केलेली पायरी स्वतंत्रपणे जतन केली आहे.

Source: A20:m81373#fs-id1167836521479

पुढील प्रत्येक प्रश्नात त्याच प्रश्नात दिलेले फलन वापरा; f हे नाव पुन्हा आले तरी सूत्र बदलू शकते. या सरावातील सूत्रांसाठी प्रांताची वेगळी मर्यादा दिलेली नाही; येथे नेहमीप्रमाणे वास्तविक संख्या आदान म्हणून घेतल्या आहेत.

स्वतः सोडवा 1

$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ या फलनासाठी पुढील मूल्ये काढा.

(a) $f(3)$ · (b) $f(-1)$ · (c) $f(t)$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $f(3) = 22$
(b) $f(-1) = 6$
(c) $f(t) = 3t^2 - 2t + 1$

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836388368

स्वतः सोडवा 2

$f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ या फलनासाठी पुढील मूल्ये काढा.

(a) $f(2)$ · (b) $f(-3)$ · (c) $f(h)$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर · गाळलेले अक्षर दुरुस्त करून

(a) $f(2) = 13$
(b) $f(-3) = 3$
(c) $f(h) = 2h^2 + 4h - 3$

दुरुस्तीची नोंद: इंग्रजी स्रोत-उत्तरात (a) मध्ये f गाळलेले असल्याने "(2) = 13" दिसते. प्रश्न आणि गणना यांनुसार येथे $f(2) = 13$ असे लिहिले आहे. इंडोनेशियन उत्तरातही $f(2) = 13$ आहे. हे नवीन उत्तर नाही; मूळ उत्तरातील गाळलेले फलननाव दुरुस्त केले आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167824578714

मागील उदाहरणात x च्या स्थिर मूल्यासाठी $f(x)$ काढले. पुढील उदाहरणात x च्या जागी चल असलेल्या राशी घेऊन $g(x)$ काढायला सांगितले आहे. तीच प्रक्रिया वापरून x च्या जागी दिलेली चलराशी ठेवतो.

Source: A20:m81373#fs-id1167836518536

वरील सोडवलेल्या उदाहरणात $f(a)$ हे अक्षरी आदानही आहे; त्यात फक्त संख्यात्मक आदाने होती असे मानू नका. पुढील उदाहरणात कंसातील संपूर्ण राशी ठेवणे आणि दोन फलन-मूल्यांची बेरीज करणे यांतील फरक स्पष्ट होतो.

सोडवलेले उदाहरण 3 · कंसातील आदान आणि फलन-मूल्यांची बेरीज

$g(x) = 3x - 5$ या फलनासाठी पुढील मूल्ये काढा.

(a) $g(h^2)$ · (b) $g(x + 2)$ · (c) $g(x) + g(2)$

उकल पाहा

स्रोतातील संपूर्ण उकल

(a)

$g(h^2)$ काढण्याच्या स्रोत-पायऱ्या

स्पष्टीकरण	गणना
	$g(x) = 3x - 5$
$g(h^2)$ काढण्यासाठी x च्या जागी h^2 ठेवा.	$g(h^2) = 3h^2 - 5$
	$g(h^2) = 3h^2 - 5$

प्रतिलेखनाची नोंद: मूळ तक्त्याच्या वर्णनात शेवटच्या पायरीसाठी “सोपी करा” असे म्हटले आहे. दोन्ही चित्रांत समीकरण तेच आहे; मधल्या चित्रात ठेवलेले h^2 रंगाने ठळक केले आहे, तर शेवटच्या चित्रात तो रंग नाही. म्हणून दोन्ही मूळ पायऱ्या येथे स्वतंत्र ठेवल्या आहेत.

(b)

$g(x + 2)$ काढण्याच्या स्रोत-पायऱ्या

स्पष्टीकरण	गणना
	$g(x) = 3x - 5$
$g(x + 2)$ काढण्यासाठी x च्या जागी $x + 2$ ठेवा.	$g(x + 2) = 3(x + 2) - 5$
सोपी करा.	$g(x + 2) = 3x + 6 - 5$
	$g(x + 2) = 3x + 1$

(c)

$g(x) + g(2)$ काढण्याच्या स्रोत-पायऱ्या

स्पष्टीकरण	गणना
	$g(x) = 3x - 5$
$g(x) + g(2)$ काढण्यासाठी आधी $g(2)$ काढा.	$g(2) = 3 \cdot 2 - 5$
	$g(2) = 1$
आता $g(x) + g(2)$ काढा.	$g(x) + g(2) = 3x - 5 + 1$ चित्रातील खालच्या कंसांची खूण: $3x - 5$ हा भाग $g(x)$ मधून येतो, आणि 1 हे मूल्य $g(2)$ मधून येते.
सोपी करा.	$g(x) + g(2) = 3x - 5 + 1$
	$g(x) + g(2) = 3x - 4$

(b) आणि (c) या भागांतील फरक लक्षात घ्या. आपल्याला $g(x + 2) = 3x + 1$ आणि $g(x) + g(2) = 3x - 4$ मिळते. म्हणून $g(x + 2) \neq g(x) + g(2)$ हे दिसते.

प्रश्नाकडे परत

नव्याने जोडलेले स्पष्टीकरण: (b) मध्ये कंसातील संपूर्ण $x + 2$ हे आदान आहे; (c) मध्ये $g(x)$ आणि $g(2)$ या दोन फलन-मूल्यांची बेरीज आहे. वरील असमानता या दिलेल्या g फलनासाठी आहे; ती प्रत्येक फलनाचा सार्वत्रिक नियम नाही.

Source: A20:m81373#fs-id1167829859398

स्वतः सोडवा 3

$g(x) = 4x - 7$ या फलनासाठी पुढील मूल्ये काढा.

(a) $g(m^2)$ · (b) $g(x - 3)$ · (c) $g(x) - g(3)$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $4m^2 - 7$
(b) $4x - 19$
(c) $4x - 12$

(b) मध्ये संपूर्ण $x - 3$ हे आदान आहे. (c) मध्ये आधी $g(x)$ आणि $g(3)$ ही दोन मूल्ये घेऊन त्यांची वजाबाकी करायची आहे. ही दोन वेगळी गणिती कामे आहेत.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836730594

स्वतः सोडवा 4

$h(x) = 2x + 1$ या फलनासाठी पुढील मूल्ये काढा.

(a) $h(k^2)$ · (b) $h(x + 1)$ · (c) $h(x) + h(1)$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $2k^2 + 1$
(b) $2x + 3$
(c) $2x + 4$

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167825766170

फलनांच्या साहाय्याने दैनंदिन जीवनातील अनेक परिस्थितींची गणिती मांडणी करता येते.

Source: A20:m81373#fs-id1167836283159

सोडवलेले उदाहरण · सिल्व्हियाचे ईमेल

सिल्व्हियाच्या (Sylvia) खात्यात 75 न वाचलेले ईमेल आहेत. ही संख्या दररोज 10 ने वाढते. $N(t) = 75 + 10t$ हे फलन ईमेलची संख्या N आणि दिवसांत मोजलेला कालावधी t यांतील संबंध दर्शवते.

(a) स्वतंत्र चल आणि अवलंबी चल कोणते आहेत?

(b) N(5) काढा. या उत्तराचा अर्थ स्पष्ट करा.

स्रोत-उत्तर पाहा

उकल करण्याची प्रक्रिया

(a) न वाचलेल्या ईमेलची संख्या ही दिवसांच्या संख्येचे फलन आहे. न वाचलेल्या ईमेलची संख्या दिवसांच्या संख्येवर अवलंबून आहे. म्हणून t हा स्वतंत्र चल (independent variable) आणि N हा अवलंबी चल (dependent variable) आहे.

(b) N(5) काढा. या उत्तराचा अर्थ स्पष्ट करा.

N(5) काढण्याच्या संपूर्ण स्रोत-पायऱ्या

स्पष्टीकरण	गणना
	$N(t) = 75 + 10t$
येथे $t = 5$ ठेवा.	$N(5) = 75 + 10 \cdot 5$
सोपी करा.	$N(5) = 75 + 50$
	$N(5) = 125$

5 ही दिवसांची संख्या असल्यामुळे N(5) म्हणजे 5 दिवसांनंतर न वाचलेल्या ईमेलची संख्या. त्या वेळी खात्यात 125 न वाचलेले ईमेल असतील.

प्रश्नाकडे परत

एकत्रीकरणातील स्रोत-निष्ठेची नोंद: आधीच्या घटक 02 मध्ये मूळ तक्त्याची पहिली सूत्र-ओळ प्रश्नातील सूत्राशी एकत्र आली होती आणि तक्ता तीन गणना-परिच्छेदांत दिला होता. येथे मूळ चार रांगा, पहिल्या माध्यमाचे योग्य स्थान आणि 'सोपी करा' ही स्वतंत्र सूचना पुनर्स्थापित केली आहे. गणित, मूळ स्रोत किंवा ऐतिहासिक घटक 02 बदललेला नाही.

Source: A20:m81373#fs-id1167833158753

जोडस्पष्टीकरण · 75, 10 आणि 125 यांचे अर्थ वेगळे आहेत

सुरुवातीचा क्षण t = 0 धरू. त्यामुळे N(0) = 75 + 10 · 0 = 75. 75 ही प्रारंभिक संख्या; 10 हा दिवसाला होणाऱ्या वाढीचा दर; आणि 125 ही 5 दिवसांनंतरची एकूण संख्या. या 5 दिवसांत वाढलेली संख्या 50 आहे, 125 नाही.

एकके तपासा: 10 ईमेल/दिवस × 5 दिवस = 50 ईमेल. ही वाढ सुरुवातीच्या 75 ईमेलमध्ये मिळवली जाते.

स्रोतामध्ये न वाचलेल्या ईमेलची संख्या दररोज 10 ने वाढते असे दिले आहे. त्यावरून सिल्व्हिया एकही ईमेल वाचत किंवा काढून टाकत नाही, असे ठरत नाही; येथे निव्वळ वाढ दिली आहे. तसेच "स्वतंत्र" याचा येथे आदान असा अर्थ आहे—ते आदान एखाद्याच्या नियंत्रणातच असले पाहिजे असे नाही.

4 · सूत्र, तक्ता आणि प्रांत

पुन्हा सिल्व्हियाचे N(t) = 75 + 10t हे मॉडेल घेऊ. खालील तक्ता मूळ प्रश्नाला जोडलेला आहे. आदान (input) दिवसांत; प्रदान (output) न वाचलेल्या ईमेलच्या संख्येत आहे.

सुरुवातीपासून प्रत्येक पूर्ण दिवसानंतरची मॉडेलनुसार संख्या

t · दिवस	N(t) · ईमेल
0	75
1	85
2	95
3	105
4	115
5	125

प्रत्येक पुढच्या दिवशी प्रदान 10 ने वाढते. केवळ या सहा ओळींवरून नाही, तर दिलेल्या सूत्रावरूनही हे दिसते:

N(t + 1) − N(t) = [75 + 10(t + 1)] − [75 + 10t] = 10

कोणती आदाने परवानगीची?

प्रांत (domain) म्हणजे परवानगी दिलेल्या आदानांचा संच. रोजची नोंद करण्यासाठी या जोडस्पष्टीकरणात आपण सुरुवातीपासून गेलेले पूर्ण दिवस निवडतो: {0, 1, 2, 3, ...}. ही निवड आपण स्पष्टपणे केली आहे; मूळ प्रश्नाने प्रांताचा हा संच लिहून दिलेला नाही. तक्त्यात फक्त पहिल्या सहा नोंदी आहेत; तक्ता इथे थांबतो म्हणून प्रांत 5 वरच संपतो असे नाही. प्रत्यक्ष वापरात मॉडेल किती काळ योग्य राहते, ते वेगळे ठरवावे लागेल.

निवडलेल्या प्रांतातील प्रत्येक t साठी सूत्र नेमके एक N(t) देते. या मॉडेलच्या त्या प्रांतावर मूल्यसंच (range) {75, 85, 95, 105, ...} आहे. सर्व पूर्णांक, किंवा 75 पासून पुढील सर्व वास्तविक संख्या, या संचात नाहीत. मूल्यसंच म्हणजे प्रत्यक्ष मिळणारी मूल्ये; सहप्रांत (codomain) म्हणजे घोषित प्रदानांचा संच—ते दोन्ही समान असतीलच असे नाही.

गणना करता येते, म्हणून अर्थही ठरतो का?

$75 + 10 \cdot 1.25 = 87.5$ ही बीजगणितीय राशीची गणना योग्य आहे. पण निवडलेल्या प्रांतात 1.25 नसल्यामुळे आपल्या फलनाचे N(1.25) हे मूल्य परिभाषित नाही. तसेच 87.5 ही न वाचलेल्या ईमेलची अचूक संख्या असू शकत नाही. अपूर्ण दिवसांवरील सूत्र वापरायचे असल्यास ते सातत्यपूर्ण अंदाजाचे वेगळे मॉडेल म्हणून समजावावे लागेल.

राशीमध्ये −1 ठेवल्यास $75 + 10 \cdot (-1) = 65$ मिळते. परंतु −1 हा निवडलेल्या प्रांताबाहेर आहे, म्हणून या फलनाचे N(−1) हे मूल्यही परिभाषित नाही. “सुरुवातीच्या आदल्या दिवशी नक्की 65 ईमेल होते” असा निष्कर्ष दिलेल्या माहितीवरून काढू नका.

खालील दोन प्रश्नांत प्रत्येक व्यक्तीच्या फलनाचे नाव N आहे, पण ही दोन स्वतंत्र उदाहरणे आहेत. एका उदाहरणाचे सूत्र दुसऱ्यात वापरू नका. उत्तर पाहण्यापूर्वी स्वतः प्रयत्न करा.

स्रोताधारित सराव 1 · ब्रायन

ब्रायनच्या (Bryan) खात्यात 100 न वाचलेले ईमेल आहेत. ही संख्या दररोज 15 ने वाढते. $N(t) = 100 + 15t$ हे फलन ईमेलची संख्या N आणि दिवसांत मोजलेला कालावधी t यांतील संबंध दर्शवते.

(a) स्वतंत्र चल आणि अवलंबी चल ओळखा.

(b) N(7) काढा व त्याचा अर्थ सांगा. उत्तर पाहा

उत्तर

(a) t स्वतंत्र चल; N अवलंबी चल. (b) 205; म्हणजे 7 दिवसांनंतर ब्रायनच्या खात्यातील न वाचलेल्या ईमेलची संख्या.

जोडलेली प्रक्रिया: $N(7) = 100 + 15 \cdot 7 = 100 + 105 = 205$. 105 ही वाढ आहे; 205 ही एकूण संख्या आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833369424

स्रोताधारित सराव 2 · अँथनी

अँथनीच्या (Anthony) खात्यात 110 न वाचलेले ईमेल आहेत. ही संख्या दररोज 25 ने वाढते. $N(t) = 110 + 25t$ हे फलन ईमेलची संख्या N आणि दिवसांत मोजलेला कालावधी t यांतील संबंध दर्शवते.

(a) स्वतंत्र चल आणि अवलंबी चल ओळखा.

(b) N(14) काढा व त्याचा अर्थ सांगा. उत्तर पाहा

उत्तर

(a) t स्वतंत्र चल; N अवलंबी चल. (b) 460; म्हणजे 14 दिवसांनंतर अँथनीच्या खात्यातील न वाचलेल्या ईमेलची संख्या.

जोडलेली प्रक्रिया: N(14) = 110 + 25 · 14 = 110 + 350 = 460. एकक ईमेल आहे, दिवस नाही.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836481611

स्रोतातील अतिरिक्त साधन

संबंध आणि फलने यांवरील अधिक स्पष्टीकरण व सरावासाठी हे ऑनलाइन साधन पाहा.

Introduction to Functions

मूळ दुवा जतन केला आहे. त्यासाठी इंटरनेट लागू शकते; त्याची उपलब्धता किंवा मराठीतील मजकूर तपासलेला नाही. हा घटक वाचण्यासाठी दुवा उघडणे आवश्यक नाही.

Source: A20:m81373#fs-id1167833128952

मुख्य संकल्पना

फलनाचे संकेतलेखन: y = f(x) या फलनासाठी,

f हे फलनाचे नाव आहे.

x हे प्रांतातील मूल्य आहे.

f(x) हे x या मूल्याला अनुरूप असे मूल्यसंचातील y हे मूल्य आहे.
f(x) हे “एफ ऑफ एक्स” किंवा “x या आदानासाठी f चे मूल्य” असे वाचतो.

स्वतंत्र चल आणि अवलंबी चल: y = f(x) या फलनासाठी,

x हा स्वतंत्र चल आहे, कारण तो प्रांतातील कोणतेही मूल्य घेऊ शकतो.

y हा अवलंबी चल आहे, कारण त्याचे मूल्य x वर अवलंबून असते.

Source: A20:m81373#fs-id1167829711772

जोडस्पष्टीकरण · या विधानांचा नेमका अर्थ

येथे प्रांत (domain) हा परवानगीच्या आदानांचा संच आहे. “कोणतेही मूल्य” म्हणजे या प्रांतातील कोणतेही मूल्य; प्रांताबाहेरचे मूल्य नव्हे. आदान (input) हे घेतलेले मूल्य आणि प्रदान (output) हे त्या आदानासाठी मिळालेले मूल्य आहे.

प्रांतातील प्रत्येक आदानासाठी नेमके एक प्रदान असते. दोन वेगवेगळ्या आदानांना एकच प्रदान मिळू शकते. म्हणून x बदलल्यावर y बदललाच पाहिजे, असा “अवलंबी” या शब्दाचा अर्थ नाही.

मूल्यसंच (range) म्हणजे प्रत्यक्ष मिळणाऱ्या प्रदानांचा संच. घोषित प्रदानांचा संच म्हणजे सहप्रांत (codomain); मूल्यसंच आणि सहप्रांत समान असतीलच असे नाही. तसेच f(x) हे संकेतलेखन f आणि x यांचा गुणाकार दर्शवत नाही.

दिलेल्या आदानासाठी फलनाचे मूल्य काढणे आणि समीकरणाची उकल शोधणे या वेगळ्या गोष्टी आहेत. उकल म्हणजे समीकरण खरे करणारे चलाचे मूल्य. पुढील स्रोताधारित सरावात या संकल्पना वापरायच्या आहेत; या लहान आढाव्यात नवीन सरावप्रश्न जोडलेले नाहीत.

सरावातून प्रावीण्य

संबंधाचे प्रांत आणि मूल्यसंच शोधा

Source: A20:m81373#fs-id1167833041789

क्रमित जोडीतील पहिली मूल्ये घेऊन प्रांत (domain), आणि दुसरी मूल्ये घेऊन मूल्यसंच (range) मिळतो. संचात एकच घटक पुन्हा लिहू नका. संबंध फलन नसला तरी त्याचे प्रांत आणि मूल्यसंच शोधता येतात. या गटात संबंध फलन आहे का, हा प्रश्न विचारलेला नाही.

पुढील प्रत्येक संबंधासाठी (a) संबंधाचा प्रांत आणि (b) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

Source: A20:m81373#fs-id1167836701331

प्रश्न 1

{(1, 4), (2, 8), (3, 12), (4, 16), (5, 20)}

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) {1, 2, 3, 4, 5} (b) {4, 8, 12, 16, 20}

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836694560

प्रश्न 2

{(1, −2), (2, −4), (3, −6), (4, −8), (5, −10)}

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

मूळ प्रश्नासाठी येथे उत्तर जोडले आहे; ते मूळ स्रोताने दिलेले उत्तर नाही. (a) प्रांत: {1, 2, 3, 4, 5}. (b) मूल्यसंच: {−2, −4, −6, −8, −10}. दुसरी मूल्ये ऋण आहेत; ऋणचिन्हे जतन करा.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829738657

प्रश्न 3

{(1, 7), (5, 3), (7, 9), (−2, −3), (−2, 8)}

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) {1, 5, 7, −2} (b) {7, 3, 9, −3, 8}

जोडस्पष्टीकरण: −2 हे पहिले मूल्य दोन जोड्यांत आहे; प्रांताच्या संचात ते एकदाच लिहिले आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836289174

प्रश्न 4

{(11, 3), (−2, −7), (4, −8), (4, 17), (−6, 9)}

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) प्रांत: {11, −2, 4, −6}. (b) मूल्यसंच: {3, −7, −8, 17, 9}. प्रांतात 4 एकदाच लिहा; त्याच्याशी जोडलेली −8 आणि 17 ही दोन्ही मूल्ये मूल्यसंचात येतात.

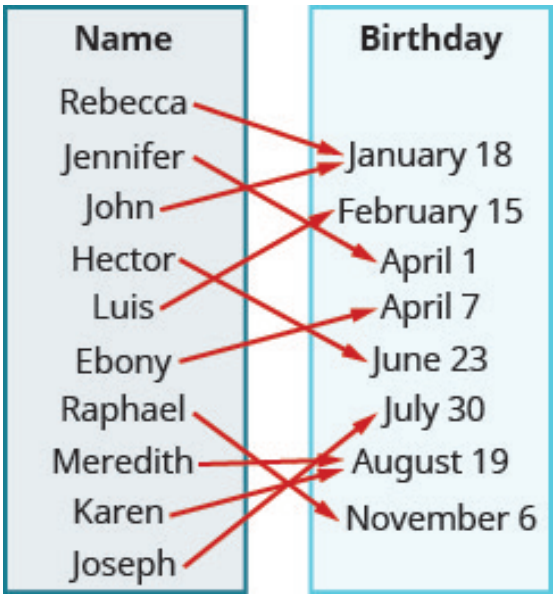
प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836513003

पुढील प्रश्नांत संबंधाच्या प्रतिचित्रणाचा वापर करून (a) संबंधातील क्रमित जोड्या लिहा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

Source: A20:m81373#fs-id1167836309438

प्रश्न 5



आकृतीचे वर्णन: नावांपासून जन्मदिनांकांकडे बाण आहेत: Rebecca ते 18 जानेवारी; Jennifer ते 1 एप्रिल; John ते 18 जानेवारी; Hector ते 23 जून; Luis ते 15 फेब्रुवारी; Ebony ते 7 एप्रिल; Raphael ते 6 नोव्हेंबर; Meredith ते 19 ऑगस्ट; Karen ते 19 ऑगस्ट; Joseph ते 30 जुलै.

मूळ आकृतीतील इंग्रजी लेबलांची किल्ली: Name = नाव; Birthday = जन्मदिनांक. व्यक्तींची मूळ नावे बदललेली नाहीत.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) (Rebecca, 18 जानेवारी), (Jennifer, 1 एप्रिल), (John, 18 जानेवारी), (Hector, 23 जून), (Luis, 15 फेब्रुवारी), (Ebony, 7 एप्रिल), (Raphael, 6 नोव्हेंबर), (Meredith, 19 ऑगस्ट), (Karen, 19 ऑगस्ट), (Joseph, 30 जुलै)

(b) {Rebecca, Jennifer, John, Hector, Luis, Ebony, Raphael, Meredith, Karen, Joseph}

(c) {18 जानेवारी, 1 एप्रिल, 23 जून, 15 फेब्रुवारी, 7 एप्रिल, 6 नोव्हेंबर, 19 ऑगस्ट, 30 जुलै}

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167824736897

प्रश्न 6

आकृतीचे वर्णन: नावांपासून जन्मदिनांकांकडे बाण आहेत: Amy ते 24 फेब्रुवारी; Carol ते 30 मे; Devon ते 5 जानेवारी; Harrison ते 7 जानेवारी; Jackson ते 26 नोव्हेंबर; Labron ते 7 एप्रिल; Mason ते 20 जुलै; Natalie ते 1 मार्च; Paul ते 1 ऑगस्ट; Sylvester ते 13 नोव्हेंबर.

इंग्रजी लेबलांची किल्ली: Name = नाव; Birthday = जन्मदिनांक. व्यक्तींची मूळ नावे कायम आहेत.

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) (Amy, 24 फेब्रुवारी), (Carol, 30 मे), (Devon, 5 जानेवारी), (Harrison, 7 जानेवारी), (Jackson, 26 नोव्हेंबर), (Labron, 7 एप्रिल), (Mason, 20 जुलै), (Natalie, 1 मार्च), (Paul, 1 ऑगस्ट), (Sylvester, 13 नोव्हेंबर)
(b) प्रांत: {Amy, Carol, Devon, Harrison, Jackson, Labron, Mason, Natalie, Paul, Sylvester}.
(c) मूल्यसंच: {24 फेब्रुवारी, 30 मे, 5 जानेवारी, 7 जानेवारी, 26 नोव्हेंबर, 7 एप्रिल, 20 जुलै, 1 मार्च, 1 ऑगस्ट, 13 नोव्हेंबर}. प्रत्येक बाणासाठी नाव आधी आणि दिनांक नंतर लिहा.

प्रश्नाकडे परत

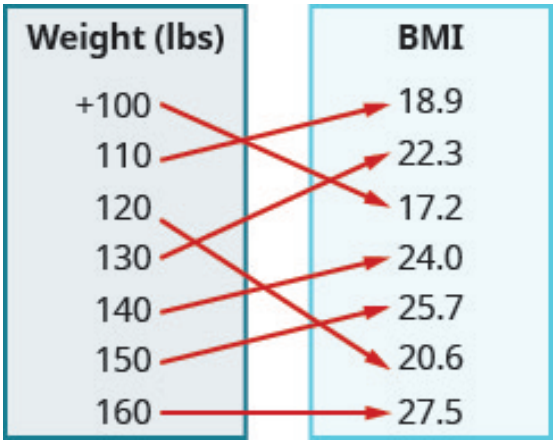
Source: A20:m81373#fs-id1167836600990

जोडलेली दुरुस्ती · पुढील दोन प्रश्नांतील BMI-वषियक शब्दरचना

मूळ स्रोताचे आरोग्यविषयक वर्णन प्रश्नांमध्ये स्पष्टपणे स्रोताचे विधान म्हणून जतन केले आहे. BMI हा उंचीच्या तुलनेतील वजनाचा निर्देशांक आहे; तो शरीरातील चरबीचे थेट मोजमाप नाही. BMI वरूनच एखादी व्यक्ती निरोगी आहे असा निष्कर्ष काढता येत नाही. मुले व किशोरवयीन व्यक्तींसाठी त्याचा अर्थ प्रौढांपेक्षा वेगळ्या पद्धतीने लावतात. येथे फक्त दिलेल्या जोड्यांचा गणिती सराव करायचा आहे; स्वतःच्या आरोग्याचे मूल्यमापन नाही. CDC: BMI विषयी; CDC: अर्थ लावण्याविषयी प्रश्नोत्तरे.

प्रश्न 7

5′4″ उंचीच्या स्त्रीसाठी खालील प्रतिचित्रण संबंधित शरीरद्रव्यमान निर्देशांक (Body Mass Index, BMI) दाखवते. मूळ स्रोतामध्ये BMI चे वर्णन “उंची व वजन यांवर आधारित शरीरातील चरबीचे मोजमाप” असे केले असून 18.5–24.9 हा BMI “निरोगी” मानला आहे. या स्रोत-विधानाविषयी जोडलेली दुरुस्ती वाचा.



आकृतीचे वर्णन: वजन पाउंडमध्ये व संबंधित BMI यांतील बाण: 100 ते 17.2; 110 ते 18.9; 120 ते 20.6; 130 ते 22.3; 140 ते 24.0; 150 ते 25.7; 160 ते 27.5.

इंग्रजी लेबलांची किल्ली: Weight (lbs) = वजन (पाउंडमध्ये); BMI = शरीरद्रव्यमान निर्देशांक. आकृतीतील मूळ एकके व मूल्ये कायम आहेत.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) (+100, 17.2), (110, 18.9), (120, 20.6), (130, 22.3), (140, 24.0), (150, 25.7), (160, 27.5)
(b) {+100, 110, 120, 130, 140, 150, 160}
(c) {17.2, 18.9, 20.6, 22.3, 24.0, 25.7, 27.5}

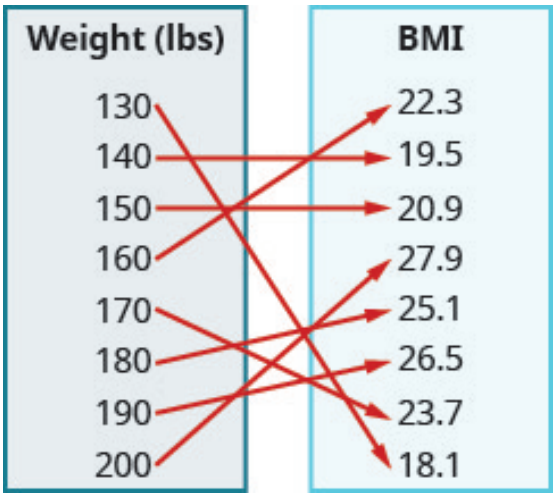
जोडस्पष्टीकरण: इंग्रजी उत्तरातील +100 जतन केले आहे; +100 आणि 100 ही एकच संख्या आहे. येथे दशांशासाठी बिंदू वापरला आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833128978

प्रश्न 8

5′11″ उंचीच्या पुरुषासाठी खालील प्रतिचित्रण संबंधित शरीरद्रव्यमान निर्देशांक (BMI) दाखवते. मूळ स्रोतामध्ये BMI चे वर्णन “उंची व वजन यांवर आधारित शरीरातील चरबीचे मोजमाप” असे केले असून 18.5–24.9 हा BMI “निरोगी” मानला आहे. या स्रोत-विधानाविषयी जोडलेली दुरुस्ती वाचा.



आकृतीचे वर्णन: वजन पाउंडमध्ये व संबंधित BMI यांतील बाण: 130 ते 18.1; 140 ते 19.5; 150 ते 20.9; 160 ते 22.3; 170 ते 23.7; 180 ते 25.1; 190 ते 26.5; 200 ते 27.9.

इंग्रजी लेबलांची किल्ली: Weight (lbs) = वजन (पाउंडमध्ये); BMI = शरीरद्रव्यमान निर्देशांक. 5′11″ म्हणजे 5 फूट 11 इंच; मूळ संकेतलेखन जतन केले आहे.

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) (130, 18.1), (140, 19.5), (150, 20.9), (160, 22.3), (170, 23.7), (180, 25.1), (190, 26.5), (200, 27.9)
(b) प्रांत: {130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200}.
(c) मूल्यसंच: {18.1, 19.5, 20.9, 22.3, 23.7, 25.1, 26.5, 27.9}. प्रांतात पाउंडमध्ये दिलेली वजने येतात; मूल्यसंचात संबंधित BMI-मूल्ये येतात.

प्रश्नाकडे परत

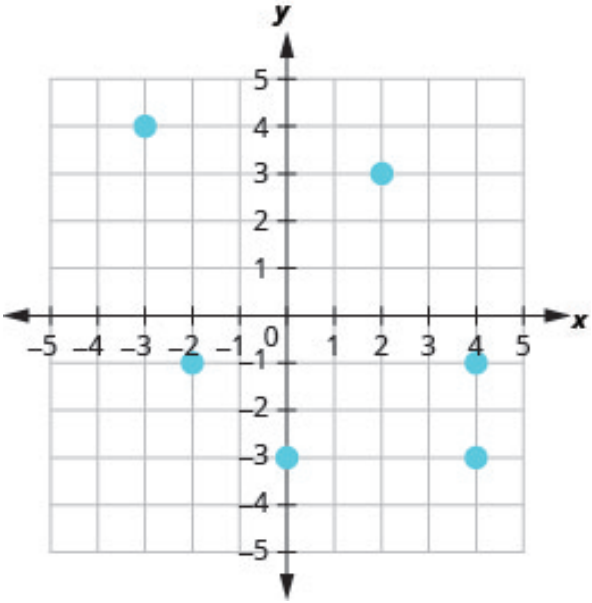
Source: A20:m81373#fs-id1167829590523

पुढील प्रश्नांत संबंधाच्या आलेखाचा वापर करून (a) संबंधातील क्रमित जोड्या लिहा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

Source: A20:m81373#fs-id1167825791209

आडवा अक्ष x आणि उभा अक्ष y आहे. आदिबिंदूच्या उजवीकडे व वर धन दिशा, तर डावीकडे व खाली ऋण दिशा आहे. प्रत्येक बिंदूची जोडी लिहिताना x-नर्दिशांक आधी आणि y-नर्दिशांक नंतर लिहा. या प्रश्नांतील संबंध फक्त दाखवलेल्या बिंदूंचे आहेत; बिंदू जोडून नवीन रेषा किंवा मधले बिंदू संबंधात घालू नका.

प्रश्न 9



आकृतीचे वर्णन: x-y प्रतलावरील सहा बिंदू: (−3, 4), (−2, −1), (0, −3), (2, 3), (4, −1), (4, −3). दोन्ही अक्षांवर −5 ते 5 पर्यंत अंक आहेत.

मूळ x आणि y ही अक्षांची नावे कायम आहेत. फक्त दाखवलेले बिंदू या संबंधात आहेत; अक्षांवरील सर्व बिंदू नाहीत.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) (2, 3), (4, −3), (−2, −1), (−3, 4), (4, −1), (0, −3)

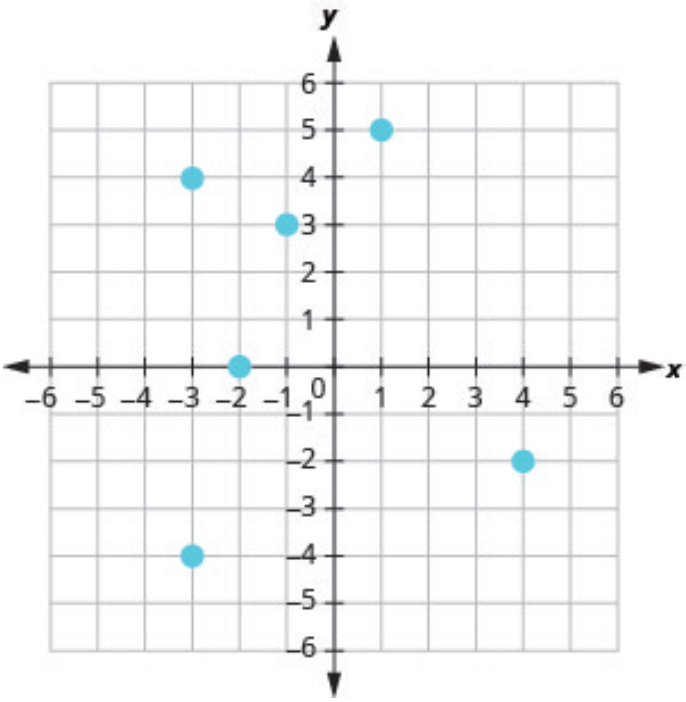
(b) {−3, −2, 0, 2, 4}

(c) {−3, −1, 3, 4}

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836621459

प्रश्न 10



आकृतीचे वर्णन: x-y प्रतलावरील सहा बिंदू: (−3, 4), (−3, −4), (−2, 0), (−1, 3), (1, 5), (4, −2). दोन्ही अक्षांवर −6 ते 6 पर्यंत अंक आहेत.

मूळ x आणि y ही अक्षांची नावे कायम आहेत. एका उभ्या रेषेवर दोन बिंदू असले तरी प्रत्येक बिंदूची जोडी स्वतंत्रपणे नोंदवा.

जोडलेले उत्तर पाहा

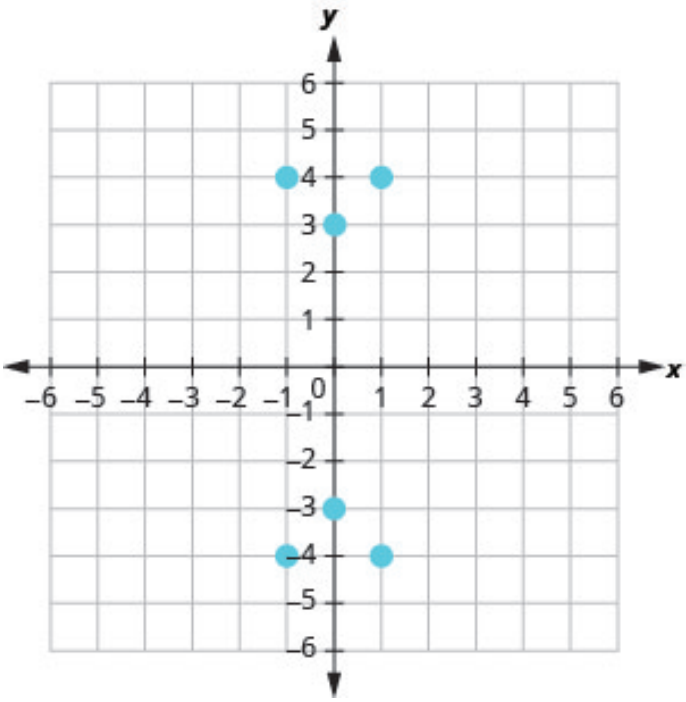
नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) (−3, 4), (−3, −4), (−2, 0), (−1, 3), (1, 5), (4, −2)
(b) प्रांत: {−3, −2, −1, 1, 4}.
(c) मूल्यसंच: {4, −4, 0, 3, 5, −2}. प्रांतात −3 एकदाच येतो.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833274699

प्रश्न 11



आकृतीचे वर्णन: x-y प्रतलावरील सहा बिंदू: (−1, 4), (−1, −4), (0, 3), (0, −3), (1, 4), (1, −4). दोन्ही अक्षांवर −6 ते 6 पर्यंत अंक आहेत.

मूळ x आणि y ही अक्षांची नावे कायम आहेत. संच लिहिताना पुनरावृत्त मूल्ये एकदाच लिहा.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) (1, 4), (1, −4), (−1, 4), (−1, −4), (0, 3), (0, −3)

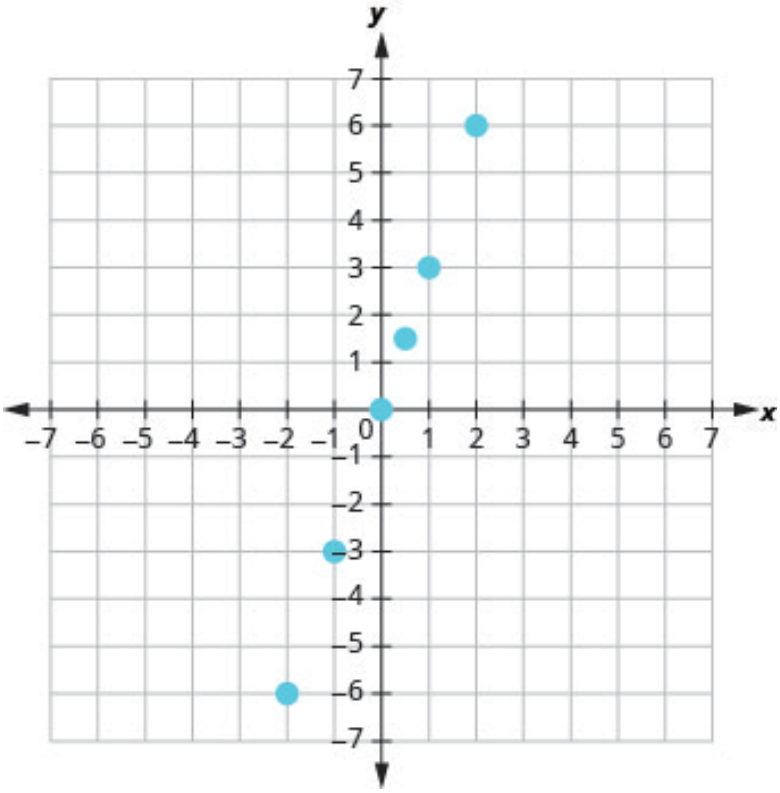
(b) {−1, 0, 1}

(c) {−4, −3, 3, 4}

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836707143

प्रश्न 12



आकृतीचे वर्णन: x-y प्रतलावरील सहा बिंदू: (−2, −6), (−1, −3), (0, 0), (0.5, 1.5), (1, 3), (2, 6). दोन्ही अक्षांवर −7 ते 7 पर्यंत अंक आहेत.

मूळ x आणि y ही अक्षांची नावे कायम आहेत. दशांश निर्देशांक असलेला बिंदूही वाचा; फक्त पूर्णांकांवरील बिंदू घेऊ नका.

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) (−2, −6), (−1, −3), (0, 0), (0.5, 1.5), (1, 3), (2, 6)
(b) प्रांत: {−2, −1, 0, 0.5, 1, 2}.
(c) मूल्यसंच: {−6, −3, 0, 1.5, 3, 6}. येथे सहा वेगवेगळी पहिली मूल्ये आहेत; 0.5 आणि 1.5 यांचा क्रम बदलू नका.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836509162

संबंध फलन आहे का ते ठरवा

Source: A20:m81373#fs-id1167836513559

प्रांत (domain) हा पहिल्या मूल्यांचा संच आणि मूल्यसंच (range) हा प्रत्यक्ष मिळणाऱ्या दुसऱ्या मूल्यांचा संच. संचात पुनरावृत्ती लिहू नका, पण दिलेल्या संबंधातील जोड्या मनाने वगळू नका. फलन नसलेल्या संबंधाचेही प्रांत आणि मूल्यसंच असतात.

पुढील प्रश्नांत दिलेल्या क्रमित जोड्यांच्या संचावरून (a) संबंध फलन आहे का ते ठरवा, (b) संबंधाचा प्रांत शोधा आणि (c) संबंधाचा मूल्यसंच शोधा.

Source: A20:m81373#fs-id1167833060894

प्रश्न 1

{(−3, 9), (−2, 4), (−1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)}

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) होय. (b) {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}. (c) {9, 4, 1, 0}.

जोडलेले कारण: प्रत्येक पहिल्या मूल्याला एकच दुसरे मूल्य मिळते. −3 आणि 3 यांना समान प्रदान 9 मिळणे मान्य आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829666517

प्रश्न 2

{(9, −3), (4, −2), (1, −1), (0, 0), (1, 1), (4, 2), (9, 3)}

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) नाही. उदाहरणार्थ, 9 या पहिल्या मूल्याला −3 आणि 3 अशी दोन भिन्न दुसरी मूल्ये जोडलेली आहेत. (b) प्रांत: {9, 4, 1, 0}. (c) मूल्यसंच: {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836688996

प्रश्न 3

{(−3, 27), (−2, 8), (−1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 8), (3, 27)}

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर · कंसाची दुरुस्ती नोंदवून

(a) होय. (b) {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}. (c) {0, 1, 8, 27}.

दुरुस्तीची नोंद: इंग्रजी स्रोताच्या (c) उत्तरातील उघडणारा महिरपी कंस गळला होता; तो येथे जोडला आहे. इंडोनेशियन उत्तरात तो आहे. मूल्ये बदललेली नाहीत. प्रत्येक पहिल्या मूल्याला एकच दुसरे मूल्य मिळते.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829745706

प्रश्न 4

{(−3, −27), (−2, −8), (−1, −1), (0, 0), (1, 1), (2, 8), (3, 27)}

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) होय; प्रत्येक पहिल्या मूल्याला नेमके एक दुसरे मूल्य जोडले आहे. (b) प्रांत: {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}. (c) मूल्यसंच: {−27, −8, −1, 0, 1, 8, 27}. येथे दिलेल्या सात जोड्यांचाच संबंध विचारात घ्या; मनाने प्रांत सर्व वास्तविक संख्या मानू नका.

प्रश्नाकडे परत

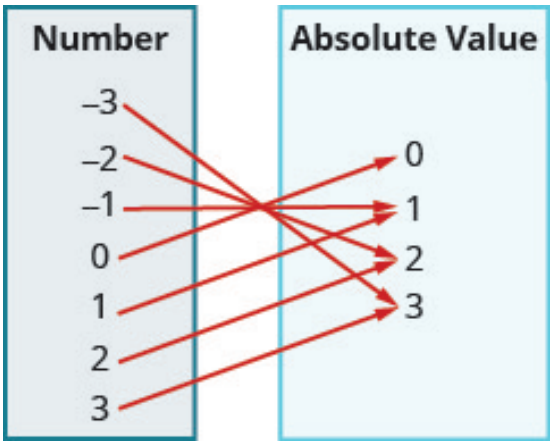
Source: A20:m81373#fs-id1167833138708

पुढील प्रश्नांत प्रतिचित्रणावरून (a) संबंध फलन आहे का ते ठरवा, (b) फलनाचा प्रांत शोधा आणि (c) फलनाचा मूल्यसंच शोधा.

Source: A20:m81373#fs-id1167836552752

सूचनेविषयी नोंद: मूळ स्रोतात (b), (c) मध्ये “फलनाचा” असे म्हटले आहे; परंतु या गटातील प्रत्येक संबंध फलन असेलच असे नाही. संबंध फलन नसला तरी त्याच दिलेल्या संबंधाचा प्रांत आणि मूल्यसंच लिहा. बाण कुठून सुरू होतो आणि कुठे संपतो, हे पाहा; केवळ बाण एकमेकांना छेदतात म्हणून संबंध फलन नाही असे ठरत नाही.

प्रश्न 5



आकृतीचे वर्णन: Number स्तंभातील −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3 या संख्यांपासून Absolute Value स्तंभातील मूल्यांकडे बाण आहेत: −3 ते 3, −2 ते 2, −1 ते 1, 0 ते 0, 1 ते 1, 2 ते 2, 3 ते 3.

इंग्रजी लेबलांची किल्ली: Number = संख्या; Absolute Value = केवल मूल्य. मूळ बाण व संख्या बदललेले नाहीत.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

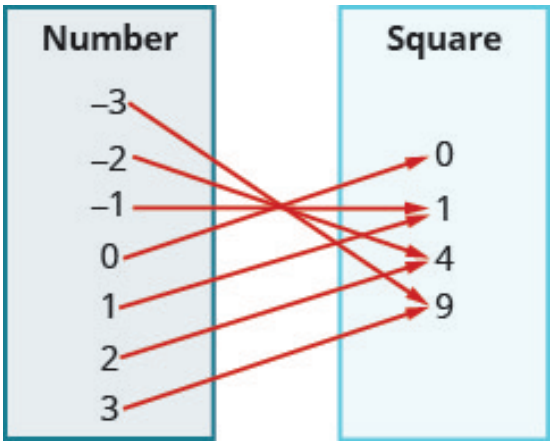
(a) होय. (b) {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}. (c) {0, 1, 2, 3}.

जोडलेले कारण: प्रत्येक डाव्या संख्येपासून एकच बाण निघतो. दोन भिन्न आदानांचे बाण एकाच प्रदानापाशी पोहोचू शकतात.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829742787

प्रश्न 6



आकृतीचे वर्णन: Number स्तंभातील संख्यांपासून Square स्तंभाकडे बाण: −3 ते 9, −2 ते 4, −1 ते 1, 0 ते 0, 1 ते 1, 2 ते 4, 3 ते 9.

इंग्रजी लेबलांची किल्ली: Number = संख्या; Square = वर्ग.

जोडलेले उत्तर पाहा

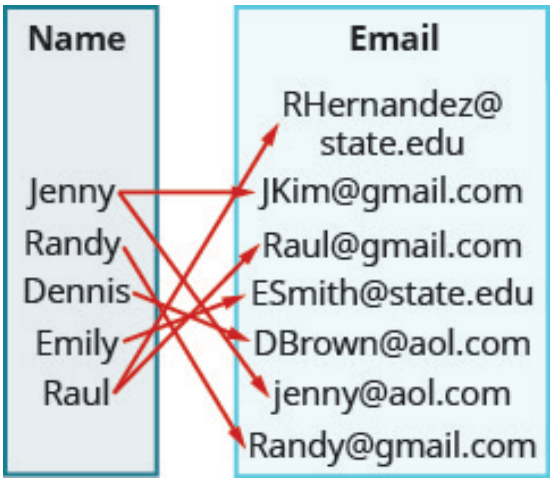
नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) होय; प्रत्येक डाव्या संख्येला एकच उजवे मूल्य मिळते. (b) प्रांत: {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3}. (c) मूल्यसंच: {0, 1, 4, 9}. उजवीकडे 9 कडे दोन बाण येणे फलनाच्या अटीला बाधा आणत नाही.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829741614

प्रश्न 7



आकृतीचे वर्णन: नावांपासून ईमेल पत्त्यांकडे बाण: Jenny ते JKim@gmail.com आणि jenny@aol.com; Randy ते Randy@gmail.com; Dennis ते DBrown@aol.com; Emily ते ESmith@state.edu; Raul ते RHernandez@state.edu आणि Raul@gmail.com.

इंग्रजी लेबलांची किल्ली: Name = नाव; Email = ईमेल पत्ता. ही स्रोताच्या गणिती उदाहरणातील नावे व पत्ते आहेत; ते संपर्कासाठी दिलेले दुवे नाहीत.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर · नोंदविलेल्या टंकदुरुस्त्यांसह

(a) नाही. (b) {Jenny, Randy, Dennis, Emily, Raul}. (c) {RHernandez@state.edu, JKim@gmail.com, Raul@gmail.com, ESmith@state.edu, DBrown@aol.com, jenny@aol.com, Randy@gmail.com}.

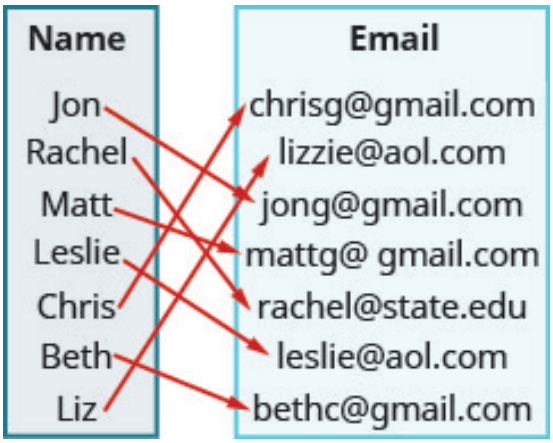
दुरुस्तीची नोंद: इंग्रजी उत्तरातील R and y, RHern and ez@state.edu, DBroen@aol.com, jenny@aol.cvom आणि R and y@gmail.com हे दोष येथे मूळ इंग्रजी आकृतीत प्रत्यक्ष दिसणाऱ्या नावांनुसार व पत्त्यांनुसार दुरुस्त केले आहेत. इंडोनेशियन उत्तरातही ही दुरुस्त वाचने आहेत. मूळ नोंदी provenance मध्ये कायम आहेत.

जोडलेले कारण: Jenny पासून दोन वेगवेगळ्या पत्त्यांकडे बाण जातात. हे एकच उदाहरण फलनाची अट मोडल्याचे दाखवते; Raul पासूनही दोन बाण जातात.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836697708

प्रश्न 8



आकृतीचे वर्णन: नावांपासून ईमेल पत्त्यांकडे बाण: Jon ते jong@gmail.com; Rachel ते rachel@state.edu; Matt ते mattg@gmail.com; Leslie ते leslie@aol.com; Chris ते chrisg@gmail.com; Beth ते bethc@gmail.com; Liz ते lizzie@aol.com.

इंग्रजी लेबलांची किल्ली: Name = नाव; Email = ईमेल पत्ता. पत्ते मूळ इंग्रजी आकृतीप्रमाणे वाचले आहेत; पत्त्यातील rachel लहान r ने सुरू होते. Matt च्या पत्त्यात @ नंतर दिसणारी टंकमुद्रणातील जागा मजकुरात वगळली आहे.

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) होय; प्रत्येक नावापासून एकच पत्ता मिळतो. (b) प्रांत: {Jon, Rachel, Matt, Leslie, Chris, Beth, Liz}. (c) मूल्यसंच: {jong@gmail.com, rachel@state.edu, mattg@gmail.com, leslie@aol.com, chrisg@gmail.com, bethc@gmail.com, lizzie@aol.com}.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833024527

पुढील प्रश्नांत प्रत्येक समीकरण फलन दर्शवते का ते ठरवा.

Source: A20:m81373#fs-id1167836705602

येथे x आणि y यांची वास्तविक मूल्ये घ्या आणि y हे x चे फलन आहे का ते तपासा. एकाच x साठी दोन भिन्न y-मूल्ये मिळत असतील तर उत्तर नाही. केवळ एक उत्तर हवे म्हणून ऋण y-मूल्य वगळू नका किंवा स्रोतात नसलेली नवी अट घालू नका.

प्रश्न 9

(a) $2x + y = -3$
(b) $y = x^2$
(c) $x + y^2 = -5$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) होय. (b) होय. (c) नाही.

जोडलेली कारणे: (a) दोन्ही बाजूंतून $2x$ वजा केल्यावर $y = -3 - 2x$; प्रत्येक x ला एकच y मिळतो. (b) प्रत्येक x चा एकच वर्ग असतो. (c) $x = -6$ घेतल्यास $-6 + 1^2 = -5$; $-6 + (-1)^2 = -5$. म्हणून त्याच x साठी $y = 1$ आणि $y = -1$ दोन्ही चालतात.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836705606

प्रश्न 10

(a) $y = 3x - 5$
(b) $y = x^3$
(c) $2x + y^2 = 4$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) होय; कोणतेही x दिल्यावर $3x - 5$ एकच मूल्य देते. (b) होय; प्रत्येक x चा एकच घन असतो. (c) नाही; $x = 0$ घेतल्यास $y = 2$ आणि $y = -2$ दोन्ही समीकरण खरे करतात: $2 \cdot 0 + 2^2 = 4$; $2 \cdot 0 + (-2)^2 = 4$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836480280

प्रश्न 11

(a) $y - 3x^3 = 2$
(b) $x + y^2 = 3$
(c) $3x - 2y = 6$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) होय. (b) नाही. (c) होय.

जोडलेली कारणे: (a) दोन्ही बाजूंना $3x^3$ मिळवा: $y = 2 + 3x^3$. (b) $x = 2$ असताना $y = 1$ आणि $y = -1$ दोन्ही चालतात: $2 + 1^2 = 3$; $2 + (-1)^2 = 3$. (c) दोन्ही बाजूंतून $3x$ वजा करा, मग दोन्ही बाजूंना -2 ने भागा: $y = (3x - 6)/2$. (a) आणि (c) मध्ये प्रत्येक x ला एकच y मिळतो.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836526018

प्रश्न 12

(a) $2x - 4y = 8$
(b) $-4 = x^2 - y$
(c) $y^2 = -x + 5$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतामध्ये दिलेले नाही. (a) होय. दोन्ही बाजूंतून $2x$ वजा करा आणि -4 ने भागा: $y = (2x - 8)/4 = x/2 - 2$. (b) होय. दोन्ही बाजूंना y आणि मग 4 मिळवल्यावर $y = x^2 + 4$. दोन्ही ठिकाणी प्रत्येक x ला एकच y मिळतो. (c) नाही; $x = 4$ घेतल्यास $y^2 = 1$, म्हणून $y = 1$ आणि $y = -1$ दोन्ही चालतात: $1^2 = -4 + 5$; $(-1)^2 = -4 + 5$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833212947

फलनाचे मूल्य काढा

Source: A20:m81373#fs-id1167836714017

पद्धत: उदाहरणार्थ, $f(x)=5x-3$ मध्ये $f(-1)$ काढताना x च्या प्रत्येक जागी कंसासहित (-1) ठेवा. $g(x)+g(2)$ म्हणजे दोन फलनमूल्यांची बेरीज; ते $g(x+2)$ नाही. "उकल" हा शब्द समीकरण सोडवण्यासाठी राखला आहे; येथे आपण दिलेल्या आदानावरील फलनाचे मूल्य काढतो.

पुढील प्रत्येक प्रश्नात फलनासाठी (a) $f(2)$, (b) $f(-1)$ आणि (c) $f(a)$ काढा.

Source: A20:m81373#fs-id1167829717540

प्रश्न 1

$f(x)=5x-3$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $f(2)=7$; (b) $f(-1)=-8$; (c) $f(a)=5a-3$.

जोडलेले काम: $f(2)=5\cdot2-3=10-3=7$; $f(-1)=5(-1)-3=-5-3=-8$. अक्षर a ठेवल्यावर नियम $5a-3$ मिळतो.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167823013283

प्रश्न 2

$f(x)=3x+4$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. (a) $f(2)=3\cdot 2+4=6+4=10$. (b) $f(-1)=3(-1)+4=-3+4=1$. (c) $f(a)=3a+4$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829590640

प्रश्न 3

$f(x)=-4x+2$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $f(2)=-6$; (b) $f(-1)=6$; (c) $f(a)=-4a+2$.

जोडलेले काम: $f(2)=-4\cdot 2+2=-8+2=-6$; $f(-1)=-4(-1)+2=4+2=6$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829744293

प्रश्न 4

$f(x)=-6x-3$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. (a) $f(2)=-6\cdot 2-3=-12-3=-15$. (b) $f(-1)=-6(-1)-3=6-3=3$. (c) $f(a)=-6a-3$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836391029

प्रश्न 5

$f(x)=x^2-x+3$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $f(2)=5$; (b) $f(-1)=5$; (c) $f(a)=a^2-a+3$.

जोडलेले काम: $f(2)=2^2-2+3=4-2+3=5$; $f(-1)=(-1)^2-(-1)+3=1+1+3=5$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829877909

प्रश्न 6

$f(x)=x^2+x-2$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. (a) $f(2)=2^2+2-2=4$. (b) $f(-1)=(-1)^2+(-1)-2=1-1-2=-2$. (c) $f(a)=a^2+a-2$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836787728

प्रश्न 7

$f(x)=2x^2-x+3$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $f(2)=9$; (b) $f(-1)=6$; (c) $f(a)=2a^2-a+3$.

जोडलेले काम: $f(2)=2\cdot 2^2-2+3=8-2+3=9$; $f(-1)=2(-1)^2-(-1)+3=2+1+3=6$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836574347

प्रश्न 8

$f(x)=3x^2+x-2$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. (a) $f(2)=3\cdot 2^2+2-2=12$. (b) $f(-1)=3(-1)^2+(-1)-2=3-1-2=0$. (c) $f(a)=3a^2+a-2$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829877536

पुढील प्रत्येक प्रश्नात फलनासाठी (a) $g(h^2)$, (b) $g(x+2)$ आणि (c) $g(x)+g(2)$ काढा.

Source: A20:m81373#fs-id1167836575175

प्रश्न 9

$g(x)=2x+1$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $g(h^2)=2h^2+1$; (b) $g(x+2)=2x+5$; (c) $g(x)+g(2)=2x+6$.

जोडलेले काम: $g(x+2)=2(x+2)+1=2x+5$; $g(x)+g(2)=(2x+1)+(2\cdot 2+1)=2x+6$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829595951

प्रश्न 10

$g(x)=5x-8$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. (a) $g(h^2)=5h^2-8$. (b) $g(x+2)=5(x+2)-8=5x+2$. (c) $g(x)+g(2)=(5x-8)+(10-8)=5x-6$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836399733

प्रश्न 11

$g(x)=-3x-2$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $g(h^2)=-3h^2-2$; (b) $g(x+2)=-3x-8$; (c) $g(x)+g(2)=-3x-10$.

जोडलेले काम: $g(x+2)=-3(x+2)-2=-3x-8$; $g(x)+g(2)=(-3x-2)+(-6-2)=-3x-10$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833054462

प्रश्न 12

$g(x)=-8x+2$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. (a) $g(h^2)=-8h^2+2$. (b) $g(x+2)=-8(x+2)+2=-8x-14$. (c) $g(x)+g(2)=(-8x+2)+(-16+2)=-8x-12$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829924597

प्रश्न 13

$g(x)=3-x$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) $g(h^2)=3-h^2$; (b) $g(x+2)=1-x$; (c) $g(x)+g(2)=4-x$.

जोडलेले काम: $g(x+2)=3-(x+2)=1-x$; $g(x)+g(2)=(3-x)+(3-2)=4-x$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836613442

प्रश्न 14

$g(x)=7-5x$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. (a) $g(h^2)=7-5h^2$. (b) $g(x+2)=7-5(x+2)=-5x-3$. (c) $g(x)+g(2)=(7-5x)+(7-10)=4-5x$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833381469

पुढील प्रत्येक प्रश्नात दिलेले फलनमूल्य काढा.

Source: A20:m81373#fs-id1167826171384

प्रश्न 15

$f(x)=3x^2-5x$; $f(2)$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

2

जोडलेले काम: $f(2)=3\cdot 2^2-5\cdot 2=12-10=2$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167826025131

प्रश्न 16

$g(x)=4x^2-3x$; $g(3)$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. $g(3)=4\cdot 3^2-3\cdot 3=36-9=27$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833240212

प्रश्न 17

$F(x)=2x^2-3x+1$; $F(-1)$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

6

जोडलेले काम: $F(-1)=2(-1)^2-3(-1)+1=2+3+1=6$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829713382

प्रश्न 18

$G(x)=3x^2-5x+2$; $G(-2)$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. $G(-2)=3(-2)^2-5(-2)+2=12+10+2=24$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833382456

प्रश्न 19

$h(t)=2|t-5|+4$; $h(-4)$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

22

जोडलेले काम: $h(-4)=2|-4-5|+4=2|-9|+4=18+4=22$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833052040

प्रश्न 20

$h(y)=3|y-1|-3$; $h(-4)$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. $h(-4)=3|-4-1|-3=3|-5|-3=15-3=12$.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836649081

प्रश्न 21

$f(x)=(x+2)/(x-1)$; $f(2)$

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

4

जोडलेले काम: $f(2)=(2+2)/(2-1)=4/1=4$. येथे छेद 1 आहे, म्हणून मूल्य परिभाषित आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829906037

प्रश्न 22

$g(x)=(x-2)/(x+2)$; $g(4)$

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. $g(4)=(4-2)/(4+2)=2/6=1/3$. येथे छेद 6 आहे, म्हणून मूल्य परिभाषित आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833309035

पुढील उपयोजन-प्रश्न सोडवा.

Source: A20:m81373#fs-id1167836409828

प्रश्न 23

Sylvia च्या DVR मध्ये न पाहिलेले 85 कार्यक्रम आहेत. ही संख्या दर आठवड्याला 20 ने वाढते. आठवड्यांत मोजलेला वेळ t आणि न पाहिलेल्या कार्यक्रमांची संख्या N यांतील संबंध $N(t)=85+20t$ हे फलन दाखवते.

(a) स्वतंत्र चल आणि अवलंबी चल ठरवा.

(b) $N(4)$ काढा. या परिणामाचा अर्थ स्पष्ट करा.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर

(a) t स्वतंत्र; N अवलंबी. (b) $N(4)=165$; चौथ्या आठवड्यात Sylvia च्या DVR मधील न पाहिलेल्या कार्यक्रमांची संख्या.

जोडलेले काम: $N(4)=85+20\cdot4=85+80=165$. या नमुन्यात t दिल्यावर N ठरते.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836409832

प्रश्न 24

दर दिवशी Ken च्या खात्यात एक नवीन कोडे डाउनलोड होते. सध्या त्याच्या खात्यात 43 कोडी आहेत. दिवसांत मोजलेला वेळ t आणि कोड्यांची संख्या N यांतील संबंध $N(t)=43+t$ हे फलन दाखवते.

(a) स्वतंत्र चल आणि अवलंबी चल ठरवा.

(b) N(30) काढा. या परिणामाचा अर्थ स्पष्ट करा.

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. (a) t स्वतंत्र; N अवलंबी. (b) N(30)=43+30=73. म्हणजे 30 दिवसांनंतर Ken च्या खात्यात 73 कोडी असतील.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167825884747

प्रश्न 25

छपाई कंपनीला पुस्तके छापण्यासाठी येणारा एकूण दैनिक खर्च C(x)=3.25x+1500 या फलनाने दर्शवला आहे. येथे C हा डॉलरमधील एकूण दैनिक खर्च आणि x ही छापलेल्या पुस्तकांची संख्या आहे.

(a) स्वतंत्र चल आणि अवलंबी चल ठरवा.

(b) C(0) काढा. या परिणामाचा अर्थ स्पष्ट करा.

(c) C(1000) काढा. या परिणामाचा अर्थ स्पष्ट करा.

उत्तर पाहा

स्रोतातील उत्तर · फलनचिन्हाची दुरुस्ती नोंदवून

(a) x स्वतंत्र; C अवलंबी. (b) C(0)=1500; एकही पुस्तक न छापल्यास दैनिक खर्च. (c) C(1000)=4750; 1000 पुस्तके छापण्याचा दैनिक खर्च.

जोडलेले काम: C(0)=3.25·0+1500=1500; C(1000)=3.25·1000+1500
=3250+1500=4750.

स्रोतदुरुस्ती: इंग्रजी उत्तरात चुकून N(0) आणि N(1000) छापले आहे; प्रश्नातील फलन C असल्याने येथे C(0) आणि C(1000) वापरले. इंडोनेशियन संदर्भात ही चिन्हे आधीच दुरुस्त आहेत. मूल्ये बदललेली नाहीत.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833380107

प्रश्न 26

उत्पादन कंपनीचा एकूण दैनिक खर्च C(x)=7.25x+2500 या फलनाने दर्शवला आहे. येथे C(x) हा एकूण दैनिक खर्च आणि x ही तयार केलेल्या वस्तूंची संख्या आहे.

(a) स्वतंत्र चल आणि अवलंबी चल ठरवा.

(b) C(0) काढा. या परिणामाचा अर्थ स्पष्ट करा.

(c) C(1000) काढा. या परिणामाचा अर्थ स्पष्ट करा.

जोडलेले उत्तर पाहा

नव्याने जोडलेले उत्तर

हे उत्तर मूळ स्रोतात दिलेले नाही. (a) x स्वतंत्र; C(x) अवलंबी. (b) C(0)=7.25·0+2500=2500; एकही वस्तू तयार केली नाही तरी नमुन्यातील दैनिक खर्च 2500 आहे. (c) C(1000)=7.25·1000+2500 =7250+2500=9750; 1000 वस्तू तयार करण्याचा एकूण दैनिक खर्च 9750 आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829749356

लेखी सराव

प्रथम स्वतः उत्तर लिहा. खालील चार नमुना उत्तरे या मराठी घटकासाठी नव्याने लिहिली आहेत; मूळ इंग्रजी किंवा इंडोनेशियन स्रोतात या प्रश्नांची उत्तरे दिलेली नाहीत. योग्य अर्थ सांगणारी इतर उत्तरेही चालतील.

प्रश्न 1

संबंध आणि फलन यांतील फरक आपल्या शब्दांत स्पष्ट करा.

नमुना उत्तर पाहा

नव्याने लिहिलेले नमुना उत्तर

संबंध म्हणजे क्रमित जोड्यांचा कोणताही संच. फलन हा असा संबंध आहे की त्याच्या प्रांतातील प्रत्येक आदानाला नेमके एक प्रदान मिळते. म्हणून फलनासाठी ही अतिरिक्त अट तपासावी लागते. वेगवेगळ्या आदानांना एकच प्रदान मिळणे मात्र मान्य आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829756267

प्रश्न 2

प्रांत आणि मूल्यसंच म्हणजे काय, ते आपल्या शब्दांत स्पष्ट करा.

नमुना उत्तर पाहा

नव्याने लिहिलेले नमुना उत्तर

संबंधातील क्रमित जोड्यांच्या पहिल्या मूल्यांचा संच म्हणजे प्रांत; प्रत्यक्ष मिळणाऱ्या दुसऱ्या मूल्यांचा संच म्हणजे मूल्यसंच. उदाहरणार्थ, {(2, 5), (4, 5)} या संबंधाचा प्रांत {2, 4} आणि मूल्यसंच {5} आहे. संच लिहिताना तेच मूल्य पुन्हा लिहीत नाही. मूल्यसंचात घोषित सहप्रांतातील सर्व घटक असतीलच असे नाही.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167829878971

प्रश्न 3

प्रत्येक संबंध फलन आहे का? प्रत्येक फलन संबंध आहे का?

नमुना उत्तर पाहा

नव्याने लिहिलेले नमुना उत्तर

पहिल्या प्रश्नाचे उत्तर नाही. उदाहरणार्थ, {(1, 2), (1, 3)} हा संबंध फलन नाही: 1 या एकाच आदानाला दोन वेगवेगळी प्रदाने, 2 आणि 3, मिळतात. दुसऱ्या प्रश्नाचे उत्तर होय. फलनाच्या व्याख्येतच ते विशिष्ट अट पूर्ण करणारा संबंध आहे असे म्हटले आहे.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167833054114

प्रश्न 4

फलनाचे मूल्य कसे काढता?

नमुना उत्तर पाहा

नव्याने लिहिलेले नमुना उत्तर

प्रथम दिलेले आदान फलनाच्या प्रांतात आहे याची खात्री करा. फलन सूत्राने दिले असेल, तर चलाच्या प्रत्येक जागी ते आदान कंसात लिहा आणि कृत्यांचा योग्य क्रम पाळून मूल्य काढा. उदाहरणार्थ, $f(x) = 2x + 3$ हे सर्व वास्तविक संख्यांवर दिलेले फलन असेल, तर $f(-2) = 2(-2) + 3 = -1$. फलन जोड्यांनी, तक्त्याने किंवा बाणांनी दिले असेल, तर त्या आदानाशी जोडलेले प्रदान वाचा. $f(x)$ म्हणजे f आणि x यांचा गुणाकार नाही.

प्रश्नाकडे परत

Source: A20:m81373#fs-id1167836755014

स्वमूल्यमापन

(a) सराव पूर्ण केल्यानंतर, या विभागातील उद्दिष्टे तुम्हाला कितपत साध्य झाली आहेत याचे मूल्यमापन करण्यासाठी ही तपासणी-यादी वापरा.

I can...	Confidently	With some help	No-I don't get it!
find the domain and range of a relation.			
determine if a relation is a function.			
find the value of a function.			

आकृतीचे वर्णन: चार ओळी व चार स्तंभांची रिकामी स्वमूल्यमापन-यादी. शीर्षके: मला हे करता येते..., आत्मविश्वासाने, थोड्या मदतीने, नाही—हे मला समजलेले नाही! तीन उद्दिष्टे: संबंधाचा प्रांत व मूल्यसंच शोधणे; संबंध फलन आहे का ते ठरवणे; फलनाचे मूल्य काढणे. प्रत्येक उद्दिष्टासमोरील तीन जागा शिकणाऱ्याने आपली स्थिती नोंदवण्यासाठी रिकाम्या आहेत.

मूळ इंग्रजी तपासणी-यादी बदल न करता दाखवली आहे. तिचा संपूर्ण मराठी मजकूर खालील तक्त्यात आहे. शेवटच्या शीर्षकातील रेघ वाक्यातील विराम दाखवते; ती वजाबाकीची खूण नाही.

तपासणी-यादी · मूळ आकृतीचा मराठी अनुवाद

मला हे करता येते...	आत्मविश्वासाने	थोड्या मदतीने	नाही—हे मला समजलेले नाही!
संबंधाचा प्रांत आणि मूल्यसंच शोधणे.	☐	☐	☐
संबंध फलन आहे का ते ठरवणे.	☐	☐	☐
फलनाचे मूल्य काढणे.	☐	☐	☐

प्रत्येक ओळीसाठी तुमच्या तयारीशी जुळणारा एक पर्याय कागदावर नोंदवा. चौकोन केवळ खूण करण्याच्या जागा दाखवतात; या ऑफलाइन प्रतीत निवडी साठवल्या जात नाहीत. ही तुमच्या स्वतःच्या आकलनाची नोंद आहे, गुण देणारी चाचणी नाही.

(b) तपासणी-यादी पाहिल्यानंतर, पुढील विभागासाठी तुमची चांगली तयारी झाली आहे असे तुम्हाला वाटते का? का किंवा का नाही?

या प्रश्नाचे उत्तर तुमच्या अनुभवावर अवलंबून आहे. मदत लागणारे एखादे उद्दिष्ट असेल, तर कोणता भाग पुन्हा पाहण्याची गरज आहे ते स्वतःच्या उत्तरात स्पष्ट करू शकता. येथे तुमच्यावतीने तयार असल्याची खूण केलेली नाही.

Source: A20:m81373#fs-id1167829783756

शब्दसूची

संबंधाचा प्रांत

संबंधातील क्रमित जोड्यांमधील सर्व x-मूल्यांचा संच म्हणजे त्या संबंधाचा प्रांत.

Source: A20:m81373#fs-id1167829808856

फलन

आपल्या प्रांतातील प्रत्येक घटकाला मूल्यसंचातील नेमका एक घटक नेमून देणारा संबंध म्हणजे फलन.

Source: A20:m81373#fs-id1167833327007

प्रतिचित्रण

संबंध दाखवण्यासाठी कधीकधी प्रतिचित्रण वापरतात. बाण प्रांतातील घटक आणि मूल्यसंचातील घटक यांच्या जोड्या दाखवतात.

Source: A20:m81373#fs-id1167833327015

संबंधाचा मूल्यसंच

संबंधातील क्रमित जोड्यांमधील सर्व y-मूल्यांचा संच म्हणजे त्या संबंधाचा मूल्यसंच.

Source: A20:m81373#fs-id1167833382803

शब्दकोश · संबंध (relation)

(x, y) या स्वरूपाच्या क्रमित जोड्यांचा कोणताही संच म्हणजे संबंध. या क्रमित जोड्यांतील सर्व x-मूल्ये मिळून प्रांत बनतो. या क्रमित जोड्यांतील सर्व y-मूल्ये मिळून मूल्यसंच बनतो.

Source: A20:m81373#fs-id1167833175472

स्रोत, श्रेय आणि मर्यादा

OpenStax, Intermediate Algebra 2e: Lynn Marecek आणि Andrea Honeycutt Mathis. मूळ मालिकेच्या पायाभरणीसाठी Lynn Marecek आणि MaryAnne Anthony-Smith यांचे श्रेय कायम. प्रकाशक: OpenStax, Rice University. पिन केलेला इंग्रजी m81373 स्रोत आणि इंडोनेशियन v0.3.0-wip आवृत्ती, त्यांच्या मूळ नोंदींसह, वापरली आहे. अनुवाद व एकत्रीकरण: वापरकर्त्याच्या सूचनेवरील Codex-सहाय्यति मराठी कार्यप्रवाह.

निवडक स्रोत व मराठी अनुकूलन: CC BY-NC-SA 4.0; स्वतंत्र तृतीय-पक्ष सूचना कायम लागू आहेत. पिन केलेल्या मूळ सूचना आणि घटकनिहाय पुराव्यांची संचिका-स्थाने एकत्रीकरणाच्या पावतीत नोंदवली आहेत; ती या प्रकल्पाच्या संचिकांपासून सापेक्ष आहेत.

येथे जोडलेल्या 28 मूळ स्रोत-आकृत्या संबंधित घटकांच्या assets संचिकांत बदल न करता आहेत; इतर समीकरण-चित्रांचे मजकूर-प्रतिलेखन मूळ माध्यम-ओळखचिन्हांखाली आहे. इंग्रजी व इंडोनेशियन मूळ चित्रे पिन केलेल्या स्रोतांमध्ये असून त्यांचे हॅश आणि स्पष्ट स्रोत-दुरुस्त्या स्वतंत्र पुराव्यांत जतन आहेत. येथील बांधणीची तपासणी ही नवी संपूर्ण चित्र-वाचन किंवा गणित-तज्ज्ञ मान्यता नाही.

प्रांत व फलन यांचे संदर्भसाक्षांकित शब्दप्रयोग कायम आहेत. कक्षा हा साक्षांकित पर्याय असला तरी मूल्यसंच हा कार्यप्रवाहातील तात्पुरता शब्द येथे ठेवला आहे. ‘सरावातून प्रावीण्य’ हे या एकत्रीकरणासाठी नव्याने केलेले शीर्षक-भाषांतर आहे; तो शब्दसमूह संदर्भात तंतोतंत आढळल्याचा दावा नाही. मातृभाषिक गणित-शिक्षकाचे पुनरावलोकन, वाचकाचे HTML/PDF दृश्य-परीक्षण आणि पूर्ण कार्यप्रवाह-स्वीकृती अद्याप स्वतंत्र आहेत.

XML identity index

Every source and local XML ID is retained below and as a named PDF destination. The exact UTF-8 XML is attached. This separate XML reading copy does not certify HTML rendering, PDF/UA accessibility, or native-teacher review.

A20-m81373
para-00001
assembly-content
fs-id1167829627915
fs-idm544080880
fs-idm397777984
fs-idm404421072
fs-idm407107008
fs-idm373175664
fs-idm387231616
fs-idm364755472
fs-idm397191664
fs-id1167829789538
fs-id1167829921677
fs-id1167836418492
term-00002
fs-id1167836378970
fs-id1167836692527
fs-id1167833385954
fs-id1167836619755
fs-id1167824765140
fs-id1167829691118
fs-id1167836629801
fs-id1167826169765
fs-id1167836550500
fs-id1167836618853
fs-id1167833021555
fs-id1167829614386
fs-id1167833290815
fs-id1167829812976
fs-id1167836509402
term-00003
fs-id1167824735214
fs-id1167833412571
fs-id1167836417183
fs-id1167833008731
fs-id1167836648651
fs-id1167836326011
fs-id1167824700008
fs-id1167829614511
fs-id1167836554322
fs-id1167824754892
fs-id1167829716810
fs-id1167833385478
fs-id1167829860129
fs-id1167833057329
fs-id1167836450184
fs-id1167836673420
fs-id1167836613766
fs-id1167833137637
assembly-objectives
list-00001
fs-id1167836299681
fs-idm394340496
fs-idm404379184
fs-idm543864704
fs-idm404402304
fs-idm388488080
fs-idm379550496
fs-idm384140160
fs-idm544046000
fs-idm396654576
fs-id1167836538118
term-00001
fs-id1167836547061
fs-id1167833059636
fs-id1167824735594
fs-id1167836327016
fs-id1167826194732
fs-id1167833356505
fs-id1167836597346
fs-id1167829593929
fs-id1167833272898
fs-id1167829597566
fs-id1167833202428
fs-id1167836492201
fs-id1167836688426
fs-id1167836360520
fs-id1167825702514
fs-id1167833346148
fs-id1167824927876
fs-id1167829683746
fs-id1167836525923
fs-id1167833364760
fs-id1167836327324
fs-id1167836788581
fs-id1167836689824
fs-id1167836340432
fs-id1167829714243
fs-id1167836333597
fs-id1167836539147
fs-id1167836663646
fs-id1167836731398
fs-id1167829750633
fs-id1167836532042
fs-id1167829877976
fs-id1167829681249
fs-id1167833329257
fs-id1167836429436
fs-id1167833364739

fs-id1167833050654
fs-id1167829850985
fs-id1167824773962
fs-id1167836419079
fs-id1167829738598
fs-id1167836485775
fs-id1167833049956
fs-id1167836503993
fs-id1167826171759
fs-id1167836614987
fs-id1167836532939
fs-id1167829719636
fs-id1167826132575
fs-id1167836518420
fs-id1167833052137
fs-id1167836691895
fs-id1167836282463
fs-id1167833223866
fs-id1167836507848
fs-id1167836356655
fs-id1167833060073
fs-id1167833380236
fs-id1167826188989
fs-id1167836533244
fs-id1167836550940
fs-id1167836310540
fs-id1167836798080
fs-id1167829586801
fs-id1167833059664
fs-id1167836698471
fs-id1167833369757
fs-id1167836576219
fs-id1167833397170
fs-id1167836520781
fs-id1167836388771
fs-id1167836511080
fs-id1167829579633
fs-id1167836282707
fs-id1167836407181
fs-id1167836683566
fs-id1167836506912
fs-id1167833303503
fs-id1167829599793
fs-id1167836429672
fs-id1167836619694
fs-id1167833056514
fs-id1167829712213
fs-id1167836547666
fs-id1167836510387
fs-id1167836515845
fs-id1167829789899
fs-id1167836618915
fs-id1167836539656
fs-id1167836585298
fs-id1167829716494
fs-id1167829811714
fs-id1167829750323
fs-id1167829879283
fs-id1167836341066
fs-id1167833051815
fs-id1167833056928
fs-id1167833050002
fs-id1167833021407
fs-id1167836610583
term-00004
fs-id1167829714644
fs-id1167836601426
fs-id1167824733092
fs-id1167836456488
fs-id1167824735617
fs-id1167836511265
fs-id1167836543761
fs-id1167824735962
fs-id1167836552428
fs-id1167829742590
fs-id1167836544009
fs-id1167832951108
fs-id1167836352889
fs-id1167836362682
fs-id1167836717454
fs-id1167836598862
fs-id1167836298199
fs-id1167836539582
fs-id1167836684155
fs-id1167829942558
fs-id1167825703151
fs-id1167830076911
fs-id1167836378848
fs-id1167836361517
fs-id1167836392154
fs-id1167829830534
fs-id1167836606033
fs-id1167833386907
fs-id1167836754813
fs-id1167836568027
fs-id1167836561265
fs-id1167829681109
fs-id1167836398976
fs-id1167832926075
fs-id1167836495341
fs-id1167836326343
fs-id1167836447354
fs-id1167836533787
fs-id1167836616301
fs-id1167829936815
fs-id1167829596595
fs-id1167833356461
fs-id1167836296194
fs-id1167833379684
fs-id1167836356048
fs-id1167836713610
fs-id1167833255910

fs-id1167833369174
fs-id1167836614714
fs-id1167836621950
fs-id1167829859295
fs-id1167836315013
fs-id1167836379405
fs-id1167829743148
fs-id1167829620795
fs-id1167836732021
fs-id1167833051398
fs-id1167836353205
fs-id1167832926879
fs-id1167836560949
fs-id1167836447887
fs-id1167836399865
fs-id1167836629682
fs-id1167836596680
fs-id1167833369207
fs-id1167829756296
fs-id1167836507536
fs-id1167832999716
fs-id1167832980523
fs-id1167836775152
fs-id1167829853948
fs-id1167829694507
fs-id1167836532685
fs-id1167836601841
fs-id1167836685384
fs-id1167836320903
fs-id1167836648690
fs-id1167836363586
fs-id1167833135306
fs-id1167824578714
fs-id1167833269886
fs-id1167829579645
fs-id1167836732807
fs-id1167829859398
fs-id1167836619820
fs-id1167836320931
fs-id1167836754871
fs-id1171792580809
fs-id1171792588637
fs-id1171792580965
fs-id1171792543055
fs-id1171790304229
fs-id1167836606104
fs-id1167836635207
fs-id1167836693279
fs-id1167824734809
fs-id1167832981642
fs-id1167832940643
fs-id1167829788687
fs-id1167836624292
fs-id1167825766170
fs-id1167829850927
fs-id1167823012018
fs-id1167829579861
fs-id1167836730830
fs-id1167836289689
fs-id1167824731607
fs-id1167824735502
fs-id1167829590438
fs-id1167833186483
fs-id1167836548512
fs-id1167836362234
fs-id1167833202337
fs-id1167836433912
fs-id1167829718470
fs-id1167836326537
fs-id1167836314769
fs-id1167836456485
fs-id1167836521479
fs-id1167833224521
fs-id1167836416554
fs-id1167829590752
fs-id1167836293439
fs-id1167836520086
fs-id1167829852974
fs-id1167829740069
fs-id1171792372816
fs-id1167829715540
fs-id1167829695370
fs-id1167836600305
fs-id1167836362257
fs-id1167836388368
fs-id1167836520515
fs-id1167836625930
fs-id1167825884792
fs-id1167836729386
fs-id1167833269888
fs-id1167829783753
fs-id1167836518536
fs-id1167833137652
fs-id1167836619822
fs-id1167833397154
fs-id1171790386499
fs-id1171790163372
fs-id1167836556251
fs-id1171792545190
fs-id1171792802121
fs-id1167836448921
fs-id1167829839522
fs-id1167829685715
fs-id1167836322927
fs-id1167836539801
fs-id1167836730594
fs-id1167829788685
fs-id1167829906594
fs-id1167836554185
fs-id1167829850925
fs-id1167836293432
fs-id1167829743779

fs-id1167829717717
fs-id1167833158753
fs-id1167836533836
fs-id1167836442406
fs-id1167829715383
fs-id1167833347223
fs-id1167829850506
fs-id1167833270224
fs-id1167833413059
MR-BRIDGE-002--daily-counts
fs-id1167833227116
fs-id1167836507878
fs-id1167829619314
fs-id1167836622272
fs-id1167829786754
fs-id1167824735583
fs-id1167836575515
fs-id1167836656679
fs-id1167836508744
fs-id1167829711772
fs-id1167829810537
MR-BRIDGE-003--clarification
fs-id1167826189010
fs-id1167836701331
fs-id1167833129254
fs-id1167836615948
fs-id1167829738657
fs-id1167836729080
fs-id1167836289174
fs-id1167833021591
fs-id1167829713371
fs-id1167836686245
mr-answer-fs-id1167836513003
fs-id1167824736897
fs-id1167829693414
fs-id1167836558109
fs-id1167836600990
fs-id1167829614616
mr-answer-fs-id1167836600990
fs-id1167833128978
fs-id1167836511320
fs-id1167836410493
fs-id1167829590523
fs-id1167829590527
mr-answer-fs-id1167829590523
fs-id1167836621459
fs-id1167836623118
fs-id1167836448402
fs-id1167833274699
fs-id1167836599639
mr-answer-fs-id1167833274699
fs-id1167836524480
fs-id1167836524483
fs-id1167829861862
fs-id1167836509164
fs-id1167836546296
fs-id1167836283159
fs-id1167833158755
fs-id1167836533838
fs-id1167833061546
fs-id1167829715385
fs-id1167829709312
fs-id1167832971244
fs-id1167833309949
MR-BRIDGE-002--table-domain
fs-id1167833369424
fs-id1167836507876
fs-id1167836360895
fs-id1167836622270
fs-id1167836481611
fs-id1167824735581
fs-id1167829743199
fs-id1167829749847
fs-id1167833128952
fs-id1167836508748
fs-id1167836294674
fs-id1167836715045
fs-id1167826170977
fs-id1167833041789
fs-id1167836694560
fs-id1167833129256
fs-id1167836615950
fs-id1167836729077
mr-answer-fs-id1167829738657
fs-id1167836289176
fs-id1167829713369
fs-id1167836513003
fs-id1167836686247
fs-id1167836309438
fs-id1167829693412
fs-id1167829693415
fs-id1167833369090
fs-id1167829614614
fs-id1167829614618
MR-BRIDGE-004--bmi-note
fs-id1167833128980
fs-id1167829850494
fs-id1167836410496
fs-id1167829590525
fs-id1167836328549
fs-id1167825791209
fs-id1167836623116
fs-id1167836623119
fs-id1167836448404
fs-id1167833274701
fs-id1167836599640
fs-id1167836707143
fs-id1167836524482
fs-id1167829861860
fs-id1167836509162
fs-id1167836546295
mr-answer-fs-id1167836509162

fs-id1167836513559
fs-id1167829666517
fs-id1167833059310
fs-id1167833137413
fs-id1167836688998
mr-answer-fs-id1167836688996
fs-id1167829745708
fs-id1167836529454
fs-id1167833138708
fs-id1167826077064
fs-id1167836552752
fs-id1167829742789
fs-id1167833056754
fs-id1167829749065
fs-id1167829741616
fs-id1167829908274
fs-id1167836697708
fs-id1167832930330
fs-id1167824737653
fs-id1167833024527
fs-id1167833256811
mr-answer-fs-id1167833024527
fs-id1167836705606
fs-id1167836526000
fs-id1167836650178
fs-id1167829828558
mr-answer-fs-id1167836480280
fs-id1167836526020
fs-id1167833135088
fs-id1167833212947
fs-id1167836521932
fs-id1167836714017
fs-id1167823013283
fs-id1167823013287
fs-id1167829624157
fs-id1167829747302
mr-answer-fs-id1167829590640
fs-id1167829744295
fs-id1167833047067
fs-id1167836391029
fs-id1167836391034
fs-id1167829877909
fs-id1167836575836
fs-id1167836692744
fs-id1167829789882
mr-answer-fs-id1167836787728
fs-id1167836574349
fs-id1167829689462
fs-id1167829877536
fs-id1167836791928
fs-id1167836575175
fs-id1167829595953
fs-id1167836575320
fs-id1167836399733
fs-id1167833208016
fs-id1167833054462
fs-id1167833060894
fs-id1167833059308
fs-id1167833137411
fs-id1167836688996
fs-id1167836689000
fs-id1167829745706
fs-id1167829745710
fs-id1167829853364
fs-id1167833138710
mr-answer-fs-id1167833138708
fs-id1167829742787
fs-id1167829742791
fs-id1167829749063
fs-id1167829741614
fs-id1167829908273
mr-answer-fs-id1167829741614
fs-id1167836697710
fs-id1167832930332
fs-id1167829579270
fs-id1167833256809
fs-id1167833256812
fs-id1167836705602
fs-id1167836525998
fs-id1167836609321
fs-id1167836480280
fs-id1167829828560
fs-id1167836526018
fs-id1167836526022
fs-id1167833135090
fs-id1167833212949
mr-answer-fs-id1167833212947
fs-id1167829717540
fs-id1167823013285
fs-id1167829624155
fs-id1167829590640
fs-id1167829747304
fs-id1167829744293
fs-id1167836423791
fs-id1167836690281
fs-id1167836391032
mr-answer-fs-id1167836391029
fs-id1167836575834
fs-id1167824737178
fs-id1167836787728
fs-id1167829789884
fs-id1167836574347
fs-id1167829695807
fs-id1167829689464
fs-id1167836791925
mr-answer-fs-id1167829877536
fs-id1167829595951
fs-id1167826132424
fs-id1167836575323
fs-id1167836399735
mr-answer-fs-id1167836399733
fs-id1167833054464

fs-id1167829651167
fs-id1167829754540
fs-id1167829924599
mr-answer-fs-id1167829924597
fs-id1167836613444
fs-id1167824976320
fs-id1167833381469
fs-id1167829860148
fs-id1167826171384
fs-id1167826025133
fs-id1167829879609
fs-id1167833240212
fs-id1167826206218
fs-id1167829713382
fs-id1167829713386
fs-id1167829651459
fs-id1167833382458
mr-answer-fs-id1167833382456
fs-id1167833052042
fs-id1167824976354
fs-id1167836649081
fs-id1167836649085
fs-id1167829906037
fs-id1167829906042
fs-id1167829579008
fs-id1167833309037
mr-answer-fs-id1167833309035
fs-id1167836409832
fs-id1167833386167
fs-id1167836697913
fs-id1167832935494
fs-id1167825884749
fs-id1167829620296
mr-answer-fs-id1167825884747
fs-id1167836574149
fs-id1167833196806
fs-id1167829831994
fs-id1167836406946
fs-id1167829749358
fs-id1167829879667
fs-id1167836494341
fs-id1167829756260
fs-id1167829878963
mr-answer-fs-id1167829756267
fs-id1167833054106
mr-answer-fs-id1167829878971
fs-id1167836755007
mr-answer-fs-id1167833054114
fs-id1167829718391
mr-answer-fs-id1167836755014
fs-id1167829783762
MR-BRIDGE-007--mr-checklist
assembly-glossary
fs-id1167836729545
fs-id1167833327010
fs-id1167833382797
fs-id1167829754538
fs-id1167829924597
fs-id1167829924601
fs-id1167836613442
fs-id1167836613446
fs-id1167836553636
fs-id1167829860145
mr-answer-fs-id1167833381469
fs-id1167826025131
fs-id1167826025135
fs-id1167829879611
fs-id1167833240214
mr-answer-fs-id1167833240212
fs-id1167829713384
fs-id1167829651457
fs-id1167833382456
fs-id1167833382460
fs-id1167833052040
fs-id1167833052044
fs-id1167824976356
fs-id1167836649083
mr-answer-fs-id1167836649081
fs-id1167829906040
fs-id1167829579006
fs-id1167833309035
fs-id1167833309039
fs-id1167836409828
fs-id1167833386164
fs-id1167824737629
fs-id1167833378063
fs-id1167825884747
fs-id1167825884751
fs-id1167829620303
fs-id1167833380107
fs-id1167836574151
fs-id1167826077595
fs-id1167836406944
fs-id1167829749356
fs-id1167829749361
fs-id1167833272975
mr-answer-fs-id1167829749356
fs-id1167829756267
fs-id1167829878966
fs-id1167829878971
fs-id1167833054108
fs-id1167833054114
fs-id1167836755009
fs-id1167836755014
fs-id1167829718394
fs-id1167829783756
fs-id1167836607305
fs-id1167836607297
fs-id1167829808856
fs-id1167833327007
fs-id1167833327015
fs-id1167833382803

fs-id1167832978259

fs-id1167833175475

fs-id1167833175472

assembly-credits